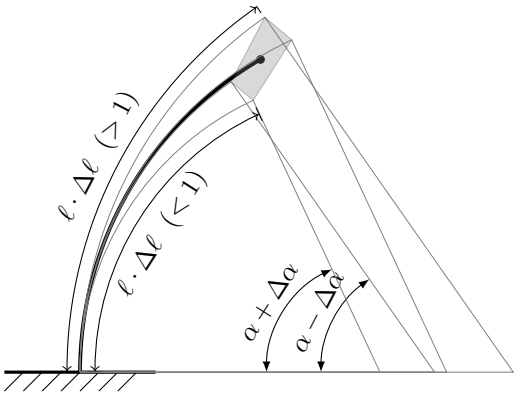
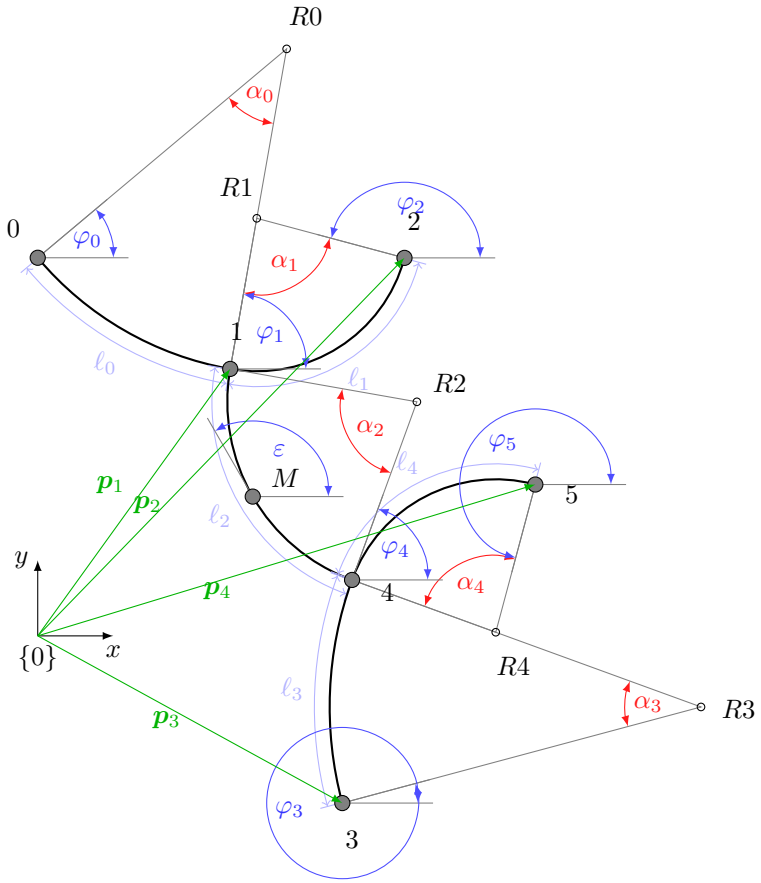
1 Predicting the next pose of the robot

1.1 Modeling of Soft Bending Actuator

- Einführung virtueller Längen, um größeren Bereich erreichen zu können, und dennoch die Annahme von *Constant curvature* nutzen zu können.
- Weil Sehr effektiv zu rechnen.



1.2 Modeling of the robot



- Zustands- und Eingangsgrößen:

$$\boldsymbol{x} = [\ \boldsymbol{\alpha}\ \boldsymbol{\ell}\ \varepsilon\ ]\,, \quad \boldsymbol{r} = [\ \boldsymbol{\alpha}_{\text{ref}}\ \boldsymbol{f}\ ]$$

- Innere Spannung:

$$\begin{aligned}\sigma(\boldsymbol{x}_k) \quad = \quad & w_\ell \left|\boldsymbol{\ell}_k - \boldsymbol{\ell}_n\right|_2 \\ & + w_\alpha \left|\boldsymbol{\alpha}_k - \boldsymbol{\alpha}_{\text{ref},k}\right|_2 \\ & + w_\varphi \left|\text{diag}(\boldsymbol{f}_k)(\boldsymbol{\varphi}_k - \boldsymbol{\varphi}_{k-1})\right|_2\end{aligned}$$

- Minimale Spannung:

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{x}_k \in \mathcal{X}} \ \sigma(\boldsymbol{x}_k) \\ &s.\,t. \quad \left|\left|\text{diag}(\boldsymbol{f}_k)(\boldsymbol{P}_k - \boldsymbol{P}_{k-1})\right|\right|_2 = 0\end{aligned}$$

- Folgepose:

$$\boldsymbol{\rho}_k = [\boldsymbol{x}_k\ \boldsymbol{P}_k\ \boldsymbol{f}_k] = \text{fun}_{\mathcal{P}}\left(\boldsymbol{r}_k, \boldsymbol{\rho}_{k-1}\right)$$

2 Path Planning with Search Tree

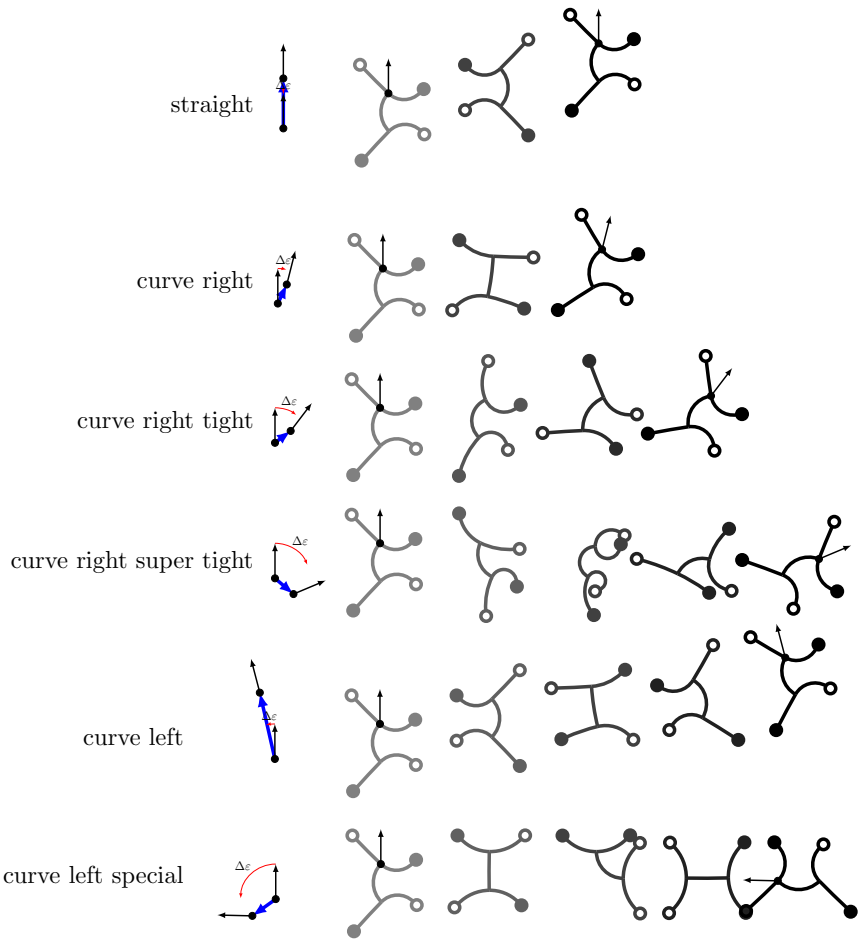
2.1 Different Gait Patterns for a curve

- Vom Kinematic Paper sind schon verschieden Laufmuster für Kurven bekannt, basierend auf dem Minimierungsproblem:

$$\min_{\boldsymbol{\alpha} \in \mathcal{A}} \ \varepsilon(\boldsymbol{\alpha}) \tag{1}$$

  wobei $\boldsymbol{\alpha}$ die Referenzwinkel von zwei Posen, also einem Zyklus enthält.

