Modèles de comptage avec R

Tuto@Mate, 21 mai 2024

Joseph Larmarange

Variable de type comptage

- outcome correspondant à un nombre entier positif
- souvent, nombre d'occurrences d'un évènement
- modèles linéaires et logistiques non adaptés

Modèle de Poisson

Un premier exemple

Descendance atteinte par des femmes à l'âge de $30~{\rm ans}$

- jeu de données fecondite fourni par le package {questionr}
- contient 3 tables : menages, femmes et enfants

Aperçu des données

```
library(tidyverse)
library(labelled)
data("fecondite", package = "questionr")
enfants |> look_for()
```

```
pos variable
                 label
                                             col_type missing values
               Identifiant de l'enfant
   id enfant
                                             dbl
2 id_femme Identifiant de la mère
                                             dbl
  date_naissance Date de naissance
                                             date
   sexe
                 Sexe de l'enfant
                                             db1+1b1
                                                              [1] masculin
                                                              [2] féminin
   survie
                 L'enfant est-il toujours en~ dbl+lbl 0
                                                              [O] non
                                                              [1] oui
                  Age au décès (en mois)
                                             dbl
                                                      1442
   age deces
```

Aperçu des données

```
library(tidyverse)
library(labelled)
data("fecondite", package = "questionr")
enfants |> look for()
 pos variable
                   label
                                               col_type missing values
    id enfant
                Identifiant de l'enfant
                                               dbl
 2 id femme
                Identifiant de la mère
                                               dbl
   date naissance Date de naissance
                                               date
    sexe
                   Sexe de l'enfant
                                               db1+1b1
                                                               [1] masculin
                                                               [2] féminin
    survie
                   L'enfant est-il toujours en~ dbl+lbl 0
                                                               [O] non
                                                               [1] oui
                   Age au décès (en mois)
                                               dbl
                                                       1442
    age deces
```

Les données sont labellisées -> conversion en facteurs avec labelled::unlabelled()

```
femmes <-
femmes |>
unlabelled()
enfants <-
enfants |>
unlabelled()
```

Préparation des données

Calcul de l'âge exact des mères à la naissance avec lubridate::time_length()

```
enfants <-
    enfants |>
left_join(
    femmes |>
        select(id_femme, date_naissance_mere = date_naissance),
    by = "id_femme"
) |>
mutate(
    age_mere = time_length(
    date_naissance_mere %--% date_naissance,
    unit = "years"
)
)
```

Préparation des données

Calcul de l'âge exact des mères à la naissance avec lubridate::time_length()

```
enfants <-
  enfants |>
left_join(
  femmes |>
     select(id_femme, date_naissance_mere = date_naissance),
     by = "id_femme"
) |>
  mutate(
     age_mere = time_length(
          date_naissance_mere %--% date_naissance,
          unit = "years"
)
)
```

Comptons, par femme, le nombre d'enfants nés avant l'âge de 30 ans

```
femmes <-
femmes |>
left_join(
    enfants |>
    filter(age_mere < 30) |>
    group_by(id_femme) |>
    count(name = "enfants_avt_30"),
    by = "id_femme"
) |>
tidyr::replace_na(list(enfants_avt_30 = 0L))
```

Préparation des données (2)

Calcul de l'âge des femmes au moment de l'enquête et recodage du niveau d'éducation

```
femmes <-
femmes |>
mutate(
    age = time_length(
        date_naissance %--% date_entretien,
        unit = "years"
    ),
    educ2 = educ |>
    fct_recode(
        "secondaire/supérieur" = "secondaire",
        "secondaire/supérieur" = "supérieur"
    )
)
```

Préparation des données (2)

Calcul de l'âge des femmes au moment de l'enquête et recodage du niveau d'éducation

```
femmes <-
femmes |>
mutate(
    age = time_length(
        date_naissance %--% date_entretien,
        unit = "years"
),
    educ2 = educ |>
        fct_recode(
        "secondaire/supérieur" = "secondaire",
        "secondaire/supérieur" = "supérieur"
)
)
```

Enfin, nous n'allons garder que les femmes âgées d'au moins 30 ans au moment de l'enquête.

```
femmes30p <-
femmes |>
filter(age >= 30)
```

Calcul du modèle de Poisson

- ▶ fonction stats::glm() en précisant family = poisson
- réduction par minimisation de l'AIC avec stats::step()
- ▶ fonction de lien logarithmique (log) → exponentielle des coefficients s'interprète comme un risque relatif

```
mod1_poisson <- glm(
  enfants avt 30 ~ educ2 + milieu + region,
 family = poisson,
 data = femmes30p
mod1 poisson <- step(mod1 poisson)</pre>
Start: ATC=1013.81
enfants avt 30 ~ educ2 + milieu + region
        Df Deviance
                       ATC
- region 3 686.46 1010.6
<none> 683.62 1013.8
- milieu 1 686.84 1015.0
- educ2 2 691.10 1017.3
Step: AIC=1010.65
enfants avt 30 ~ educ2 + milieu
        Df Deviance
                       ATC
             686.46 1010.6
<none>
- milieu 1 691.30 1013.5
- educ2 2 693.94 1014.1
```

Tableau des coefficients

```
library(gtsummary)
theme_gtsummary_language("fr",
    decimal.mark = ",", big.mark = " "
)
mod1_poisson |>
    tbl_regression(exponentiate = TRUE) |>
    bold_labels()
```

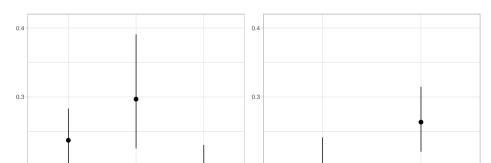
Caractéristique	IRR	95% IC	p-valeur
Niveau d'éducation			
aucun	_	_	
primaire	1,25	0.90 - 1.72	0,2
secondaire/supérieur	0,53	0,27 - 0,96	0,052
Milieu de résidence			
urbain	_	_	
rural	1,42	1,04 - 1,98	0,032

```
library(ggstats)
mod1_poisson |>
  ggcoef_table(exponentiate = TRUE)
```

Interprétation des coefficients

- Le modèle de Poisson modélise le nombre moyen d'évènements.
- ▶ Le RR pour la modalité secondaire/supérieur est de 0,5 : indépendamment des autres variables du modèle, la descendance atteinte moyenne de ces femmes est moitié moindre que celle des femmes de la modalité de référence.
- Vérification visuelle avec un graphique des prédictions marginales moyennes.

```
mod1_poisson |>
broom.helpers::plot_marginal_predictions() |>
patchwork::wrap_plots() &
ggplot2::scale_y_continuous(limits = c(0, .4))
```



Évaluation de la surdispersion

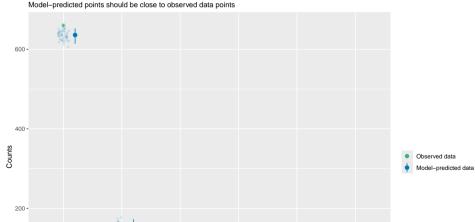
- Le modèle de Poisson suppose que la variance est égale à la moyenne
- Or, la variance est souvent supérieure à la moyenne
- On parle alors de **surdispersion**
- Comparons distribution observée et distribution prédite/théorique du modèle

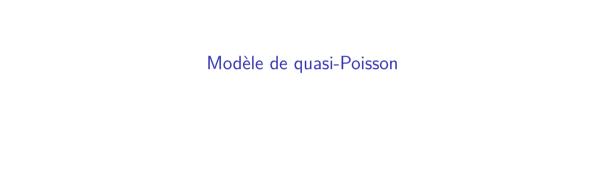
Visualiser / Tester la surdispersion

```
mod1_poisson |>
  performance::check_predictions(type = "discrete_both")
```

Warning: Maximum value of original data is not included in the replicated data. Model may not capture the variation of the data.

