

i IMAX2021 Forside sommer 2022

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i IMAA2150/IMAG2150/IMAT2150 Matematiske metoder 3 for dataingeniør

Eksamensdato: 9. august 2022

Eksamenstid (fra-til): 09:00 – 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A

Faglig kontakt under eksamen:

Andrey Chesnokov Tlf.: 464 20 404

ANNEN INFORMASJON:

Skaff deg overblikk over oppgavesettet før du begynner på besvarelsen din.

Les oppgavene nøye, gjør dine egne antagelser og presiser i besvarelsen hvilke forutsetninger du har lagt til grunn i tolkning/avgrensing av oppgaven. Faglig kontaktperson skal kun kontaktes dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet. Henvend deg til en eksamensvakt hvis du ønsker å kontakte faglærer. Noter gjerne spørsmålet ditt på forhånd.

Varslinger: Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspira. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst til høyre.

Trekk fra/avbrutt eksamen: Blir du syk under eksamen, eller av andre grunner ønsker å levere blankt/avbryte eksamen, gå til "hamburgermenyen" i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.

Tilgang til besvarelse: Etter eksamen finner du besvarelsen din i arkivet i Inspira. Merk at det kan ta én virkedag før eventuelle håndtegninger vil være tilgjengelige i arkivet.

1 Argand-1, tegning

Representer mengden av alle punkt z som oppfyller likninga $|z - (1 + i)| = 1$ på et Argand diagram. (Bruk penn-verktøy for frihånds-tegning).

Skriv ditt svar her

Format
|
B
I
U
 x_2
 x^2
 I_x
|

|

|

|

|

|
Σ
|

Words: 0

I neste oppgave skal du vise til utrekninger/begrunnelse for at tegninga di er riktig.

Maks poeng: 5

2 Argand-2, begrunnelse

Bruk algebra eller andre metoder for å argumentere for at din geometrisk representasjon av mengden komplekse tall som tilfredstiller likninga $|z - (1 + i)| = 1$ er riktig.

Skriv tekst her

Maks poeng: 6

3 Egenverdier

Hvilke av følgende vektorer er egenvektorer til matrisa $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$?

Skriv inn egenverdien som svarer til egenvektoren, eller 555 dersom vektoren ikke er en egenvektor.

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{Egenverdi som svarer til } v_1: \quad \boxed{}$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{Egenverdi som svarer til } v_2: \quad \boxed{}$$

$$v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix} \quad \text{Egenverdi som svarer til } v_3: \quad \boxed{}$$

Maks poeng: 6

4 Kryptografi

a) Løs for x i den lineære kongruensen $3x \equiv 1 \pmod{40}$, ved bruk av Euklids utvidete algoritme.

Skriv tekst her

Pers offentlige RSA krypteringsnøkkel er gitt ved $n = 55$ og $e = 3$.

b) Finn Pers hemmelige nøkkel, dvs. finn primtallene p og q , og eksponenten d .

Skriv tekst her

c) Hvilke av følgende verdier for e kunne Per også brukt, med samme $n = 55$? Vi tenker ikke på hvor sikkert et slikt valg ville være, men på verdier for e som er gyldige.

Velg ett eller flere alternativer

☐ 5

☐ 4

☐ 6

☐ 9

☐ 2

☐ 7

d) Krypter meldingen $M = 15$ med nøkkelen gitt i punkt a).

Skriv tekst her

Maks poeng: 12

5 Funksjoner AtB

La $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

i) Hvor mange forskjellige funksjoner $f : A \rightarrow B$ er det?

Skriv inn svar:

Skriv inn utrekninga og begrunnelse:

ii) Hvor mange av funksjonene i i) er injektive (en-til-en)?

Skriv inn svar:

Skriv inn utrekninga og begrunnelse:

Riktig svar uten begrunnelse gir få poeng. Ikke bry deg mye om formatering av begrunnelse/utrekning.

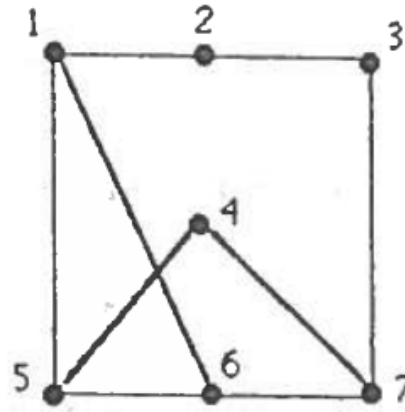
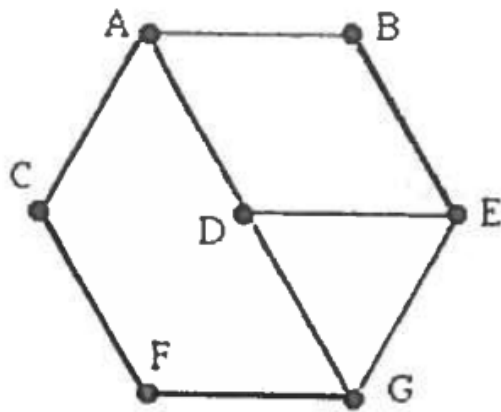
Maks poeng: 8

6 Isomorfi

Definer eksplisitt (f.eks.. ved en tabell eller liste) en funksjon

$$f : \{A, B, C, D, E, F, G\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

mellom nodene til de to grafene i figuren som gir ein isomorfi mellom grafene.



Definer funksjon f her

Hvordan fant du denne funksjonen og hvorfor gir den isomorfien?

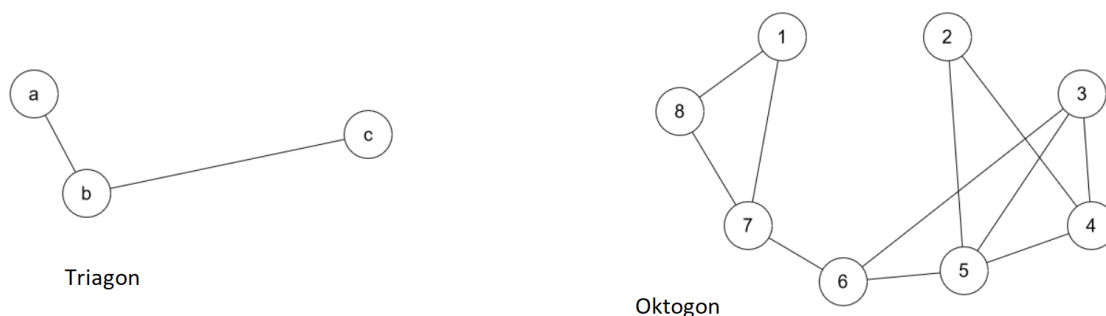
Ikke bry deg om formatering.

Maks poeng: 10

7 Olav og Eirik

Olav den Uheldige har bygga seg ei lita festning Triagon og ei stor festning Oktogon for å forsvare seg fra naboen, Eirik den Stygge. Triagon hadde 3 tårn, Oktogon hadde 8 tårn, og Olav har gravd en brønn i hvert av 11 tårn. Hvert par av brønner i samme festning hadde ei vannledning som kobla dem sammen. Det var ikke vannledninger mellom festninger.

I løpet av noen år klarte Eirik sine menn å ødelegge noen vannledninger, slik at resterende vannledninger i henholdsvis Triagon og Oktogon kan representeres på følgende kart.



A. Hvor mange vannledninger i Triagon har Eirik&Co ødelagt? Begrunn svaret.

Skriv ditt svar her

B. Hvor mange vannledninger i Oktogon har Eirik&Co ødelagt? Begrunn svaret.

Skriv ditt svar her

Eirik ønsker å forgifte forsvarerne av begge festningene, og har fått tak i gift. Dersom giften slippes i en brønn, så sprer den seg over alle vannledninger som går ut fra brønnen slik at alle nabobrønnene er forgifta om ett døgn. Og så sprer giften seg videre til andre brønner på samme måte.

Eirik vil spare sine egne menn. Derfor har han bestemt å velge bare ett tårn i hver festning som kommer til å bli forgifta. Deretter vil giften spre seg selv, og Eirik ønsker at alle brønnene i hver festning blir forgifta fortest mulig.

Du er ansatt som giftteknisk ingeniør til Eirik den Stygge, og han ber deg om å velge riktig starttårn med utgangspunkt i kartet ovenfor.

C. Dersom Eirik sitt ønske skal bli oppfylt, hvilket tårn skal være forgiftet først i Triagon festning? Begrunn svaret.

Skriv ditt svar her

D. Dersom Eirik sitt ønske skal bli oppfylt, hvilket tårn skal være forgiftet først i Oktogon festning? Begrunn svaret.

Skriv ditt svar her

Du er fortsatt Eirik sin giftteknisk ingeniør, men i tillegg er du en hemmelig agent av Olav den Uheldige. (Da vil du så klart at det finns ei brønn uten gift i hver festning så langt som mulig.)

E. Hvilket tårn i Triagon skal du anbefale til Eirik i så fall?

Skriv ditt svar her

F. Hvilket tårn i Oktogon skal du anbefale til Eirik i så fall?

Skriv ditt svar her

G. Hvilke grafteoretiske begreper og algoritmer klarer du å se i problemstillinga om Olav og Eirik?

Skriv ditt svar her

Maks poeng: 10

8 IMAx2021 Analyse K22

Besvarelsen av denne oppgaven skal skrives i feltet nedenfor. Tips: Bruk notasjonen f_x , f_y , etc for å lette skrivingen din.

Gitt funksjonen $f(x, y) = x^2y + 4xy - y^3 + 6y^2 - 5y$.

a) Regn ut de partielle deriverte av første orden av funksjonen $f(x, y)$.

b) Regn ut de partielle deriverte av andre orden

c) Finn alle kritiske punkter til funksjonen $f(x, y)$.

d) Klassifiser de kritiske punktene du fant i c).

Skriv ditt svar her

Format
B
I
U
 x_2
 x^2
 I_x

Words: 0

Maks poeng: 10

9 Logikk

Gitt følgjande to utsagn p = "Det er vinter", q = "Det er kaldt ute". Velg setningen som har samme eller ekvivalent logiske struktur som de sammensatte utsagnene.

1. $\neg p$

Velg ett alternativ

- ☐ Det er vinter
- ☐ Det er ikke kaldt inne
- ☐ Det er kaldt inne
- ☐ Det er sommer
- ☐ Det er ikke vinter

2. $p \rightarrow q$

Velg ett alternativ

- ☐ Det er vinter og det er kaldt.
- ☐ Det er vinter, derfor er det kaldt
- ☐ Hvis det er vinter så er det kaldt ute.
- ☐ Det er kaldt og det er ikke vinter
- ☐ Jeg fryser.

3. $\neg p \vee q$

Velg ett alternativ

- ☐ Ingen av alternativene er riktige.
- ☐ Det er ikke kaldt ute eller det er ikke vinter.
- ☐ Hvis det er vinter så er det kaldt ute.
- ☐ Hvorfor handler denne oppgaven om vinter og kulde når det fortsatt er sommer?
- ☐ Det er ikke vinter og er det kaldt ute.

4. $\neg (p \wedge q)$

Velg ett alternativ

- ☐ Det er ikke vinter eller det er ikke kaldt ute.
- ☐ Det er ikke vinter og det er ikke kaldt ute.
- ☐ Endelig en oppgave som passer med at det er august.
- ☐ Det er vinter og det er kaldt ute.
- ☐ Det er vinter eller det er kaldt ute.

5. $\neg q \rightarrow \neg p$

Velg ett alternativ

- ☐ Ingen av alternativene er riktige.
- ☐ Det er ikke kaldt ute og det er ikke vinter.
- ☐ Hvis det ikke er kaldt ute så er det vinter.
- ☐ Hvis det er varmt ute så er det sommer.
- ☐ Dere burde ikke stille så vanskelige spørsmål.
- ☐ Hvis det er vinter så er det kaldt ute.

Maks poeng: 10