- Beispiele:

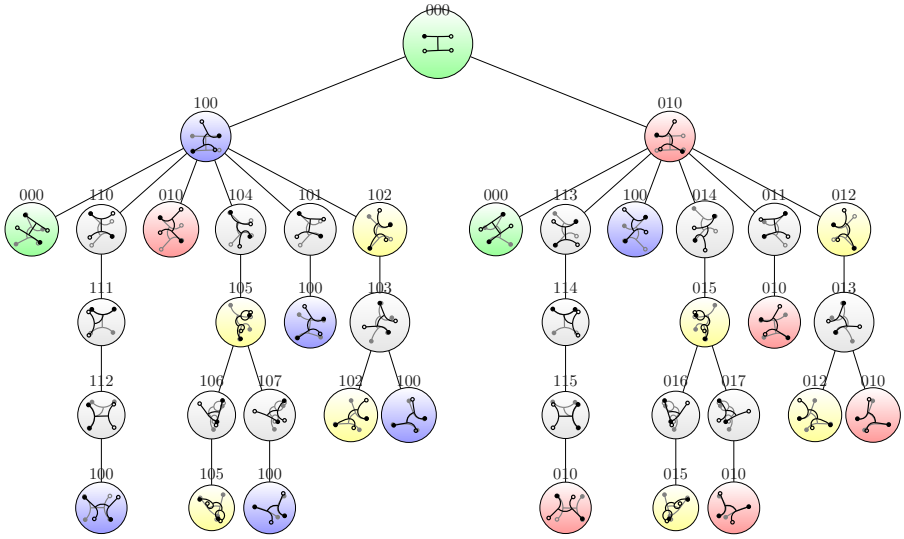


- Idee: Eine ausgewählte Anzahl an Posen, als Grundbausteine für einen beliebigen Gang.

- Diese dann wie Legosteine aufeinander setzen, um von A nach B zu gelangen.

2.2 Search Tree

- Folgender Suchbaum wurde implementiert.



Green	Ruhe Pose
Blue	Rechte Adapter Pose
Red	Linke Adapter Pose
Yellow	Zwischen-Adapterpose für Kurven Looping
Gray	Zwischenpose

- Dabei hat jede Kante des Baums eine Richtung und eine Gewichtung w.
- Die Gewichtung $w = ((\delta x, \delta y), \delta\varepsilon)$ gibt an, inwieweit das entsprechende Kind (Folgepose repräsentiert durch den Knoten, der mit der gewichteten Kante mit dem momentanen Knoten k verbunden ist) den Roboter relativ zur momentanen Orientierung bewegt: $(\delta x, \delta y)$ und wie weit diese Pose ihn drehen wird: $\delta\varepsilon$.
- Für eine gegebene, momentane Pose $\boldsymbol{\rho}_k$ wird für alle Kandidaten $j \in [0, \cdots, J-1]$ ausgerechnet, wieweit der Abstand d_j der potentiell neuen Pose $\boldsymbol{\rho}_j$ zum Ziel $\bar{\boldsymbol{x}}$ ist:

$$d(\boldsymbol{\rho}_k, w_j, \bar{\boldsymbol{x}}) = \left| \bar{\boldsymbol{x}} - \left(\boldsymbol{p}_{1,k} + \boldsymbol{R}(\varepsilon_k) \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} \right) \right|_2 \tag{2}$$

- Außerdem wird die Richtungsabweichung $\Delta\varepsilon_j$ aller potentiell neuen Pose j berechnet:

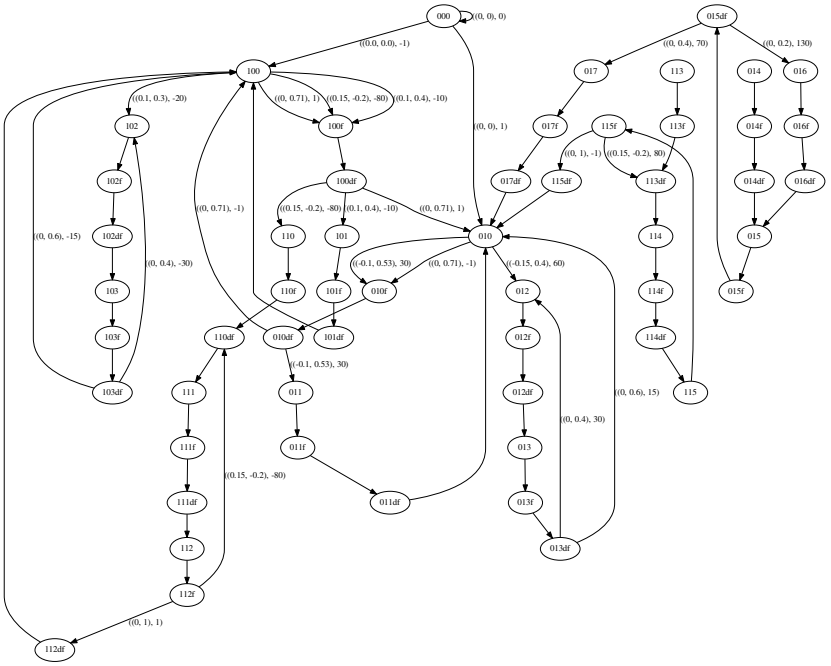
$$\Delta\varepsilon(\boldsymbol{\rho}_k, w_j, \bar{\boldsymbol{x}}) = \measuredangle \left(\bar{\boldsymbol{x}} - \left(\boldsymbol{p}_{1,k} + \boldsymbol{R}(\varepsilon_0) \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} \right), \boldsymbol{R}(\varepsilon_k + \delta\varepsilon) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \tag{3}$$

