

THEORIE DES JEUX ET FINANCE

SOMMAIRE

1-INTRODUCTION

2- Les jeux non-coopératif avec information complète

3- Les jeux séquentiels

4- L'application de la théorie des jeux en Finance

1-Introduction

La dénomination historique « théorie des jeux" recouvre en fait tous les problèmes où des agents en interaction doivent choisir une stratégie pour minimiser un certain "coût" (ou maximiser un gain). La théorie des jeux en champ moyen a donc des applications naturelles dans des domaines aussi variés que la finance, l'économie et les phénomènes sociaux.

La première formulation cohérente d'un ensemble de résultats de la théorie des jeux a été émise par John Von Neumann et Oscar Morgenstern en 1944.

Les hypothèses de base de cette théorie de 1944 sont :

- Les décideurs sont rationnels et ils poursuivent des objectifs exogènes et indépendants
- Ils tiennent compte de la connaissance qu'ils ont ou des anticipations qu'ils font du comportement des autres décideurs



L'histoire de la théorie des jeux possède plusieurs étapes importantes. En effet, Les bases de la théorie des jeux apparaissent à la renaissance, au milieu du 17^{ème} siècle avec l'élément déclencheur Antoine Gombauld. Il aurait questionné Blaise Pascal sur les jeux et lui aurait demandé « *comment répartir entre deux joueurs l'enjeu d'un jeu de hasard, lorsque celui-ci est inachevé et qu'un des joueurs a l'avantage sur l'autre* ». Avec Pierre Fermat, le plus grand mathématicien du moment ils développeront les fondements mathématiques de la théorie moderne des probabilités, c'est-à-dire la capacité à prendre des décisions dans un avenir incertains grâce à la manipulation des nombres. Au 18^{ème} siècle, La famille Bernoulli plus précisément Nicolas Bernoulli propose un jeu de raison « pure ». Pour Montmort, le problème est insoluble. Mais un anglais, James Waldegrave avait résolu un exercice similaire.

En effet, à peine 60 ans après la modélisation des probabilités et 200 ans avant que Neumann prouve le concept, Waldegrave avait réussi à résoudre un jeu en le présentant sous la forme d'une matrice de probabilité montrant les différents choix stratégiques possibles. Mais cela restera un incident « isolé », Waldegrave n'entendit pas sa solution à d'autres jeux.

Au 19^{ème} siècle, Ce sont les fondements de la micro-économie qui sont posés par Cournot (1838), Bertrand et Stackelberg. Leurs modèles vont permettre une approche rationnelle du comportement des entreprises dans les jeux de la concurrence.

Enfin, En 1944, John Von Neumann avec Oskar Morgenstern la première édition de « *Theory of Games and Economic Behavior* ». Après sa naissance officielle en 1944, d'autres auteurs ont apporté leurs contributions dont la plus importante qui est sûrement celle de John Nash qui a reçu notamment un prix Nobel pour son travail sur la théorie. Il généralisa les équilibres de Cournot et de Stackelberg en un équilibre de Nash, et étendit la théorie aux jeux à n joueurs.



Document 1 : Antoine Gombauld → John Nash

La chronologie et les différentes étapes de l'évolution de la théorie des jeux sont nécessaires pour comprendre les différentes interprétations que prend cette théorie aujourd'hui.

Définition

Un **jeu** est une description de l'intérêt des joueurs et de l'interaction stratégique qui spécifie les contraintes qui pèsent sur les actions que les joueurs peuvent choisir. Une **solution** est la description systématique des situations qui peuvent émerger comme le résultat d'une famille de jeux. La théorie des jeux se propose d'étudier des situations (appelées « jeux ») où des individus (les « joueurs ») prennent des décisions, chacun étant conscient que le résultat de son propre choix (ses « gains ») dépend de celui des autres.

C'est pour cela on dit parfois que la théorie des jeux qu'elle est une « théorie de la décision en interaction ». Les décisions ayant pour but un gain maximum ; elles relèvent d'un comportement rationnel, elles peuvent se prêter au traitement mathématique, calcul d'extremums, approche probabiliste.

