

Labforsøk: Rulling på skråplan

Introduksjon

Laboratoriearbeidet i fysikk utgjør ca. 20 timers arbeid i dette faget (gjennomføring av selve forsøket forsøket samt rapportskriving). Forsøket kan utføres på en lab, eller hjemme uten spesialutstyr - din faglærer vil gi beskjed om hvordan forsøket skal utføres.

Dersom du utfører forsøket hjemme bruker vi dataprogrammet Tracker til å gjøre videoanalyse av en video av forsøket, slik at du behøver følgende utstyr:

- En smarttelefon eller annen enhet med kamera
- Datamaskin med Windows/Linux/Mac OS

På nettsiden for lab finner du en kort introduksjon til videoanalyseprogrammet Tracker, samt en detaljert beskrivelse av hvordan video importeres og analyseres i Tracker.

Hensikt

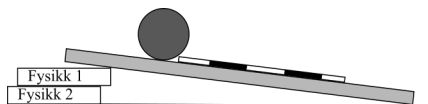
Vi skal bestemme akselerasjonen for forskjellige legemer som ruller uten å gli nedover et skråplan.

Metode

1. Film to forskjellige legemer som ruller nedover et skråplan uten å gli. På laben finnes skive; hul sylinder; skive med en tynn, sylindrisk rulleakse («slipestein»). Ved hjemmeforsøk kan du bruke andre sylindriske/kuleformede gjenstander. Gjenta forsøket for hvert legeme 5 - fem - ganger, og bestem massesenterets akselerasjon langs skråplanet i hvert tilfelle.
2. Beregn gjennomsnitt \bar{a}_x , standardavvik δa_x og standardfeil $\delta \bar{a}_x$ for akselerasjonen ut i fra målingene og oppgi måleresultatet som $\bar{a}_x \pm \delta \bar{a}_x$.
3. Bestem skråplanets helningsvinkel β (se Teori), f.eks. ved å bruke lengdemålinger/trigonometriske beregninger, eller en gradskive. Helningsvinkelmåler på mobil kan også brukes - mobilapp phyphox anbefales for Android/iOS.
4. Bruk regneoppgaven under Teori til å beregne en teoretisk verdi for akselerasjonen a_x , som funksjon av helningsvinkelen β og koeffisienten c for de to legemene,.
5. Sammenlikn målte og beregnede verdier for akselerasjonen a_x , og drøft eventuelle forskjeller i lys av feilkilder.

Utstyrsoppsett

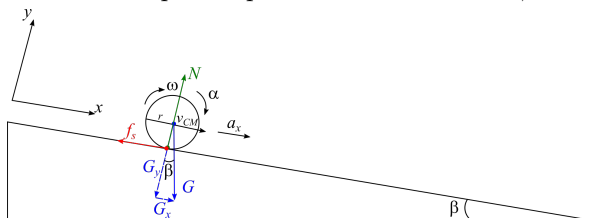
Som skråplan kan vi bruke en treplate som er hevet i den ene enden. Det er viktig at objektet ruller uten å gli nedover skråplanet¹.



Dersom du skal bruke Tracker: sørg for at en målestav/tommestokk e.l. er synlig i videoen for å kunne angi skala/størrelsesforhold - se figuren over. Plasser kameraet 2-3 meter unna skråplanet - hvis det plasseres for nært, kan det gi perspektivfeil ved analysen i Tracker.

Teori

Figuren under viser kreftene som virker på et legeme med rulleradius² r når det ruller ned skråplanet uten å gli: tyngden G , normalkrafta N og hvilefriksjonen f_s . Koordinatsystemet er valgt slik at positiv x -retning er langs skråplanet, og y -retningen står normalt på skråplanet. Skråvinkelen er β .



Newtons 2. lov for bevegelsen til massesenteret langs skråplanet gir

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ G_x - f_s &= ma_x \\ mg \sin \beta - f_s &= ma_x\end{aligned}\quad (1)$$

Newtons 2. lov for rotasjonsbevegelsen om massesenteret blir (kun friksjonen gir et dreiemoment om

¹En skråplanvinkel på ca. 10° er et godt utgangspunkt: altfor små vinkler gjør forsøket følsomt for ujevnheter i underlaget, mens store vinkler gir risiko for glidning mot underlaget, og luftmotstanden kan også bli en faktor.

²Rulleradius er radien til den delen av legemet som ruller på underlaget. Denne er lik R for skive/hul/tynnvegget sylinder med radius R , og er lik r for en skive som ruller på en mindre akse med radius r .

massesenteret):

$$\begin{aligned}\sum \tau &= I\alpha \\ f_s \cdot r &= I\alpha\end{aligned}\quad (2)$$







Her er I legemets treghetsmoment om en akse gjennom massesenteret, og α er legemets vinkelakselerasjon. Ettersom legemet ruller uten å gli, har vi dessuten rullebetingelsene:

$$a_x = \alpha r, \quad v_{CM} = \omega r. \quad (3)$$

For et rullende legeme med en gitt form er det et bestemt forhold mellom den kinetiske energien knyttet til hhv. rotasjon og translasjon. Dette forholdet angis med koeffisienten c , som er definert som forholdet

$$c = \frac{K_{\text{rotasjon}}}{K_{\text{translasjon}}} = \frac{\frac{1}{2}I\omega^2}{\frac{1}{2}Mv_{CM}^2} \quad (4)$$

Tabellen under viser verdien av c for ideelle legemer med masse M :

Legeme	I	c
 Skive	$\frac{1}{2}MR^2$	$\frac{1}{2}$
 Hul sylinder	$\frac{1}{2}M(R_i^2 + R_y^2)$	$\frac{1}{2}\left(1 + \left(\frac{R_i}{R_y}\right)^2\right)$
 Tynnvegget sylinder	MR^2	1
 Sylinder med mindre rulleakse	$\frac{1}{2}MR^2$	$\frac{1}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^2$
 Massiv kule	$\frac{2}{5}MR^2$	$\frac{2}{5}$
 Kuleskall	$\frac{2}{3}MR^2$	$\frac{2}{3}$

Teorioppgave

Kombiner likningene (1), (2) og (3) samt definisjonen (4) av c og utled følgende uttrykk for akselerasjonen nedover skråplanet:

$$a_x = \frac{g \sin \beta}{c + 1} \quad (5)$$

Usikkerhetsberegninger

Når vi måler den samme fysiske størrelsen flere ganger, vil vi typisk ikke måle eksakt samme verdi - det er en viss usikkerhet i målingene. Dersom vi har gjort N målinger x_1, x_2, \dots, x_N , er gjennomsnittet av målingene definert som

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N}.$$

Et mål på usikkerheten i målingene får vi fra standardavviket δx , som essensielt er gjennomsnittlig avvik fra snittmålingen³;

$$\delta x = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}.$$

Standardavviket δx er altså et mål på usikkerheten i hver enkeltmåling. Tenk deg nå at vi gjør forsøksserien mange ganger - dvs. vi gjør f.eks. 10 målinger og beregner et gjennomsnitt; vi gjør nye 10 målinger og beregner et snitt osv. Vi vil da observere at gjennomsnittet varierer systematisk mindre enn enkeltmålingene - fra statistikken vet vi at standardavviket til gjennomsnittet \bar{x} , som kalles standardfeilen, er gitt ved

$$\delta \bar{x} = \frac{\delta x}{\sqrt{N}}.$$

Vi oppgir et måleresultat på formen

$$\text{gjennomsnitt} \pm \text{standardfeil} = \bar{x} \pm \delta \bar{x}.$$

Systematiske og tilfeldige feil

Det er to hovedtyper feilkilder i et forsøk:

³Vi deler på $N - 1$ i stedet for N fordi man ønsker at δx skal være en såkalt forventningsrett estimator.




- Systematiske feilkilder, som systematisk forskyver resultatene i én retning. Eksempler: En feilkalibrert vekt som systematisk viser for høye verdier; et fysisk fenomen eller effekt som vi ikke tar høyde for i forsøket (f.eks. luftmotstand).
- Tilfeldige feilkilder, som helt tilfeldig forskyver måleresultatene opp eller ned. Eksempler: Tilfeldige feilavlesinger/feilmålinger.

Mål for rullende legemer på lab

På laben finnes tre forskjellige ferdiglagede rullende legemer, som vist på bildet under:



Mål for de forskjellige legemene finnes i tabellen under:

Legeme	Radius	Masse
 Skive	$R = 25 \text{ mm}$	28 g
 Hul sylinder	$R_o = 25 \text{ mm},$ $R_i = 21,5 \text{ mm}$	13 g
 Skive med mindre rulleakse	$R = 25 \text{ mm},$ $r = 2,5 \text{ mm}$	57 g

Rapportkrav

En egen rapportmal er lagt ut som spesifiserer hvilke deler rapporten skal inneholde.