



Corso di Fondamenti di Telecomunicazioni


3 - SEGNALI DIGITALI E A IMPULSI IN BANDA BASE

Prof. Giovanni Schembra
[parte 3]

1

Fondamenti di TLC - Prof. G. Schembra

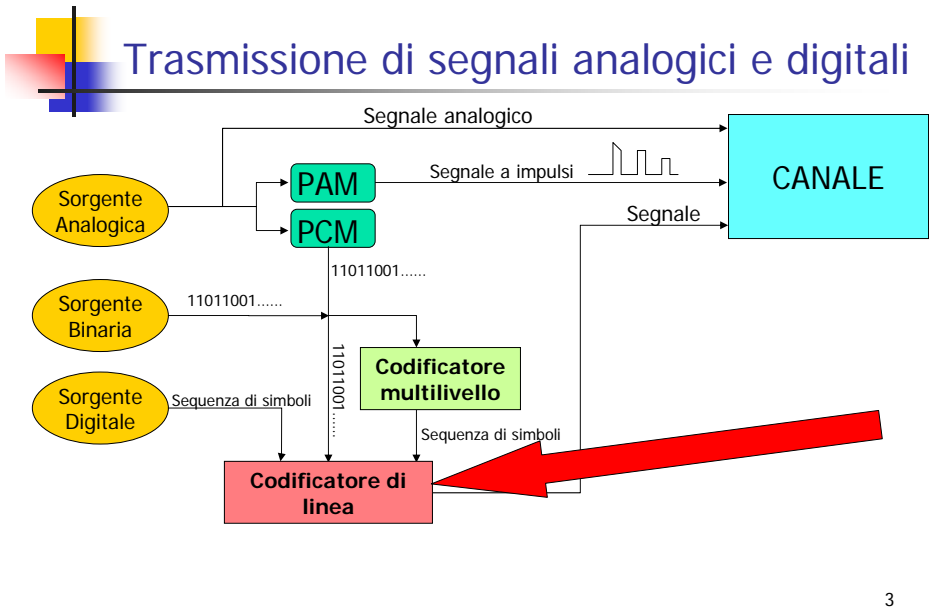
3 - Segnali digitali e a impulsi in banda base [parte 3]



Codici di linea e spettri

- **Codici di linea binari**
 - principali codici di linea binari
 - spettri di potenza dei codici di linea binari
 - codifica differenziale
- **Codici di linea multilivello**
 - spettro di potenza dei segnali NRZ polari multilivello
 - efficienza spettrale

2



3

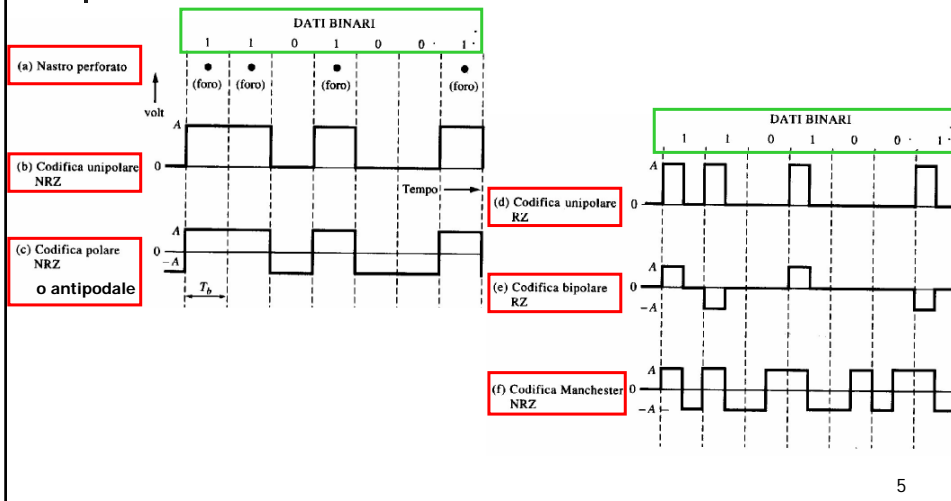
Codici di linea e spettri

- **Codice di linea binario:**
 - formato di segnalazione seriale per rappresentare i livelli 0 e 1 generati da:
 - Sorgenti binarie
 - Convertitori A/D come ad esempio il PCM
- **Codici di linea binari più diffusi:**
 - **senza ritorno a zero** (NRZ - No Return to Zero)
 - codifica unipolare NRZ
 - codifica polare NRZ
 - codifica Manchester NRZ
 - **con ritorno a zero** (RZ - Return to Zero)
 - codifica polare RZ
 - codifica bipolare RZ (AMI)

