



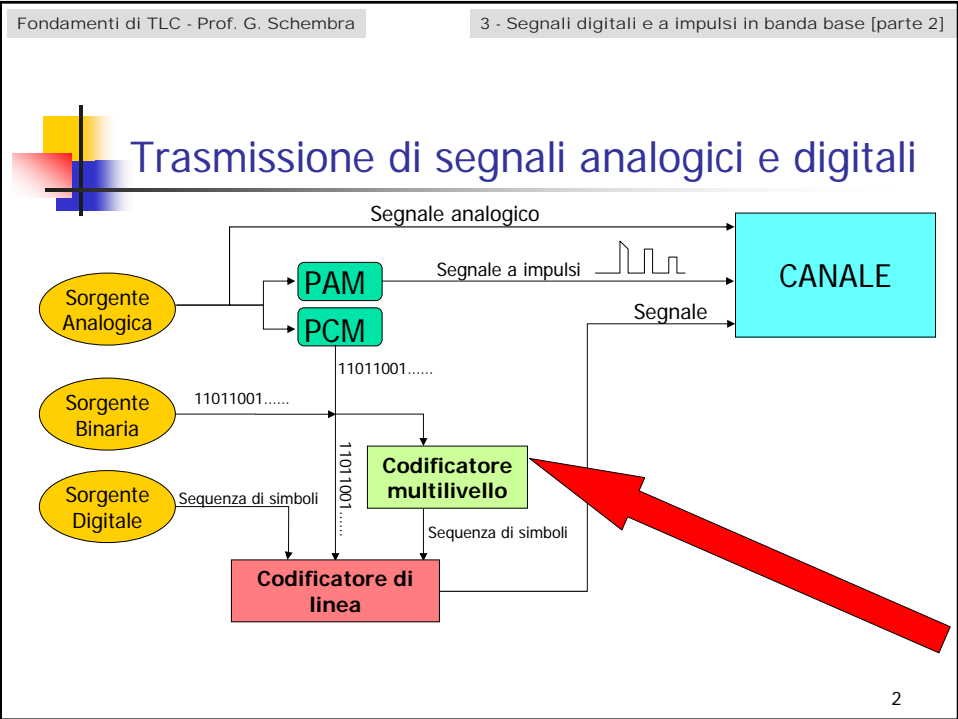
# Corso di Fondamenti di Telecomunicazioni

## 3 - SEGNALI DIGITALI E A IMPULSI IN BANDA BASE

Prof. Giovanni Schembra

[parte 2]

1

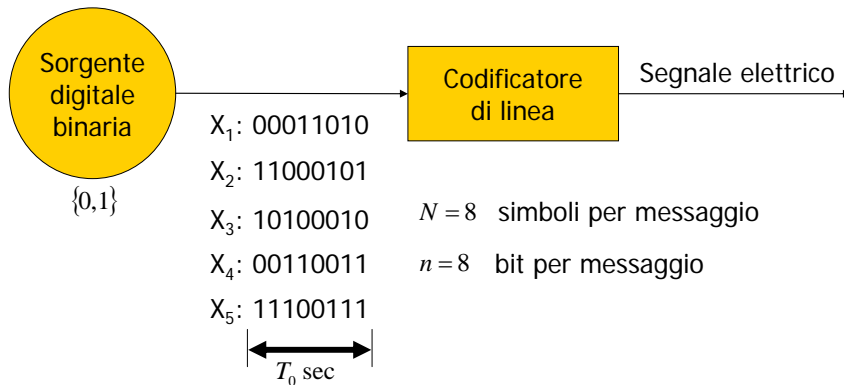




## Codifica multilivello

### ■ Obiettivo:

- trasmettere i dati digitali emessi da una sorgente



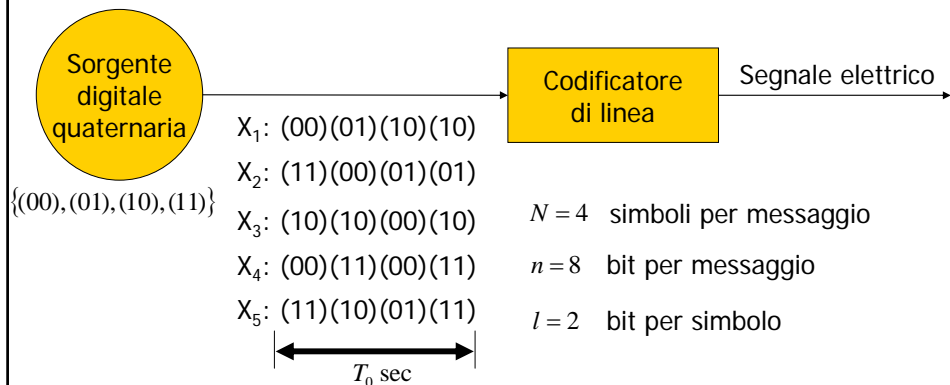
3



## Codifica multilivello

### ■ Obiettivo:

- trasmettere i dati digitali emessi da una sorgente



4



## Sviluppo su base ortogonale

### ■ Teorema:

- sia  $w(t)$  una qualsiasi forma d'onda (segnale utile, rumore)
- $w(t)$  può essere rappresentata sull'intervallo  $[a,b]$  mediante la serie:

$$w(t) = \sum_n a_n \varphi_n(t)$$

dove:

$$a_n = \frac{1}{K_n} \int_a^b w(t) \varphi_n^*(t) dt$$

coefficienti dello sviluppo  
ortogonale

$n$  scorre su un intervallo limitato o illimitato (dimensione della base ortogonale)

$$\int_a^b \varphi_n(t) \varphi_m^*(t) dt = K_n \delta_{nm}$$

Delta di Kronecker

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 0 & \text{se } n \neq m \\ 1 & \text{se } n = m \end{cases}$$

5



## Trasmissione digitale

- La forma d'onda di un segnale digitale può essere espressa come la sovrapposizione di un numero finito  $N$  di componenti ortogonali:

$$w(t) = \sum_{k=1}^N w_k \cdot \varphi_k(t) \quad 0 < t < T_0$$

- I termini  $w_k$  rappresentano i dati digitali (non necessariamente binari)
- Le funzioni ortogonali  $\varphi_k(t)$  determinano la particolare forma d'onda
- Il parametro  $N$  rappresenta il numero di dimensioni necessarie alla descrizione del segnale
- La forma d'onda  $w(t)$  è caratterizzata da una particolare sequenza di valori  $w_k$ ,  $k=1, \dots, N$ , che rappresentano il messaggio da trasmettere

Esempio: trasmissione di caratteri in codice ASCII  $T_0$ : tempo di trasmissione della parola di codice

$$X \Rightarrow 00011010 \Rightarrow N=8 \quad \begin{matrix} w_1=0 & w_2=0 & w_3=0 & w_4=1 & w_5=1 \\ w_6=0 & w_7=1 & w_8=0 \end{matrix}$$

6



## Definizioni

- **Velocità (o cadenza) di simbolo:**

$$D = \frac{N}{T_0} \quad [\text{simboli/s}]$$

↑  
[baud]

- **Velocità (o cadenza) di bit:**

$$R = \frac{n}{T_0} \quad [\text{bit/s}]$$

$n$ : numero di bit inviati nell'intervallo di  $T_0$  secondi

- **Nota:** se i dati  $w_k$  sono binari

- il segnale  $w(t)$  è binario
- $n = N \rightarrow D = R$

- **Nota:** se i dati  $w_k$  non sono binari

- il segnale  $w(t)$  è multilivello
- $D \neq R$

7



## Valutazione della larghezza di banda

- **Limite inferiore per la larghezza di banda del segnale digitale (per il teorema di dimensionalità):**

$$B \geq \frac{N}{2T_0} = \frac{1}{2} D$$

$D$ : velocità o cadenza di simbolo

- Se le funzioni base sono del tipo  $\text{sinc}(x)$ , viene raggiunto il limite inferiore

8

## Trasmissione di dati digitali tramite segnali binari

### Esempio

- Ogni messaggio può essere rappresentato da una parola binaria su  $n=8$  bit (1 byte)

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline n = 8 & \longrightarrow & 2^n = 256 \\ \hline T_0 = 8 \text{ ms} & & \\ \hline \end{array}$$

- Vogliamo trasmettere il messaggio: 01001110  
 $w_1 = 0 \quad w_2 = 1 \quad w_3 = 0 \quad w_4 = 0 \quad w_5 = 1 \quad w_6 = 1 \quad w_7 = 1 \quad w_8 = 0$

9

## Trasmissione con segnali ortogonali a impulsi rettangolari

*continua esempio precedente*

01001110

- $\varphi_k(t)$ : funzioni-base
  - impulsi rettangolari di ampiezza unitaria e di durata:  $T_b = \frac{T_0}{n} = 1 \text{ ms}$
- Con funzioni-base rettangolari, è sufficiente campionare la forma d'onda in un qualunque punto all'interno di ogni intervallo di bit

Velocità di bit

$$R = \frac{n}{T_0} = 1 \text{ kbit/s}$$

Velocità di simbolo

$$D = \frac{N}{T_0} = 1 \text{ kbaud}$$

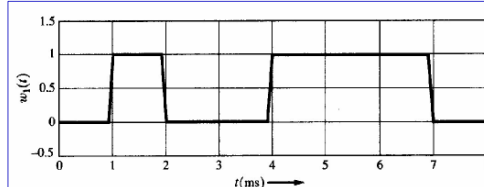
Limite inferiore di banda

$$B_{\text{inf}} = \frac{1}{2} D = 500 \text{ Hz}$$

Banda al primo nullo

$$B = \frac{1}{T_s} = D = 1000 \text{ Hz}$$

$$B_{\text{PCM}} = R = n f_s$$



(a) Formato dell'impulso rettangolare,  $T_b = 1 \text{ ms}$

10

## Trasmissione con segnali ortogonali $\text{sinc}(x)$

continua esempio precedente

01001110

$$\varphi_k(t) = \text{sinc}\left(\frac{t - kT_s}{T_s}\right)$$

- Dal teorema del campionamento, si può dimostrare che la **banda** richiesta dallo sviluppo basato su queste funzioni è **MINIMA**.

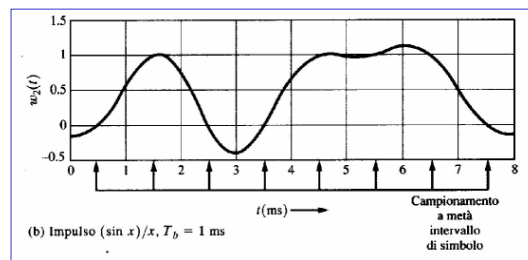
Velocità di bit  $R = \frac{n}{T_0} = 1 \text{ kbit/s}$

Velocità di simbolo  $D = \frac{N}{T_0} = 1 \text{ kbaud}$

Limite inferiore di banda  $B_{\text{inf}} = \frac{1}{2}D = 500 \text{ Hz}$

Banda effettiva  $B = \frac{1}{2T_s} = 500 \text{ Hz}$

$$2W = \frac{1}{T_s}$$



11

## Trasmissione di dati digitali tramite segnali multilivello

- La **banda del segnale binario può essere ridotta**:
  - diminuendo  $N$
  - cioè lasciando che i coefficienti  $w_k$  assumano più di due valori

$$L > 2$$

numero di livelli

- I dati multilivello sono ottenuti "mappando" ogni parola binaria a  $l$  bit, in uno tra  $L=2^l$  livelli, tramite un **convertitore digitale-analogico** (DAC - Digital to Analog converter)

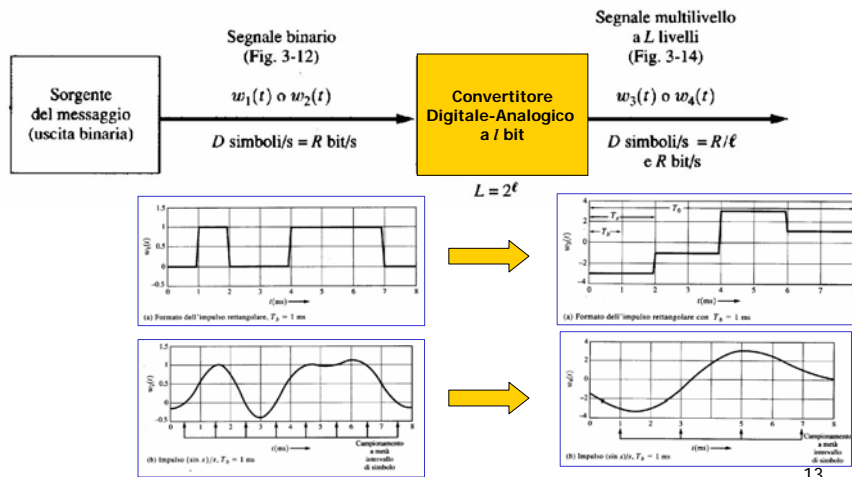
12



## Segnali multilivello

TABELLA 3-3 CONVERTITORE DIGITALE-ANALOGICO A 2 BIT.

