

UDBUDS- OG EFTERSPØRGSELSKURVER

Lars Ravn-Jonsen, Susanne Stender og Wickie Bekker Lassen

27 oktober 2015

Version 0.2

1. EFTERSPØRGSELSKURVE

Storebælt deler det danske elmarked i to; Øst og Vest, der begge er forbundet til det internationale marked. Vestdanmark er forbundet til bl.a. det tyske elmarked, men disse forbindelser har begrænset kapacitet, hvorfor hovedparten af strømmen skal produceres i Vestdanmark. I den første opgave skal du starte med at indlæse regnearket; `produktion.xlsx`, der indeholder produktions data for CHP (Combined Heat and Power, fx affaldsforbrænding), sol og vind opgjort time for time i perioden 30/7 – 12/8. Derudover, er der data for, hvor stort forbruget har været i samme periode. Regnearket her er defineret som området; `data`, der indeholder matrixen med tal, samt området; `kolonne`, der indeholder kolonneoverskrifter.

Øvelse 1. Plot kolonnen; `forbrug`, mod tiden som linje. Hvordan er kurven? Er der system i kurven?

Kolonnen; `vind`, viser vindproduktion i Vestdanmark.

Øvelse 2. Plot vindproduktionen mod tiden som linje. Hvordan er kurven? Er der system i kurven?

Kolonnen; `CHP`, viser produktionen fra lokale kraftvarmeværker. Kombineret kraftvarmeværker er specielt udbredt i Danmark. Først udnyttes energien i brændslet, det kan være kul, gas, olie, biobrændsel eller affald til at producere elektricitet. Derefter udnyttes overskudsvarmen fra

elproduktionen i et fjernvarmenet; dvs. det sendes rundt i byen i rør og bruges til varmt vand, samt opvarmning af huse. Disse værker har stor udnyttelse af brændslet, og de har derfor prioritet i elproduktion.

Øvelse 3. Plot produktionen fra lokale kraftvarmeværker mod tiden som linje. Hvordan er kurven? Er der system i kurven?

Kolonnen; sol , viser produktionen fra solceller.

Øvelse 4. Plot produktionen fra solceller mod tiden som linje. Hvordan er kurven? Er der system i kurven?

Nu har vi nogle produktions tal givet time for time: vind, sol og CHP. Vi ønsker nu at plotte dem akkumuleret, dvs., som en sumfunktion. For at gøre dette skal produktionerne lægges sammen.

Øvelse 5. Plot først vind data, dernæst vind + sol osv. Plot også forbruget i samme diagram.

Forskellen mellem kurverne, dvs. differencen mellem "vind+sol+CHP-kurven" og "forbrugs-kurven", skal da leveres af el fra et af de store kraftværker.

Øvelse 6. Udregn forskel mellem produktionen (vind+sol+CHP) og forbruget. Det er efterspørgslen efter el produceret af elværkerne. Plot denne efterspørgsel.

Øvelse 7. Beskriv kurven, er den periodisk over dagen? begrund dit svar.

2. UDBUDSKURVER OG PRODUCENTERS OMKOSTNING

Kraftværker producerer ikke med ens teknologier og har derfor forskellige omkostninger ved produktion. Produktionsomkostningerne kan deles op i faste og variable udgifter; hvor de faste udgifter er uafhængige af produktionsmængden. I nedenstående tabel 1 opsummeres de Vestdanske kraftværker, samt deres kapacitet (på i alt 2442 MW), hvilken teknologi der anvendes, samt hvilke omkostninger der er i kr./MWh. Data findes

TABEL 1: Vstdanske kraftværker

	Kraftværk	Kapacitet MW	Teknologi	Variable omkostning kr/MWh
1	Enstedværket	38	Biomasse	243
2	Esbjergværket	407	Kul	112
3	Fynsværket I	406	Kul	124
4	Fynsværket II	34	Biomasse	210
5	GASTURBINE	250	Gasturbine	595
6	Herningværket	89	Biomasse	180
7	Nordjyllandsværket	411	Kul	106
8	Skærbækværket	427	Gas	361
9	Studstrupværket	380	Kul	109

også i regnearket kraftværk.xlsx. Regnearket har defineret et område; data, der indeholder matrixen med tal og området; kolonne , der indeholder kolonneoverskrifter.

