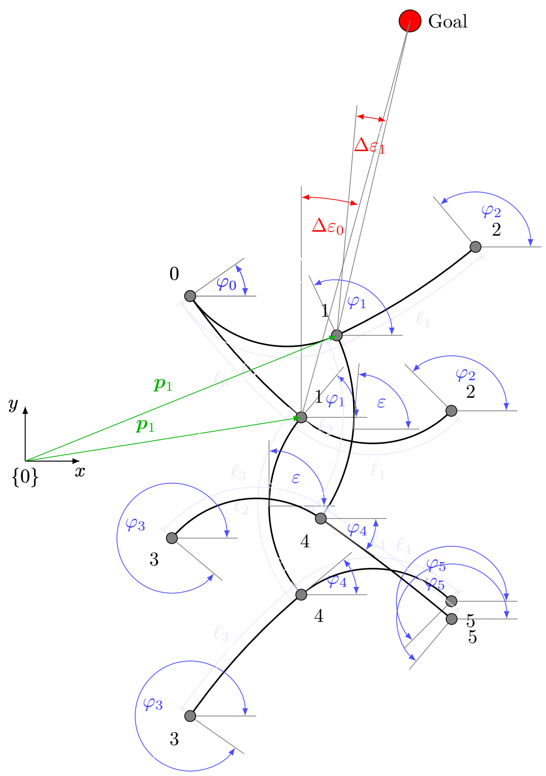
# 1 Problem Statement

- Angenommen die Konfiguration / Pose des Roboters $\boldsymbol{\rho} = [\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{p}_1, \varepsilon]$ ist vollständig bekannt, wobei $\boldsymbol{\alpha}$ die Gelenkkoordinaten / Biegewinkel der einzelnen Glieder sind, $\boldsymbol{p}_1$ die Position des vorderen Torsoendes und $\varepsilon$ die Orientierung des Roboters. Siehe Bild:




- Für die Pfadplanung, wäre eine Funktion hilfreich, die zu einer gegebenen Wunschdrehung $\Delta\varepsilon$, eine entsprechende Abfolge von Roboter-Konfigurationen / Posen ausgibt, sodass sich der Roboter entsprechend dreht.

- So könnte zB die Richtung des Roboters so justiert werden, dass er sich auf ein gegebenes Ziel zu bewegt.

- Für den geraden Gang ist eine analytische Funktion bekannt, die die Geschwindigkeit des Roboters einstellt. Geschwindigkeit im Sinne von Schrittweite, bzw. Vorschub pro Zyklus:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \\ x_1 \\ 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Die Schrittweite ist hier als $x_1$ beschrieben.

# 2 Approach: Guess structure for a analytic model for walking curves

- Src can be found: `analytic_model.py`
- Model:

  $x_1$ beschreibt hier die Schrittweite

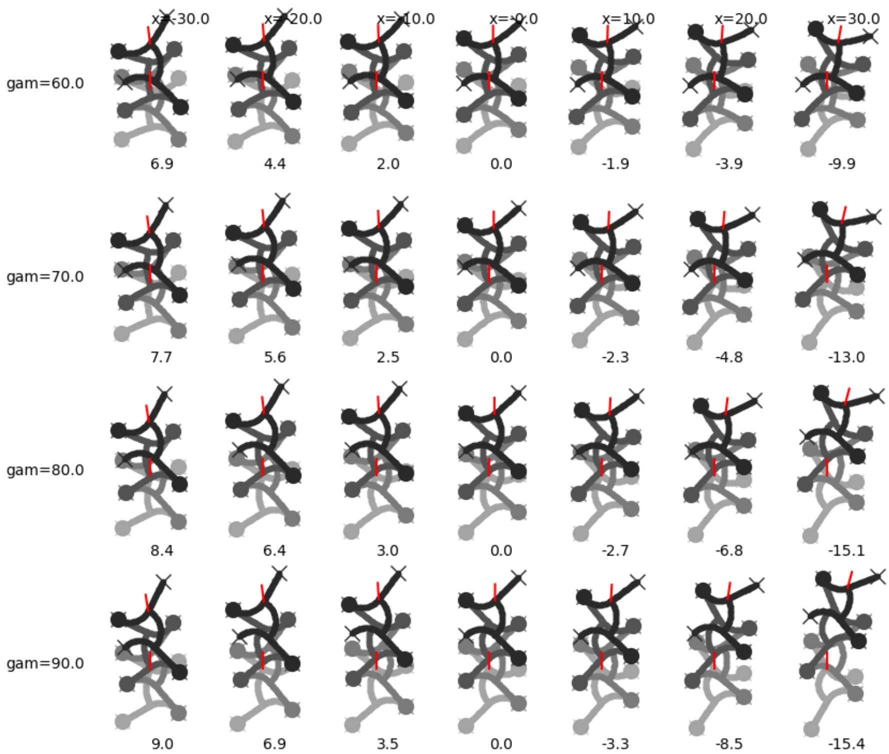
  $x_2$ das Maß der Drehung.

