Kunnskap for en bedre verden

Institutt for teknisk kybernetikk

Eksamensoppgave i TTK4100 Kybernetikk introduksjon

Faglig kontakt under eksamen: Linn Danielsen Evjemo

Tlf.: 40496095

Eksamensdato: 21. desember 2018

Eksamenstid (fra-til): 09.00-13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:

D - ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler er tillatt.

NTNU typegodkjent kalkulator med tomt minne er tillatt.

Annen informasjon:

Da tidligere vurdering i faget teller 20 % av den endelige karakteren i faget, teller denne eksamen 80 %.

Målform/språk: Bokmål

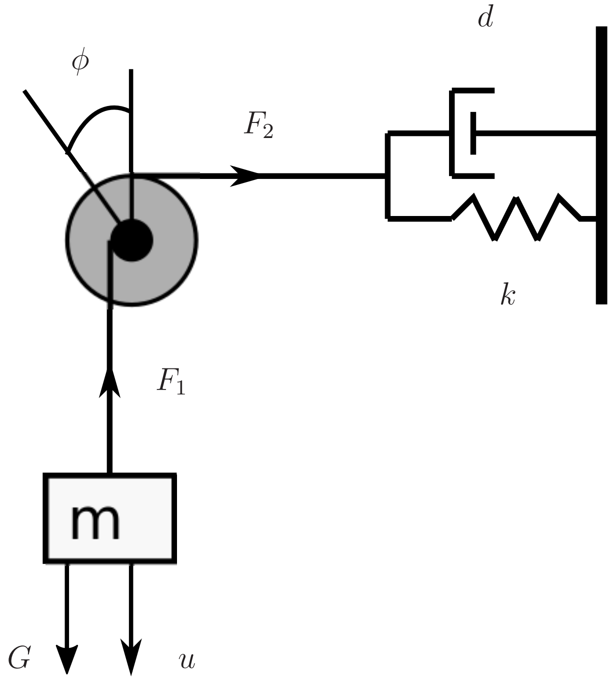
Antall sider (uten forside): 7

Antall sider vedlegg: 0 – ingen-

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig □	**2-sidig** □
sort/hvit □	**farger** □
skal ha flervalgskjema □	

Kontrollert av:

Dato Sign



Figur 1: Heisemekanisme

Oppgave 1. (28 %)

Figur 1 viser deler av et kransystem for å heise last om bord på et skip. Systemet er satt sammen av to skiver som er montert på samme aksling. Den innerste skiven har radius r_1 og den ytterste har radius r_2. Rundt hver skive er det et snortrekk. Snortrekket rundt skiven med radius r_1 er festet i en last med masse m som skal heises og er også påvirket av en motorkraft u som er pådraget. Tyngden av lasten er $G = mg$, der g er tyngdeakselerasjonen. Snortrekket rundt skiven med radius r_2 er festet sammen med en parallell fjær med fjærkonstant k og en demper med dempekonstant d som igjen er festet i et fast punkt. Skivene har treghetsmoment J. Posisjonen til fjæren og demperen er gitt av x og posisjonen til lasten er gitt av y. Snortrekket for den minste skiva er gitt av kraften F_1 og snortrekket for den største skiva er gitt av kraften F_2.

Snorkreftene er gitt ved

$$F_2 = kx + d\dot{x} \tag{1}$$
$$m\ddot{y} = mg + u - F_1, \tag{2}$$

og vi har dessuten sammenhengen

$$J\ddot{\phi} = F_1 r_1 - F_2 r_2. \tag{3}$$

Sammenhengene mellom rotasjonsbevegelsen og de rettlinjede bevegelsene er gitt ved

$$y = r_1\phi \tag{4}$$
$$x = r_2\phi. \tag{5}$$

a) (2 %) Hvilke balanselover er brukt for å komme frem til ligningene (2) og (3)?

b) (5 %) Bruk sammenhengene over til å vise at en differensialligning for ϕ er gitt av

$$(mr_1^2 + J)\ddot{\phi} + dr_2^2\dot{\phi} + kr_2^2\phi = mgr_1 + r_1 u. \tag{6}$$

c) (4 %) Finn uttrykk for systemets udempede resonansfrekvens ω_0 og relative dempingsfaktor ζ.

d) (4 %) Vi ønsker nå å endre systemets egenskaper slik at systemet i lukket sløyfe får udempet resonansfrekvens $\tilde{\omega}_0$ og relative dempingsfaktor $\tilde{\zeta}$ og innfører derfor PD-regulatoren

$$u = k_p(\phi_r - \phi) + k_d(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}) \tag{7}$$

der ϕ_r er den konstante referansen og k_p og k_d er regulatorparameterne. Finn k_p og k_d uttrykt ved gitt ω_0 og ζ, ønsket $\tilde{\omega}_0$ og $\tilde{\zeta}$, og andre konstanter.

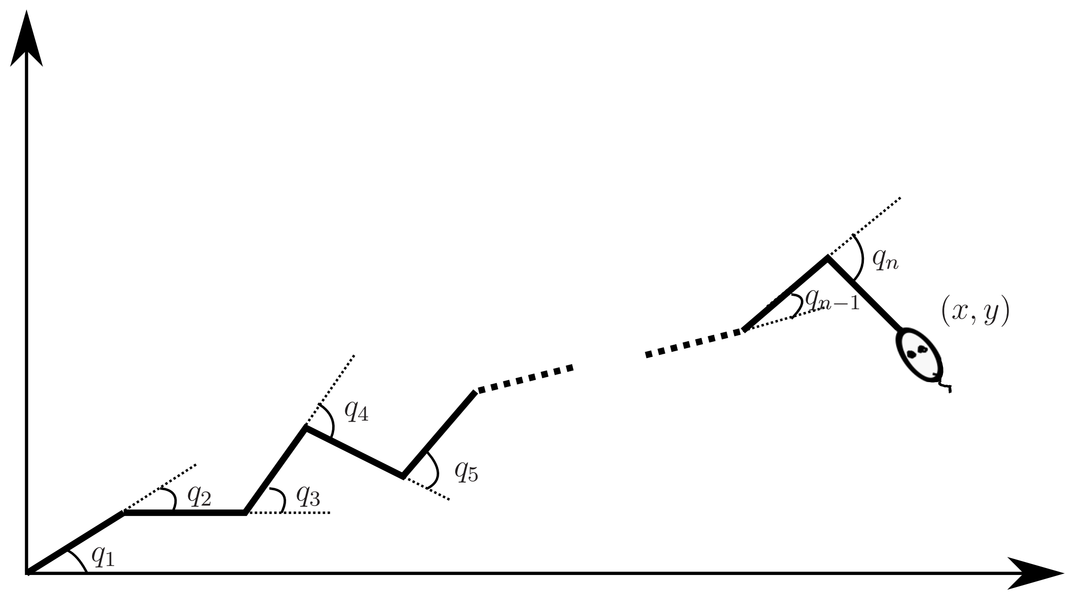
e) (2 %) Forklar med tanke på at dette er en kran som skal løfte en last ned på et båtdekk hvorfor det er fornuftig å velge $\tilde{\zeta} = 1$.

f) (3 %) Forklar kort, med henvisning til (6), hvorfor det vil være en god ide å bytte til en PID-regulator

$$u = k_p(\phi_r - \phi) + k_i\int(\phi_r - \phi)dt + k_d(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}) \tag{8}$$

g) (5 %) Tegn blokkdiagram for systemet (6), i lukket sløyfe med PID-regulatoren (8).

h) (3 %) Motorkraften u har en maksverdi slik at det er å forvente at pådraget kan gå i metning. Hvilket problem kan dette føre til i forbindelse med PID-regulatoren, og hvordan kan det løses?



Figur 2: Slangerobot med n ledd, alle leddene har samme lengde l

Oppgave 2. (10 %)

Denne oppgaven omhandler en slangerobot med n ledd (eller frihetsgrader) som er vist i Figur 2. Alle leddene er rotasjonsledd med lengde l som kan bevege seg med en vinkel q_i. Koordinatene til hodet (eller verktøyet) til roboten er gitt av punktet (x, y).

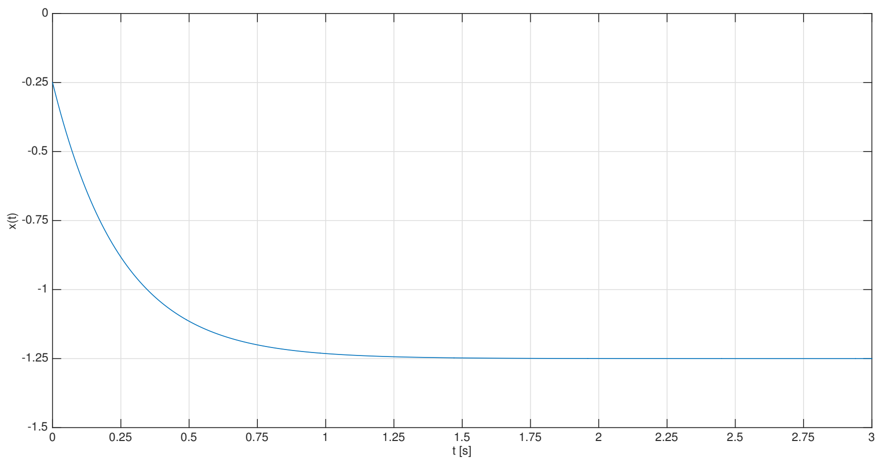
a) (5 %) Studer Figur 2 og sett opp uttrykk for robotens *foroverkinematikk*, det vil si finn x og y som funksjoner av leddvariablene $q_1, ..., q_n$ og lengden l.

b) (5 %) Hva kalles problemet med å finne alle leddvinklene hvis vi har oppgitt (x, y)? Forklar kort hvorfor du ikke er blitt bedt om å løse dette problemet.

Oppgave 3. (6 %)

a) (3 %) Forklar Nyquist-Shannons samplingsteorem.

b) (3 %) Hva menes med begrepet *nedfolding*? Forklar, gjerne med bruk av figur.



Figur 3: En løsning av (9)

Oppgave 4. (12 %)

a) (2 %) Gitt systemet

$$\dot{x} = -4x - u \tag{9}$$

Finn tidskonstanten T og forsterkningen K.

b) (3 %) Vis hvordan du kan finne igjen tidskonstanten til (9) i Figur 3. Du skal tegne av figuren, men nøyaktighet i tegningen er ikke viktig.

c) (2 %) Gitt systemet

$$\ddot{x} = -0.6\dot{x} - 0.09x \tag{10}$$

Finn udempet resonansfrekvens ω_0 og relativ dempningsfaktor ζ for systemet.

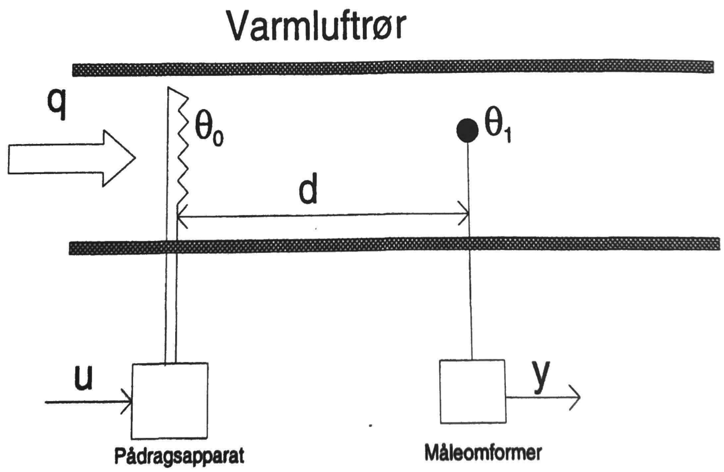
d) (2 %) Er systemet i (10) underdempet, kritisk dempet eller overdempet?

e) (3 %) Forklar, ved å bruke en figur, hvordan et system vil oppføre seg dersom det er

(i) Underdempet

(ii) Kritisk dempet

(iii) Overdempet



Figur 4: Oppvarming av luft i et varmluftrør

Oppgave 5. (8 %)

Et rør hvor det strømmer luft med volumstrøm q er vist i Figur 4. Et varmeelement avgir en effekt som er styrt av inngangssignalet u. I et ukjent volum V_0 rundt varmeelementet har luften temperaturen θ_0, og i en avstand d fra varmelementet er det en temperatursensor som måler temperaturen θ_1. Denne temperaturen omformes til et målesignal y. Både u og y er spenninger med benevning V. Resultatet av et forsøk er vist i figur 5 der det vises hvordan et sprang fra $u = 0\text{V}$ til $u = 1\text{V}$ ved $t = 1\text{s}$ gir opphav til en tilhørende økning i y.

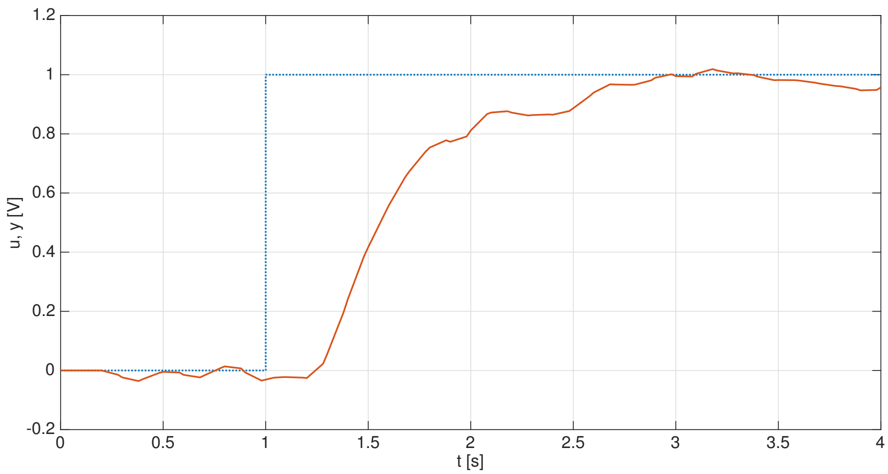
Vi skal nå lage en førsteordens modell for denne prosessen.

a) (6 %) Bruk informasjonen i Figur 5 til å finne omtrentlige tallverdier for tidskonstant T, forsterkning K og tidsforsinkelse τ for denne modellen. (Du skal ikke levere inn figuren)

b) (2 %) Det er mye usikkerhet i denne modellen. Volumet V_0 og volumstrømmen q er vanskelige å bestemme nøyaktig. Ved å gjøre en del antagelser under modelleringen kan man foreslå følgende uttrykk for tidsforsinkelsen og tidskonstanten:

$$\tau = \frac{Ad}{q}, \quad T = \frac{V_0}{q}, \tag{11}$$

der A er tverrsnittsarealet til røret. Velg en av disse sammenhengene, men spesifiser hvorfor du velger den du velger, og vis hvordan du vil bruke denne sammenhengen til å finne en tilnærmet verdi for volumstrømmen q.



Figur 5: Inngangssignalet u (stiplet linje) og målingen y (heltrukken linje)

Oppgave 6. (6 %)

Gitt differensialligningen

$$\dot{x} = k(x-1)(x-2)(x-3), \tag{12}$$

der k er en konstant.

a) (2 %) Finn likevektspunktene til (12).

b) (4 %) Finn stabilitetsegenskapene til likevektspunktene (det vil si, er de stabile eller ustabile?) i de to tilfellene i) $k = 1$ og ii) $k = -1$. Du kan bruke en grafisk metode eller beregninger.

Oppgave 7. (10 %)

Kristian tilbringer lange dager på lesesalen i desember. For å holde konsentrasjonen på topp, ønsker han til enhver tid perfekt temperert kaffe. Han har derfor utstyrt kaffekanna på pauserommet med varmeelement. En forenklet modell for temperaturen på kaffen i kanna er gitt av

$$\dot{T} = -k_1 T + k_2 P, \tag{13}$$

der T er kaffetemperaturen, P er effekten fra varmeelementet som tilføres innholdet i kanna, og k_1 og k_2 er konstanter.

a) (2 %) Hvilken bevaringslov er brukt for å komme fram til uttrykk (13)?

b) (4 %) For å holde temperaturen i kanna på et jevnt nivå, forsøker han å bruke en P-regulator:

$$u = P = k_p(T_r - T), \tag{14}$$

der k_p er forsterkningen til P-regulatoren, og T_r er den konstante referansetemperaturen som Kristian ønsker å ha på kaffen sin.

Regn ut stasjonæravviket $e_s = (T_r - T_s)$ til systemet (13) med regulator (14), der T_s er stasjonærverdien til T.

c) (4 %) P-regulatoren byttes nå ut med en PI-regulator:

$$u = P = k_p(T_r - T) + k_i \int_0^t (T_r - T(\tau))d\tau \tag{15}$$

Vis at system (13) med regulator (15) ikke får stasjonæravvik.