

0.1 Addisjon

Oppstilling

Denne metoden baserer seg på plassverdisystemet, der ein trinnvis rekner ut summen av einarane, tiarane, hundrerane, o.l.

Eksempel 1

	2	3	4
+	6	1	2
=	8	4	6

Eksempel 2

	¹ 2	7	3
+		8	6
=	3	5	9

Eksempel 3

	¹ 8	¹ 5
+		7 9
=	1	6 4

Eksempel 4

	¹ 3	¹ 9	¹ 7,2
+		8 5,9	
=	4	8 2,1	

Eksempel 1 (forklaring)

	2	3	4
+	6	1	2
=			6

(a)

	2	3	4
+	6	1	2
=		4	6

(b)

	2	3	4
+	6	1	2
=	8	4	6

(c)

- a) Vi legg saman einarane: $4 + 2 = 6$
- b) Vi legg saman tiarane: $3 + 1 = 4$
- c) Vi legg saman hundra: $2 + 6 = 8$

Eksempel 2 (forklaring)

$$\begin{array}{r} 273 \\ + 86 \\ \hline \end{array}$$

(a)

$$\begin{array}{r} 273 \\ + 86 \\ \hline \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 273 \\ + 86 \\ \hline = 359 \end{array}$$

(c)

- a) Vi legg saman einarane: $3 + 6 = 9$
- b) Vi legg saman tiarane: $7 + 8 = 15$. Sidan 10 tiarar er det same som 100, legg vi til 1 på hundreplassen, og skriv opp dei resterande 5 tiarane på tiarplassen.
- c) Vi legg saman hundra: $1 + 2 = 3$.

Språkboksen

Det å skrive 1 på neste sifferplass kallast "å skrive 1 i mente".

Tabellmetoden

Denne metoden tar utgangspunkt i det éine leddet, og summerer fram til det andre leddet er nådd. Det som i starten kan vere litt rart med denne metoden, er at du sjølv velg fritt kva tall du skal legge til, så lenge du når det andre leddet til slutt.

Eksempel 1

$$273 + 86 = 359$$

		273
6	6	279
30	36	309
50	86	359

Eksempel 2

$$85 + 79 = 164$$

		85
5	5	90
10	15	100
64	79	164

Eksempel 1 (forklaring)

		273

(a)

		273
6	6	279

(b)

		273
6	6	279
30	36	309

(c)

		273
6	6	279
30	36	309
50	86	359

(d)

- (a) Vi startar med det leddet vi sjølv ønsker, ofte er det lurt å starte med det største leddet.
- (b) Vi legg til 6. Da har vi totalt lagt til 6, og vidare er $273 + 6 = 279$.
- (c) Vi legg til 30. Da har vi så totalt lagt til 36, og vidare er $279 + 30 = 309$.
- (d) Vi legg til 50. Da har vi totalt lagt til 86, altså har vi nådd det andre leddet, og vidare er $309 + 50 = 359$.

Oppstilling versus tabellmetoden

Ved første augekast kan kanskje tabellmetoden sjå ut som ein innvikla måte å rekne addisjon på samanlikna med oppstilling, men med øving vil mange oppdage at tabellmetoden betrer evnen til hoderekning.

0.2 Subtraksjon

Oppstilling

Subtraksjon med oppstilling baserer seg på plassverdisystemet, der ein trinnvis rekner differansen mellom einarane, tiarane, hundra, o.l. Metoden tar også utgangspunkt i eit mengdeperspektiv, og tillet derfor ikkje differansar med negativ verdi (sjå forklaringa til *Eksempel 2*).

Eksempel 1

$$\begin{array}{r} 789 \\ - 324 \\ \hline = 465 \end{array}$$

Eksempel 2

$$\begin{array}{r} 83^{10} \\ - 67 \\ \hline = 16 \end{array}$$

Eksempel 3

$$\begin{array}{r} 584^{10} \\ - 478^{10} \\ \hline = 106 \end{array}$$

Eksempel 4

$$\begin{array}{r} 206^{10} \\ - 317^{10} \\ \hline = 174 \end{array}$$

Eksempel 1 (forklaring)

$$\begin{array}{r} 789 \\ - 324 \\ \hline 5 \end{array}$$

(a)

$$\begin{array}{r} 789 \\ - 324 \\ \hline 6 5 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 789 \\ - 324 \\ \hline = 465 \end{array}$$

(c)

(a) Vi finn differansen mellom einarane: $9 - 4 = 5$

(b) Vi finn differansen mellom tiarane: $8 - 2 = 6$.

(c) Vi finn differansen mellom hundra: $7 - 3 = 4$.

Eksempel 2 (forklaring)

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 3 \\ \hline \end{array} \\
 - \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline & 6 \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 3 \\ \hline \end{array} \\
 - \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 6 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

(a) (b)

- (a) Vi merker oss at 7 er større enn 3, derfor tar vi 1 tiar fra dei 8 på tiarplassen. Dette markerer vi ved å sette ein strek over 8. Så finn vi differansen mellom einarane: $13 - 7 = 6$
- (b) Sidan vi tok 1 frå dei 8 tiarane, er der no berre 7 tiarar. Vi finn differansen mellom tiarane: $7 - 6 = 1$.

Tabellmetoden

Tabellmetoden for subtraksjon tek utgangspunkt i at subtraksjon er ein omvend operasjon av addisjon. For eksempel, svaret på spørsmålet "Kva er $789 - 324$?" er det same som svaret på spørsmålet "Kor mykje må eg legge til på 324 for å få 789?". Med tabellmetoden følg du ingen spesiell regel underveis, men velg sjølv talla du meiner passar best for å nå målet.

Eksempel 1

$$789 - 324 = 465$$

	324
6	330
70	400
389	789
465	

Eksempel 2

$$83 - 67 = 16$$

	67
3	70
13	83
16	

Eksempel 3

$$564 - 478 = 86$$

	478
2	480
20	500
64	564
86	

Eksempel 4

$$206,1 - 31,7 = 174,4$$

	31,7
0,3	32
70	102
104,1	206,1
174,4	

Eksempel 1 (forklaring)

$$789 - 324 = 465$$

	324

(a)

	324
6	330

(b)

	324
6	330
70	400

(c)

	324
6	330
70	400
389	789

(d)

	324
6	330
70	400
389	789
465	

(e)

- (a) Vi startar med 324.
- (b) Vi legg til 6, og får $324 + 6 = 330$
- (c) Vi legg til 70, og får $70 + 330 = 400$
- (d) Vi legg til 389, og får $389 + 400 = 789$. Da er vi framme på 789.
- (e) Vi summerer tala vi har lagt til: $6 + 70 + 389 = 465$

0.3 Ganging

Ganging med 10, 100, 1 000 osv.

0.1 Å gonge heiltal med 10, 100 osv.

- Når ein gongar eit heiltal med 10, får ein svaret ved å legge til sifferet 0 bak heiltalet.
- Når ein gongar eit heiltal med 100, får ein svaret ved å legge til sifra 00 bak heiltalet.
- Det same mønsteret gjelder for talla 1 000, 10 000 osv.

Eksempel 1

$$6 \cdot 10 = 60$$

$$79 \cdot 10 = 790$$

$$802 \cdot 10 = 8020$$

Eksempel 2

$$6 \cdot 100 = 600$$

$$79 \cdot 100 = 7900$$

$$802 \cdot 100 = 80200$$

Eksempel 3

$$6 \cdot 1000 = 6000$$

$$79 \cdot 10000 = 790000$$

$$802 \cdot 100000 = 80200000$$

0.2 Å gonge desimaltal med 10, 100 osv.

- Når ein gongar eit desimaltal med 10, får ein svaret ved å flytte komma en plass til høgre.
- Når ein gongar eit heiltal med 100, får ein svaret ved å flytte komma to plasser til høgre.
- Det same mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

Eksempel 1

$$7,9 \cdot 10 = 79, = 79$$

$$38,02 \cdot 10 = 380,2$$

$$0,57 \cdot 10 = 05,7 = 5,7$$

$$0,194 \cdot 10 = 01,94 = 1,94$$

Eksempel 2

$$7,9 \cdot 100 = 790, = 790$$

$$38,02 \cdot 100 = 3802, = 3\,802$$

$$0,57 \cdot 100 = 057, = 57$$

$$0,194 \cdot 100 = 019,4 = 19,4$$

Eksempel 3

$$7,9 \cdot 1\,000 = 7900, = 7\,900$$

$$38,02 \cdot 10\,000 = 38020, = 38\,020$$

$$0,57 \cdot 100\,000 = 057, = 57\,000, = 57\,000$$

Merk

regel 0.1 er berre eit spesialtilfelle av *regel 0.2*. For eksempel, å bruke *regel 0.1* på reknestykket $7 \cdot 10$ gir same resultat som å bruke *regel 0.2* på reknestykket $7,0 \cdot 10$.

Å gonge tall med 10, 100 osv. (forklaring)

Titalsystemet baserer seg på grupper av ti, hundre, tusen osv., og tidelar, hundredelar og tusendelar osv. (sjå [regel ??](#)). Når ein gongar eit tall med 10, vil alle einarane i talet bli til tiarar, alle tiarar bli til hundra osv. Kvart siffer forskyvast altså éin plass mot venstre. Tilsvarende forskyvast kvart siffer to plassar mot venstre når ein gongar med 100, tre plassar når ein gongar med 1 000 osv.

Utvida form

Gonging på utvida form bruker vi for å rekne multiplikasjon mellom fleirsifra tall. Metoden baserer seg på distributiv lov (sjå [regel ??](#)).

Eksempel 1

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 4 & \cdot & 3 & = & 7 & 2 \\ \hline 2 & 0 & \cdot & 3 & = & 6 & 0 \\ 4 & \cdot & 3 & = & 1 & 2 \\ \hline & & & & & 7 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Eksempel 2

$$279 \cdot 34 = 9486$$

$$\begin{array}{rcl} 200 \cdot 30 = 6000 & 200 \cdot 4 = & 800 \\ 70 \cdot 30 = 2100 & 70 \cdot 4 = & 280 \\ 9 \cdot 30 = \underline{270} & 9 \cdot 4 = \underline{36} & \\ \hline 8370 & 1116 & 9486 \end{array}$$

Eksempel 1 (forklaring)

24 kan skrivast som $20 + 4$, altså er

$$24 \cdot 3 = (20 + 4) \cdot 3$$

Vidare er

$$\begin{aligned} (20 + 4) \cdot 3 &= 20 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \\ &= 60 + 12 \\ &= 72 \end{aligned}$$

Eksempel 1 (forklaring)

Vi startar med å gonge sifra i 279 enkeltvis med 4:

- $9 \cdot 4 = 36$, da skriv vi 6 på einarplassen og 3 i mente.
- $7 \cdot 4 = 28$, da skriv vi 8 på tiarplassen og 2 i mente.
- $2 \cdot 4 = 8$, da skriv vi 8 på hundrerplassen.

Så gongar vi sifra i 279 enkeltvis med 30. Dette kan forenklast til å gonge med 3, så lenge vi plasserer sifra én plass forskyvde til venstre i forhold til da vi gonga med 4:

- $9 \cdot 3 = 27$, da skriv vi 7 på tiarplassen og 2 i mente.
- $7 \cdot 3 = 21$, da skriv vi 1 på hundrerplassen og 2 i mente.
- $2 \cdot 3 = 6$, da skriv vi 6 på tusenplassen.

0.4 Divisjon

Deling med 10, 100, 1 000 osv.

0.3 Deling med 10, 100, 1 000 osv.

- Når ein deler eit desimaltal med 10, får ein svaret ved å flytte komma en plass til venstre.
- Når ein deler eit desimaltal med 10, får ein svaret ved å flytte komma to plasser til venstre.
- Det same mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

Eksempel 1

$$\begin{aligned}200 : 10 &= 200,0 : 10 \\&= 20,00 \\&= 20\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}45 : 10 &= 45,0 : 10 \\&= 4,50 \\&= 4,5\end{aligned}$$

Eksempel 2

$$\begin{aligned}200 : 100 &= 200,0 : 100 \\&= 2,000 \\&= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}45 : 100 &= 45,0 : 100 \\&= 0,450 \\&= 0,45\end{aligned}$$

Eksempel 3

$$143,7 : 10 = 14,37$$

$$143,7 : 100 = 1,437$$

$$143,7 : 1\,000 = 0,1437$$

$$93,6 : 10 = 9,36$$

$$93,6 : 100 = 0,936$$

$$93,6 : 1\,000 = 0,0936$$

Deling med 10, 100, 1 000 osv. (forklaring)

Titalsystemet baserer seg på grupper av ti, hundre, tusen osv., og tideler, hundredeler og tusendeler osv (sjå [regel ??](#)). Når ein deler eit tall med 10, vil alle einare i tallet bli til tidelar, alle tiarar bli til einarar osv. Kvart siffer forskyvast altså éin plass mot høgre. Tilsvarende forskyvast kvart siffer to plassar mot høgre når ein deler med 100, tre plassar når ein deler med 1 000 osv.

Oppstilling

Divisjon med oppstilling baserer seg på divisjon tolka som inndeling av mengder (sjå s.??)

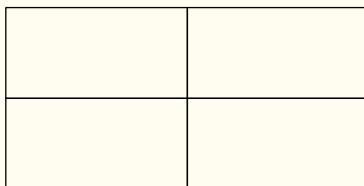
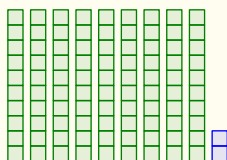
Eksempel 1

$$\begin{array}{r|l} 9 & 2 : 4 = 2 & 3 \\ 8 & \\ \hline 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Eksempel 2

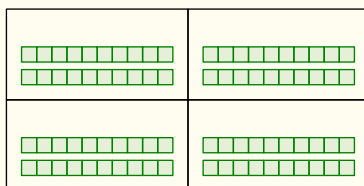
$$\begin{array}{r|l} 8 & 9 & 4 : 3 = 2 & 9 & 8 \\ 6 & \\ \hline 2 & 9 \\ 2 & 7 \\ \hline & 2 & 4 \\ & 2 & 4 \\ \hline & & 0 \end{array}$$

Eksempel 1 (forklaring)

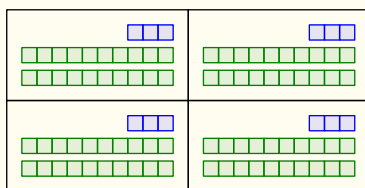


Figuren over illustrerer mengda 92, som vi skal dele inn i 4 like store grupper.

- Vi startar med å fordele så mange av tiarane som mogleg. Av dei 9 tiarane, kan kvar gruppe få 2. Da har vi totalt fordelt $2 \cdot 4 = 8$ tiarar.



- Vi står no igjen med 1 tiar og 2 einarar, altså 12 einarar. Av dei 12 einarane, kan kvar gruppe få 3. Da har vi totalt fordelt $3 \cdot 4 = 12$ einarar.



- No er heile mengda 92 fordelt, og da er vi ferdige med utrekninga. I kvar gruppe endte vi opp med mengda 23.

Tabellmetoden

Tabellmetoden baserer seg på divisjon som omvend operasjon av gonging. For eksempel er svaret på spørsmålet ”Kva er $76 : 4$ ” det same som svaret på spørsmålet ”Kva tal må eg gonge 4 med for å få 76?”. På same vis som for tabellmetoden ved subtraksjon, er det opp til ein sjølv å velge passande tal for å nå målet.

Eksempel 1		
$92 : 4 = 23$		
$\cdot 4$		
10	40	40
10	40	80
3	12	92
23		

Eksempel 2		
$894 : 3 = 298$		
$\cdot 3$		
200	600	600
60	120	720
60	120	840
10	30	870
8	24	894
298		

Eksempel 3		
$894 : 3 = 298$		
$\cdot 3$		
300	900	900
-2	-6	894
298		
<i>Merk: same reknestykke som i Eksempel 2, men ei anna utrekning.</i>		

Eksempel 1 (forklaring)

Sidan vi skal dele 92 med 4, gongar vi med 4 fram til vi når 92.

·4		
10	40	40

(a)

·4		
10	40	40
10	40	80

(b)

·4		
10	40	40
10	40	80
3	12	92

(c)

·4		
10	40	40
10	40	80
3	12	92
23		

(d)

- (a) Vi gongar 10 med 4, som er lik 40. Da har vi så langt komme til 40.
- (b) Vi gongar 10 med 4, som er lik 40. Da har vi så langt komme til $40 + 40 = 80$.
- (c) Vi gongar 3 med 4, som er lik 12. Da har vi komme til $80 + 12 = 92$, som var målet.
- (d) Vi legg saman tala vi gonga med, og får $10 + 10 + 3 = 23$.

Tips

I starten er det lurt å sjå tilbake på utrekningar gjort med tabellmetoden for å tenke over om ein kunne valt tal på ein betre måte. For eksempel, i *Eksempel 1* over kunne vi starta med å gonge med 20. Dette er omlag like enkelt som å gonge med 10, og det ville ha bringa oss nærare målet.

Divisjon med rest

Det er langt ifrå alltid at svaret ved divisjon blir eit heiltal. Ein måte å uttrykke slike svar på, er å ved å bruke omgrepet *rest*. Omgrepet er best forklart ved eksempel:

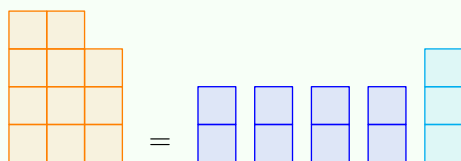
Eksempel 1

Rekn ut $11 : 4$ med rest.

Svar:

Det største heiltalet vi kan gonge med 4 utan at produktet blir større enn 11, er 2. $2 \cdot 4 = 8$. Da har vi $11 - 8 = 3$ i rest.

$$11 = 2 \cdot 4 + 3$$



Dette betyr at

$$11 : 4 = 2 \text{ og } 3 \text{ i rest}$$

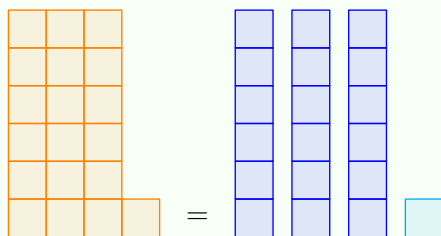
Eksempel 2

Rekn ut $19 : 3$ med rest.

Svar:

Det største heiltalet vi kan gonge med 3 utan at produktet blir større enn 19, er 6. $6 \cdot 3 = 18$. Da har vi $19 - 18 = 1$ i rest.

$$19 = 6 \cdot 3 + 1$$



Dette betyr at

$$19 : 3 = 6 \text{ og } 1 \text{ i rest}$$

Eksempel 3

Rekn ut $94 : 4$ med av rest.

Svar:

Med oppstilling

$$94 : 4 = 23 \text{ og } 2 \text{ i rest}$$

9	4	:	4	→	2	3
8						
1	4					
1	2					
	2					

Merk: Da det blir feil å bruke `=` i figuren over, har vi valgt å bruke `→`.

Med tabellmetoden

$$94 : 4 = 23 \text{ og } 2 \text{ i rest}$$

· 4			
20	80	80	
3	12	92	
23			

$$94 - 92 = 2$$

Språkboksen

Viss vi utfører ein *modulo-operasjon*, finn vi resten i eit delestykke. Dette blir ofte vist ved forkortinga `mod`. For eksempel

$$11 \bmod 4 = 3, \quad 19 \bmod 3 = 1$$

I tillegg til `mod`, blir også `%` og `\%` brukt som symbol for denne operasjonen i programmeringsspråk.

Divisjon med blanda tal som svar

Eksempel 1

Rekn ut $11 : 4$. Skriv svaret som eit blanda tal.

Svar:

$$11 : 4 = 2 \text{ og } 3 \text{ i rest} = 2 + \frac{3}{4}$$

Eksempel 2

Rekn ut $19 : 3$. Skriv svaret som eit blanda tal.

Svar:

$$19 : 3 = 6 \text{ og } 1 \text{ i rest} = 6 + \frac{1}{3}$$

Eksempel 1 (forklaring)

Vi startar med å legge merke til at $4 = \frac{4}{1}$. Dette betyr at

$$11 : 4 = 11 : \frac{4}{1}$$

Av *regel ??* har vi at

$$11 : \frac{4}{1} = 11 \cdot \frac{1}{4}$$

Vidare merker vi oss at $11 = 2 \cdot 4 + 3$, altså er

$$11 \cdot \frac{1}{4} = (2 \cdot 4 + 3) \cdot \frac{1}{4}$$

Av *regel ??* har vi at

$$\begin{aligned} (2 \cdot 4 + 3) \cdot \frac{1}{4} &= 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{4} \\ &= 2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

0.4.1 Divisjon med desimaltal som svar

Eksempel 1

Rekn ut $11 : 4$. Oppgi svaret som desimaltal.

Svar:

Med oppstilling

$$11 : 4 = 2,75$$

1	1	:	4	=	2	,	7	5
	8							
	3		0					
	2	8						
	2		0					
	2		0					
			0					

Med tabellmetoden

$$11 : 4 = 2,75$$

· 4		
2	8	8
0,5	2	10
0,25	1	11
2,75		

Eksempel 1; oppstilling (forklaring)

Sidan vi deler med 4, er det snakk om å fordele 11 likt i 4 grupper.

- 8 av dei 11 einarane kan vi fordele likt i 4 grupper. Da har vi igjen 3 einarar. Dette er det same som 30 tidelar.
- 28 av dei 30 tidelane kan vi fordele likt i 4 grupper. Da har vi igjen 2 tidelar. Dette er det same som 20 hundredelar.
- 20 av dei 20 einarane kan vi fordele likt i 4 grupper.
- Heile mengda 11 er no fordelt, og da er vi ferdige med utrekninga.

0.5 Primtalsfaktorisering

Merk: Primtala mellom 1-100 finn du på side 22.

Eksempel 1

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

	:	
84	2	42
42	2	21
21	3	7

Eksempel 2

$$595 = 5 \cdot 7 \cdot 17$$

	:	
595	5	119
119	7	17

Eksempel 1 (forklaring)

	:	
84	2	42

(a)

	:	
84	2	42
42	2	21

(b)

	:	
84	2	42
42	2	21
21	3	7

(c)

- (a) Sidan 2 er det første primtallet, undersøker vi om 84 er deleleg med 2. Det er det, fordi $84 : 2 = 42$.
- (b) Vi undersøker om også 42 er deleleg med 2. Det er det, fordi $42 : 2 = 21$.
- (c) Vi undersøker om også 21 er deleleg med 2. Det er det ikkje, fordi $21 : 2 = 10,5$. Derfor går vi over til neste primtall, som er 3. 21 er deleleg med 3 fordi $21 : 3 = 7$.

Sidan 7 er eit primtal, er vi komme i mål.

91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10