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \\ x_1 + x_2 \\ 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \end{bmatrix} \tag{2}$$

- Method:

  Simulate for different $x_1$ and $x_2$ (in der Abbildung unten ist $x_1 =$ `gam` und $x_2 =$ `x`)

- Results für 2 Zyklen:




- Observations:
  - Es funktioniert. Der Roboter läuft eine Kurve.
  - Kurve ist unsymmetrisch. Rechts klappt besser als links.

- Startpose ist besser für Rechtskurve geeignet.
- Noch nichts über die innere SPannung des Roboters herausgefunden

# 3 Approach: Find a reasonable structure

- Src can be found: `analytic_model_2.py`
- Orientierung der Füße soll konstant bleiben:

$$\varphi_0 = \varepsilon + \frac{\alpha_2}{2} - \alpha_0 \tag{3}$$

Da im vorhergegangenem Versuch die asymmetrischen Aktuierung des Torsos schon zu guten Ergebnissen geführt hat, soll dieses Modell beibehalten werden. Allerdings in einer leicht variierten Form. $x_2$ ist nun ein relatives Maß für die Drehung:

$$\alpha_2 = x_1 + x_2|x_1| \tag{4}$$

Es muss also $\alpha_0$ so gewählt werden, dass $\varphi_0$ möglichst unabhängig von $x_i$ wird. Deshalb wird ein noch unbekannter Term $x_3$ hinzugefügt. Damit ergibt sich der Biegewinkel des Beines:

$$\alpha_0 = 45 + \frac{x_1}{2} + x_3. \tag{5}$$

Für die Orientierung des Fußes bedeutet das:

$$\begin{aligned}
\varphi_0 &= \varepsilon + \frac{x_1 + x_2|x_1|}{2} - \left(45 + \frac{x_1}{2} + x_3\right) && (6)\\
&= \varepsilon - 45 + \frac{x_2|x_1|}{2} - x_3 && (7)\\
& && (8)
\end{aligned}$$

Es wird **angenommen**, dass die Orientierung des Roboters mit der Schrittweite linear wächst (i.e. Der Roboter dreht sich ein wenig zwischen seinen Extremposen):

$$\varepsilon = c_1 x_1 + \varepsilon_0 \tag{9}$$

Mit konstantem Orientierungswinkel $\varphi = \varphi_0$ ergibt sich somit:

$$\begin{aligned}
\varphi_0 &= c_1 x_1 + \varepsilon_0 - 45 + \frac{x_2|x_1|}{2} - x_3 && (10)\\
x_3 &= c_1 x_1 + \frac{x_2|x_1|}{2} + c && (11)
\end{aligned}$$

Unter der **Annahme**, dass $\varphi_0 \approx \varepsilon_0 - 45$ ist, ergibt sich $c \approx 0$. Das meint, die Orientierung ändert sich nur minimal. entspricht also im Wesentlichen der Ausgangskonfiguration. Weiterhin wird **angenommen**, dass für einen fixierter Fuß der Term $c_1 x_1 \approx 0$ vernachlässigbar ist. Somit ergibt sich für den Biegewinkel des fixierten vorderen linken Beins:

$$\alpha_{0,f} = 45 - \frac{x_1}{2} + \frac{1}{2} x_2 |x1| \tag{12}$$

Wenn das Bein nicht fixiert ist, kann es beliebige Orientierung annehmen. Hierfür wird **angenommen**, dass sich die Drehung des Körpers erst in der nicht fixierten Phase eines Beines in desses Orientierung auswirkt. Deshalb, wird der Term $c_1 x_1$ in dieser Phase aktiv. Weiterhin wird **angenommen**, dass $c_1 = x_2$. Damit ergibt sich für einen nicht fixierten Fuß:

$$\alpha_{0,\bar{f}} = 45 - \frac{x_1}{2} + x_2 x1 \tag{13}$$

- Das resultierende Modell sieht so aus:

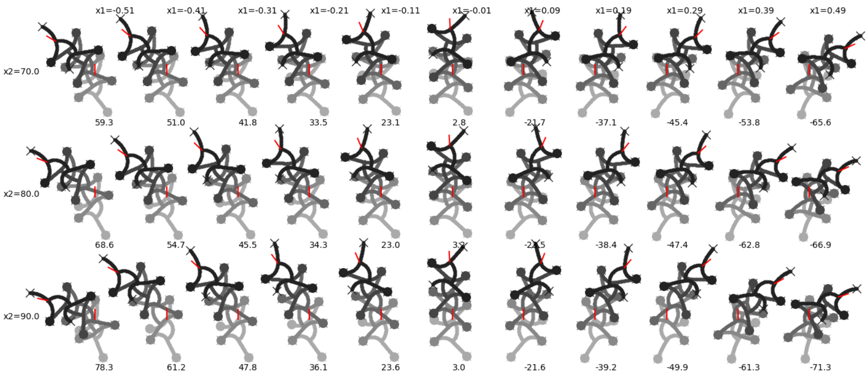
$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} + f_0 \frac{1}{2} |x1| x_2 + \bar{f}_0 x_1 x_2 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + f_1 \frac{1}{2} |x1| x_2 + \bar{f}_1 x_1 x_2 \\ x_1 + |x_1| x_2 \\ 45 - \frac{x_1}{2} + f_2 \frac{1}{2} |x1| x_2 + \bar{f}_2 x_1 x_2 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + f_3 \frac{1}{2} |x1| x_2 + \bar{f}_3 x_1 x_2 \end{bmatrix} \tag{14}$$

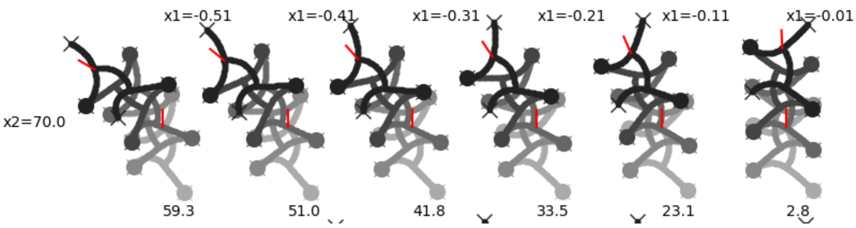
Wobei $f_i$ den Zustand des Fußes beschreibt:

$$f_i = \begin{bmatrix} 1 & if & \text{foot fixed} \\ 0 & else & \end{bmatrix} \tag{15}$$

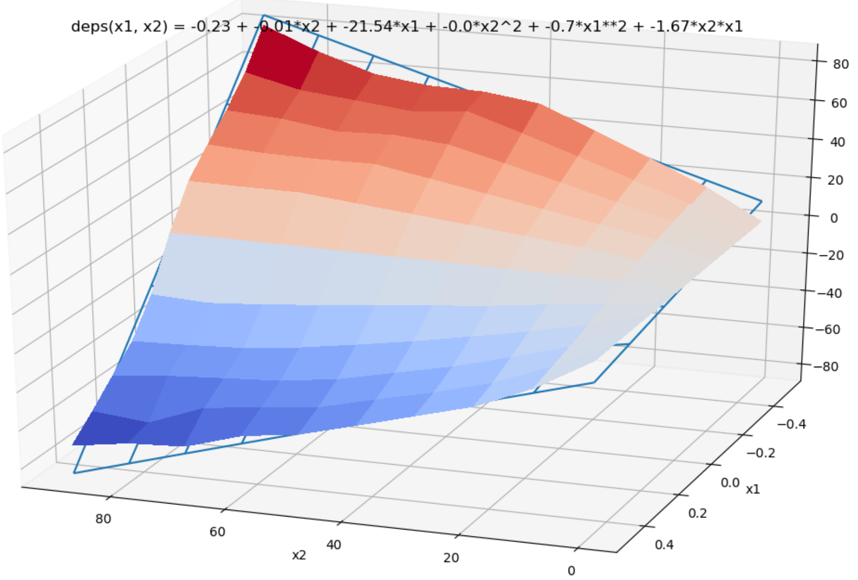
$$\bar{f}_i = \begin{bmatrix} 0 & if & \text{foot fixed} \\ 1 & else & \end{bmatrix} \tag{16}$$

- Results





Delta Epsilon: $\frac{\Delta\varepsilon}{cycle}(x_1, x_2) = f$




# 4 Approach: Optimize Extra leg bending Angle for given extra torso bending

- Src can be found: `analytic_model_3.py`
- Nun soll untersucht werden, welche Extra Leg Bending Angle die ineere Spannung des Roboters minimiert.
- Model:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} + \bar{f}_0 x_3 + f_0 x_4 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + \bar{f}_1 x_3 + f_1 x_4 \\ x_1 |x_2| \\ 45 - \frac{x_1}{2} + \bar{f}_2 x_4 + f_3 x_3 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + \bar{f}_3 x_4 + f_4 x_3 \end{bmatrix} \tag{17}$$

- Annahme:

  Die Extra Biegung $x_3$ für freie Beine und die Extra Biegung $x_4$ für fixierte Beine sind abhängig von der Extra Biegung $x_2$ für den Torso.

  Hinter- und Vorderbeine sind nicht symmetrisch, aber kreuzweise symmetrisch: Die Extrabiegung für ein **nicht fixiertes Vorderbein** entspricht der Extrabiegung eines **fixierten Hinterbeins** und anderesherum.

- Methode:

  Für gegebenes Extra Torso Bending $x_2$ und gegebenene Torso Biegung $x1$ minimiere die Innere Spannung über den Gang mit $n$ Zyklen aufsummiert:

| | | |
|---|---|---|
| Gegeben: | $x_1$ | Torsobiegung |
| | $x_2$ | Extra Torsobiegung |
| Gesucht: | $x_3$ | Extra Beinbiegung fixiert vorn |
| | $x_4$ | Extra Beinbiegung fixiert hinten |

$$cost(\boldsymbol{x}) = \sum gait(\boldsymbol{x}).stress \tag{18}$$

- Results: