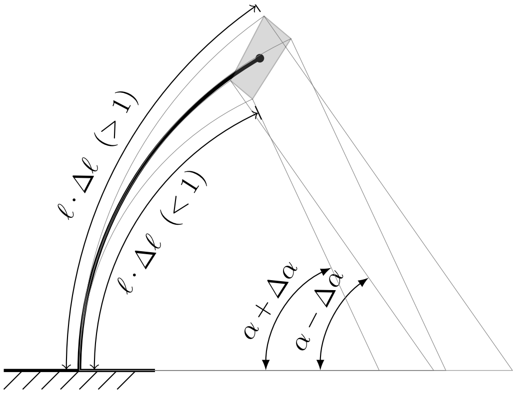
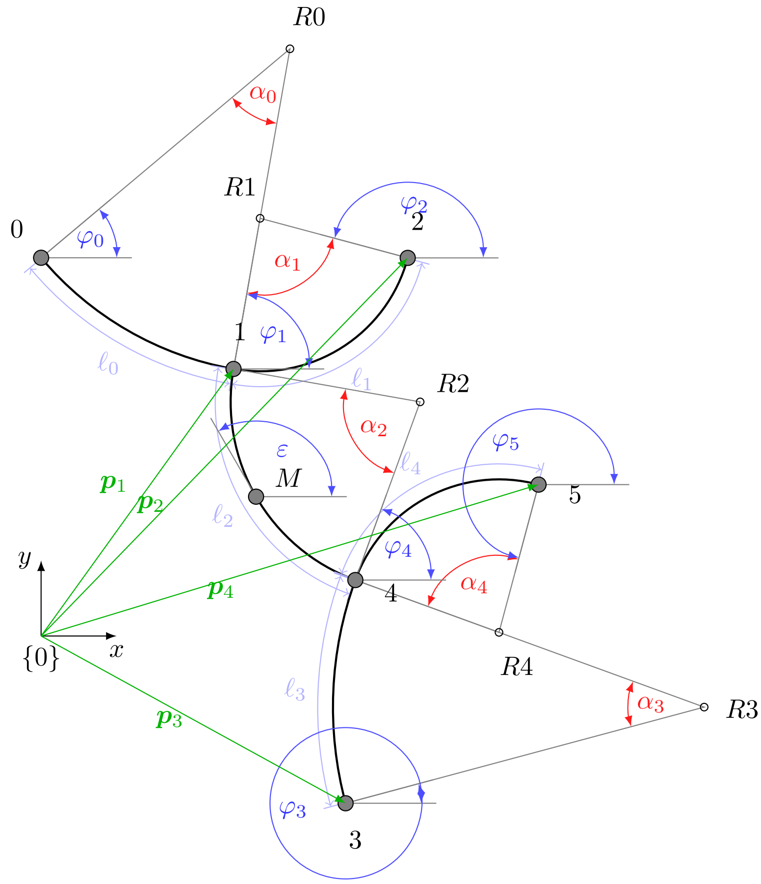
1 Predicting the next pose of the robot

1.1 Modeling of Soft Bending Actuator

- Einführung virtueller Längen, um größeren Bereich erreichen zu können, und dennoch die Annahme von *Constant curvature* nutzen zu können.
- Weil Sehr effektiv zu rechnen.



1.2 Modeling of the robot



- Zustands- und Eingangsgrößen:

$$\boldsymbol{x} = [\ \boldsymbol{\alpha}\ \boldsymbol{\ell}\ \varepsilon\ ], \quad \boldsymbol{r} = [\ \boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{ref}}\ \boldsymbol{f}\ ]$$

- Innere Spannung:

$$\begin{aligned}\sigma(\boldsymbol{x}_k) \quad = \quad & w_\ell \big|\boldsymbol{\ell}_k - \boldsymbol{\ell}_n\big|_2 \\ & + w_\alpha \big|\boldsymbol{\alpha}_k - \boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{ref},k}\big|_2 \\ & + w_\varphi \big|\mathrm{diag}(\boldsymbol{f}_k)(\boldsymbol{\varphi}_k - \boldsymbol{\varphi}_{k-1})\big|_2\end{aligned}$$