Posterior Predictive Check





Modèle de quasi-Poisson

- Similaire au modèle de Poisson
- Fonction de lien logarithmique
- Plus de souplesse : variance modélisée comme une relation linéaire de la moyenne
- S'obtient toujours avec glm() mais en indiquant family = quaispoisson

```
mod1_quasi <- glm(
  enfants_avt_30 - educ2 + milieu,
  family = quasipoisson,
  data = femmes30p
)</pre>
```

- ► AIC non disponible => on ne peut pas utiliser step()
- Coefficients identiques au modèle de Poisson mais intervalles de confiance plus larges

Résultats du modèle de quasi-Poisson

```
mod1_quasi |>
  tbl_regression(exponentiate = TRUE) |>
  bold_labels()
```

Caractéristique	IRR	95% IC	p-valeur		
Niveau d'éducation					
aucun	_	_			
primaire	1,25	0.85 - 1.81	0,2		
secondaire/supérieur	0,53	0,23 - 1,05	0,10		
Milieu de résidence					
urbain	_	_			
rural	1,42	0,99 - 2,10	0,067		

```
list(
   Poisson = mod1_poisson,
   "quasi-Poisson" = mod1_quasi
) |>
   ggcoef_compare(exponentiate = TRUE)
```

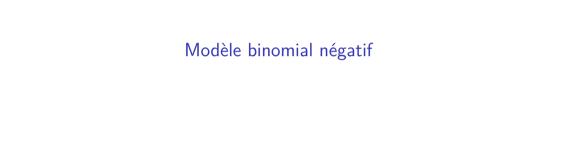
Surdispersion du modèle

```
mod1_quasi |>
performance::check_overdispersion()
```

Overdispersion test

```
dispersion ratio = 1.371
Pearson's Chi-Squared = 1096.575
p-value = < 0.001
```

Le modèle de quasi-Poisson n'a pas suffit à régler le problème de surdispersion dans le cadre de notre exemple.



Modèle binomial négatif

- Fonction de lien logarithmique
- Spécification quadratique de la variance (i.e. selon la moyenne et le carré de la moyenne)
- ► N'est pas disponible via glm()
- Recours à la fonction MASS::glm.nb() (syntaxe similaire)
- ► AIC défini => on peut utiliser step()

```
mod1_nb <- MASS::glm.nb(
  enfants_avt_30 ~ educ2 + milieu + region,
  data = femmes30p
)
mod1_nb <- mod1_nb |> step()
```

```
Start: AIC=979.1
enfants_avt_30 - educ2 + milieu + region

Df Deviance AIC
- region 3 462.89 975.01
<none> 460.98 979.10
- milieu 1 463.29 979.41
- educ2 2 466.11 980.22
```

Step: ATC=975

Résultats du modèle négatif binomial

```
mod1_nb |>
  tbl_regression(exponentiate = TRUE) |>
  bold_labels()
```

Caractéristique	IRR	95% IC	p-valeur		
Niveau d'éducation					
aucun					
primaire	1,23	0.82 - 1.82	0,3		
secondaire/supérieur	0,53	0,25 - 1,03	0,074		
Milieu de résidence					
urbain	_	_			
rural	1,41	0,97 - 2,06	0,076		

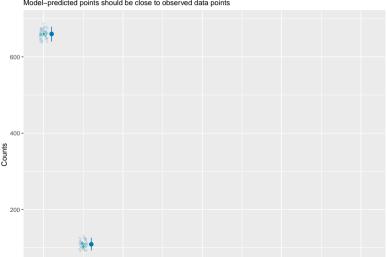
```
list(
  Poisson = mod1_poisson,
  "quasi-Poisson" = mod1_quasi,
  "Binomial négatif" = mod1_nb
) |>
  ggcoef_compare(exponentiate = TRUE)
```

Vérification de la surdispersion

mod1_nb |>
 performance::check_predictions(type = "discrete_both")

Posterior Predictive Check

Model-predicted points should be close to observed data points



Observed data

Model-predicted data

Comparaison de la performance des 2 modèles

```
performance::compare_performance(
  mod1_poisson,
  mod1_nb,
  metrics = "common"
)
```

