
Reinforcement y Deep Learning en Aplicaciones de Robótica de Enjambre

Eduardo Andrés Santizo Olivet



UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
Facultad de Ingeniería



**Reinforcement y Deep Learning en Aplicaciones de Robótica
de Enjambre**

Trabajo de graduación presentado por Eduardo Andrés Santizo Olivet
para optar al grado académico de Licenciado en Ingeniería Mecatrónica

Guatemala,

2020

Vo.Bo.:

(f) _____
Dr. Luis Alberto Rivera Estrada

Tribunal Examinador:

(f) _____
Dr. Luis Alberto Rivera Estrada

(f) _____

(f) _____

Fecha de aprobación: Guatemala, de diciembre de 2020.

La idea del presente trabajo en una sola oración, como el título sugiere, se podría establecer como: La aplicación de técnicas de aprendizaje reforzado y aprendizaje profundo en el área de inteligencia de enjambre y robótica. Como se puede denotar, esto engloba una variedad de destrezas, todas muy diferentes y a la vez íntimamente relacionadas en el actual ambiente académico, donde la inteligencia artificial gana cada vez mayor prominencia.

Debido a esto, debo agradecer a todos los miembros de la comunidad universitaria que me han traído hasta este punto en mi educación, cada uno aportando una pequeña parte de su conocimiento y experiencia, y ayudándome a forjar buena parte de mis actuales intereses. En particular debo agradecer a MSc. Miguel Zea por introducirme al mundo de la robótica y la teoría de control. A a mi asesor de tesis, el Dr. Luis Alberto Rivera, quien, gracias a su curso de *Machine Learning*, reforzó mi interés por el área de aprendizaje automático y fue una gran influencia para la elección del actual tema de este trabajo. A mi compañera de trabajo y amiga, Gabriela Iriarte, por enseñarme a luchar por lo que deseo, permitirme discutir mis ideas y siempre motivarme a dar más de mí. Sin su ayuda, quizá nunca hubiera llegado a pertenecer a la rama de investigación de inteligencia de enjambre.

Finalmente, debo agradecer a mi familia, sin la cual nada de esto hubiera sido posible; no solo por el simple hecho de darme el privilegio de recibir una educación superior de calidad, sino también por todo el apoyo que me han brindado tanto antes como durante el proceso de creación del presente trabajo. No puedo agradecerles lo suficiente por todo lo que me han dado.

Prefacio	III
Lista de figuras	VIII
Lista de cuadros	IX
Resumen	XI
Abstract	XIII
1. Introducción	1
2. Antecedentes	2
2.1. Formaciones en Sistemas de Robots Multi-agente	2
2.2. Implementación de PSO con Robots Diferenciales Reales	3
2.3. PSO y Artificial Potential Fields	3
2.4. Aprendizaje Reforzado Profundo y Robótica	4
3. Justificación	6
4. Objetivos	8
4.1. Objetivo General	8
4.2. Objetivos Específicos	8
5. Alcance	9
6. Marco teórico	11
6.1. Particle Swarm Optimization (PSO)	11
6.1.1. Orígenes e Implementación Original	11
6.1.2. Mejoras Posteriores	12
6.2. Deep Learning	12
6.3. Reinforcement Learning	14
6.3.1. Multi-armed Bandits	14
6.3.2. Procesos de Decisión de Markov (MDP's)	22

7. Swarm Robotics Toolbox: Herramienta de Simulación para Realización de Pruebas de Algoritmos de Enjambre en Matlab	30
7.1. Livescripts	30
7.2. Matlab y Hardware	31
7.3. Setup Path y Limpieza de Workspace	31
7.4. Parámetros Generales	32
7.4.1. Método	32
7.4.2. Dimensiones de Mesa de Trabajo	32
7.4.3. Settings de Simulación	33
7.4.4. Settings de Partículas PSO	33
7.4.5. Settings de Seguimiento de Trayectorias	33
7.4.6. Settings de E-Pucks	34
7.4.7. Modo de Visualización de Animación	35
7.4.8. Guardado para Animación	36
7.4.9. Seed Settings	36
7.5. Reglas de Método a Usar	36
7.6. Región de Partida y Meta	37
7.7. Obstáculos en Mesa de Trabajo	38
7.7.1. Polígono	39
7.7.2. Cilindro	39
7.7.3. Imagen	39
7.7.4. Caso A	40
7.7.5. Caso B	41
7.7.6. Caso C	41
7.8. Setup - Métodos PSO	42
7.8.1. Posición Inicial de Partículas	42
7.8.2. Parámetros Ambientales	42
7.8.3. Búsqueda Numérica del Mínimo de la Función de Costo	43
7.8.4. Inicialización de PSO	43
7.8.5. Coeficientes de Constricción / Coeficientes de Inercia	43
7.9. Setup - Gráficas	45
7.10. Main Loop	46
7.11. Análisis de Resultados	47
7.11.1. Evolución del Global Best	47
7.11.2. Análisis de Dispersión de Partículas	48
7.11.3. Velocidad de Motores	48
7.11.4. Suavidad de Velocidades	49
7.12. Colisiones	49
7.13. Controladores	50
7.14. Criterios de Convergencia	51
8. Deep PSO Tuner	52
8.1. Diseño y Arquitectura	53
9. Controladores Basados en Redes Neuronales	54
10. Controlador de Hiperparámetros Basado en Reinforcement Learning	55

11. Validación de Resultados	56
12. Exploración: Aplicación de los Controladores Inteligentes en conjunto con otros Algoritmos de Navegación	57
13. Conclusiones	58
14. Recomendaciones	59
15. Bibliografía	60
16. Anexos	62
16.1. Cosos cosos cosos	62

Lista de figuras

1.	Trayectorias seguidas por E-Pucks en caso A alrededor del obstáculo colocado [2]	4
2.	(a) Estructura de neurona. (b) Ejemplo de una red neuronal. [[RECORDAR INCLUIR LAS REFERENCIAS EN LOS CAPTIONS DE LAS FIGURAS NO PROPIAS.]]	14
3.	Representación gráfica de un «Multi-armed bandit»	15
4.	Tres estimados diferentes para el valor de una acción. La línea punteada representa el valor a tomar dado que se trata del límite superior de la incertidumbre	22
5.	Interacción Agente-Ambiente en un proceso de decisión de Markov [3]	23
6.	Dinámica de un MDP	24
7.	Sumar las recompensas de los primeros 3 estados es lo mismo que sumar la serie infinita, ya que luego se pasa al estado de absorción (Cuadro gris).	28
8.	Efectos de alterar el ancho y alto de la mesa de trabajo.	32
9.	Efectos de alterar el tamaño del margen de la mesa de trabajo.	33
10.	Efectos de alterar el parámetro <code>EnablePucks</code>	34
11.	Efectos de alterar el parámetro <code>ModoVisualizacion</code>	35
12.	Explicación visual de cómo funciona la dispersión para la región de partida.	37
13.	Estructura del vector de trayectorias para el caso <i>Multi-meta</i>	38
14.	Creación de obstáculo poligonal.	39
15.	Creación de obstáculos basados en una imagen en blanco y negro.	40
16.	Caso A en tesis de Juan Pablo Cahueque	41
17.	Caso B en tesis de Juan Pablo Cahueque	41
18.	Caso C en tesis de Juan Pablo Cahueque	42
19.	Partes de la figura de simulación	45
20.	Ejemplo: Inclusión de la meta en la leyenda de la gráfica	46
21.	Evolución de la minimización hacia el global best de la función	47
22.	Dispersión de las partículas sobre el eje X y Y.	48
23.	Velocidad angular observada en los motores del puck con los picos más altos de velocidad en dicha corrida	48
24.	Energía de flexión observada en las velocidades angulares de las ruedas de cada puck.	49

25. Con solución de colisiones (Izquierda) y sin solución de colisiones (Derecha) . 50

Lista de cuadros

El área de inteligencia de enjambre busca emular el comportamiento exhibido por diferentes animales que actúan en conjunto, como parvadas de aves, colonias de hormigas o bancos de peces. Muchas son las áreas académicas que han tomado como inspiración este comportamiento, pero dos muy importantes e íntimamente relacionadas son el área de la informática y la robótica.

De aquí que la Universidad del Valle de Guatemala, como parte de la iniciativa del megaproyecto *Robotat*, decidiera emplear el movimiento de las partículas del algoritmo de *Particle Swarm Optimization Algorithm* (PSO)¹ como una guía para el movimiento suave de robots diferenciales [1] alrededor de un ambiente previamente modelado [2].

En el presente trabajo, se tomaron estos avances y se buscó realizar mejoras a los mismos, haciendo uso de técnicas propias de aprendizaje reforzado y profundo. Específicamente, se presentan dos propuestas puntuales: Una mejora al algoritmo PSO utilizando redes neuronales recurrentes y una alternativa al algoritmo de navegación alrededor de un ambiente conocido por medio de programación dinámica (parte de aprendizaje reforzado).

El método empleado para mejorar el desempeño del algoritmo PSO, se denominó *PSO Tuner* y consiste de una red neuronal recurrente que toma diferentes métricas propias de las partículas PSO y las torna, a través de su procesamiento por medio de una red LSTM, GRU o BiLSTM, en una predicción de los hiper parámetros que debería emplear el algoritmo (ω , ϕ_1 y ϕ_2). Dicha predicción es de carácter dinámico, por lo que en cada iteración se generan las métricas que describen al enjambre (dispersión, coherencia, etc.), se alimentan a la red y esta produce los parámetros a utilizar en la siguiente iteración. Las tres arquitecturas propuestas se entrenaron con un total de 7,700 simulaciones del algoritmo estándar PSO. Luego de ajustar debidamente los hiper parámetros de las redes, el *PSO Tuner* fue capaz de reducir el tiempo de convergencia y susceptibilidad a mínimos locales del PSO original, con la arquitectura basada en BiLSTM presentándose como la mejor de las tres alternativas.

Para la alternativa al algoritmo de navegación alrededor de un ambiente conocido, se utilizó como base el ejemplo de programación dinámica *Gridworld* [3]. En este, un agente se mueve a través de un espacio de estados representado en la forma de una cuadrícula.

¹Basado en un algoritmo de simulación de parvadas de aves

Para movilizarse de estado a estado, el agente puede hacer uso de cuatro acciones: Moverse hacia arriba, abajo, izquierda o derecha. Según su estado actual y la acción tomada, este transiciona a un nuevo estado y recibe una recompensa. El agente buscará maximizar las recompensas obtenidas generando una ruta óptima desde cada estado hasta la meta.

Para ajustar estas ideas al problema de navegación con robots, se proponen algunas modificaciones. En primer lugar, el agente es capaz de moverse diagonalmente a 45 grados. Esto incrementó el número de acciones disponibles de 4 a 8. Luego, el espacio de trabajo se divide en celdas y se escanea secuencialmente para determinar si estas consisten de una celda obstáculo o meta. Finalmente, haciendo uso de *policy iteration* se genera una acción óptima por estado. Estas sugerencias de acción óptimas son luego utilizadas para generar una trayectoria a seguir por los controladores punto a punto de [1]. Este método probó ser una alternativa válida al método de navegación actual basado en *Artificial Potential Fields* y si se optimiza de mejor manera el algoritmo, podría incluso llegar a proponerse como una alternativa válida a métodos de navegación como el algoritmo A^* y el algoritmo de *Probabilistic Road Maps* (PRM).

Finalmente, para auxiliar en el proceso de diseño de estas propuestas, se creó un conjunto de funciones, clases y scripts. Este grupo de herramientas (ahora llamadas *Swarm Robotics Toolbox*) proveen al usuario con la capacidad de visualizar pruebas, guardar figuras, generar videos, realizar pruebas estadísticas, entre otros. Debido a que estas herramientas están diseñadas para su futuro uso dentro del ámbito educativo, cada parte del Toolbox está debidamente documentada y presenta una descripción más detallada de su funcionamiento y opciones en el repositorio donde el código de este proyecto se encuentra contenido.

Swarm intelligence consists of the area of study that tries to artificially emulate the behavior observed in natural groupings of living organisms like schools of fish, ant colonies or bird flocks. Many academic studies have taken inspiration from this type of behavior, but two very important and intimately connected fields are the computer science and robotics fields.

This is why the Universidad del Valle de Guatemala, as part of the *Robotat* mega-project initiative, decided to use the *Particle Swarm Optimization* algorithm as a guide for the smooth movement of differential robots [1] across a previously known environment [2].

In the following work, this idea was improved upon by making use of reinforcement and deep learning techniques. Specifically, two proposals are presented: An improvement to the PSO algorithm using recurrent neural networks and an alternative to the navigation algorithm making use of dynamic programming (part of reinforcement learning).

The method used to improve the performance of the PSO algorithm was named *PSO Tuner* and it consists of a recurrent neural network that takes different metrics from the PSO particles and turns them, through processing by means of an LSTM, GRU or BiLSTM network, into a prediction of the hyper parameters that the PSO algorithm should use (ω , ϕ_1 and ϕ_2). Said prediction is dynamic, so the metrics that describe the swarm (dispersion, coherence, etc.) are generated in each iteration, and then fed to the network to produce the parameters used in the following iteration. The 3 tested architectures were trained with a total of 170,000 simulations of the standard PSO algorithm. After proper tuning, the *PSO Tuner* was able to reduce the convergence time and susceptibility to local minimums of the original algorithm, with the architecture based on BiLSTM cells being presented as the best of the three proposals.

For the alternative navigation algorithm, the classic reinforcement learning toy example *Gridworld* [3] was used as a basis. In this example, an agent moves through a state space represented in the form of a grid. To move from state to state, the agent can make use of one of four actions: Move up, down, left or right. According to its present state and action, the agent transitions to a new state and receives a reward. The agent will seek to maximize the reward received by generating an optimal route from its current position to the goal.

To fit the problem of robot navigation, different modifications are proposed. First, the agent is able to move diagonally at 45 degrees. This bumps the number of available actions to 8. Then, the work space is divided into cells and sequentially scanned to classify each cell (or state) as an *obstacle* or *goal*. Finally, making use of *policy iteration* an optimal action per state is selected.

The optimal actions are then mapped into a trajectory and then followed by the differential robot using the point-point controllers proposed by [1]. This method proved to be a valid alternative to the current navigation method based on Artificial Potential Fields, and, if the code is optimized properly, it could even be proposed as an alternative to traditional planning based navigation methods like the A^* algorithm and the *Probabilistic Road Maps* algorithm (PRM).

Finally, to facilitate the design process of these proposals, a set of functions, classes and scripts were created. This group of tools (now called the *Swarm Robotics Toolbox*) provide the user with the ability to visualize tests, save figures, generate videos, perform statistical analyses, among others. These tools are intended for future educational use, so each element in the toolbox is properly documented, with a more detailed description of its operation and options present in the repository where all the code of this project is contained.

El algoritmo de Particle Swarm Optimization (PSO) consiste de un algoritmo de optimización estocástico, nacido a partir de la modificación de un algoritmo de simulación de parvadas. Cuando sus creadores [4] tomaron dicho algoritmo y le retiraron las restricciones de proximidad de las “aves”, se percataron que las entidades resultantes se comportaban como un optimizador.

Luego de la publicación de esta investigación, una gran cantidad de académicos notaron el potencial del algoritmo. Este es el caso del mega proyecto *Robotat* de la Universidad del Valle de Guatemala, donde el algoritmo PSO se propuso como la base para el sistema de navegación de un conjunto de robots diferenciales. Específicamente, se consiguió implementar una modificación del algoritmo que no solo permitía respetar las limitaciones físicas de los robots [1], sino que también era capaz de esquivar obstáculos [2]. No obstante, los resultados obtenidos eran altamente dependientes de múltiples hiper parámetros que fueron elegidos por [1] luego de realizar diferentes pruebas.

¿Existirá una forma de automatizar el proceso de selección de estos parámetros? ¿Existen alternativas al sistema de navegación propuesto? El presente trabajo de investigación se enfoca en responder ambas preguntas, explorando diferentes alternativas que hacen uso de inteligencia computacional. Específicamente, se propone utilizar redes neuronales recurrentes para la selección de parámetros (aprendizaje profundo), y la utilización de los principios de programación dinámica (aprendizaje reforzado) para proponer un sistema de navegación alternativo al utilizado actualmente por los robots (basado en el uso de campos potenciales artificiales [2]).

Para auxiliar en la realización de pruebas también se presenta un conjunto de herramientas auxiliares programadas en Matlab (ahora denominadas *Swarm Robotics Toolbox*), que permiten visualizar y agilizar el proceso de realización de pruebas, toma de datos y generación de estadísticas; todo desde un mismo script.

El departamento de Ingeniería Electrónica, Mecatrónica y Biomédica de la Universidad del Valle de Guatemala inició su introducción en el mundo de la inteligencia de enjambre con la fase 1 del “Megaproyecto Robotat”. En este, diversos estudiantes se enfocaron en el diseño de todo el equipo que sería utilizado en años posteriores: Desde el diseño mecánico y electrónico de los “Bitbots”¹, hasta la construcción física de la mesa donde se colocarían los mismos [6, pág. 19].

Aunque este proyecto finalizó con gran parte de su estructura finalizada, muchos aspectos aún requerían de más trabajo. Debido a esto, en 2019 se comenzaron a refinar múltiples aspectos del “Robotat”, como el protocolo de comunicación empleado por los “Bitbots” [6] y el algoritmo de visión computacional que se encargaría de detectarlos sobre la mesa en la que se desplazarían [7]. Otra área de gran enfoque dentro de todo este proceso, consistió del algoritmo encargado de controlar el comportamiento de enjambre de los robots. En esta área se desarrollaron tres tesis distintas.

2.1. Formaciones en Sistemas de Robots Multi-agente

La primera de las mismas, desarrollada por Andrea Peña [8], se enfocó en la utilización de teoría de grafos y control moderno para la creación y modificación de formaciones en conjuntos de múltiples agentes capaces de evadir obstáculos. El algoritmo resultante fue implementado tanto en Matlab como Webots, y aunque exitoso, los actuadores de los diferentes robots diferenciales tendían a emplear una gran cantidad de esfuerzo para alcanzar las posiciones requeridas. Por otro lado, el algoritmo de evasión de obstáculos implementado fue altamente exitoso y marcó un precedente para futuras investigaciones.

¹Versiones más económicas del robot empleado con propósitos educativos: E-Puck [5]

2.2. Implementación de PSO con Robots Diferenciales Reales

En la segunda tesis, desarrollada por Aldo Aguilar [9], se tomó como base la versión estándar del algoritmo de *Particle Swarm Optimization* (PSO) y se procedió a modificarla para que fuera capaz de ser implementada en robots diferenciales reales. El problema principal con acoplar directamente el movimiento de las partículas del PSO con la locomoción de los robots es que el movimiento de las partículas es sumamente irregular, por lo que puede causar la saturación de los actuadores de los robots.

Para combatir este problema se propuso una modificación: Cada uno de los robots no seguirían el movimiento exacto de una partícula del PSO, sino que cada uno tomaría la posición de la misma como una *sugerencia* de hacia donde desplazarse. Esta sugerencia luego sería alimentada a un controlador de seguimiento punto a punto que se encargaría de calcular la velocidad angular de las dos ruedas del robot diferencial. Se experimentó con ocho diferentes metodologías de control para el movimiento de los robots de forma acorde a sus especificaciones y capacidades.

La efectividad de cada método de control se cuantificó haciendo una interpolación de las trayectorias seguidas por el robot y luego calculando *la energía de flexión* de las mismas. Mientras más grande fuera la energía de la trayectoria, mayor sería el esfuerzo realizado por el robot en términos de sus velocidades, por lo que se consideraban como más efectivos aquellos métodos que contaran con los valores de energía más bajos. Aplicando este criterio a las diferentes pruebas realizadas en un entorno de simulación, se llegó a determinar que los dos mejores controladores para los robots consistían de los controladores LQR y LQI.

2.3. PSO y Artificial Potential Fields

El movimiento de las partículas en la versión *bidimensional* del algoritmo de PSO proviene del movimiento de las mismas sobre una superficie tridimensional denominada “función de costo”. El objetivo de las partículas, es encontrar el mínimo global de esta función o las coordenadas (X,Y) correspondientes a la altura más baja de la superficie [10].

En la tercera tesis, desarrollada por Juan Cahueque [2], se explora la idea de diseñar y utilizar funciones de costo “personalizadas” como herramientas de navegación. Llamadas *Artificial Potential Fields* (APF), estas funciones están diseñadas para atraer a las partículas del algoritmo PSO hacia un punto específico del plano mientras esquivan cualquier obstáculo presente en el camino. Para esto, se coloca un valle de gran profundidad en el punto objetivo y colinas de gran magnitud donde existen obstáculos. El resultado: Las partículas tienden a esquivar las grandes alturas, favoreciendo el movimiento coordinado hacia los valles o la meta.

En total se modelaron tres entornos, cada uno con una meta y múltiples obstáculos intermedios de diferentes dimensiones. A estos escenarios se les denominó caso A, B y C. La navegación alrededor de estos entornos se simuló tanto en Matlab como en Webots. Para las simulaciones en Webots, se emplearon versiones modificadas de los controladores propuestos por Aldo Aguilar [9], a manera de hacerlos compatibles con un entorno en el que se presentan obstáculos. Al finalizar se llegó a concluir que el controlador PID con filtros *hard-stops* era

el más útil al momento de evadir obstáculos pequeños y dispersos en el escenario, mientras que el controlador LQR presentaba mayor versatilidad al momento de esquivar obstáculos de mayor tamaño.

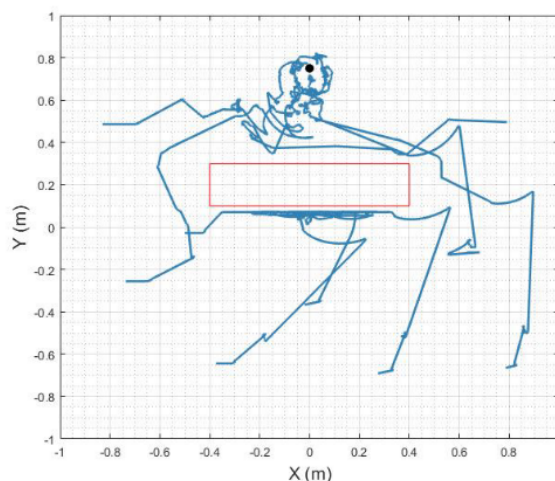


Figura 1: Trayectorias seguidas por E-Pucks en caso A alrededor del obstáculo colocado [2]

2.4. Aprendizaje Reforzado Profundo y Robótica

La robótica está íntimamente relacionada con la teoría de control. Debido a esto, resulta lógico que el aprendizaje reforzado (un área cuyas ideas base están fundamentadas sobre la teoría de control) actualmente se presente como una alternativa válida a algunas técnicas de control. No obstante, uno de los problemas más grandes de emplear aprendizaje reforzado en su forma tradicional es que este requiere de una alta cantidad de conocimiento a priori sobre la situación a enfrentar.

Dos elementos tienden a generar problemas: La definición del espacio de estados y la obtención de la dinámica del sistema². Para problemas con un alto número de estados o cuya dinámica es sumamente compleja, puede llegar a ser casi imposible derivar modelos que describan precisamente a ambos elementos. Para combatir este problema, se pueden utilizar redes neuronales de diferentes tipos como herramientas de modelado no lineal. Al acoplamiento de estas dos destrezas (aprendizaje profundo y aprendizaje reforzado) se le llama aprendizaje reforzado profundo o *deep reinforcement learning*.

En robótica, y más específicamente robótica móvil, existen múltiples estudios que hacen uso de esta nueva destreza, todos empleando un enfoque diferente para su modelado. En algunos casos, como el de [11], se tiene conocimiento previo sobre el ambiente a recorrer (en la forma de una imagen) por lo que se puede emplear una red neuronal convolucional (comúnmente empleada para extraer información sobre una imagen), para extraer el estado actual del sistema y así elegir las velocidades a utilizar por el robot diferencial que navegará

²En aprendizaje reforzado, la dinámica de un sistema incluye los mismos elementos que en el caso del control, la única diferencia, es que los términos tienden a renombrarse. La salida de la planta es ahora la acción tomada por el agente, la retroalimentación es ahora una señal de recompensa, etc. [3]

dicho ambiente.

En otros casos, como el de [12], ya se cuenta con información previa sobre la pose, velocidad y distancia del robot hacia los diferentes obstáculos del ambiente, por lo que se puede utilizar toda esta información para definir el estado actual del sistema. Entonces, en este caso, las redes neuronales se utilizan para derivar las ecuaciones necesarias para ejecutar el problema de aprendizaje reforzado. Se emplean dos redes: Una red convolucional capaz de modelar la función de valor de acción óptima ($Q^*(s, a)$) y otra red neuronal convencional que permite modelar la función de valor de estado ($V^*(s)$). Entrenando a dichas redes utilizando otros algoritmos de esquivado de obstáculos como ejemplo, es posible entrenar a un robot diferencial capaz de esquivar obstáculos en situaciones nunca antes experimentadas, únicamente basándose en su actual experiencia.

Todas estas ideas pueden llegar a ser extendidas a sistemas multi-agente, donde las funciones de valor del MDP (*markov decision process*) pueden ser construidas en base a las observaciones conjuntas de múltiples robots explorando de manera simultánea el ambiente [13]. Esto permite generar estrategias de control descentralizadas en grandes espacios de estados, de manera más rápida y efectiva.

Uno de los algoritmos más populares dentro del área de inteligencia de enjambre, es el algoritmo de *Particle Swarm Optimization* (PSO). Este algoritmo consiste de un método de optimización que hace uso partículas con posiciones y velocidades para la exploración de una “función de costo”.

Dado que este algoritmo fue originalmente propuesto en 1995, actualmente existe una gran cantidad de modificaciones y variaciones del mismo. Debido a su eficiencia computacional, no se tiende a variar en gran medida su estructura, colocando mayor énfasis en la modificación de los parámetros asociados al mismo. Según la aplicación, se pueden llegar a favorecer diferentes aspectos como la rapidez de convergencia, exploración de la superficie de costo o la precisión de las partículas en términos de su capacidad para encontrar el mínimo global de la función de costo.

No obstante, en todos estos casos algo permanece constante: no existe un conjunto de parámetros universales que permitan que el algoritmo se ajuste de manera flexible a cualquier aplicación. Existen variaciones “dinámicas” que modifican el valor de los parámetros conforme este se ejecuta, pero su efecto es limitado, comúnmente afectando únicamente propiedades como la exploración y convergencia.

Debido a esto, en este proyecto se desea diseñar un sistema basado en redes neuronales recurrentes que lleve al desarrollo de un selector de parámetros dinámico e inteligente, capaz de ajustar los mismos de forma automática. Esto aportará hacia el actual método de navegación propuesto por [1] y [2], el cual hace uso del algoritmo PSO para generar las trayectorias seguidas por un conjunto de robots diferenciales a través de un ambiente con obstáculos.

Además, también se explora una potencial alternativa para resolver dicho problema de navegación, la cual hace uso de programación dinámica (propio de aprendizaje reforzado) para generar trayectorias desde un punto de inicio arbitrario hasta una meta dispuesta por el usuario. La idea de esta propuesta, consiste de no solo aportar una nueva herramienta de navegación a la iniciativa del “Mega-proyecto Robotat”, sino también marcar un precedente

para el futuro uso de aprendizaje reforzado en esta área, por parte de futuros estudiantes de la Universidad del Valle de Guatemala.

Para visualizar, ejecutar y facilitar la implementación de todos los elementos previamente descritos, se construyó un conjunto de funciones, clases y scripts dentro de Matlab (ahora nombradas conjuntamente como la *Swarm Robotics Toolbox*). Cada parte de este conjunto de herramientas está debidamente documentado y cuenta con suficiente flexibilidad como para utilizarse para probar una variedad de metodologías de navegación para robots diferenciales en futuras investigaciones.

4.1. Objetivo General

Optimizar la selección de parámetros en algoritmos de inteligencia de enjambre mediante el uso de Reinforcement Learning y Deep Learning.

4.2. Objetivos Específicos

- Combinar los trabajos sobre Artificial Potential Fields (APF) y Particle Swarm Optimization (PSO) desarrollados en fases previas del proyecto Robotat.
- Construir una colección de datos de entrenamiento y validación para usar en métodos de Reinforcement y Deep Learning, a partir de múltiples corridas de algoritmos de robótica de enjambre.
- Desarrollar e implementar un algoritmo que determine automáticamente los mejores parámetros para los algoritmos de robótica de enjambre.

En esta investigación se buscaba tomar los avances de los dos antecesores directos de este proyecto ([1], [2]) y combinarlos para generar un método de navegación para robots diferenciales basado en el *Particle Swarm Optimization Algorithm* o PSO. En su forma canónica o estándar, este algoritmo depende de diferentes hiper-parámetros que deben ser elegidos por el usuario. Según el valor de los mismos, se pueden alterar propiedades como la dispersión, precisión y velocidad de convergencia de las partículas.

Para auxiliar en el proceso de selección de estos parámetros, en este trabajo se implementó la estrategia de selección de parámetros automatizada nombrada *Deep PSO Tuner*. Esta permite la selección dinámica y automática de los hiper-parámetros del PSO, utilizando como guía el comportamiento de simulaciones previas del algoritmo. En total se experimentó con tres tipos de red neuronal recurrente: LSTM, BiLSTM y GRU, entrenando a cada arquitectura con un total de 7,700 simulaciones previas del algoritmo PSO. Luego de ajustar los hiper parámetros propios de las redes (número de neuronas, capas, *batch size*, *learning rate*, entre otros), se determinó que en la mayor parte de los casos, la red BiLSTM y LSTM proporcionaban una mejora sustancial en la velocidad de convergencia y susceptibilidad a mínimos locales de los algoritmo PSO estándar.

Además de esto, también se presenta una alternativa al método de navegación basado en el PSO, que emplea las ideas del ejemplo clásico de aprendizaje reforzado y programación dinámica *Gridworld* para generar trayectorias a través de un entorno con obstáculos. Ambas propuestas, fueron construidas haciendo uso del *Swarm Robotics Toolbox*, un conjunto de herramientas que permite la simulación de una variedad de elementos: Desde las partículas propias del algoritmo PSO, hasta robots diferenciales, incluyendo métodos de seguimiento de trayectorias y una variedad de funcionalidades adicionales.

Todas estas ideas y propuestas se presentan como una potencial solución al problema de navegación de robots diferenciales a través de un entorno conocido. Por lo tanto, para trabajos posteriores, se podrían tomar diferentes enfoques. Desde el lado de aprendizaje profundo, se podría dar seguimiento al *PSO Tuner*, generando un *dataset* de mayor tamaño, alterando la estructura de inputs y outputs, modificando los hiper parámetros de la red,

diseñando nuevas y mejores métricas para cuantificar el estado actual de las partículas del *swarm*, entre otros. Para el lado de aprendizaje reforzado, se podrían continuar explorando nuevas alternativas para el control de los robots diferenciales, colocando particular énfasis en el área de aprendizaje reforzado, la cual parece haber generado ya una gran cantidad de resultados positivos en el área.

Finalmente, se podría realizar todo lo anterior, tomando la infraestructura del *Swarm Robotics Toolbox* como base y expandiendo sus capacidades para incluir funcionalidades adicionales como: Localización y mapeo, acoplamiento de sensores a cada robot (*lidars* y ultrasónicos), un sistema de colisiones mucho más robusto, exportación de los mapas diseñados en Matlab directamente hacia Webots, etc.

6.1. Particle Swarm Optimization (PSO)

6.1.1. Orígenes e Implementación Original

[[REVISAR LO DE LAS COMILLAS: “ ” EN LUGAR DE « »]].

El algoritmo de Particle Swarm Optimization (PSO) consiste de un método de optimización estocástica¹, basado en la emulación de los comportamientos de animales que se movilizan en conjunto. Sus creadores [4] tomaron el algoritmo de simulación de parvada de aves [14] y experimentaron con el mismo. Luego de múltiples pruebas, se percataron que el algoritmo presentaba las cualidades de un método de optimización. En base a esto, modificaron las reglas del algoritmo de parvada y propusieron la primera iteración del PSO en 1997.

El algoritmo original propone la creación de un conjunto de « m » partículas, cada una con una posición y velocidad correspondientes. Estas partículas se desplazan sobre la superficie de una función objetivo cuyos parámetros (Variables independientes) son las « n » coordenadas de cada partícula. A dicha función objetivo se le denomina «función de costo» y al escalar que genera como resultado se le denomina «costo». El objetivo de las partículas es encontrar un conjunto de coordenadas que generen el valor de costo más pequeño posible dentro de una región dada. Para esto, las partículas se ubican en posiciones iniciales aleatorias y proceden a calcular el valor de costo correspondiente a su posición actual.

Si el costo actual es inferior al de su posición previa, se dice que la partícula ha encontrado un nuevo «personal best» ($\vec{p}(t)$). Este proceso se repite para cada partícula en el enjambre, por lo que al finalizar cada iteración del algoritmo se contará con « m » estimaciones de $\vec{p}(t)$. El valor mínimo de todas estas estimaciones se le conoce como «mínimo global». Si el

¹Estocástico: Cuyo funcionamiento depende de factores tanto predecibles dado el estado previo del sistema, así como en factores aleatorios

mínimo global actual es inferior al de la iteración previa, se dice que se ha encontrado un nuevo «global best» ($\vec{g}(t)$).

Para la actualización de su posición y velocidad actual, las partículas utilizan el siguiente conjunto de ecuaciones: ~~[[LAS SIGUIENTES ECUACIONES SE VEN EXTRAÑAS.]]~~

$$\begin{aligned} & +C_1(\vec{p}_{pos}(t) - \vec{x}(t)) && \textit{Componente Cognitivo} \\ & +C_2(\vec{g}_{pos}(t) - \vec{x}(t)) && \textit{Componente Social} \\ \vec{X}(t+1) = & \vec{X}(t) + \vec{V}(t+1) \end{aligned}$$

Debido a que el «personal best» proviene de la memoria individual de cada partícula sobre su mejor posición hasta el momento, a la sección de la ecuación de la velocidad que utiliza $\vec{p}_{pos}(t)$ se le denomina el «componente cognitivo». Por otro lado, debido a que el «global best» proviene de la memoria colectiva sobre la mejor posición alcanzada hasta el momento, a la sección de la ecuación de la velocidad que utiliza $\vec{g}_{pos}(t)$ se le denomina «componente social».

6.1.2. Mejoras Posteriores

El algoritmo PSO propuesto por [15], presentaba un comportamiento oscilatorio o divergente en ciertas situaciones, por lo que en 2002, [16] se dio a la tarea de diseñar múltiples métodos para restringir y asegurar la convergencia del algoritmo. Uno de los más utilizados hasta la actualidad consiste de una modificación a la regla de actualización de la velocidad conocida como «modelo tipo 1»:

$$\begin{aligned} \vec{V}(t+1) = & \omega \vec{V}(t) && \textit{Término Inercial} \\ & +R_1C_1(\vec{p}_{pos}(t) - \vec{x}(t)) && \textit{Componente Cognitivo} \\ & +R_2C_2(\vec{g}_{pos}(t) - \vec{x}(t)) && \textit{Componente Social} \end{aligned}$$

En este nuevo conjunto de ecuaciones, las variables de restricción agregadas (C_1 , C_2 y ω) están dadas por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \omega = \chi & \qquad \chi = \frac{2\kappa}{|2 - \phi - \sqrt{\phi^2 - 4\phi}|} \\ C_1 = \chi\phi_1 & \qquad \phi = \phi_1 + \phi_2 \\ C_2 = \chi\phi_2 & \end{aligned}$$

Como se puede observar, bajo estas modificaciones, la velocidad es ahora dependiente de tres variables nuevas: ϕ_1 , ϕ_2 y κ . Los autores de la modificación sugieren que $\phi_1 = \phi_2 = 2.05$ y $\kappa = 1$, aunque como regla general, para asegurar la convergencia del algoritmo se debe cumplir con que $\kappa > (1 + \phi - 2\sqrt{\phi})|C_2|$.

6.2. Deep Learning

~~[[DAR LOS TÉRMINOS EN ESPAÑOL, CUANDO EXISTAN]]~~ ~~[[ITÁLICAS EN LUGAR DE ENTRE COMILLAS DOBLES PARA TÉRMINOS EN INGLÉS.]]~~ En la actualidad, los términos «Machine Learning» y «Deep Learning» se han convertido en sinónimos

de inteligencia artificial, pero en muchas ocasiones se desconoce la diferencia entre ambos. De acuerdo con [17], el Machine Learning es un sistema que produce reglas a partir de datos y respuestas, en lugar de producir respuestas a partir de reglas y datos, como es el caso de un programa tradicional.

Más formalmente, Machine Learning se puede definir como la búsqueda de representaciones útiles de un conjunto de datos de entrada dentro de un espacio de posibilidades, utilizando una señal de retroalimentación (Datos de entrenamiento) como guía. El Deep Learning entonces, consiste de un sub-área del Machine Learning donde se obtienen nuevamente representaciones útiles de datos, pero colocando particular énfasis en el aprendizaje por medio de *capas* apiladas de representaciones cada vez más complejas [17].

Los modelos utilizados para crear estas capas apiladas de representaciones se les denomina redes neuronales y similar al cerebro humano, la unidad fundamental de una red es la neurona. Si el número de capas y neuronas del modelo es muy numeroso (Ejemplos modernos comunes utilizan cientos de capas sucesivas para sus modelos) el modelo puede ser considerado Deep Learning. De lo contrario, el modelo se clasifica dentro del área de Shallow Learning.

En el contexto de Deep Learning, una neurona consiste de una regresión lineal modificada que toma los outputs de todas las neuronas de la capa previa (\mathbf{x}), los multiplica por una matriz de pesos (\mathbf{W}^T) y luego les suma un vector de constantes denominados «biases» (\mathbf{B}). El output de esta regresión lineal (\mathbf{z}) se introduce en una función denominada «función de activación» (σ).

$$\begin{aligned}\mathbf{Z} &= \mathbf{W}^T \mathbf{x} + \mathbf{B} \\ \mathbf{A} &= \sigma(\mathbf{Z})\end{aligned}$$

Las reglas que rigen a una neurona, como es posible observar, son sumamente simples. La complejidad de un modelo de Deep Learning, proviene de colocar múltiples neuronas en cada capa, y múltiples capas de las mismas dentro de la red.

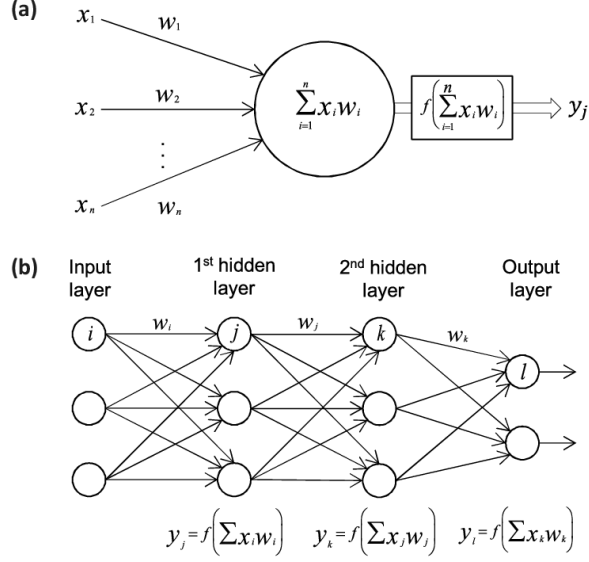


Figura 2: (a) Estructura de neurona. (b) Ejemplo de una red neuronal. [[RECORDAR INCLUIR LAS REFERENCIAS EN LOS CAPTIONS DE LAS FIGURAS NO PROPIAS.]]

Las neuronas de la red «aprenden» alimentando una serie de datos en las neuronas de entrada o la «input layer» y propagando los datos a través de toda la red hasta finalmente obtener una salida « y ». Ahí, la salida es introducida en una función de costo, en conjunto con las salidas deseadas dados los datos de entrada, produciendo un escalar que indica el error inherente a la salida o «costo». El objetivo es minimizar el valor del costo, por lo que este se utiliza como guía para propagar cambios a los vectores \mathbf{W} y \mathbf{B} de las neuronas individuales. Se continúa este proceso de forma iterativa hasta encontrar el conjunto de vectores \mathbf{W} y \mathbf{B} que producen el costo más pequeño [17].

6.3. Reinforcement Learning

Al igual que el Deep Learning, el Reinforcement Learning también consiste de una subrama del Machine Learning, ya que este tipo de aprendizaje es capaz de generar representaciones útiles de datos. La diferencia con el Deep Learning radica en la forma en la que genera los modelos para estas representaciones. En el caso del Reinforcement Learning, al sistema no se le dice como operar, sino que este debe descubrir cuales son las acciones que producen la mejor recompensa probando las diferentes opciones disponibles [3].

6.3.1. Multi-armed Bandits

K-Armed Bandit

Nos podemos imaginar que tenemos una «bandit machine» (Máquinas encontradas en los casinos, de las que uno jala la palanquita) con k brazos. Cada vez que jalamos uno de los brazos, obtenemos una recompensa (Digamos fichas). El objetivo, es maximizar la

recompensa obtenida luego de cierta cantidad de juegos o rondas, por ejemplo, luego de jalar 1000 veces los brazos. La recompensa entregada por cada brazo sigue una distribución probabilística distinta para la entrega de su recompensa. A este problema se le denomina el «K-armed bandit problem»



Figura 3: Representación gráfica de un «Multi-armed bandit»

Cada una de las «k» acciones a tomar tienen una recompensa promedio dada por la acción tomada. A esta cantidad se le llamará el «valor» de la acción y está dada por la siguiente expresión

$$\begin{aligned} q_*(a) &\doteq \mathbb{E}[R_t \mid A_t = a] \quad \forall a \in \{1, \dots, k\} \\ &= \sum_r p(r \mid a)r \end{aligned} \tag{1}$$

Donde:

- $q_*(a)$: Valor de la acción
- a : Acción arbitraria
- A_t : Acción en el tiempo t
- R_t : Recompensa en tiempo t

En otras palabras, esto se puede re-exresar como la suma de todas las posibles recompensas. Se suman todas las recompensas por la probabilidad de ver dicha recompensa ². Si se supiera el valor de cada acción, el problema sería trivial porque siempre tomaríamos la acción «a» con el mayor valor. Comúnmente no conocemos los valores de las acciones con total seguridad, pero podemos estimarlos. A este estimado le llamamos: $Q_t(a)$.

Idealmente el valor de $Q_t(a)$ debería de ser lo más cercano posible a $q_*(a)$. Durante cada «time step» (t), existe al menos una acción cuyo valor es el más alto. Estas acciones se denominan «greedy actions». Si se toman estas acciones, se dice que se está explotando el conocimiento actual del valor de las acciones. Si se toman las acciones restantes, se dice que se está explorando, porque esto ayuda a mejorar el estimado de las «non-greedy actions».

«Exploitation» maximiza la recompensa obtenida en un único «time step», pero «Explorar» puede llegar a producir mayor recompensa a largo plazo. En explotación, podríamos

²Si se trata un caso continuo, la suma se puede sustituir por una integral.

decir que se toman las acciones inmediatas con el mejor valor, la exploración permite descubrir otras opciones, permitiendo que a largo plazo se tome una decisión mucho mejor informada en base a todas las opciones disponibles.

No es posible explorar y explotar de manera simultánea tomando una única acción. Debido a esto, comúnmente se habla de un «conflicto» entre exploración y explotación. Existen métodos complejos para balancear ambas etapas, pero están basadas en formulaciones extensas y conocimiento a priori sobre el problema. En «Reinforcement Learning, An Introduction» [3], se proponen algunos métodos simples.

Métodos de Valor-Acción (Método de promedio de muestreo)

A los métodos para estimar el valor de una acción (Calcular $Q_t(a)$) y luego utilizar este estimado para decidir entre un grupo de acciones se les denomina *Action-value methods*. El valor real de una acción consiste del promedio de la recompensa obtenida cuando esa acción es seleccionada. Una forma de estimar esto es obtener el promedio de las recompensas obtenidas hasta el time step $t - 1$.

$$Q_t(a) \doteq \frac{\text{sum of rewards when } a \text{ taken prior to } t}{\text{number of times } a \text{ taken prior to } t} = \frac{\sum_{i=1}^{t-1} R_i \cdot \mathbb{1}_{A_i=a}}{\sum_{i=1}^{t-1} \mathbb{1}_{A_i=a}} \quad (2)$$

Donde:

$\mathbb{1}_{\text{predicate}}$ es una variable aleatoria igual a 1 si el predicado es *verdadero* y 0 si es *falso*.

Si el denominador es 0 (Nunca se ha tomado la acción), entonces asignamos un valor por defecto a $Q_t(a)$, como 0. A medida que el denominador tiende a infinito (Se ha tomado muchas veces una acción) $Q_t(a)$ converge a $q_*(a)$. A este método para estimar valores se le denomina «sample-average» o promedio muestral, ya que toma el promedio de un conjunto de muestras de las recompensas disponibles.

Métodos para Elegir Acciones

Greedy Action Selection: Se selecciona la acción con el valor estimado más alto (Con el $Q_t(a)$ más alto).

$$A_t \doteq \arg \max_a Q_t(a) \quad (3)$$

Epsilon Greedy: Alternativa simple para actuar avariciosamente buena parte del tiempo, pero cada cierto tiempo (Con una probabilidad ϵ) se selecciona aleatoriamente una acción de todas las disponibles, independientemente del valor de sus estimados ³. La ventaja de estos métodos es que a medida que el número de «time steps» incrementa, cada acción será muestreada un número infinito de veces, asegurando que $Q_t(a)$ converja a $q_*(a)$

³Se elige la acción «greedy» con frecuencia $1 - \epsilon$, y se elige una de las demás acciones de manera aleatoria y con misma probabilidad usando frecuencia ϵ

$$A_t \leftarrow \begin{cases} \operatorname{argmax}_a Q_t(a) & \text{with probability } 1 - \epsilon \\ a \sim \text{Uniform}(\{a_1 \dots a_k\}) & \text{with probability } \epsilon \end{cases} \quad (4)$$

Esto implica que la probabilidad de seleccionar la acción óptima converge a un valor mayor a $1 - \epsilon$, o se traduce a una selección casi segura. A pesar de esto, todas estas consisten de garantías cuando la ejecución del programa tiende a infinito, no es posible concluir sobre la efectividad práctica de los métodos.

El tipo de método a utilizar cambia según la aplicación. Para recompensas que tengan una alta varianza, por ejemplo, el método «Epsilon Greedy» obtendrá mejores resultados que la «greedy action selection». Si la varianza es 0, sería ineficiente implementar un «Epsilon greedy», ya que tomando acciones avariciosas se estimaría el valor de la decisión en el primer intento. A pesar de esto, encontrar un escenario sin varianza es muy extraño. Muy comúnmente los escenarios son no-estáticos, o escenarios donde la toma de diferentes acciones cambia dependiendo del tiempo. Esto causa que el valor real de una acción cambie de manera constante, por lo que un «Epsilon greedy» que también incluya exploración, es necesario para poder tomar estos cambios en cuenta.

Estimación Incremental

Sabemos que podemos estimar el valor de una acción utilizando el promedio de las recompensas obtenidas. ¿Cómo implementamos esto con memoria y un tiempo por «time step» constantes?

Iniciamos analizando el estimado para el valor de la acción n (Q_n). R_i consiste de la recompensa obtenida al seleccionar la recompensa la «i-ésima» vez. Es claro que para la acción n tomaremos en cuenta todas las acciones previas, que en total serían $n - 1$ acciones. Por lo tanto, el estimado será igual a:

$$Q_n \doteq \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_{n-1}}{n - 1} \quad (5)$$

Para obtener esta implementación, podríamos guardar el valor de todas las recompensas obtenidas y luego estimar el valor. No obstante, si se hace esto, los requerimientos computacionales crecerían con el tiempo (Las dimensiones del array crecerían de manera dinámica y Matlab comenzaría a tirar warnings de «you should pre-allocate for speed»). Para solucionar esto, se tomó la fórmula para estimar el valor de la acción y se manipuló para que la actualización de la estimación requiera del menor tiempo de computación posible.

$$\begin{aligned}
Q_{n+1} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \\
&= \frac{1}{n} \left(R_n + \sum_{i=1}^{n-1} R_i \right) \\
&= \frac{1}{n} \left(R_n + (n-1) \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} R_i \right) \\
&= \frac{1}{n} (R_n + (n-1)Q_n) \\
&= \frac{1}{n} (R_n + nQ_n - Q_n) \\
&= Q_n + \frac{1}{n} [R_n - Q_n]
\end{aligned} \tag{6}$$

Donde:

Q_n : Estimado previo
 n : Número de estimado
 R_n : Recompensa recibida previamente

Otra forma de colocar esta última fórmula escrita es la siguiente:

$$\text{Nuevo Estimado} \leftarrow \text{Viejo Estimado} + \text{Step Size} \underbrace{(\text{Objetivo} - \text{Viejo Estimado})}_{\text{Medida de Error}} \tag{7}$$

Usando esta regla de actualización incremental y una selección de acción « ϵ greedy» se puede escribir un algoritmo bandit completo de la siguiente forma.

Algorithm 1: Un Algoritmo de Bandit Simple

Inicializar: para $a = 1$ hasta k

$Q(a) \leftarrow 0$

$N(a) \leftarrow 0$

Loop:

$A \leftarrow \begin{cases} \arg \max_a Q(a) & \text{con probabilidad } 1 - \varepsilon \quad (\text{breaking ties randomly}) \\ \text{Una acción aleatoria} & \text{con probabilidad } \varepsilon \end{cases}$

$R \leftarrow \text{bandit}(A)$

$N(A) \leftarrow N(A) + 1$

$Q(A) \leftarrow Q(A) + \frac{1}{N(A)} [R - Q(A)]$

Nota: La función *bandit* consiste de una función que toma una acción y retorna una recompensa según lo dicten las reglas del sistema⁴.

⁴Para este algoritmo existe un ejemplo programado en Matlab dentro de la carpeta de *Reinforcement Learning Coursera - Ejercicios*. El archivo en cuestión es: *Capitulo2_TenArmTestbed.mlx*.

Tracking en un Problema No Estacionario

El planteamiento previo es útil para problemas estacionarios, donde la probabilidad de recompensa no cambia con el tiempo. No obstante, gran parte de los problemas encontrados en el mundo real consisten de problemas no estacionarios. En estos casos, tiene más sentido ponerle mayor prioridad a recompensas recientes, que a recompensas recibidas en el pasado lejano. Una forma popular de conseguir esto, es utilizar un time-step constante .

$$Q_{n+1} \doteq Q_n + \alpha [R_n - Q_n] \quad (8)$$

Al realizar esta modificación la actualización del estimado actual se puede definir como el promedio ponderado de las recompensas actuales y el estimado inicial Q_1 .

$$\begin{aligned} Q_{n+1} &= Q_n + \alpha [R_n - Q_n] \\ &= \alpha R_n + (1 - \alpha) Q_n \\ &= \alpha R_n + (1 - \alpha) [\alpha R_{n-1} + (1 - \alpha) Q_{n-1}] \\ &= \alpha R_n + (1 - \alpha) \alpha R_{n-1} + (1 - \alpha)^2 Q_{n-1} \\ &= \alpha R_n + (1 - \alpha) \alpha R_{n-1} + (1 - \alpha)^2 \alpha R_{n-2} + \\ &\quad \dots + (1 - \alpha)^{n-1} \alpha R_1 + (1 - \alpha)^n Q_1 \\ &= (1 - \alpha)^n Q_1 + \sum_{i=1}^n \alpha (1 - \alpha)^{n-i} R_i \end{aligned} \quad (9)$$

Como se puede observar, el peso $\alpha(1 - \alpha)^{(n-i)}$ asignado a la recompensa R_i depende de hace cuantas recompensas atrás $(n - i)$ esta recompensa fue experimentada. $(1 - \alpha) < 1$, por lo que el peso asignado a cada recompensa disminuye de forma exponencial a manera que incrementa el número de recompensas recibidas (A medida que el exponente de $(1 - \alpha)$ aumenta). Esto es comúnmente llamado: «Exponential recency-weighted average» o promedio exponencial ponderado por su carácter reciente.

En algunas situaciones es conveniente variar el step-size α a lo largo de la ejecución del programa. A este α variante se le denomina α_n . En el caso del método incremental, por ejemplo, $\alpha_n = 1/n$. Algo interesante es que la convergencia de Q no está asegurada para toda α_n . Para asegurar la convergencia (Con probabilidad 1 o total seguridad) se debe cumplir que

$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(a) = \infty$	Requerida para garantizar que los pasos son lo suficientemente grandes para eventualmente sobrepasar cualquier transiente inicial
$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2(a) < \infty$	Garantiza que los pasos o steps se tornan lo suficientemente pequeños como para asegurar convergencia.

El $\alpha_n = 1/n$ del método incremental cumple con estas condiciones, pero el α_n con parámetro constante, no. Esto implica que los estimados este último método nunca convergen completamente ya que cambian según las recientemente obtenidas recompensas. Esto no es

siempre malo, ya que como ya fue mencionado previamente, este tipo de adaptación dinámica es necesaria para poder adaptarse a ambientes no estacionarios. Existen funciones α_n que cumplen con las condiciones, pero muy raras veces se utilizan fuera de entornos académicos.

Valores Iniciales Optimistas

Como podemos observar, todos los métodos previamente explicados dependen de la estimación inicial del valor de las acciones Q_1 .

$$\begin{aligned}
 Q_{n+1} &= Q_n + \alpha [R_n - Q_n] \\
 &= \alpha R_n + (1 - \alpha) Q_n \\
 &= \alpha R_n + (1 - \alpha) [\alpha R_{n-1} + (1 - \alpha) Q_{n-1}] \\
 &= \alpha R_n + (1 - \alpha) \alpha R_{n-1} + (1 - \alpha)^2 Q_{n-1} \\
 &= \alpha R_n + (1 - \alpha) \alpha R_{n-1} + (1 - \alpha)^2 \alpha R_{n-2} + \\
 &\quad \dots + (1 - \alpha)^{n-1} \alpha R_1 + (1 - \alpha)^n Q_1 \\
 &= (1 - \alpha)^n Q_1 + \sum_{i=1}^n \alpha (1 - \alpha)^{n-i} R_i
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 Q_{n+1} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \\
 &= \frac{1}{n} \left(R_n + \sum_{i=1}^{n-1} R_i \right) \\
 &= \frac{1}{n} \left(R_n + (n-1) \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} R_i \right) \\
 &= \frac{1}{n} (R_n + (n-1) Q_n) \\
 &= \frac{1}{n} (R_n + n Q_n - Q_n) \\
 &= Q_n - \frac{1}{n} [R_n - Q_n]
 \end{aligned}$$

Para $Q_{n+1} = Q_2$ se emplea el estimado previo $Q_n = Q_1$

En estadística, se puede decir que estas fórmulas tienen un «bias» o sesgo dado por sus valores iniciales. Para el método de sample-average (Con un step size que decrece), el efecto del sesgo eventualmente desaparece, pero para $\alpha_n = \alpha$ (Constante) el sesgo no desaparece. Esto no es un problema, de hecho puede llegar a ser utilizado para informar al agente sobre el tipo de recompensas que puede esperar. El único problema, es que este estimado inicial consiste de un nuevo parámetro a elegir.

Por ejemplo, si le colocamos un valor alto para la recompensa inicial (Mucho más grande que lo que eventualmente va a conseguir), los métodos de acción-valor (Estimar el valor de una acción y luego elegir una acción en base a esto) se ven motivados a explorar más. No importando cuales sean las acciones tomadas después, la recompensa siempre será más pequeña, entonces «decepcionado», el agente optará por cambiar de acción, probando todas las opciones disponibles varias veces antes de converger. El resultado es una mayor exploración

A este método que promueve la exploración se le denomina: Valor iniciales optimistas. Esta es una técnica muy útil para problemas estacionarios, pero para no estacionarios, se torna inútil ya que el estimado inicial únicamente aplica para la primera instancia del entorno. Cuando el entorno cambie (Por su carácter dinámico), el valor inicial ya no aplica.

Unbiased Constant Step Size Trick

Previamente se explicó que el método de «sample-average» no es susceptible al valor inicial, pero no es muy útil en entornos no-estacionarios. Una forma de obtener «lo mejor de dos mundos» es utilizar un step size igual a

$$\beta_n \doteq \alpha / \bar{o}_n \quad (10)$$

Donde α es una constante y o_n es un valor acumulativo que inicia en 0 y se actualiza de la siguiente manera.

$$\bar{o}_n \doteq \bar{o}_{n-1} + \alpha (1 - \bar{o}_{n-1}) \quad (11)$$

Este tipo de «step-size» es inmune al efecto del sesgo inicial, además de causar que el estimado del valor de la acción se torne en un «recency weighted-average» como en el método «sample-average».

Selección de Acción de Límite Superior

Recordar que en el método de « ϵ -greedy» existe la probabilidad de que el agente pruebe opciones «no avariciosas» (non greedy), no obstante, no existe preferencia sobre la selección realizada. Claramente sería mejor si se eligieran las acciones «no avariciosas» según su potencial de ser óptima o una buena opción. Para lograr esto podemos elegir una acción tomando en cuenta que tan cercano está un estimado Q_n a un valor máximo y cual es la incertidumbre del propio estimado

$$A_t \doteq \underset{a}{\operatorname{argmax}} \left[\underbrace{Q_t(a)}_{\text{Explotación}} + c \underbrace{\sqrt{\frac{\ln t}{N_t(a)}}}_{\text{Exploración}} \right] \quad (12)$$

Donde:

t : Tiempo actual

$N_t(a)$: Número de veces que una acción a ha sido seleccionada antes del tiempo t^5 .

$c > 0$: Parámetro que controla el grado de exploración.

A este tipo de selección de acción se le denomina «upper confidence bound» o UCB. La idea del UCB consiste en calcular los intervalos de incertidumbre de cada uno de los estimados. Estos intervalos nos dicen: «Calculo que más o menos el valor real de una acción está entre este límite inferior y este límite superior». Lo que hacemos es que nos portamos optimistas y decimos: «Bueno, si el valor puede estar entre estos intervalos y queremos la mayor recompensa posible entonces tomemos la acción con el límite superior más alto». Es optimista porque suponemos que en el mejor caso posible, el valor real de la acción se encontrará exactamente en el límite superior, maximizando la recompensa.

⁵Si $N_t(a) = 0$, entonces a es considerada como una acción «maximizadora».

Optimism in the Face of Uncertainty

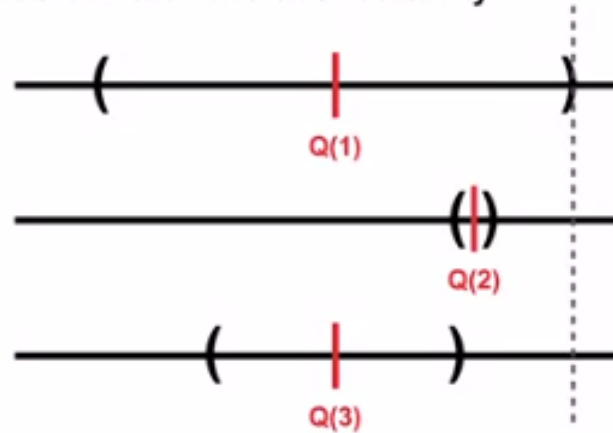


Figura 4: Tres estimados diferentes para el valor de una acción. La línea punteada representa el valor a tomar dado que se trata del límite superior de la incertidumbre

La raíz de la expresión representa la incertidumbre o varianza del estimado del valor de la acción a . Al maximizar esta sección, entonces se obtiene una especie de «límite superior» para el posible valor real de la acción a . Algunos puntos importantes a mencionar sobre este método son los siguientes:

- Cada vez que se tome una acción a el denominador aumenta, por lo que la incertidumbre baja.
- Si se toma una acción distinta de a entonces t incrementa mientras $N_t(a)$ permanece igual, por lo que el numerador crece en conjunto con la incertidumbre.
- Se usa un logaritmo en el numerador para que el crecimiento del numerador se haga cada vez más pequeño. Debido a esto, todas las acciones se seleccionarán, pero aquellas con estimados bajos o que se han elegido muy seguido se elegirán con cada vez menos frecuencia.

Este método es útil, pero para entornos no-estacionarios y espacios de estados muy grandes, su uso se torna impráctico.

6.3.2. Procesos de Decisión de Markov (MDP's)

Interfaz Agente-Ambiente

En una tarea a solucionar al «aprendedor» y «tomador de decisiones» se le llama «agente». Todo con lo que interactúa el agente se le denomina «medio ambiente»⁶. Ambos elementos interactúan de forma continua

⁶Algunos de los términos de Reinforcement Learning tienen un análogo en teoría de control: Agente = Controlador. Ambiente = Planta. Acción = Señal de Control.

- El **agente** tomando decisiones y el **medio ambiente** respondiendo a las mismas presentando nuevas situaciones al agente.
- El **medio ambiente** crea recompensas (Valores numéricos) que el agente busca maximizar.

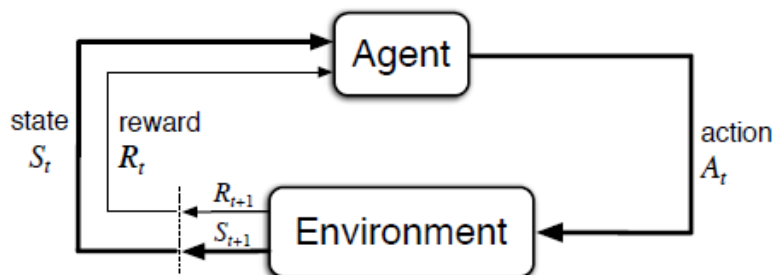


Figura 5: Interacción Agente-Ambiente en un proceso de decisión de Markov [3]

Esta interacción ocurre en pasos

- El agente interactúa luego de intervalos de tiempo discretos $(1, 2, 3, 4, 5, \dots)$
- En cada «time step» el agente recibe información sobre el estado del ambiente: S_t
- En base a este estado selecciona una acción: A_t
- Un «time step» más tarde, el agente recibe una recompensa numérica $R_{(t+1)}$ como consecuencia de su acción.
- Vuelve a encontrar un nuevo estado.

Si este proceso se definiera como una secuencia de señales esta consistiría de una secuencia similar a la siguiente: Estado, Acción, Recompensa, Estado, ...

$$S_0, A_0, R_1, S_1, A_1, R_2, S_2, A_2, R_3, \dots$$

En un «Markov Decision Process» o MDP finito, los estados, acciones y recompensas tienen un número finito de elementos (Los arrays que codifican estos tienen dimensiones pre-determinadas). Además, las variables S_t y R_t tienen distribuciones probabilísticas bien definidas únicamente dependientes del estado o acción pasados. En otras palabras, la probabilidad de que aparezca un estado y recompensa específicos, únicamente depende del estado y acción previos.

Podemos decir que esta no es una restricción del MDP, pero del estado actual. El estado debe incluir información sobre todos los aspectos de la interacción «agente-ambiente» que pueden llegar a generar un cambio en el futuro. Si esto es cierto, se dice que el estado tiene la «propiedad de Márkov»

[[NO SE VE MUY BIEN QUE LA IMAGEN TENGA ESAS ANOTACIONES A MANO.
¿SON NECESARIAS?]]

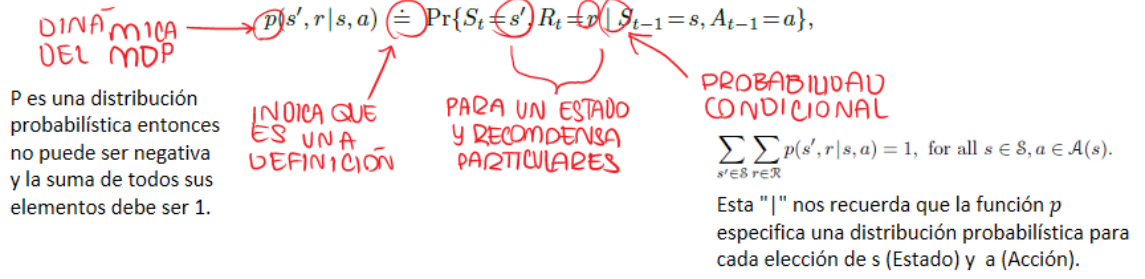


Figura 6: Dinámica de un MDP

Con esta función p (Dinámica de MDP) uno puede calcular otras cosas se deseen saber sobre el ambiente, por ejemplo:

- Probabilidades de transición entre estados

$$p(s' | s, a) \doteq \Pr\{S_t = s' | S_{t-1} = s, A_{t-1} = a\} = \sum_{r \in \mathcal{R}} p(s', r | s, a) \quad (13)$$

- La recompensa esperada para una pareja «estado-acción»

$$r(s, a) \doteq \mathbb{E}[R_t | S_{t-1} = s, A_{t-1} = a] = \sum_{r \in \mathcal{R}} r \sum_{s' \in \mathcal{S}} p(s', r | s, a) \quad (14)$$

- Las recompensas esperadas para el triplete «estado-acción-siguiente estado»

$$r(s, a, s') \doteq \mathbb{E}[R_t | S_{t-1} = s, A_{t-1} = a, S_t = s'] = \sum_{r \in \mathcal{R}} r \frac{p(s', r | s, a)}{p(s' | s, a)} \quad (15)$$

Comúnmente se utiliza la notación dependiente de 4 argumentos (La primera antes de estas tres), pero estas otras pueden ser útiles ocasionalmente.

El framework de un MDP es muy flexible y aplicable a una variedad de problemas. Por ejemplo:

- Los time steps no necesariamente corresponden a intervalos uniformes de tiempo, pueden referirse a etapas de toma de decisiones y «actuación».
- Las acciones tomadas pueden de decisiones simples (Voltajes a aplicar) o de decisiones complejas (Ir o no al colegio). Pueden ser cualquier decisión que deseemos aprender a hacer.

- Los estados pueden estar definidos por medidas de bajo nivel (Medidas de sensores) o medidas más abstractas y de alto nivel (Descripciones simbólicas de objetos en un cuarto). Un estado puede consistir de cualquier conocimiento útil para tomar una decisión o tomar una acción.

La frontera entre agente y ambiente no es típicamente la misma que la frontera física de un robot o animal. En un robot por ejemplo, los motores, sensores y extremidades deberían considerarse parte del ambiente, en lugar de formar parte del agente como se esperaría. Las recompensas también son calculadas «dentro» de la frontera física de un robot o animal, pero no se consideran parte del agente como tal.

Como regla general, *cualquier cosa que no pueda ser arbitrariamente cambiada por el agente, se considera como exterior y por lo tanto, parte de su ambiente.*

No todo con lo que el agente interactúa es desconocido. Generalmente el agente está consciente de la forma en la que las recompensas son obtenidas en base a sus acciones y estado actual. Siempre consideramos el cálculo de recompensa como algo externo al agente ya que define la tarea que debe resolver el agente y por lo tanto, está fuera de su control el poder cambiarla de forma arbitraria.

- Por ejemplo: Un agente sabe todo sobre su ambiente, pero aun así tiene problemas para resolver la tarea de reinforcement learning que se le da. Eg. Alguien puede saber cómo funciona un cubo Rubik's, pero aun así le puede costar resolverlo.

La frontera «agente-ambiente» representa el límite del control absoluto del agente, no el límite de su conocimiento. En la práctica, esta frontera se establece una vez se ha elegido el juego de estados, acciones y recompensas que formarán parte del proceso de toma de decisiones que se desea resolver. El MDP framework, es una abstracción del problema de «*aprendizaje orientado a objetivos basado en interacción*». Este problema propone que elementos como sensores, memoria y aparatos de control, además del objetivo a cumplir se pueden reducir como 3 señales:

- Acciones: Decisiones del agente
- Estados: Fundamentos utilizados para tomar decisiones
- Recompensas: Señal que define el objetivo del agente

Metas y Recompensas

Hipótesis de recompensa: Todo aquello que podemos definir como objetivos o propósitos puede llegar a interpretarse como la maximización del valor esperado de la suma acumulativa de una señal escalar recibida denominada «Recompensa».

Algunos ejemplos de recompensas son:

- Robot aprendiendo a caminar: Recompensa en cada time step proporcional al desplazamiento hacia adelante del robot.
- Robot aprendiendo a escapar de un laberinto: Recompensa de -1 por cada time step que esté dentro del laberinto para que aprenda a escapar rápido.
- Robot aprendiendo a navegar un espacio: Recompensa negativa cuando hay un choque.

La recompensa es una forma de comunicarle al agente qué es lo que se desea conseguir, no cómo se desea conseguirlo. Por ejemplo: Jugando ajedrez, no es recomendado que al agente se le recompense por comer piezas, sino solo por ganar el juego. Si se le dan recompensas por completar «sub-objetivos», puede que el agente aprenda a comer muchas piezas pero eventualmente pierda.

Retornos y Episodios

El objetivo de un agente es el siguiente

- Informalmente: Maximizar la recompensa acumulativa que este recibe a largo plazo.
- Formalmente: Si la secuencia de recompensas obtenida se define como $R(t+1), R(t+2), R(t+3), \dots$, deseamos maximizar el «retorno esperado» G_t o una función de la secuencia de recompensas.

En su forma más simple, el retorno es

$$G_t \doteq R_{t+1} + R_{t+2} + R_{t+3} + \dots + R_T \quad (16)$$

Donde:

T : Time step final

Esta función es aleatoria, debido al comportamiento dinámico de la MDP. Debido a esto maximizamos el «retorno esperado». Esta forma de estructurar el retorno, es útil en problemas donde existe una noción natural de un «time step final». En otras palabras, es útil para interacciones «agente-ambiente» que se pueden separar naturalmente en subsecuencias o episodios. Por ejemplo, un episodio podría consistir de las partidas en un juego o intentos para recorrer un laberinto.

Cada episodio termina con un «*estado terminal*», seguido por un reset al estado inicial estándar o a una elección entre una distribución estándar de los diferentes estados iniciales.

Un episodio iniciará de la misma manera, independientemente de la forma en la que terminó el último episodio. Entonces se puede considerar que todos los episodios terminan en el mismo «estado terminal», pero con diferentes recompensas en el camino. A tareas con este tipo de episodios se les denomina «*tareas episódicas*». En estas existen:

S : Estados no terminales

S^+ : Estados no terminales

T : Tiempo de finalización

Tareas que no pueden separarse en episodios definidos se denominan «*tareas continuas*». Para estas tareas es mucho más difícil definir una función de retorno ya que $T = \infty$ luego de un largo tiempo. Para estas tareas se utilizan «descuentos» porque de lo contrario las sumatorias no serían finitas.

Descuentos: Un agente trata de seleccionar acciones a manera de maximizar la suma de las recompensas descontadas que recibe a lo largo del tiempo. En particular, elige A_t para maximizar el *retorno descontado*

$$G_t \doteq R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{t+k+1} \quad (17)$$

Donde:

$0 \leq \gamma \leq 1$: Tasa de descuento

Los valores de recompensa recientes tienen más peso que los futuros ya que los futuros están multiplicados por potencias cada vez más altas de gamma.

Tasa de descuento: Determina el valor presente de recompensas futuras

- Una recompensa recibida k «time steps» en el futuro valdrá $\gamma^{(k-1)}$ veces lo que valdría si se recibiera inmediatamente.
- Si $\gamma < 1$ la suma infinita del retorno descontado tiene un valor finito, mientras la secuencia de recompensas esté acotada.
- Si $\gamma = 0$ el agente solo se enfoca en maximizar las recompensas inmediatas. El agente se vuelve «miope».
- Cuando $\gamma \leftarrow 1$ el agente toma más en cuenta recompensas futuras.

Un retorno puede calcularse de manera iterativa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} G_t &\doteq R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + \gamma^3 R_{t+4} + \cdots \\ &= R_{t+1} + \gamma (R_{t+2} + \gamma R_{t+3} + \gamma^2 R_{t+4} + \cdots) \\ &= R_{t+1} + \gamma G_{t+1} \end{aligned} \quad (18)$$

A pesar que la sumatoria tiende al infinito, esta es finita si las recompensas son constantes y distintas de cero (Siempre y cuando $\gamma < 1$). Si la recompensa es $+1$ el retorno sería:

$$G_t = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k = \frac{1}{1-\gamma} \quad (19)$$

Notación Unificada para Tareas Episódicas y Continuas

Como pudimos ver hay dos tipos de tareas de aprendizaje reforzado: Episódicas y continuas. Cada una tiene una notación única, pero a veces se utilizan ambas en el mismo contexto. Para facilitar su manejo matemático se establece una notación que permita hablar de la misma manera para ambos casos.

En lugar de considerar una tarea como una larga secuencia de «time steps», ahora se considera como una serie de episodios, cada uno conformado por un número finito de «time steps».

Debido a esto, ahora la notación para S_t , R_t , A_t pasa a ser: $S(t, i)$, $R(t, i)$, $A(t, i)$.

Donde:

- i : Número de episodio
- t : Número de time step del episodio actual. Siempre inicia de 0 cada vez que se pasa a un nuevo episodio

A pesar de esta notación, la mayor parte del tiempo se habla de un único episodio en particular o de cosas que son aplicables a todos los episodios. Debido a esto, se tiende a obviar la «i» que hace referencia al número de episodio y se regresa a la notación previa.

Ahora hay otro problema: El retorno G_t se define de manera diferente para tareas episódicas y continuas.

- En tareas episódicas, el retorno es una suma finita.
- En tareas continuas es una suma infinita.

Para unificar ambas expresiones, se considera que, cuando el agente llega al estado terminal, este entra a un «estado de absorción» que solo transiciona a sí mismo y genera recompensas de 0.

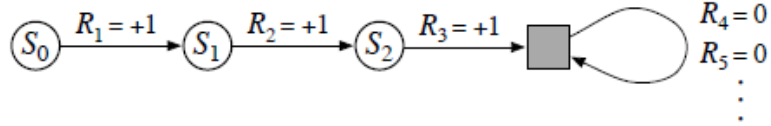


Figura 7: Sumar las recompensas de los primeros 3 estados es lo mismo que sumar la serie infinita, ya que luego se pasa al estado de absorción (Cuadro gris).

Esto incluso puede aplicarse en conjunto con «descuentos». Entonces, obviando la «i» de número de episodio y tomando en cuenta la posibilidad que $\gamma = 1$ si la suma continúa definida, el retorno se define como:

$$G_t \doteq \sum_{k=t+1}^T \gamma^{k-t-1} R_k \quad (20)$$

Donde:

t : Time step actual
 k : Siguiente time step

Policies y Funciones de Valor

Casi todos los algoritmos en aprendizaje reforzado involucran la estimación de una «*función de valor*»: Función que toma los estados (O las parejas estado-acción) y estima «que tan bueno» es para el agente estar en un estado específico según sus posibles estados futuros (O que tan bueno es realizar una acción específica en un estado dado).

La medida de «que tan bueno» viene de la cantidad de recompensas futuras que puede llegar a esperar el agente (O el retorno esperado G_t). Las recompensas dependen de dos factores: Las acciones que tomará el agente y el estado en el que se encuentra.

La función que establece la forma de actuar del agente, se llama «*policy*». En otras palabras, una policy consiste de la forma en la que un agente selecciona una acción. Existen dos tipos:

- Determinística: Mapea o asigna una acción a cada estado. El agente puede seleccionar la misma acción en dos estados diferentes. También se pueden obviar acciones completamente.
- Estocástica:

[[NO OLVIDAR CONCLUIR LA SECCIÓN]]

Swarm Robotics Toolbox: Herramienta de Simulación para Realización de Pruebas de Algoritmos de Enjambre en Matlab

Una de las primeras tareas que se realizó como parte de esta tesis, fue comprender y unir el contenido de las tesis de Aldo Nadalini y Juan Pablo Cahueque para su utilización conjunta. Conforme se comenzaron a agregar más y más funcionalidades a este script, se observó el potencial del mismo como un set de herramientas de simulación para diferentes aplicaciones de robótica de enjambre. De aquí nace la *Swarm Robotics Toolbox*¹

El SR Toolbox consiste de un conjunto de funciones internas y externas que interactúan de manera conjunta a través de un script principal denominado `SR_Toolbox.mlx`. Todas las funciones que componen el Toolbox están diseñadas para agilizar el proceso de debugging, realización de pruebas, validación de resultados, etc. Por lo mismo, este no cuenta con una interfaz o GUI asociada, ya que su inclusión solo alargaría el proceso de integración de nuevas características.

Casi todas las líneas de código en el script principal y funciones asociadas están comentadas, pero a continuación se presenta una explicación de alto nivel de todas las funcionalidades incluidas.

7.1. Livescripts

La extensión `.mlx` del script principal corresponde a un *livescript*. Si alguna vez se ha programado *python* a través de un *Jupyter Notebook*, el usuario estará familiarizado con la

¹Inicialmente se le había nombrado *PSO Toolbox*, pero debido a que posteriormente se le agregaron funcionalidades que no hacían uso del algoritmo de PSO, esta fue renombrada para evitar confusiones sobre sus capacidades.

idea de un *livescript*. Un livescript permite el uso de código, imágenes, texto, ecuaciones, índices, secciones y otras características útiles dentro del mismo archivo.

A pesar de todo esto, una desventaja de los livescripts, es que estos iniciaron como una herramienta muy mal optimizada para Matlab, por lo que no se recomendaba su uso como un sustituto para un script tradicional. Estos pueden ser abiertos desde Matlab 2014a², pero mientras más antigua sea la versión, menor será el rendimiento observado en el script. En versiones más recientes (2020a), el rendimiento es casi idéntico al de un script tradicional.

La razón de emplear este formato para la SR Toolbox (En lugar de un archivo `.m` tradicional), es que los scripts de este tipo permiten realizar explicaciones mucho más claras sobre las ecuaciones, y planteamientos empleados en la Toolbox. La idea es tratar de contener la información dentro del mismo script, para así evitar tener que acudir a una fuente externa para comprender las formulaciones empleadas.

7.2. Matlab y Hardware

El SR Toolbox se probó en Matlab 2018b y 2020a. En ambas versiones funciona correctamente, pero como es de esperar, en la versión más reciente el rendimiento es mejor. El rendimiento (Específicamente la animación del movimiento de los robots) también es altamente dependiente del hardware empleado. La SR Toolbox se probó en una computadora con un CPU Intel i7-4790k de 4.4 GHz, 16 GBs de RAM DDR3 y una tarjeta gráfica NVIDIA GTX 780.

7.3. Setup Path y Limpieza de Workspace

Al apenas abrir el script, se encontrará con el índice y su primera sección: *Setup de Path*. Es necesario ejecutar esta sección para que el Toolbox se ubique en el directorio correcto (En caso el repositorio haya sido instalado en una nueva ruta, únicamente hace falta cambiar la ruta establecida por el script), incluya las carpetas de las diferentes funciones que utiliza y valide la calidad del archivo JSON que utiliza para sus features de *autocomplete*³.

Luego se llega a la segunda sección: *Limpieza de Workspace*. Como lo menciona su nombre, esta sección se encarga de limpiar todas las variables del Workspace en caso existieran variables pre-existentes propias de otros scripts o de ejecuciones previas del Toolbox. Además de esto, también se limpian las variables persistentes empleadas dentro de diferentes funciones del Toolbox.

En Matlab, los valores de las variables dentro de una función desaparecen luego de que la misma finaliza su ejecución. Para poder mantener el valor de una variable entre diferentes

²Livescripts que incluyen elementos embebidos pueden ser abiertos a partir de Matlab 2016a. Si se abren con las versiones 2014 y 2015, Matlab ignorará todo excepto el código.

³Cuando el usuario utiliza una función en un livescript, Matlab le ofrece sugerencias sobre los diferentes parámetros que puede cambiar y las opciones disponibles. Estas sugerencias se pueden escribir manualmente para funciones realizadas por el usuario y es la razón de la inclusión de un archivo JSON. El nombre del archivo JSON no se puede cambiar.

llamadas a la función, se declara a la variable como **persistent**. La desventaja de declarar variables de este tipo, es que su valor se restablece hasta que el usuario reinicia Matlab. Para limpiar estas variables de forma programática, el usuario debe escribir **clear** seguido del nombre de la función que contiene variables persistentes.

7.4. Parámetros Generales

Si se continúa, se alcanza la sección: *Parámetros y Settings*. Esta sección permite controlar una gran variedad de elementos propios de la simulación. Desde parámetros dimensionales y visuales, hasta el generador de números aleatorios a emplear por el programa. A continuación se presenta una breve explicación de cada uno de los parámetros que pueden llegar a ser cambiados:

7.4.1. Método

- **Método:** Tipo de método que se simulará. Se incluye un *dropdown menu* que permite elegir una de las opciones disponibles. El usuario puede elegir tres tipos de método: Métodos dependientes de PSO, métodos basados en el seguimiento de una trayectoria y métodos mixtos (Mezcla PSO y seguimiento de trayectorias). En el caso de los métodos PSO, escribir en consola **help CostFunction**, para más información.

7.4.2. Dimensiones de Mesa de Trabajo

- **AnchoMesa:** Ancho de la mesa del Robotat. Unidades en metros.
- **AltoMesa:** Ancho de la mesa del Robotat. Unidades en metros.

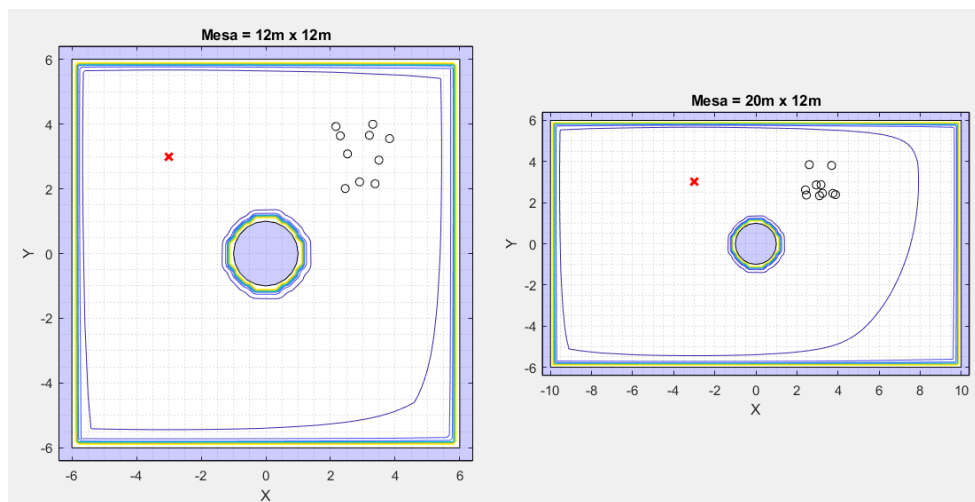


Figura 8: Efectos de alterar el ancho y alto de la mesa de trabajo.

- **Margen:** Ancho del margen uniforme que existirá alrededor de los bordes de la mesa de trabajo. Unidades en metros.

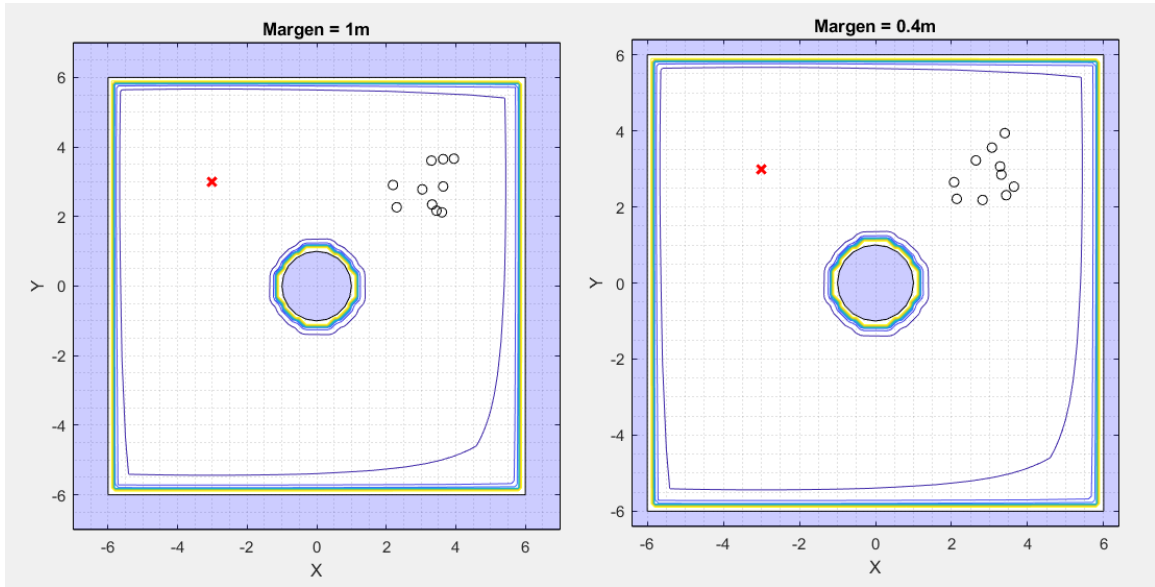


Figura 9: Efectos de alterar el tamaño del margen de la mesa de trabajo.

7.4.3. Settings de Simulación

- **EndTime:** Duración total de la simulación en segundos.
- **dt:** Delta de tiempo, tiempo de muestreo o cantidad de segundos que habrán pasado entre cada una de las iteraciones del *loop* principal del algoritmo.

7.4.4. Settings de Partículas PSO

- **NoParticulas:** Cantidad de partículas a utilizar dentro del algoritmo de PSO. En los métodos dependientes de PSO, el número de partículas tiende a sobre-escribir el número de E-Pucks o robots también.
- **PartPosDims:** El algoritmo de PSO consiste de un algoritmo de optimización por sobre todo. Debido a esto, el algoritmo es capaz de ser utilizado en problemas de casi cualquier dimensionalidad. Este parámetro permite cambiar el número de dimensiones que contiene el vector de posición de cada una de las partículas PSO.
- **CriterioPart:** Criterio de convergencia que utilizará el algoritmo PSO para establecer que debe finalizar. Para más información escribir `help getCriteriosConvergencia`.

7.4.5. Settings de Seguimiento de Trayectorias

- **TrayectoriaCiclica:** En métodos de seguimiento de trayectorias, el robot está activamente siguiendo un conjunto de puntos en orden secuencial. Si se establece que se

desea una trayectoria cíclica, cuando el robot alcance el último punto de su trayectoria, este tomará como siguiente punto a seguir el primer punto en la trayectoria. Si la trayectoria no es cíclica, la trayectoria no cambia al llegar al último punto.

7.4.6. Settings de E-Pucks

- **NoPucks:** Cantidad de robots diferenciales a simular.
- **EnablePucks:** Si únicamente se desea visualizar el movimiento de las partículas en un método dependiente de PSO, se permite que el usuario desactive los robots E-Puck al colocar **EnablePucks = 0**.

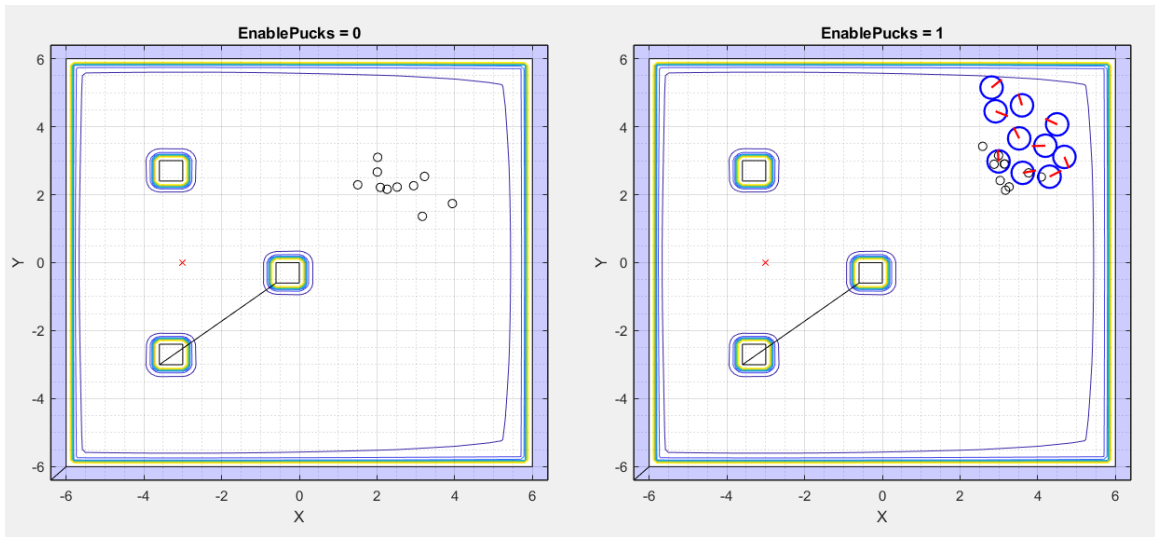


Figura 10: Efectos de alterar el parámetro **EnablePucks**.

- **RadioLlantasPuck:** Radio de las ruedas que emplea el robot diferencial. Unidades en metros.
- **RadioCuerpoPuck:** Distancia del centro del robot a sus ruedas. Unidades en metros
- **RadioDifeomorfismo:** Al momento de derivar la cinemática directa asociada con un robot diferencial, se hace evidente que el modelo derivado es altamente no lineal [1]. Para poder aplicar control a dicho robot, entonces se supone que no se controlará la posición y velocidad del centro del robot como tal, sino de un punto delante de él (Comúnmente, ubicado en los extremos de su radio en caso se trate de un robot circular). La distancia que existe entre el centro del robot y este punto a controlar se le denomina radio de difeomorfismo. Unidades en metros.
- **PuckVelMax:** Velocidad angular máxima que pueden alcanzar las ruedas del robot. Unidades en rad/s.
- **ControladorPucks:** Tipo de controlador a utilizar para el movimiento punto a punto de los E-Pucks. Existen 5 opciones: LQR, LQI, Lyapunov, Pose Simple y Closed-Loop

Steering. Entre estos, los dos mejores se consideran el LQI y LQR, con el peor siendo el de Closed-Loop Steering. Este último funciona, pero presenta dificultades que incluso se manifestaron y no pudieron ser resueltas dentro de la tesis de [1].

- **CriterioPuck:** Similar al parámetro de **CriterioPart**. Determina el criterio de convergencia que utilizará el *main loop* para determinar el momento en el que debe finalizar su ejecución.

7.4.7. Modo de Visualización de Animación

- **ModoVisualización:** 2D, 3D o None. El modo 3D se recomienda para observar más fácilmente la forma de la función de costo en métodos dependientes de PSO. El 2D es más útil para observar el movimiento de las partículas y/o robots.

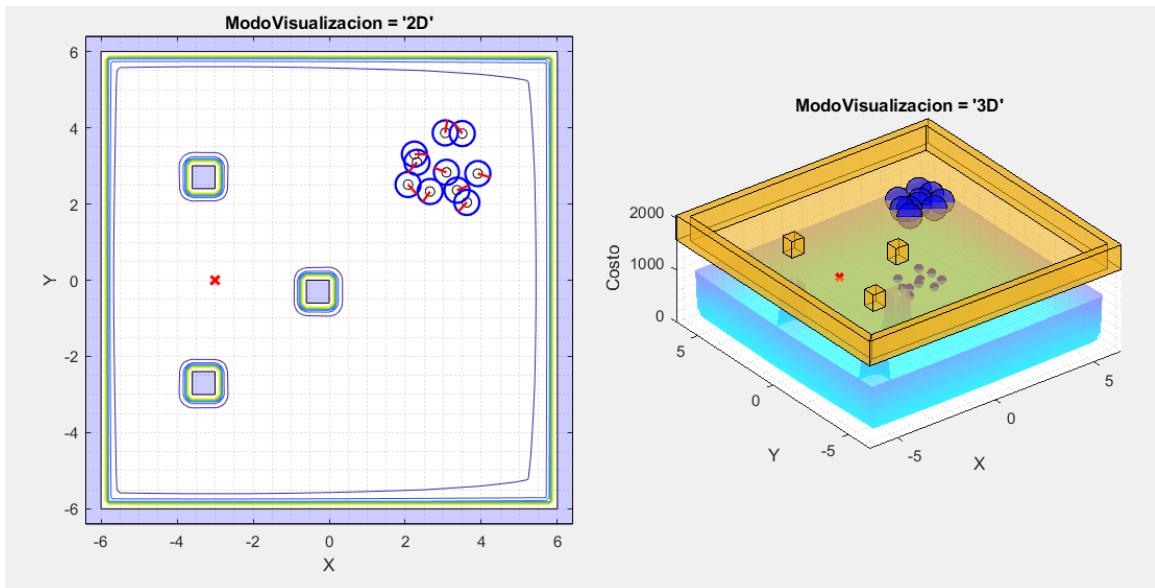


Figura 11: Efectos de alterar el parámetro **ModoVisualizacion**.