- Minimale Spannung:

$$\begin{aligned}\min_{\boldsymbol{x}_k \in \mathcal{X}} \quad & \sigma(\boldsymbol{x}_k) \\ s.\ t. \quad & \big|\big|\mathrm{diag}(\boldsymbol{f}_k)(\boldsymbol{P}_k - \boldsymbol{P}_{k-1})\big|\big|_2 = 0\end{aligned}$$

- Folgepose:

$$\boldsymbol{\rho}_k = [\boldsymbol{x}_k\ \boldsymbol{P}_k\ \boldsymbol{f}_k] = \mathrm{fun}_{\mathcal{P}}\left(\boldsymbol{r}_k, \boldsymbol{\rho}_{k-1}\right)$$

2 Path Planning with Search Tree

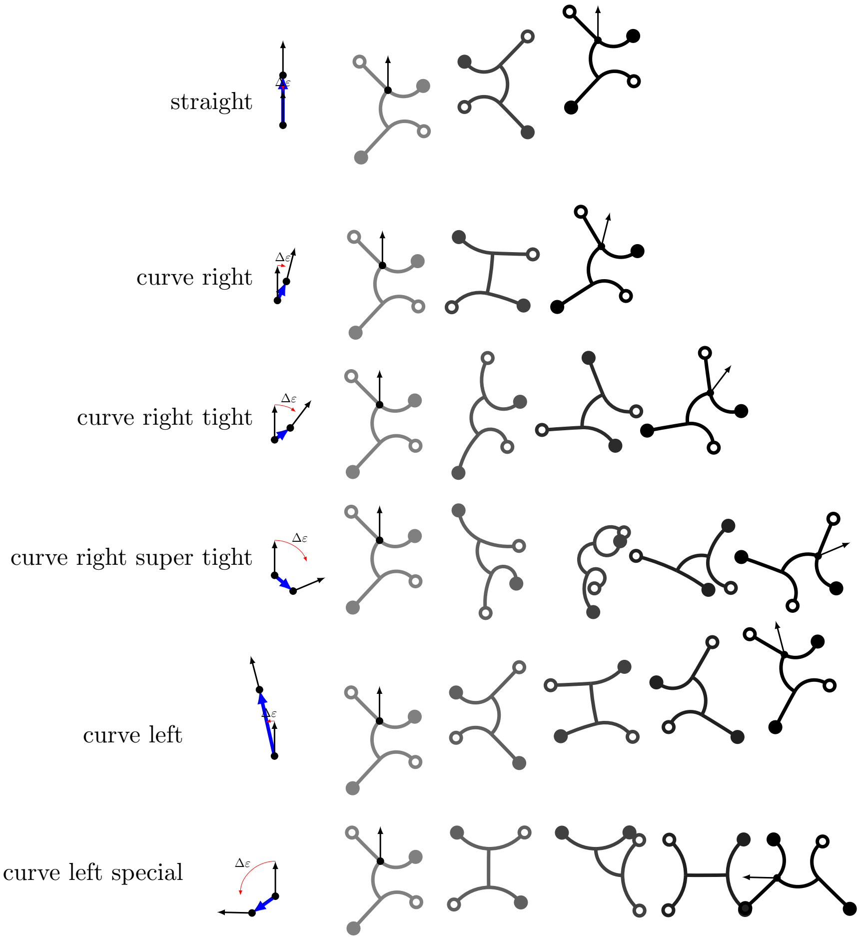
2.1 Different Gait Patterns for a curve

- Vom Kinematic Paper sind schon verschieden Laufmuster für Kurven bekannt, basierend auf dem Minimierungsproblem:

$$\min_{\boldsymbol{\alpha} \in \mathcal{A}} \ \varepsilon(\boldsymbol{\alpha}) \tag{1}$$

  wobei $\boldsymbol{\alpha}$ die Referenzwinkel von zwei Posen, also einem Zyklus enthält.

- Beispiele:

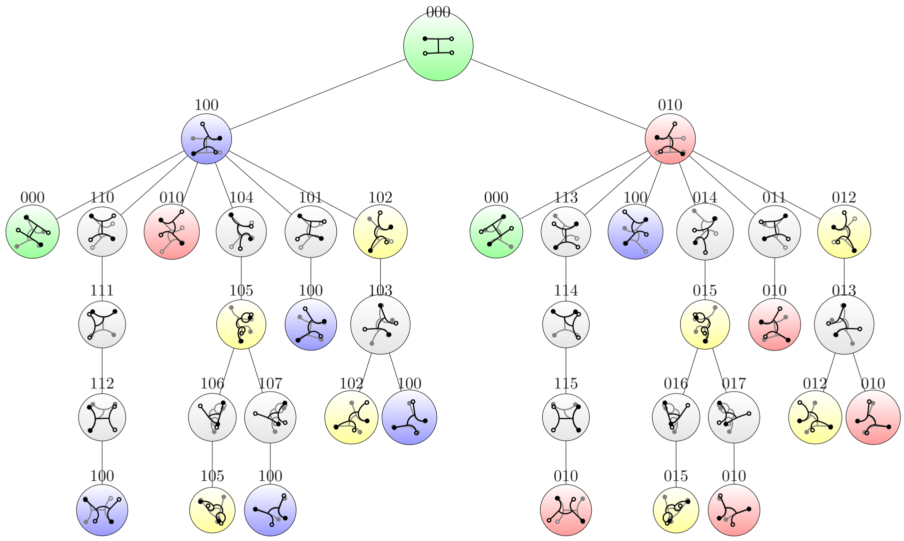


- Idee: Eine ausgewählte Anzahl an Posen, als Grundbausteine für einen beliebigen Gang.

- Diese dann wie Legosteine aufeinander setzen, um von A nach B zu gelangen.

2.2 Search Tree

- Folgender Suchbaum wurde implementiert.



Green	Ruhe Pose
Blue	Rechte Adapter Pose
Red	Linke Adapter Pose
Yellow	Zwischen-Adapterpose für Kurven Looping
Gray	Zwischenpose

- Dabei hat jede Kante des Baums eine Richtung und eine Gewichtung w.

- Die Gewichtung $w = ((\delta x, \delta y), \delta\varepsilon)$ gibt an, inwieweit das entsprechende Kind (Folgepose repräsentiert durch den Knoten, der mit der gewichteten Kante mit dem momentanen Knoten k verbunden ist) den Roboter relativ zur momentanen Orientierung bewegt: $(\delta x, \delta y)$ und wie weit diese Pose ihn drehen wird: $\delta\varepsilon$.

- Für eine gegebene, momentane Pose $\boldsymbol{\rho}_k$ wird für alle Kandidaten $j \in [0, \cdots, J-1]$ ausgerechnet, wieweit der Abstand d_j der potentiell neuen Pose $\boldsymbol{\rho}_j$ zum Ziel $\bar{\boldsymbol{x}}$ ist:

$$d(\boldsymbol{\rho}_k, w_j, \bar{\boldsymbol{x}}) = \left| \bar{\boldsymbol{x}} - \left(\boldsymbol{p}_{1,k} + \boldsymbol{R}(\varepsilon_k) \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} \right) \right|_2 \tag{2}$$

- Außerdem wird die Richtungsabweichung $\Delta\varepsilon_j$ aller potentiell neuen Pose j berechnet:

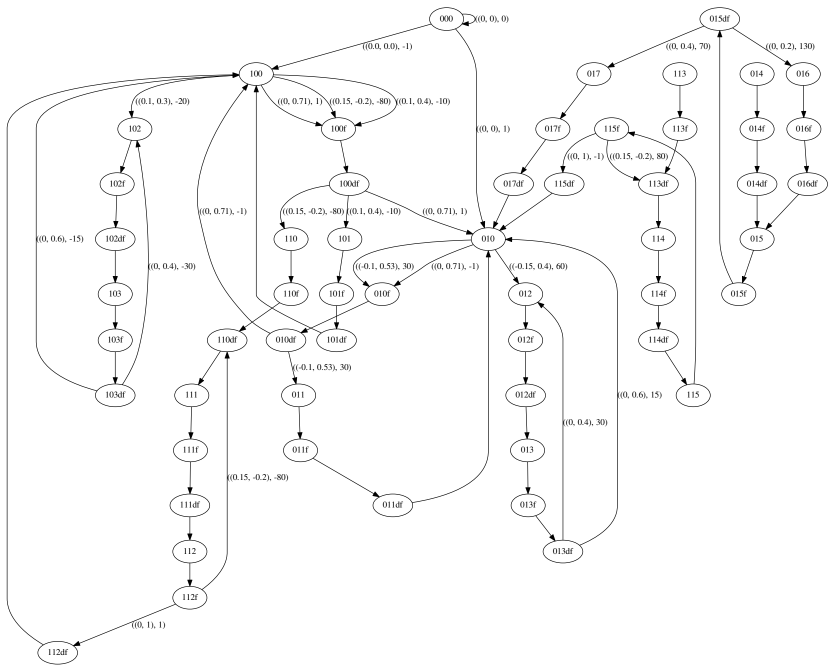
$$\Delta\varepsilon(\boldsymbol{\rho}_k, w_j, \bar{\boldsymbol{x}}) = \measuredangle \left(\bar{\boldsymbol{x}} - \left(\boldsymbol{p}_{1,k} + \boldsymbol{R}(\varepsilon_0) \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} \right), \boldsymbol{R}(\varepsilon_k + \delta\varepsilon) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \tag{3}$$

- Die Folgepose $\boldsymbol{\rho}_{k+1}$ ergibt sich dann aus dem Minimum der mit $a = .5$ gewichteten Summe von Abstand und Orientierungsabweichung für alle Möglichkeiten $\boldsymbol{\rho}_j$:

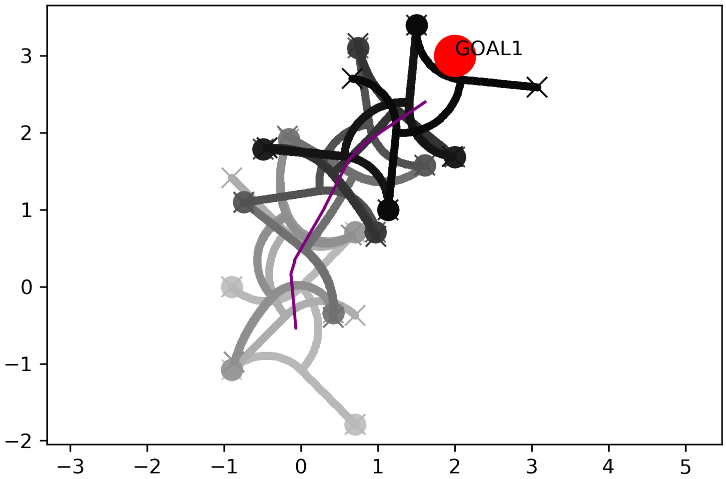
$$\boldsymbol{\rho}_{k+1} = \min_j \left(a \frac{d_j}{d_{\min}} + (a-1) \frac{\Delta\varepsilon_j}{\Delta\varepsilon_{\max}} \right) \tag{4}$$

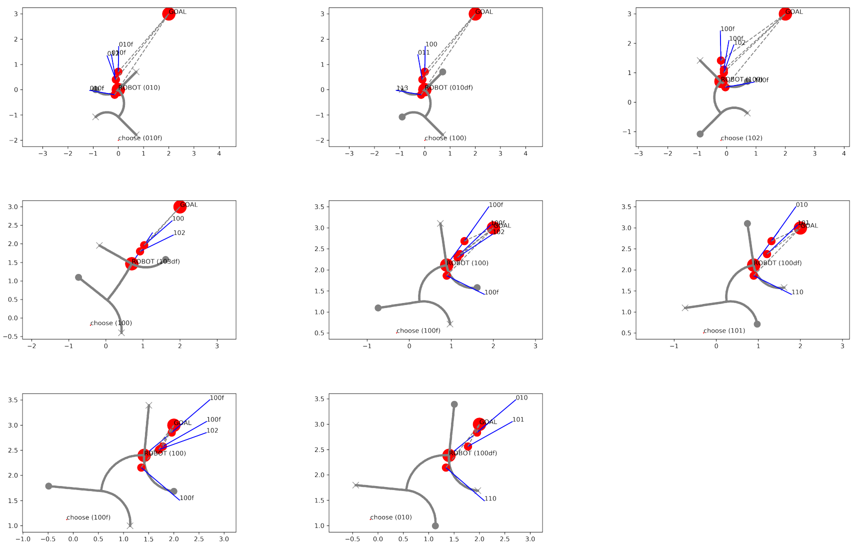
- wobei $\Delta\varepsilon_{\max}$ die maximale Orientierungsabweichung aller Möglichkeiten ist; und $d_{\min}$ der minimale Abstand aller Möglichkeiten ist.

2.3 Search Tree with weights

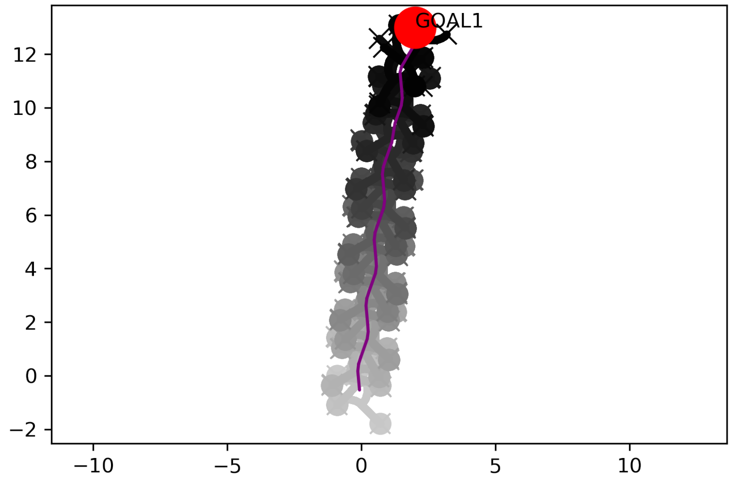


2.4 Simulation Results Curve





2.5 Simulation Results Straight



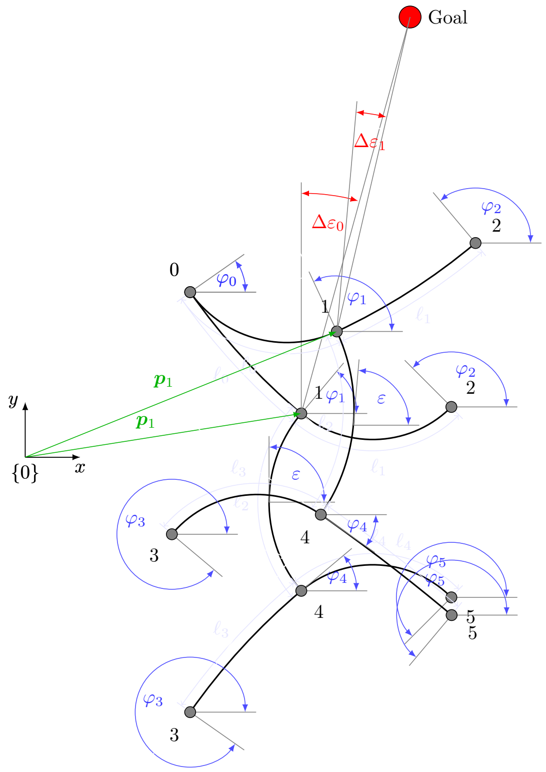
2.6 What happens if Process Noise occurs?

2.7 Conclusion

3 Path Planning with Analytic Model

3.1 Problem Statement

- Angenommen die Konfiguration / Pose des Roboters $\boldsymbol{\rho} = [\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{p}_1, \varepsilon]$ ist vollständig bekannt, wobei $\boldsymbol{\alpha}$ die Gelenkkoordinaten / Biegewinkel der einzelnen Glieder sind, $\boldsymbol{p}_1$ die Position des vorderen Torsoendes und ε die Orientierung des Roboters. Siehe Bild:



- Für die Pfadplanung, wäre eine Funktion hilfreich, die zu einer gegebenen Wunschdrehung $\Delta\varepsilon$, eine entsprechende Abfolge von Roboter-Konfigurationen / Posen ausgibt, sodass sich der Roboter entsprechend dreht.
- So könnte zB die Richtung des Roboters so justiert werden, dass er sich auf ein gegebenes Ziel zu bewegt.
- Für den geraden Gang ist eine analytische Funktion bekannt, die die Geschwindigkeit des Roboters einstellt. Geschwindigkeit im Sinne von Schrittweite, bzw. Vorschub pro Zyklus:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \\ x_1 \\ 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \end{bmatrix} \tag{5}$$

  Die Schrittweite ist hier als x_1 beschrieben.

3.2 Approach: Guess structure for a analytic model for walking curves

- Src can be found: `analytic_model.py`

- Model:

  x_1 beschreibt hier die Schrittweite

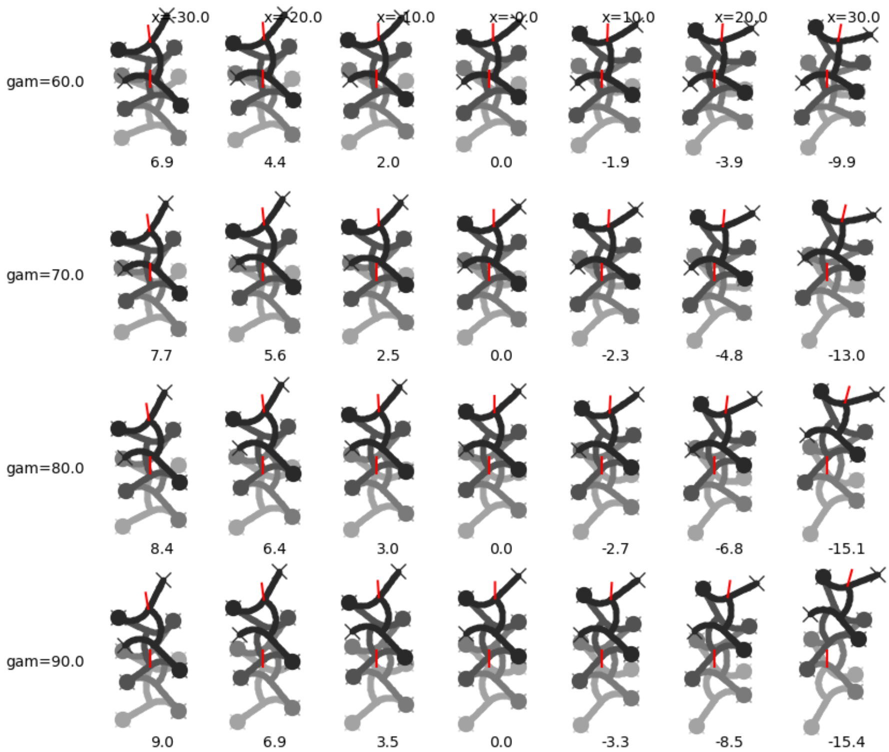
  x_2 das Maß der Drehung.

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \\ x_1 + x_2 \\ 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \end{bmatrix} \tag{6}$$

- Method:

  Simulate for different x_1 and x_2 (in der Abbildung unten ist $x_1 =$ `gam` und $x_2 =$ `x`)

- Results für 2 Zyklen:



- Observations:
  - Es funktioniert. Der Roboter läuft eine Kurve.
  - Kurve ist unsymmetrisch. Rechts klappt besser als links.
  - Startpose ist besser für Rechtskurve geeignet.
  - Noch nichts über die innere SPannung des Roboters herausgefunden

3.3 Approach: Find a reasonable structure

- Src can be found: `analytic_model_2.py`
- Orientierung der Füße soll konstant bleiben:

$$\varphi_0 = \varepsilon + \frac{\alpha_2}{2} - \alpha_0 \tag{7}$$

Da im vorhergegangenem Versuch die asymmetrischen Aktuierung des Torsos schon zu guten Ergebnissen geführt hat, soll dieses Modell beibehalten werden. Allerdings in einer leicht variierten Form. x_2 ist nun ein relatives Maß für die Drehung:

$$\alpha_2 = x_1 + x_2|x_1| \tag{8}$$

Es muss also α_0 so gewählt werden, dass φ_0 möglichst unabhängig von x_i wird. Deshalb wird ein noch unbekannter Term x_3 hinzugefügt. Damit ergibt sich der Biegewinkel des Beines:

$$\alpha_0 = 45 + \frac{x_1}{2} + x_3. \tag{9}$$

Für die Orientierung des Fußes bedeutet das:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \varepsilon + \frac{x_1 + x_2|x_1|}{2} - \left(45 + \frac{x_1}{2} + x_3\right) && (10) \\ &= \varepsilon - 45 + \frac{x_2|x_1|}{2} - x_3 && (11) \\ & && (12) \end{aligned}$$

Es wird **angenommen**, dass die Orientierung des Roboters mit der Schrittweite linear wächst (i.e. Der Roboter dreht sich ein wenig zwischen seinen Extremposen):

$$\varepsilon = c_1 x_1 + \varepsilon_0 \tag{13}$$

Mit konstantem Orientierungswinkel $\varphi = \varphi_0$ ergibt sich somit:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= c_1 x_1 + \varepsilon_0 - 45 + \frac{x_2|x_1|}{2} - x_3 && (14) \\ x_3 &= c_1 x_1 + \frac{x_2|x_1|}{2} + c && (15) \end{aligned}$$

Unter der **Annahme**, dass $\varphi_0 \approx \varepsilon_0 - 45$ ist, ergibt sich $c \approx 0$. Das meint, die Orientierung ändert sich nur minimal. entspricht also im Wesentlichen der Ausgangskonfiguration. Weiterhin wird **angenommen**, dass für einen fixierter Fuß der Term $c_1 x_1 \approx 0$ vernachlässigbar ist. Somit ergibt sich für den Biegewinkel des fixierten vorderen linken Beins:

$$\alpha_{0,f} = 45 - \frac{x_1}{2} + \frac{1}{2} x_2 |x1| \tag{16}$$

Wenn das Bein nicht fixiert ist, kann es beliebige Orientierung annehmen. Hierfür wird **angenommen**, dass sich die Drehung des Körpers erst in der nicht fixierten Phase eines Beines in desses Orientierung auswirkt. Deshalb, wird der Term $c_1 x_1$ in dieser Phase aktiv. Weiterhin wird **angenommen**, dass $c_1 = x_2$. Damit ergibt sich für einen nicht fixierten Fuß:

$$\alpha_{0,\bar{f}} = 45 - \frac{x_1}{2} + x_2 x1 \tag{17}$$

- Das resultierende Modell sieht so aus:

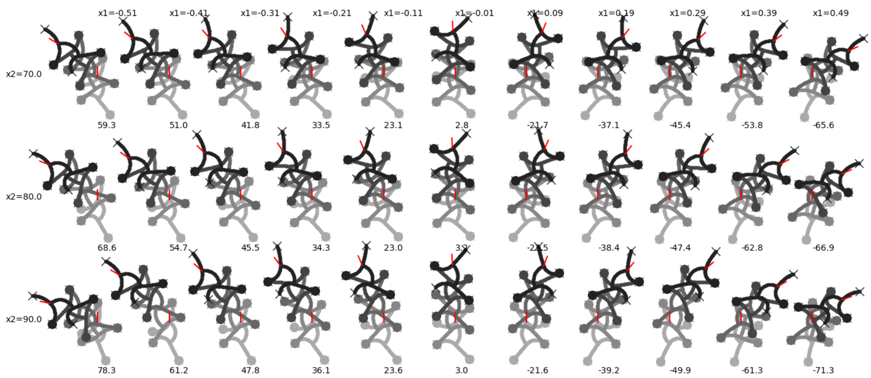
$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} + f_0 \frac{1}{2}|x1|x_2 + \bar{f}_0 x_1 x_2 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + f_1 \frac{1}{2}|x1|x_2 + \bar{f}_1 x_1 x_2 \\ x_1 + |x_1|x_2 \\ 45 - \frac{x_1}{2} + f_2 \frac{1}{2}|x1|x_2 + \bar{f}_2 x_1 x_2 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + f_3 \frac{1}{2}|x1|x_2 + \bar{f}_3 x_1 x_2 \end{bmatrix} \tag{18}$$