Comparison of Model Performance Indices



Une alternative à la régression logistique

- ▶ une variable binaire peut-être modélisée avec un modèle de comptage, en considérant que la personne a vécu 0 fois ou 1 fois l'événèment d'intérêt
- permets de calculer des prevalence ratios (ou risques relatifs) plutôt que des odds ratio
- exemple : probabilité de faire du sport (enquête histoire de vie 2003)

```
data(hdv2003, package = "questionr")
d <- hdv2003 |>
mutate(
   groupe_ages = age |>
      cut(
      c(18, 25, 45, 65, 99),
      right = FALSE, include.lowest = TRUE,
      labels = c("18-24 ans", "25-44 ans", "45-64 ans", "65 ans et plus")
   )
) |>
   set_variable_labels(
   sport = "Pratique un sport ?",
   sexe = "Sexe",
   groupe_ages = "Groupe d'âges",
   heures.tv = "Heures de têlêvision / jour"
)
contrasts(d$sexe) <- contr.treatment(2, base = 2)</pre>
```

Calcul des modèles

Régression logistique

```
mod2_binomial <- glm(
sport ~ sexe + groupe_ages + heures.tv,
family = binomial,
data = d
)</pre>
```

Modèle de Poisson

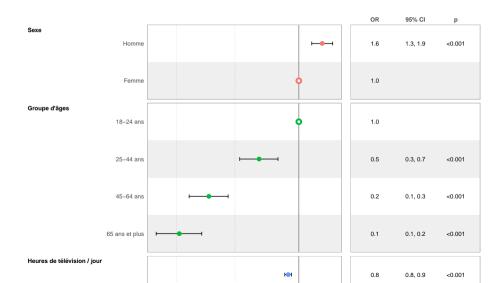
lacktriangle Attention : il faut transformer la variable d'intérêt en un entier du type 0/1

```
d$sport2 <- as.integer(d$sport == "Oui")
mod2_poisson <- glm(
    sport2 - sexe + groupe_ages + heures.tv,
    family = poisson,
    data = d
)</pre>
```

Coefficients des deux modèles

mod2_binomial |>

ggstats::ggcoef_table(exponentiate = TRUE)



Alternative : le modèle log-binomial

- ▶ nativement avec glm(family = binomial(link = "log")) mais peut avoir des difficultés à converger
- nécessité d'initialiser les coefficients avec ceux d'un modèle de Poisson
- ▶ lien logarithmique => coefficients interprétables comme des risques relatifs

```
mod2_log <- glm(
sport ~ sexe + groupe_ages + heures.tv,
family = binomial(link = "log"),
start = mod2_poisson$coefficients,
data = d
)
mod2_log |>
ggstats::ggcoef_table(exponentiate = TRUE)
```



Comparaison des performances

```
performance::compare_performance(
  mod2_binomial,
  mod2_poisson,
  mod2_log,
  metrics = "common"
)
```

Comparison of Model Performance Indices

Name	1	Model	1	AIC	(weights)	1	BIC	(weights)	1	RMSE	١	Nagelkerke's R2	١	Tjur's R2
mod2_binomial mod2_poisson mod2_log		glm	İ	2748.8	8 (<.001)	İ	2782.	8 (0.642) 4 (<.001) 0 (0.358)	Ī	0.447	ĺ			0.132

Contrastes marginaux marginaux

ré-exprime les différences selon l'échelle de la variable d'intérêt, soit ici des différences de probabilité (en points de pourcentage)

```
list(
  "logistique" = mod2_binomial,
  "Poisson" = mod2_poisson,
  "log-binomiale" = mod2_log
) |>
  ggcoef_compare(
   tidy_fun = broom.helpers::tidy_marginal_contrasts
) +
  scale_x_continuous(
  labels = scales::label_percent(suffix = "pp")
)
```





Modéliser une incidence / un taux

- En épidémiologie, le taux d'**incidence** rapporte le nombre de nouveaux cas pendant une période donnée à la population exposée pendant cette même période.
 - En démographie, le terme de taux est utilisé pour désigner la fréquence relative d'un évènement au sein d'une population pendant une période de temps donnée (par exemple : taux de natalité).
 Si l'ensemble des individus sont observés pendant une seule unité de temps, alors
 - cela revient à rapporter le nombre moyen d'évènements à 1 : nous pouvons utiliser un modèle classique de de comptage.

 Le plus souvent, la durée d'observation / d'exposition varie d'un individu à l'autre.
 - (n_{evts}) et la durée d'exposition (d_{exp}) . Ce que l'on cherche à modéliser est donc le ratio n_{evts}/d_{exp} .

Pour chaque individu, il nous faut donc connaître le nombre d'évènements vécus

- Une astuce consiste à utiliser un modèle ayant une fonction de lien logarithmique (log).
- On cherchera donc à modéliser notre variable sous la forme $log(n_{evts}/d_{exp}) = \beta_i X_i.$
- Or, $log(n_{evts}/d_{exp}) = log(n_{evts}) log(d_{exp})$. Nous pouvons donc réécrire

Premier exemple (données individuelles)

Prenons un premier exemple à partir du jeux de données gtsummary::trial qui contient des informations sur 200 patients atteints d'un cancer. Il contient entre autre les variables suivantes :

- ightharpoonup death : variable binaire (0/1) indiquant si le patient est décédé
- ttdeath : le nombre de mois d'observation jusqu'au décès (si décès) ou jusqu'à la fin de l'étude (si survie)
- > stage : un facteur indiquant le stade T de la tumeur (plus la valeur est élevée, plus la tumeur est grosse)
- trt : le traitement recu par le patient (A ou B)
- response: une variable binaire (0/1) indiquant si le traitement a eu un effet sur la tumeur (diminution)

Nous nous intéressons donc aux facteurs associés au taux de mortalité (death/ttdeath) : nous allons donc réaliser un modèle de Poisson sur la variable death en ajoutant un décalage (offset) correspondant à log(ttdeath).

Calcul du modèle

Pour ajouter un décalage, nous avons deux syntaxes équivalentes : soit en ajoutant offset(log(ttdeath)) directement à l'équation du modèle, soit en passant à glm() l'argument offset = log(ttdeath).

```
mod3_poisson <- glm(
  death - stage + trt + response + offset(log(ttdeath)),
  family = poisson,
  data = gtsummary::trial
)

mod3_poisson_alt <- glm(
  death - stage + trt + response,
  offset = log(ttdeath),
  family = poisson,
  data = gtsummary::trial
)

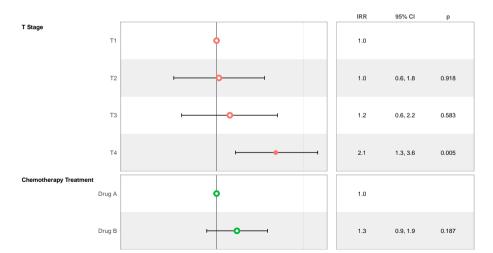
mod3_poisson |>
  performance::check_overdispersion()
```

Overdispersion test
 dispersion ratio = 0.850
Pearson's Chi-Squared = 159.039
 p-value = 0.932

Résultats du modèle

L'exponentielle des coefficients s'interprète comme un incidence risk ratio (IRR).

```
mod3_poisson |>
  ggstats::ggcoef_table(exponentiate = TRUE)
```



Deuxième exemple (données agrégées)

Nous allons considérer le jeu de données MASS::Insurance qui provient d'une compagnie d'assurance américaine et porte sur le troisième trimestre 1973.

Il indique le nombre de demande d'indemnisations (Claims) parmi les assurés pour leur voiture (Holders) en fonction de leur groupe d'âges (Age) et de la taille de la cylindrée de la voiture (Group).

Nous cherchons à identifier les facteurs associés au taux de réclamation.

```
d <- MASS::Insurance
d$Age <- factor(d$Age, ordered = FALSE)
d$Group <- factor(d$Group, ordered = FALSE)

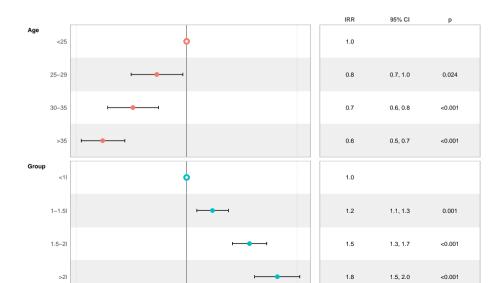
mod4_poisson <- glm(
   Claims - Age + Group + offset(log(Holders)),
   family = poisson,
   data = d
)
mod4_poisson |>
performance::check_overdispersion()
```

Overdispersion test

```
dispersion ratio = 1.140
Pearson's Chi-Squared = 65.003
p-value = 0.218
```

Résultats

```
mod4_poisson |>
   ggstats::ggcoef_table(exponentiate = TRUE)
```





Données d'illustration

Nous allons utiliser un jeu de données issu d'un article de Partha Deb et Pravin K. Trivedi. Ce jeu de données porte sur 4406 individus âgés de 66 ans ou plus et couvert par le programme américain *Medicare*.

L'analyse va porter sur la demande de soins, mesurée ici à travers le nombre de visites médicales (ofp).

Pour les variables explicatives, nous allons considérer le genre du patient (gender), le fait de disposer d'une assurance privée (privins), la santé perçue (health) et le nombre de conditions chroniques de l'assuré.

```
load(url("https://github.com/larmarange/guide-R/raw/main/analyses_avancees/ressources/DebTrivedi.rda"))
d <- DebTrivedi |>
mutate(
    gender = gender |> fct_recode("femme" = "female", "homme" = "male"),
    privins = privins |> fct_recode("non" = "no", "oui" = "yes"),
    health = health |> fct_recode("pauvre" = "poor", "moyenne" = "average", "excellente" = "excellent")
) |>
    set_variable_labels(
    ofp = "Nombre de visites médicales",
    gender = "Genre de l'assuré",
    privins = "Dispose d'une assurance privée ?",
    health = "Santé perçue",
    numchron = "Nombre de conditions chroniques"
)
```

Modèle binomial négatif

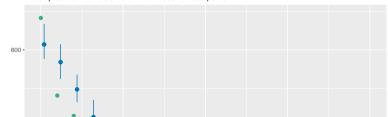
```
mod5_nb <- MASS::glm.nb(
  ofp ~ gender + privins + health + numchron,
  data = d
)
mod5_nb |>
performance::check_overdispersion()
```

Overdispersion test

```
dispersion ratio = 1.050
    p-value = 0.36

mod5_nb |>
    performance::check_predictions() |>
    plot() +
    xlim(0, 20)
```

Posterior Predictive Check Model-predicted intervals should include observed data points



Modèle zero-inflated

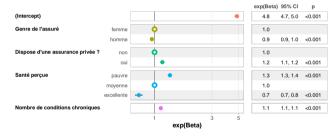
- Le nombre de 0 prédit par le modèle est inférieur à celui observé.
- Les 0 sont sur-représentés dans nos données par rapport à une distribution négative binomiale.
- On pourra alors considérer un modèle zero-inflated.
- Un modèle de Poisson *zero-inflated* combine deux modèles : un modèle logistique binaire et un modèle de Poisson.
- Dans un premier temps, on applique le modèle logistique binaire. Si la valeur obtenue est 0, le résultat final est 0. Si la valeur obtenue est 1, alors on applique le modèle de Poisson.
- Un tel modèle se calcule avec pscl::zeroinfl().

```
mod5_zip <- pscl::zeroinfl(
  ofp ~ gender + privins + health + numchron,
  data = d
)</pre>
```

Résultats

```
mod5_zip |>
ggstats::ggcoef_multicomponents(
    type = "table",
    exponentiate = TRUE,
    intercept = TRUE
)
```

conditional



• p <= 0.05 • p > 0.05

zero inflated



Variantes

- On peut choisir des variables différentes pour chaque sous-modèle (avec |), voire faire un modèle simple avec seulement un *intercept* pour la composante logistique.
- On peut également utiliser un modèle négatif binomial avec dist = "negbin".

```
mod5_zip_simple <- pscl::zeroinf1(
    ofp - gender + privins + health + numchron | 1,
    data = d
)
mod5_zinb <- pscl::zeroinf1(
    ofp - gender + privins + health + numchron,
    dist = "negbin",
    data = d
)
performance::compare_performance(
    mod5_nb,
    mod5_zip_simple,
    mod5_zip,
    mod5_zip,
    metrics = "AIC"
)</pre>
```

