# Darstellung rationaler Zahlen durch Ägyptische Brüche

Lars Berger

Universität der Bundeswehr München

18. Dezember 2019

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführi

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

#### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithms

#### Auswertung einige Testreihen

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

## Geschichte



https://research.britishmuseum.org/research/collection\_online/collection\_object\_details/collection\_image\_gallery.aspx?assetId=766120001&objectId=117389&partId=1

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### EINTUNTU Geschichte

Geschichte

#### Zerlegungsalgorithr

Farey-Folgen-Algorithmu Binär-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Methodil Ergebniss

#### Theorie und Ausblick

Ein Bruch soll fortan "in ägyptischer Form" bzw. "Ägyptischer Bruch" heißen genau dann, wenn er in der Form

 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}, \quad n \in \mathbb{N}, n \ge 1$ 

mit paarweise verschiedenen  $x_i$ ,  $i \in \{1, ..., n\}$ , vorliegt.

### Einführung Geschichte

## Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus Binär-Algorithmus

Auswertung einige Testreihen

Testreihen Methodik

Ergebnis

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken
Ungeklärte theoretische

### Definition

Ein Bruch soll fortan "in ägyptischer Form" bzw. "Ägyptischer Bruch" heißen genau dann, wenn er in der Form

 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}, \quad n \in \mathbb{N}, n \ge 1$ 

mit paarweise verschiedenen  $x_i$ ,  $i \in \{1, ..., n\}$ , vorliegt.

## Anmerkung

Es werden nur Brüche  $\frac{p}{q}$  mit  $0 < \frac{p}{q} < 1$  betrachtet.

Beispiel: 23 · 69

	1	69
	2	138
	4	276
	8	552
	16	1104
Summe:	0	0

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einfüh

Geschicht

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithn

Farey-Folgen-Algorithmu

## Auswertung einige

Methodik

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

Beispiel: 23 · 69

	1	69
	2	138
	4	276
	8	552
$\checkmark$	16	1104
Summe:	16	1104

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Eintun

Geschicht

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorith

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithmu

Binär-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Methodik

## Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

Beispiel: 23 · 69

	1	69
	2	138
$\checkmark$	4	276
	8	552
$\checkmark$	16	1104
Summe:	20	1380

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einfüh

Geschicht

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithn

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithmu

Binär-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Methodil

Theorie un

## Ausblick Theoretische Schranke

Beispiel: 23 · 69

	1	69
$\checkmark$	2	138
$\checkmark$	4	276
	8	552
$\checkmark$	16	1104
Summe:	22	1518

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einfüh

Geschicht

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithn

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithmu

Binär-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Methodik

Ergebni

#### Theorie und Ausblick

Beispiel: 23 · 69

$\checkmark$	1	69
$\checkmark$	2	138
$\checkmark$	4	276
	8	552
$\checkmark$	16	1104
Summe:	23	1587

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einfüh

Geschicht

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithn

Greedy-Algorithmus
Farey-Folgen-Algorithmu

Auswertung einige

## Testreihen

Methodik

## Theorie und

Theoretische Schranke

Beispiel: 117 ÷ 7

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
	16	112
Summe:	Ω	0

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### EINTUN

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithmu

Binär-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Methodi Ergebnis

Ergebnisse

#### Theorie und Ausblick

Beispiel: 117 ÷ 7

```
1 7
2 14
4 28
8 56
✓ 16 112
Summe: 16 112
```

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einfüh

Geschicht

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithmu

Binär-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Methodik

## Theorie und

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einfüh

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmu

## Auswertung einige

Methodil

## Theorie und

Ausblick
Theoretische Schranke

Beispiel: 117 ÷ 7

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
$\checkmark$	16	112
	$\frac{1}{2}$	$3 + \frac{1}{2}$
	$\frac{1}{7}$	1
	$     \begin{array}{r}       \frac{1}{2} \\       \frac{1}{7} \\       \hline       \frac{1}{14}     \end{array} $	$\frac{1}{2}$
Summe:	16	112

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einfüh

Geschicht

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithmu

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger Testreihen

Ergebniss

Theorie und Ausblick

Beispiel: 117 ÷ 7

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
$\checkmark$	16	112
$\checkmark$	$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{7}}$	$3 + \frac{1}{2}$
	$\frac{1}{7}$	1
	$\frac{1}{14}$	$\frac{\frac{1}{2}}{115 + \frac{1}{2}}$
Summe:	$16 + \frac{1}{2}$	$115 + \frac{1}{2}$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einfüh

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus Binär-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

Beispiel: 117 ÷ 7

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
$\checkmark$	16	112
$\checkmark$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$	$3 + \frac{1}{2}$
$\checkmark$	$\frac{1}{7}$	1
	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$
Summe:	$16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7}$	$116 + \frac{1}{2}$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführ

Geschicht

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

## Auswertung einige

Methodik

#### Theorie und Ausblick

Beispiel:  $117 \div 7$ 

		1	7
		2	14
		4	28
		8	56
$\checkmark$		16	112
$\checkmark$		$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	$3 + \frac{1}{2}$
$\checkmark$		$\frac{1}{7}$	1
$\checkmark$		$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$
Summe:	$16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} +$	$-\frac{1}{14}$	117

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführ

Geschicht

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus Binär-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Ergebniss

#### Theorie und Ausblick

## Zerlegungsalgorithmen

## Betrachtung einer Auswahl:

- ► Greedy-Algortihmus
- ► Farey-Folgen-Algorithmus
- Binäralgorithmus

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

## Einführung

Geschichte

#### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmu Binär-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Methodik

## Theorie und

## Der Greedy-Algorithmus

## Ziel

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_i} = \sum_{i=1}^{l} \frac{1}{x_i}.$$

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführ

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

#### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmu Binär-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Ergebniss

#### Theorie und Ausblick

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_i} = \sum_{j=1}^{i} \frac{1}{x_j}.$$

## Algorithmus

- 1. finde den größten, noch nicht verwendeten Stammbruch  $\frac{1}{x}$ , sodass  $\frac{1}{x} \leq \frac{p}{a}$ .
- 2. setze  $\frac{1}{x}$  als weiteren Summanden des Ergebnisses
- 3. falls  $\frac{p}{q} \frac{1}{x} > 0$ , gehe zu Schritt 1 mit  $\left(\frac{p}{q}\right) \leftarrow \left(\frac{p}{q} \frac{1}{x}\right)$ .

#### Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus
Farey-Folgen-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Methodik Ergebniss

Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

-

Nebenrechnungen:

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Elmium

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

#### Zerlegungsalgorith

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithm

Auswertung einiger

Methodik

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

5

Nebenrechnungen:

$$\frac{1}{2} \leq \frac{5}{9} < \frac{1}{1}$$

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführ

Geschichte

Rechenwege der Ägypte

#### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithm

Auswertung einiger

Methodik

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{5}{9} > \frac{1}{2}$$

Nebenrechnungen:

$$\frac{1}{2} \leq \frac{5}{9} < \frac{1}{1}$$

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführ

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

#### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithmu

## Auswertung einige

Methodik

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{a}$ .

$$\frac{5}{9} > \frac{1}{2}$$

Nebenrechnungen:

$$\frac{5}{9} - \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$$

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführ

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

#### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus
Farey-Folgen-Algorithm

Auswertung einiger

Methodik

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{a}$ .

$$\frac{5}{9} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$$

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Eintunr

Geschichte

Rechenwege der Agypte

#### Zerlegungsalgorithn

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithm

## Auswertung einige

Methodil

#### Theorie und Ausblick

## Farey-Folgen

## Definition

Sei  $q \in \mathbb{N}$ . Die Farey-Folge der Ordnung q,  $F_q$ , ist definiert als die aufsteigend sortierte Folge aller einmalig darin vorkommenden gekürzten Brüche  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ , für die gilt:  $0 \le a \le b \le q$ ,  $b \ne 0$ .

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

## Einführung

Geschichte

#### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus Binär-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Ergebniss

#### Theorie und Ausblick

## Farey-Folgen

## Definition

Sei  $q \in \mathbb{N}$ . Die Farey-Folge der Ordnung q,  $F_q$ , ist definiert als die aufsteigend sortierte Folge aller einmalig darin vorkommenden gekürzten Brüche  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ , für die gilt:  $0 \le a \le b \le q, \ b \ne 0$ .

Beispiel:  $F_5$ 

$$F_5 = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{1}\right).$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

Einführung

Destruction des Automates

Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

Auswertung einige Testreihen

Ergebniss

Theorie und Ausblick

## Der Farey-Folgen-Algorithmus

## Algorithmus

Sei  $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}_+$  in gekürzter Form der zu zerlegende Bruch.

- 1. Konstruiere  $F_q$ .
- 2. Sei  $\frac{r}{s}$  der zu  $\frac{p}{q}$  adjazente Bruch in  $F_q$ , sodass  $\frac{r}{s} < \frac{p}{q}$ . Aufgrund der Eigenschaften der Farey-Folge gilt dann

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s},$$

wobei s < q, r < p.

3. Wiederhole dieses Vorgehen für  $\frac{r}{s}$  solange, bis  $s = 1 \Leftrightarrow r = 0$ .

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

## Einführung

Geschichte

Rechenwege der Agypter

## Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführi

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

## Auswertung einige

Methodik

Ergebniss

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

$$F_{9rel} = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1}\right)$$

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

## Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Ergebniss

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

$$F_{9rel} = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{r}{5} = \frac{1}{2}$$

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

## Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{p}{a} = \frac{5}{9} = \frac{1}{as} + \frac{r}{s}$$

$$F_{9rel} = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{r}{s} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{1}{9 \cdot 2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

## Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

Auswertung einiger

Testreihen

Ergebnis

Theorie und Ausblick

## Der Binäralgorithmus

## Algorithmus

Sei  $rac{p}{q}\in\mathbb{Q}_+$  in gekürzter Form und  $k\in\mathbb{N}.$ 

- 1. Finde  $N_{k-1} < q \le N_k$  wobei  $N_k = 2^k$  ist.
- 2. Falls  $q = N_k$ , schreibe p als Summe von Teilern von  $N_k$ , hier  $d_i$  genannt:

$$\frac{p}{q} = \sum_{i=1}^{j} \frac{d_i}{N_k} = \sum_{i=1}^{j} \frac{1}{\frac{N_k}{d_i}}$$

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

## Einführung

Geschichte

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmu
Binär-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Methodik Ergebniss

Theorie und Ausblick

Binär-Algorithmus

## Algorithmus

3. Sonst seien  $s, r \in \mathbb{N}, 0 \le r < q$  so gewählt, dass:

$$pN_k = qs + r$$
.

Es folgt:

$$\frac{p}{q} = \frac{pN_k}{qN_k} = \frac{qs+r}{qN_k} = \frac{s}{N_k} + \frac{r}{qN_k}.$$

- 4. Schreibe  $s = \sum d_i$  und  $r = \sum d'_i$ , wobei  $d_i$ ,  $d'_i$  jeweils paarweise verschiedene Teiler von  $N_{\nu}$  sind.
- 5. Erhalte den Ägyptischen Bruch:

$$\sum \frac{1}{\frac{N_k}{d_i}} + \sum \frac{1}{\frac{qN_k}{d_i'}}.$$

## Der Binär-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Emiuni

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithm

Binär-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Methodil

#### heorie und Jusblick

## Der Binär-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

#### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Eintunr

Geschichte

Rechenwege der Ägypte

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus
Farey-Folgen-Algorithmu

Binär-Algorithmus

## Testreihen

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

## Der Binär-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{a}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

5

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführi

Geschichte

Rechenwege der Ägypte

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus
Binär-Algorithmus

Auswertung einige

## Testreihen

Ergebniss

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{a}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 16}{9 \cdot 16}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführ

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus
Farey-Folgen-Algorithmu
Binär-Algorithmus

Auswertung einiger

# Testreihen

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 16}{9 \cdot 16} = \frac{9 \cdot 8 + 8}{9 \cdot 16}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführi

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus
Farey-Folgen-Algorithmu
Binär-Algorithmus

Auswertung einige

# Testreihen

Ergebniss

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 16}{9 \cdot 16} = \frac{9 \cdot 8 + 8}{9 \cdot 16} = \frac{8}{16} + \frac{8}{144}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführi

Geschichte

Rechenwege der Agypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmu
Binär-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Methodik

# Theorie und

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 16}{9 \cdot 16} = \frac{9 \cdot 8 + 8}{9 \cdot 16} = \frac{8}{16} + \frac{8}{144} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}.$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

## Einführung

Geschichte

Rechenwege der Agypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmu
Binär-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Methodik

#### Theorie und Ausblick

# Weitere Rechenbeispiele

# Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführ

Geschichte

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithn Binär-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Method

#### Theorie und Ausblick

# Komplexitätsabschätzung

Algorithmus	Anzahl Summanden	Größtmöglicher Nenner
Fibonacci-Sylvester(Greedy)	р	-
Farey-Folgen-Algorithmus	р	$q^2-q$
Binäralgorithmus	$O(\log q)$	$2(q^2-q)$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Einführ

Geschichte

Rechenwege der Agypter

### Zerlegungsalgorith

Farey-Folgen-Algorithmu Binär-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Ergebnisse

Ergebniss

### Theorie und Ausblick

$$\mathsf{Datensatzform}\colon\thinspace M_q = \left\{ \tfrac{p}{q} \,|\, (\, 2 \leq p < q) \land (\mathsf{ggT}(p,q) = 1) \right\}$$

### Enthaltene Informationen:

- die durchschnittliche Anzahl der Summanden, avgTerms(q)
- das Minimum der Anzahl der Summanden, minTerms(q)
- das Maximum der Anzahl der Summanden, maxTerms(q)
- das Minimum des jeweils größten Nenners, minDenom(q)
- das Maximum des jeweils größten Nenners, maxDenom(q).

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

# Einführung

Geschichte ..

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger Testreihen

Theorie und

# Laufzeiten

Algorithmus	h	min	sek
Binär-Algorithmus		33	22
Greedy-Algorithmus		40	53
Farey-Folgen-Algorithmus	62	33	38

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführ

Geschichte

Rechenwege der Agypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmu

#### Auswertung einiger Testreihen

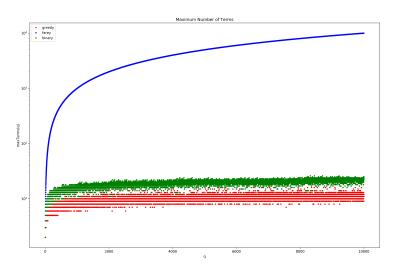
Methodil

# Ergebnisse

Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken

# Durchschnittliche Anzahl der Terme



### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einfüh

Geschicht

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

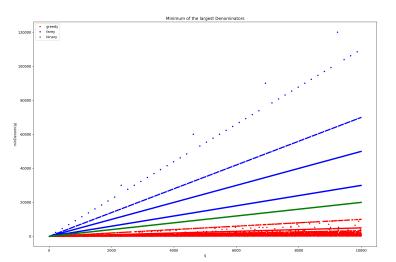
Auswertung einiger

Testreihen

Ergebnisse

Theorie und Ausblick

# Minimum der größten Nenner



### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einfüh

Geschicht

Rechenwege der Ägypte

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

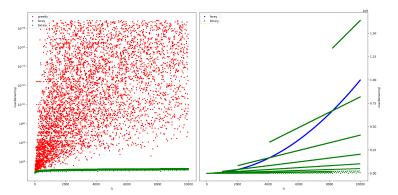
Binär-Algorithmus

# Testreihen

Ergebnisse

#### Theorie und Ausblick

# Maximum der größten Nenner



### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Einführt

Geschichte ...

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus
Binär-Algorithmus

# Auswertung einiger

Methodik Ergebnisse

# Theorie und

# Bekannte theoretische Schranken

# Berechnung von $\frac{2}{n}$

Sei  $n \in \mathbb{N}$  ungerade.  $\frac{2}{n}$  lässt sich für jedes n als Summe zweier Stammbrüche notieren, nämlich:

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{\lceil \frac{n}{2} \rceil} + \frac{1}{n \cdot \lceil \frac{n}{2} \rceil}.$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Einführ

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

#### Auswertung einige Testreihen

Methodil Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

# Bekannte theoretische Schranken

# Berechnung von $\frac{2}{n}$

Sei  $n \in \mathbb{N}$  ungerade.  $\frac{2}{n}$  lässt sich für jedes n als Summe zweier Stammbrüche notieren, nämlich:

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil} + \frac{1}{n \cdot \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil}.$$

Berechnung von  $\frac{3}{n}$ 

$$\frac{3}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil} + \frac{1}{n \cdot \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil}.$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

## Einführung

Geschichte

Rechenwege der Ägypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Algorithmus

#### Auswertung einiger Testreihen

Methodik Ergebniss

Theorie und

# Ausblick

Ungeklärte theoretische

# Sonstige Ansätze und offene Fragen

# Weitere Ansätze und Fragen umfassen u.a.:

- ► Thesen für  $\frac{4}{n}$ ,  $\frac{5}{n}$  usw.
- allgemeingültige Schranken für
  - ► Größe der Nenner
  - Anzahl der Summanden
- Zulassen auch negativer Terme

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

# Einführung

Geschichte

Rechenwege der Agypter

### Zerlegungsalgorithm

Farey-Folgen-Algorithmu

#### Auswertung einiger Testreihen

Ergebniss

Fragen

#### Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken