

Darstellung rationaler Zahlen durch Ägyptische Brüche

Lars Berger

Universität der Bundeswehr München

18. Dezember 2019

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

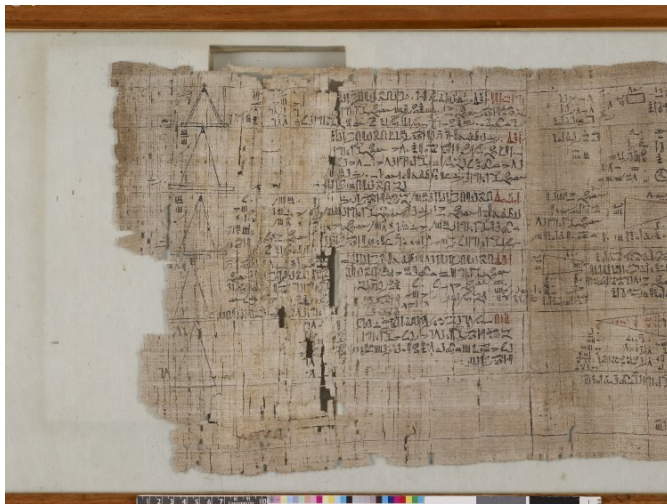
Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische Fragen



https://research.britishmuseum.org/research/collection_online/collection_object_details/collection_image_gallery.aspx?assetId=766120001&objectId=117389&partId=1

Definition

Ein Bruch soll fortan „in ägyptischer Form“ bzw. „Ägyptischer Bruch“ heißen genau dann, wenn er in der Form

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 1$$

mit paarweise verschiedenen x_i , $i \in \{1, \dots, n\}$, vorliegt.

Definition

Ein Bruch soll fortan „in ägyptischer Form“ bzw. „Ägyptischer Bruch“ heißen genau dann, wenn er in der Form

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 1$$

mit paarweise verschiedenen x_i , $i \in \{1, \dots, n\}$, vorliegt.

Anmerkung

Es werden nur Brüche $\frac{p}{q}$ mit $0 < \frac{p}{q} < 1$ betrachtet.

Ägyptische Multiplikation

Beispiel: $23 \cdot 69$

	1	69
	2	138
	4	276
	8	552
	16	1104
<hr/>		
Summe:	0	0

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Ägyptische Multiplikation

Beispiel: $23 \cdot 69$

	1	69
	2	138
	4	276
	8	552
✓	16	1104
<hr/> Summe:		1104

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Ägyptische Multiplikation

Beispiel: $23 \cdot 69$

	1	69
	2	138
✓	4	276
	8	552
✓	16	1104
<hr/>		
Summe:	20	1380

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Ägyptische Multiplikation

Beispiel: $23 \cdot 69$

	1	69
✓	2	138
✓	4	276
	8	552
✓	16	1104
Summe:		22 1518

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Ägyptische Multiplikation

Beispiel: $23 \cdot 69$

✓	1	69
✓	2	138
✓	4	276
	8	552
✓	16	1104
<hr/>		
Summe:	23	1587

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische Fragen

Ägyptische Division

Beispiel: $117 \div 7$

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
	16	112
<hr/>		
Summe:	0	0

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Beispiel: $117 \div 7$

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
✓	16	112
<hr/>		
Summe:	16	112

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische Fragen

Ägyptische Division

$$\begin{array}{r} 1 \quad 7 \\ \frac{1}{7} \quad 1 \\ \frac{1}{14} \quad \frac{1}{2} \\ \frac{1}{28} \quad \frac{1}{4} \\ \vdots \quad \vdots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \quad \quad 7 \\ \frac{1}{2} \quad \quad \quad 3 + \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \quad 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \end{array}$$

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische Fragen

Beispiel: $117 \div 7$

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
✓	16	112
	$\frac{1}{2}$	$3 + \frac{1}{2}$
	$\frac{1}{7}$	1
	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$
Summe:	16	112

Beispiel: $117 \div 7$

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
✓	16	112
✓	$\frac{1}{2}$	$3 + \frac{1}{2}$
	$\frac{1}{7}$	1
	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$
Summe:	$16 + \frac{1}{2}$	$115 + \frac{1}{2}$

Beispiel: $117 \div 7$

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
✓	16	112
✓	$\frac{1}{2}$	$3 + \frac{1}{2}$
✓	$\frac{1}{7}$	1
	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$
Summe:	$16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7}$	$116 + \frac{1}{2}$

Beispiel: $117 \div 7$

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
✓	16	112
✓	$\frac{1}{2}$	$3 + \frac{1}{2}$
✓	$\frac{1}{7}$	1
✓	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$
Summe:	$16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14}$	117

Zerlegungsalgorithmen

Betrachtung einer Auswahl:

- ▶ Greedy-Algorithmus
- ▶ Farey-Folgen-Algorithmus
- ▶ Binäralgorithmus

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Der Greedy-Algorithmus

Ziel

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_i} = \sum_{j=1}^i \frac{1}{x_j}.$$

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Ziel

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_i} = \sum_{j=1}^i \frac{1}{x_j}.$$

Algorithmus

1. finde den größten, noch nicht verwendeten Stammbruch $\frac{1}{x}$, sodass $\frac{1}{x} \leq \frac{p}{q}$.
2. setze $\frac{1}{x}$ als weiteren Summanden des Ergebnisses
3. falls $\frac{p}{q} - \frac{1}{x} > 0$, gehe zu Schritt 1 mit $\left(\frac{p}{q}\right) \leftarrow \left(\frac{p}{q} - \frac{1}{x}\right)$.

Der Greedy-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$\frac{5}{9}$$

Nebenrechnungen:

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Der Greedy-Algorithmus: Rechenbeispiel

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$\frac{5}{9}$$

Nebenrechnungen:

$$\frac{1}{2} \leq \frac{5}{9} < \frac{1}{1}$$

Der Greedy-Algorithmus: Rechenbeispiel

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$\frac{5}{9} > \frac{1}{2}$$

Nebenrechnungen:

$$\frac{1}{2} \leq \frac{5}{9} < \frac{1}{1}$$

Der Greedy-Algorithmus: Rechenbeispiel

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$\frac{5}{9} > \frac{1}{2}$$

Nebenrechnungen:

$$\frac{5}{9} - \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$$

Der Greedy-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$\frac{5}{9} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$$

Definition

Sei $q \in \mathbb{N}$. Die Farey-Folge der Ordnung q , F_q , ist definiert als die aufsteigend sortierte Folge aller einmalig darin vorkommenden gekürzten Brüche $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$, für die gilt:
 $0 \leq a \leq b \leq q$, $b \neq 0$.

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische Fragen

Definition

Sei $q \in \mathbb{N}$. Die Farey-Folge der Ordnung q , F_q , ist definiert als die aufsteigend sortierte Folge aller einmalig darin vorkommenden gekürzten Brüche $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$, für die gilt:
 $0 \leq a \leq b \leq q$, $b \neq 0$.

Beispiel: F_5

$$F_5 = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{1} \right).$$

Algorithmus

Sei $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}_+$ in gekürzter Form der zu zerlegende Bruch.

1. Konstruiere F_q .
2. Sei $\frac{r}{s}$ der zu $\frac{p}{q}$ adjazente Bruch in F_q , sodass $\frac{r}{s} < \frac{p}{q}$.
Aufgrund der Eigenschaften der Farey-Folge gilt dann

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s},$$

wobei $s < q$, $r < p$.

3. Wiederhole dieses Vorgehen für $\frac{r}{s}$ solange, bis $s = 1 \Leftrightarrow r = 0$.

Der Farey-Folgen-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Der Farey-Folgen-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

$$F_{9rel} = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1} \right)$$

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Der Farey-Folgen-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

$$F_{9rel} = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{r}{s} = \frac{1}{2}$$

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Der Farey-Folgen-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

$$F_{9rel} = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{r}{s} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{1}{9 \cdot 2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$$

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Algorithmus

Sei $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}_+$ in gekürzter Form und $k \in \mathbb{N}$.

1. Finde $N_{k-1} < q \leq N_k$ wobei $N_k = 2^k$ ist.
2. Falls $q = N_k$, schreibe p als Summe von Teilern von N_k , hier d_i genannt:

$$\frac{p}{q} = \sum_{i=1}^j \frac{d_i}{N_k} = \sum_{i=1}^j \frac{1}{\frac{N_k}{d_i}}$$

Algorithmus

3. Sonst seien $s, r \in \mathbb{N}, 0 \leq r < q$ so gewählt, dass:

$$pN_k = qs + r.$$

Es folgt:

$$\frac{p}{q} = \frac{pN_k}{qN_k} = \frac{qs + r}{qN_k} = \frac{s}{N_k} + \frac{r}{qN_k}.$$

4. Schreibe $s = \sum d_i$ und $r = \sum d'_i$, wobei d_i, d'_i jeweils paarweise verschiedene Teiler von N_k sind.
5. Erhalte den Ägyptischen Bruch:

$$\sum \frac{1}{\frac{N_k}{d_i}} + \sum \frac{1}{\frac{qN_k}{d'_i}}.$$

Der Binär-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Der Binär-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Der Binär-Algorithmus: Rechenbeispiel

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische Fragen

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9}$$

Der Binär-Algorithmus: Rechenbeispiel

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 16}{9 \cdot 16}$$

Der Binär-Algorithmus: Rechenbeispiel

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 16}{9 \cdot 16} = \frac{9 \cdot 8 + 8}{9 \cdot 16}$$

Der Binär-Algorithmus: Rechenbeispiel

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 16}{9 \cdot 16} = \frac{9 \cdot 8 + 8}{9 \cdot 16} = \frac{8}{16} + \frac{8}{144}$$

Der Binär-Algorithmus: Rechenbeispiel

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

Gesucht: Zerlegung für $\frac{5}{9}$.

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 16}{9 \cdot 16} = \frac{9 \cdot 8 + 8}{9 \cdot 16} = \frac{8}{16} + \frac{8}{144} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}.$$

Weitere Rechenbeispiele

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen

$$\text{Datensatzform: } M_q = \left\{ \frac{p}{q} \mid (2 \leq p < q) \wedge (\text{ggT}(p, q) = 1) \right\}$$

Enthaltene Informationen:

- ▶ die durchschnittliche Anzahl der Summanden, $\text{avgTerms}(q)$
- ▶ das Minimum der Anzahl der Summanden, $\text{minTerms}(q)$
- ▶ das Maximum der Anzahl der Summanden, $\text{maxTerms}(q)$
- ▶ das Minimum des jeweils größten Nenners, $\text{minDenom}(q)$
- ▶ das Maximum des jeweils größten Nenners, $\text{maxDenom}(q)$.

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungelöste theoretische
Fragen

Durchschnittliche Anzahl der Terme

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

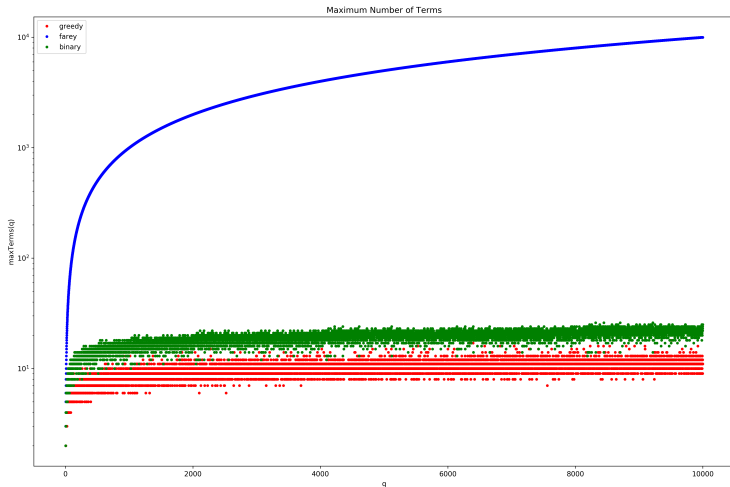
Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische Fragen