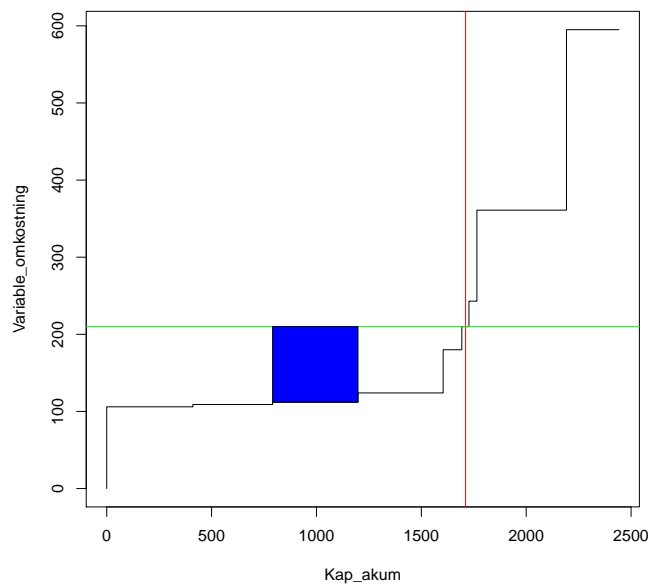
Den strøm, som værkerne producerer, sælges til elnettet, til den markedspris, der er på det givne tidspunkt. Prisen varierer over tid, afhængig af, hvor meget el der produceres i vindturbiner, solceller og kraftvarmeværkerne, samt hvor meget strøm, der efterspørges af forbrugerne. Forskellen på værkets variable omkostninger og den pris de får for den producerede el, kaldes dækningsbidraget, der netop går til at dække værkets faste udgifter, hvoraf det resterende indgår som overskud til ejeren.

Øvelse 8. Hvis prisen ligger på 250 kr./MWh, hvad er så dækningsbidraget for Fynsværket I (kul) ved el produktion? Hvad er den for Fynsværket II (biomasse)?

Det forventes, at der kl. 12.00 er en vindproduktion på 62 MW, en solcelleproduktion på 23 MW, og en lokal CHP produktion på 227 MW. Samtidig er det forventede behov for elektricitet 2023 MW. Den elektricitet, der ikke er produceret af vind, sol og CHP skal produceres af kraftværkerne i tabel 1.

Øvelse 9. Hvor meget skal kraftværkerne producere totalt?

Når der fastsættes en pris vil alle kraftværker med variable omkostninger, på eller under markedsprisen, producere el; mens de med omkostninger større end prisen ligger stille. For at finde ud af hvem, der skal producere, hvor meget el, til hvilken pris, konstrueres en udbudskurve.



FIGUR 1: Ordnet omkostningskurve. Den røde linje er efterspørgslen og den grønne linje er prisen. Den blå figur illustrerer Esbjergværkets dækningsbidrag.

Øvelse 10. Lav et diagram med produktion i MW ad x-aksen og variable omkostninger ad y-aksen. Opstil de forskellige producenter ordnet efter voksende rækkefølge for variable omkostninger, og plot dem i diagrammet (hint: det bliver en trappe)

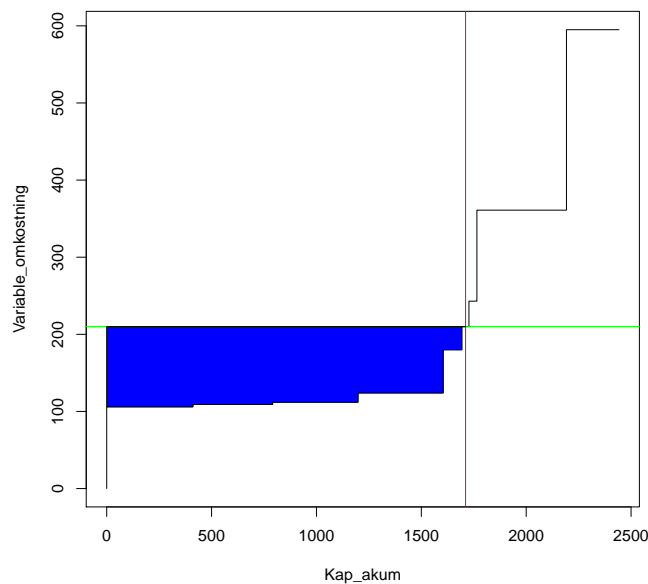
Øvelse 11. Plot nu efterspørgslen efter el i samme diagram.

Der hvor efterspørgslen skærer den ordnede omkostningskurve, fastsættes markedsprisen (på y-aksen).

Øvelse 12. Hvad er prisen, og hvilke kraftværker producerer el ved denne pris? - hvorfor?

Øvelse 13. Når prisen er som ovenfor, hvor meget producerer Esbjergværket, og hvor stort er dækningsbidraget?

Som det ses er Esbjergværkets dækningsbidrag af samme størrelse som arealet af rektanglet mellem omkostningskurven og prisen, se figur 1. Arealet er det samme som integralet, så det samlede dækningsbidrag (DB) for



FIGUR 2: Ordnet omkostningskurve. Den røde linje er efterspørgslen og den grønne linje er prisen. Den blå figur illustrerer det samlede dækningsbidrag.

el produktionen kan beskrives ved:

$$DB = \int_0^D p - c(q) dq$$

Hvor q er produktionen (quantity), D efterspørgslen (demand), p prisen, og $c(q)$ er de variable omkostninger (cost) organiseret som udbudskurve. For en trappe funktion som denne udbudskurve, bliver integralet det samme som summen (overvej hvorfor), og kan derfor beskrives ved:

$$DB = \int_0^D p - c(q) dq = \sum_{i=1}^5 (p - c_i) q_i$$

Hvor i er kraftværket og nummer 5 derfor er Herningværket (efter rangeringen i opgave 3). c_i og q_i er henholdsvis variable omkostninger og produktion for værk i .

Øvelse 14. Find det samlede dækningsbidrag i kr./time fra kraftværker-
nes produktion, ved at udregne integralet som vist i figur 2 vha. en sum
af »arealblokke«.

Som det ses af ovenstående, er denne ordnede omkostningskurve og-
så en udbudskurve; det er sammenhængen mellem den mængde strøm,
der vil være på markedet til en given pris. Det betyder også at efter-
spørgslen (hvor meget strøm der skal produceres), rangerer omkostnings-
/udbudskurven og fastsætter dermed prisen.

Øvelse 15. Lav en funktion der fører efterspørgsel D over i prisen p :
 $\mathbb{R}_{\geq 0} \curvearrowright \mathbb{R}$. Da omkostningskurven er en trappefunktion, bliver udbuds-
funktion det også (en diskontinuert funktion)

Øvelse 16. Tag nu den efterspørgsel, der er beregnet ud fra data for vind,
sol, CHP og forbrug i opgave 6, og find prisen for hver time.

Øvelse 17. Plot prisen mod tiden og plot efterspørgslen. Sammenhold de
to kurve, hvor når er prisen høj? Hvor lav kan prisen blive?

Vi har senere brug for en kontinuert udbudsfunktion og vi skal derfor lave
en tilnærmelse til trappefunktionen. Som punkter tager vi alle de steder,
hvor trappen skifter retning.

Øvelse 18. Find et passende polynomium at tilnærme trappefunktionen
med, argumenter hvorfor 3.grads polynomium måske passer og find/kommenter
på R2 (forklaringsgraden).

Øvelse 19. Man kan bruge andre typer af funktioner til modeltilnærmel-
ser, kom med eksempler på hvilke og forklar, samt argumenter for, hvad
vi her bør bruge.

Øvelse 20. Udregn det tilnærmede dækningsbidrag ud fra polynomiet.
Integralet skrives som:

$$DB = \int_0^D p - c(q) dq$$

Øvelse 21. Begrund hvorfor DB kan udregnes vha. dette bestemte inte-
gral. Hvad svarer p og $c(q)$ til på figur 2. Hvorfor kan $c(q)$ erstattes af
det fundne 3. grads polynomium, og hvilken betydning har konstanterne,
den delvise integration, samt indsættelsen af grænser i opgaven?

Øvelse 22. Sammenhold resultatet fra opgave 21 med dækningsbidraget fundet i opgave 14 og udregn afvigelsen i %. Hvilke tal er det rette og hvilket er en tilnærmelse? Overvej validiteten ved de omtalte metoder, samt hvorledes der kan laves forbedringer med andre matematiske metoder.

3. ELASTIK UDBUD

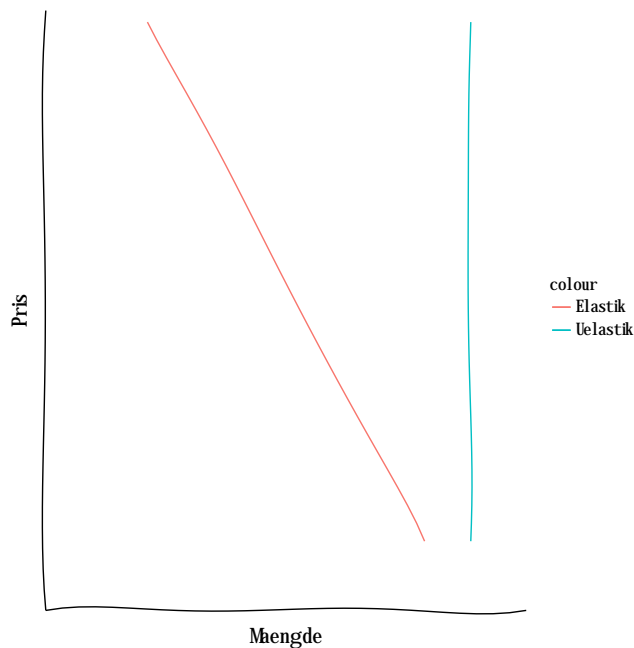
Vi har i det forgående taget udgangspunkt i, at det strøm der forbruges, leveres og dernæst bliver prisen fastsat, men det var en forsimplet virkelighed. Prisen til producenterne betales egentlig af elselskaber (som fx SydEnergi, Energi Fyn og Nesa), der så sælger den videre til forbrugere til fast pris. Bortset fra få store forbrugere, der køber strøm direkte på markedet og afpasser deres forbrug efter prisen, har alle, der bruger strøm altså en fast pris på strøm, uanset tidspunkt på døgnet. Elselskabet skal købe strøm til varierende priser og sælger det videre til en fast pris. De udjævner sådan at man nogle gange betaler mere for strømmen end markedsprisen, og andre gange mindre.

Økonomer tror, at folk i virkeligheden vil justere deres forbrug, hvis de havde forskellig pris, således at de flytter det forbrug, der kan flyttes, til tidspunkter med lav pris. Hvis folk reagerer med deres forbrug afhængig af prisen, siger vi, at efterspørgslen er priselastisk. Omvendt, hvis efterspørgslen ikke afhænger af pris, siges efterspørgslen at være uelastisk. I figuren er den blå linje en uelastisk efterspørgsel mens den røde er elastisk.

Vi har indtil nu plottet mængden af elproduktion (q) ad x-aksen og prisen (p) ad y-aksen. Det er sådan økonomer traditionelt gør det. Det måske lidt forvirrende, for vi mener ikke at prisen er den afhængige variable. Derimod mener vi omvendt, at efterspørgsel og udbud reagerer på prisen. Så diagrammet viser ikke det vi tænker. Ved en udbudsfunktion og efterspørgselsfunktion forstås henholdsvis funktionerne:

$$\begin{aligned} p &= p_D(D) \\ p &= p_S(S) \end{aligned}$$

Hvor p er prisen, D er efterspørgsel (demand) og S er udbud (supply). Det er altså ligesom vi tegner kurverne S og D på x-aksen og p på y-aksen

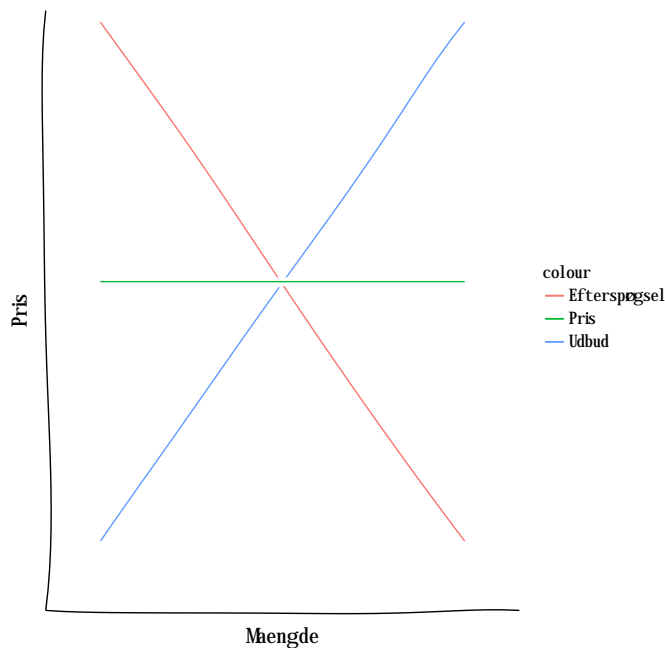


FIGUR 3: Elastisk og uelastisk efterspørgsel

men det er ikke sådan vi opfatter markedet. Vi antager, at markedet virker med de omvendte funktioner, altså $D = D(p)$ og $S = S(p)$, der er kendt som 'omvendt efterspørgsel' og 'omvendt udbud' funktioner.

Figur 4 er standard fremstillingen af et marked, hvor prisen bliver fastsat som skæringen mellem udbudskurven og efterspørgsel kurven. Så fordelen ved det lidt omvendte syn på verden er, at det er nemt at finde prisen som skæringen mellem de to funktioner. Som vi har regnet ovenfor, er udbudskurven tæt forbundet med produktionsomkostningerne, og vi kan udregne producentoverskuddet som arealet af figuren (mellem udbudskurven og prisen - den blå trekant i figuren) 5

Den røde udbudskurve viser forbrugernes vilje til at købe, ved en given pris. Da linje skråner ned mod højre, er der nogle forbrugere, der ville være villige til at købe, selvom prisen var højere. Ikke så mange, som ved den grønne pris, men færre afhængig af hældningen på kurven og prisændringen. De forbrugere, der får deres vare billigere, end de egentlig var villige til at betale, har et 'overskud'; det kalder vi *forbrugeroverskuddet* og udgøres af den røde trekant ovenfor. Til sammen udgør de røde og blå trekanter det samlede *samfundsøkonomiske overskud* ved den handel,



FIGUR 4: Udbud, efterspørgsel og pris

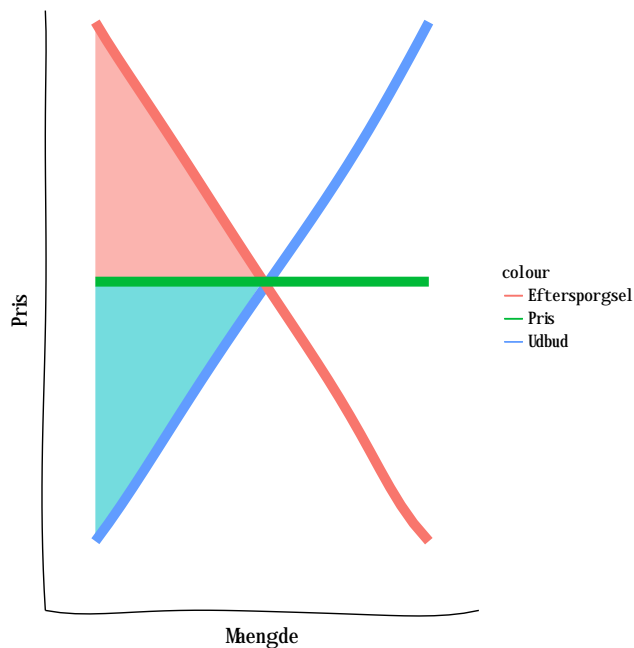
der foregår på markedet. Det er økonomers målsætning, at det samfundsoekonomiske overskud, skal være så stort som muligt, fordi det er en forbedring for alle parter (nogle stilles bedre, men ingen stilles ringere.)

Da el ikke bliver solgt på et frit marked, men går gennem elforsynings-selskaberne, der udjævner priserne før de når forbrugerne, er det fra en samfundsøkonomisk synsvinkel lig med et tab. Denne opgave forsøger at forklare dette tab.

Lad os tage udgangspunkt i, at efterspørgslen med nuværende fast-prissystem er 1711 (svar fra opgave 12), og lad os antage at; hvis der var en varierende pris over tid, vil efterspørgslen (på dette tidspunkt) være

$$p_D = 2140 - 1.24D$$

Denne $p(D)$ nævnes også i Maple label (16) s. 7. Denne efterspørgsels-funktion er et rent gæt; vi ved simpelthen ikke hvilken hældning kurven har, og hvad b-værdi den har, dvs. hvilken højde den ligger i. Nogle gange vil efterspørgslen være under det vi ser i dag, og nogle gange over. Hældningen vil være skråt nedad, men *hvor stejlt* vil afhænge af folks mulighed for, at flytte forbruget. For nu at få en kontinuert udbudskurve, bruger vi



FIGUR 5: Producentoverskud blå trekant. Forbrugeroverskud rød trekant

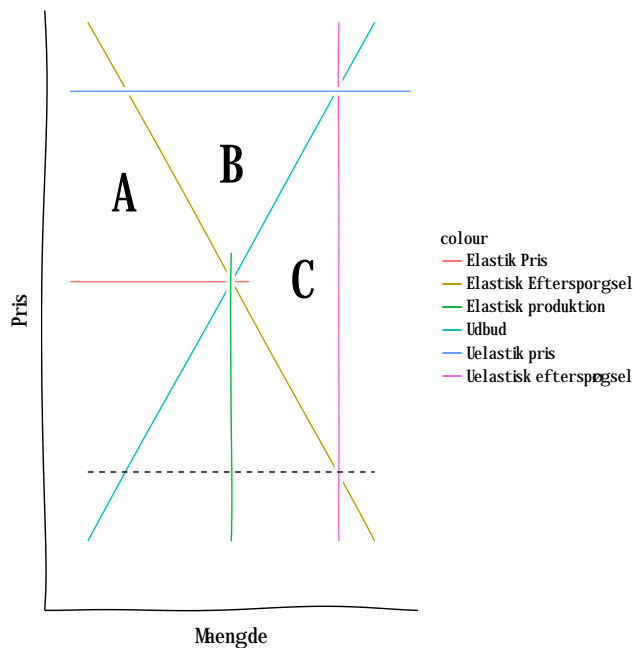
det tilnærmede 3. grads polynomium, som vi estimerede i ovenstående opgave 18:

$$p_s = \text{poly}(3, S)$$

Vi har da følgende situation i figur 6: Den lille kurve er den uelastiske efterspørgsel og produktion, der skærer udbudskurven og giver den blå uelastiske pris, som bliver betalt af elproducenterne. Forbrugerne betaler den pris, der er indikeret med den stiplede linje, til elproducenterne, og elproducenterne udjævner så forskellen i priser over tid, så forbrugeren har en fast pris. Hvis et frit marked havde etableret prisen, var prisen blevet lig med skæringen mellem den elastiske efterspørgsel og udbudskurven, og resultere i den røde pris, ved den grønne produktion.

Hvis vi ser på figuren, så er der af den faste pris (uelastisk), skabt nogle forvriddninger (uhensigtsmæssigheder) i forhold til den markedsbestemte pris. Det fremgår af figuren og de polygoner (trekanter og trapez), der opstår mellem de to priser og udbud, og efterspørgselskurverne, der i figuren er mærket A, B og C.

For forbrugeren, betyder alle arealer af figurerne A, B og C et tab i deres forbrugeroverskud; i trekant A er folk villige til, at betale den faste



FIGUR 6: Efterspørgsel med fastpris og markedspris. Situation hvor markedsbaseret efterspørgsels (elastisk) er lavere end fastpris efterspørgsel (uelastisk).

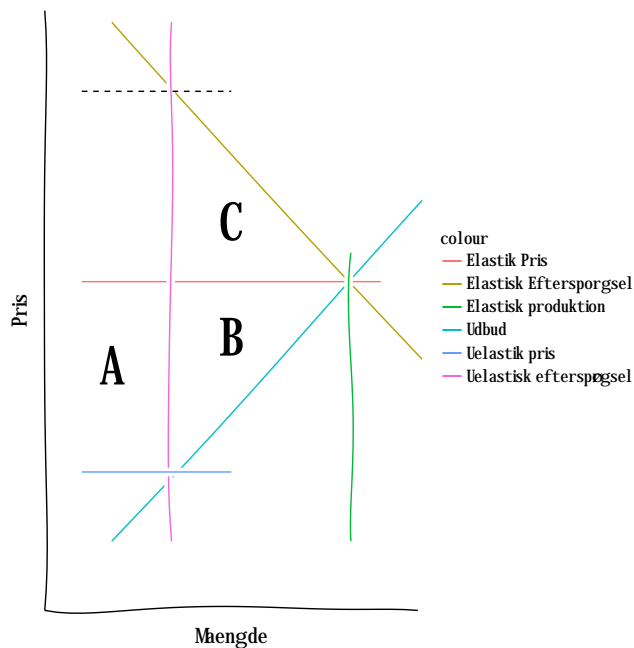
prisen, men de burde få den billigere, hvis markedet bestemte prisen. For trekant B og C betaler folk mere, end de er villige til at betale. Det kan selvfølgelig kun lade sig gøre, fordi prisen bliver udjævnet via eldistributionsselskabet.

For elproducenterne er trekant A og B en øgning af deres dækningsbidrag og altså overskud, hvorimod trekant C er under udbudskurven og derfor er en del produktions omkostningerne.

I alt, når forbrugers tab og producenteres overskud lægges sammen, bliver resultatet et tab på C ($-A - B - C + A + B = -C$). Trekkanterne A og B er altså en flytning af overskuddet fra forbrugeren til producenten, hvorimod C er forskellen i omkostningerne ved at producere noget strøm, til en højere pris, end folk er villige til at betale.

Øvelse 23. Udregn det samfundsmæssige tab, når efterspørgslen er:

$$p_D = 2140 - 1.24D$$



FIGUR 7: Efterspørgsel med fastpris og markedspris. Situation hvor markedsbaseret efterspørgsels (elastisk) er større end fastpris efterspørgsel (uelastisk).

og udbudskurven, som det tilnærmede polynomium og efterspørgsel under fast pris, er 1711.

Ovenfor har vi undersøgt et fastprissystem overfor udbud og efterspørgsel, som normalt er styret af pris, og fandt, at der er et samfundsøkonomisk tab, når efterspørgselskurven giver en pris, der er lavere end den faste pris. Overvej hvordan det ser ud, hvis efterspørgsel kurven giver en højere pris end den faste. Antag fx at udbudskurven er givet ved

$$p_D = 2500 - 1.24D$$

Situationen er nu som figur 7. Nu er prisen lav for producenterne, fordi efterspørgslen under fastprisen er lav (forbrugernes pris er der, hvor den uelastiske efterspørgsel, skærer den elastiske efterspørgsel, altså den stiplede linje). Hvis der var variabel pris ville forbruget være større og prisen højere. Trekant A er nu en øgning af forbrugeroverskuddet og en mindskelse af dækningsbidraget, så samfundsøkonomisk et nul. Trekant

B er forbigået dækningsbidrag til producenterne (bidrag, hvis prisen havde været fri), og C er tabt forbrugeroverskud (fordi forbrugerne godt ville have brugt mere strøm, hvis prisen havde være lavere). For samfundet er tabet altså trekant B og C

Øvelse 24. Udregn det samfundsmæssige tab, når efterspørgslen er

$$p_D = 2500 - 1.24D$$

Og udbudskurven som det tilnærmende polynomium og efterspørgslen under fastpris er 1711