Rappel: processus de décision markovien

- Un processus de décision markovien (Markov decision process, ou MDP)
 est défini par:
 - \diamond un **ensemble d'états** S (incluant un étant initial s_0)
 - un ensemble d'actions possibles Actions(s) (ou A(s)) lorsque je me trouve à l'état s
 - \bullet un **modèle de transition** P(s'|s, a), où $a \in A(s)$
 - une fonction de récompense R(s) (utilité d'être dans l'état s)
- Un **plan** (**politique**) π est un ensemble de décisions qui associe un état s à une action $a = \pi(s)$

Rappel: processus de décision markovien

La fonction de valeur V(s) d'un plan est donnée par les équations

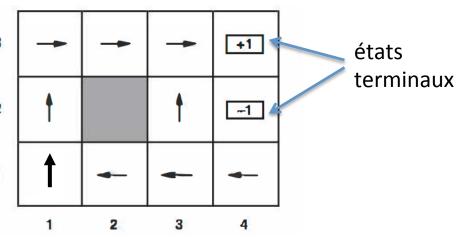
$$V(s) = R(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s, \pi(s)) V(s')$$

où y est un facteur d'escompte donné

- Plutôt que V(s), on note parfois $V(\pi,s)$, ou $U^{\pi}(s)$ dans le livre
- NOUVEAU: on va supposer l'existence d'états terminaux
 - lorsque l'agent atteint cet état, la simulation est arrêtée
 - on s'intéresse à la somme des récompenses jusqu'à l'atteinte d'un état terminal
 - » ex.: au tic-tac-toe, l'état terminal est une grille de fin de partie (c.-à-d. une grille complète ou une grille où un des joueurs a gagné)

Apprentissage par renforcement passif

- **Définition**: soit un plan π donné, apprendre la fonction de valeur sans connaître P(s'|s,a)
- Exemple illustratif: déplacement sur une grille 3 x 4
 - plan π illustré parles flèches
 - R(s) = -0.04 partout sauf aux états terminaux
 - l'environnement est stochastique
 - l'agent arrête aux états terminaux
 - on utilise γ=1



Apprentissage par renforcement passif

- **Définition**: soit un plan π donné, apprendre la fonction de valeur sans connaître P(s'|s, a)
- Puisqu'on ne connaît pas P(s'|s, a) on doit apprendre à partir d'essais (*trials*)
 - 1. $(1,1)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (2,3)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (4,3)_{+1}$
 - 2. $(1,1)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (2,3)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (3,2)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (4,3)_{+1}$
 - 3. $(1,1)_{-0.4} \rightarrow (2,1)_{-0.4} \rightarrow (3,1)_{-0.4} \rightarrow (3,2)_{-0.4} \rightarrow (4,2)_{-1}$
- Comment estimer la fonction de valeurs V(s)
 à partir de ces essais?

Approche par estimation directe

- Approche la plus simple: calculer la moyenne de ce qui est observé dans les essais
- Essais
 - 1. $(1,1)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (2,3)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (4,3)_{+1}$
 - 2. $(1,1)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (2,3)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (3,2)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (4,3)_{+1}$
 - 3. $(1,1)_{-.04} \rightarrow (2,1)_{-.04} \rightarrow (3,1)_{-.04} \rightarrow (3,2)_{-.04} \rightarrow (4,2)_{-1}$
- Estimation de V((1,1))
 - dans l'essai 1, la somme des récompenses à partir de (1,1) est 0.72
 - dans l'essai 2, on observe également 0.72
 - dans l'essai 3, on observe plutôt -1.16
 - l'estimation directe de V((1,1)) est donc (0.72+0.72-1.16)/3 = 0.09333

Approche par estimation directe

- Approche la plus simple: calculer la moyenne de ce qui est observé dans les essais
- Essais
 - 1. $(1,1)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (2,3)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (4,3)_{+1}$
 - 2. $(1,1)_{-0.4} \rightarrow (1,2)_{-0.4} \rightarrow (1,3)_{-0.4} \rightarrow (2,3)_{-0.4} \rightarrow (3,3)_{-0.4} \rightarrow (3,2)_{-0.4} \rightarrow (3,3)_{-0.4} \rightarrow (4,3)_{+1}$
 - 3. $(1,1)_{-.04} \rightarrow (2,1)_{-.04} \rightarrow (3,1)_{-.04} \rightarrow (3,2)_{-.04} \rightarrow (4,2)_{-1}$
- Estimation de V((1,2))
 - dans l'essai 1, l'état (1,2) est visité deux fois, avec des sommes de récompenses à partir de (1,2) de 0.76 et 0.84
 - dans l'essai 2, on observe 0.76
 - l'essai 3 ne visite pas (1,2)
 - l'estimation directe de V((1,2)) est donc (0.76+0.84+0.76)/3 = 0.78666