

# ĐỀ BÀI LUYỆN TẬP ACM PTIT 2018

Thời gian: 30 giờ

## A. CHIẾU SÁNG

Chính quyền thành phố AO SEN đã lên kế hoạch để tu sửa tuyến đường cạnh Học viện Hoàng gia. Tuyến đường có chiều dài bằng  $N$ , và hiện tại có  $M$  chiếc đèn cao áp đang hoạt động. Tầm chiếu sáng của mỗi chiếc đèn là  $K$ , nghĩa là tại vị trí  $X$  nếu được dựng đèn, nó sẽ chiếu sáng cho khu vực từ  $X - K$  tới  $X + K$ .

Các bạn hãy thử tính xem cần dựng thêm ít nhất bao nhiêu đèn để tuyến đường có thể được chiếu sáng hoàn toàn?

### Input:

Dòng đầu tiên là chiều dài của tuyến đường  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ).

Tiếp theo là số lượng chiếc đèn đang hoạt động,  $M$  ( $M \leq N$ ).

Dòng tiếp theo chứa số nguyên  $K$  ( $0 \leq K \leq N$ ).

Dòng cuối chứa  $M$  số nguyên, lần lượt là vị trí của những chiếc đèn đang có.

### Output:

In ra một số nguyên là đáp án tìm được.

### Ví dụ:

Test 1	Test 2
Input: 6 2 2 1 5  Output: 0	Input: 15 3 10 1 2 3  Output: 1

*Giải thích test 2: Dựng thêm một chiếc đèn tại vị trí 15.*

## B. TỔNG ƯỚC SỐ NGUYÊN TỐ

Cho  $N$  số nguyên dương. Nhiệm vụ của bạn là phân tích các số nguyên dương đã cho dưới dạng tích của các thừa số nguyên tố, sau đó tính tổng các ước số nguyên tố này.

**Input:**

Dòng đầu tiên số nguyên  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^6$ ).

$N$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một số nguyên có giá trị không vượt quá  $2 \cdot 10^6$ .

**Output:**

In ra một số nguyên là đáp án tìm được.

**Ví dụ:**

Input	Output
5 7 9 10 13 100	47

*Giải thích test:*

$$7 = 7$$

$$9 = 3 \times 3 \rightarrow 3 + 3 = 6$$

$$10 = 2 \times 5 \rightarrow 2 + 5 = 7$$

$$13 = 13$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \rightarrow 2 + 2 + 5 + 5 = 14$$

$$\text{Cộng lại, } 7 + 6 + 7 + 13 + 14 = 47.$$

**C. ĐƯỜNG ĐI TRUNG BÌNH LỚN NHẤT**

Tại đất nước ACM có  $N$  thành phố, mỗi cặp thành phố được kết nối với nhau bởi một tuyến đường một chiều duy nhất. Chi phí di chuyển giữa thành phố thứ  $u$  tới thành phố  $v$  là  $C[u][v]$ .

Bạn cần tìm một hành trình thỏa mãn các yêu cầu:

- Có thể xuất phát ở bất cứ đâu, nhưng kết thúc hành trình phải quay lại điểm xuất phát.
- Phải đi qua ít nhất 2 tuyến đường.
- Chi phí trung bình trên mỗi tuyến đường là nhỏ nhất (Lấy tổng chi phí / số tuyến đường đi qua).

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng thành phố  $N$  ( $2 \leq N \leq 500$ ).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm N số nguyên cho biết chi phí di chuyển từ thành phố u tới v.  $C[u][u] = 0$  và  $1 \leq C[u][v] \leq 200$ .

**Output:**

In ra chi phí trung bình trên mỗi tuyến đường nhỏ nhất tìm được, dưới dạng phân số A/B, trong đó ước chung lớn nhất của A và B bằng 1.

**Ví dụ:**

Test 1	Test 2
Input : 2 0 1 2 0  Output : 3/2	Input : 3 0 2 6 4 0 2 1 9 0  Output : 5/3

## D. VÒNG TRÒN

Tí viết bảng chữ cái 2 lần lên trên một vòng tròn, mỗi kí tự xuất hiện đúng 2 lần. Sau đó nối lần lượt các kí tự giống nhau lại. Tổng cộng có 26 đoạn thẳng.