- **EnableRotacionCamara:** Parámetro binario únicamente válido para el modo de visualización 3D. Cuando Matlab grafica en 3D, este elige un ángulo óptimo para posicionar la *cámara* que enfoca el plot. Al habilitar esta opción, Matlab gira la cámara alrededor del plot a una velocidad constante.
- **VelocidadRotacion:** Velocidad o cantidad de grados que se mueve la cámara alrededor del plot por iteración del *main loop*. Mientras más bajo el valor absoluto de esta cantidad más lenta será la rotación. Por defecto, la cámara rota a favor de las manecillas del reloj. Si se desea que rote en contra de las manecillas, la velocidad debe consistir de un valor negativo.

7.4.8. Guardado para Animación

- **SaveFrames**: Parámetro binario. Si está habilitado, permite guardar la animación actual como una secuencia de imágenes independientes tipo PNG. Todas las imágenes son colocadas dentro del folder *Output Media\Frames\Nombre de simulación actual*. Útil para crear GIFS dentro de Latex utilizando el paquete *animate*.
- **FrameSkip**: La funcionalidad de **Save Frames** guarda una gran cantidad de imágenes por simulación. Para aliviar un poco la cantidad de imágenes guardadas, se puede elegir cuantas iteraciones deben pasar desde la última frame capturada, para capturar el siguiente frame. Valor recomendado: 3 frames.
- **SaveVideo**: Parámetro binario. Si está habilitado, permite guardar la animación actual como un video de 30 FPS en formato *.mp4*. El video resultante es colocado dentro del folder *Output Media\Video*.
- **SaveGIF**: Parámetro binario. Permite guardar la animación actual como una imagen animada tipo GIF. El GIF resultante es colocado dentro del folder *Output Media\GIFs*.

7.4.9. Seed Settings

En programación, una seed consiste de un número utilizado para inicializar un generador pseudo-aleatorio de números. En el caso de Matlab, la seed es el valor que utiliza Matlab para generar los números aleatorios al momento de llamar funciones como `randn()` o `randi()`. Si al inicio del programa se le provee una seed fija a Matlab, entonces cada vez que se llame a una función que genere valores aleatorios, se generarán los mismos resultados. En otras palabras, el usuario estará asegurando la replicabilidad de sus resultados. Si no se elige una seed explícitamente, Matlab utiliza una variedad de parámetros para generar una seed aleatoria. A continuación se listan algunos parámetros relacionados con la seed a utilizar:

- **SeedManual**: Parámetro binario. Si está habilitado, el usuario sobrescribe la seed seleccionada automáticamente por Matlab.
- **Seed**: Valor para la seed a utilizar en caso el usuario decida sobrescribir la seed utilizada por defecto por Matlab. Si **SeedManual** está deshabilitado, entonces **Seed** guarda el valor de la seed aleatoria elegida por Matlab.

7.5. Reglas de Método a Usar

Como se mencionó previamente, en el Toolbox, los robots pueden recorrer la mesa de trabajo utilizando 3 tipos de metodologías:

- **Seguimiento de Trayectoria**: Un algoritmo toma la forma del ambiente a recorrer y luego genera una trayectoria desde el punto de partida hasta la meta. Un controlador

de seguimiento de puntos luego se encarga de controlar el robot móvil hasta que llegue a la meta.

- Exploración con PSO: Los robots son liberados en el ambiente a explorar y estos lo recorren hasta finalmente alcanzar la meta. No se requiere conocimiento previo sobre el ambiente. Hace uso de PSO.
- Exploración Dinámica: Muy similar al PSO, pero obviamente sin la utilización de dicho algoritmo. No se requiere de conocimiento previo sobre el ambiente.

Cada método cuenta con sus particularidades y reglas, entonces en esta sección, el código revisa las listas de métodos disponibles y luego procede a aplicar las diferentes condiciones y reglas propias a cada caso. Por ejemplo, si el método utilizado es dependiente de PSO, se toma nota del tipo de método actual⁴, activa la bandera `isPSO` y luego se establece si el método consiste de una función de costo *Benchmark* por medio de la bandera `isBenchmark`.

En caso el usuario desee agregar nuevos métodos, todas las decisiones de alto nivel sobre su ejecución deben de colocarse en esta sección. En particular, es muy importante que el usuario agregue el nombre de su método a una de las listas de métodos al inicio de esta sección.

7.6. Región de Partida y Meta

La partículas y robots son colocados por primera vez en la mesa de trabajo dentro de una *región de partida*. Su posición dentro de dicha región es aleatoria y uniformemente distribuida. El usuario puede modificar el centro de la región de partida (`Centro_RegionPartida`), así como la dispersión de la región (`Dispersión_RegionPartida`). Con dispersión, se hace referencia a que tan a la derecha/izquierda y arriba/abajo, pueden extenderse las partículas si se toma como origen el centro de la región.

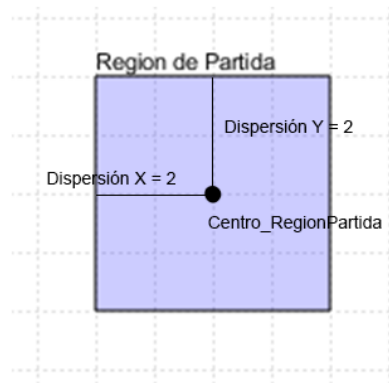


Figura 12: Explicación visual de cómo funciona la dispersión para la región de partida.

⁴Se guarda un string asociado al tipo de método, ya sea *PSO*, *Trayectoria* o *Dinamico*. Si el método es de carácter mixto, entonces se guarda un array que contiene cada uno de los métodos involucrados en su ejecución

Para la meta, el usuario tiene una variedad de opciones. Si el método actual consiste de un método de tipo *Trayectoria*, el usuario puede elegir si desea que las trayectorias sean *Multi-meta* o de meta única. Si se elige *Multi-meta*, cada E-Puck sigue una trayectoria diferente y va cambiando a su siguiente meta según vaya alcanzando su meta actual. En este caso, el array que contiene las trayectorias consiste de un array tridimensional, donde cada fila corresponde a las coordenadas (X,Y) de la meta de un E-Puck (Deben existir tantas filas como E-Pucks, ya que debe existir una meta para cada E-Puck) y cada *capa* a lo largo de la tercera dimensión, consiste del siguiente punto a seguir en la trayectoria.

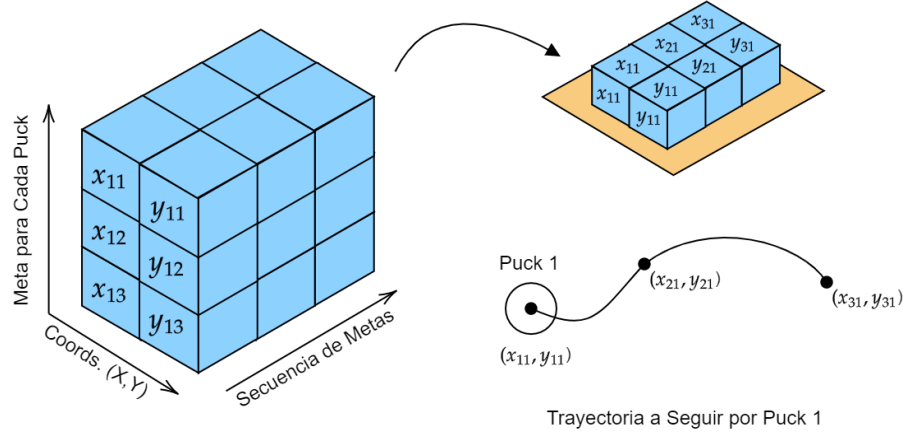


Figura 13: Estructura del vector de trayectorias para el caso *Multi-meta*

Si se elige una meta única, todos los E-Pucks siguen a un mismo punto y una vez su distancia promedio alcanza un cierto threshold, la meta cambia al siguiente punto en la trayectoria. En este caso el array que contiene las trayectorias consiste de un array bidimensional, con cada fila representando una nueva meta en la secuencia.

Ahora bien, si el método seleccionado consiste de una función de costo de tipo *Benchmark*, se ignoran las metas declaradas explícitamente por el usuario y el script realiza un sweep sobre toda la superficie de costo, revisando cuales son los puntos de menor costo. Estos puntos de costo mínimo (Los mínimos de la función) se toman como las metas de la simulación. Los agentes pueden elegir libremente a cual meta dirigirse.

7.7. Obstáculos en Mesa de Trabajo

Para probar las capacidades de navegación de los robots, el Toolbox posee múltiples herramientas para diseñar y posicionar obstáculos en la mesa de trabajo. A continuación se presentan las diferentes opciones disponibles.

7.7.1. Polígono

El usuario puede dibujar un polígono que desee posicionar en la mesa de trabajo. La interfaz en la que se dibuja el obstáculo también incluye la región de partida y el/los puntos meta para que el usuario evite colocar el obstáculo sobre estos (Aunque aún puede hacerlo). Para cerrar el polígono y finalizar la creación del obstáculo, se puede dar doble click en cualquier parte del plot o se puede hacer click sobre el primer vértice colocado.

Con esta herramienta únicamente se puede crear un único obstáculo para la mesa de trabajo⁵ (No importando su complejidad). Debido a esto, el usuario debe ser cuidadoso al momento de crear el polígono. Si se desean crear múltiples polígonos o figuras personalizadas en pantalla, se recomienda utilizar la herramienta de *Imagen*.

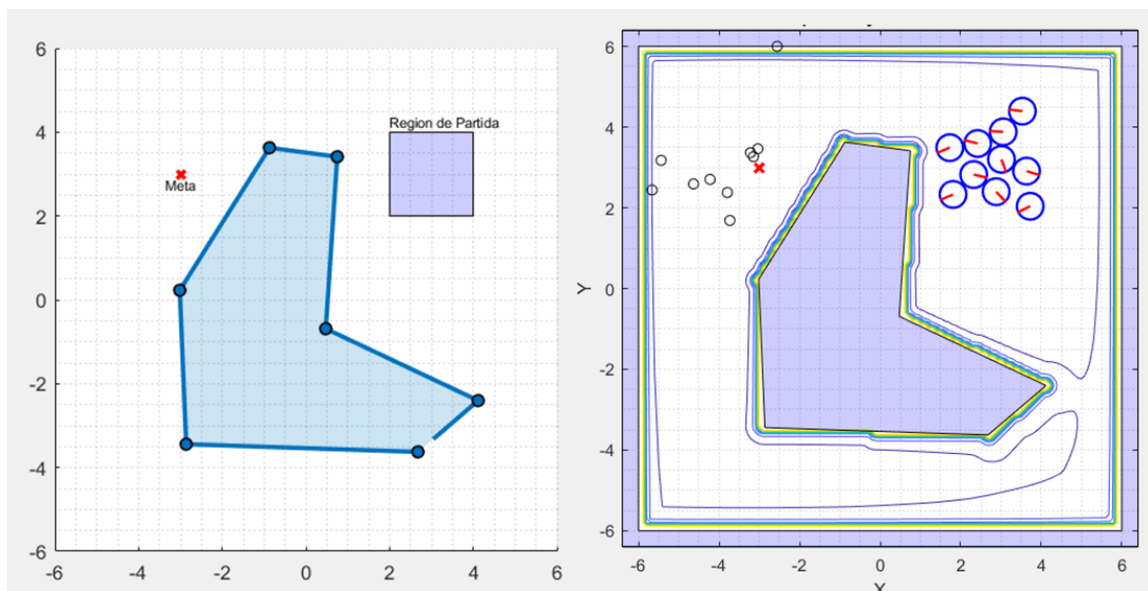


Figura 14: Creación de obstáculo poligonal.

7.7.2. Cilindro

Cilindro: Coloca un cilindro en el centro de la mesa de trabajo. El radio puede cambiarse manualmente alterando el parámetro `RadioObstaculo`. La altura del obstáculo en su vista 3D puede ser alterada usando el parámetro `AlturaObstaculo`.

7.7.3. Imagen

El usuario puede tomar una imagen en blanco y negro de un mapa (Con los obstáculos en negro y el espacio vacío en blanco), colocarla en el directorio base del script principal (O

⁵Se intentó implementar una funcionalidad que permitiera crear múltiples polígonos. La idea era que el usuario presionara un botón y se rehabilitara la opción para dibujar un polígono. Desafortunadamente, el manejo de elementos GUI dentro de un script tradicional es relativamente complicada, por lo que se optó por abandonar la idea.

dentro de la carpeta *Mapas\Imágenes*) y luego procesarla para convertirla en un obstáculo utilizable dentro del Toolbox.

Para su funcionamiento, esta herramienta hace uso de la función **ImportarMapa.m**. Dicha función toma como entrada una imagen y a través de una variedad de operaciones, extrae los vértices de los obstáculos presentes en la imagen. Estos pueden ser luego utilizados en el script principal para graficar los obstáculos y calcular otros aspectos adicionales como la función de costo asociada al mapa (En el caso del método **APF** o **Jabandzic**).

Dado que este proceso puede llegar a ser altamente intensivo para el sistema dependiendo de la complejidad del obstáculo, la función cuenta con medidas adicionales para poder revisar si ya existen datos previamente procesados sobre la imagen proporcionada por el usuario. Si ya existen vértices asociados con la imagen proporcionada, el usuario puede elegir reutilizar los datos guardados para así evitar la carga computacional asociada. También se incluyen medidas para revisar el nivel de similitud de la imagen suministrada, con el de las imágenes guardadas. Si es lo suficientemente parecido, el programa nuevamente pregunta si el usuario desea reutilizar datos previos.

Si se desea comprender más a profundidad la forma en la que funciona dicha función (O refinar el sinnúmero de parámetros de los que depende la función), se provee una versión alternativa en formato **.mlx** que presenta figuras y métodos alternativos para realizar el mismo proceso de extracción de vértices.

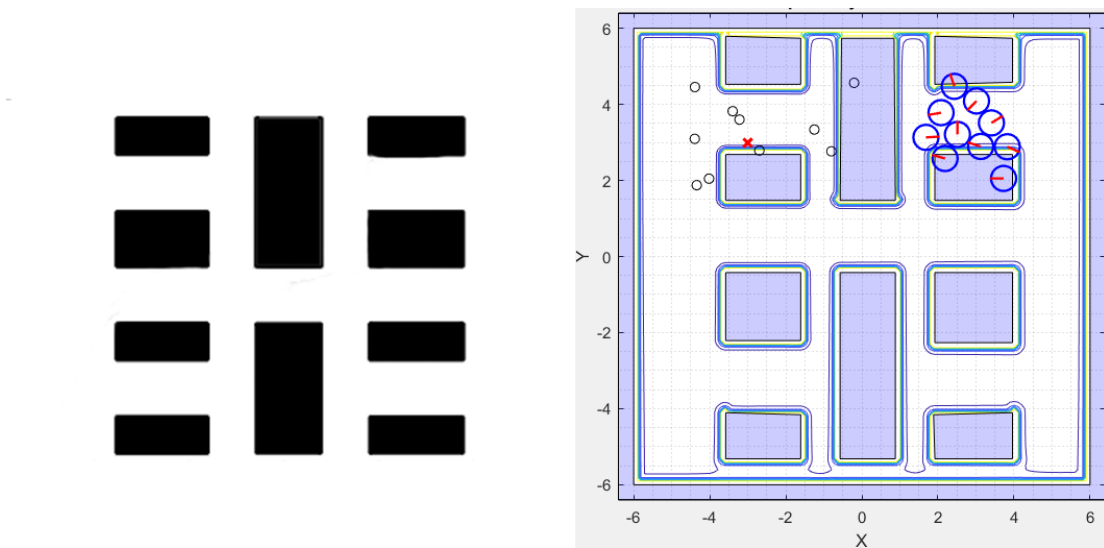


Figura 15: Creación de obstáculos basados en una imagen en blanco y negro.

7.7.4. Caso A

Réplica del escenario A utilizado en la tesis de Juan Pablo Cahueque [2].

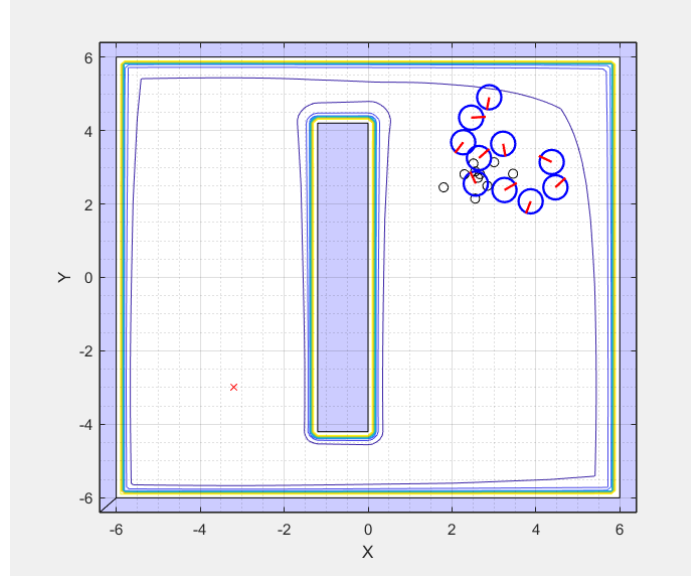


Figura 16: Caso A en tesis de Juan Pablo Cahueque

7.7.5. Caso B

Réplica del escenario B utilizado en la tesis de Juan Pablo Cahueque [2].

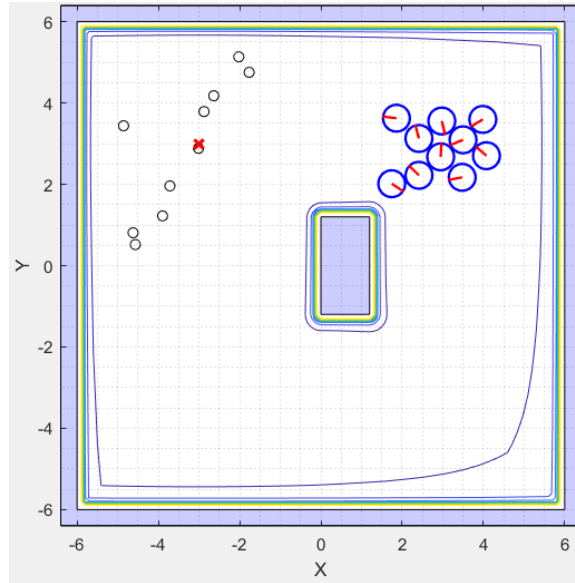


Figura 17: Caso B en tesis de Juan Pablo Cahueque

7.7.6. Caso C

Réplica del escenario C utilizado en la tesis de Juan Pablo Cahueque [2].

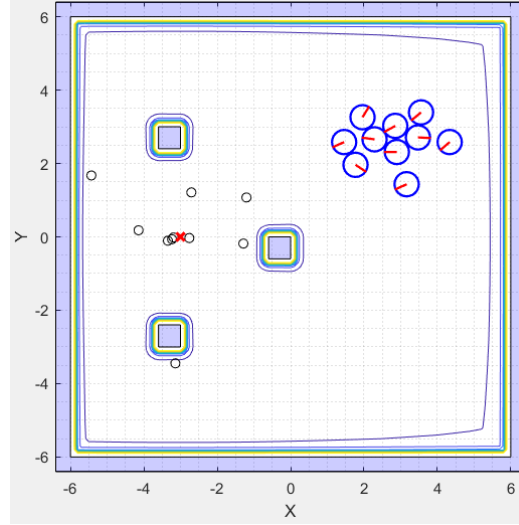


Figura 18: Caso C en tesis de Juan Pablo Cahueque

7.8. Setup - Métodos PSO

Todos los métodos PSO requieren de una inicialización previa para elementos como su función de costo, posición inicial de sus partículas, entre otros.

7.8.1. Posición Inicial de Partículas

Las partículas del algoritmo PSO se distribuyen de manera aleatoria y uniformemente distribuida dentro de la región de partida. A pesar de esto, el usuario puede suministrarle cualquier posición inicial a la clase `PSO.m` y esta lo procesará de manera acorde. En el caso bidimensional tratado en los métodos dependientes de PSO, se asume que las partículas se mueven sobre el plano (X,Y).

7.8.2. Parámetros Ambientales

Según el tipo método elegido, la evaluación de la función de costo asociada puede llegar a requerir de más o menos parámetros. Funciones *Benchmark* no requieren parámetros adicionales, pero métodos como APF (Artificial Potential Fields) o Jabandzic requieren de parámetros propios del ambiente como los vértices de los obstáculos (`XObs` / `YObs`), el tamaño de la mesa de trabajo (`LimsX` / `LimsY`), el punto de meta, la posición actual del E-Puck y la posición actual de cualquier obstáculo dinámico presente en la simulación (Obstáculos móviles).

Para darle mayor flexibilidad al usuario al momento de implementar nuevos métodos, este puede definir la cantidad de parámetros adicionales que le desea pasar a la función de costo a utilizar. Los cambios en el input de la función se pueden tomar en cuenta por medio del *input parser* de la función `CostFunction.m`

7.8.3. Búsqueda Numérica del Mínimo de la Función de Costo

Se extrae una muestra de todas las parejas coordenadas presentes en el espacio de trabajo y se evalúan dentro de la función de costo elegida. Esto genera la superficie de costo correspondiente a la función. En el caso de funciones *Benchmark*, esto se utiliza únicamente para determinar las metas de la función.

Para el método de Artificial Potential Fields (APF), esta evaluación preliminar permite almacenar en memoria la superficie de costo completa, para que en llamadas posteriores a la función `CostFunction.m`, esta únicamente se encargue de extraer los datos de la superficie de costo previamente procesada. En el caso del método de Jabandzic, este debe generar de manera dinámica su superficie de costo, por lo que luego de este barrido, se ignoran los valores adquiridos por diferentes variables persistentes internas. Para ambos casos (APF y Jabandzic), las metas declaradas en la sección de *Región de Partida y Meta* permanecen inalteradas.

7.8.4. Inicialización de PSO

Una vez calculada la superficie de costo, e inicializadas las posiciones de las partículas, se crea un objeto de la clase *PSO*. Este objeto corresponde a una simulación del algoritmo, por lo que al crearlo por primera vez, la clase realiza los ajustes respectivos de forma interna. Para más información sobre las propiedades y métodos de esta clase escribir en consola `help PSO`. Un aspecto importante a tomar en cuenta es que, previo a llamar al método `PSO.RunStandardPSO()`, el usuario debe primero configurar las restricciones a utilizar. De aquí la sección siguiente.

7.8.5. Coeficientes de Constricción / Coeficientes de Inercia

De acuerdo con Poli, Kennedy y Blackwell [18] en su artículo: «Particle Swarm Optimization - Swarm Intelligence», la regla de actualización de posición y velocidad del algoritmo de PSO original tenía la siguiente forma

$$\begin{aligned} v(t+1) &= v(t) + \vec{U}(0, \phi_1) \otimes (\overrightarrow{p_{\text{local}}} - \vec{x}_i) + \vec{U}(0, \phi_2) \otimes (\overrightarrow{p_{\text{global}}} - \vec{x}_i) \\ x(t+1) &= x(t) + v(t+1) \end{aligned} \quad (21)$$

Donde:

- $\vec{U}(0, \phi_1)$: Número uniformemente distribuido entre 0 y ϕ_1
- \otimes : Element-wise product (En matlab se hace poniendo `.*`)

Este presentaba ciertos problemas de inestabilidad, en particular porque el término de la velocidad actual ($v(t)$) tendía a crecer desmesuradamente. Para limitarlo, la primera solución propuesta por Kennedy y Eberhart (1995) fue truncar los posibles valores que podía llegar a tener la velocidad de una partícula a un valor entre (-Vmax, Vmax). Esto producía mejores resultados, pero la selección de Vmax requería de una gran cantidad de pruebas para poder obtener un valor óptimo para la aplicación dada. Poco después Shi y

Eberhart (1998) propusieron una modificación a la regla de actualización de la velocidad de las partículas: La adición de un coeficiente ω multiplicando a la velocidad actual.

$$v(t+1) = \omega v(t) + \vec{U}(0, \phi_1) \otimes (\overrightarrow{p_{\text{local}}} - \vec{x}_i) + \vec{U}(0, \phi_2) \otimes (\overrightarrow{p_{\text{global}}} - \vec{x}_i) \quad (22)$$

A este término se le denominó coeficiente de inercia, ya que si se hace un análogo entre la regla de actualización y un sistema de fuerzas, el coeficiente representa la aparente «fluidez» del medio en el que las partículas se mueven. La idea de esta modificación era iniciar el algoritmo con una fluidez alta ($\omega = 0.9$) para favorecer la exploración y reducir su valor hasta alcanzar una fluidez baja ($\omega = 0.4$) que favorezca la agrupación y convergencia. Existen múltiples métodos para seleccionar y actualizar ω . Finalmente, el método más reciente para limitar la velocidad consiste de aquel propuesto por Clerc y Kennedy (2001). En este, se modeló al algoritmo como un sistema dinámico y se obtuvieron sus eigenvalores. Se pudo llegar a concluir que, mientras dichos eigenvalores cumplieran con ciertas relaciones, el sistema de partículas siempre convergería. Una de las relaciones más fáciles y computacionalmente eficientes de implementar consiste de la siguiente modificación al PSO:

$$\begin{aligned} v(t+1) &= \chi \left(v(t) + \vec{U}(0, \phi_1) \otimes (\overrightarrow{p_{\text{local}}} - \vec{x}_i) + \vec{U}(0, \phi_2) \otimes \left(\frac{\partial}{p_{\text{global}}} - \vec{x}_i \right) \right) \\ \chi &= \frac{2\kappa}{\phi - 2 + \sqrt{\phi^2 - 4\phi}} \\ \phi &= \phi_1 + \phi_2 > 4 \end{aligned} \quad (23)$$

Al implementar esta restricción (Generalmente utilizando $\phi_1 = \phi_2 = 2,05$), se asegura la convergencia en el sistema, por lo que teóricamente ya no es necesario truncar la velocidad. Un aspecto importante a mencionar es que comúnmente se tiende a distribuir la constante en toda la expresión de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} v(t+1) &= \chi v(t) + \chi \vec{U}(0, \phi_1) \otimes (\overrightarrow{p_{\text{local}}} - \vec{x}_i) + \chi \vec{U}(0, \phi_2) \otimes (\overrightarrow{p_{\text{global}}} - \vec{x}_i) \\ v(t+1) &= \chi v(t) + C_1 \otimes (\overrightarrow{p_{\text{local}}} - \vec{x}_i) + C_2 \otimes \left(\frac{\overrightarrow{}}{p_{\text{global}}} - \vec{x}_i \right) \end{aligned} \quad (24)$$

Aquí se puede llegar a ver más claramente como χ consiste del nuevo valor para el coeficiente de inercia, por lo que la adición de una constante ω sería redundante o incluso detrimental para el algoritmo (Ya que introduce efectos imprevistos en la estabilidad del sistema). No obstante, la inclusión de un tipo de inercia específico ha probado retornar convergencia más rápidas y mayor dispersión inicial [1]. Debido a esto, en el toolbox se ofrecen tres opciones de restricción:

- Inercia: Si se desea abandonar el esquema que asegura la convergencia propuesto por Clerc [15], el usuario puede obviar la ecuación y utilizar el valor de , o inercia, que desee. Se ofrecen 5 tipos diferentes de inercia. Para más información escribir en consola: `help ComputeInertia`
- Inercia: Si se desea abandonar el esquema que asegura la convergencia propuesto por Clerc [15], el usuario puede obviar la ecuación y utilizar el valor de , o inercia, que

desea. Se ofrecen 5 tipos diferentes de inercia. Para más información escribir en consola:
`help ComputeInertia`

$$\begin{aligned} \omega &= \chi & \chi &= \frac{2\kappa}{|2 - \phi - \sqrt{\phi^2 - 4\phi}|} \\ C_1 &= \chi\phi_1 & \phi &= \phi_1 + \phi_2 \\ C_2 &= \chi\phi_2 \end{aligned} \tag{25}$$

- Mixto: Uso simultáneo de un tipo de inercia (Por defecto exponencialmente decreciente), en conjunto con los parámetros de constricción propuestos por Clerc. Utilizado por Aldo en su tesis.

7.9. Setup - Gráficas

Las figuras en la Toolbox, son todas manejadas por medio de **handlers**. Esto implica que todas las gráficas se generan por primera vez previo a iniciar la ejecución del algoritmo y una vez se ingresa al *main loop*, únicamente se actualizan las propiedades asociadas a cada una de las gráficas. Esto permite la inclusión de un mayor número de elementos en la animación, sin afectar de manera significativa el rendimiento de las animaciones.

El tamaño de la figura puede configurarse y su posición se ajusta para siempre coincidir con el centro de la pantalla del equipo al ejecutar el script. Esta figura tiene 3 partes: La leyenda, la descripción y la región de simulación.

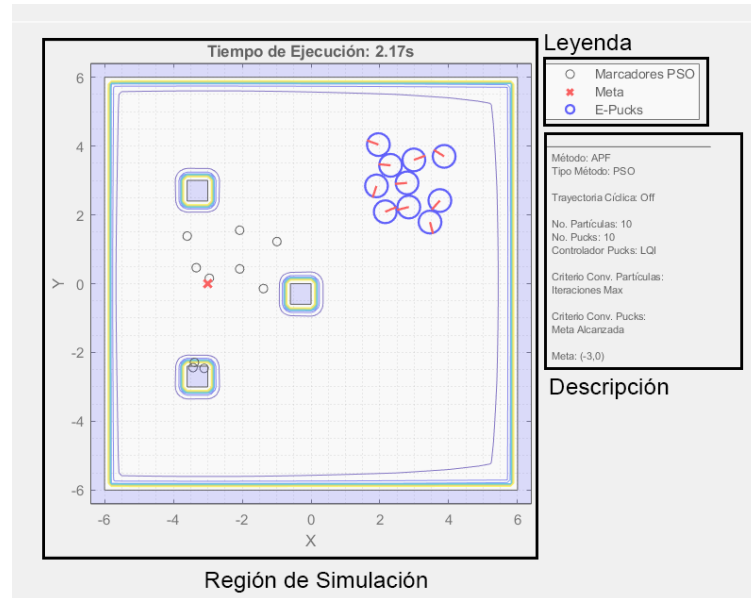


Figura 19: Partes de la figura de simulación

La descripción lista las características actuales de la simulación y debe ser redactada manualmente por el usuario bajo su conveniencia. Por defecto, esta incluye información

como el método utilizado, el tipo de método, el número de partículas y robots, los criterios de convergencia, entre otros⁶.

La región de simulación, es la parte más importante y es la que despliega la representación gráfica de todo el procesamiento realizado. Aquí se presentan los obstáculos presentes en la mesa (En color azul claro), los robots E-Puck (Círculos azules, en caso se encuentre habilitado el parámetro `EnablePucks`), las funciones de costo asociadas en caso el método sea dependiente de PSO (Graficada como un `surf` en el modo 2D y como un `surf3` para el modo 3D), las partículas, entre otros. Además, el título cambia de manera dinámica para presentar el tiempo en segundos que ha transcurrido desde el inicio de la simulación.

Finalmente, se cuenta con la leyenda. Esta indica que representa cada elemento en la región de simulación y puede ser alterada de forma sencilla por el usuario. Previo a generar todos los plots asociados con la región de simulación, se definen dos arrays vacíos: `LeyendaTexto` y `LeyendaHandles`. En caso el usuario desee que uno de los elementos graficados se incluya en la leyenda, este debe realizar un *append* del handle (`NombrePlot(1)`) de dicho elemento a `LeyendaHandles` y un *append* del nombre que se desea desplegar para dicho elemento en `LeyendaTexto`.

```
% Meta a alcanzar
PlotPuntoMeta = scatter(Meta(:,1), Meta(:,2), 60, 'red', 'x', 'LineWidth', 2);
LeyendaTexto = [LeyendaTexto "Meta"];
LeyendaHandles = [LeyendaHandles PlotPuntoMeta(1)];
```

Figura 20: Ejemplo: Inclusión de la meta en la leyenda de la gráfica

Al finalizar, la leyenda incluirá todos los elementos incluidos. Este sistema se diseñó específicamente con el propósito de brindar mayor modularidad al sistema de leyendas. Además, también se aseguró que la descripción de la gráfica se ajustara para siempre presentarse a cierta distancia por debajo de la leyenda no importando el tamaño de la misma.

7.10. Main Loop

El *main loop* del simulador se separa en diferentes secciones de ejecución secuenciales:

1. En caso el método seleccionado sea dependiente de PSO, se simulan todos los elementos relacionados al algoritmo. Esto incluye actualizar los parámetros ambientales requeridos por las funciones de costo, correr el propio algoritmo como tal (Por medio del método `RunStandardPSO()`), y actualizar la nueva meta para los robots.
2. En caso el método seleccionado haga uso de seguimiento de trayectorias, se toman las posiciones actuales de los Pucks, y se analiza (Según sea el caso) la cercanía de estos hasta la meta. Si están lo suficientemente cerca a su meta respectiva, entonces el programa cambia a una nueva meta y se actualiza la meta actual.

⁶Una función bastante útil para el usuario al momento de redactar esta descripción es `bin2OnOff()`. Esta permite que el usuario incluya variables binarias en su descripción y la función lo traduce en un string correspondiente al estado (1 para `On` y 0 para `Off`).

3. Se actualiza la dinámica de los E-Pucks: Se resuelve cualquier colisión que haya ocurrido en la iteración previa, se obtiene el output de los controladores para cada robot y se actualiza la posición y orientación de los mismos. También se toma nota de las posiciones, velocidades y orientaciones de cada robot y se guarda cada uno en un historial diferente.
4. Se actualizan los handles de todos los elementos gráficos de la simulación (En caso el modo de visualización no sea *None*), así como el título para reflejar el avance de tiempo.
5. Se evalúan los criterios de convergencia correspondientes a los E-Pucks. Se determina si no hay que detener la ejecución y si no se detiene, se guarda la frame actual en el medio de salida actual elegido (Video, GIF o secuencia de imágenes).

En el momento en el que el *main loop* finaliza, el algoritmo grafica las trayectorias seguidas por cada robot o partícula (Se grafican las trayectorias de partículas si **EnablePucks** = 0) y se actualiza la leyenda. También se finaliza la creación de la grabación actual y se ajusta la posición de la descripción para tomar en cuenta cualquier incremento en el tamaño de la leyenda.

7.11. Análisis de Resultados

Al finalizar la simulación, se pueden generar 4 gráficas informativas

7.11.1. Evolución del Global Best

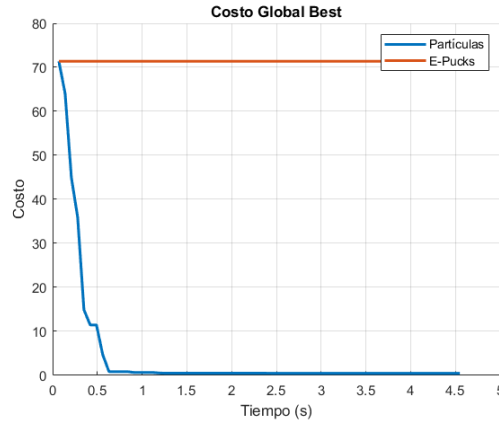


Figura 21: Evolución de la minimización hacia el global best de la función

Utilizada para determinar si las partículas efectivamente minimizan la función de costo que se eligió. Si se conoce cual es el costo mínimo de la función, esta gráfica puede utilizarse para determinar si las partículas alcanzaron el mínimo global o un mínimo local.