Il existe différents contextes d'interactions qui peuvent être classés selon plusieurs dimensions :

- Le type de relation entre les agents : Si c'est un **jeu coopératif**, jeu basé sur les actions jointes d'un groupe.

Si c'est un **jeu non coopératif**, jeu basé sur les actions des joueurs individuelles.

Les **jeux à somme nulle** et **non nulle** : un jeu est dit à "somme nulle" lorsque la somme des gains des joueurs est constante (ou par le choix subtil d'une fonction utilité peut l'être...) ou autrement dit : ce que l'un gagne est nécessairement perdu par un autre (échecs, poker...). Les jeux de société sont souvent des jeux à somme nulle mais les situations réelles sont souvent mieux décrites par les jeux non coopératifs à somme non nulle car certaines issues sont profitables pour tous, ou dommageables pour tous (vie politique, situations d'affaires...)

- Le déroulement dans le temps : S'il s'agit d'un jeu **simultané** de laisser chaque joueur choisir son plan d'action au tout début du jeu tel que « pierre-feuille-ciseaux », par conséquent tout le monde effectue son choix au même moment et le dévoile en même temps. Il existe aussi les jeux **séquentiels** qui doivent spécifier exactement le déroulement du jeu ainsi les joueurs doivent prendre des décisions en conséquence des choix des autres joueurs.
- L'information que possède les joueurs (information parfaite, imparfaite, complète et incomplète)

2- Les jeux non coopératifs avec information complète

Les jeux non-coopératifs correspondent à des situations d'interactions entre individus libres dans leurs choix et poursuivant des objectifs propres et indépendants. Ces individus ne communiquent pas avant le jeu et n'ont pas nécessairement le moyen de s'engager à poursuivre une stratégie particulière. De plus, dans un jeu non coopératif, il faut qu'il y ait un petit nombre de participants qui interagissent entre eux. Ensuite, ce genre de parties sont

jouées avec une information complète. Ainsi, on connaît le nombre de joueurs, la structure du jeu et l'identité de chacun. Nous connaissons aussi les ordres de décisions au cours de la partie. Ainsi, cette connaissance d'information permet au joueur d'émettre des hypothèses de stratégie assez facilement.

a. L'équilibre de Nash/Dilemme du prisonnier

L'idée de l'équilibre de Nash représente les jeux non-coopératifs car c'est un des cas les plus connus lorsque nous parlons des jeux non-coopératifs.

Nous allons donc vous décrire plus en détail le cas du dilemme du prisonnier :

C'est l'histoire de deux détenu (A et B) suspectés qui sont enfermés séparément et ne peuvent communiquer. Chacun a la possibilité soit de dénoncer, soit de se taire.

		Suspect n°2	
		Se tait	Dénonce
Suspect n°1	Se tait	6 mois pour 1 et 2	1 est condamné à 10 ans 2 est relâché
	Dénonce	2 est condamné à 10 ans 1 est relâché	5 ans pour 1 et 2

D'après le schéma, plusieurs possibilités sont possibles en fonction du choix des prisonniers. Voici les différents choix possibles :

- Si les deux se dénoncent : ils écopent donc de la peine maximale de 5 ans de prison.
- Si les deux ne se dénoncent pas mutuellement : ils écopent 6 mois de prison.
- Si l'un dénonce l'autre et l'autre se tait : la balance est libérée et celui qui s'est tu écope de trois années de prison.

On peut donc représenter ce jeu sous forme normale avec une matrice à quatre couples.

Ainsi, l'équilibre de Nash intervient donc ici, il permet de prédire un résultat suivant la stratégie des joueurs choisis compte tenu de la stratégie des joueurs adverses. Même Enfin, si le joueur A dénonce le joueur B, B préférera dénoncer car il écope de 5 ans au lieu de 10, et si le joueur A ne dénonce pas le joueur B, B aura quand même l'intérêt de dénoncer le joueur A car il est libéré au lieu de prendre 5 ans de prison.

3 - Jeux séquentiels

Il existe aussi les jeux non-coopératif avec information incomplète. Ces derniers diffèrent donc de ceux cités plus haut. En effet, ce dernier concerne les jeux où au moins une personne ne connaît pas parfaitement les règles. Les jeux séquentiels sont connus pour être des non-coopératif avec information incomplète. Ces derniers permettent de spécifier l'ordre des décisions de sorte qu'un joueur peut décider de sa stratégie conditionnellement à ce qu'on joué les autres joueurs précédemment.

4- L'application de la théorie des jeux en Finance

1- Théorie des jeux et finance de marché

La finance s'intéresse à la façon dont l'épargne des investisseurs est allouée à travers les marchés financiers et les intermédiaires aux entreprises qui l'utilisent pour financer leurs activités.

C'est dans le domaine de la gestion d'actifs qu'utilisent ainsi la théorie des jeux et de la décision, soit pour prendre des décisions d'investissement, soit au moins pour appuyer ces décisions, avec l'ambition de produire des algorithmes capables de s'adapter à un environnement changeant de manière plus rapide que les solutions classiques développées par des quant.

Prenons comme exemple l'optimisation du portefeuille grâce à l'apprentissage sans regret. Nous considérons le problème bien connu de la gestion de portefeuille, où un apprenant doit décider séquentiellement comment répartir sa richesse sur un ensemble de N instruments financiers afin de maximiser son rendement, sans aucune hypothèse sur le comportement du marché. L'apprenant décide d'abord de la proportion de sa richesse à investir dans chaque action puis à la fin de la période, il observe le rendement de chaque action et continue d'investir avec sa richesse totale. L'objectif de l'apprenant est de maximiser le rapport entre sa richesse totale après T tours et la richesse totale de l'entreprise après T tours et la richesse totale du meilleur portefeuille équilibré constant qui rééquilibre toujours la richesse pour assurer un rendement constant et pour garantir une proportion fixe d'investissement pour chaque action. De manière équivalente, l'apprenant vise à minimiser son regret, qui est le logarithme négatif du rapport susmentionné.

Mais qu'est-ce que le regret ?

Mathématiquement parlant le regret est exprimé comme la différence entre le gain d'une action possible et le gain de l'action qui a été réellement prise par l'investisseur dans notre cas.

2-Théorie des jeux et finance d'entreprise

Dans la théorie économique et financière d'agence, une relation d'agence apparaît dès qu'une entreprise confie plus ou moins partiellement la gestion de ses propres intérêts à autrui. Cette relation ne vient pas de la sous-traitance de certaines tâches mais de la détention, incontournable par le principal, d'un certain savoir-faire ou de certaines informations par l'agent ; le principal est donc obligé de recourir à un agent. Pour gérer ses propres intérêts d'où l'émergence d'un conflit d'intérêts entre l'agent et le principal.

En théorie des jeux, on peut formuler cette relation d'agence sous forme d'un jeu non coopératif.

Les comportements optimaux déterminés par la théorie d'agence sous l'hypothèse d'une information parfaite des différents acteurs apparaissent dès lors comme des solutions irréalisables. Sous cette hypothèse, la relation d'agence est un jeu non coopératif avec information parfaite.

La théorie de l'agence va chercher à déterminer un second best dans le cadre d'un jeu non coopératif avec information imparfaite.

Le principal peut se trouver confronté à deux types d'incertitudes. La première a trait à l'action choisie par l'agent. Le principal peut en effet ne pas être en mesure d'apprécier la nature de la décision prise par l'agent : l'épargnant apprécie souvent assez imparfaitement le bien fondé des décisions du gestionnaire SICAV auquel il confie ses économies.

La seconde incertitude concerne la méconnaissance de certaines informations par le principal (sélection adverse).

Bibliographie :

<https://philipberenger.fr/meditation-pleine-conscience-la-ciotat/>

<https://www.fimarkets.com/pages/machine-learning-finance.php>

<https://arxiv.org/pdf/1805.07430.pdf>

<http://gestion.coursgratuits.net/theorie-des-jeux/>

<http://lebamazonia.free.fr/site%20th%20jeux/Historique/historique.html>

https://www.pimido.com/business-comptabilite-gestion-management/finance/dissertation/theorie-jeux-application-finance-509463.html?fbclid=IwAR2fa0bSgJZQqLtj4MNP8KiEr61JP4Me49yOvfhzZcLkPO_3Cw89Zd1YSh0