

## **Investigación de Parámetros utilizados en Algoritmos de Optimización de Enjambre**

### **1. Ecuación General de PSO**

En las diferentes versiones que se han creado del algoritmo de optimización de enjambre de partículas (PSO), se ha tomado como parte central de las investigaciones el establecimiento de los parámetros correctos en la función objetivo de este. La función objetivo principalmente se compone de un término de velocidad actual, más un factor de comportamiento propio y un factor de comportamiento social.

$$v_{i+1} = v_i + (p_l - p_i) + (p_g - p_i) \quad (1a)$$

$$x_{i+1} = x_i + v_{i+1} \quad (1b)$$

En la ecuación (1a), el término  $v_i$  compone la velocidad actual que posee cierta partícula en un momento determinado. El segundo término es el factor cognitivo que se basa en la diferencia entre la posición actual y la posición con el mejor valor mínimo individual encontrado. El tercer término es el factor social que se basa en la diferencia entre la posición actual y la posición con el mejor valor mínimo global de todo el enjambre. En la ecuación (1b), se computa la nueva posición a partir de sumar la posición actual más la nueva velocidad de la partícula.

### **2. Parámetros de Ponderación**

En las diferentes aplicaciones del algoritmo de PSO, la ecuación general de este ha sido modificada por medio de la implementación de parámetros de ponderación que modifican el peso que cada factor tiene con respecto al total de factores que componen la ecuación para calcular la nueva velocidad de una partícula. Se investigó acerca de los diferentes valores que se han utilizado de estos parámetros en varias aplicaciones detalladas a continuación y se analizó cuál era el efecto del valor de dichos parámetros en el comportamiento general del enjambre a la hora de buscar el mínimo/máximo de una función en un espacio de búsqueda.

#### **2.1. Parámetro de Inercia ( $\omega$ )**

El parámetro de inercia (detallado como omega minúscula de ahora en adelante) es el factor que se ha utilizado para ponderar el peso de la velocidad actual para calcular la nueva velocidad de las partículas. De aquí viene el nombre de dicho parámetro, indicando la cantidad de memoria de movimiento que cada partícula retiene (Shi & Eberhart, 1998). A continuación, se detalla en qué aplicaciones se ha utilizado este

parámetro, qué valores de  $\omega$  se utilizaron, y que comportamiento le brindaron al enjambre en general.

Tabla 1. Detalle de Valores para Parámetro de Inercia ( $\omega$ ) en algoritmos PSO.

Tipo de Aplicación	No. De Partículas	Valor de inercia utilizado	Comportamiento del enjambre
Algoritmo clásico de búsqueda de mínimo (Shi & Eberhart, 1998)	20	$<0.8$	El enjambre logró llegar al mínimo en un promedio de 486 iteraciones. Con estos valores de inercia, se observó que el enjambre converge relativamente rápido en el mínimo. Sin embargo, hay poca exploración global y hay más tendencia en caer en mínimos locales. Por lo tanto, con valores pequeños de inercia, el PSO se vuelve en un algoritmo de optimización local.
Algoritmo clásico de búsqueda de mínimo (Shi & Eberhart, 1998)	20	$>1.2$	El enjambre se expande más alrededor de todo el espacio de búsqueda. Esto causa que el algoritmo tome más iteraciones para converger en el mínimo. La probabilidad de que el mínimo encontrado sea el mínimo global es alta. Sin embargo, por la dispersión de las partículas en el espacio, el algoritmo puede fallar en converger.
Algoritmo clásico de búsqueda de mínimo (Shi & Eberhart, 1998)	20	$0.8 < \omega < 1.2$	Con este rango de valores de inercia, el enjambre aumentó su velocidad de convergencia y también moderó la dispersión de las partículas asegurando la convergencia del algoritmo. Con estos valores se tiene mejor equilibrio entre exploración de mayor espacio y convergencia rápida hacia un mínimo.
Algoritmo clásico de búsqueda de mínimo (Shi & Eberhart, 1998)	20	$\omega(t)$ : 1.4 $\rightarrow$ 0.5 (Linearly Decreasing Strategy)	Se planteó el parámetro de inercia como un parámetro del tiempo en función de las iteraciones del algoritmo. La inercia comenzaba con un valor de 1.4 hasta disminuir a 0.5. Con esto, se le daba mayor dispersión al enjambre en el inicio de la búsqueda para garantizar encontrar el mínimo global y luego se iba acelerando la convergencia del enjambre hacia ese punto, haciendo más eficiente el algoritmo.
Algoritmo de búsqueda de mínimo en función Rosenbrock y Ackley	50	Chaotic Inertia Weight $Z_i \in [0,1]$ $Z_{i+1} = 4 * Z_i * (1 - Z_i)$	Se planteó que el parámetro de inercia fuera seleccionado de manera caótica. Primeramente, se elige un valor Z entre [0,1] y se hace un mapeo de función logística. Con este valor, ya se calcula la inercia tomando en cuenta el valor mínimo y máximo de inercia, y tomando en cuenta el número de iteraciones que lleva

