Mod Sim Øving 2

Lars-Christian Tokle

1\. a) 5 variabler med 2 "uavhengige" (h_1 og h_2)
5 ligninger som kan reduseres til et sett av 2
Kan redusere alt til 2 difflikn: h_1 og h_2

b) c) d) se slutten, e) har ikke klart å få dymola...

2\. a) $H_1(s) = \frac{1}{1+Ts}$ Positive real? analytisk og $Re(H_1) \geq 0$ $\forall Re(s)\geq 0$
reell for positiv og reell s.
$\Rightarrow$ ja!

$H_2(s) = \frac{s}{s^2+\omega_0^2}$ Positive real? ja! (av samme grunn)
alle poler mindre enn null $Re(H(j\omega)) \geq 0$ $\forall \omega$ not a pole.
Res pol $(H(s)) > 0$ og reel

b) $c, b > 0$

$H_3(s) = \frac{s+a}{(s+b)(s+c)}$

pol i $-b$ og $-c$, nullpkt i $-a$ OK!

$$H_3(j\omega) = \frac{(j\omega+a)(b-j\omega)(c-j\omega)}{(\omega^2+b^2)(\omega^2+c^2)}$$

$$= \frac{abc + \omega^2(b+c-a) + j\omega(bc-ac-ab-\omega^2)}{(\omega^2+b^2)(\omega^2+c^2)}$$

$Re(H_3(j\omega)) \geq 0 \Rightarrow abc + \omega^2(b+c-a) \geq 0$

$a(bc+\omega^2) \geq -\omega^2(b+c)$

$a \geq \frac{-\omega^2(b+c)}{bc-\omega^2} \xrightarrow{\omega\to 0} 0$, $\omega^2 < bc$

$a \leq \frac{+\omega^2(b+c)}{\omega^2-bc} \xrightarrow{\omega^2\to\infty} b+c$, $\omega^2 > bc$

$\Rightarrow 0 \leq a \leq b+c$

ingen poler på Im-akse

c) $a \geq 0$

$$= \frac{(s+ja)(s-ja)}{s(s+j\omega_0)(s-j\omega_0)}$$

$$H_4(s) = \frac{s^2+a^2}{s(s^2+\omega_0^2)}$$ positive real?

poler i $s = \{0, \pm j\omega_0\}$

$$H_4(j\omega) = \frac{(-\omega^2+a^2)\cdot -j\omega}{\omega^2(-\omega^2+\omega_0^2)} = \frac{j\omega(a^2-\omega^2)}{\omega^2(-\omega+\omega_0)(\omega+\omega_0)}$$

$$\mathrm{Re}(H_4(j\omega)) = 0 \quad \forall \omega \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname*{Res}_{s=0}(H_4(s)) = \frac{a^2}{\omega^2} \geq 0$$

$$\operatorname*{Res}_{s=\pm j\omega_0}(H_4(s)) = \frac{(-\omega_0^2+a^2)}{\pm j\omega_0(\pm j\omega_0 \pm j\omega_0)} = \frac{\omega_0^2-a^2}{2\omega_0^2} \geq 0 \;\forall a^2 \leq \omega_0^2$$

H_4 ~~...~~ H_4 er positiv real iff $a^2 \leq \omega_0^2$

d)

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial y}\left(-\frac{y}{T} + \frac{u}{T}\right) = u \cdot y - g(y)$$

$$V = \frac{1}{2}Ty^2 \Rightarrow \dot{V} = Ty\dot{y} = -\frac{Ty^2}{T} + \frac{Tyu}{T}$$

$$= uy - y^2$$

$$\Rightarrow g(y) = y^2$$

$$\underline{V(y) = \frac{1}{2}Ty^2}$$

e) $\operatorname*{Res}_{s=0} H(s) = \frac{\prod_{i=1}^{m} z_i}{\prod_{i=1}^{n} p_i} > 0$ og reel om de er kompleks konjugerte.

alle andre poler har $\mathrm{Re}(p_i) < 0$

da følger det fra det side 96 i E & G at $H(s)$ er positive real iff $\mathrm{Re}(H(j\omega)) \geq 0 \;\forall \omega \neq 0$