Hình vẽ quá chằng chịt, Tí muốn đố các bạn xem có tất cả bao nhiêu giao điểm?

Một giao điểm được tính khi hai đường thẳng của một cặp kí tự cắt nhau.

**Input**

Gồm một xâu có đúng 52 kí tự in hoa. Mỗi kí tự xuất hiện đúng 2 lần.

**Output**

In ra đáp án tìm được.

**Ví dụ:**

Input	Output
ABCCABDDEEFFGGHHIIJJKKLLMMNNOOPPQQRRSSTTUUVVWWXXYYZZ	1

*Giải thích test: Chỉ có duy nhất cặp kí tự 'A', 'B' thỏa mãn.*

## E. NỘI ĐIỂM

Cho  $2N$  điểm trên mặt phẳng, được chia thành 2 hàng bên trái và bên phải. Mỗi điểm có được gán cho một giá trị nhất định. Tập giá trị của mỗi hàng là  $1, 2, \dots, N$ .

Bạn được phép nối điểm bên trái có giá trị bằng  $A$  với điểm bên phải có giá trị bằng  $B$  nếu như

$$|A - B| \leq 4.$$

Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định xem có thể nối nhiều nhất được bao nhiêu cặp điểm sao cho:

- Mỗi điểm bên trái chỉ nối với một điểm bên phải
- Không có cặp đường thẳng nào cắt nhau.

### Input

Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $N$  ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ).

$N$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 1 số nguyên của hàng bên trái. Sau đó là  $N$  số nguyên của hàng bên phải. Các số được liệt kê theo thứ tự từ trên xuống dưới. Mỗi số xuất hiện ở trong một hàng duy nhất 1 lần.

### Output

In ra số đường thẳng nhiều nhất có thể vẽ được thỏa mãn yêu cầu.

Input	Output
6 1 2 3 4 5 6 6 5 4 3 2 1	5

*Giải thích test ví dụ : Một cách ghép là:  $1 - 5, 2 - 4, 3 - 3, 4 - 2, 5 - 1$ .*

## F. MẬT KHẨU

Hệ thống quản lý đào tạo của PTIT đang gặp một vấn đề về bảo mật. Do sự cố này, các account bị đổi thành tên viết liền của các sinh viên. Và chỉ cần đánh một chuỗi kí tự có chứa mật khẩu là có thể

đăng nhập vào hệ thống. Chẳng hạn sinh viên A có mật khẩu là “abcd”, nếu ai đó đăng nhập với tài khoản là tên của A, mật khẩu “abcdef” hay “aaaabcd” đều được chấp nhận.

Nhân cơ hội này, rất nhiều bạn sinh viên đã cố gắng hack vào tài khoản của những người khác. Cho biết danh sách mật khẩu của tất cả các user, bài toán đặt ra là hãy xác định xem có nhiều nhất bao nhiêu trường hợp user này có thể login vào user khác?

### Input:

Dòng đầu tiên là số nguyên  $N$  ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ).

$N$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa mật khẩu của một user, có độ dài không quá 10 kí tự và chỉ gồm các kí tự thường.

### Output:

In ra một số nguyên là đáp án tìm được.

### Ví dụ:

Test 1	Test 2
Input : 3 aaa aa abb  Output : 1	Input : 3 x x xy  Output : 4

Giải thích test 2: User 1 có thể login vào user 2 và ngược lại. User 3 có thể login vào tài khoản của user 1 và 2.

## G. TÍNH TỔNG TRÊN MA TRẬN

Cho một ma trận  $N \times M$  ( $N$  hàng,  $M$  cột). Ban đầu, các phần tử của ma trận được gán giá trị như sau:

```

1           2           ... M
M+1         M+2         ... M+N
.....
(N-1)M+1   (N-1)M+2   ... NM

```

Có  $K$  loại truy vấn, mỗi truy vấn có dạng:

- “R X Y”: Nhân hàng  $X$  của ma trận với  $Y$
- “S X Y”: Nhân cột  $X$  của ma trận với  $Y$

Nhiệm vụ của bạn là hãy tính tổng các phần tử của ma trận sau K truy vấn trên.