Minimum der größten Nenner

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

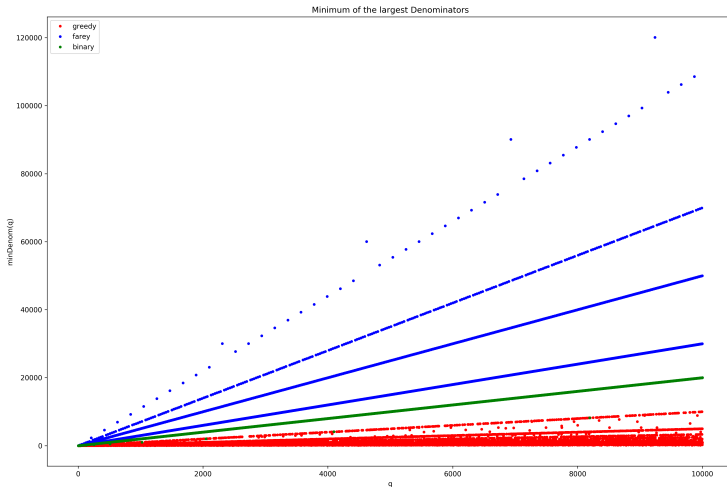
Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische Fragen



Maximum der größten Nenner

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithmus

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

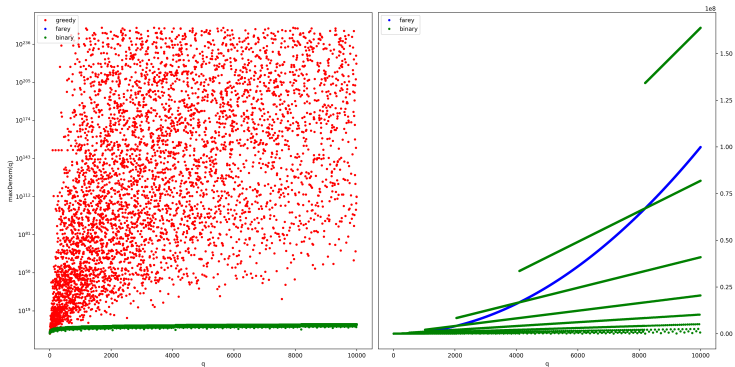
Methodik

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische Fragen



Berechnung von $\frac{2}{n}$

Sei $n \in \mathbb{N}$ ungerade. $\frac{2}{n}$ lässt sich für jedes n als Summe zweier Stammbrüche notieren, nämlich:

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{\lceil \frac{n}{2} \rceil} + \frac{1}{n \cdot \lceil \frac{n}{2} \rceil}.$$

Berechnung von $\frac{2}{n}$

Sei $n \in \mathbb{N}$ ungerade. $\frac{2}{n}$ lässt sich für jedes n als Summe zweier Stammbrüche notieren, nämlich:

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{\lceil \frac{n}{2} \rceil} + \frac{1}{n \cdot \lceil \frac{n}{2} \rceil}.$$

Berechnung von $\frac{3}{n}$

$$\frac{3}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{\lceil \frac{n}{2} \rceil} + \frac{1}{n \cdot \lceil \frac{n}{2} \rceil}.$$

Sonstige Ansätze und offene Fragen

Weitere Ansätze und Fragen umfassen u.a.:

- ▶ Thesen für $\frac{4}{n}$, $\frac{5}{n}$ usw.
- ▶ allgemeingültige Schranken für
 - ▶ Größe der Nenner
 - ▶ Anzahl der Summanden
- ▶ Zulassen auch negativer Terme

Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger
Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie und
Ausblick

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische
Fragen