0.1 Reknerekkefølge

Prioriteringen av rekneartene

Se på følgende regnestykke:

$$2 + 3 \cdot 4$$

Et slikt regnestykke *kunne* man tolket på to måter:

1. "2 pluss 3 er 5. 5 ganget med 4 er 20. Svaret er 20."
2. "3 ganget med 4 er 12. 2 pluss 12 er 14. Svaret er 14."

Men svarene blir ikke like! Det er altså behov for å ha noen regler om hva vi skal regne ut først. Den ene regelen er at vi må regne ut ganging eller deling *før* vi legger sammen eller trekker ifra, dette betyr at

$$\begin{aligned} 2 + 3 \cdot 4 &= \text{"Regn ut } 3 \cdot 4\text{, og legg sammen med 2"} \\ &= 2 + 12 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Men hva om vi ønsket å legge saman 2 og 3 først, og så gange summen med 4? Å fortelle at noe skal regnes ut først gjør vi ved hjelp av paranteser:

$$\begin{aligned} (2 + 3) \cdot 4 &= \text{"Legg sammen 2 og 3, og gang med 4 etterpå"} \\ &= 5 \cdot 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

0.1 Regnerekkefølge

1. Uttrykk med parantes
2. Multiplikasjon eller divisjon
3. Addisjon eller subtraksjon

Eksempel 1

Regn ut

$$23 - (3 + 9) + 4 \cdot 7$$

Svar:

$$\begin{aligned} 23 - (3 + 9) + 4 \cdot 7 &= 23 - 12 + 4 \cdot 7 && \text{Parantes} \\ &= 23 - 12 + 28 && \text{Ganging} \\ &= 39 && \text{Addisjon og subtraksjon} \end{aligned}$$

Eksempel 2

Regn ut

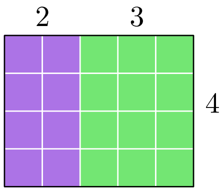
$$18 : (7 - 5) - 3$$

Svar:

$$\begin{aligned} 18 : (7 - 5) &= 18 : 2 - 3 && \text{Parantes} \\ &= 9 - 3 && \text{Deling} \\ &= 6 && \text{Addisjon og subtraksjon} \end{aligned}$$

Ganging med parantes

Kvor mange ruter ser vi i figuren under?



To måter man kan tenke på er disse:

1. Det er $2 \cdot 4 = 8$ lilla ruter og $3 \cdot 4 = 12$ grønne ruter. Til sammen er det $8 + 12 = 20$ ruter. Dette kan vi skrive som

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 20$$

2. Det er $2 + 3 = 5$ ruter bortover og 4 ruter oppover. Altså er det $5 \cdot 4 = 20$ ruter totalt. Dette kan vi skrive som

$$(2 + 3) \cdot 4 = 20$$

Av disse to utregningene har vi at

$$(2+3)\cdot 4 = 2\cdot 4 + 3\cdot 4$$

0.2 Gonging med parantes (distributiv lov)

Når et parantesuttrykk er en faktor, kan vi gange de andre faktorene med kvart enkelt ledd i parantesuttrykket.

Eksempel 1

$$(4+7)\cdot 8 = 4\cdot 8 + 7\cdot 8$$

Eksempel 2

$$\begin{aligned}(10-7)\cdot 2 &= 10\cdot 2 - 7\cdot 2\\ &= 20 - 14\\ &= 6\end{aligned}$$

Merk: Her vil det selvsagt være raskere å regne slik:

$$(10-7)\cdot 2 = 3\cdot 2 = 6$$

Eksempel 2

Regn ut $12\cdot 3$.

Svar:

$$\begin{aligned}12\cdot 3 &= (10+2)\cdot 3\\ &= 10\cdot 3 + 2\cdot 3\\ &= 30 + 6\\ &= 36\end{aligned}$$

Obs!

Vi introduserte paranteser som ein indikator på hva som skulle regnes ut først, men *Regel 0.2* gir en alternativ og likeverdig betydning av paranteser. Regelen kommer spesielt til nytte i algebraregning (sjå *Del* **??**).

Å gange med 0

Vi har tidligere sett at 0 kan skrives som en differanse mellom to tall, og dette kan vi nå utnytte til å finne produktet når vi ganger med 0. La oss se på regnestykket

$$(2-2)\cdot 3$$

Av *Regel 0.2* har vi at

$$\begin{aligned}(2-2)\cdot 3 &= 2\cdot 3 - 2\cdot 3\\ &= 6-6\\ &= 0\end{aligned}$$

Sidan $0 = 2 - 2$, må dette bety at

$$0\cdot 3 = 0$$

0.3 Gonging med 0

Viss 0 er ein faktor, er produktet lik 0.

Eksempel 1

$$7\cdot 0 = 0$$

$$0\cdot 219 = 0$$

Assosiative lover

0.4 Assosiativ lov ved addisjon

Plasseringen av paranteser mellom ledd har ingen påvirkning på summen.

Eksempel

$$(2+3)+4 = 8$$

$$2+(3+4) = 8$$

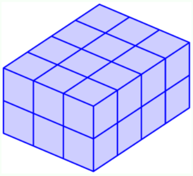
0.5 Assosiativ lov ved multiplikasjon

Plasseringen av paranteser mellom faktorer har ingen påvirkning på produktet.

Eksempel

$$(2 \cdot 3) \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$$

$$2 \cdot (3 \cdot 4) = 2 \cdot 12 = 24$$



I motsetning til addisjon og multiplikasjon, er hverken subtraksjon eller divisjon assosiative:

$$(12 - 5) - 4 = 7 - 4 = 3$$
$$12 - (5 - 4) = 12 - 1 = 11$$

$$(80 : 10) : 2 = 8 : 2 = 4$$
$$80 : (10 : 2) = 80 : 5 = 16$$

Vi har sett at parantesene hjelper oss med å si noeo om *prioriteringen* av regneartene, men det at subtraksjon og divisjon er ikke-assosiative fører til at vi også må ha en regel for hvilken *retning* vi skal regne i.

0.6 Retning på utregninger

Regnearter som ut ifra *Regel 0.1* har lik prioritet, skal regnes fra venstre mot høyre.

Eksempel 1

$$\begin{aligned} 12 - 5 - 4 &= (12 - 5) - 4 \\ &= 7 - 4 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Eksempel 2

$$\begin{aligned}80 : 10 : 2 &= (80 : 10) : 2\\ &= 8 : 2\\ &= 4\end{aligned}$$

Eksempel 3

$$\begin{aligned}6 : 3 \cdot 4 &= (6 : 3) \cdot 4\\ &= 2 \cdot 4\\ &= 8\end{aligned}$$