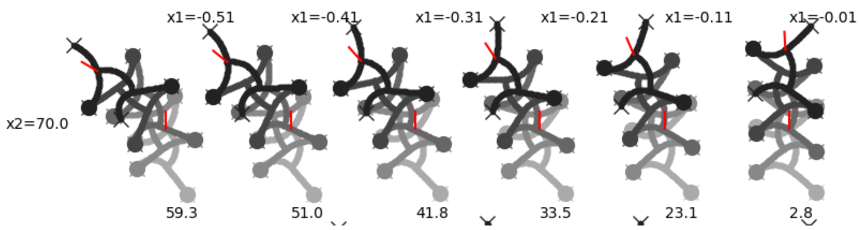
Wobei f_i den Zustand des Fußes beschreibt:

$$f_i = \begin{bmatrix} 1 & if & \text{foot fixed} \\ 0 & else & \end{bmatrix} \tag{19}$$

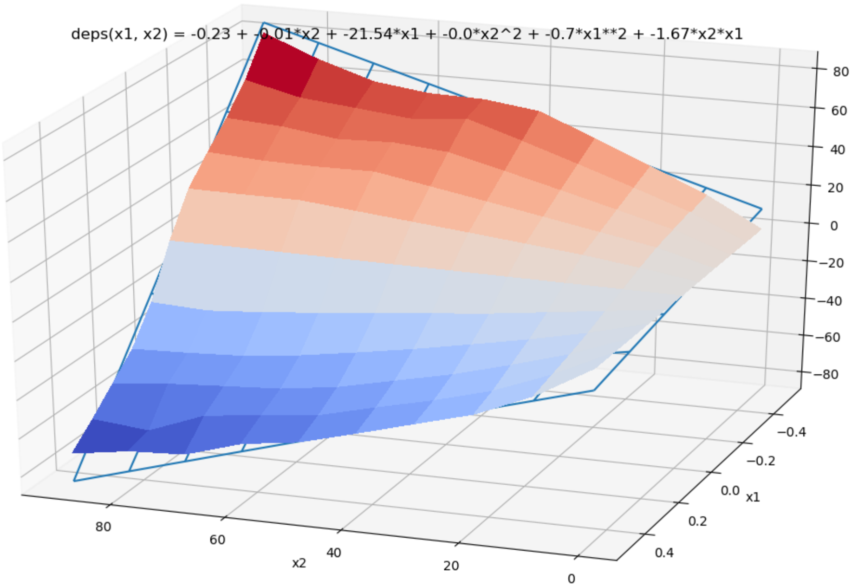
$$\bar{f}_i = \begin{bmatrix} 0 & if & \text{foot fixed} \\ 1 & else & \end{bmatrix} \tag{20}$$

- Results





Delta Epsilon: $\frac{\Delta\varepsilon}{cycle}(x_1, x_2) = f$



3.4 Approach: Optimize Extra leg bending Angle for given extra torso bending

- Src can be found: `analytic_model_3.py`
- Nun soll untersucht werden, welche Extra Leg Bending Angle die ineere Spannung des Roboters minimiert.
- Model:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} + \bar{f}_0 x_3 + f_0 x_4 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + \bar{f}_1 x_3 + f_1 x_4 \\ x_1 |x_2| \\ 45 - \frac{x_1}{2} + \bar{f}_2 x_4 + f_3 x_3 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + \bar{f}_3 x_4 + f_4 x_3 \end{bmatrix} \tag{21}$$

- Annahme:

  Die Extra Biegung x_3 für freie Beine und die Extra Biegung x_4 für fixierte Beine sind abhängig von der Extra Biegung x_2 für den Torso.

  Hinter- und Vorderbeine sind nicht symmetrisch, aber kreuzweise symmetrisch: Die Extrabiegung für ein **nicht fixiertes Vorderbein** entspricht der Extrabiegung eines **fixierten Hinterbeins** und anderesherum.

- Methode:

  Für gegebenes Extra Torso Bending x_2 und gegebenene Torso Biegung $x1$ minimiere die Innere Spannung über den Gang mit n Zyklen aufsummiert:

Gegeben:	x_1	Torsobiegung
	x_2	Extra Torsobiegung
Gesucht:	x_3	Extra Beinbiegung fixiert vorn
	x_4	Extra Beinbiegung fixiert hinten

$$cost(\boldsymbol{x}) = \sum gait(\boldsymbol{x}).stress \tag{22}$$

- Results: