Avsluttende Eksamen TTK4100 Kybernetikk introduksjon

Mandag 12.desember 2016

Tid: 09:00 - 13:00

Kontaktperson:	Professor Tommy Gravdahl
	Tlf.: 90144212
Hjelpemidler:	D-ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler er tillatt.
	NTNU typegodkjent kalkulator med tomt minne er tillatt.
Språk:	Norsk (Bokmål)
Antall sider:	8

Da tidligere vurdering i faget teller 20% av den endelige karakteren i faget, teller denne eksamen 80%.

Oppgave 1. (5%)

Anta at vi har et andreordens system. Koble sammen rett respons med rett løsning av den karakteristiske ligning for systemet. Svar ved å skrive f.eks 1-a.

1) Udempet	**a)** Komplekskonjugerte røtter i venstre halvplan
2) Underdempet	**b)** Komplekskonjugerte røtter i høyre halvplan
3) Kritisk dempet	**c)** To ulike reelle røtter i venstre halvplan
4) Overdempet	**d)** Sammenfallende røtter på den reelle akse i venstre halvplan
5) Ustabil	**e)** Komplekskonjugerte røtter på den imaginære aksen

Figur 1: Platespiller med platetallerken som roterer med rotasjonshastighet ω og en LP (Pink Floyd: Dark side of the moon)

Oppgave 2. (35%)

En kybstudent med over gjennomsnittlig interesse for hifi-utstyr bestemmer seg for å bygge en platespiller, og det er planen å styre platespillerens rotasjonshastighet ved hjelp av teknikker hun har lært i kybintro.

a) (1%) Bevegelsesligningen til tallerkenen på en platespiller som vist i Figur 1 er gitt ved

$$J\dot{\omega} = M_d - M_l, \tag{1}$$

der J er treghetsmomentet til platetallerken og motor (altså alt som roterer på platespilleren), M_d er drivmomentet fra motoren og M_l er lastmomentet. Hva kalles balanseloven som er brukt for å sette opp (1)?

b) (2%) Anta at lastmomentet kan beregnes som $M_l = k\omega$ der k er en positiv konstant. Se foreløpig på M_d som en konstant og finn et uttrykk for systemets tidskonstant.

c) (2%) Platespillere lages som oftest med tunge platetallerkner slik at J er ″stor″. Finn et uttrykk for hvordan tidskonstanten du fant i b) endrer seg når vi legger på en LP med treghetsmoment J_{LP}. Argumenter for at tidskonstanten ikke endrer seg mye når man legger på en LP.

d) (2%) Platespilleren drives av en elektromotor slik at den matematiske modellen til motor og platetallerken kan skrives

$$\begin{aligned} L_a\frac{d}{dt}i_a &= -R_a i_a - K_E\omega + u && (2)\\ J\dot{\omega} &= K_m i_a - k\omega && (3)\end{aligned}$$

der i_a er strøm, L_a er induktans, R_a er resistans og K_m og K_E er positive konstanter. Pådraget til motoren er gitt av spenningen u. Hva slags elektromotor er dette?

e) (5%) Vis at de to førsteordens differensialligningene (2) og (3) kan skrives som en andreordens differensialligning gitt av

$$\ddot{\omega} + \frac{k}{J}\dot{\omega} + \frac{K_m K_E}{J L_a}\omega + \frac{K_m}{J L_a}\left(R_a i_a - u\right) = 0 \tag{4}$$

f) (2%) Hastigheten til platespilleren skal nå reguleres. En platespiller bør rotere med en konstant hastighet på 33 rpm (revolutions per minute / omdreininger per minutt). Finn en verdi for referansen ω_r i $\frac{rad}{s}$.

g) (6%) Bruk regulatoren

$$u = R_a i_a + K_p(\omega_r - \omega) + K_d(\dot{\omega}_r - \dot{\omega}), \tag{5}$$

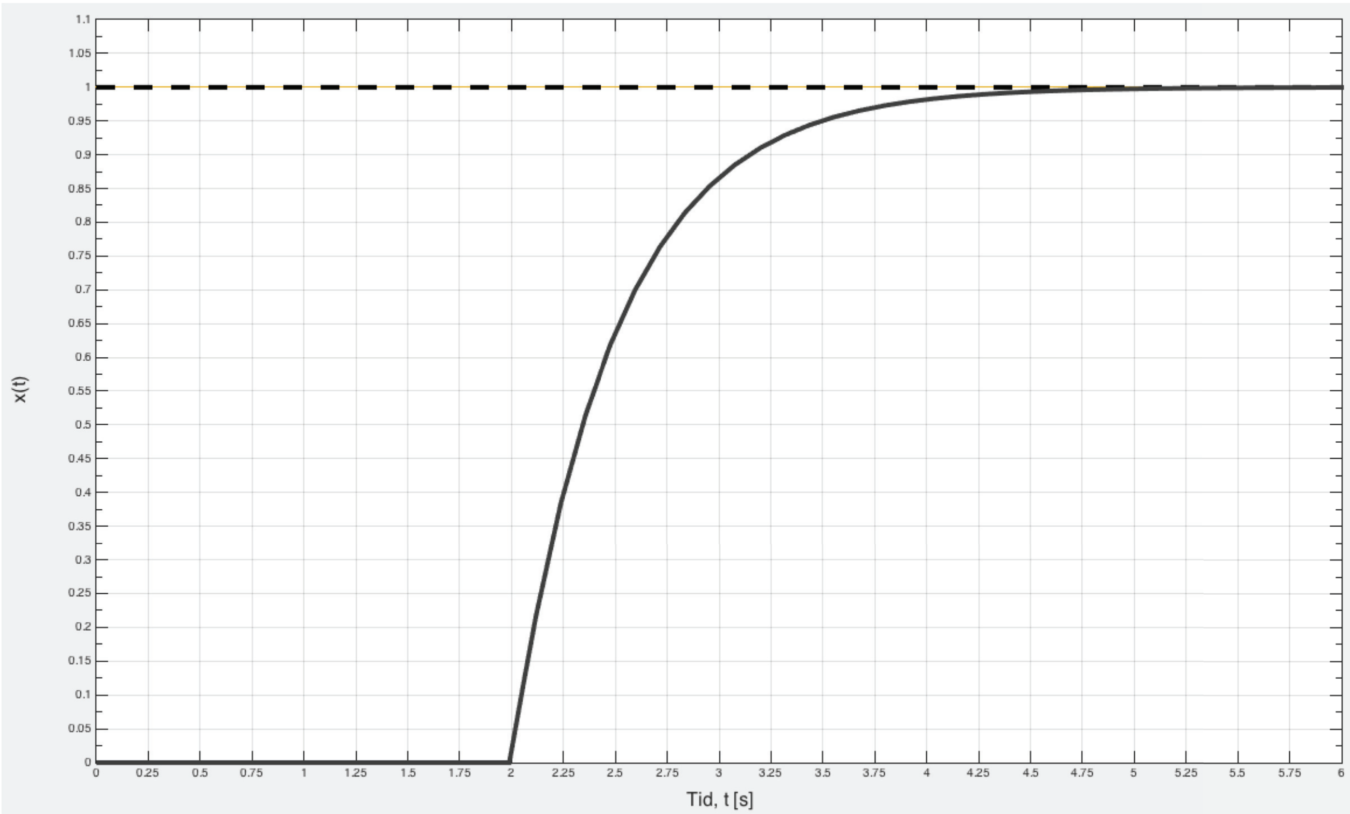
der K_p og K_d er konstante regulatorparametere, og finn udempet resonansfrekvens og relativ dempingsfaktor uttrykt ved de andre størrelsene i modellen og regulatoren.

h) (6%) Finn krav til hvordan man skal velge K_p og K_d for at likevektspunktet i systemet skal være stabilt.

i) (3%) Ved første testkjøring av platespilleren oppdages det imidlertid at den roterer for sakte. Regn ut hvilken stasjonærhastighet platespilleren vil oppnå (som funksjon av modell- og regulator-parametere).

j) (2%) En medstudent kommer til unnsetning og foreslår en endring av regulatoren for å sørge for at musikken blir spilt på rett hastighet. Hva kan denne endringen bestå i?

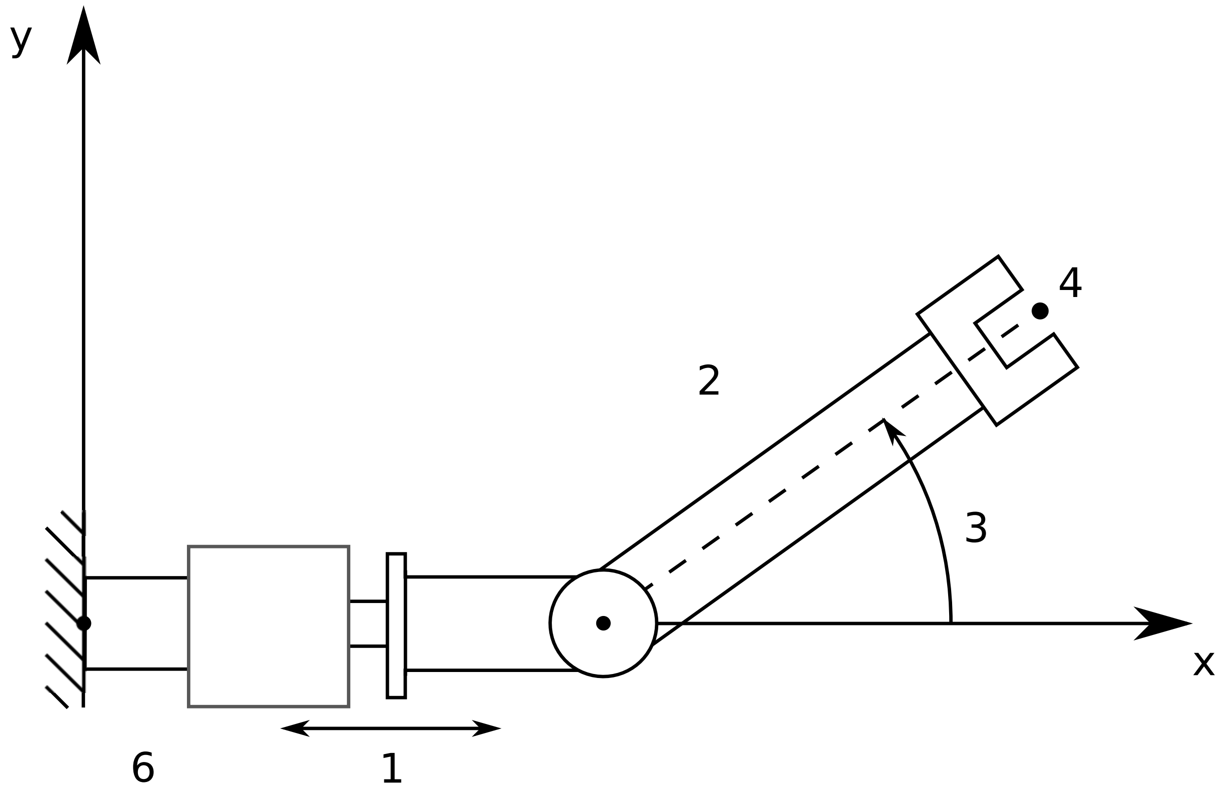
k) (4%) For å sammenligne lyden med CD-lyd ønsker vår kybstudent å sample med en frekvens på $44.1kHz$. Hva er den høyeste lydfrekvensen som kan bli korrekt gjengitt med denne samplingsfrekvensen?