4



Formati di alcune segnalazioni binarie

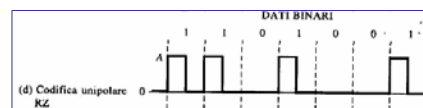
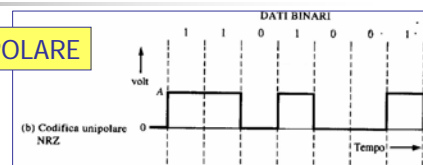


Codici di linea binari

■ Segnalazione unipolare:

- Simbolo "1" --> +A
- Simbolo "0" --> 0
- Chiamata anche *on-off keying*

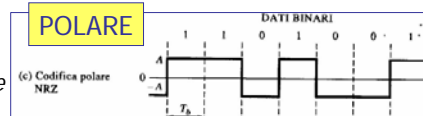
UNIPOLARE



■ Segnalazione polare:

- Simbolo "1" --> +A
- Simbolo "0" --> -A
- Chiamata anche *segnalazione antipodale*

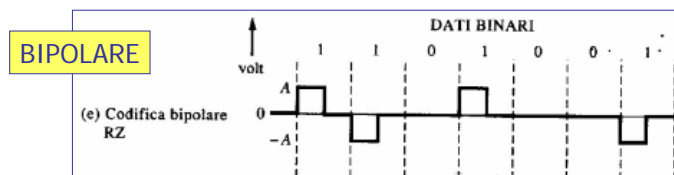
POLARE



Codici di linea binari

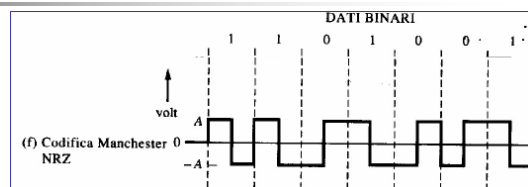
■ Segnalazione bipolare o pseudo-ternaria

- Simbolo "1" --> livello che alterna di volta in volta tra $+A$ e $-A$
- Simbolo "0" --> 0
- Chiamata anche *AMI* (*Alternate Mark Inversion*)



7

Codici di linea binari



■ Segnalazione Manchester:

- Simbolo "1" --> successione di due impulsi $+A$ $-A$, di durata pari a metà bit
- Simbolo "0" --> successione di due impulsi $-A$ $+A$, di durata pari a metà bit
- Chiamata anche *split-phase* o *bi-phase*

8



Realizzazione di un codice di linea

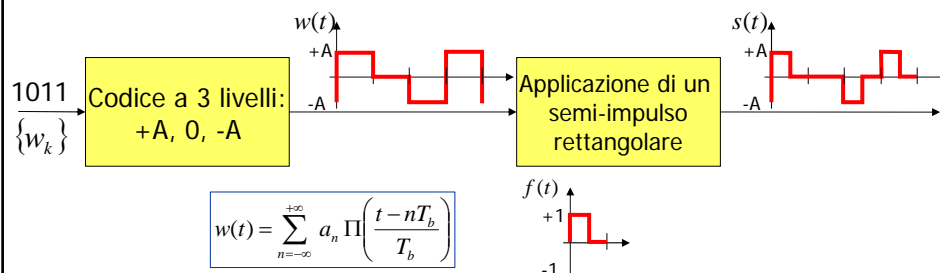
■ Passi di codifica di linea:

- Input: sequenza di simboli
- PASSO 1: imposizione dei livelli
- PASSO 2: applicazione dell'impulso

■ Esempio: codice AMI

Segnale codificato

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n f(t - nT_s)$$



9



Caratteristiche di un codice di linea ideale

■ Assenza di accoppiamento in continua:

- Se un codificatore di linea genera un segnale con valore medio non nullo, si dice che presenta un *accoppiamento in continua*. In tal caso non possono esser utilizzati circuiti accoppiati in alternata

■ Mantenimento della sincronizzazione sorgente/destinazione:

- il codice contiene in sé informazioni riguardo alla temporizzazione dei bit (facilità di estrazione del clock)
- lunghe sequenze di 0 o di 1 non costituiscono un problema

■ Bassa probabilità di errore:

- i decodificatori in ricezione dovrebbero fornire bassa probabilità di errore anche in presenza di rumore e di ISI (interferenza intersimbolica)
- dipende anche dalla forma dell'impulso

■ Banda:

- dovrebbe essere la minima possibile

■ Capacità di rivelazione di errori:

- dovrebbe fornire la capacità di rivelare a ricezione gli errori

10

Alcuni vantaggi e svantaggi dei codici di linea binari

- **Unipolare NRZ**
 - facilmente generata da circuiti con singola tensione di alimentazione (+5V dei circuiti TTL)
 - ma richiede un accoppiamento in continua (circuiteria con risposta in frequenza fino a 0 Hz), poiché il relativo segnale ha una componente continua diversa da zero
- **Polare NRZ**
 - non richiede accoppiamento in continua, purché il segnale commuti frequentemente tra i livelli 0 e 1, e purché il numero di 0 inviati sia mediamente uguale al numero di 1
 - richiede circuiti ad alimentazione duale (+ e - intorno allo 0)
- **Manchester**
 - presenta una componente a frequenza nulla che è sempre 0, indipendentemente dalla sequenza dati
 - ma richiede una banda di frequenza doppia rispetto ai circuiti NRZ

