

## 0.1 Introduksjon

### 0.1 Brøk som omskriving av delestykke

En brøk er en annen måte å skrive et delestykke på. I en brøk kaller vi dividenden for *teller* og divisoren for *nevner*.

$$1 : 4 = \frac{1}{4} \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Teller} \\ \longleftarrow \text{Nevner} \end{array}$$

### Språkboksen

Vanlige måter å si  $\frac{1}{4}$  på er<sup>1</sup>

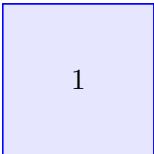
- "én firedel"
- "1 av 4"
- "1 over 4"

---

<sup>1</sup>I tillegg har vi utsagnene fra språkboksen på side ??.

### Brøk som mengde

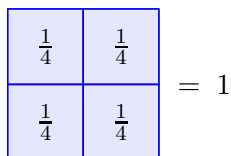
La oss se på brøken  $\frac{1}{4}$  som en mengde. Vi starter da med å tenke på tallet 1 som en rute<sup>1</sup>:


$$1 = 1$$

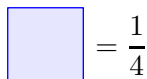
---

<sup>1</sup>Av praktiske årsaker velger vi oss her en enerrute som er større enn den vi brukte i [Kapittel ??](#).

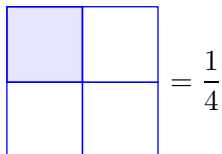
Så deler vi denne ruten inn i fire mindre ruter som er like store. Hver av disse rutene blir da  $\frac{1}{4}$  (1 av 4):



Har vi én slik rute, har vi altså 1 firedel:



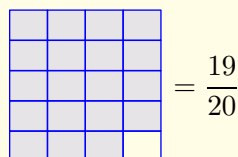
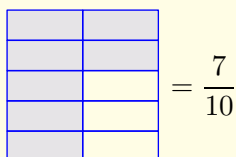
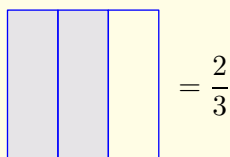
Men skal man bare ut ifra en figur kunne se hvor stor en brøk er, må man vite hvor stor 1 er, og for å få dette lettere til syne skal vi også ta med de "tomme" rutene:



Slik vil de blå og de tomme rutene fortelle oss hvor mange biter 1 er delt inn i, mens de blå rutene alene forteller oss hvor mange slike biter det *egentlig* er. Slik kan vi seie at

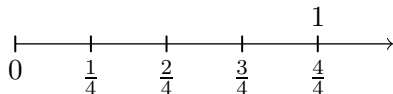
antall blå ruter = teller

antall blå ruter + antall tomme ruter = nevner

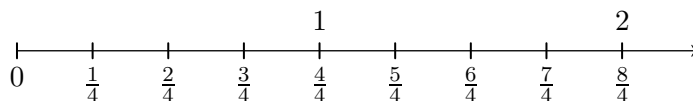


## Brøk på tallinja

På tallinja deler vi lengden mellom 0 og 1 inn i like mange lengder som nevneren angir. Har vi en brøk med 4 i nevner, deler vi lengden mellom 0 og 1 inn i 4 like lengder:



Tallinja er også fin å bruke for å tegne inn brøker som er større enn 1:



## Teller og nevner oppsummert

Selv om vi har vært innom det allerede, er det så avgjørende å forstå hva telleren og nevneren sier oss at vi tar en kort oppsummering:

- Nevneren forteller hvor mange biter 1 er delt inn i.
- Telleren forteller hvor mange slike biter det er.

## 0.2 Verdi, utviding og forkorting av brøk

### 0.2 Verdien til en brøk

Verdien til en brøk finn vi ved å dele telleren med nevneren.

#### Eksempel

Finn verdien til  $\frac{1}{4}$ .