Figur 2: Inngangssignal (stiplet linje) og respons (heltrukken) for et førsteordens system

Oppgave 3. (6%)

I Figur 2 er responsen for et førsteordens system med tidsforsinkelse vist. Finn et uttrykk for differensialligningen som beskriver dette systemet. Det er tre parametere som skal finnes. Du kan tegne på figuren, men det er ikke nødvendig å levere inn denne.



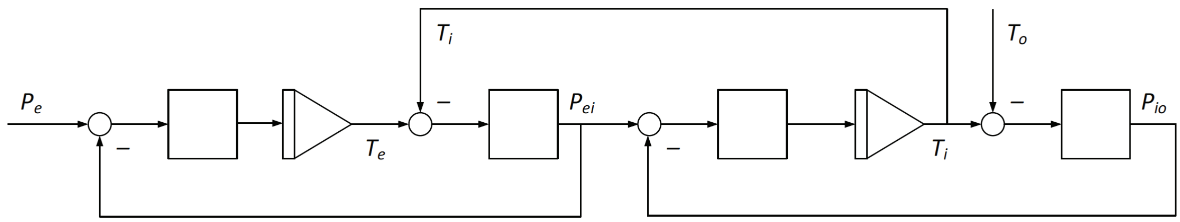
Figur 3: Robot med translasjonsledd og rotasjonsledd

Oppgave 4. (10%)

Denne oppgaven omhandler en robotmanipulator med 2 ledd (eller frihetsgrader) som er vist i Figur 3. Denne roboten har ett translasjonsledd som kan bevege seg med en variabel avstand q_1. I tillegg består det første leddet i roboten av en fast avstand d_1. Ledd nummer to er et rotasjonsledd med lengde l_2 som kan bevege seg med en vinkel q_2. Koordinatene til griperen eller verktøyet til roboten er gitt av punktet (x, y).

a) (5%) Studer Figur 3 og sett opp uttrykk for robotens *foroverkinematikk* , det vil si finn x og y som funksjoner av leddvariablene q_1 og q_2, forskyvningen d_1 og lengden l_2.

b) (5%) Finn uttrykk for robotens *inverskinematikk*, det vil si gitt x og y, finn q_1 og q_2 som funksjoner av x, y, forskyvningen d_1 og lengden l_2.



Figur 4: Blokkdiagram for varmeskap med varmeelement

Regulator	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{pk}$	∞	0
PI	$0.4K_{pk}$	$0.8T_k$	0
PID	$0.6K_{pk}$	$0.5T_k$	$0.125T_k$

Tabell 1: Ziegler-Nichols lukket sløyfe metode

Oppgave 5. (24%)

Temperaturen i et varmeskap styres ved hjelp av et varmeelement. Differensialligningene som beskriver hvordan temperaturen i varmeelementet T_e og temperaturen i skapet T_i varierer er gitt av differensialligningene

$$C_e\dot{T}_e = P_e - \underbrace{h_e(T_e - T_i)}_{P_{ei}} \tag{6}$$

$$C_i\dot{T}_i = h_e(T_e - T_i) - \underbrace{h_i(T_i - T_o)}_{P_{io}} \tag{7}$$

der P_e er inngangseffekten til varmeelementet, T_o er romtemperaturen på utsiden av skapet, og C_e, C_i, h_e og h_i er konstanter.

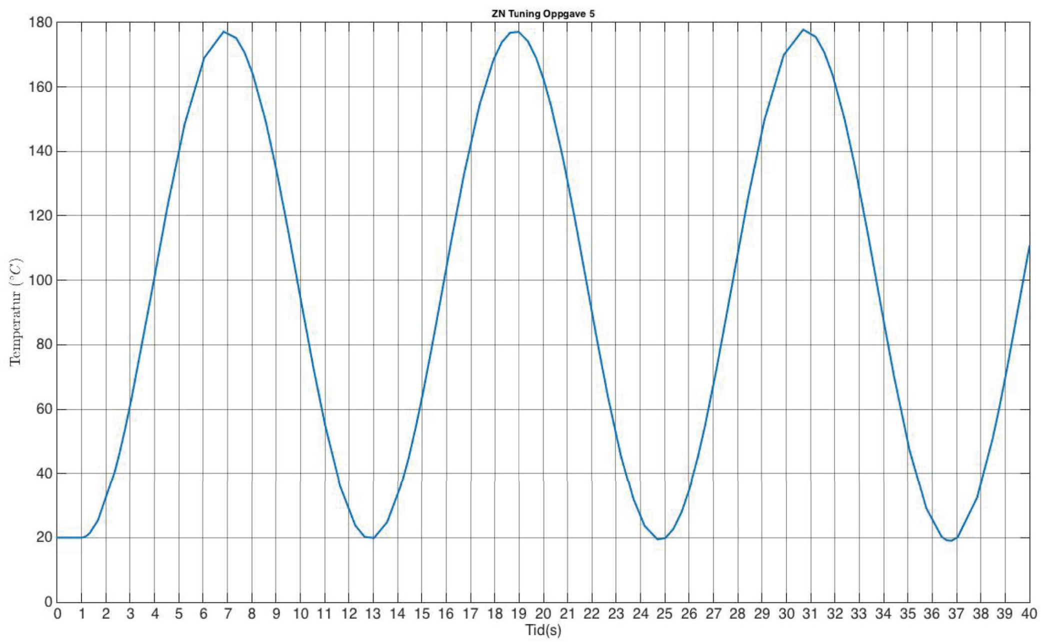
a) (4%) Tegn av blokkdiagrammet i Figur 4 og fyll inn i de tomme blokkene slik at diagrammet tilsvarer (6) og (7).

b) (6%) Systemet skal simuleres i matlab, og Eulers metode skal brukes. Et matlab-skript som gjør dette er listet under. Skriv de to linjene med matlabkode som må til for å simulere systemet

```
h=0.1;
Tsim=200;

Te(1)=20;
Ti(1)=20;
To=20;

Ce=40;
Ci=400;
he=10;
hi=10;
Pe=2000;

for i=2:Tsim/h+1,

    SKRIV DE TO LINJENE MED KODE SOM
    MÅ STÅ HER FOR Å SIMULERE SYSTEMET

end

t=0:h:Tsim;

figure(1)
plot(t,Te);
hold on
plot(t,Ti);
grid on
xlabel('Tid');
ylabel('Temperatur');
```

c) (6%) Temperaturen i skapet T_i skal reguleres til en referansetemperatur T_r ved at inngangseffekten P_e styres med en PID-regulator, dvs $P_e = u$. Vi antar at temperaturen i skapet måles, slik at $y = T_i$. Sett opp et uttrykk for regulatoren og utvid blokkdiagrammet med regulatoren. Er systemet bestående av (6) og (7) og PID-regulatoren mono- eller multivariabelt?

d) (6%) Det viser seg at temperatursensoren som brukes for å måle temperaturen i skapet har en tidsforsinkelse. Dette gjør at vi kan tune PID-regulatoren ved å bruke Ziegler Nichols metode. I Figur 5 er det vist responsen vi får når vi har endret referansen, vi har satt $K_i = 0$ og $K_d = 0$ og vi har brukt den kritiske forsterkningen $K_{pk} = 506$ som P-parameter. Bruk tabell 1 og finn verdier for K_p, K_i og K_d. Husk at $K_i = \frac{K_p}{T_i}$ og $K_d = K_p T_d$.



Figur 5: Stående svingninger når K_{pk}=506

e) (2%) Bruk Figur 5 og anslå en verdi for tidsforsinkelsen i temperatursensoren.