# Darstellung rationaler Zahlen durch Ägyptische Brüche

Lars Berger

Universität der Bundeswehr München

18. Dezember 2019

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Lilliani

Geschichte

Ägyptische Multiplikatio

#### Zerlegungsal

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmu:

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebnis

### Theorie u

Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretise Fragen

### Inhalt

### Einführung

Geschichte Ägyptische Multiplikation Ägyptische Division

### Zerlegungsalgorithmen

Greedy-Algorithmus
Farey-Folgen-Algorithmus
Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger Testreihen

Methodik Nennenswerte Ergebnisse

### Theorie und Ausblick

Theoretische Schranken Ungeklärte theoretische Fragen

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Einführung

Geschichte ..

Ägyptische Division

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus
Farey-Folgen-Algorith

Binär-Algorithmus

### Auswertung einige

Methodik

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

#### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithmu

Binar-Aigoritimus

Auswertung einige Testreihen

Methodik

Ergebnisse

Theorie un Ausblick

Theoretische Schranken
Ungeklärte theoretische

### Definition

Ein Bruch soll fortan ,,in ägyptischer Form" bzw. ,,Ägyptischer Bruch" heißen genau dann, wenn er in der Form

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}, \quad n \in \mathbb{N}, n \ge 1$$

mit paarweise verschiedenen  $x_i$ ,  $i \in \{1, ..., n\}$ , vorliegt.

Beispiel: 23 · 69

	1	69
	2	138
	4	276
	8	552
	16	1104
Summe:	0	0

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Lilliui

Geschich

Ägyptische Multiplikation

#### 7erlegungsal

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorith

### uswertung ein

Auswertung einige Testreihen

Methodik

Ergebnisse

### Ausblick

Beispiel: 23 · 69

	1	69
	2	138
	4	276
	8	552
$\checkmark$	16	1104
Summe:	16	1104

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Lilliui

Geschich

Ägyptische Multiplikation

#### Zerlegungsal

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorith

Augwertung e

### luswertung e

Methodik

Ergebniss

#### Theorie u Ausblick

Beispiel: 23 · 69

	1	69
	2	138
$\checkmark$	4	276
	8	552
$\checkmark$	16	1104
Summe:	20	1380

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Eintur

Geschich

Ägyptische Multiplikation

#### 7erlegungsal

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithm

### Auswertung ei

Testreihen

Methodik

### Theorie

Ausblick

Beispiel: 23 · 69

	1	69
$\checkmark$	2	138
$\checkmark$	4	276
	8	552
$\checkmark$	16	1104
Summe:	22	1518

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Eintur

Geschich

Ägyptische Multiplikation

#### 7erlegungsal

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithm

### Auswertung einig

Testreihen

Freehniss

Ergebniss

#### Theorie u Ausblick

Beispiel: 23 · 69

$\checkmark$	1	69
$\checkmark$	2	138
$\checkmark$	4	276
	8	552
$\checkmark$	16	1104
Summe:	23	1587

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Eintur

Geschich

Ägyptische Multiplikation

#### Zerlegungsal

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithm

### Auswertung ein

Auswertung einiger Testreihen

Methodik

TI......

### Ausblick

Beispiel: 117 ÷ 7

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
	16	112
Summe:	0	0

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Emiur

Geschich:

Ägyptische Multiplikatio Ägyptische Division

#### Zerlegungsalı

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorith

Binar-Al

### Auswertung einige

Methodik

Ergebniss

### Theorie i

Theoretische Schranker

Beispiel: 117 ÷ 7

```
1 7
2 14
4 28
8 56
✓ 16 112
Summe: 16 112
```

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Eintur

Geschicht

Agyptische Multiplikatio Ägyptische Division

#### Zerlegungsal

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algo

### Auswertung einige

Methodik

Ergebniss

### Theorie u

Theoretische Schranken

$$\begin{array}{cccc}
1 & 7 \\
\frac{1}{7} & 1 \\
\frac{1}{14} & \frac{1}{2} \\
\frac{1}{28} & \frac{1}{4} \\
\vdots & \vdots
\end{array}$$

### Ägyptische Brüche

### Lars Berger

#### Emiun

Geschichte

Ägyptische Division

#### Zerlegungsale

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithm

### Auswertung einige

Testreihen

Methodik

Ergebnisse

### Theorie un

Beispiel: 117 ÷ 7

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
$\checkmark$	16	112
	$\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{7} \\ 1 \end{array}$	$3 + \frac{1}{2}$
	$\frac{1}{7}$	1
	$\frac{1}{14}$	$\frac{\frac{1}{2}}{112}$
Summe:	16	112

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Emiur

Geschich:

Agyptische Multiplikation Ägyptische Division

#### 7erlegungsale

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithm

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebniss

### Theorie

Ausblick
Theoretische Schranken

Ungeklärte theoretische Fragen

Beispiel: 117 ÷ 7

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
$\checkmark$	16	112
$\checkmark$	$\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{7} \end{array}$	$3 + \frac{1}{2}$
	$\frac{1}{7}$	1
	$\frac{1}{14}$	$\frac{\frac{1}{2}}{115 + \frac{1}{3}}$
Summe:	$16 + \frac{1}{2}$	$115 + \frac{1}{2}$

### Ägyptische Brüche

### Lars Berger

### Emiur

Geschichte

Ägyptische Division

#### 7erlegungsalı

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithi

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebnis

#### Theorie Ausblick

Beispiel: 117 ÷ 7

	1	7
	2	14
	4	28
	8	56
$\checkmark$	16	112
$\checkmark$	$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{7}}$	$3 + \frac{1}{2}$
$\checkmark$	$\frac{1}{7}$	1
	$\frac{1}{14}$	$\frac{\frac{1}{2}}{116 + \frac{1}{2}}$
Summe:	$16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7}$	$116 + \frac{1}{2}$

### Ägyptische Brüche

### Lars Berger

### Einfüh

Geschicht

Ägyptische Multiplikatio Ägyptische Division

#### 7erlegungsal

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithm

## Auswertung einiger

Methodik

Frachnica

Ergebniss

#### Theorie un Ausblick

Beispiel:  $117 \div 7$ 

		1	7
		2	14
		4	28
		8	56
$\checkmark$		16	112
$\checkmark$		$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$	$3 + \frac{1}{2}$
$\checkmark$		$\frac{1}{7}$	1
$\checkmark$		$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$
Summe:	$16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} +$	$\frac{1}{1/4}$	117

### Ägyptische Brüche

### Lars Berger

#### Emiur

Geschicht

Ägyptische Division

#### 7erlegungsalı

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithm

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebnisse

### Theorie

## Zerlegungsalgorithmen

### Betrachtung einer Auswahl:

- ► Greedy-Algortihmus
- ► Farey-Folgen-Algorithmus
- ▶ Binäralgorithmus

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Limani

Geschicht

Ägyptische Multiplik

Ägyptische Division

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorith

A ......

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebniss

#### Theorie un Ausblick

## Der Greedy-Algorithmus

### Ziel

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_i} = \sum_{i=1}^{l} \frac{1}{x_i}.$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Elliuni

Geschicht

Ägyptische Multiplikati

#### Zerlegungsale

### Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithm

#### Auswertung einiger Testreihen

Methodik

#### Theorie ur Ausblick

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_i} = \sum_{j=1}^{i} \frac{1}{x_j}.$$

### Algorithmus

- 1. finde den größten, noch nicht verwendeten Stammbruch  $\frac{1}{y}$ , sodass  $\frac{1}{y} \leq \frac{p}{q}$ .
- 2. setze  $\frac{1}{5}$  als weiteren Summanden des Ergebnisses
- 3. falls  $\frac{p}{a} \frac{1}{x} > 0$ , gehe zu Schritt 1 mit  $\left(\frac{p}{a}\right) \leftarrow \left(\frac{p}{a} \frac{1}{x}\right)$ .

### Einführung

Ägyptische Multiplikation

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Auswertung einiger

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

-

Nebenrechnungen:

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Lilliulli

Geschicht

Ägyptische Multiplikat

Ägyptische Division

#### Zerlegungsal

### Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorit

Binär-Al

### Auswertung einige

Methodik

Ergebniss

**T**. .

### Ausblick

Theoretische Schranker

Ungeklärte theoreti: Fragen

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{a}$ .

5

Nebenrechnungen:

$$\frac{1}{2} \leq \frac{5}{9} < \frac{1}{1}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Eintunr

Geschicht

Ägyptische Division

#### Zerlegungsale

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algor

Auswertung einiger

Auswertung einige Testreihen

Methodik

Ergebniss

Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{5}{9} > \frac{1}{2}$$

Nebenrechnungen:

$$\frac{1}{2} \leq \frac{5}{9} < \frac{1}{1}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Elliunr

Geschicht

Ägyptische Multiplikati

#### Zeriegungsarge

Greedy-Algorithmus

Binär-Al

### Auswertung einiger

Testreihen

F---b-:--

Ergebniss

### Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{a}$ .

$$\frac{5}{9} > \frac{1}{2}$$

Nebenrechnungen:

$$\frac{5}{9} - \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Elliuni

Geschicht

Ämuntische Mul

Ägyptische Division

#### Zerlegungsalg

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algor

Binär-Al

### Auswertung einiger

Testreihen

Methodik

Ergebniss

### Ausblick

Theoretische Schranken

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{5}{9} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Elliunr

Geschicht

Ägyptische Multiplika

Ägyptische Division

#### Zerlegungsal

### Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algor

Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger

Testreihen

Errobnica

Ergebnis

#### Theorie ur Ausblick

## Farey-Folgen

### Definition

Sei  $q \in \mathbb{N}$ . Die Farey-Folge der Ordnung q,  $F_q$ , ist definiert als die aufsteigend sortierte Folge aller einmalig darin vorkommenden gekürzten Brüche  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ , für die gilt:  $0 \le a \le b \le q$ ,  $b \ne 0$ .

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Einführung

Geschicht

Ägyptische Multiplikati

Ägyptische Division

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorith

Farey-Folgen-Algorithmus

Auswertung einige

Auswertung einige Festreihen

Methodik

Ergebniss

Theorie und Ausblick

## Farey-Folgen

### Definition

Sei  $q\in\mathbb{N}$ . Die Farey-Folge der Ordnung q,  $F_q$ , ist definiert als die aufsteigend sortierte Folge aller einmalig darin vorkommenden gekürzten Brüche  $\frac{a}{b}\in\mathbb{Q}$ , für die gilt:  $0\leq a\leq b\leq q,\ b\neq 0$ .

Beispiel:  $F_5$ 

$$F_5 = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{1}\right).$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Einführung

Geschicht

Agyptische Multiplikatio

Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmus

Auswertung einiger

uswertung einige estreihen

Methodik

Ergebniss

Theorie un Ausblick

### Algorithmus

Sei  $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}_+$  in gekürzter Form der zu zerlegende Bruch.

- 1. Konstruiere  $F_q$ .
- 2. Sei  $\frac{r}{s}$  der zu  $\frac{p}{q}$  adjazente Bruch in  $F_q$ , sodass  $\frac{r}{s} < \frac{p}{q}$ . Aufgrund der Eigenschaften der Farey-Folge gilt dann

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s},$$

wobei s < q, r < p.

3. Wiederhole dieses Vorgehen für  $\frac{r}{s}$  solange, bis  $s = 1 \Leftrightarrow r = 0$ .

## Der Farey-Folgen-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Lilliulli

Geschichte

Ägyptische Multiplikatio

#### Zerlegungsalg

Greedy-A

Farey-Folgen-Algorithmus

Billar-Aigoriuli

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebnisse

#### Theorie und Ausblick

## Der Farey-Folgen-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

$$F_{9rel} = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1}\right)$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Einführung

Geschichte

Ägyptische Multiplikatio

#### Zerlegungsale

Greedy-Alg

Farey-Folgen-Algorithmus

Binär-Al

### Auswertung einiger

Testreihen

IVIETNOGIK

Ergebniss

#### Theorie un Ausblick

## Der Farey-Folgen-Algorithmus: Rechenbeispiel

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

$$F_{9rel} = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{r}{5} = \frac{1}{2}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Einführung

Geschichte

Ägyptische Multiplikatio

#### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algo

Farey-Folgen-Algorithmus

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebniss

#### Theorie un Ausblick

### Einführung

Geschichte

Agyptische Multiplikatio Ägyptische Division

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algori

Farey-Folgen-Algorithmus

. . . .

#### Auswertung einiger Festreihen

Methodil

Ergebniss

#### Theorie un Ausblick

Theoretische Schranker
Ungeklärte theoretische
Fragen

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{9} = \frac{1}{qs} + \frac{r}{s}$$

$$F_{9rel} = \left(\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{r}{s} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{1}{9 \cdot 2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$$

## Der Binäralgorithmus

## Algorithmus

Sei  $\frac{p}{a} \in \mathbb{Q}_+$  in gekürzter Form und  $k \in \mathbb{N}$ .

- 1. Finde  $N_{k-1} < q < N_k$  wobei  $N_k = 2^k$  ist.
- 2. Falls  $q = N_k$ , schreibe p als Summe von Teilern von  $N_k$ , hier d; genannt:

$$\frac{p}{q} = \sum_{i=1}^{j} \frac{d_i}{N_k} = \sum_{i=1}^{j} \frac{1}{\frac{N_k}{d_i}}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Einführung

Zerlegungsalgorithm

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger

Aushlick

## 3. Sonst seien $s, r \in \mathbb{N}, 0 \le r < q$ so gewählt, dass:

$$pN_k = qs + r$$
.

Es folgt:

$$\frac{p}{q} = \frac{pN_k}{qN_k} = \frac{qs+r}{qN_k} = \frac{s}{N_k} + \frac{r}{qN_k}.$$

- 4. Schreibe  $s = \sum d_i$  und  $r = \sum d'_i$ , wobei  $d_i$ ,  $d'_i$  jeweils paarweise verschiedene Teiler von  $N_k$  sind.
- 5. Erhalte den Ägyptischen Bruch:

$$\sum \frac{1}{\frac{N_k}{d_i}} + \sum \frac{1}{\frac{qN_k}{d_i'}}.$$

### Einführung

Geschicht

Ägyptische Multiplikation Ägyptische Division

#### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus
Farev-Folgen-Algorithm

Binär-Algorithmus

Auswertung einiger

#### Auswertung einiger Testreihen

Methodik

Ergebniss

### Theorie un Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Limani

Geschicht

Ägyptische Multiplikat

#### Zerlegungsale

Greedy-Algorithm

Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebnisse

#### Theorie ur Ausblick

Theoretische Schranker

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_{k} = 16$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Lilliulli

Geschicht

Ägyptische Multiplil

Ägyptische Division

#### Zerlegungsalg

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algori Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger

Testreihen

Errobnic

Ergebnis

#### Theorie und Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$8<9<16 \Rightarrow N_k=16$$

5

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Lilliuli

Geschicht

Ägyptische Division

#### Zerlegungsalg

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorit Binär-Algorithmus

Auswertung einiger

#### Auswertung einiger Testreihen

rvietnoa

### ------

Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 16}{0.16}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Elliun

Geschicht

Ägyptische Multiplika

Ägyptische Division

#### Zerlegungsalg

Greedy-Algorithm

Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebni

### Theorie u

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{a}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_{k} = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5.16}{9.16} = \frac{9.8+8}{9.16}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Lilliulli

Geschicht

Ägyptische Multiplika

Ägyptische Division

#### Zerlegungsalg

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithm Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger

Testreihen

E---b-:--

Ergebnis

#### Theorie u Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{9}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_k = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5.16}{9.16} = \frac{9.8+8}{9.16} = \frac{8}{16} + \frac{8}{144}$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Elmium

Geschicht

Ägyptische Multiplikatio

#### 7erlegungsal

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithm Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger

Testreihen

E---b-:-

Ergebnis

### Ausblick

Gesucht: Zerlegung für  $\frac{5}{a}$ .

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow N_{k} = 16$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 16}{9 \cdot 16} = \frac{9 \cdot 8 + 8}{9 \cdot 16} = \frac{8}{16} + \frac{8}{144} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}.$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

#### Lilliulli

Geschicht

Ägyptische Multiplikat

Ägyptische Division

#### Zerlegungsalg

Greedy-Algorithm

Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger

Testreihen

Methodik

Ergebnis

#### Theorie ur Ausblick

Datensatzform:  $M_q = \left\{ rac{p}{q} \, | \, (\, 2 \leq p < q) \wedge (\mathsf{ggT}(p,q) = 1) 
ight\}$ 

### Enthaltene Informationen:

- die durchschnittliche Anzahl der Summanden, avgTerms(q)
- das Minimum der Anzahl der Summanden, minTerms(q)
- das Maximum der Anzahl der Summanden, maxTerms(q)
- das Minimum des jeweils größten Nenners, minDenom(q)
- ▶ das Maximum des jeweils größten Nenners, maxDenom(q).

### Einführung

Geschichte

Ägyptische Multiplikation Ägyptische Division

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus Farey-Folgen-Algorithmus

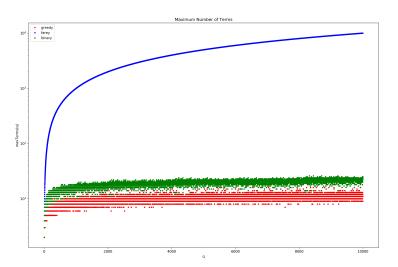
Auswertung einiger

#### l estreihen Methodik

Ergebnisse

### Theorie und Ausblick

### Durchschnittliche Anzahl der Terme



### Ägyptische Brüche

### Lars Berger

#### Eintun

Geschich

Agyptische Multiplikatio

#### Zerlegungsal

Greedy-Algorithmus

Farey-Folgen-Algorithmi

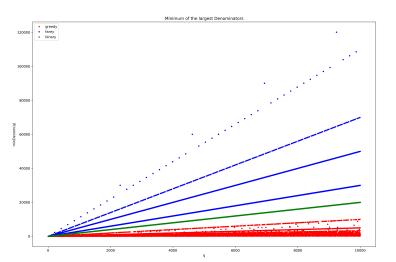
### Auswertung einiger

Methodik

Ergebnisse

### Theorie u

## Minimum der größten Nenner



### Ägyptische Brüche

### Lars Berger

#### Einfüh

Geschicht

Agyptische Multiplikation

#### Zerlegungsalı

Greedy-Algorithmus

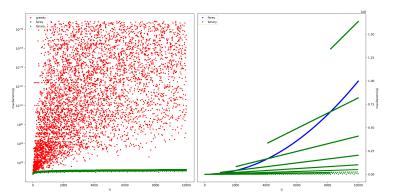
#### Auswertung einiger Testreihen

Ergebnisse

### Ligebilisse

Ausblick

## Maximum der größten Nenner



### Ägyptische Brüche

### Lars Berger

### Einführ

Geschichte

Agyptische Multiplikatio Ägyptische Division

#### Zerlegungsalg

Greedy-Algorithmus

binar-Aigoritimus

#### Auswertung einiger Testreihen

Ergebnisse

### Theorie und Ausblick

### Bekannte theoretische Schranken

## Berechnung von $\frac{2}{n}$

Sei  $n \in \mathbb{N}$  ungerade.  $\frac{2}{n}$  lässt sich für jedes n als Summe zweier Stammbrüche notieren, nämlich:

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil} + \frac{1}{n \cdot \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil}.$$

### Ägyptische Brüche

### Lars Berger

#### Elliun

Geschicht

Agyptische Multiplikation

### Zerlegungsal

Greedy-Algorithmu

Farey-Folgen-Algorithmu Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebniss

Theorie und Ausblick

### Bekannte theoretische Schranken

## Berechnung von $\frac{2}{n}$

Sei  $n \in \mathbb{N}$  ungerade.  $\frac{2}{n}$  lässt sich für jedes n als Summe zweier Stammbrüche notieren, nämlich:

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil} + \frac{1}{n \cdot \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil}.$$

Berechnung von  $\frac{3}{n}$ 

$$\frac{3}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil} + \frac{1}{n \cdot \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil}.$$

### Ägyptische Brüche

Lars Berger

### Einführung

Geschicht

Ägyptische Multiplikation

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithmus

Binär-Algorithmus

### Auswertung einiger

Methodik

Ergebniss

Theorie un Ausblick

Theoretische Schranken

## Sonstige Ansätze und offene Fragen

### Weitere Ansätze und Fragen umfassen u.a.:

- ► Thesen für  $\frac{4}{n}$ ,  $\frac{5}{n}$  usw.
- allgemeingültige Schranken für
  - ► Größe der Nenner
  - Anzahl der Summanden
- Zulassen auch negativer Terme
- Umgang mit Polynomen.

### Ägyptische Brüche

### Lars Berger

### Einführung

Geschichte

Ägyptische Multiplik

Ägyptische Divi

### Zerlegungsalgorithm

Greedy-Algorithr

Farey-Folgen-Algorithmu

### Auswertung einiger

Testreihen

Methodik

Ergebniss

### Theorie u

Ausblick