

# Übung 08.01

Autos per folgende:

$$P(A) = 0,4$$

$$P(B) = 0,5$$

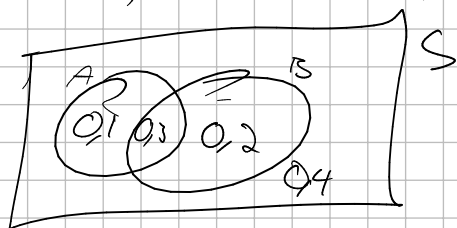
$$P(\overline{A \cup B}) = 0,4$$

Für  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $\bar{A} \cap B$

$$P(A \cup B) = \overline{P(\overline{A \cup B})} = \overline{0,4} = 0,6$$

$$\bar{A} = 0,6$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \overline{P(A \cap B)}$$



$$\Rightarrow A \cup B = 1 - 0,4 = 0,6$$

Wäre overlap?  $P(A) + P(B) > 0,6$   
 $0,9 > 0,6$

0,3 ist overlap

$$P(A \cup B) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(A \cap B) = 0,3$$

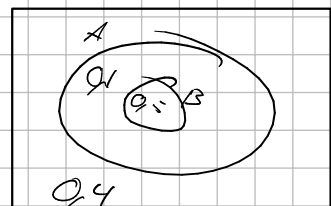
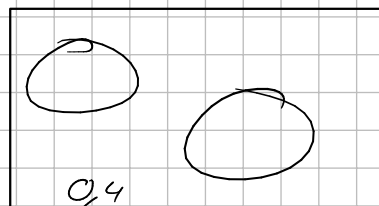
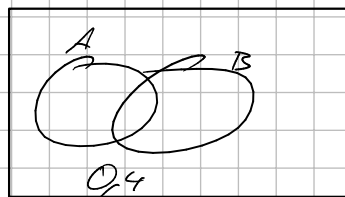
$$P(\bar{A} \cap B) = 0,2$$

Autos folgende

$$P(A) = 0,6$$

$$P(B) = 0,5$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 0,4$$



$$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,4 = 0,6 = P(A)$$

$$P(A \cap B) = P(B) = 0,5$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\emptyset) = 0$$

Gitt vanlig kortstokk

52 kort

4 farger

13 kort per farge

Anta at 5 kort utvelles tilfeldig

Hva er sannsynligheten for

1 par  $\Rightarrow$  Av de 5, 2 kort av samme verdi og 3 kort med ulike andre verdier

$$P(1 \text{ par}) = \frac{g}{m}$$

$$r = 5 \quad n = 52$$

$$m = \binom{52}{5} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$g = \frac{4}{13} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{12}{12} \cdot \frac{11}{11} \cdot \frac{10}{10}$$

$$= \frac{4}{13} \cdot \frac{3}{12}$$

Løsning

$$m = ?$$

Utdrags uten tilbakelegging

$$m = \binom{52}{5}$$

$$g = ?$$

$$g = \frac{52}{52} \cdot \frac{3}{52} \cdot \frac{12}{50} \cdot \frac{11}{49} \cdot \frac{10}{48} ?$$

$$g = \binom{13}{1, 3, 9} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{4}{1}$$

Eksempel  
Par gruppe 5

Farge

enkelt kort 2, 8, 9

hver kort: 3, 4, 5, 10, 11, 12, 12, 14

$$P(1 \text{ par}) = \frac{\binom{13}{1, 3, 9} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{52}{5}} = \frac{\frac{13!}{3! \cdot 9!} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 4^3}{\frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = 0,4236$$

2 par  $\Rightarrow$  To kort av samme verdi, to kort av en annen felles verdi, 1 kort i en tredje verdi

Par 1 1

Par 2 2

Enheter 3

Resten 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

$$P(2 \text{ par}) = \frac{g}{m}$$

$$m = \binom{52}{5}$$

$$g = \binom{13}{2, 2, 1} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{1}$$

$$P(2 \text{ par}) = \frac{\frac{13!}{2!2!1!} \cdot \frac{4!}{2!} \cdot \frac{4!}{2!} \cdot 4}{\frac{52!}{5!4!3!2!1!}}$$

$$= \frac{13! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 5 \cdot 4! \cdot 3 \cdot 2}{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}$$

Løsning

$$m = \binom{52}{5}$$

$$g = \binom{13}{2, 1, 10} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{1}$$

Verdi  
Par, enheter  
Farge par 1  
Farge par 2  
Farge resten

$$P(2 \text{ par}) = \frac{\binom{13}{2, 1, 10} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{52}{5}} = \frac{0,02377}{4207} = \frac{1}{4207}$$

Straight => 5 kort i etterfølgende verdier, de fem kortene kan ikke alle være samme farge

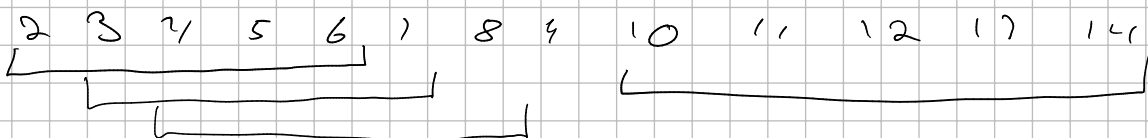
$$P(\text{straight}) = \frac{g}{m}$$

$$m = \binom{52}{5}$$

~~$$g = \binom{13}{5} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{1}{1}$$~~

$$g = \binom{13-4}{13} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1}$$

Løsning



$$g = (13-4) \cdot (4^5 - 4)$$

$$P(\text{straight}) = \frac{9 \cdot (4^5 - 4)}{\binom{52}{5}} = 0,003532 = \frac{1}{283,11}$$

$$P(1 \text{ pair}) = 0,4226$$

kan vi finne disse sannsynlighetene uten å regne de ut slik vi har gjort?

Prøv wave paper

$$P(1 \text{ pair}) = \frac{\text{Antall forskjellige resultater}}{\text{Antall forsøk}}$$

## Bursdagsproblemet

Anta att vi har 5 personer i ett rum. Hva er sannsynligheten for att minst 2 av de 5 har bursdag på samme dato.

365 dager i året

2de sannsynlighet for alle datoer

Bursdager er uavhengige

A: Minst to har bursdag samme dato

$$P(A) = 1 - P(\text{ingen har bursdag samme dato})$$

$$= 1 - \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdot \frac{361}{365}$$

Oppgave

$$P(A') = \frac{g}{m}$$

$$m = 365^5$$

$$g = 365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot 362 \cdot 361$$

$$P(A') = \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot 362 \cdot 361}{365^5} = 0,97286$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 0,02714$$

Hva med n personer i rommet?

$$P(A') = \frac{g}{m} = \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (364 - n + 1)}{365^n}$$

$$P(A) = 1 - P(A')$$

$$n = 10$$

$$P(A) = 0,11695$$

$$n = 20$$

$$P(A) = 0,41144$$

$$n = 30 \Rightarrow P(A) = 0,70602$$