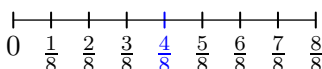
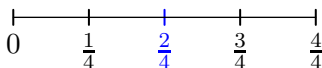
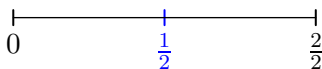
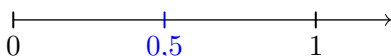
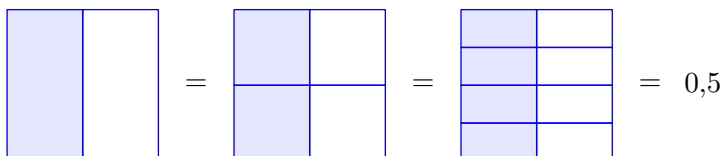
Svar:

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

### Brøker med samme verdi

Brøker kan ha samme verdi selv om de ser forskjellige ut. Hvis du regner ut  $1 : 2$ ,  $2 : 4$  og  $4 : 8$ , får du i alle tilfeller 0,5 som svar. Dette betyr at

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = 0,5$$

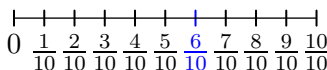
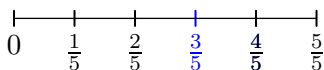
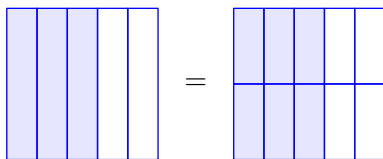


## Utviding

At brøker kan se forskjellige ut, men ha samme verdi, betyr at vi kan endre på utseendet til en brøk uten å endre verdien. La oss som eksempel gjøre om  $\frac{3}{5}$  til en brøk med samme verdi, men med 10 som nevner:

- $\frac{3}{5}$  kan vi gjøre om til en brøk med 10 i nevner om vi deler hver femdel inn i 2 like biter, for da blir 1 til sammen delt inn i  $5 \cdot 2 = 10$  biter.
- Telleren i  $\frac{3}{5}$  forteller at der er 3 femdelar. Når disse blir delt i to, blir de totalt til  $3 \cdot 2 = 6$  tidelar. Altså har  $\frac{3}{5}$  samme verdi som  $\frac{6}{10}$ .

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$$



## Forkorting

Legg nå merke til at vi også kan gå "andre veien".  $\frac{6}{10}$  kan vi gjøre om til en brøk med 5 i nevner ved å dele både teller og nevner med 2:

$$\frac{6}{10} = \frac{6 : 2}{10 : 2} = \frac{3}{5}$$

### 0.3 Utviding og forkorting av brøk

Vi kan gange eller dele teller og nevner med det samme tallet uten at brøken endrer verdi.

Å gange med et tall større enn 1 kalles å *utvide* brøken. Å dele med et tall større enn 1 kalles å *forkorte* brøken.

### Eksempel 1

Utvid  $\frac{3}{5}$  til en brøk med 20 som nevner.

**Svar:**

Da  $5 \cdot 4 = 20$ , ganger vi både teller og nevner med 4:

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} &= \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} \\ &= \frac{12}{20}\end{aligned}$$

### Eksempel 2

Utvid  $\frac{150}{50}$  til en brøk med 100 som nevner.

**Svar:**

Da  $50 \cdot 2 = 100$ , ganger vi både teller og nevner med 2:

$$\begin{aligned}\frac{150}{50} &= \frac{150 \cdot 2}{50 \cdot 2} \\ &= \frac{300}{100}\end{aligned}$$

### Eksempel 3

Forkort  $\frac{18}{30}$  til en brøk med 5 som nevner.

**Svar:**

Da  $30 : 6 = 5$ , deler vi både teller og nevner med 6:

$$\begin{aligned}\frac{18}{30} &= \frac{18 : 6}{30 : 6} \\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

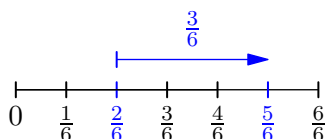
## 0.3 Addisjon og subtraksjon

Addisjon og subtraksjon av brøker handler i stor grad om nevnerne. Husk nå at nevnerne forteller oss om inndelingen av 1. Hvis brøker har lik nevner, representerer de et antal biter med lik størrelse. Da gir det mening å regne addisjon eller subtraksjon mellom tellerene. Hvis brøker har ulike nevner, representerer de et antall biter med ulik størrelse, og da gir ikkje addisjon eller subtraksjon mellom tellerene direkte mening.

### Lik nevner

Om vi for eksempel har 2 seksdeler og adderer 3 seksdeler, ender vi opp med 5 seksdeler:

$$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$



## 0.4 Addisjon/subtraksjon av brøkar med lik nevner

Når vi regner addisjon/subtraksjon mellom brøker med lik nevner, finner vi summen/differansen av tellerene og beholder nevneren.

### Eksempel 1

$$\begin{aligned}\frac{2}{7} + \frac{8}{7} &= \frac{2+8}{7} \\ &= \frac{10}{7}\end{aligned}$$

## Eksempel 2

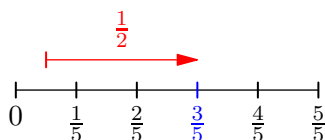
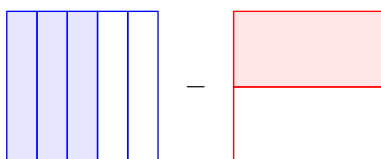
$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{7-5}{9}$$

$$= \frac{2}{9}$$

## Ulike nevner

La oss se på regnestykket<sup>1</sup>

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$$

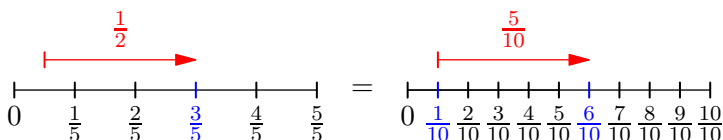
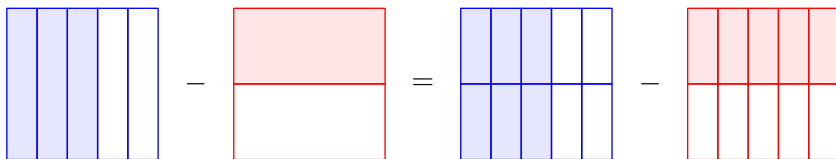


Skal vi skrive differansen som en brøk, må vi sørge for at brøkene har samme nevner. De to brøkene våre kan begge ha 10 som nevner:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10} \qquad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

Dette betyr at

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6}{10} - \frac{5}{10}$$



<sup>1</sup>Vi minner om at rødfargen på pila indikerer at man skal vandre fra pilspissen til andre enden.



Det vi har gjort, er å utvide begge brøkene slik at de har samme nevner, nemlig 10. Når nevnerne i brøkene er like, kan vi regne ut subtraksjonsstykket for tellerene:

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} - \frac{1}{2} &= \frac{6}{10} - \frac{5}{10} \\ &= \frac{1}{10}\end{aligned}$$

## 0.5 Addisjon/subtraksjon av brøkar med ulike nevner

Når vi regner addisjon/subtraksjon mellom brøker med ulike nevner, må vi utvide brøkene slik at de har lik nevner, for så å bruke [regel 0.4](#).

### Eksempel 1

Regn ut

$$\frac{2}{9} + \frac{6}{7}$$

Begge nevnerne kan bli 63 hvis vi ganger med rett heltal. Vi utvider derfor til brøker med 63 i nevner:

$$\begin{aligned}\frac{2 \cdot 7}{9 \cdot 7} + \frac{6 \cdot 9}{7 \cdot 9} &= \frac{14}{63} + \frac{54}{63} \\ &= \frac{68}{63}\end{aligned}$$