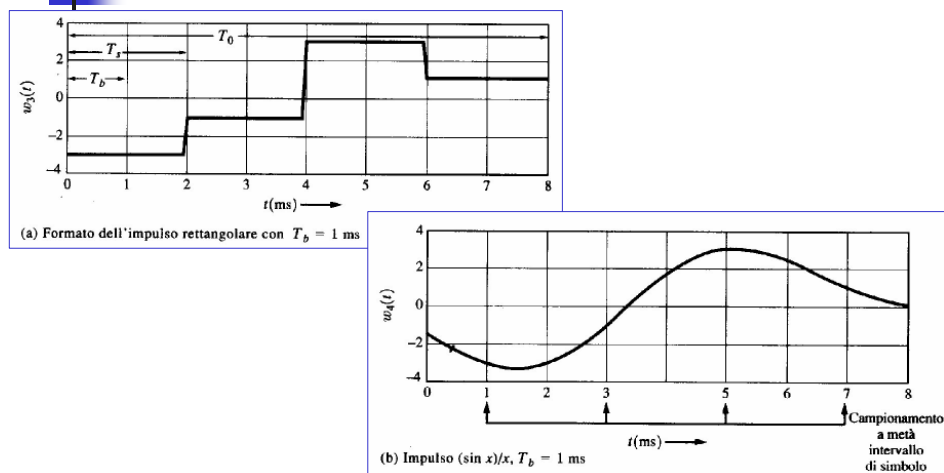
Ingresso binario ( $\ell = 2$ bit)	Livello del segnale in uscita (V)
11	+3
10	+1
00	-1
01	-3



13



## Esempio: segnale multilivello a $L=4$ livelli



14

## Esempio: segnale multilivello a $L=4$ livelli

- Esempio: sorgente con  $M=256$  messaggi possibili

usiamo:  $l = 2$  bit  $T_0 = 8$  ms

- Vogliamo trasmettere il messaggio: 0 1 0 0 1 1 1 0

$$w_1 = -3 \quad w_2 = -1 \quad w_3 = +3 \quad w_4 = +1$$

Velocità di bit

$$R = \frac{n}{T_0} = \frac{l}{T_s} = 1 \text{ kbit/s}$$

Velocità di simbolo

$$D = \frac{N}{T_0} = \frac{1}{T_s} = 0.5 \text{ kbaud}$$

Banda al primo nullo  
con impulso rettangolare

$$B = \frac{1}{T_s} = D = 500 \text{ Hz}$$

Banda  
con impulso sinc(x)

$$B = \frac{N}{2T_0} = \frac{1}{2T_s} = \frac{D}{2} = 250 \text{ Hz}$$

$N = 4$  dimensioni

$$T_b = 1 \text{ ms}$$

$$T_s = \frac{T_0}{N} = 2 \text{ ms}$$

$$R = l \cdot D$$

TABELLA 3-3 CONVERTITORE DIGITALE-ANALOGICO A 2 BIT.

Ingresso binario ( $l = 2$ bit)	Livello del segnale in uscita (V)
11	+3
10	+1
00	-1
01	-3

15

## Banda di un segnale multilivello

- Nota:

- la banda di ciascuno dei due segnali multilivello è pari alla metà di quella del corrispondente segnale binario con lo stesso tipo di impulso

- In generale:

Un segnale a  $L$  livelli ha una banda  $B_L$  pari alla banda  $B_2$  del corrispondente segnale binario diviso  $l$ :

$$B_L = \frac{B_2}{l}$$

dove:  $l = \log_2(L)$

NOTA: la riduzione di banda è dovuta al fatto che la velocità di simbolo del segnale multilivello si riduce di un fattore  $l$  rispetto a quella del segnale binario

16