**Input:**

Dòng đầu tiên chứa 3 số nguyên  $N, M, K$  ( $1 \leq N, M \leq 10^6, K \leq 1000$ ).

K dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một truy vấn ( $0 \leq Y \leq 10^9$ ).

**Output:**

In ra đáp án của bài toán theo modulo  $10^9 + 7$ .

**Test ví dụ:**

Test 1	Test 2
Input: 3 1 1 S 1 4  Output: 24	Input: 3 4 4 R 2 4 S 4 2 R 3 3 R 2 0 Output: 176

*Giải thích test 2:  $1+2+3+8+27+30+33+72 = 176$*

1 2 3 8

0 0 0 0

27 30 33 72

## H. ĐẢO DÃY SỐ

Cho một dãy số  $A[]$  gồm  $N$  phần tử, ban đầu  $A[i] = i$ . Có 3 loại truy vấn như sau:

+) 1 u v: Đảo ngược các số trong đoạn từ  $u \rightarrow v$ .

+) 2 u: In ra vị trí của phần tử  $u$  trong dãy số.

+) 3 u: In ra giá trị của  $A[u]$  hiện tại.

**Input:**

Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên  $N$  và  $Q$  ( $1 \leq N, Q \leq 100\,000$ ).

$Q$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 1 trong 3 truy vấn như đã nêu.

**Output:**

Với mỗi truy vấn dạng 2, in ra  $Pos[u] = x$  với  $x$  là đáp án.

Với mỗi truy vấn dạng 3, in ra  $A[u] = x$  với  $x$  là đáp án. (Có dấu cách ở trước và sau dấu “=”).

**Ví dụ:**

Input:	Output:
5 5 1 1 3 2 3 1 2 5 2 1 3 5	Pos[3] = 1 Pos[1] = 4 A[5] = 2

*Giải thích test:**Ban đầu: 1 2 3 4 5**Sau truy vấn 1: 3 2 1 4 5**Sau truy vấn 3: 3 5 4 1 2***I. DÃY SỐ MÁI NHÀ***Time limit: 5s*

Cho dãy số  $A[]$  gồm có  $N$  phần tử. Bạn được phép tăng, giảm một phần tử mỗi lần 1 đơn vị. Nhiệm vụ của bạn là hãy sử dụng ít bước nhất có thể để chuyển dãy số đã cho về dạng dãy số ‘mái nhà’, với các tính chất sau :

- Một phần tử lớn nhất là đỉnh (giả sử là phần tử thứ  $i$ )
- Các phần tử bên trái và bên phải giảm dần đi 1 đơn vị, tức là với mọi  $j$ ,  $A[j] = A[i] - |i-j|$
- Tất cả các phần tử  $A[j]$  đều phải lớn hơn 0.

**Input:**

Dòng đầu tiên là số nguyên  $N$  ( $N \leq 5000$ ).

Dòng tiếp theo gồm  $N$  phần tử của dãy số ( $1 \leq A[i] \leq 5000$ ).

**Output:** In ra số bước ít nhất để có thể hoàn thành bài toán trên.

**Ví dụ:**

Test 1	Test 2
Input: 5 4 5 6 2 2  Output: 3	Input: 6 4 5 6 5 4 3  Output: 0

*Giải thích test 1: Chuyển dãy số về 4 5 4 3 2*

## J. GIÁ TRỊ XÂU

Cho chuỗi  $s$ . Với mỗi chuỗi con  $t$  của  $s$ , hàm số  $F(t)$  được xác định bằng số lượng ký tự của  $t$  nhân với số lần xuất hiện của  $t$  trong  $s$ .

Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm chuỗi con  $t$  có giá trị  $F(t)$  lớn nhất.

### Input

Input chứa một chuỗi có độ dài không vượt quá 100 000, chỉ gồm các ký tự thường.

### Output

In ra một số nguyên là đáp án tìm được.

### Test ví dụ:

Test 1	Test 2
Input: aaaaaa	Input: abcdad
Output: 12	Output: 6

*Giải thích test 1:*

$$F(a) = 6$$

$$F(aa) = 10$$

$$F(aaa) = 12$$

$$F(aaaa) = 12$$

$$F(aaaaa) = 10$$

$$F(aaaaaa) = 6$$