11

Spettri di potenza dei codici di linea binari

- **Calcolo dello spettro di potenza:**
 - Approccio deterministico (se è nota a priori la forma d'onda del segnale)
 - Approccio statistico (se sono note solo le statistiche del segnale)
- **Si può dimostrare che:**
 - La densità spettrale di potenza per il segnale $s(t)$ in uscita dal codificatore di linea, in funzione della funzione di autocorrelazione della sequenza a_n di simboli da trasmettere, è:

$$P_s(f) = \frac{|F(f)|^2}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{j2\pi k f T_s}$$

$$T_s : \text{intervallo di simbolo} = \begin{cases} T_b & \text{per segnalazione binaria} \\ l \cdot T_b & \text{per segnalazione multilivello} \end{cases}$$

12



Spettri di potenza dei codici di linea binari

dove:

$f(t)$ impulso elementare

Per esempio, per formattazione con impulso rettangolare: $f(t) = \Pi\left(\frac{t}{T_b}\right)$

$F(f)$ TF dell'impulso elementare

$R(k)$ funzione di autocorrelazione del segnale $w(t)$, prima dell'applicazione dell'impulso

$$R(k) = E\{a_n a_{n+k}\} = \sum_{i=1}^I (a_n a_{n+k})_i P_i$$

I Numero di possibili coppie di simboli a distanza k

P_i probabilità che il prodotto $a_n a_{n+k}$ assuma l' i -esimo valore possibile

13

[Solo per i 9 crediti]



Spettri di potenza dei codici di linea binari

Dimostrazione

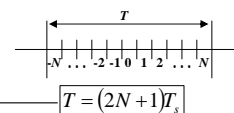
$$\mathcal{P}(f) = \frac{|F(f)|^2}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{j2\pi k f T_s}$$

- Sappiamo che la funzione densità spettrale di potenza per un processo aleatorio è definita come:

$$\mathcal{P}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{E\{|X_T(f)|^2\}}{T} \right) \quad \text{dove:} \quad X_T(f) = \mathfrak{F}\{x_T(t)\} = \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

- Nel nostro caso:

$$X_T(f) = \mathfrak{F}\left\{\sum_{n=-N}^{+N} a_n f(t - nT_s)\right\} = F(f) \sum_{n=-N}^{+N} a_n e^{-j2\pi f n T_s}$$



- Allora abbiamo:

$$\mathcal{P}(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{(2N+1)T_s} |F(f)|^2 E\left\{\left|\sum_{n=-N}^N a_n e^{-j2\pi f n T_s}\right|^2\right\} \right)$$

14

[Solo per i 9 crediti]



Spettri di potenza dei codici di linea binari

Dimostrazione

$$\mathcal{P}(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{(2N+1)T_s} |F(f)|^2 E \left\{ \left| \sum_{n=-N}^N a_n e^{-j2\pi f n T_s} \right|^2 \right\} \right)$$

$$\mathcal{P}(f) = |F(f)|^2 \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{(2N+1)T_s} \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N E \{ a_n a_m \} e^{-j2\pi f (m-n) T_s} \right) \quad \text{Poniamo } m=n+k$$

$$\mathcal{P}(f) = |F(f)|^2 \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{(2N+1)T_s} \sum_{n=-N}^N \sum_{k=-N-n}^{N-n} E \{ a_n a_{n+k} \} e^{-j2\pi f k T_s} \right)$$

$$\text{Per } N \rightarrow \infty \Rightarrow \sum_{k=-N-n}^{N-n} E \{ a_n a_{n+k} \} e^{-j2\pi f k T_s} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{-j2\pi f k T_s} \quad \text{non dipende da } n$$

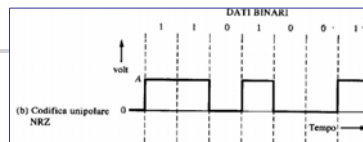
Quindi:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{(2N+1)T_s} \sum_{n=-N}^N \sum_{k=-N-n}^{N-n} \right) = \frac{(2N+1)}{(2N+1)T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Rightarrow \mathcal{P}(f) = \frac{|F(f)|^2}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{j2\pi f k T_s}$$



Spettro di potenza del codice

NRZ unipolare



- Livelli possibili per gli a_n : $+A, 0$
- Supponiamo che siano equiprobabili, e che i dati siano statisticamente indipendenti

$$\text{per } k=0 \Rightarrow (A, A), (0, 0) \Rightarrow I=2$$

$$\text{per } k \neq 0 \Rightarrow (A, A), (0, 0), (A, 0), (0, A) \Rightarrow I=4$$

↑
Possibili coppie di simboli

$$R(0) = \sum_{i=1}^2 (a_n a_n)_i P_i = A \cdot A \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} A^2$$

$$R(k) = \sum_{i=1}^4 (a_n a_{n+k})_i P_i = A \cdot A \cdot \frac{1}{4} + 0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{4} + 0 \cdot A \cdot \frac{1}{4} + A \cdot 0 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} A^2 \quad k \neq 0$$



Spettro di potenza del codice NRZ unipolare

- Quindi:

$$R(k) = \begin{cases} \frac{1}{2} A^2 & k = 0 \\ \frac{1}{4} A^2 & k \neq 0 \end{cases}$$

- Per impulsi NRZ rettangolari:

$$f(t) = \Pi\left(\frac{t}{T_b}\right) \xrightarrow{\text{TF}} F(f) = T_b \text{sinc}(f T_b)$$

$$T_s = T_b$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{unipolare NRZ}}(f) &\equiv \frac{|F(f)|^2}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{j2\pi k f T_s} = A^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{+\infty} e^{j2\pi k f T_b} \right] \\ &= \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \left[1 + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi k f T_b} \right] = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right] \end{aligned}$$

17



Spettro di potenza del codice NRZ unipolare

$$\mathcal{P}_{\text{unipolare NRZ}}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

$$\mathcal{P}_{\text{unipolare NRZ}}(f) = \left[\frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) + \frac{A^2}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

Teniamo conto che:

$$\text{sinc}(f T_b) = \begin{cases} 0 & f = \frac{n}{T_b}, n \neq 0 \\ 1 & f = 0 \end{cases}$$

$$\delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) = \begin{cases} 1 & f = \frac{n}{T_b} \\ 0 & f \neq \frac{n}{T_b} \end{cases}$$

per f multiple di $1/T_b$ si ha:

$$\text{sinc}(f T_b) = 0$$

$$\mathcal{P}_{\text{unipolare NRZ}}(f) = 0$$

per $f=0$

$$\text{sinc}(f T_b) = 1$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) = \delta(f)$$

$$\mathcal{P}_{\text{unipolare NRZ}}(0) = \frac{A^2}{4} [T_b + \delta(f)]$$

18

Spettro di potenza del codice NRZ unipolare

$$\mathcal{P}_{\text{unipolare NRZ}}(f) = \left[\frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) + \frac{A^2}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

$$\mathcal{P}_{\text{unipolare NRZ}}(f) = \frac{A^2}{4} [T_b \text{sinc}^2(f T_b) + \delta(f)]$$

Condizione di normalizzazione di un segnale NRZ unipolare

$$P = 1$$

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{P}_s(f) df = R_{ss}(0) = R_{ww}(0) = \frac{A^2}{2}$$

$$A = \sqrt{2}$$

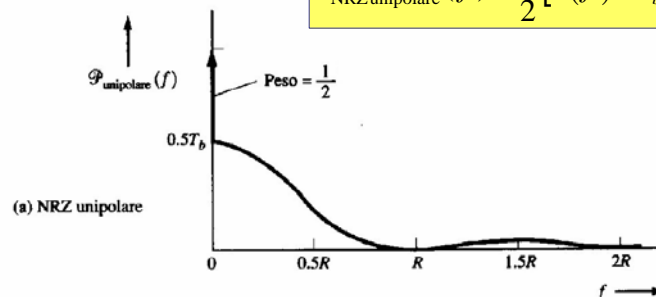
$$\mathcal{P}_s(f) = \frac{1}{2} [\delta(f) + T_b \text{sinc}^2(f T_b)]$$

$A = \sqrt{2}$ condizione di normalizzazione di un segnale NRZ unipolare

19

Spettro di potenza del codice NRZ unipolare

$$\mathcal{P}_{\text{NRZ unipolare}}(f) = \frac{1}{2} [\delta(f) + T_b \text{sinc}^2(f T_b)]$$

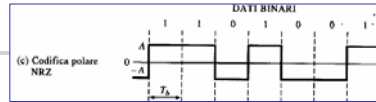


$$R = \frac{1}{T_b}$$

- **Svantaggio:**
 - spreco di potenza nella trasmissione della componente continua
- **Vantaggio:**
 - facilità di generazione del segnale con circuiti elettronici ad alimentazione singola

20

Spettro di potenza del codice NRZ polare



- Livelli possibili per gli a_n : $+A, -A$
- Supponiamo che siano equiprobabili, e che i dati siano statisticamente indipendenti

$$\text{per } k = 0 \Rightarrow (A, A), (-A, -A) \Rightarrow I = 2$$

$$\text{per } k \neq 0 \Rightarrow (A, A), (-A, -A), (A, -A), (-A, A) \Rightarrow I = 4$$

Possibili coppie di simboli consecutivi

$$R(k) = \begin{cases} A^2 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \mathcal{P}_{\text{polare NRZ}}(f) = A^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b)$$

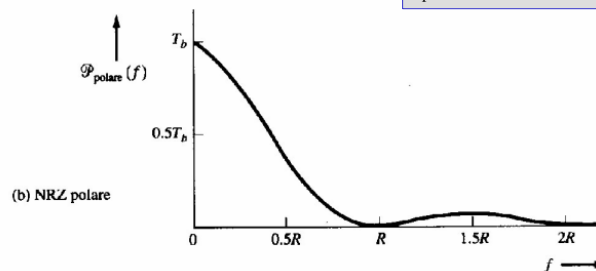
Condizione di normalizzazione di un segnale NRZ polare

$$A = 1$$

21

Spettro di potenza del codice NRZ polare

$$\mathcal{P}_{\text{polare NRZ}}(f) = A^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b)$$



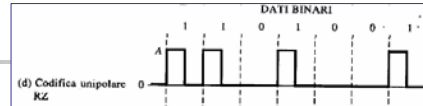
$$R = \frac{1}{T_b}$$

- **Svantaggio:**
 - componenti non trascurabili nell'intorno della frequenza nulla
- **Vantaggi:**
 - Facilità di generazione del segnale, anche se con circuiti elettronici ad alimentazione duale
 - Alta robustezza agli errori

22

Spettro di potenza del codice

RZ unipolare



- Livelli possibili per gli a_n e funzione di autocorrelazione come l'NRZ unipolare

$$R_{ww}(k) = \begin{cases} \frac{1}{2} A^2 & k = 0 \\ \frac{1}{4} A^2 & k \neq 0 \end{cases}$$

Durata dell'impulso: $\frac{T_b}{2}$

$$F(f) = \frac{T_b}{2} [\text{sinc}(f T_b/2)]$$

Analogamente a prima si trova:

$$\mathcal{P}_{\text{unipolare RZ}}(f) = \frac{A^2 T_b}{16} \text{sinc}^2\left(\frac{f T_b}{2}\right) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

Condizione di normalizzazione di un segnale RZ unipolare

$$A = 2$$

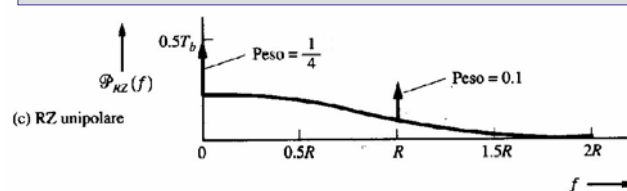
$$P_s = \frac{1}{2} P_w = \frac{1}{2} R_w(0) = \frac{1}{4} A^2$$

23

Spettro di potenza del codice

RZ unipolare

$$\mathcal{P}_{\text{unipolare NRZ}}(f) = \frac{1}{4} \left[T_b \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{f T_b}{2}\right) + \text{sinc}^2\left(\frac{f T_b}{2}\right) \delta(f) + \text{sinc}^2\left(\frac{f T_b}{2}\right) \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \text{ dispari}}}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$



$$R = \frac{1}{T_b}$$

■ Svantaggi:

- la banda al primo nullo è doppia rispetto al caso NRZ, dato che l'impulso base ha durata metà
- la componente continua dello spettro è ancora non trascurabile nell'intorno di $f=0$
- sono necessari 3 dB in più rispetto al formato polare per fornire la stessa probabilità di errore a parità di disturbo

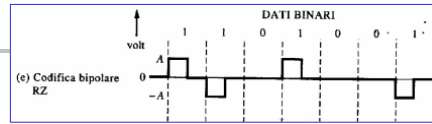
■ Vantaggio:

- componente discreta per $f=R$ che permette la sincronizzazione dei clock

24

Spettro di potenza del codice RZ bipolare (AMI)

- Livelli possibili per gli a_n : $+A, -A, 0$
- Supponiamo che siano equiprobabili, e che i dati siano statisticamente indipendenti



Durata dell'impulso: $\frac{T_b}{2}$

$$F(f) = \frac{T_b}{2} [\text{sinc}(f T_b/2)]$$

$$R_{\text{bipolare}}(k) = \begin{cases} \frac{A^2}{2} & k=0 \\ -\frac{A^2}{4} & |k|=1 \\ 0 & |k|>1 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} (1,1) & (1,0) & (0,1) & (0,0) \\ (+A,-A) & (\pm A,0) & (0,\pm A) & (0,0) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} (1,1) & (1,0) & (0,1) & (0,0) \\ (\pm A,\pm A) & (\pm A,0) & (0,\pm A) & (0,0) \end{matrix}$$

Analogamente
a prima si
trova:

$$\mathcal{P}_{\text{bipolare RZ}}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b/2) \cdot \sin^2(\pi f T_b)$$

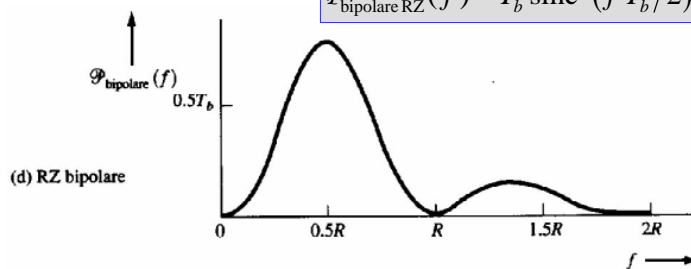
Condizione di normalizzazione di un segnale RZ bipolare
(come l'RZ unipolare, dato che differiscono di un segno)

$$A = 2$$

25

Spettro di potenza del codice RZ bipolare

$$\mathcal{P}_{\text{bipolare RZ}}(f) = T_b \text{sinc}^2(f T_b/2) \cdot \sin^2(\pi f T_b)$$



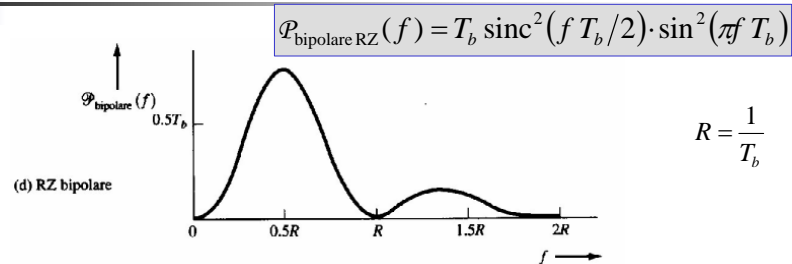
$$R = \frac{1}{T_b}$$

■ Svantaggi:

- Il ricevitore deve distinguere tra 3 livelli, anziché tra 2. Quindi la probabilità di errore è più grande di un fattore 1.5 rispetto ai codici precedenti, e richiede quindi all'incirca 3 dB in più a parità di disturbo

26

Spettro di potenza del codice RZ bipolare



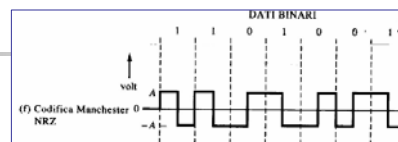
■ Vantaggi:

- Il codice bipolare ha un nullo in continua, e quindi il sistema di trasmissione può usare circuiti accoppiati in alternata
- È facile estrarre un segnale di temporizzazione, convertendo questo segnale in un RZ unipolare attraverso raddrizzamento a doppia semionda
- I segnali bipolari hanno un'intrinseca capacità di rivelare errori di trasmissione, poiché un errore singolo provoca una violazione della legge dell'alternanza

27

Spettro di potenza del codice NRZ Manchester

- È come la NRZ polare, ma con impulso pari a:



$$f(t) = \Pi\left(\frac{t+T_b/4}{T_b/2}\right) - \Pi\left(\frac{t-T_b/4}{T_b/2}\right) \xrightarrow{\text{TF}} F(f) = \frac{T_b}{2} \text{sinc}(f T_b/2) e^{j\pi T_b/2} - \frac{T_b}{2} \text{sinc}(f T_b/2) e^{-j\pi T_b/2}$$

$$= j T_b \text{sinc}(f T_b/2) \sin(\pi f T_b/2)$$

$$R_{ww}(k) = \begin{cases} A^2 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{come per} \\ \text{l'NRZ polare} \end{matrix}$$

Analogamente a prima si trova:

$$\mathcal{P}_{\text{Manchester NRZ}}(f) = A^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b/2) \cdot \sin^2(\pi f T_b/2)$$

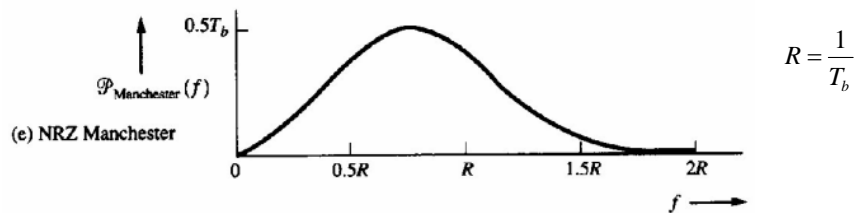
Condizione di normalizzazione di un
segnale NRZ Manchester

$$A = 1$$

28

Spettro di potenza del codice NRZ Manchester

$$\mathcal{P}_{\text{Manchester NRZ}}(f) = T_b \operatorname{sinc}^2(f T_b/2) \cdot \sin^2(\pi f T_b/2)$$

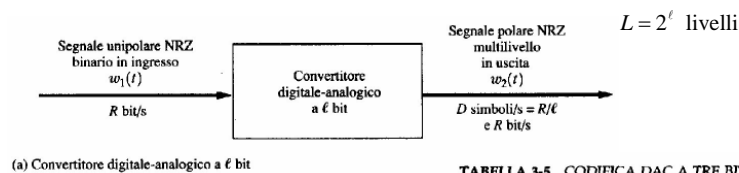


- **Svantaggio:**
 - La banda al primo nullo è doppia rispetto al caso del formato bipolare
- **Vantaggi:**
 - Nullo nell'origine (non ha componente continua)
 - Lunghe stringhe di 0 non causano perdita del sincronismo

29

Codice di linea NRZ polare multilivello

- **Conversione (segnale binario) --> (segnale multilivello)**



- **Esempio: codifica DAC a 3 bit**

TABELLA 3-5 CODIFICA DAC A TRE BIT

Ingresso digitale	Livello tensione di uscita (a_n)
000	+7
001	+5
010	+3
011	+1
100	-1
101	-3
110	-5
111	-7

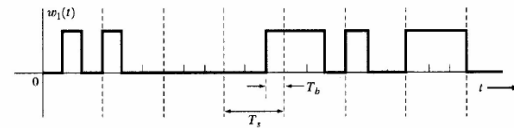
30



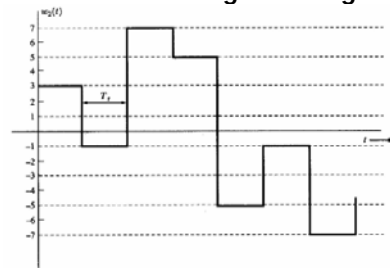
Codice di linea NRZ polare multilivello

- Se consideriamo ad esempio, il seguente segnale di ingresso binario:

000	+7
001	+5
010	+3
011	+1
100	-1
101	-3
110	-5
111	-7

(b) Segnale binario di ingresso, $w_1(t)$

- otterremo il seguente segnale polare NRZ con $L=8$ livelli:

(c) Segnale polare NRZ in uscita con $L=8=2^3$

Velocità di simbolo

$$D = \frac{R}{\ell}$$

Limite inferiore di banda

$$B_{\text{inf}} = D/2$$

31



Densità spettrale di potenza per segnali NRZ polari multilivello

- Consideriamo l'esempio di $L=2^3=8$ livelli

Funzione di autocorrelazione

$$R(k) = \begin{cases} \sum_{i=1}^8 (a_n)_i^2 \cdot P_i = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (a_n)_i^2 = 2 \cdot \frac{49+25+9+1}{8} = 21 & \text{se } k=0 \\ 0 & \text{se } k \neq 0 \end{cases}$$

000	+7
001	+5
010	+3
011	+1
100	-1
101	-3
110	-5
111	-7

$$\mathcal{P}_{w_2}(f) = \frac{|F(f)|^2}{T_s} (21+0)$$

per un impulso rettangolare di durata $T_s = 3T_b$

$$\mathcal{P}_{w_2}(f) = 63T_b \text{sinc}^2(3fT_b)$$

$$F(f) = T_s \text{sinc}(fT_s) = 3T_b \text{sinc}(3fT_b) \quad |F(f)|^2 = (3T_b)^2 \text{sinc}^2(3fT_b)$$

32

Densità spettrale di potenza per segnali NRZ polari multilivello

$$\mathcal{P}_{w_2}(f) = 63 T_b \operatorname{sinc}^2(3 f T_b)$$

In generale, per $L=2^\ell$ livelli:

$$\mathcal{P}_{w_2}(f) = K_b \operatorname{sinc}^2(\ell f T_b)$$

Banda al primo nullo:

$$B_{null} = R/\ell$$

$$R = \frac{1}{T_b}$$

dove:

$$K_b = \ell P T_b$$

$$P = R(0) : \text{potenza trasmessa}$$

33

Efficienza spettrale

Definizione:

- L'efficienza spettrale di un segnale digitale è pari al numero di bit al secondo di informazione che possono essere trasmessi nella banda di un 1 Hz:

$$\eta = \frac{R}{B} \text{ (bit/sec)/Hz}$$

Obiettivo per la progettazione di un sistema di telecomunicazioni:

- scegliere il codice di linea che massimizza η

L'efficienza spettrale è anche limitata dal rumore di canale:

$$\eta_{\max} = \frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

Formula di Shannon

Efficienza spettrale del codice NRZ polare a $L=2^\ell$ livelli con impulso formattore a IMPULSO RETTANGOLARE:

$$\eta = \frac{R}{B} = \frac{R}{R/\ell} \longrightarrow \eta = \ell \text{ (bit/sec)/Hz}$$

34



Riassumendo ...

Efficienza spettrale di alcuni codici di linea binari

Impulso formattato a IMPULSO RETTANGOLARE

Banda Considerata: Banda al primo nullo

Tipo di codifica	Frequenza del primo nullo (Hz)	Efficienza spettrale $\eta = R/B$ [(bit/s)/Hz]
Unipolare NRZ	R	1
Polare NRZ	R	1
Unipolare RZ	$2R$	$\frac{1}{2}$
Bipolare RZ	R	1
Manchester	$2R$	$\frac{1}{2}$

35



Riassumendo ...

I commenti nella prossima macrolezione

Efficienza spettrale di alcuni codici di linea

Impulso formattato a COSENO RIALZATO

$$B_{\Sigma 1} = \frac{1+r}{2} D$$

$$B_{\Sigma 2} = (1+r)D$$

$$r = \frac{2B_{\Sigma}}{D} - 1$$

Tipo di codifica	Banda assoluta	f_0	Efficienza spettrale R/B [(bits/sec)/Hz]
Unipolare NRZ	$B_{\Sigma 1}$	$f_0 = D/2$	$\eta_r^{(\ell)} = \begin{cases} \frac{R}{B_{\Sigma}} = \frac{2\ell}{1+r} & \text{segnalazioni NRZ} \\ \frac{R}{2B_{\Sigma}} = \frac{\ell}{1+r} & \text{segnalazioni RZ e Manchester} \end{cases}$
Polare NRZ	$B_{\Sigma 1}$	$f_0 = D/2$	
Unipolare RZ	$B_{\Sigma 2} = 2B_{\Sigma 1}$	$f_0 = D$	
Bipolare RZ	$B_{\Sigma 2} = 2B_{\Sigma 1}$	$f_0 = D$	
Manchester	$B_{\Sigma 2} = 2B_{\Sigma 1}$	$f_0 = D$	

Per il binario: $D = R$

Per il multilivello: $D = R/\ell$

Per formattazione a sinc: $r = 0$

36



Codifica differenziale

Descrizione del problema:

- Nella trasmissione di dati seriali, può verificarsi l'inversione di segno dei dati trasmessi (ad esempio, per scambio dei 2 fili del doppino telefonico quando si usa un codice di linea polare)

Soluzione: codifica differenziale:

$$e_n = d_n \oplus e_{n-1}$$

dove:

d_n : dati di ingresso

e_n : dati trasmessi

\oplus : somma modulo 2 (XOR)

=1 solo se c'è differenza

In fase di decodifica:

$$\tilde{d}_n = \tilde{e}_n \oplus \tilde{e}_{n-1}$$

Anche in caso di inversione di valori:

- dato che trasmetto solo le differenze, la sequenza viene sempre ricostruita correttamente

37



Esempio di codifica differenziale

$$e_n = d_n \oplus e_{n-1}$$

$$\tilde{d}_n = \tilde{e}_n \oplus \tilde{e}_{n-1}$$

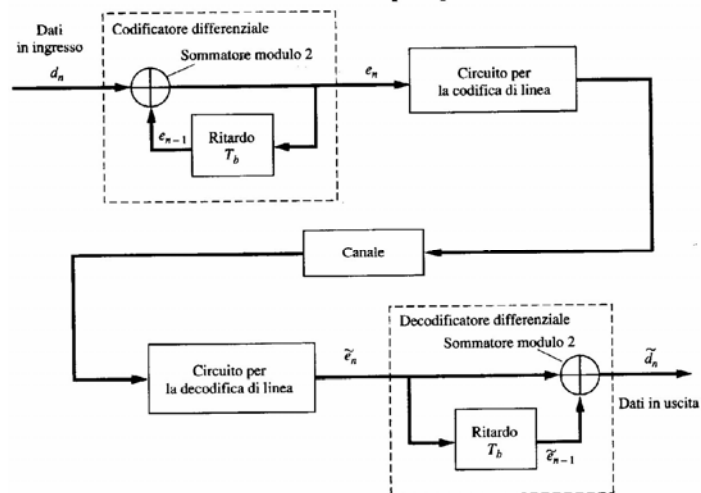
TABELLA 3-4 ESEMPIO DI CODIFICA DIFFERENZIALE

Sequenza di ingresso	d_n	1	1	0	1	0	0	1
Sequenza codificata	e_n	1	0	1	1	0	0	1
Bit di riferimento		1						
Sequenza di decodifica ricevuta (con la corretta polarità)	\tilde{e}_n	1	0	1	1	0	0	1
Sequenza decodificata	\tilde{d}_n	1	1	0	1	0	0	1
Sequenza di decodifica ricevuta (con polarità invertita)	\tilde{e}_n	0	1	0	0	1	1	0
Sequenza decodificata	\tilde{d}_n	1	1	0	1	0	0	1

38



Sistema di codifica differenziale



39