(Bansal, et al. 2011)		$\omega = (\omega_1 - \omega_2) \cdot \frac{(MAX_{iter} - iter)}{MAX_{iter}}$ $\omega_2 \cdot Z$	ejecutadas el algoritmo. Esta función logró darle más precisión al enjambre a la hora de encontrar el mínimo global. Sin embargo, no es de las ecuaciones de convergencia más rápida.
Algoritmo de búsqueda de mínimo en función Rosenbrock y Ackley (Bansal, et al. 2011)	50	$\omega = 0.5 + \frac{Rand()}{2}$	Se elije un número aleatorio y se suma a 0.5 para determinar inercia de manera aleatoria. Esta asignación de inercia mejoró la habilidad del enjambre de salir de mínimos locales y redujo el número total de iteraciones necesarias para que el algoritmo convergiera.
Algoritmo de búsqueda de mínimo en función Rosenbrock y Ackley (Bansal, et al. 2011)	50	<p>Natural Exponent Inertia Weight Strategy</p> $\omega = \omega_{min} + (\omega_{max} - \omega_{min}) \cdot \exp\left(\frac{-t}{MAX_{iter}}\right)$	Esta estrategia de ecuación exponencial reduce el error promedio para que el enjambre logre llegar al punto mínimo y también permite convergencia en un número de iteraciones regular.

## 2.2. Parámetros de Escalamiento de Factores Cognitivo y Social ( $c_1$ y $c_2$ )

Estos parámetros se utilizan para darle cierta ponderación específica al factor cognitivo y al factor social de la ecuación de velocidad PSO. Una ponderación mayor al factor cognitivo ayuda a una convergencia más rápida hacia un mínimo específico. Una ponderación mayor al factor social orienta de manera más acertada a todo el enjambre hacia el mínimo absoluto. Se debe encontrar un balance ideal entre estos dos factores para que el enjambre pueda converger rápidamente al mínimo, asegurándose que este no sea un mínimo local de una función sino el absoluto. A continuación, se tabulan las aplicaciones en donde se utilizan estos parámetros, así como los valores de estos y el comportamiento que cambian del enjambre.

Tabla 2. Detalle de Valores para Parámetros de Escalamiento en algoritmos PSO.

Tipo de Aplicación	No. De Partículas	Valor de $c_1$ y $c_2$ utilizado	Comportamiento del enjambre
Algoritmo clásico de búsqueda de mínimo (Shi & Eberhart, 1998)	20	2.05, 2.05	Se utilizó el mismo valor para ambos factores, por lo que no se diferencia un comportamiento especial causado por estos.
Algoritmo de búsqueda de mínimo	30	$c_1 + c_2 > 4$ , dado $c_1 > c_2$	Se observó que efectivamente reducir el parámetro de escalamiento del factor social aumentaba la efectividad del algoritmo de converger hacia un

utilizando parámetros de escalamiento y de constricción (Carlisle, A. & Dozier, G. 2012)			mínimo. Pero, también se debe tener el balance con el factor social para garantizar una mejor búsqueda alrededor del espacio analizado. Para la mayoría de las iteraciones, se observó que era adecuado colocar $c_1 + c_2 = 4.1$ y colocar $c_1$ en el rango de 1.60 a 3.10 y $c_2 = 1 - c_1$ . Se concluye que un buen balance de factores para evitar mínimos locales es $c_1 = 2.8$ y $c_2 = 1.3$ .
--	--	--	---

### 2.3. Parámetro de Constricción ( $\varphi_0$ )

Este parámetro es utilizado para limitar las nuevas velocidades de cada partícula que se puedan computar. Esto mejora el rendimiento del algoritmo haciendo más eficiente el tiempo de búsqueda del mínimo absoluto en el espacio de búsqueda. Los investigadores Shi, Y. & Eberhart, R. determinaron que el parámetro de constricción adecuado está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\varphi_0 = \frac{2}{|2 - C - \sqrt{C^2 - 4C}|}$$

$$C = c_1 + c_2 > 4$$

(Shi & Eberhart, 1998).

Por lo tanto, este parámetro puede definirse como completamente dependiente de los parámetros de Escalamiento de los factores cognitivo y social de la ecuación de PSO si se utilizan estas ecuaciones. Este parámetro se puede inicializar con un valor de 1 para que no tenga influencia sobre la búsqueda y también se puede delimitar la distancia a recorrer en caso de robots físicos. Este parámetro depende en gran manera de las dimensiones del espacio de búsqueda.

### 2.4. Parámetros de Uniformidad ( $\rho_1$ y $\rho_2$ )

Estos parámetros tienen un valor aleatorio en el intervalo [0,1]. Estos valores corresponden a una distribución uniforme entre las partículas y le dan la movilidad necesaria al enjambre para que sea más dinámico y evitar que todas las partículas se comporten igual. Esto crea un enjambre más flexible y capaz de encontrar los mínimos absolutos de manera más eficiente.

## Referencias

[1] Bansal, J.C., et al. (2011). *Inertia Weight Strategies in Particle Swarm Optimization*. ABV-Indian Institute of Information Technology & Management, Gwalior, India. Machine Intelligence Research Labs (MIR Labs), USA. VSB Technical University of Ostrava, Czech Republic. 978-1-4577-1124-4/11. IEEE.

[2] Carlisle, A. & Dozier, G. (2012). *An Off-the-Shelf PSO*. Department of Mathematics and Computer Science, Huntington College. Department of Computer Science and Software Engineering, Auburn University. 10.1.1.589.485.

[3] Shi, Y. & Eberhart, R. (1998). *A Modified Particle Swarm Optimizer*. Department of Electrical Engineering, Indiana University Purdue University, Indianapolis. IN 46202-5160. IEEE.