

Lógica

- Lógica Matemática
- Propositiones
- Operadores lógicos
- Tablas de verdad
- Tautología, contradicción, contingencia

INTRODUCCIÓN

Lógica

- La lógica estudia la forma del razonamiento, es una disciplina que por medio de reglas y técnicas determina si un teorema es falso o verdadero.
- Es ampliamente aplicada en filosofía, matemáticas, computación y física.
- En filosofía se utiliza para establecer si un razonamiento es válido o no.
- En matemática es útil para demostrar teoremas, inferir resultados y resolver problemas.
- En computación se aplica en la elaboración y revisión de programas, estudio de lenguajes formales y la relación existente entre ellos.
- En física se necesita tanto para establecer procedimientos de un experimento como para interpretar resultados.

Proposiciones

Proposiciones

- Una proposición o enunciado es una oración, frase o expresión matemática que puede ser falsa o verdadera, pero no ambas a la vez.
- La proposición es un elemento fundamental en la lógica matemática.
- Existen proposiciones simples y proposiciones compuestas.

Proposiciones simples

Proposiciones simples

- Son aquellas que están compuestas por un sujeto y un predicado directamente relacionados.
- No poseen ningún conector lógico.
- No se pueden dividir

Ejemplos proposiciones simples

- Viajar a la playa es saludable.
- El gato es negro.
- Caminar diariamente es un buen ejercicio.
- El coche esta accidentado.
- El cine es una forma de arte.
- La ingeniería aeronáutica es fascinante.
- Hoy es martes

Proposiciones compuestas

- Son aquellas que están compuestas por generalmente por dos o mas proposiciones simples que se conectan entre sí mediante operadores lógicos.
- Los operadores lógicos que utilizaremos son:

	Símbolo	Esquema	Se lee	Otras palabras
Negación	$\sim / -$	$\sim p / \bar{p}$	No p	No es cierto que
Disyunción débil	\vee	$p \vee q$	p o q	A menos que, o bien
Conjunción	\wedge	$p \wedge q$	p y q	Sin embargo, aunque, pero, también
Condicional	\rightarrow	$p \rightarrow q$	Si p entonces q	En consecuencia, por lo tanto, se deduce
Bicondicional	\leftrightarrow	$p \leftrightarrow q$	p si y solo si q	Cuando y solo cuando

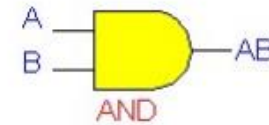
Ejemplos proposiciones compuestas

- Maria es inteligente **y** bonita.
- Este Smartphone costoso **pero** funcional
- Mañana va estar soleado **o** va a llover
- Hoy **o** es sábado **o** es domingo
- No todos los numero primos son pares
- **Si** me va bien en el semestre **entonces** podré descansar
- El domingo iremos a la playa **si no** tenemos trabajo.
- Yo seré el conductor designado **si y solo** si me invitan un para de hamburguesas

Operadores lógicos

- AND (y)
- &
- \wedge

Operador AND		
Condición 1	Condición 2	Resultado
FALSO	FALSO	FALSO
FALSO	VERDADERO	FALSO
VERDADERO	FALSO	FALSO
VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO



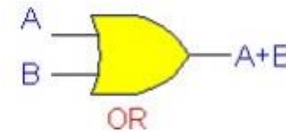
- Ejemplo:
Está lloviendo y hace frío

Operadores lógicos

- OR (o)

- |
V

Operador OR		
Condición 1	Condición 2	Resultado
FALSO	FALSO	FALSO
FALSO	VERDADERO	VERDADERO
VERDADERO	FALSO	VERDADERO
VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO



- Ejemplo:

En verano llueve o hace calor

Operadores lógicos

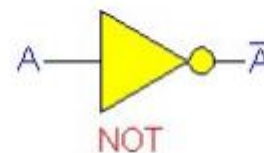
- NOT (no)
- !
- ~
- ,

- Ejemplo:

Sea p : el caballo es blanco

p' : el caballo no es blanco

TABLA DE VERDAD DEL OPERADOR NOT	
NOT true	→ false
NOT false	→ true



Operadores lógicos

- XOR (o exclusivo)



XOR		
Condición 1	Condición 2	Resultado
VERDADERO	VERDADERO	FALSO
VERDADERO	FALSO	VERDADERO
FALSO	VERDADERO	VERDADERO
FALSO	FALSO	FALSO



- Ejemplo:
O es verano o es invierno.

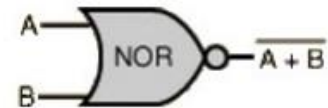
Operadores lógicos

- Los operadores pueden combinarse:

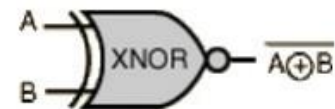
■ NAND



■ NOR



■ XNOR



Operadores lógicos

- Entonces (\Rightarrow)
- Condicional
- Una proposición condicional es aquella proposición que teniendo un antecedente der “si P entonces Q” $P \Rightarrow Q$

Proposición Condicional		
P	Q	Resultado
VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
VERDADERO	FALSO	FALSO
FALSO	VERDADERO	VERDADERO
FALSO	FALSO	VERDADERO

- Ejemplo:

Si tengo vacaciones, entonces me voy de viaje

Operadores lógicos

- Si y solo si (\longleftrightarrow)
- Bi-condicional
- Su estructura $P \leftrightarrow Q$ se traduce a “P si y solo si Q”, entonces y solo entonces. $P \longleftrightarrow Q$

Proposición Bicondicional		
P	Q	Resultado
VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO
VERDADERO	FALSO	FALSO
FALSO	VERDADERO	FALSO
FALSO	FALSO	VERDADERO

- Ejemplo:

El programa corre si y solo si no tiene errores de compilación.

Condiciones de verdad

- La verdad o falsedad de una proposición simple depende de la información fáctica que esta proporciona.
- La verdad o falsedad de una proposición compuesta depende del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen, y de los conectores lógicos que las une.

Ejemplo de ejercicio

Si los pacientes de la sala 4 son trasladados a la sala 2, aumentará el riesgo de contagio de gripe en esa sala y no se reducirá el uso de antihistamínicos.

p: Los pacientes de la sala 4 son trasladados a la sala 2.

q: En la sala 2 aumentará el riesgo de contagio.

r: Se reducirá el uso de antihistamínicos.

$$p \rightarrow (q \wedge r')$$

Ejemplo de ejercicio

- La tabla de verdad de la proposición compuesta del ejercicio anterior es la siguiente:

p	q	r	r'	$q \wedge r'$	$p \rightarrow (q \wedge r')$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Tablas de verdad

Negación

p	\bar{p}
F	V
V	F

Conjunción (y)

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Disjunción (o)

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Condicional (\rightarrow)

p	q	$p \rightarrow q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Bicondicional (\leftrightarrow)

p	q	$p \leftrightarrow q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Tablas de verdad

Relación

0	FALSO
1	VERDADERO

Negación

p	\bar{p}
0	1
1	0

Conjunción (\wedge)

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Disjunción (\vee)

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Condicional (\rightarrow)

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Bicondicional (\leftrightarrow)

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tautología

Es una proposición cuyos VALORES DE VERDAD del OPERADOR PRINCIPAL son TODOS VERDADEROS, cualquiera sea el valor de verdad de sus componentes.

p	q	r	Resultado
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Contradicción

Es una proposición cuyos VALORES DE VERDAD del OPERADOR PRINCIPAL son TODOS FALSOS, cualquiera que sea el valor de verdad de sus componentes.

p	q	r	Resultado
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Contingencia

No es ni tautología ni contradicción porque los VALORES DE VERDAD de su OPERADOR PRINCIPAL tienen por lo menos una VERDAD y/o una FALSEDAD

p	q	r	Resultado
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1