Comparison of Model Performance Indices

Tableau des coefficients

```
tbl_log <- mod5_zinb |>
 tbl_regression(
    tidy_fun = broom.helpers::tidy_zeroinfl,
    component = "zero inflated",
    exponentiate = TRUE
tbl_nb <- mod5_zinb |>
 tbl regression(
    tidy_fun = broom.helpers::tidy_zeroinfl,
    component = "conditional",
    exponentiate = TRUE
list(tbl_log, tbl_nb) |>
  tbl_merge(
    c(
      "**OR (régression logistique)**",
      "**RR (négtaif binomial)**"
  ) |>
  bold labels()
```

Caractéristique	exp(Beta)	95% IC	p- valeur	exp(Beta)	95% IC	p- valeur
Genre de l'assuré						
femme		_		_	_	
homme	1,82	1,21 -	0,004	0,93	0,88 -	0,031

Interprétation

- ➤ Si l'interprétation du modèle de comptage reste classique, celle du modèle logistique binaire est parfois un peu plus complexe.
- En effet, il y a deux sources de 0 dans le modèle *zero-inflated* : si certains sont générés par la composante logistique binaire, le modèle de comptage génère lui aussi des 0.
- Dès lors, le modèle logistique binaire ne suffit pas à lui seul à identifier les facteurs associés de vivre au moins une fois l'évènement.
 - associés de vivre au moins une fois l'évènement.
 Si l'objectif de l'analyse est avant tout d'identifier les facteurs associés avec le nombre moyen d'évènements, on pourra éventuellement se contenter d'un modèle zero-inflated simple, c'est-à-dire avec seulement un intercept pour la composante
- zero-inflated afin de corriger la sur-représentation des zéros dans nos données.
 Alternativement, on pourra se tourner vers un modèle avec saut qui distingue les valeurs nulles des valeurs positives : les modèles hurdle en anglais.
 - Les modèles *hurdle* se distinguent des modèles *zero-inflated* dans le sens où l'on combine un modèle logistique binomial pour déterminer si les individus ont vécu au moins une fois l'évènement et un modèle de comptage tronqué (qui n'accepte que des valeurs strictement positives) qui détermine le nombre d'évènements

Calcul d'un modèle hurdle

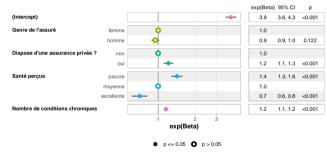
On utilisera simplement pscl::hurdle() à la place de pscl::zeroinfl().

```
mod5_hurdle_poisson <- pscl::hurdle(
    ofp ~ gender + privins + health + numchron,
    data = d
)
mod5_hurdle_nb <- pscl::hurdle(
    ofp ~ gender + privins + health + numchron,
    dist = "negbin",
    data = d
)</pre>
```

Résultats du modèle hurdle

```
mod5_hurdle_nb |>
  ggstats::ggcoef_multicomponents(
  type = "table",
  exponentiate = TRUE,
  intercept = TRUE
)
```

conditional



zero inflated



Ressources

guide-R

Sur les modèles de comptage :

- ► Modèles de comptage : https://larmarange.github.io/guide-R/analyses avancees/modeles-comptage.html
- Modèles d'incidence : https://larmarange.github.io/guide-R/analyses_avancees/modeles-incidence.html
- Modèles zero-inflated et hurdle : https://larmarange.github.io/guide-R/analyses_avancees/modeles-zero-inflated.html

Autres ressources utiles :

- Sélection pas à pas d'un modèle :
 https://larmarange.github.io/guide-R/analyses/selection-modele-pas-a-pas.html
- Prédictions marginales, contrastes marginaux & effets marginaux : https://larmarange.github.io/guide-R/analyses/estimations-marginales.html
- Contrastes (variables catégorielles) :