7.11.2. Análisis de Dispersión de Partículas

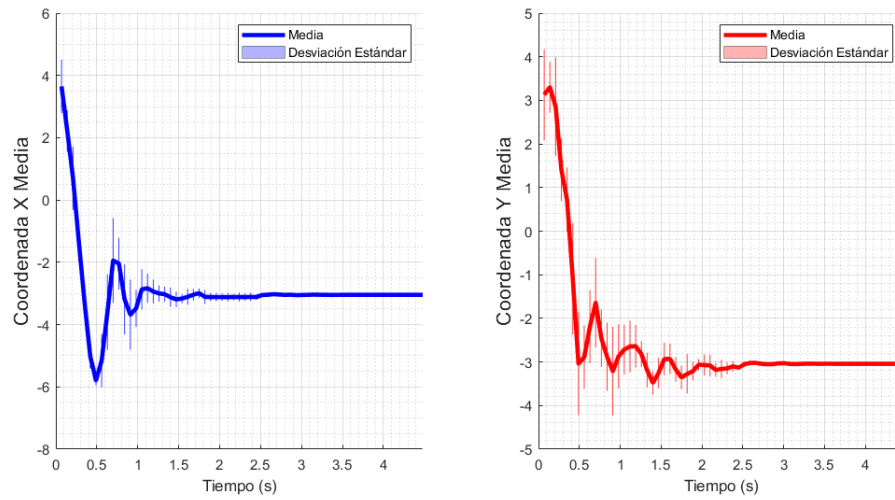


Figura 22: Dispersión de las partículas sobre el eje X y Y.

Dos cualidades importantes de las partículas del PSO es su capacidad de exploración y la precisión de su minimización. Con estas gráficas, la precisión se puede evaluar viendo la línea gruesa coloreada y la exploración utilizando las líneas correspondientes a la desviación estándar. Si las líneas gruesas se estabilizan en las coordenadas de la meta, las partículas son precisas. Si la desviación estándar es muy pronunciada, las partículas exploran minuciosamente el área de trabajo antes de converger. En el caso presentado, por ejemplo, las partículas son precisas y convergen con rapidez, aunque exploran poco.

7.11.3. Velocidad de Motores

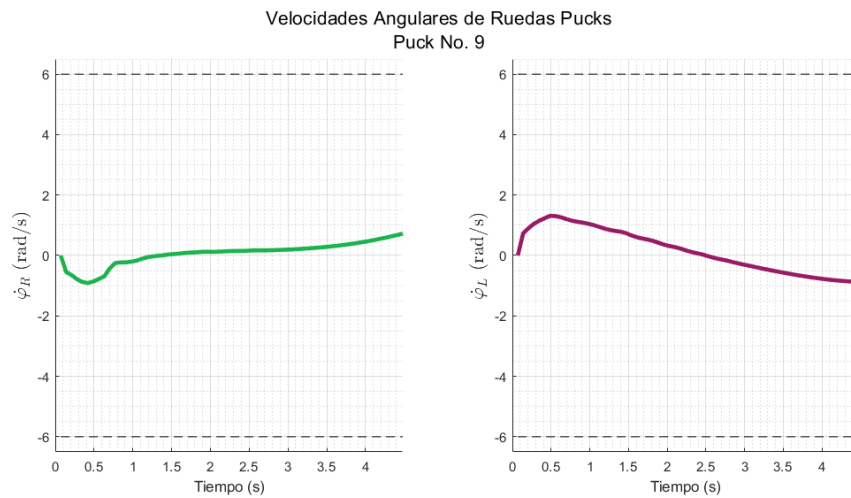


Figura 23: Velocidad angular observada en los motores del puck con los picos más altos de velocidad en dicha corrida

Utilizando la cinemática inversa de un robot diferencial se calculan las velocidades angulares de las ruedas de todos los robots (Ecuación 26). El Toolbox obtiene las velocidades angulares medias de todas las ruedas y determina cual fue el robot con las velocidades más altas. Toma este robot como selección y grafica la evolución de las velocidades angulares de sus dos ruedas. Útil para analizar si los actuadores del robot crítico presentan saturación. Como ayuda se incluyen líneas punteadas, las cuales consisten de los límites de velocidad con los que cuenta el robot (Basado en PuckVelMax).

7.11.4. Suavidad de Velocidades

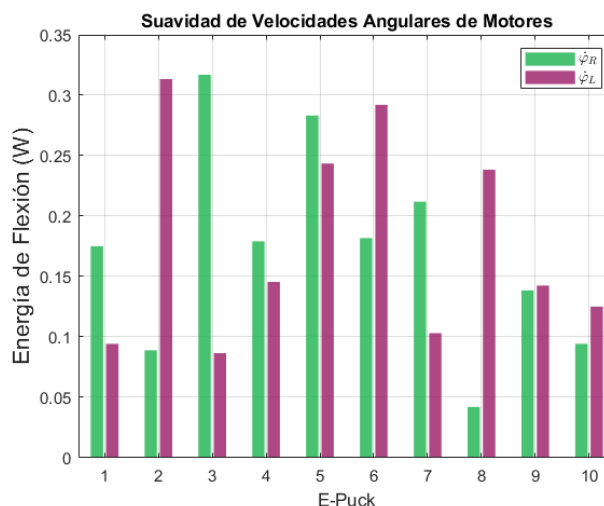


Figura 24: Energía de flexión observada en las velocidades angulares de las ruedas de cada puck.

Basado en el criterio de evaluación empleado por Aldo en su tesis. Se realiza una interpolación de los puntos que conforman la curva de velocidades angulares de las ruedas, y luego se calcula la energía de flexión de la curva. Si la energía de flexión es baja, la suavidad de operación es mucho mayor. Prueba ideal para diagnosticar cuantitativamente la suavidad de operación.

7.12. Colisiones

Un entorno de simulación realista es necesario para obtener resultados útiles al momento de realizar pruebas. Debido a esto, se implementó «Collision Detection» entre los robots. Durante cada iteración, los robots revisan la distancia entre ellos (Para más información escribir en consola: `help getDistsBetweenParticles`) y si esta es menor a 2 radios de E-Puck, los robots se clasifican como «en colisión». Seguido de esto se procede resolver las colisiones, alejando a los robots el uno del otro hasta eventualmente resolver todas las colisiones existentes.

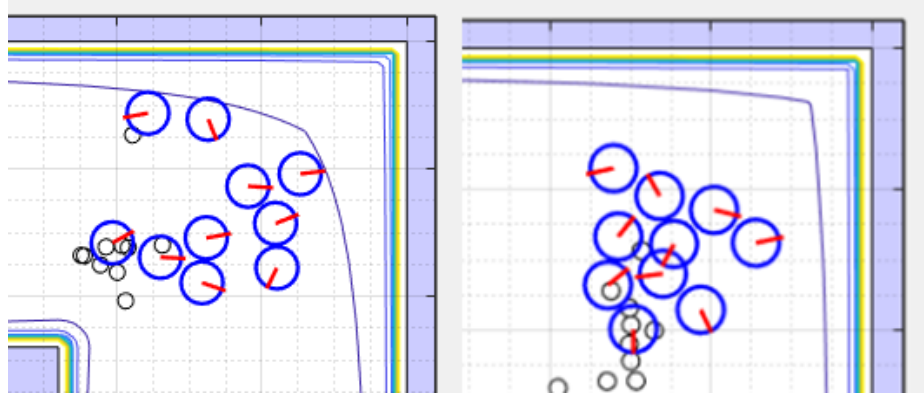


Figura 25: Con solución de colisiones (Izquierda) y sin solución de colisiones (Derecha)

Desgraciadamente, debido a que al alejar un robot del otro se pueden llegar a crear más colisiones, en algunas ocasiones el algoritmo puede no converger en una solución. Por lo tanto, **el algoritmo implementado es inestable y si no se restringe puede llegar a trabar Matlab**. Para controlar esto se le colocó un número máximo de iteraciones en las que puede llegar a producir una solución válida. Con esta «solución», el algoritmo funciona relativamente bien aunque puede producir errores frecuentemente.

Si se desea, el usuario puede acceder a la función `SolveCollisions.m` y cambiar el parámetro `IteracionesMax`. Los errores disminuyen al incrementar el número de iteraciones, pero el tiempo computacional requerido incrementa. En futuras versiones del Toolbox se desea implementar un algoritmo de «Collision Detection» mucho más robusto como «Speculative Collisions» que también incluya elementos como las paredes o los obstáculos como tal.

7.13. Controladores

Una de las formas más simples de movilidad para un robot diferencial consiste en el seguimiento punto a punto. En este, el robot diferencial se acerca a una meta puntual presente en el plano de trabajo y una vez se encuentra lo suficientemente cercano a la misma, el robot simplemente se detiene o busca una nueva meta. Para alcanzar dicha meta puntual, el robot hace uso de una variedad de estrategias de control poder generar la velocidad lineal y angular del robot.

En la simulación de Matlab, estas cantidades pueden ser utilizadas directamente para dictar la posición y orientación de los robots. No obstante, esto es posible debido a que se trata de una abstracción de la realidad. En el caso de un robot real, el usuario comúnmente tiene control sobre las velocidades angulares de cada una de las ruedas del robot. Para obtener estas velocidades a partir de la velocidad lineal y angular del robot, se emplean las siguientes ecuaciones

$$\dot{\phi}_R = \frac{2v + 2\omega l}{2r}, \quad \dot{\phi}_L = \frac{2v - 2\omega l}{2r} \quad (26)$$

En el Toolbox se ofrecen 5 controladores diferentes, cada uno basado en una estrategia de control distinta: LQR, LQI, controlador de pose simple, controlador de pose con criterio de estabilidad de Lyapunov y controlador de direccionamiento por lazo cerrado. Estos fueron basados en los controladores diseñados por [1]. Debido a esto, los mismos se comportan de manera muy similar a los resultados reportados en su tesis. Esto implica que los mejores controladores (En términos de su suavidad en velocidades) son el LQR y el LQI, y el peor (El cuál incluso presentó problemas de implementación) consistió del controlador de direccionamiento por lazo cerrado. Para más información escribir en consola `help getControllerOutput`.

7.14. Criterios de Convergencia

La función `EvalCriteriosConvergencia.m` permite que el usuario genere una señal binaria de parada según el estado actual de la simulación. Específicamente, el usuario puede evaluar uno de tres criterios disponibles:

1. **Meta Alcanzada:** Cierta porcentaje de entidades ha alcanzado la o las metas colocadas. El usuario puede alterar el threshold de cercanía a meta utilizado y el porcentaje de entidades que deben alcanzar su meta respectiva para enviar una señal binaria positiva.
2. **Entidades Detenidas:** Cierta porcentaje de entidades se han quedado «quietas» o se han movido poco desde la última iteración. Se puede modificar el threshold de diferencial de distancia que debe existir entre iteraciones para que la entidad se considere quieta y el porcentaje de entidades que deben estar quietas para finalizar el algoritmo.
3. **Iter Máx Alcanzadas:** Se ha alcanzado el número máximo de iteraciones.

El uso de la palabra *entidades* en lugar de robots o partículas es intencional, y se debe a que esta función permite la evaluación de criterios de convergencia tanto para las partículas del algoritmo PSO, como para los robots móviles que se desplazan en el espacio de trabajo. La única diferencia radica en las posiciones suministradas a la función. Si se van a evaluar los criterios de una partícula, se usan las posiciones de una partícula, mientras que si se van a evaluar los criterios de un E-Puck, se usan las posiciones los E-Pucks. Para más información sobre entradas, salidas y parámetros de la función escribir en consola `help EvalCriteriosConvergencia`

Como se pudo observar en la sección *Coeficientes de Constricción / Coeficientes de Inercia*, la ecuación de actualización de velocidad del algoritmo PSO depende de 3 parámetros: ϕ_1 , ϕ_2 y ω . Estos consisten de hiper-parámetros que pueden ser elegidos libremente por el usuario y según su elección, generan variaciones en la dispersión, tiempo de convergencia y exactitud de las partículas. De aquí que existan tantas propuestas diferentes para la selección de estos parámetros.

Entre las propuestas más populares y que ahora se consideran parte del algoritmo canónico PSO, son los coeficientes de constricción propuestos por [16] (los cuales aseguran que el algoritmo convergerá siempre y cuando $\phi_1 + \phi_2 > 4$) y las diferentes variedades de coeficientes de inercia que existen [19]. A pesar que en cada una de estas metodologías se proponen formas para generar el valor de estos parámetros, la selección de algunos criterios aún dependen del usuario.

¿Qué pasaría si se contara con una herramienta capaz de elegir el valor de estos parámetros de manera automática? De aquí provino la idea del *Deep PSO Tuner*, una herramienta basada en el uso de redes neuronales que ofrece dos opciones: Selección autónoma y dinámica de los parámetros a emplear por el algoritmo PSO; y el ajuste directo de elementos como el grado de dispersión, tiempo de convergencia y precisión¹. A continuación se detalla su proceso de diseño.

¹En lugar de ajustar el valor de las constantes previamente descritas, las cuales pueden llegar a perder significado cuando se intentan ajustar parámetros de alto nivel como el grado de dispersión o el tiempo de convergencia.

8.1. Diseño y Arquitectura

En la actualidad, las redes neuronales han crecido en popularidad ya que consisten de excelentes herramientas para generar mapeos altamente no lineales entre espacios de diferentes dimensionalidades. Lo único que se requiere para poder generar estos mapeos son ejemplos de las salidas que se desean generar dadas las entradas proporcionadas a la red². En otras palabras, el usuario debe

²Este no es siempre es el caso. Para esta aplicación se es el caso de aprendizaje supervisado.

Controladores Basados en Redes Neuronales

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Controlador de Hiperparámetros Basado en Reinforcement Learning

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Validación de Resultados

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Exploración: Aplicación de los Controladores Inteligentes en conjunto con otros Algoritmos de Navegación

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

CAPÍTULO 13

Conclusiones

- Implementar un modo manual en el PSO toolbox, el cual permita que el usuario controle como un robot a control remoto a los E-Pucks. Este modo puede ser utilizado luego para realizar «Inverse Reinforcement Learning», donde a partir de un ejemplo dado por los diseñadores, el algoritmo intenta deducir porque ese ejemplo dado consiste de la policy óptima a seguir.
- El objetivo de un agente con Reinforcement Learning es encontrar la policy óptima que genere la mayor recompensa a largo plazo. Existen métodos que permiten encontrar de manera estocástica una policy óptima, dotando a diferentes agentes con diferentes policies y luego utilizando algoritmos genéticos para poder seleccionar entre las mejores policies hasta eventualmente encontrar la óptima.

- [1] A. Nadalini, «Investigación de Parámetros Utilizados en Algoritmos de Optimización de Enjambre», págs. 1-5, 2019.
- [2] J. Cahueque, «Implementación de Enjambre de Robots en Operaciones de Búsqueda y Rescate», Tesis doct., Universidad del Valle de Guatemala, 2019.
- [3] R. S. Sutton y A. G. Barto, *Reinforcement Learning, An Introduction*, Second, F. Bach, ed. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 2018, pág. 400, ISBN: 9780262039246.
- [4] R. Eberhart y J. Kennedy, «New optimizer using particle swarm theory», en *Proceedings of the International Symposium on Micro Machine and Human Science*, 1995, págs. 39-43, ISBN: 0780326768. DOI: 10.1109/mhs.1995.494215.
- [5] F. Mondada, M. Bonani, X. Raemy, J. Pugh, C. Cianci, A. Klapotocz, S. Magnenat, J.-c. Zufferey, D. Floreano y A. Martinoli, «The e-puck, a robot designed for education in engineering», en *Proceedings of the 9th conference on autonomous robot systems and competitions*, vol. 1, 2009, págs. 59-65.
- [6] J. Castillo, «Diseñar e implementar una red de comunicación inalámbrica para la experimentación en robótica de enjambre», Tesis doct., 2019, pág. 54.
- [7] A. Hernández, «Desarrollo e implementación de algoritmo de visión por computador en una mesa de pruebas para la experimentación con micro-robots móviles en robótica de enjambre», Tesis doct., 2019.
- [8] A. Maybell y P. Echeverría, «Algoritmo de sincronización y control de sistemas de robots multi-agente para misiones de búsqueda», Tesis doct., Universidad del Valle de Guatemala, 2019.
- [9] A. Nadalini, «Algoritmo Modificado de Optimización de Enjambre de Partículas (MPSO)», Tesis doct., Universidad del Valle de Guatemala, 2019.
- [10] K. F. Uyanik, «A study on Artificial Potential Fields», vol. 2, n.º 1, págs. 1-6, 2011.
- [11] M. Gromniak y J. Stenzel, «Deep Reinforcement Learning for Mobile Robot Navigation», *2019 4th Asia-Pacific Conference on Intelligent Robot Systems, ACIRS 2019*, págs. 68-73, 2019. DOI: 10.1109/ACIRS.2019.8935944.

- [12] X. Lu, Y. Cao, Z. Zhao e Y. Yan, *Deep Reinforcement Learning Based Collision Avoidance Algorithm for Differential Drive Robot*. Springer International Publishing, 2018, págs. 186-198, ISBN: 9783319975863. DOI: 10.1007/978-3-319-97586-3. dirección: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-97586-3%7B%5C_%7D1.
- [13] M. Hüttenrauch, A. Oic y G. Neumann, «Deep reinforcement learning for swarm systems», *Journal of Machine Learning Research*, vol. 20, págs. 1-31, 2019, ISSN: 15337928. arXiv: 1807.06613.
- [14] C. W. Reynolds, «Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model», *Proceedings of the 14th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH 1987*, vol. 21, n.º July, págs. 25-34, 1987. DOI: 10.1145/37401.37406.
- [15] M. Clerc, «The swarm and the queen: Towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization», en *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation, CEC 1999*, vol. 3, 1999, págs. 1951-1957, ISBN: 0780355369. DOI: 10.1109/CEC.1999.785513.
- [16] M. Clerc y J. Kennedy, «The Particle Swarm — Explosion , Stability , and Convergence in a Multidimensional Complex Space», *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, n.º 1, págs. 58-73, 2002.
- [17] F. Chollet, *Deep Learning With Python*. Manning, 2018, pág. 373, ISBN: 9781617294433.
- [18] J. Kennedy, «Chapter 6 SWARM INTELLIGENCE», en *HANDBOOK OF NATURE-INSPIRED AND INNOVATIVE COMPUTING Integrating Classical Models with Emerging Technologies*, 2006, págs. 187-220, ISBN: 9780387405322.
- [19] J. C. Bansal, P. K. Singh, M. Saraswat, A. Verma, S. S. Jadon y A. Abraham, «Inertia weight strategies in particle swarm optimization», en *Proceedings of the 2011 3rd World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing, NaBIC 2011*, 2011, págs. 633-640, ISBN: 9781457711237. DOI: 10.1109/NaBIC.2011.6089659.

CAPÍTULO 16

Anexos

16.1. Cosos cosos cosos