## Fellesnevner

I *Eksempel 1* over blir 63 kalt en *fellesnevner*. Dette fordi det finnes heltall vi kan gange nevnerne med som gir oss tallet 63:

$$9 \cdot 7 = 63$$

$$7 \cdot 9 = 63$$

Hvis vi ganger sammen alle nevnerene i et regnestykke, finner vi alltid en fellesnevner, men vi sparer oss for store tall om vi finner den *minste* fellesnevneren. Ta for eksempel regnestykket

$$\frac{7}{6} + \frac{5}{3}$$

Her kan vi bruke fellesnevneren  $6 \cdot 3 = 18$ , men det er bedre å merke seg at  $6 \cdot 1 = 3 \cdot 2 = 6$  også er en fellesnevner. Altså er

$$\begin{aligned}\frac{7}{6} + \frac{5}{3} &= \frac{7}{6} + \frac{5 \cdot 2}{3 \cdot 2} \\ &= \frac{7}{6} + \frac{10}{6} \\ &= \frac{17}{6}\end{aligned}$$

## Eksempel 2

Regn ut

$$\frac{3}{2} - \frac{5}{8} + \frac{10}{4}$$

**Svar:**

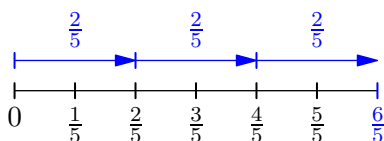
Alle nevnerne kan bli 8 hvis vi ganger med rett heltall. Vi utvider derfor til brøker med 8 i nevner:

$$\begin{aligned}\frac{3}{2} - \frac{5}{8} + \frac{10}{4} &= \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 4} - \frac{5}{8} + \frac{10 \cdot 2}{4 \cdot 2} \\ &= \frac{12}{8} - \frac{5}{8} + \frac{20}{8} \\ &= \frac{27}{8}\end{aligned}$$

## 0.4 Brøk ganget med heltall

I [seksjon ??](#) så vi at gangning med heltall er det samme som gjentatt addisjon. Skal vi for eksempel regne ut  $\frac{2}{5} \cdot 3$ , kan vi derfor regne slik:

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} \cdot 3 &= \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \\ &= \frac{2+2+2}{5} \\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$



Men vi vet også at  $2 + 2 + 2 = 2 \cdot 3$ , og derfor kan vi forenkle regnestykket vårt:

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} \cdot 3 &= \frac{2 \cdot 3}{5} \\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

Multiplikasjon mellom heltall og brøk er også kommutativ<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned}3 \cdot \frac{2}{5} &= 3 \cdot 2 : 5 \\ &= 6 : 5 \\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

## 0.6 Brøk ganget med heltal

Når vi ganger en brøk med et heltall, ganger vi heltallet med telleren i brøken.

---

<sup>1</sup>Husk at  $\frac{2}{5}$  bare er en omskriving av  $2 : 5$ .

### Eksempel 1

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \cdot 4 &= \frac{1 \cdot 4}{3} \\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

### Eksempel 2

$$\begin{aligned}3 \cdot \frac{2}{5} &= \frac{3 \cdot 2}{5} \\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

### En tolkning av ganging med brøk

Av [regel 0.6](#) kan vi også danne en tolkning av hva å gange med en brøk innebærer. For eksempel, å gange 3 med  $\frac{2}{5}$  kan tolkes på disse to måtene:

- Vi ganger 3 med 2, og deler produktet med 5:

$$3 \cdot 2 = 6 \quad , \quad 6 : 5 = \frac{6}{5}$$

- Vi deler 3 med 5, og ganger kvotienten med 2:

$$3 : 5 = \frac{3}{5} \quad , \quad \frac{3}{5} \cdot 2 = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5}$$

## 0.5 Brøk delt med heltall

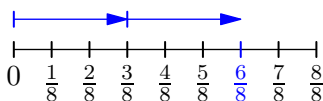
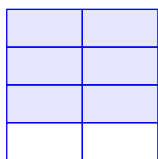
Det er nå viktig å huske på to ting:

- Deling kan man se på som en lik fordeling av et antal
- I en brøk er det telleren som forteller noe om antallet (nevneren forteller om inndelingen av 1)

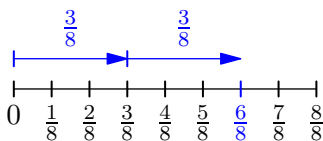
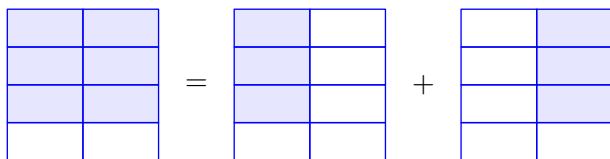
### Tilfellet der telleren er delelig med divisoren

La oss regne ut

$$\frac{6}{8} : 2$$



Vi har her 6 åttedeler som vi skal fordele likt på 2. Dette blir  $4 : 2 = 3$  åttedeler.



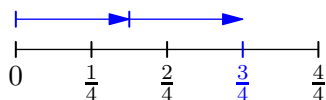
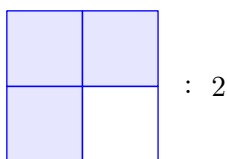
Altså er

$$\frac{6}{8} : 2 = \frac{3}{8}$$

## Tilfellet der telleren ikke er delelig med divisoren

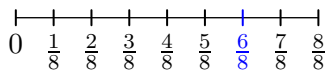
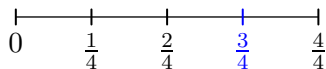
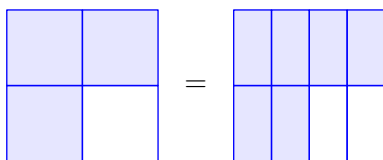
Hva nå om vi skal dele  $\frac{3}{4}$  på 2?

$$\frac{3}{4} : 2$$

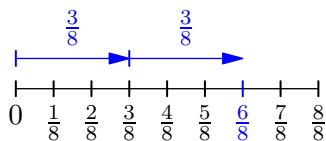
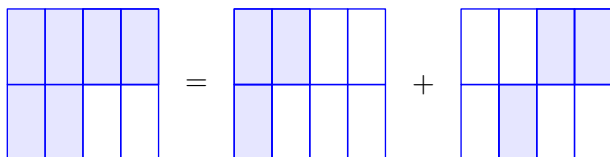


Saken er at vi alltid kan utvide brøken vår slik at telleren blir delelig med divisoren. Siden vi skal dele med 2, utvider vi altså brøken vår med 2:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$



Nå har vi 6 åttedeler. 6 åttedeler delt på 2 blir 3 åttedeler:



Altså er

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{8}$$

Rent matematisk har vi rett og slett ganget nevneren til  $\frac{3}{4}$  med 2:

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} : 2 &= \frac{3}{4 \cdot 2} \\ &= \frac{3}{8}\end{aligned}$$

## 0.7 Brøk delt med heltal

Når vi deler en brøk med et heltall, ganger vi nevneren med heltallet.

### Eksempel 1

$$\begin{aligned}\frac{5}{3} : 6 &= \frac{5}{3 \cdot 6} \\ &= \frac{5}{18}\end{aligned}$$

### Unntak

Innledningsvis av denne seksjonen fant vi at

$$\frac{4}{8} : 2 = \frac{2}{8}$$

Da ganget vi ikke nevneren med 2, slik [regel 0.7](#) tilsier. Om vi gjør det, får vi

$$\frac{4}{8} : 2 = \frac{4}{8 \cdot 2} = \frac{4}{16}$$

Men

$$\frac{2}{8} = \frac{2 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{4}{16}$$

De to svarene har altså samme verdi. Saken er at skal vi dele en brøk på et heltall, og telleren er delelig med heltallet, kan vi direkte dele telleren på heltallet. I slike tilfeller er det altså ikke feil, men heller ikke nødvendig å bruke [regel 0.7](#).

## 0.6 Brøk ganget med brøk

Vi har sett<sup>1</sup> hvordan å gange med en brøk innebærer å gange det andre tallet med telleren, og så dele produktet med nevneren. La oss bruke dette til å regne ut

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2}$$

Med tolkningen akkurat nevnt, skal vi nå gange  $\frac{5}{4}$  først med 3, og så dele produktet med 2. Av [regel 0.6](#) er

$$\frac{5}{4} \cdot 3 = \frac{5 \cdot 3}{4}$$

Og av [regel 0.7](#) er

$$\frac{5 \cdot 3}{4} : 2 = \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 2}$$

Altså er

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 2}$$

### 0.8 Brøk ganget med brøk

Når vi ganger to brøker med hverandre, ganger vi teller med teller og nevner med nevner.

#### Eksempel 1

$$\begin{aligned}\frac{4}{7} \cdot \frac{6}{9} &= \frac{4 \cdot 6}{7 \cdot 9} \\ &= \frac{24}{63}\end{aligned}$$

#### Eksempel 2

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{10} &= \frac{1 \cdot 9}{2 \cdot 10} \\ &= \frac{9}{20}\end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>Sjå tekstboksen med tittelen *En tolkning av gangning med brøk* på s. 12.



## 0.7 Kansellering av faktorer

Når telleren og nevneren har lik verdi, er verdien til brøken alltid 1. For eksempel er  $\frac{3}{3} = 1$ ,  $\frac{25}{25} = 1$  osv. Dette kan vi utnytte for å forenkle brøkuttrykk.

La oss forenkle brøkuttrykket

$$\frac{8 \cdot 5}{9 \cdot 8}$$

Da  $8 \cdot 5 = 5 \cdot 8$ , kan vi skrive

$$\frac{8 \cdot 5}{9 \cdot 8} = \frac{5 \cdot 8}{9 \cdot 8}$$

Og som vi nylig har sett (*regel 0.8*) er

$$\frac{5 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{8}$$

Siden  $\frac{8}{8} = 1$ , har vi at

$$\begin{aligned} \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{8} &= \frac{5}{9} \cdot 1 \\ &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

Når bare gangning er til stede i brøker, kan man alltid omrokkere slik vi har gjort over, men når man har forstått hva omrokkeringen ender med, er det bedre å bruke *kansellering*. Man setter da en strek over to og to like faktorer for å indikere at de utgjør en brøk med verdien 1. Tilfellet vi akkurat så på skriver vi da som

$$\frac{\cancel{8} \cdot 5}{9 \cdot \cancel{8}} = \frac{5}{9}$$

## 0.9 Kansellering av faktorar

Når bare ganging er til stede i en brøk, kan vi kansellere par av like faktorer i teller og nevner.

### Eksempel 1

Kanseller så mange faktorer som mulig i brøken

$$\frac{3 \cdot 12 \cdot 7}{7 \cdot 4 \cdot 12}$$

**Svar:**

$$\frac{3 \cdot \cancel{12} \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot 4 \cdot \cancel{12}} = \frac{3}{4}$$

### Eksempel 2

Forkort brøken  $\frac{12}{42}$ .

**Svar:**

Vi legger merke til at 6 er en faktor i både 12 og 42, altså er

$$\begin{aligned}\frac{12}{42} &= \frac{\cancel{6} \cdot 2}{\cancel{6} \cdot 7} \\ &= \frac{2}{7}\end{aligned}$$

### Eksempel 3

Forkort brøken  $\frac{48}{16}$ .

**Svar:**

Vi legger merke til at 16 er en faktor i 48, altså er

$$\begin{aligned}\frac{48}{16} &= \frac{3 \cdot \cancel{16}}{\cancel{16}} \\ &= \frac{3}{1} \\ &= 3\end{aligned}$$

*Merk:* Hvis alle faktorer er kansellert i teller eller nevner, er dette det samme som at tallet 1 står der.

## Forkorting via primtalsfaktorisering

Det er ikke alltid like lett å legge merke til en felles faktor, slik vi har gjort i *Eksempel 2* og *Eksempel 3* over. Vil man vere helt sikker på at man ikke har oversett felles faktorer, kan man alltid primtalsfaktorisere (se [keksjon ??](#)) både teller og nevner. For eksempel har vi at

$$\begin{aligned}\frac{12}{42} &= \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 7} \\ &= \frac{2}{7}\end{aligned}$$

## Brøker forenkler utregninger

Desmialtallet 0,125 kan vi skrive som brøken  $\frac{1}{8}$ . Regnestykket

$$0,125 \cdot 16$$

vil for de fleste av oss ta en stund å løse for hand med vanlige multiplikasjonsregler. Men bruker vi brøkuttrykket får vi at

$$\begin{aligned}0,125 \cdot 16 &= \frac{1}{8} \cdot 16 \\ &= \frac{2 \cdot 8}{8} \\ &= 2\end{aligned}$$

### ”Å stryke nuller”

Et tall som 3000 kan vi skrive som  $3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ , mens 700 kan vi skrive som  $7 \cdot 10 \cdot 10$ . Brøken  $\frac{3000}{700}$  kan vi derfor forkorte slik:

$$\begin{aligned}\frac{3000}{700} &= \frac{3 \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot 10}{7 \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10}} \\ &= \frac{3 \cdot 10}{7} \\ &= \frac{30}{7}\end{aligned}$$

I praksis er dette det samme som ”å stryke nuller”:

$$\frac{30\cancel{00}}{7\cancel{00}} = \frac{30}{7}$$

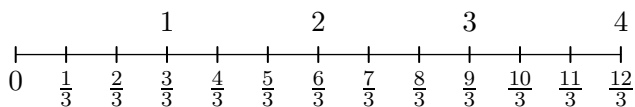
*Obs!* Nuller er de eneste sifrene vi kan ”stryke” på denne måten, for eksempel kan vi ikke forkorte  $\frac{123}{13}$  på nokon som helst måte. I tillegg kan vi bare ”stryke” nuller som står som bakerste siffer, for eksempel kan vi ikke ”stryke” nuller i brøken  $\frac{101}{10}$ .

## 0.8 Deling med brøk

### Deling ved å se på tallinja

La oss regne ut  $4 : \frac{2}{3}$ . Siden brøken vi deler 4 på har 3 i nevner, kan det være en idé å gjøre om også 4 til en brøk med 3 i nevner. Vi har at

$$4 = \frac{12}{3}$$

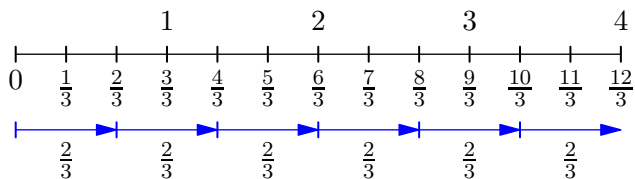


Husk nå at en betydning av  $4 : \frac{2}{3}$  er

”Hvor mange ganger  $\frac{2}{3}$  går på 4.”

Ved å se på tallinja, finner vi at  $\frac{2}{3}$  går 6 ganger på 4. Altså er

$$4 : \frac{2}{3} = 6$$



## En generell metode

Vi kan ikke se på en tallinje hver gang vi skal dele med brøker, så nå skal vi komme fram til en generell regnemetode ved igjen å bruke  $4 : \frac{2}{3}$  som eksempel. For denne metoden bruker vi denne betydningen av divisjon:

$$4 : \frac{2}{3} = \text{”Tallet vi må gange } \frac{2}{3} \text{ med for å få 4.”}$$

For å finne dette tallet starter vi med å gange  $\frac{2}{3}$  med tallet som gjør at produktet blir 1. Dette tallet er *den omvendte brøken* av  $\frac{2}{3}$ , som er  $\frac{3}{2}$ :

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$$

Nå gjenstår det bare å gange med 4 for å få 4:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 4 = 4$$

For å få 4, må vi altså gange  $\frac{2}{3}$  med  $\frac{3}{2} \cdot 4$ . Dette betyr at

$$\begin{aligned} 4 : \frac{2}{3} &= \frac{3}{2} \cdot 4 \\ &= 6 \end{aligned}$$

### 0.10 Brøk delt på brøk

Når vi deler et tall med en brøk, ganger vi tallet med den omvendte brøken.

#### Eksempel 1

$$\begin{aligned} 6 : \frac{2}{9} &= 6 \cdot \frac{9}{2} \\ &= 27 \end{aligned}$$

#### Eksempel 2

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} : \frac{5}{8} &= \frac{4}{3} \cdot \frac{8}{5} \\ &= \frac{32}{15} \end{aligned}$$

### Eksempel 3

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} : \frac{3}{10} &= \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} \\ &= \frac{30}{15}\end{aligned}$$

Her bør vi også se at brøken kan forkortes:

$$\begin{aligned}\frac{30}{15} &= \frac{2 \cdot \cancel{15}}{\cancel{15}} \\ &= 2\end{aligned}$$

*Merk:* Vi kan spare oss for store tall hvis vi kansellerer faktorer underveis i utregninger:

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} &= \frac{\cancel{3} \cdot 2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot \cancel{3}} \\ &= 2\end{aligned}$$

## 0.9 Rasjonale tall

### 0.11 Rasjonale tall

Et hvert tall som kan bli skrevet som en brøk med heltalls teller og nevner, er et *rasjonalt tall*.

#### Merk

Rasjonale tall gir oss en samlebetegnelse for

- **Heltall**

For eksempel  $4 = \frac{4}{1}$ .

- **Desimaltall med endelig antall desimaler**

For eksempel  $0,2 = \frac{1}{5}$ .

- **Desimaltall med repeterende desimalmønster**

For eksempel <sup>1</sup>  $0,08\bar{3} = \frac{1}{12}$ .

---

<sup>1</sup>  $\bar{3}$  indikerer at 3 fortsetter i det uendelige. En annen måte å indikere dette på er å bruke symbolet  $\dots$ . Altså er  $0,08\bar{3} = 0,08333333\dots$

### 0.12 Blanda tal

Om vi adderer et heltal med en brøk der telleren er mindre enn nevneren, får vi et *blanda tall*.

#### Eksempel 1

Tre forskjellige blanda tall:

$$2 + \frac{5}{7} \qquad 8 + \frac{2}{7} \qquad \frac{1}{10} + 4$$

#### Obs!

I mange bøker vil du finne tall som dem fra *Eksempel 1* over skrevet slik

$$2\frac{5}{7} \qquad 8\frac{2}{7} \qquad 4\frac{1}{10}$$



## Eksempel 2

Skriv om brøken  $\frac{17}{3}$  til et blanda tall.

### Svar:

Vi legger merke til at telleren er 17 og nevneren er 3. Det største heltalet vi kan gange med 3 utan at produktet blir større enn 17, er 5. Altså kan vi skrive

$$\begin{aligned}\frac{17}{3} &= \frac{5 \cdot 3 + 2}{3} \\ &= \frac{5 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}} + \frac{2}{3} \\ &= 5 + \frac{2}{3}\end{aligned}$$

## Eksempel 3

Skriv om  $3 + \frac{4}{5}$  til en brøk.

### Svar:

Vi har at  $3 = \frac{3}{1}$ , altså er

$$3 + \frac{4}{5} = \frac{3}{1} + \frac{4}{5}$$

Videre har vi at<sup>1</sup>

$$\begin{aligned}\frac{3}{1} + \frac{4}{5} &= \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 5} + \frac{4}{5} \\ &= \frac{15}{5} + \frac{4}{5} \\ &= \frac{19}{5}\end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>Se *regel 0.5*.