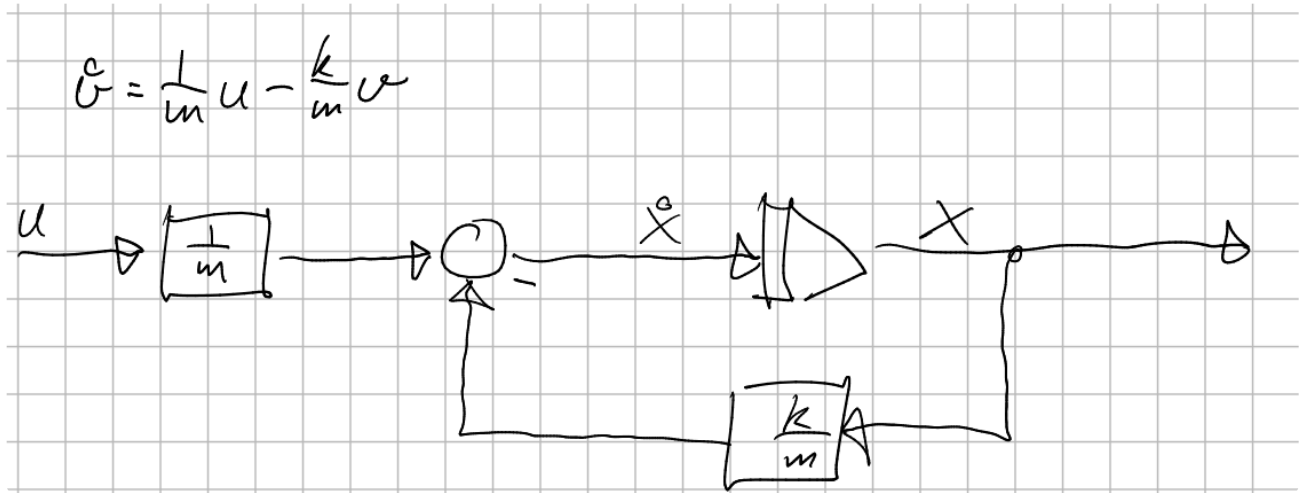


### Kybintrø øving 3 - Lars André Roda Jansen

#### Oppgave 1

a)



Ettersom at vi definerer  $u$  som konstant, så vil systemet være monovariabelt fordi den eneste variabelen er  $v$ . Det blir én tilbakekobling i systemet.

b)

Eulers metode er brukt for å kunne numerisk beregne / simulere en differensiallikning i tilfeller der en analytisk løsning på systemet ikke er lett tilgjengelig. Vi har en differensiallikning på formen:

$$\dot{x} = f(x)$$

Vi sier da at en eksakt løsning vil være på formen:

$$x(t)$$

For å numerisk beregne dette så bruker vi et tidsskritt  $h$ , slik at en  $t_n$  vil kunne defineres som tiden til det forrige steget addert med tidsskrittet:

$$t_{n+1} = t_n + h$$

Vi sier da at resultatet av neste steg  $x_{n+1}$  vil da tilsvare:

$$x_{n+1} = x_n + h f(x_n)$$

Om vi var til å simulere en differensiallikning ved et program så kunne man ha gjort dette med en for-løkke som beregner  $x_{n+1}$  ved å definere en funksjon for  $f(x_n)$ .

c)

Nøyaktigheten av løsningen ved bruk av Eulers metode blir bestemt av tidsskrittet  $h$ . Om  $h$  er for stor så vil resultatet bli veldig unøyaktig, men om  $h$  er for liten så kan det være kostbart i form av datakraft å beregne.

d)

```
import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

def f(v, u, m, k):
    return (1 / m) * u - (k / m) * v

def main():
    u = 500
    m = 200
    k = 100

    h = 0.1 #Tidsskritt
    t_start = 0.0 #Tidsintervall
    t_slutt = 15.0

    steps = int((t_slutt - t_start) / h)

    t = np.linspace(t_start, t_slutt, steps)

    print(t)

    v = np.zeros(steps)

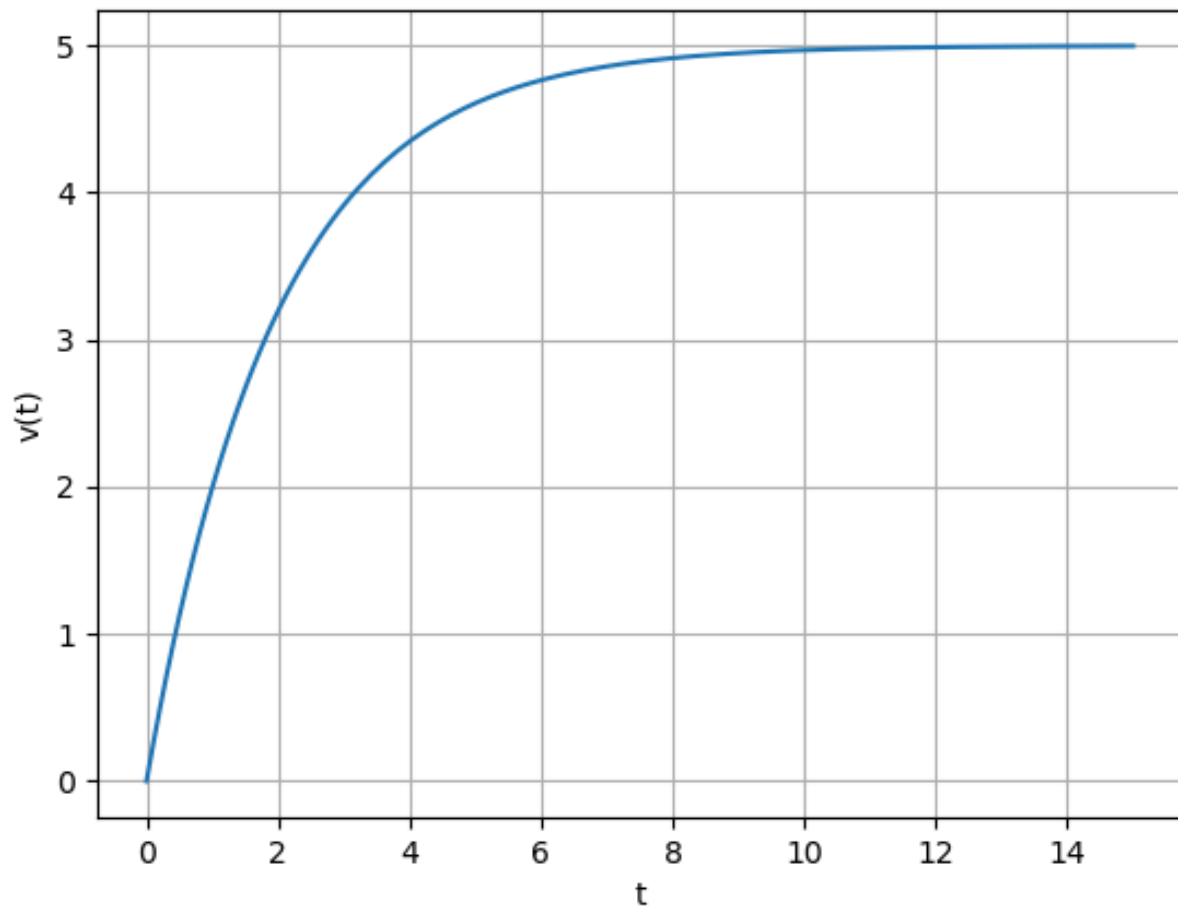
    v[0] = 0

    for i in range(1, steps):
        v[i] = v[i - 1] + h * f(v[i - 1], u, m, k)

    print(v)

    plt.plot(t, v)
    plt.xlabel("t")
    plt.ylabel("x(t)")
    plt.grid()
    plt.show()

main()
```



e)

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def f(v, u, m, k):
    return (1 / m) * u - (k / m) * v

def v_t(v0, u, k, m, t):
    return np.exp(-(k / m) * t) * (v0 - (u / k)) + (u / k)

def main():
    v0 = 0
    u = 500
    m = 200
    k = 100

    h = 0.1 #Tidsskritt
    t_start = 0.0 #Tidsintervall
    t_slutt = 15.0
```

```

steps = int((t_slutt - t_start) / h)
t = np.linspace(t_start, t_slutt, steps)

print(t)

v_euler = np.zeros(steps)
v_analytical = np.zeros(steps)

v_euler[0] = v0

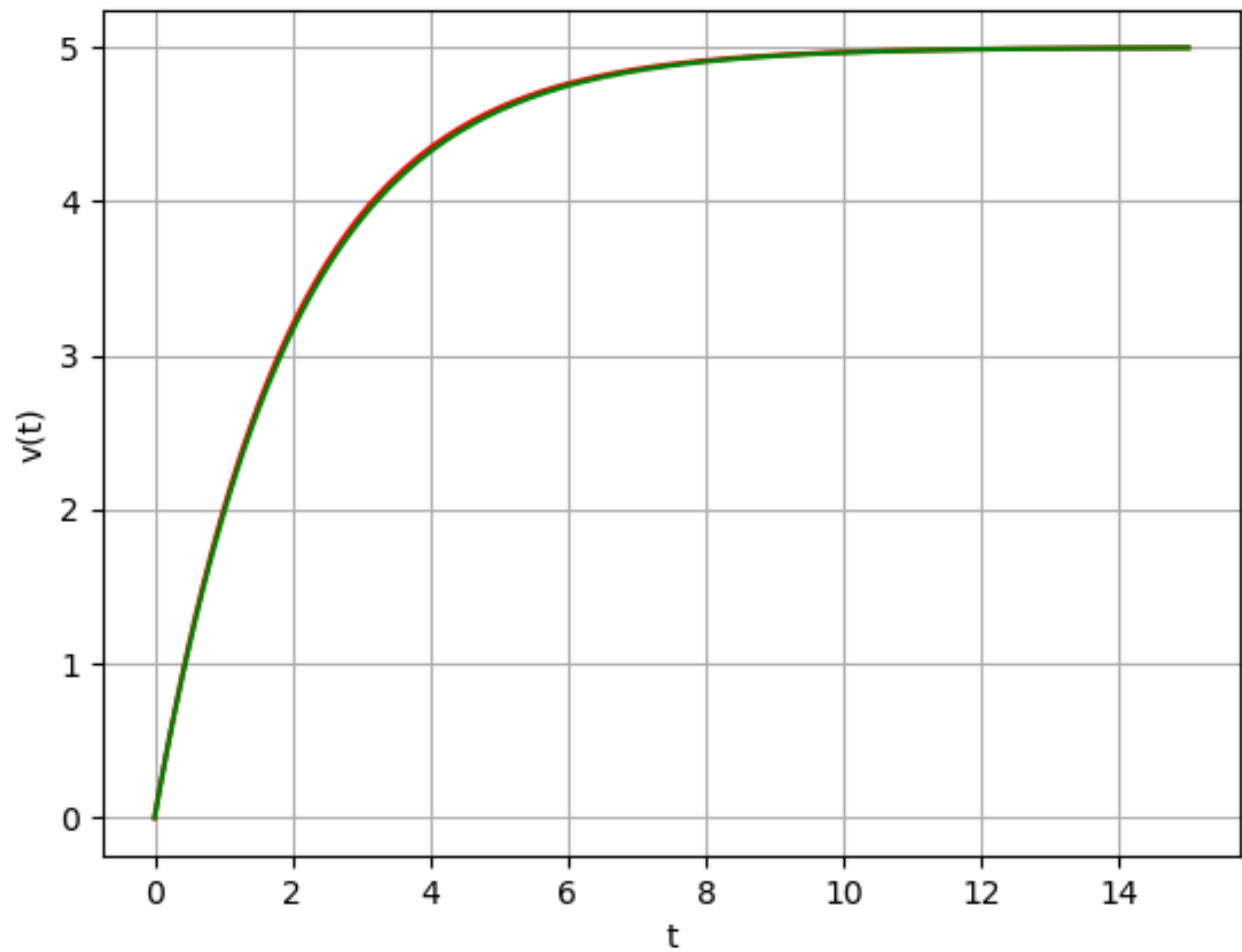
for i in range(1, steps):
    v_euler[i] = v_euler[i - 1] + h * f(v_euler[i - 1], u, m, k)

for i in range(0, steps):
    v_analytical[i] = v_t(v0, u, k, m, t[i])

plt.plot(t, v_euler, "r")
plt.plot(t, v_analytical, "g")
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("v(t)")
plt.grid()
plt.show()

main()

```



f)