- Die Folgepose $\boldsymbol{\rho}_{k+1}$ ergibt sich dann aus dem Minimum der mit $a = .5$ gewichteten Summe von Abstand und Orientierungsabweichung für alle Möglichkeiten $\boldsymbol{\rho}_j$:

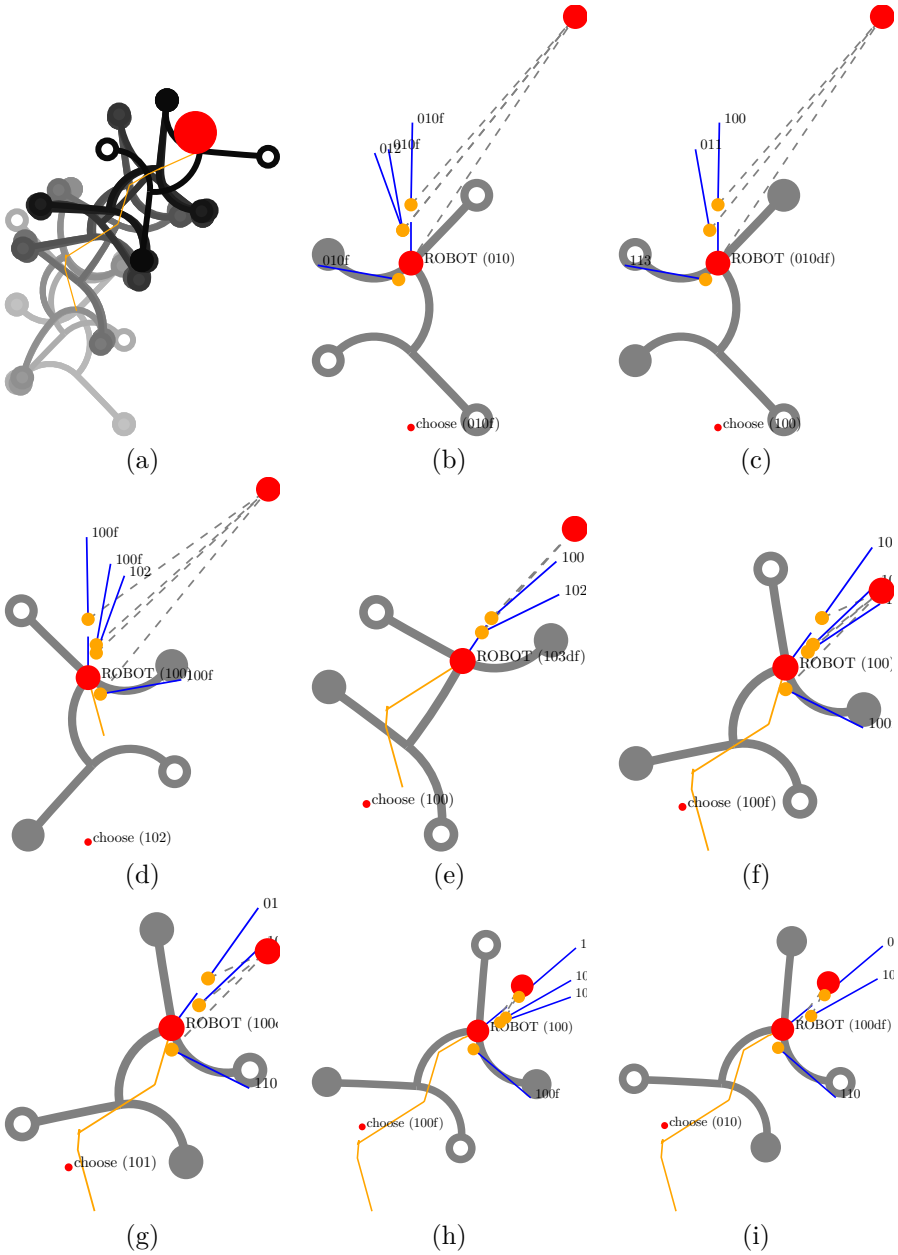
$$\boldsymbol{\rho}_{k+1} = \min_j \left(a \frac{d_j}{d_{\min}} + (a-1) \frac{\Delta\varepsilon_j}{\Delta\varepsilon_{\max}} \right) \tag{4}$$

- wobei $\Delta\varepsilon_{\max}$ die maximale Orientierungsabweichung aller Möglichkeiten ist; und $d_{\min}$ der minimale Abstand aller Möglichkeiten ist.

2.3 Search Tree with weights



2.4 Simulation Results Curve

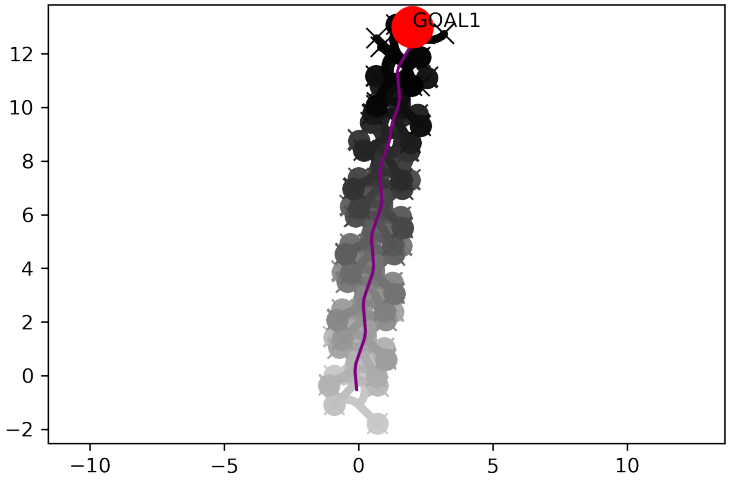


(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

(g) (h) (i)

2.5 Simulation Results Straight



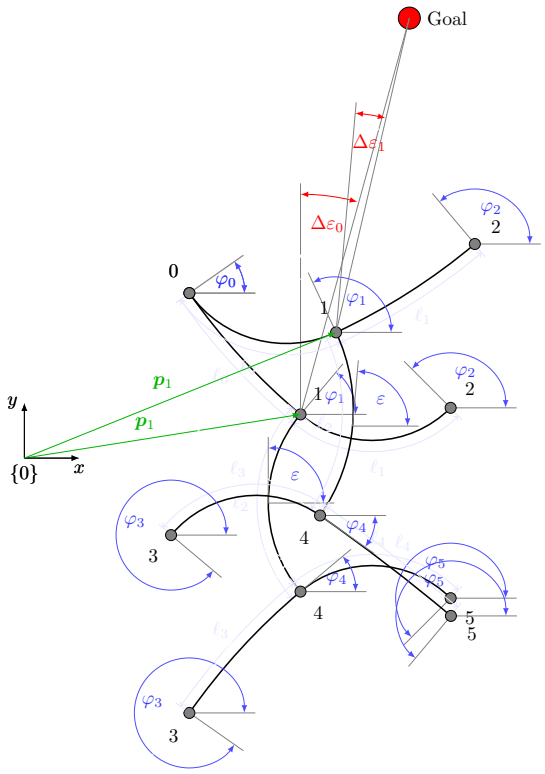
2.6 What happens if Process Noise occurs?

2.7 Conclusion

3 Path Planning with Analytic Model

3.1 Problem Statement

- Angenommen die Konfiguration / Pose des Roboters $\boldsymbol{\rho} = [\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{p}_1, \varepsilon]$ ist vollständig bekannt, wobei $\boldsymbol{\alpha}$ die Gelenkkoordinaten / Biegewinkel der einzelnen Glieder sind, $\boldsymbol{p}_1$ die Position des vorderen Torsoendes und ε die Orientierung des Roboters. Siehe Bild:



- Für die Pfadplanung, wäre eine Funktion hilfreich, die zu einer gegebenen Wunschdrehung $\Delta\varepsilon$, eine entsprechende Abfolge von Roboter-Konfigurationen / Posen ausgibt, sodass sich der Roboter entsprechend dreht.
- So könnte zB die Richtung des Roboters so justiert werden, dass er sich auf ein gegebenes Ziel zu bewegt.
- Für den geraden Gang ist eine analytische Funktion bekannt, die die Geschwindigkeit des Roboters einstellt. Geschwindigkeit im Sinne von Schrittweite, bzw. Vorschub pro Zyklus:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \\ x_1 \\ 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Die Schrittweite ist hier als x_1 beschrieben.

3.2 Approach: Guess structure for a analytic model for walking curves

- Src can be found: `analytic_model.py`

- Model:

  x_1 beschreibt hier die Schrittweite

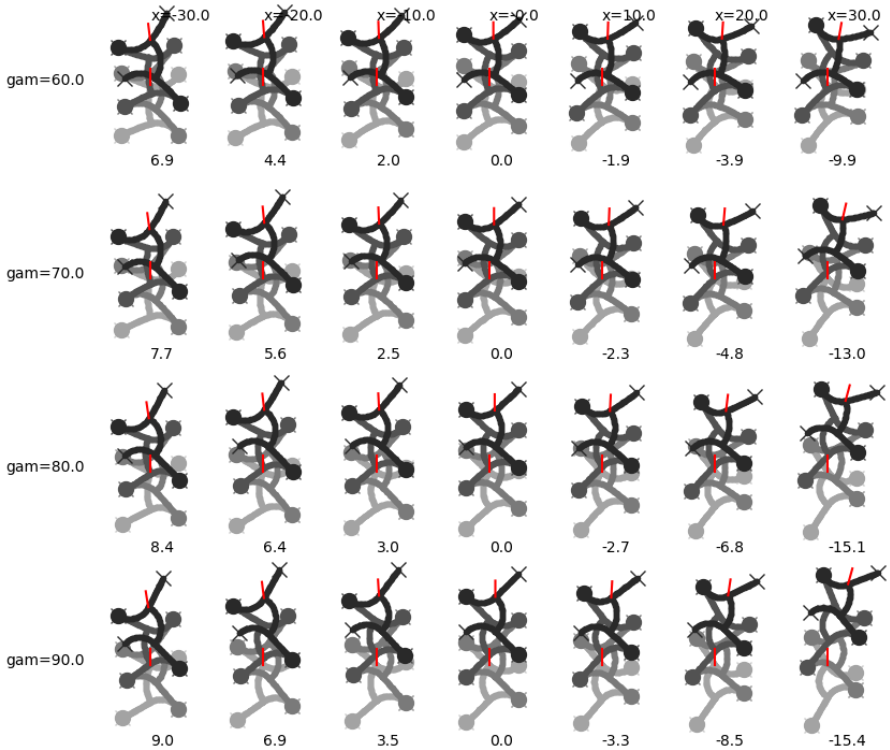
  x_2 das Maß der Drehung.

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \\ x_1 + x_2 \\ 45 - \frac{x_1}{2} \\ 45 + \frac{x_1}{2} \end{bmatrix} \tag{6}$$

- Method:

  Simulate for different x_1 and x_2 (in der Abbildung unten ist $x_1 =$ `gam` und $x_2 =$ `x`)

- Results für 2 Zyklen:



- Observations:

  - Es funktioniert. Der Roboter läuft eine Kurve.
  - Kurve ist unsymmetrisch. Rechts klappt besser als links.
  - Startpose ist besser für Rechtskurve geeignet.
  - Noch nichts über die innere SPannung des Roboters herausgefunden

3.3 Approach: Find a reasonable structure

- Src can be found: `analytic_model_2.py`
- Orientierung der Füße soll konstant bleiben:

$$\varphi_0 = \varepsilon + \frac{\alpha_2}{2} - \alpha_0 \tag{7}$$

Da im vorhergegangenem Versuch die asymmetrischen Aktuierung des Torsos schon zu guten Ergebnissen geführt hat, soll dieses Modell beibehalten werden. Allerdings in einer leicht variierten Form. x_2 ist nun ein relatives Maß für die Drehung:

$$\alpha_2 = x_1 + x_2|x_1| \tag{8}$$

Es muss also α_0 so gewählt werden, dass φ_0 möglichst unabhängig von x_i wird. Deshalb wird ein noch unbekannter Term x_3 hinzugefügt. Damit ergibt sich der Biegewinkel des Beines:

$$\alpha_0 = 45 + \frac{x_1}{2} + x_3. \tag{9}$$

Für die Orientierung des Fußes bedeutet das:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \varepsilon + \frac{x_1 + x_2|x_1|}{2} - \left(45 + \frac{x_1}{2} + x_3\right) && (10)\\ &= \varepsilon - 45 + \frac{x_2|x_1|}{2} - x_3 && (11)\\ & && (12) \end{aligned}$$

Es wird **angenommen**, dass die Orientierung des Roboters mit der Schrittweite linear wächst (i.e. Der Roboter dreht sich ein wenig zwischen seinen Extremposen):

$$\varepsilon = c_1 x_1 + \varepsilon_0 \tag{13}$$

Mit konstantem Orientierungswinkel $\varphi = \varphi_0$ ergibt sich somit:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= c_1 x_1 + \varepsilon_0 - 45 + \frac{x_2|x_1|}{2} - x_3 && (14)\\ x_3 &= c_1 x_1 + \frac{x_2|x_1|}{2} + c && (15) \end{aligned}$$

Unter der **Annahme**, dass $\varphi_0 \approx \varepsilon_0 - 45$ ist, ergibt sich $c \approx 0$. Das meint, die Orientierung ändert sich nur minimal. entspricht also im Wesentlichen der Ausgangskonfiguration. Weiterhin wird **angenommen**, dass für einen fixierter Fuß der Term $c_1 x_1 \approx 0$ vernachlässigbar ist. Somit ergibt sich für den Biegewinkel des fixierten vorderen linken Beins:

$$\alpha_{0,f} = 45 - \frac{x_1}{2} + \frac{1}{2} x_2|x1| \tag{16}$$

Wenn das Bein nicht fixiert ist, kann es beliebige Orientierung annehmen. Hierfür wird **angenommen**, dass sich die Drehung des Körpers erst in der nicht fixierten Phase eines Beines in desses Orientierung auswirkt. Deshalb, wird der Term $c_1 x_1$ in dieser Phase aktiv. Weiterhin wird **angenommen**, dass $c_1 = x_2$. Damit ergibt sich für einen nicht fixierten Fuß:

$$\alpha_{0,\bar{f}} = 45 - \frac{x_1}{2} + x_2 x1 \tag{17}$$

- Das resultierende Modell sieht so aus:

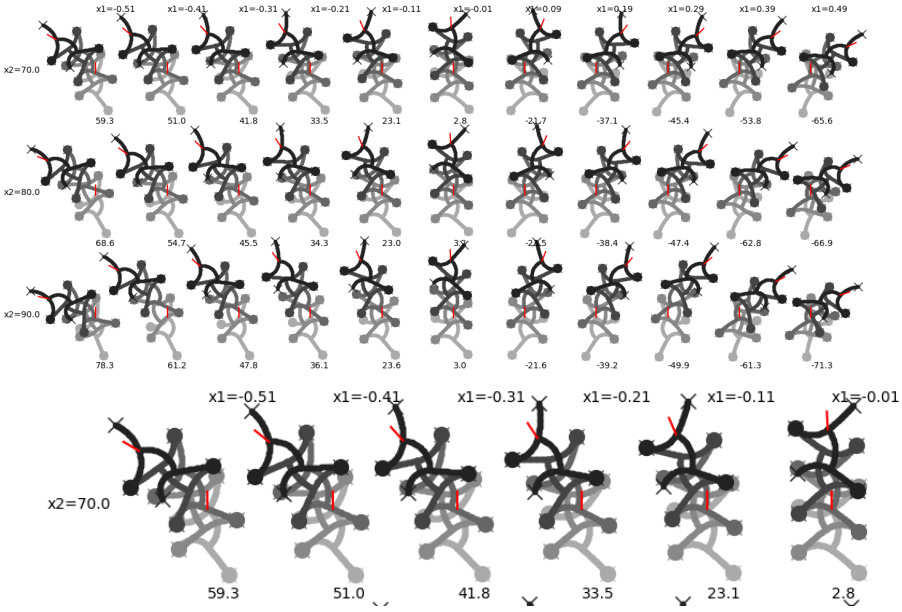
$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} + f_0 \frac{1}{2}|x1|x_2 + \bar{f}_0 x_1 x_2 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + f_1 \frac{1}{2}|x1|x_2 + \bar{f}_1 x_1 x_2 \\ x_1 + |x_1|x_2 \\ 45 - \frac{x_1}{2} + f_2 \frac{1}{2}|x1|x_2 + \bar{f}_2 x_1 x_2 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + f_3 \frac{1}{2}|x1|x_2 + \bar{f}_3 x_1 x_2 \end{bmatrix} \tag{18}$$

Wobei f_i den Zustand des Fußes beschreibt:

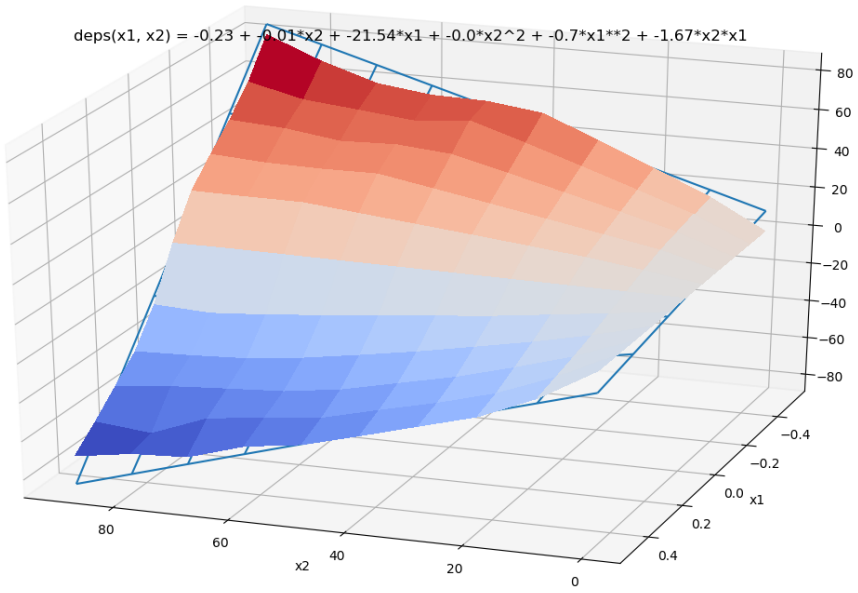
$$f_i = \begin{bmatrix} 1 & if & \text{foot fixed} \\ 0 & else & \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$\bar{f}_i = \begin{bmatrix} 0 & if & \text{foot fixed} \\ 1 & else & \end{bmatrix} \tag{20}$$

- Results



Delta Epsilon: $\frac{\Delta \varepsilon}{cycle}(x_1, x_2) = f$



3.4 Approach: Optimize Extra leg bending Angle for given extra torso bending

- Src can be found: `analytic_model_3.py`
- Nun soll untersucht werden, welche Extra Leg Bending Angle die ineere Spannung des Roboters minimiert.
- Model:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 45 - \frac{x_1}{2} + \bar{f}_0 x_3 + f_0 x_4 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + \bar{f}_1 x_3 + f_1 x_4 \\ x_1 |x_2| \\ 45 - \frac{x_1}{2} + \bar{f}_2 x_4 + f_3 x_3 \\ 45 + \frac{x_1}{2} + \bar{f}_3 x_4 + f_4 x_3 \end{bmatrix} \tag{21}$$

- Annahme:

  Die Extra Biegung x_3 für freie Beine und die Extra Biegung x_4 für fixierte Beine sind abhängig von der Extra Biegung x_2 für den Torso.

  Hinter- und Vorderbeine sind nicht symmetrisch, aber kreuzweise symmetrisch: Die Extrabiegung für ein **nicht fixiertes Vorderbein** entspricht der Extrabiegung eines **fixierten Hinterbeins** und anderesherum.

- Methode:

  Für gegebenes Extra Torso Bending x_2 und gegebenene Torso Biegung $x1$ minimiere die Innere Spannung über den Gang mit n Zyklen aufsummiert:

Gegeben:	x_1	Torsobiegung
	x_2	Extra Torsobiegung
Gesucht:	x_3	Extra Beinbiegung fixiert vorn
	x_4	Extra Beinbiegung fixiert hinten

$$cost(\boldsymbol{x}) = \sum gait(\boldsymbol{x}).stress \tag{22}$$

- Results: