

# Содержание

<b>1 Обзор методов задания характеристик турбулентности на входных границах LES и на границе между RANS и LES областями при использовании гибридных подходов к описанию турбулентности</b>	<b>5</b>
1.1 Методы “рециклинга” турбулентности . . . . .	8
1.2 Методы генерации синтетической турбулентности . . . . .	9
1.2.1 Алгебраические методы . . . . .	10
1.2.2 Спектральные методы . . . . .	12
1.2.3 Метод синтетических вихрей (MCB) . . . . .	13
1.3 Заключение . . . . .	17
<b>2 Реализация и оценка эффективности MCB</b>	<b>18</b>
2.1 Методика оценки эффективности метода . . . . .	18
2.2 Постановка задачи о LES пристенных течений несжимаемой жидкости и метод расчета . . . . .	18
2.3 Постановка и “эталонные” результаты решения тестовых задач . . . . .	20
2.3.1 Задача об установившемся течении в плоском канале . . . . .	20
2.3.2 Задача о турбулентном пограничном слое на плоской пластине .	22
2.4 Оценка эффективности MCB . . . . .	24
2.4.1 Установившееся течение в плоском канале . . . . .	25
2.4.1.1 Качественная оценка на основе сравнения визуализации полей синтетической и реальной турбулентности	
25	
2.4.1.2 Количественная оценка на основе сопоставления результатов, полученных при задании входных условий методом MCB, с эталонными результатами	
26	
2.4.2 Течение в пограничном слое на плоской пластине . . . . .	27
2.4.2.1 Качественная оценка на основе сравнения визуализации полей синтетической и реальной турбулентности	
27	
2.4.2.2 Количественная оценка на основе сопоставления результатов, полученных при задании входных условия методом MCB, с эталонными результатами	
28	
2.4.3 Выводы . . . . .	30
<b>3 Модификация MCB и оценка ее эффективности</b>	<b>32</b>

3.1	Исследования влияния способа задания линейного масштаба в MCB на результаты расчетов и выбор оптимального подхода . . . . .	32
3.1.1	Установившееся течение в плоском канале . . . . .	33
3.1.2	Течение в пограничном слое . . . . .	43
3.2	Выводы . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Заключение</b>	<b>49</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>49</b>

## Введение

В последние годы все более широкое распространение находят гибридные RANS-LES подходы к описанию турбулентности [14]. Причиной этого являются известные недостатки полуэмпирических методов расчета турбулентных течений, основанных на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS), и недостаточность доступных в настоящее время (и в обозримом будущем) вычислительных ресурсов для прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation, DNS) и расчета методом моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) большинства представляющих практический интерес турбулентных течений [20].

Одна из принципиальных трудностей, возникающих при реализации гибридных RANS-LES подходов, связана с необходимостью задания на входе в LES область нестационарных граничных условий, максимально близко соответствующих реальным характеристикам турбулентности на границе между областями. Более того, в тех случаях, когда по тем или иным причинам входная граница расчетной области не может быть расположена в области ламинарного течения, аналогичная проблема возникает и при проведении расчетов с помощью “чистых” LES и DNS. Неудивительно поэтому, что разработка методов задания условий на входных границах LES посвящено большое число работ, в результате которых достигнут значительный прогресс в данной области. Очевидно, однако, что “идеальное” решение этой задачи в принципе невозможно, и речь может идти лишь о построении более или менее эффективных приближенных подходов.

Существующие в настоящее время способы задания характеристик турбулентности на входе в расчетную область в рамках LES и DNS и на границе RANS и LES областей в рамках гибридных подходов можно разделить на две группы. К первой группе относятся методы, использующие “базы данных” нестационарных полей канонических течений, рассчитанных методом LES или DNS, а также методы, которые используют нестационарное поле самого рассчитываемого течения для постановки граничных условий (методы “рециклинга” турбулентности). Вторую группу составляют методы генерации синтетической турбулентности, позволяющие создать нестационарное поле скорости, удовлетворяющее определенным требованиям.

Анализ литературы, посвященный проблеме постановки граничных условий на стыке RANS и LES областей, позволяет заключить, что одним из наиболее эффективных (экономичных и точных) методов ее решения является предложенный недавно в [5, 6] метод “синтетических вихрей” (Synthetic Eddy Method, SEM или MCB).

Цель данной работы состоит в реализации, всестороннем тестировании и усовершенствовании метода. Тестирование метода производилось на двух типах течений - в плоском канале и в пограничном слое на плоской пластине. Целью модификации

метода была минимизация длины неизбежно возникающего участка перехода от синтетической турбулентности к реалистичному полю флюктуаций гидродинамических величин. Эта задача является чрезвычайно важной, так как в случае ее решения достигается уменьшение ошибок в интегральных характеристиках течения в целом.

Работа состоит из обзора литературы (глава 1), в которой кратко описаны существующие на текущий момент методы задания характеристик турбулентности на входных границах LES, главы 2, посвященной реализации и оценки эффективности MCB в его исходной форме, и главы 3, посвященной модификации MCB и оценке ее эффективности.

# **1 Обзор методов задания характеристик турбулентности на входных границах LES и на границе между RANS и LES областями при использовании гибридных подходов к описанию турбулентности**

В настоящее время, как и на протяжении многих лет, доминирующую роль при расчете турбулентных течений играют методы, базирующиеся на решении осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье-Стокса (RANS методы). Однако, в последние годы все более значительное внимание уделяется так называемым вихреразрешающим подходам к расчету турбулентных течений, к числу которых относятся, прежде всего, DNS и LES. Это обусловлено двумя причинами.

С одной стороны, почти вековой опыт использования RANS свидетельствует о том, что этот подход весьма чувствителен к применяемым моделям турбулентности – допущениям о свойствах пульсационного движения. Во многих случаях использование различных моделей турбулентности приводит к качественно разным результатам расчетов. При этом единственным способом выбора наиболее подходящей модели турбулентности является тщательное тестирование ряда моделей и сопоставление с экспериментальными данными. Также очень важным недостатком метода RANS является низкая точность для течений, включающих отрывные зоны, области рециркуляции.

С другой стороны, применение построенных на первых принципах аэродинамики методов DNS и LES, которое еще сравнительно недавно было немыслимым в связи с огромными вычислительными ресурсами, необходимыми для реализации этих подходов, в последнее время становится все более реальным благодаря бурному развитию вычислительной техники, начавшемуся во второй половине прошлого века.

Остановимся кратко на характеристике этих двух подходов к описанию турбулентных течений.

Наиболее строгим подходом является прямое численное моделирование (DNS). Этот метод предполагает решение полных (нестационарных и трехмерных) уравнений Навье-Стокса без какого-либо предварительного осреднения. При этом разрешаются все масштабы турбулентного движения, что позволяет рассчитать средние характеристики потока путем осреднения по достаточно длинному (статистически представительному) интервалу времени. Статистические характеристики пульсационного движения, полученные с помощью DNS, используются для тестирования полуэмпирических моделей турбулентности, развития методов управления турбулентными потоками, исследования ламинарно-турбулентного перехода, а также для понимания структуры турбулентности и процессов турбулентного переноса. К сожалению, для использования DNS требуются огромные вычислительные ресурсы, в связи с чем воз-

можности его применения в настоящее время ограничиваются расчетами течений с довольно простой геометрией и сравнительно малыми числами Рейнольдса (порядка  $10^3 \div 10^4$ ). Шаг интегрирования по времени и пространственный шаг сетки должны иметь порядок соответствующих колмогоровских масштабов. Так, для свободной турбулентности общие затраты на вычисление решения зависят от числа Рейнольдса как  $Re^{1/4}$  [1]. Для пристеночных течений зависимость вычислительных затрат еще жестче:  $Re^{3.5}$  [1].

В методе моделирования крупных вихрей (LES) принимается гипотеза о статистической независимости крупных и мелких вихрей. Эта гипотеза подтверждается там, что в развитой турбулентности (при достаточно высоких числах  $Re$ ) спектральный интервал энергии и интервал диссипации разнесены по частотам. Мелкомасштабное движение исключается из уравнений Навье-Стокса при помощи операции пространственной фильтрации и моделируется с использованием подсеточных моделей (Sub-Grid Scale Model, SGS). Фильтрованные уравнения Навье-Стокса формально записываются в том же виде, что и уравнения Рейнольдса.

Таким образом, метод моделирования крупных вихрей ограничивается разрешением вихрей, размер которых превышает некоторую заданную величину (ширину фильтра). Воздействие мелких вихрей на разрешаемые “крупные” вихри описывается с помощью полуэмпирических моделей, построенных на основе концепции вихревой вязкости или других рациональных приближений процессов переноса.

По сравнению с DNS, метод LES требует меньших вычислительных ресурсов. На практике требуется применение достаточно мелких сеток, обеспечивающих разрешение вихревых структур, лежащих в инерционном интервале, удовлетворяющем закону “пяти третей”. Таким образом, шаги сетки и временные шаги могут быть намного больше, чем колмогоровские масштабы длины и времени. Однако, вблизи стенок все вихри малы настолько, что размеры энергосодержащих и диссипативных вихрей перекрываются. Сеточные и временные шаги, требуемые для LES, вблизи стенок постепенно падают до величин, характерных для DNS. Число узлов вблизи стенки пропорционально  $Re_\tau^2$  [1], где  $Re_\tau = \frac{\delta u_\tau}{\nu}$ ,  $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ ,  $\delta$  - линейный масштаб пристенного течения (например, толщина пограничного слоя).

В связи с этим, в последнее десятилетие стали интенсивно развиваться так называемые гибридные методы, базирующиеся на совместном использовании RANS и LES и сочетающие в себе лучшие свойства обоих подходов. Одним из наиболее известных является метод отсоединенных вихрей (Detached Eddy Simulation, DES [19, 20]), предназначенный, в первую очередь, для расчета течений с обширным отрывом. В рамках этого метода с помощью RANS описывается присоединенный пограничный слой, а LES применяется для описания течения в отрывной области потока. В настоящее время, наряду с DES предложен ряд зонных гибридных методов, в которых области

RANS и LES могут “назначаться” в зависимости от целей расчета и априорных представлений о структуре рассматриваемого потока. Эти методы можно разделить на две большие группы.

К первой группе относятся методы, в которых RANS применяется лишь в тонкой пристенной области пограничного слоя, а в остальной части потока используется LES (“LES над RANS”). Эти методы позволяют, по крайней мере в принципе, существенно (на порядки величин) сократить вычислительные ресурсы, необходимые для LES пристенных течений без существенной потери точности расчета.

Ко второй группе (встроенный LES), представляющей основной интерес для данной работы, относятся более общие методы, в которых область или области LES могут быть “встроены” в область RANS произвольным образом (“LES внутри RANS”). Как отмечалось во Введении, наиболее сложной задачей при реализации таких подходов является проблема задания реалистичных характеристик турбулентности на входных участках границ между LES и RANS областями, решению которой и посвящена настоящая работа.

Проблема состоит в том, что, так как решение в LES областях содержит достаточно полную информацию о вихревых структурах потока, эта информация должна содержаться также и во входных граничных условиях. Однако, на входной границе из RANS решения известны только осредненные величины. Если задать на входной границе LES эти величины, то решение в LES области не будет соответствовать действительности, по крайней мере на некотором удалении от входной границы, так как энергонесущие вихри в нем будут почти полностью отсутствовать. Следовательно, интенсивность турбулентных пульсаций будет значительно снижена, что может привести к существенным ошибкам в интегральных характеристиках или даже к неправильному предсказанию общей картины течения.

Таким образом, необходима методика построения нестационарного поля гидродинамических величин по имеющимся осредненным характеристикам течения. Обзор методов задания граничных условий на входе в LES область дан в работе [5]. Остановимся на наиболее важных из них более подробно.

Методы генерации турбулентных флюктуаций на входной границе можно разделить на два класса: методы “рециклинга” турбулентности, использующие поле самого решения на некотором расстоянии от входной границы (возможно, с пересшаблированием) или результата дополнительного расчета, и методы генерации синтетической турбулентности, которые создают синтетические поля скорости, аппроксимирующие реальное турбулентное течение. В комбинации с методами генерации синтетической турбулентности также применяются методы контролируемого силового воздействия (forcing), которые основаны на введении объемных источников в уравнение баланса импульса для ускорения преобразования синтетических флюктуаций в реалистичную

турбулентность.

## 1.1 Методы “рециклинга” турбулентности

Наиболее точным методом задания флюктуаций во входном сечении является проведение дополнительного расчета для получения нестационарных полей гидродинамических величин. Если во входном сечении турбулентное течение является полностью развитым (что возможно, например, в канале), в дополнительном расчете можно задать периодические условия в направлении течения. Тогда дополнительный расчет сам генерирует для себя входные условия. Схема такого расчета приведена на рис. 1.

Начальные условия для дополнительного расчета влияют на продолжительность переходного процесса в этом течении. Обычно в качестве начального условия задают сумму осредненного поля скорости, полученного из RANS расчета, и каких-либо флюктуаций скорости, например, полученных из расчета однородной изотропной турбулентности.

Длина участка, на котором проводится дополнительный расчет, не должна быть слишком маленькой, так как полученное поле не будет содержать самых низкочастотных составляющих, длина волн которых больше длины расчетной области. Если длина расчетной области слишком мала, спектральные характеристики полученного поля не будут соответствовать характеристикам реальной турбулентности в области низких частот.

Разделение на основной и дополнительный расчет не является обязательным, можно вместо применения дополнительного расчета с периодическими условиями расширить расчетную область вниз по потоку и использовать “рециклинг” - переноси полей скоростей на входную границу с некоторого удаления от нее. Однако, при таком подходе необходимо рассчитывать течение в основной области в течении всего интервала времени, за который флюктуации скорости во входном сечении выйдут на статистически установившийся режим.

При расчете развивающегося течения (например, пограничного слоя) можно использовать метод перемасштабирования поля скорости, взятого с плоскости, отстоящей на некоторое расстояние от входной границы [9]. Схема такого расчета приведена на рис. 2.

Поле скорости на выбранной плоскости расщепляют на среднюю и флюктуационную составляющую, и масштабируют составляющие раздельно во внешней и внутренней области пограничного слоя в соответствии с известными законами эволюции пограничного слоя. Полученное таким образом поле используют в качестве входного граничного условия. Использование перемасштабирования вносит некоторую погрешность в поля компонент скорости во входном сечении, поэтому полученное поле скорости будет перестраиваться на коротком переходном участке вблизи входа.

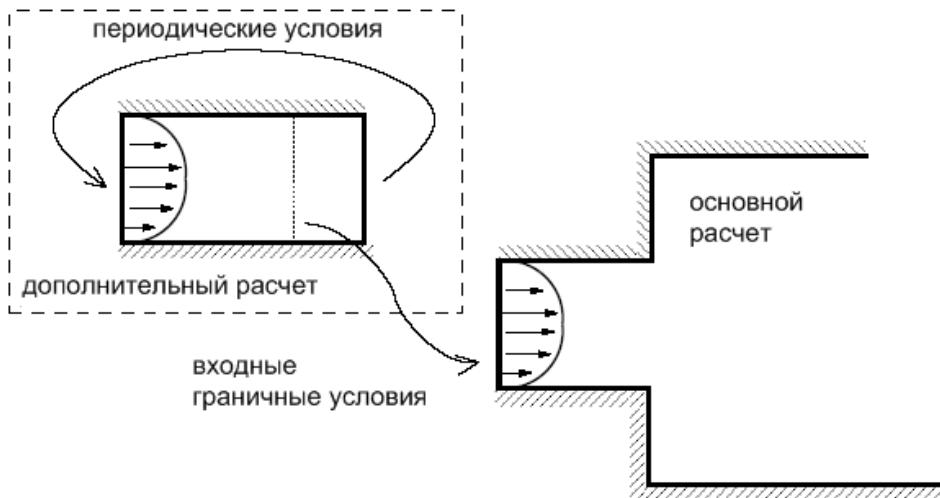


Рис. 1: Использование дополнительного расчета полностью развитого течения.

Для инициализации дополнительного расчета, так же как и для канала, используют осредненные профили скорости (из RANS расчета) и флуктуации скорости, полученные при помощи генерации синтетической турбулентности, расчета однородной изотропной турбулентности или каким-либо другим способом.

Существенным недостатком этого метода является его неприменимость для тех случаев, в которых профили скорости в разных сечениях не являются подобными (например, пограничный слой с градиентом давления). В этом случае поле скорости во входном сечении нельзя получить перемасштабированием поля из другой плоскости.

Это условие существенно ограничивает применимость этого метода для расчета сложных турбулентных течений. Можно выделить две типичные ситуации, в которых применение метода “рециклинга” не затруднено: развитое течение в канале и течение в пограничном слое на плоской пластине. Использование этого метода для более сложных течений существенно затруднено.

## 1.2 Методы генерации синтетической турбулентности

Методы генерации синтетической турбулентности создают поле скорости, напоминающее реальную турбулентность. Оно аппроксимирует поле турбулентных флуктуаций, воспроизводя некоторые статистические характеристики течения (средняя скорость, тензор рейнольдсовых напряжений, двухточечные корреляции). Однако, полученное поле может иметь структуру, существенно отличную от структуры реального турбулентного течения.

Так как структура синтетического поля турбулентных флуктуаций не соответствует реальной турбулентности, появляется некоторый переходный участок, в течение которого синтетическое поле преобразуется в физически реалистичное поле флюкту-

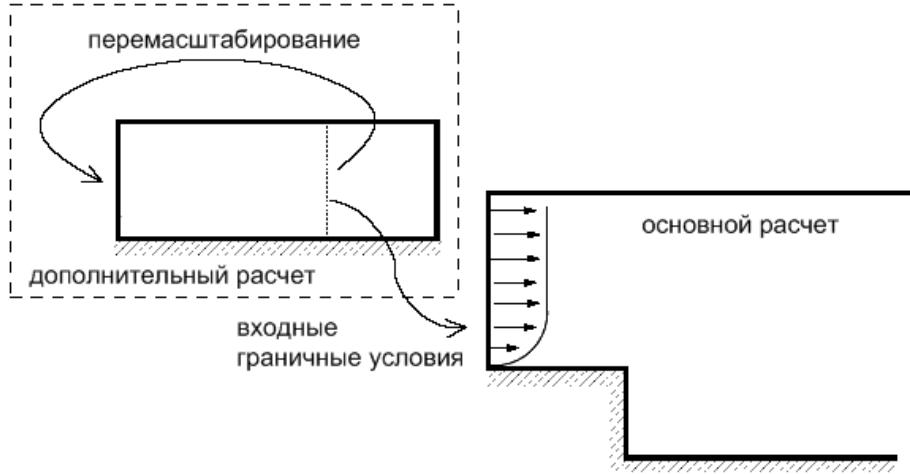


Рис. 2: Использование дополнительного расчета пограничного слоя с перемасштабированием.

аций. Показателем качества синтетического поля турбулентных флюктуаций может служить длина этого переходного участка.

Подробный обзор методов генерации синтетической турбулентности приведен в работе [5].

Ниже рассмотрены три значимых класса методов генерации синтетического поля скорости - алгебраические, спектральные и особый класс - методы, создающие синтетическое поле флюктуаций скорости как суперпозицию локальных структур, обладающих заданными свойствами. К таким методам, в частности, принадлежит рассматриваемый в настоящей работе метод синтетических вихрей.

### 1.2.1 Алгебраические методы

Алгебраические методы основаны на использовании случайного сигнала, преобразованного специальным образом для того, чтобы воспроизвести некоторые статистические характеристики турбулентности. Наиболее простой метод использует в качестве флюктуаций компонент скорости случайные числа  $r_i$  с нормальным распределением, нулевым средним  $M[x] = 0$  и единичной дисперсией  $D[x] = 1$ , масштабированные так, чтобы воспроизвести поле кинетической энергии пульсационного движения. Поле компонент скорости вычисляют как сумму среднего значения и флюктуаций:

$$u_i = U_i + r_i \sqrt{\frac{2}{3}} k_t,$$

где  $U_i$  - осредненное значение  $i$ -й компоненты скорости,  $k_t$  - кинетическая энергия турбулентности,  $u_i$  - окончательное значение  $i$ -й компоненты скорости. Поле компонент скорости, полученное таким образом, воспроизводит профили средней скорости

и кинетической энергии турбулентности, но все касательные напряжения Рейнольдса, двухточечные корреляции, корреляции во времени, а также моменты более высокого порядка при этом оказываются равны нулю.

Для того, чтобы воспроизвести касательные напряжения, можно применить способ, описанный в [9]. Для получения поля скорости с заданными значениями компонент тензора напряжений Рейнольдса применяется разложение Холецкого  $a_{ij}$  тензора рэйнольдсовых напряжений  $R_{ij}$

$$u_i = U_i + r_j a_{ij}$$

где

$$(a_{ij}) = \begin{pmatrix} \sqrt{R_{11}} & 0 & 0 \\ \frac{R_{21}}{\sqrt{R_{11}}} & \sqrt{R_{22} - a_{21}^2} & 0 \\ \frac{R_{31}}{a_{11}} & \frac{R_{32} - a_{21}a_{31}}{a_{32}} & \sqrt{R_{33} - a_{31}^2 - a_{32}^2} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Случайные числа  $r_i$  должны удовлетворять условиям  $\langle r_i r_j \rangle = \delta_{ij}$  и  $\langle r_i \rangle = 0$ .

Несмотря на точное воспроизведение одноточечных моментов второго порядка, полученное поле компонент скорости имеет нулевые корреляции как в пространстве, так и во времени. Спектр такого поля равномерный, т.е. большая часть энергии содержится в его высокочастотной части и, следовательно, быстро затухает, в отличие от реальной турбулентности. Таким образом, случайное поле, полученное без учета пространственных и временных корреляций, быстро теряет большую часть кинетической энергии турбулентного движения, что и наблюдается в расчетах с применением такого метода генерации синтетического поля флуктуаций скорости для задания входных граничных условий в LES области [9]. Затухание пульсаций настолько сильно, что для пограничного слоя, например, сначала наблюдается ламинаризация, и лишь затем следует переход к турбулентности [9].

Для генерации турбулентных флуктуаций с заданными пространственными и временными корреляциями были предложены методы, использующие цифровую фильтрацию сигнала (см. например [10]). Однако, применение этих методов требует точных данных о пространственных и временных корреляциях, которые можно получить только в результате расчета самого рассматриваемого течения или из эксперимента. Попытки же аппроксимации корреляционных функций простыми зависимостями приводят к существенному ухудшению качества синтетического поля флуктуаций скорости на входной границе, и, как следствие, к неудовлетворительному описанию всего течения [10].

Еще один способ генерации синтетической турбулентности базируется на применении метода главных компонент [7]. Качество синтетического поля, полученного этим методом, может быть очень высоким, так, в одном из вариантов расчета течения в

плоском канале, приведенном в работе [7], переходный участок, на котором заданное поле трансформируется в реалистичное, практически отсутствует. Однако, как и в предыдущем случае, для применения этого метода нужен очень большой объем данных, специфических для данного течения, которые можно получить только путем расчета самого течения. Это по существу означает непригодность метода для практики.

### 1.2.2 Спектральные методы

Спектральные методы основаны на представлении поля флюктуаций в виде суммы конечного числа гармоник. Впервые такой подход был применен для генерации синтетического трехмерного однородного и изотропного поля скорости для изучения диффузии пассивного скаляра в турбулентном течении [8]. Безразмерное возмущение поля скорости в этом методе представляют следующим образом:

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^N (\zeta_n \times \mathbf{k}_n \cos(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} + \omega_n t) + \xi_n \times \mathbf{k}_n \sin(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} + \omega_n t)) \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{k}_n$  - волновой вектор, соответствующий mode  $n$ ,  $\zeta_n$  и  $\xi_n$  - случайные вектора, компоненты которых подчиняются нормальному распределению с нулевым средним и единичной дисперсией. Временные частоты  $\omega_n$  являются случайными величинами с нормальным распределением, нулевым средним и единичной дисперсией. Компоненты волнового вектора представляют собой случайные величины, подчиняющиеся нормальному распределению с нулевым средним и дисперсией  $1/2$ . При таком определении этих компонент спектр энергии пульсационного движения имеет вид  $E(k) \sim k^4 \exp(-2k^2)$ .

Адаптация этого метода для случая неоднородного поля скорости, с применением только статистических характеристик течения, полученных из RANS решения, разработана в работах [17, 3]. В качестве исходных данных для построения синтетического поля флюктуаций скорости используются компоненты тензора напряжений Рейнольдса, линейный и временной масштабы турбулентности. Для получения неоднородного и анизотропного поля синтетического поля флюктуаций скорости локальный линейный и временной масштабы подставляют в формулу (2), а затем к полученному полулю применяют преобразование (1). Использование переменных масштабов приводит к разрушению или сильной деформации когерентных структур в области больших градиентов осредненных гидродинамических величин. Поэтому в случае пристенных течений флюктуации такого синтетического поля существенно затухают на начальном участке, и для восстановления статистических характеристик пульсационного движения требуется длительное время. Так, в работе [5], при применении метода [3] было установлено, что для течения в канале длина переходного участка, на котором про-

исходило восстановление коэффициента трения, составляет  $20\delta$ , где  $\delta$  - полуширина канала.

### 1.2.3 Метод синтетических вихрей (МСВ)

Метод синтетических вихрей создает синтетическое поле скорости, которое вычисляется как суперпозиция конечного числа локальных флуктуаций со случайными координатами и интенсивностями. Основанием для такого способа представления поля пульсаций скорости служит то, что в турбулентных течениях большая часть напряжений Рейнольдса создается крупномасштабными вихревыми структурами, поэтому генерация поля скорости как суперпозиции набора таких структур представляется достаточно оправданной.

Более детальное описание и обоснование метода синтетических вихрей можно найти в [5]. Остановимся далее на деталях реализации этого метода.

Пусть необходимо вычислить синтетическое поле турбулентных пульсаций на множестве точек  $S = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_s\}$  в трехмерном пространстве (например, на плоскости расчетной сетки, соответствующей входной границе расчетной области). Известными параметрами предполагаются поле осредненной скорости  $\mathbf{U}$ , компоненты тензора Рейнольдсовых напряжений  $R_{ij}$  и характерный масштаб турбулентности  $\sigma$ .

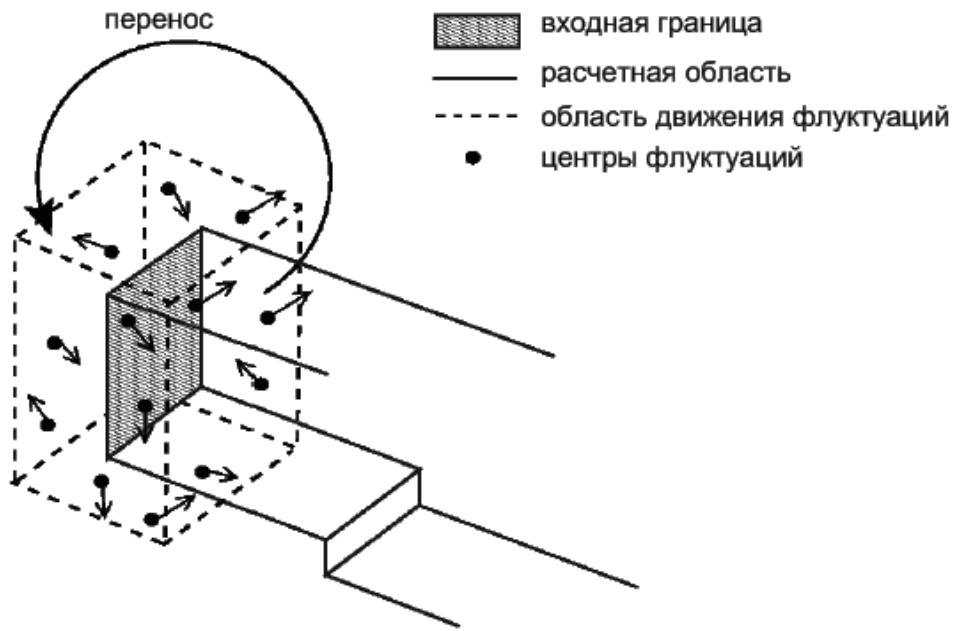


Рис. 3: Точки, на которых вычисляется поле турбулентных пульсаций (множество  $S$ ) и окружающий их параллелепипед  $B$ .

Все точки множества  $S$  содержатся в прямоугольном параллелепипеде  $B$ , определяемом как

$$B = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_{i,min} < x_i < x_{i,max}, i = \{1, 2, 3\}\} \quad (3)$$

где

$$x_{i,min} = \min_{x \in S} (x_i - \sigma(x)) \text{ и } x_{i,max} = \max_{x \in S} (x_i - \sigma(x)). \quad (4)$$

На рис. 3 показаны точки множества  $S$  и окружающий их прямоугольный параллелепипед  $B$  объемом  $V_B$ .

Поле турбулентных пульсаций вычисляют как суперпозицию  $N$  локальных флуктуаций

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \mathbf{c}^k f_{\sigma(\mathbf{x})} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^k) \quad (5)$$

Здесь  $\mathbf{x}^k$  - координаты центров локальных флуктуаций,  $\mathbf{c}^k$ - их интенсивности, а величины  $f_{\sigma(\mathbf{x})} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^k)$  представляют собой распределение скорости в единичной флуктуации с центром в  $\mathbf{x}^k$ . В методе используется универсальное распределение для всех флуктуаций, зависящее только от линейного масштаба

$$f_{\sigma} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^k) = \sqrt{V_B} \sigma^{-3} f \left( \frac{x - x^k}{\sigma} \right) f \left( \frac{y - y^k}{\sigma} \right) f \left( \frac{z - z^k}{\sigma} \right) \quad (6)$$

где функция  $f$  отлична от нуля только на отрезке  $[-\sigma, \sigma]$  и удовлетворяет условию

$$\int_{-\sigma}^{\sigma} f^2(x) dx = 1.$$

В работе автора метода [5] предлагается задавать эту функцию следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{3}{2}} (1 - |x|) & \text{при } x < 1 \\ 0 & \text{в другом случае} \end{cases}$$

Существенным недостатком описанного способа задания поля турбулентных флуктуаций является несоленоидальность полученного в результате поля скорости. Так как каждая отдельная флуктуация не удовлетворяет уравнению неразрывности, то и все поле в целом не является бездивергентным. Данное обстоятельство не только ухудшает качество синтетической турбулентности, но может также приводить к снижению устойчивости численных методов расчетов течений несжимаемой жидкости.

Центры флуктуаций  $\mathbf{x}^k$  в начальный момент времени располагают внутри прямоугольного параллелепипеда  $B$  с равномерным распределением, независимо друг от друга, а их интенсивности  $\mathbf{c}^k$  вычисляют как

$$\mathbf{c}^k = a_{ij} \varepsilon_j^k,$$

где  $a_{ij}$  - компоненты декомпозиции Холецкого тензора напряжений Рейнольдса  $R_{ij}$

(см. (1)), а  $\varepsilon_j^k$  - случайная величина с нулевым средним и единичной дисперсией. В соответствие с [5] будем использовать дискретное распределение  $\varepsilon_j^k \in \{-1, 1\}$  с равной вероятностью значений.

Метод предусматривает прямолинейное передвижение локальных флюктуаций по области  $B$  с постоянной скоростью  $\mathbf{U}_c$ , характерной для исследуемого течения. В качестве скорости  $\mathbf{U}_c$  можно выбрать осредненную по пространству и времени на множестве точек  $S$  скорость

$$\mathbf{U}_c = \int_S \mathbf{U}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

На каждом следующем временном шаге координаты центров локальных флюктуаций вычисляют как

$$\mathbf{x}^k(t + dt) = \mathbf{x}^k(t) + \mathbf{U}_c dt,$$

где  $dt$  - временной шаг нестационарного расчета. Если флюктуация  $k$  выходит за пределы параллелепипеда  $B$  через поверхность  $F$ , то она восстанавливается случайным образом на поверхности параллелепипеда  $B$ , противоположной  $F$  с новым случайным вектором интенсивности  $\varepsilon_j^k$  (см. рис. 3).

Таким образом, в начале расчета с использованием генерации синтетического поля турбулентных пульсаций методом синтетических вихрей необходимо выполнить следующие шаги:

1. Вычислить все необходимые величины ( $U_i$ ,  $R_{ij}$  и  $\sigma$ ) на множестве точек  $S$  исходя из доступной информации (например, RANS расчета, результатов эксперимента или аналитического решения).
2. Вычислить границы прямоугольника  $B$ , в котором будут располагаться локальные флюктуации скорости по уравнениям (3) и (4).
3. Для каждого  $k$  от 1 до  $N$  выбрать два случайных вектора -  $\mathbf{x}^k$  и  $\varepsilon_j^k$  (центр и интенсивность флюктуации соответственно).

При проведении расчета течения на каждом шаге по времени необходимо выполнить следующие операции:

1. Вычислить поле скорости на множестве точек  $S$  по формуле (5).
2. Переместить центры флюктуаций со скоростью  $\mathbf{U}_c$  и времененным шагом  $dt$ .
3. Для всех тех флюктуаций, которые вышли за пределы прямоугольного параллелепипеда  $B$ , выбрать новые радиус-вектор центра и интенсивность. Перейти на следующий шаг по времени (вернуться к пункту 1).

Для применения метода синтетических вихрей необходимо задать на входной границе расчетной области поля осредненной по времени скорости, компонент тензора

рейнольдсовых напряжений и линейного масштаба турбулентности. Основным интересующим нас приложением метода является генерация турбулентных пульсаций на границе RANS и LES областей, поэтому будем считать, что нам известно решение уравнений Рейнольдса на этой границе. Будем предполагать, что в качестве полуэмпирической модели турбулентности используется  $k - \omega$  SST модель Ментера [11], одна из наиболее широко используемых в настоящее время.

При использовании модели SST компоненты тензора реинольдсовых напряжений вычисляют как

$$R_{ij} = -2\nu_t S_{ij} + \frac{2}{3}k\delta_{ij},$$

при этом нормальные напряжения полагают изотропными. Линейный масштаб турбулентности вычисляют как

$$L_{SST} = \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}.$$

Для течений в канале и в пограничном слое в области логарифмического профиля скорости линейный масштаб, выбранный таким образом, пропорционален расстоянию до стенки  $L_{SST} \approx 2 - 2.5d_w$ , где  $d_w$  - расстояние до стенки [11].

В работе автора метода [5] предлагается использование следующего способа задания изотропного линейного масштаба, используемого для генерации синтетического поля флюктуаций

$$\sigma = \max \left( \min \left( \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right),$$

где  $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  - максимум из шагов сетки в рассматриваемой точке,  $\kappa = 0.41$  - постоянная Кармана,  $\delta$  - линейный масштаб течения (толщина пограничного слоя). Выбор в качестве нижней границы для масштаба величины шага сетки  $\Delta$  объясняется тем, что в LES расчетах продольный масштаб сетки выбирают, основываясь на размере пристенных турбулентных структур.

Для оценки достаточного количества дискретных локальных флюктуаций в работе [5] была предложена простая формула

$$N = \max_{x \in B} \left( \frac{V_B}{\sigma^3} \right)$$

Результаты применения метода для канонических пристенных течений, приведенные в [5], значительно превосходят результаты применения ранее рассмотренных методов, применимых для генерации турбулентных пульсаций на основе RANS решения. Так, для плоского канала и пограничного слоя коэффициент трения восстанавливается на расстоянии  $8 - 10\delta$  от входного сечения. Величина отклонения коэффициента трения также меньше для этого метода по сравнению с ранее рассмотренными.

### **1.3 Заключение**

На основании проведенного обзора методов постановки входных граничных условий для LES можно сделать вывод о том, что наиболее приспособленными для задач, требующих использования LES в областях сложной геометрии, являются методы генерации синтетической турбулентности. При решении практических задач в распоряжении имеется только RANS решение, что еще сильнее ограничивает круг методов постановки входных граничных условий, пригодных для использования при произвольном расположении границы между RANS и LES областями в течении сложной геометрии.

Из рассмотренных методов, удовлетворяющих приведенным требованиям, наибольшую точность показывает MCB. Поэтому именно этот метод был выбран для реализации и последующего детального тестирования.

## **2 Реализация и оценка эффективности MCB**

В этой главе приведены результаты реализации MCB в вычислительном коде NTS и последующего тестирования метода на двух канонических типах течений - в плоском канале и в пограничном слое. Кратко описана методика оценки эффективности метода, основанная на сравнении результатов применения MCB и “рециклинга” для расчета одного и того же течения. Затем описаны постановка задачи расчета течения и метод ее решения. Далее следует описание “эталонных” результатов, полученных с применением “рециклинга”. Завершают главу результаты применения MCB, их сравнение с “эталонными”, и выводы об эффективности MCB.

### **2.1 Методика оценки эффективности метода**

Для исследования качества синтетической турбулентности необходимо сравнить результаты расчетов, выполненных с применением MCB, с более точными данными о характеристиках турбулентности. В качестве тестов для оценки эффективности и точности MCB были рассмотрены две задачи - течение в плоском канале и течение в пограничном слое, по которым имеются литературные данные о результатах прямого численного моделирования [12, 18]. Следует отметить, что расхождение результатов может быть вызвано не только применением MCB, но и другими факторами, в частности, грубостью расчетной сетки и погрешностью, связанной с несовершенством подсеточной модели. Поэтому для адекватной оценки качества метода необходимо сравнение результатов расчетов, в которых численная процедура совпадает, а различие имеется только в способе задания турбулентных флюктуаций во входном сечении.

В контрольном варианте для задания турбулентных флюктуаций применяется метод “рециклинга” (см. 1.1). Такой метод используется в том числе для проведения прямого численного моделирования, результаты которого потом используются в качестве эталонных. Из литературы известно, что решения, полученные при помощи такой процедуры, качественно воспроизводят статистические характеристики турбулентного течения [9, 12].

### **2.2 Постановка задачи о LES пристенных течений несжимаемой жидкости и метод расчета**

В настоящей работе описанный в предыдущей главе метод был реализован и протестирован в сочетании с методом LES. “Эталонные” расчеты также проводились методом LES. Используемые при этом пространственно отфильтрованные уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в сочетании с подсеточной моделью из класса моделей вихревой вязкости, имеют в безразмерной форме следующий вид.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{V} &= 0 \\ \frac{d\vec{V}}{dt} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} &= -\nabla p + \nabla \cdot \left( \left( \frac{1}{Re} + \nu_{sgs} \right) \nabla \vec{V} \right)\end{aligned}$$

Здесь  $\vec{V}$  - вектор отфильтрованного поля скорости,  $p$  - давление,  $Re$  - число Рейнольдса,  $\nu_{sgs}$  - величина подсеточной вязкости, определяемая конкретной используемой моделью.

В качестве подсеточной модели была использована модель Смагоринского с демпфирующим множителем Ван-Дриста

$$\nu_{sgs} = (C_{SMAG} \Delta)^2 \left( 1 - \exp \left( - \left( \frac{y^+}{25} \right)^3 \right) \right) S, \quad (7)$$

где  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ ,  $S_{ij}$  - компоненты тензора скоростей деформаций,  $y^+$  - расстояние до стенки в единицах закона стенки,  $\Delta$  - подсеточный масштаб,  $C_{SMAG}$  - константа Смагоринского (выбранная равной 0.2). Такое значение константы Смагоринского обеспечивает наилучшее соответствие спектра, полученного в расчете затухания однородной изотропной турбулентности, закону 5/3 [15].

Подсеточный масштаб, входящий в (7) определялся в соответствии с работой [16]:

$$\Delta = \min(\max(C_w d_w, C_w h_{max}, h_{wn}), h_{max})$$

Как показано в [16], такой выбор  $\Delta$  обеспечивает весьма точное описание пристенных течений при стандартном значении  $C_{SMAG}$ , определенном для свободных турбулентных течений.

При проведении расчетов использовался код NTS, описанный в [4]. Он предназначен для расчета двумерных и трехмерных стационарных и нестационарных течений газа и несжимаемой жидкости на многоблочных перекрывающихся структурированных сетках методом конечных объемов с применением схем высокого порядка точности. Для расчета течений несжимаемой жидкости в коде NTS применяется метод Rogers, Kwak [13]. Аппроксимация невязких потоков при расчетах турбулентных течений проводилась при помощи центрально-разностной схемы 4-го порядка, а для аппроксимации вязких потоков использовалась центрально-разностная схема 2-го порядка. Интегрирование по времени производится с применением неявной схемы 2-го порядка точности. Для решения систем линейных уравнений использовалась приближенная факторизация с диагональным доминированием (DDADI).

## 2.3 Постановка и “эталонные” результаты решения тестовых задач

### 2.3.1 Задача об установившемся течении в плоском канале

Первым контрольным вариантом был расчет установившегося турбулентного течения несжимаемой жидкости в плоском канале при  $Re_\tau = 400$ . При этом число Рейнольдса, построенное по среднерасходной скорости  $U_b$ , полуширине канала  $\delta$  и вязкости  $\nu$  составляло  $Re = \frac{U_b \delta}{\nu} = 7 \cdot 10^3$ . Для сравнения использовались литературные данные о результатах DNS при  $Re_\tau = 395$  [12].

Расчетная область имела размерность  $8\delta \times 2\delta \times 3\delta$  ( $x \times y \times z$ ) в направлениях по течению, перпендикулярно стенкам и поперек течения (параллельно стенкам) соответственно. На стенках было задано условие прилипания  $\vec{V} = 0$ , а в направлении поперек течения - условие периодичности. На выходной границе задавалось условие равенства нулю давления.

Поле скорости на входной границе задавали путем переноса поля скорости с сечения  $\frac{x}{\delta} = 6$  с масштабированием таким образом, чтобы среднерасходная скорость во входном сечении была равна  $\frac{U}{U_b} = 1$ . Такое масштабирование необходимо для предотвращения незатухающих колебаний расхода и волн давления, передвигающихся вдоль расчетной области. Схема постановки условия на входной границе приведена на рис. 4.

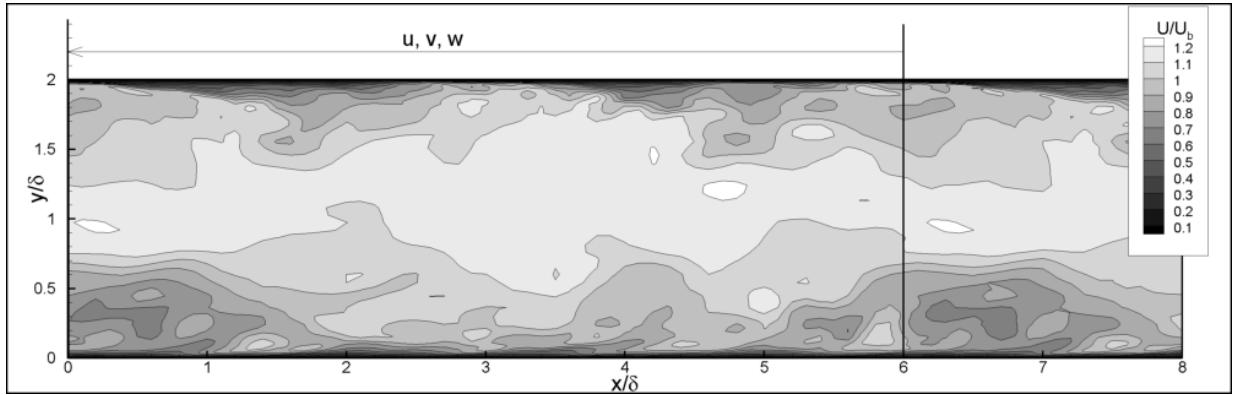


Рис. 4: Мгновенное поле продольной компоненты скорости.

Расчет был произведен на трех сетках, которые различались шагом в направлениях  $x$  и  $z$  и общим количеством ячеек. Распределение точек сетки по направлению  $y$  во всех случаях было одинаковым: пристенный шаг имел размер  $\frac{\Delta y_{min}}{\delta} = 2.4 \cdot 10^{-3}$  (в единицах закона стенки  $\Delta y_{min}^+ = 0.9$ ), от стенки шаг увеличивался с коэффициентом 1.1, в центре канала шаг в единицах закона стенки был равен  $\Delta y_{max}^+ = 23$ . Параметры всех использованных расчетных сеток приведены в табл. 1.

Для построения начального поля скорости была использована следующая процедура: к RANS решению, постоянному по  $x$  и  $z$ , добавлялись флуктуации скорости,

Вариант	$\frac{\Delta x}{\delta}$	$\Delta x^+$	$\frac{\Delta z}{\delta}$	$\Delta z^+$	Общее число узлов
A, $54 \times 84 \times 41$	0.150	60	0.075	30	185976
B, $81 \times 84 \times 61$	0.100	40	0.050	20	415044
C, $108 \times 84 \times 81$	0.075	30	0.0375	15	734832

Таблица 1: Сетки для расчета периодического течения в канале.

полученные из расчета однородной изотропной турбулентности в кубической расчетной области. Все расчетная область была поделена на кубы со стороной  $\delta$ , в каждой из которых флюктуации скорости вычисляли интерполяцией с сетки для расчета однородной изотропной турбулентности на сетку, используемую для расчета течения в канале. Возмущения скорости были отмасштабированы так, чтобы максимальные значения возмущений компонент скорости были около  $0.2U_b$ . Кроме того, возмущения компонент скорости были умножены на величину, пропорциональную кинетической энергии турбулентности.

При таком выборе начального поля скорости средний по всей области коэффициент трения некоторое время спадает, затем восстанавливается до постоянного значения и слабо колеблется вокруг него. Осреднение по времени производилось на интервале времени  $t \in [40\frac{\delta}{U_b} : 200\frac{\delta}{U_b}]$ , на котором средний коэффициент трения близок к постоянному значению, что означает выход течения на статистически стационарный режим.

Начальное поле давление было однородным. Вследствие этого, в начале расчета образуется волна давления, движущаяся вдоль канала, которая несколько раз проходит по каналу, отражаясь от границ. Однако, к началу интервала времени  $t \in [40\frac{\delta}{U_b} : 200\frac{\delta}{U_b}]$ , на котором производится осреднение, эти колебания давления затухают.

Осреднение производили по времени, координатам  $x$  и  $z$ , а также по верхней ( $y$ ) и нижней половинам расчетной области.

Результатом расчета являются профили осредненных компонент скорости, напряжений Рейнольдса, а также значение среднего коэффициента трения на стенке. Профили скорости и напряжений Рейнольдса для всех вариантов расчета приведены на рис. 5. Здесь и далее используется обозначение  $u' = \sqrt{\langle u - \langle u \rangle \rangle^2}$ .

Из рисунка видно, что профиль касательного напряжения турбулентного трения достаточно точно воспроизводится на всех рассматриваемых сетках. Профиль средней скорости несколько отличается от точного для сетки А. Для сеток А и В видно отклонение профилей нормальных напряжений от результатов DNS [12]. Но в целом полученные статистические характеристики турбулентного течения можно признать сходными с результатами DNS.

Распределение осредненного по времени и координате  $z$  коэффициента трения по

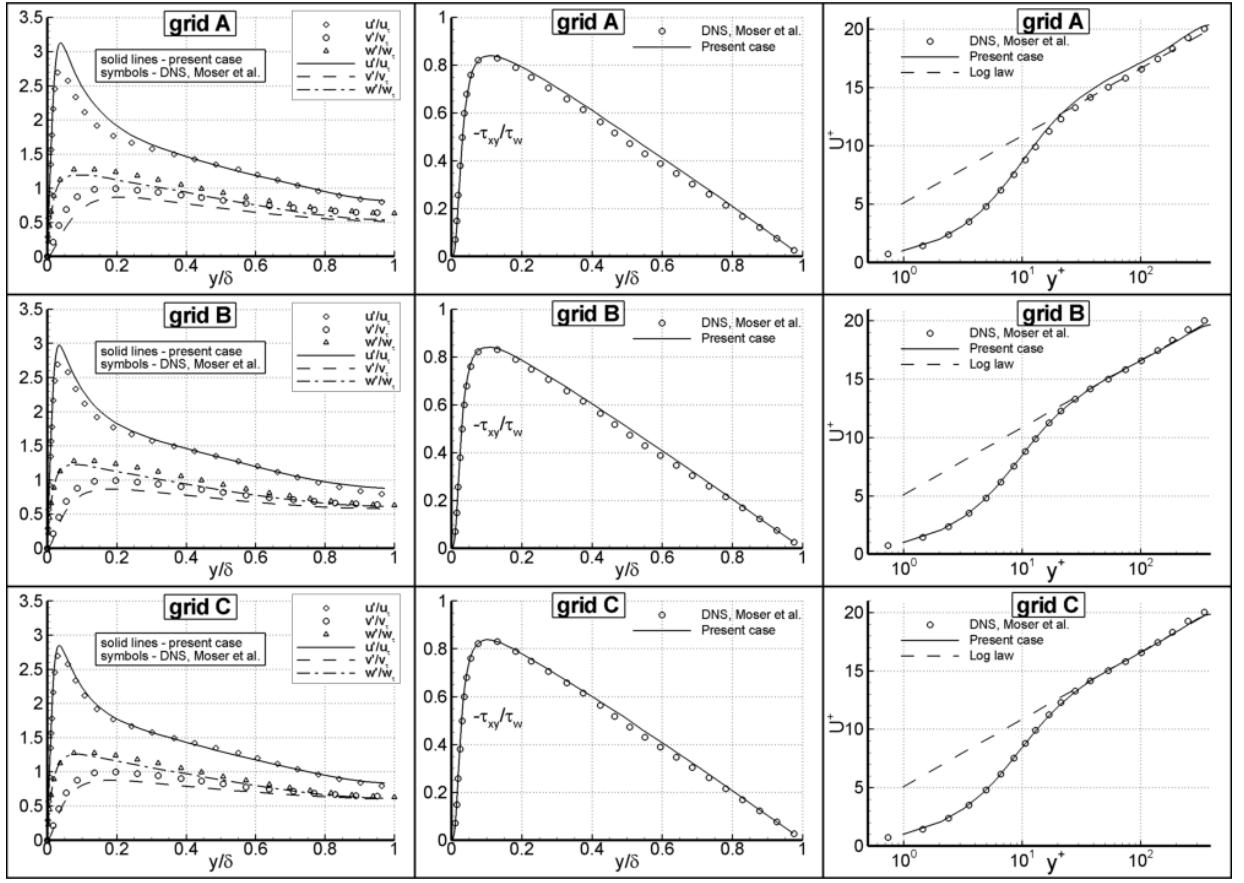


Рис. 5: Влияние сетки на профили пульсаций компонент скорости, касательных турбулентных напряжений и профиль средней скорости в координатах закона стенки, полученные при расчете течения в плоском канале при  $Re_\tau = 400$ .

длине канала для варианта В приведено на рис. 6.

Величина коэффициента трения в варианте А на 5 – 7% ниже, чем для более мелких сеток вследствие того, что на сетке с таким шагом не полностью разрешаются энергонесущие вихри. Расчет на сетке В дает то же значение трения, что и расчет на более мелкой сетке С. Таким образом, сетка В является достаточно мелкой для получения практически не зависящего от сетки значения трения на стенке, а дальнейшее измельчение сетки улучшает только профили напряжений Рейнольдса.

Полученные результаты хорошо согласуются с литературными данными. Следовательно, они могут быть использованы в дальнейшем в качестве “эталонных” для оценки эффективности метода постановки входных граничных условий для LES.

### 2.3.2 Задача о турбулентном пограничном слое на плоской пластине

В качестве “эталонного” варианта для этого типа течений было выбрано течение в пограничном слое на плоской пластине в диапазоне  $Re_\theta = 1200 \div 1700$  ( $Re_\theta$  - число Рейнольдса, построенное по характерной скорости течения  $U_b$ , вязкости  $\nu$  и толщине потери импульса  $\theta$ :  $Re_\theta = \frac{U_b \theta}{\nu}$ ). В литературе имеются результаты прямого численного

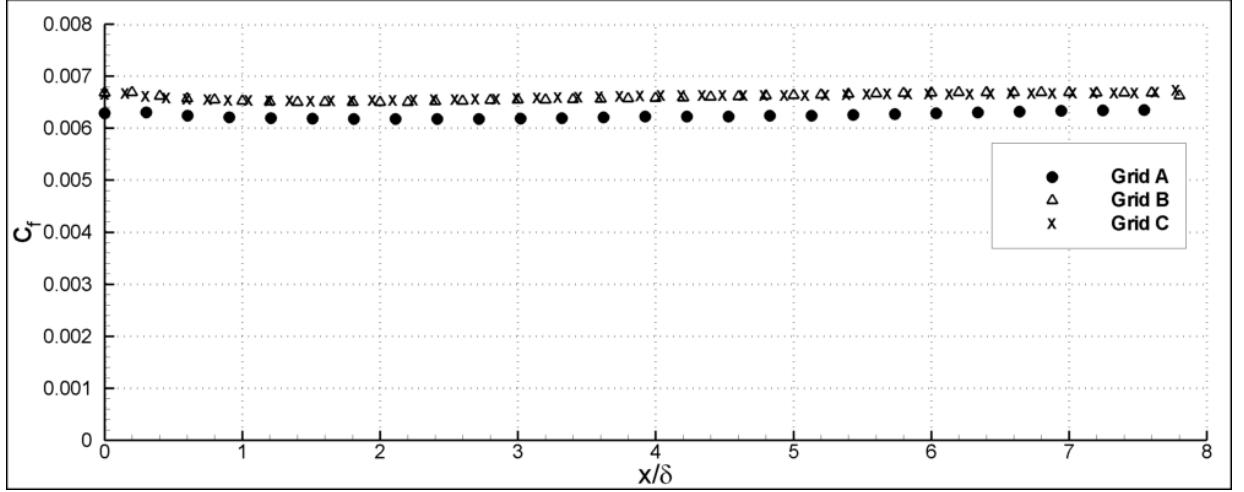


Рис. 6: Сравнение осредненного по времени и координате  $z$  коэффициента трения  $c_f$  для различных сеток.

моделирования течения в пограничном слое при  $Re_\theta = 1410$  [18].

Пограничный слой, в отличие от течения в канале, развивается по продольной координате. Вниз по течению пограничный слой увеличивает свою толщину, поэтому простой перенос поля скорости с какого-либо сечения на входную границу невозможен, необходимо применять перемасштабирование (см. рис. 7).

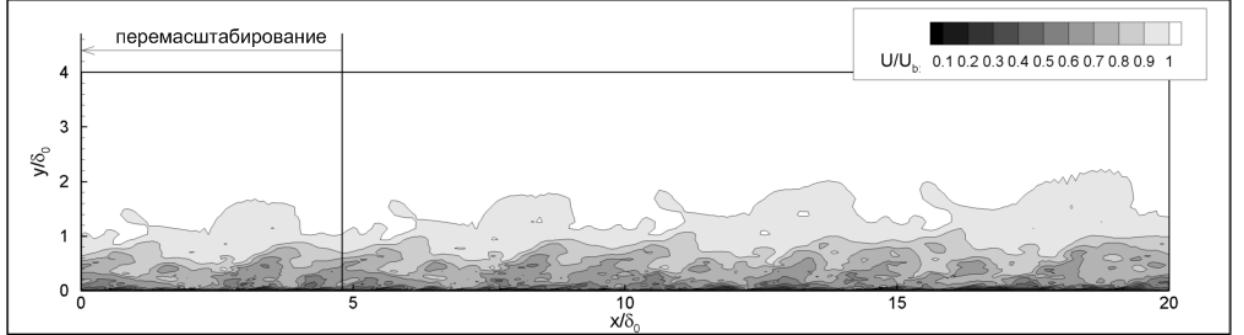


Рис. 7: Мгновенное поле продольной компоненты скорости.

Для постановки условий на входной границе была использована процедура перемасштабирования, описанная в [21], которая представляет собой значительное упрощение подхода Lund [9]. Кратко опишем эту процедуру.

Пусть  $x$  - продольная координата (вдоль течения),  $y$  - расстояние до стенки. Зададим длину “рециклинга”  $L_{rec}$  и отношение толщин пограничного слоя на этом расстоянии  $\eta = \frac{\delta_{recyc}}{\delta_0}$ . Тогда поле во входном сечении будет вычисляться как

$$\vec{U}(0, y, z, t) = \vec{U}(L_{recyc}, y\eta, z, t - \Delta t)$$

Для предварительного определения скорости роста толщины пограничного слоя используется двумерный RANS расчет. Важным условием применимости подобного

подхода является низкое относительное увеличение толщины пограничного слоя  $\eta$ . В настоящей работе  $\eta$  не превышало 1.1.

Расчетная область имела размерность  $20\delta_0 \times 4\delta_0 \times 3\delta_0$  ( $x \times y \times z$ ), где  $\delta_0$  - значение толщины пограничного слоя во входном сечении. Была использована прямоугольная сетка размерностью  $257 \times 56 \times 78$  узлов (1122576 узлов всего) со сгущением к пластине по координате  $y$  по геометрической прогрессии с показателем 1.1. В единицах закона стенки шаги имели следующую размерность:  $\Delta x^+ \approx 40$ ,  $\Delta y_{min}^+ \approx 1.0$ ,  $\Delta y_{max}^+ \approx 180$ ,  $\Delta z^+ \approx 20$ .

Для получения осредненных характеристик течения мгновенные поля осреднялись по времени на интервале  $t \in \left[ \frac{60\delta_0}{U_b} : \frac{400\delta_0}{U_b} \right]$  и по  $z$ . Результатом расчета являются профили осредненных компонент скорости и компоненты тензора Рейнольдсовых напряжений. На рис. 8 представлены профили средней скорости, напряжений Рейнольдса в сечении при  $Re_\theta = 1410$  ( $\frac{x}{\delta_0} = 12.3$ ) и распределения среднего коэффициента трения  $c_f$  и числа Рейнольдса  $Re_\theta$  по координате  $x$  (толщина пограничного слоя в выбранном сечении составила  $\frac{\delta}{\delta_0} = 1.32$ ).

Из рис. 8 видно, что профили скорости и касательных напряжений Рейнольдса практически совпадают с результатами DNS [18], а профили нормальных напряжений Рейнольдса заметно отклоняются от эталонных (расхождение достигает 10%). Причиной этого является слишком большие шаги сетки по направлениям  $x$  и  $z$ . Тем не менее, результаты расчета можно признать вполне удовлетворительными.

## 2.4 Оценка эффективности МСВ

Детальное тестирование эффективности метода МСВ включает в себя как априорную оценку качества синтетической турбулентности, создаваемой методом, так и оценку результатов применения метода для решения практических задач.

В настоящей работе априорная оценка производится путем визуального сравнения синтетического поля скорости с соответствующим полем, полученным в “эталонном” расчете. Сопоставляются поля компонент скорости в плоскости  $y - z$ , а также изоповерхности закрутки, визуализирующие трехмерные вихревые структуры течения. Такая визуализация позволяет выяснить как “выглядит” синтетическая турбулентность, создаваемая МСВ.

Тестирование МСВ для решения практических задач производилось следующим образом: для течений в плоском канале и в пограничном слое на плоской пластине были проведены расчеты с применением МСВ. Результаты этих расчетов сравнивались с соответствующими “эталонными”. Сравнивалось развитие вниз по течению профилей средней скорости и напряжений Рейнольдса, а также коэффициента трения на стенке

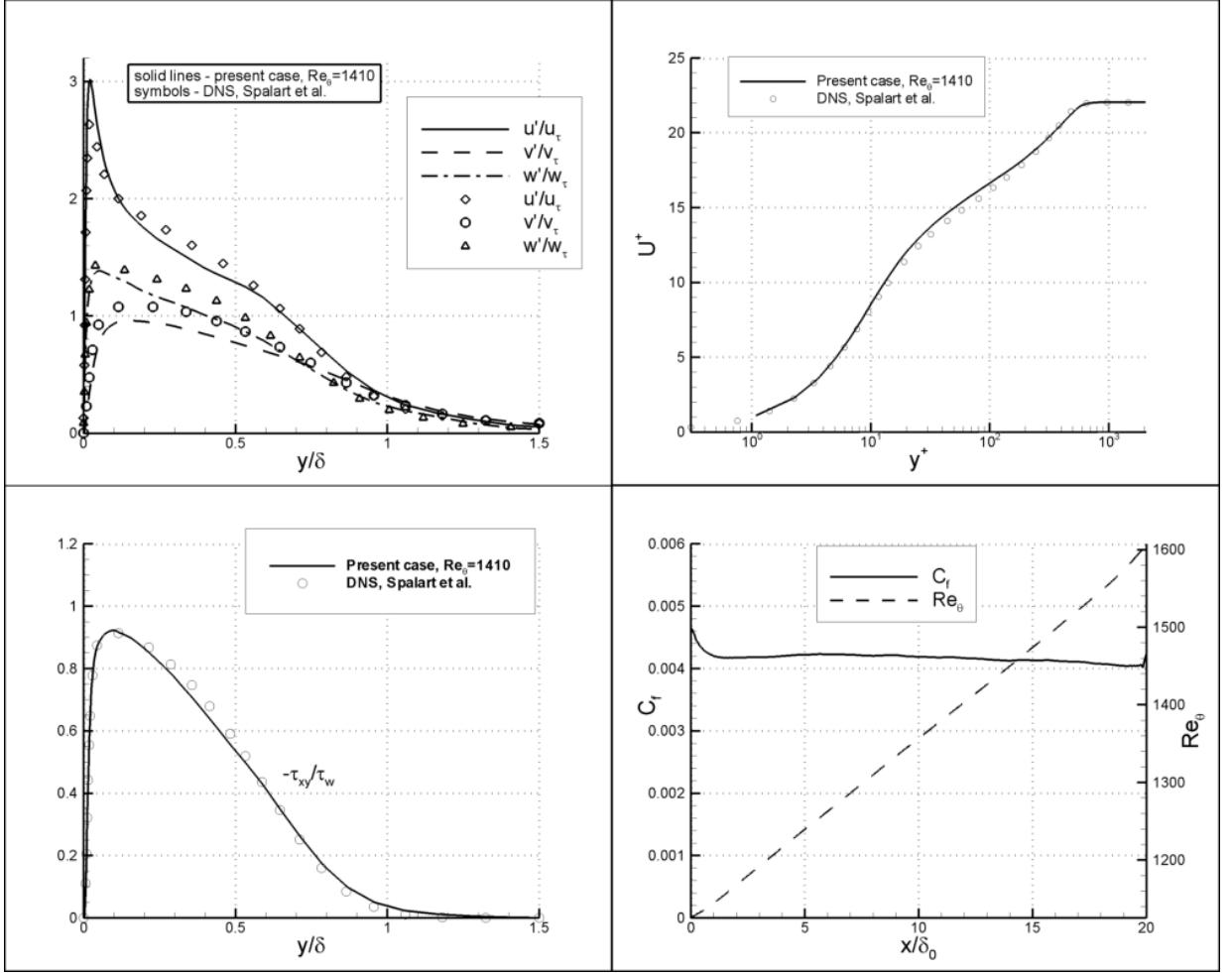


Рис. 8: Профили рейнольдсовых напряжений и средней продольной компоненты скорости в сечении  $Re_\theta = 1410$  и распределение среднего коэффициента трения и числа Рейнольдса  $Re_\theta$  по продольной координате.

#### 2.4.1 Установившееся течение в плоском канале

##### 2.4.1.1 Качественная оценка на основе сравнения визуализации полей синтетической и реальной турбулентности

Сравнение синтетического поля компонент скорости в плоскости  $y - z$  с “эталонным” для течения в канале приведено на рис. 9. Сравнение изоповерхностей закрутки  $\frac{\lambda}{\delta} = 2.8$  для синтетического и “эталонного” полей приведено на рис. 10. Закрутка определяется как  $\lambda = \sqrt{|S^2 - \Omega^2|}$ , где  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ ,  $\Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ .

Видно, что поля, созданные с помощью МСВ характеризуются наличием слишком крупных вихрей в центре канала, а также не отражают реальной структуры турбулентного течения в непосредственной близости стенки. Сравнение изоповерхностей закрутки показывает, что вихревые структуры синтетического поля не являются вытянутыми в направлении потока, что имеет место для “эталонного” поля.

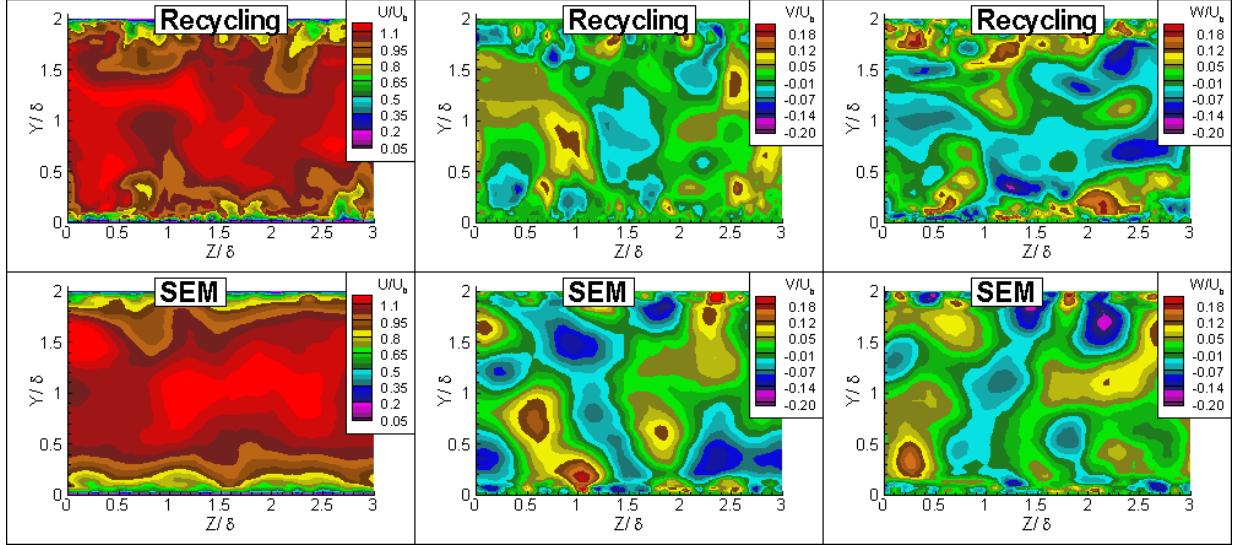


Рис. 9: Сравнение синтетических полей компонент скорости, полученных с применением MCB, с аналогичным “эталонным” полем для течения в канале.

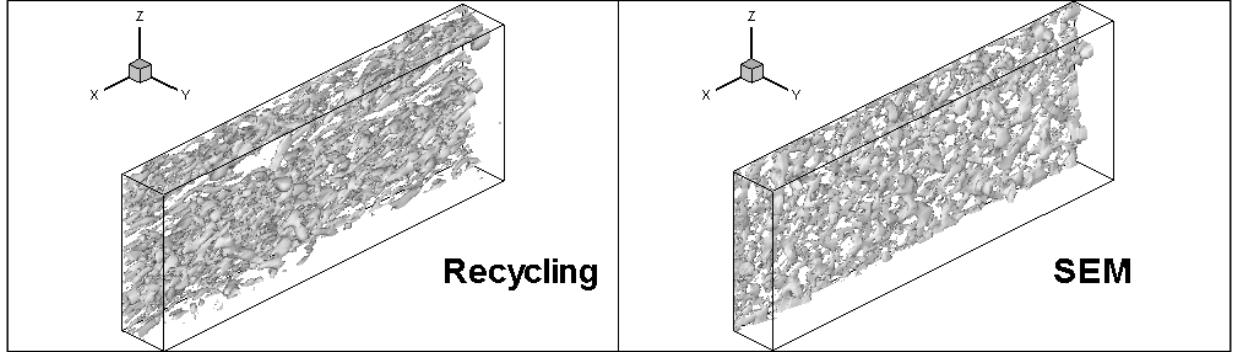


Рис. 10: Сравнение изоповерхностей закрутки  $\lambda/\delta = 2.8$  синтетического поля скорости течения в канале, полученного с применением MCB, с аналогичным “эталонным” полем.

#### 2.4.1.2 Количественная оценка на основе сопоставления результатов, полученных при задании входных условий методом MCB, с эталонными результатами

Для использования метода синтетических вихрей для генерации нестационарного поля скорости на входной границе необходимо знать распределение осредненной скорости, рейнольдсовых напряжений и линейного масштаба (вычисляемого по каким-либо статистическим характеристикам турбулентности). Чтобы получить профили этих величин во входном сечении, был проведен расчет установившегося течения в канале при  $Re_\tau = 400$  решением осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса с использованием модели турбулентности  $k - \omega$  SST[11].

Расчет с использованием MCB был произведен на той же сетке, что и для контрольного расчета канала (см. раздел 2.3.1). Сравнение распределений коэффициента трения по длине канала приведено на рис. 11. Падение коэффициента трения в рас-

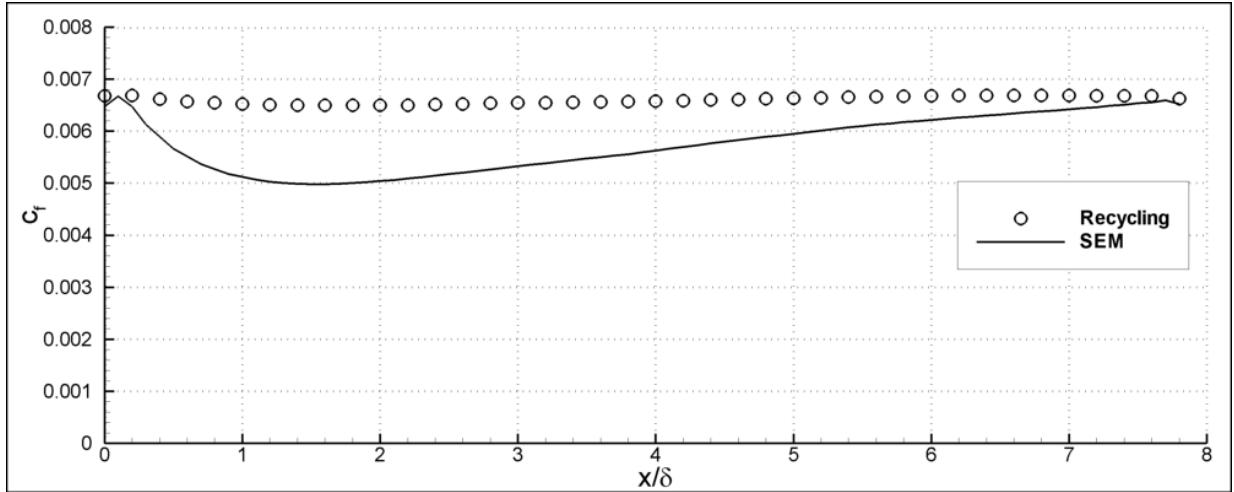


Рис. 11: Сравнение распределений коэффициента трения  $c_f$  по длине канала, полученных в результате расчета с применением MCB и “эталонного” расчета.

чете с использованием MCB достигает 20 – 25%, минимальное значение достигается на расстоянии  $1 – 2 \delta$  от входного сечения, при дальнейшем удалении от входного сечения коэффициент трения восстанавливается и практически достигает “эталонного” значения к сечению  $x = 8\delta$ .

Сравнение профилей напряжений Рейнольдса и средней скорости в координатах закона стенки приведено на рис. 12. В начальном сечении  $\frac{x}{\delta} = 0$  профили определяются RANS решением: нормальные напряжения изотропны, касательные напряжения и профиль скорости соответствуют “эталонным”. Профиль скорости существенно отличается от “эталонного” вплоть до сечения  $\frac{x}{\delta} = 6$ . Профиль касательных напряжений Рейнольдса значительно отличается от соответствующего профиля для развитого течения в сечении  $\frac{x}{\delta} = 2$  (в этом сечении трение на стенке минимально для этого варианта). Профили напряжений Рейнольдса в последующих сечениях имеют только качественное сходство с результатами “эталонного” расчета (отклонение профилей от “эталонных” достигает 20%).

## 2.4.2 Течение в пограничном слое на плоской пластине

### 2.4.2.1 Качественная оценка на основе сравнения визуализации полей синтетической и реальной турбулентности

Для качественной визуальной оценки синтетического поля будем сравнивать только поля компонент скорости в плоскости  $y - z$ . Сравнение этих полей с “эталонным” для течения в канале приведено на рис. 13. Также, как и для течения в канале, поля, созданные с помощью MCB характеризуются наличием слишком крупных вихрей вдали от стенки (во внешней области пограничного слоя), а также не отражают реальной структуры турбулентного течения в непосредственной близости стенки.

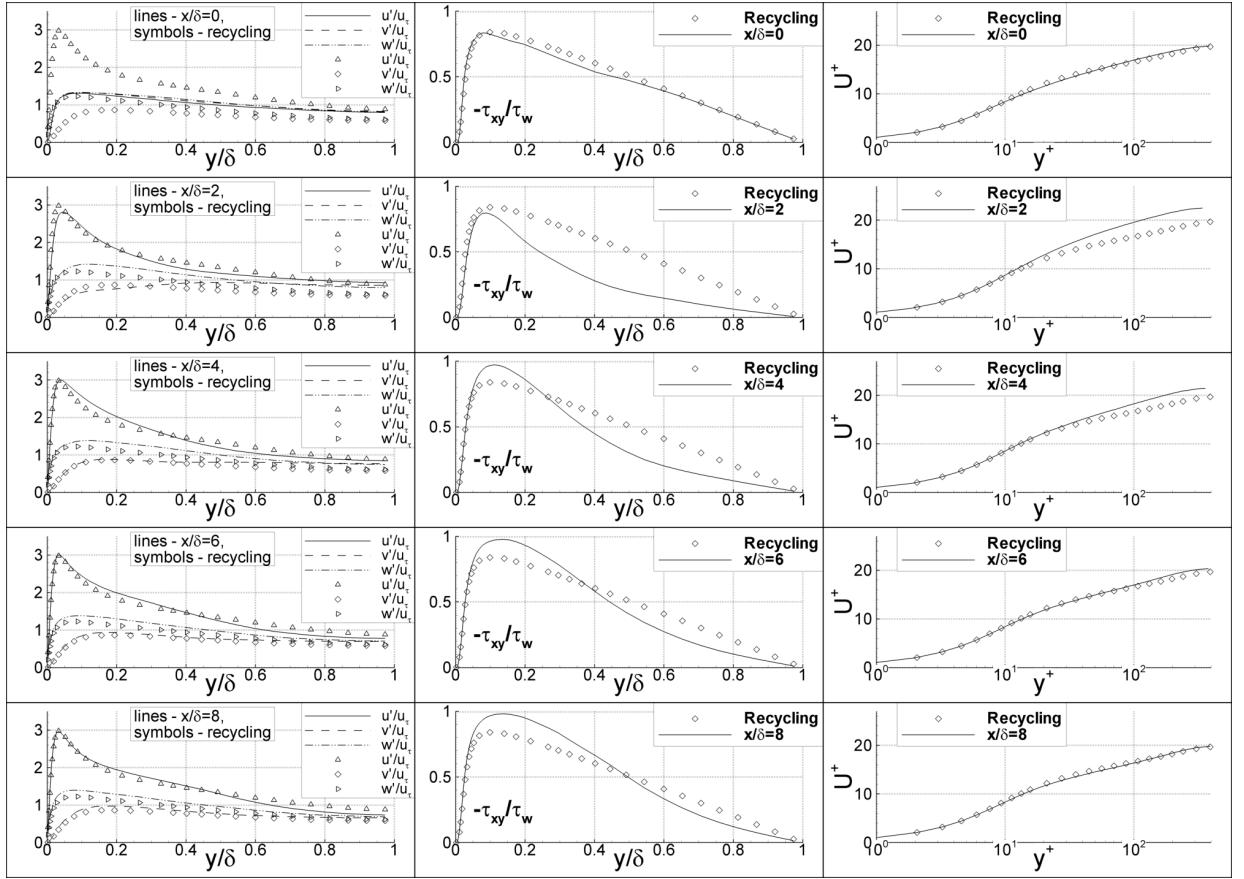


Рис. 12: Сравнение профилей напряжений Рейнольдса и средней скорости в координатах закона стенки, полученных в результате расчета с применением МСВ и “эталонного” расчета.

#### 2.4.2.2 Качественная оценка на основе сопоставления результатов, полученных при задании входных условия методом МСВ, с эталонными результатами

В качестве исходных данных для построения синтетического поля турбулентных пульсаций на входной границе был использован результат RANS расчета пограничного слоя на плоской пластине по модели  $k - \omega$  SST [11]. Для постановки входного граничного условия были получены профили скорости и характеристик турбулентности в том сечении, в котором по результатам RANS расчета  $Re_\theta = 1270$ . Расчет производился на той же сетке, которая была использована для расчета “эталонного” варианта (см. стр. 24).

Течение в пограничном слое не является установившимся по пространственной координате  $x$ . При проведении “эталонного” расчета и расчета с применением МСВ течение фактически стартует с разных полей, соответствующих разным точкам в пограничном слое. Поэтому необходимо провести сравнение зависимостей между коэффициентом трения и числом Рейнольдса, построенным по интегральной толщине потери импульса  $Re_\theta$ . Графики этих зависимостей приведены на рис. 14.

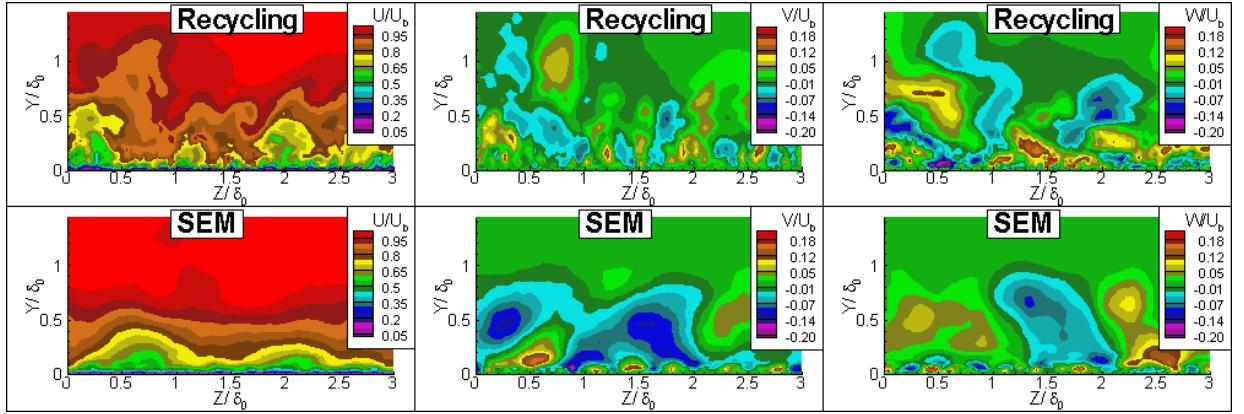


Рис. 13: Сравнение синтетических полей компонент скорости, полученных с применением MCB, с аналогичным “эталонным” полем для течения в пограничном слое.

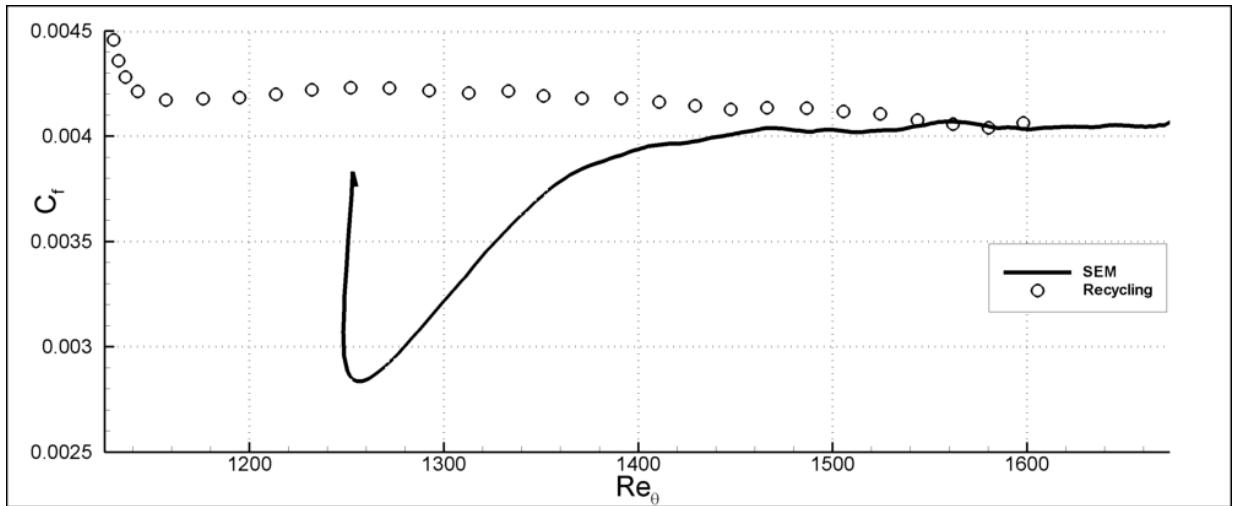


Рис. 14: Сравнение зависимостей коэффициента трения  $c_f$  от числа Рейнольдса  $Re_\theta$ , полученных в результате расчета с применением MCB и “эталонного” расчета.

На начальном участке наблюдается выраженный спад трения (до 30 – 35%), за которым следует восстановление коэффициента трения до значения, близкого к значению из “эталонного” расчета. В сечении  $x = 10\delta$  различие составляет около 5%.

Приведем на рис. 15 сравнение профилей средней скорости и напряжений Рейнольдса в сечениях  $x = 0, 1, 2, 3, 4\delta_0$ . Для сравнения на графики нанесены (символами) профили скорости и напряжений Рейнольдса, полученные в “эталонном” расчете. Профили, полученные в “эталонном” расчете, взяты из сечений, число Рейнольдса  $Re_\theta$  в которых равно той же величине в выбранном сечении в расчете с применением MCB.

В начальном сечении  $\frac{x}{\delta} = 0$  профили определяются RANS решением: нормальные напряжения изотропны, касательные напряжения и профиль скорости несколько отличаются от “эталонных”. Профиль средней скорости для расчета с применением MCB лежит выше “эталонного”, наибольшее различие в сечении  $\frac{x}{\delta} = 1$ . Профиль ка-

сательного напряжения Рейнольдса существенно ниже “эталонного” в сечении  $\frac{x}{\delta} = 1$  и выше “эталонного” во всех последующих сечениях.

Профили скорости и напряжений турбулентного трения отличаются от эталонных во всех выбранных сечениях, в сечении  $\frac{x}{\delta_0} = 4$  отклонение скорости в единицах закона стенки достигает 5 – 10%, отклонение касательных напряжений Рейнольдса – 20%, нормальных напряжений Рейнольдса – 5 – 10%.

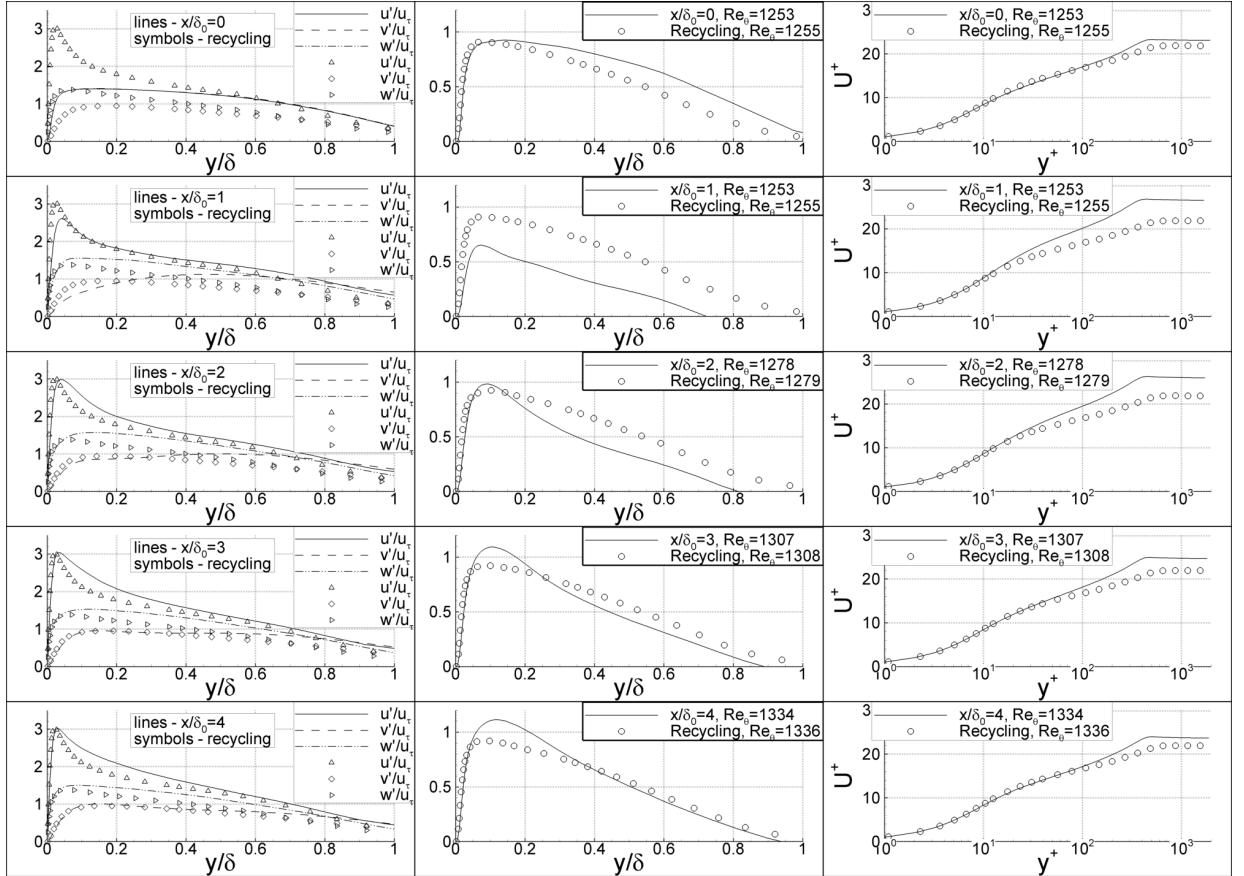


Рис. 15: Сравнение профилей напряжений Рейнольдса и средней скорости в сечениях от  $x = 0$  до  $x = 4\delta_0$ , полученных с применением MCB, с соответствующими (с одинаковым значением  $Re_\theta$ ) профилями, полученными в “эталонном” расчете.

#### 2.4.3 Выводы

Метод синтетических вихрей был реализован в вычислительном коде NTS и протестирован на двух канонических типах течений – в плоском канале и в пограничном слое на плоской пластине. Полученные результаты качественно согласуются с результатами, приведенными в работе автора метода [5], что подтверждает корректность реализации метода.

Сравнение результатов расчетов с применением MCB и “эталонных” расчетов показывает, что постановка входных граничных условий по методу MCB приводит к существенному отклонению профилей средней скорости и напряжений Рейнольдса от

“эталонных” на начальном участке течения  $0 < x < 10\delta$ . Отклонение коэффициента трения достигает  $30 - 35\%$  для течения в пограничном слое и  $20 - 25\%$  для течения в канале. Профили средней скорости и турбулентного трения также существенно отличаются от результатов “эталонных” расчетов на начальном участке.

Для практического применения этот результат означает, что при проведении расчетов необходимо дополнительно расширять LES область вверх по потоку на участок длиной  $8 - 10\delta$ , на котором будет происходить преобразование синтетического поля турбулентных флуктуаций в физически реалистичное. Тем не менее, по качеству синтетического поля MCB существенно превосходит другие известные методы задания граничных условий на границе RANS и LES областей [3, 17, 9].

### 3 Модификация MCB и оценка ее эффективности

Как показано в предыдущей главе, результаты применения MCB для постановки входных граничных условий LES области превосходят результаты использования других аналогичных методов. Тем не менее, существует возможность повышения эффективности MCB, которой и посвящена настоящая глава. В ней описаны предпосылки изменения MCB, собственно модифицированный метод и результаты его тестирования по методике, описанной в главе 2 (качественная оценка на основе визуального анализа синтетических полей и количественная оценка результатов расчетов с применением MCB). Несмотря на то, что модифицированный MCB отличается от исходного только определением линейного масштаба, удалось достигнуть значительного увеличения качества синтетического поля скорости.

#### 3.1 Исследования влияния способа задания линейного масштаба в MCB на результаты расчетов и выбор оптимального подхода

Как показано в 2.4.1.1 и 2.4.2.1, структура синтетического поля скорости существенно отличается от соответствующего поля, полученного в “эталонном расчете”. При этом особое внимание обращают на себя две характерные особенности синтетического поля, создаваемого исходным MCB.

Во-первых, вихревые структуры этого синтетического поля изотропны, тогда как вихревым структурам реальных пристенных турбулентных течений всегда свойственна анизотропия, вытянутость вдоль потока. Это свойство реальной турбулентности никак не может быть отражено исходным MCB, так как локальные флуктуации скорости в нем близки к изотропным. Однако, оно может быть достаточно легко выполнено, если линейный масштаб  $\sigma$ , используемый в методе, сделать анизотропным. Продольный размер (по потоку) локальных флуктуаций должен существенно превышать поперечные размеры вблизи стенки, а вдали от стенки продольный и поперечный масштабы должны быть одного порядка величины. Наиболее простой способ добиться этого - сделать продольный масштаб постоянным и равным максимуму поперечного масштаба на всей входной границе.

$$\sigma_x = \max_{\vec{r} \in inlet} \sigma_y(\vec{r})$$

Здесь координата  $x$  направлена вдоль потока,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y = \sigma_z$  - линейный масштаб в направлениях  $x$  и  $y$  ( $z$ ) соответственно. При этом выражение (6) преобразуется в

$$f_\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}^k) = \sqrt{V_B} \sigma^{-3} f\left(\frac{x - x^k}{\sigma_x}\right) f\left(\frac{y - y^k}{\sigma_y}\right) f\left(\frac{z - z^k}{\sigma_z}\right),$$

а для оценки необходимого количества флуктуаций будет использоваться формула

$$N = \max_{x \in B} \left( \frac{V_B}{\sigma_x \sigma_y \sigma_z} \right)$$

Во-вторых, размеры вихревых структур синтетического поля превышают соответствующие размеры структур “эталонного” поля, в том числе на удалении от стенки. Здесь также ключевую роль играет линейный масштаб локальных флуктуаций MCB. Он определяется как

$$\sigma = \max (\min (L_{SST}, \kappa \delta), \Delta)$$

Здесь  $L_{SST} = \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}$  - линейный масштаб модели турбулентности  $k - \omega$  SST Menter [11]. Этот масштаб в области пограничного слоя с логарифмическим профилем скорости приблизительно равен  $2 - 2.5d_w$ . В методе синтетических вихрей линейный масштаб  $\sigma$  фактически является радиусом “вихря”, следовательно, он должен быть не больше, чем расстояние до стенки. Для того, чтобы реализовать это ограничение, определим  $\sigma$  как

$$\sigma = \max (\min (C_{L_t} L_{SST}, \kappa \delta), \Delta)$$

Представляет интерес также влияние нижнего ограничения линейного масштаба -  $\Delta$ , связанного с сеткой. Для выяснения важности этого фактора были проведены расчеты течений с применением модифицированного MCB с масштабами, различающимися только выбором  $\Delta$ .

### 3.1.1 Установившееся течение в плоском канале

Проведем сначала качественную оценку синтетического поля, создаваемого модифицированным MCB, на основе визуального сравнения полей скорости. При этом будем рассматривать отдельно влияние каждого из внесенных в определение масштаба изменений - анизотропии и уменьшения, определяемого константой  $C_{L_t}$ . Выбор величины  $\Delta$  влияет на размеры вихревых структур только в непосредственной близости стенки, поэтому мы не будем сравнивать варианты, различающиеся только выбором  $\Delta$ . Будем рассматривать следующие значения константы  $C_{L_t}$ : 1.0, 0.5, 0.25. Таким образом, рассмотрим следующие варианты выбора линейного масштаба:

1. Изотропный масштаб,  $\sigma = \max \left( \min \left( \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ .  
Вариант, идентичный использованному в [5].
2. Анизотропный масштаб,  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( \min \left( \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\sigma_x = \max_{x \in S} \sigma_y$ .

3. Изотропный масштаб,  $\sigma = \max \left( \min \left( 0.5 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ .
4. Анизотропный масштаб,  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( \min \left( 0.5 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\sigma_x = \max_{x \in S} \sigma_y$ .
5. Изотропный масштаб,  $\sigma = \max \left( 0.25 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \Delta \right)$ .
6. Анизотропный масштаб,  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( 0.25 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \Delta \right)$ ,  $\sigma_x = \max_{x \in S} \sigma_y$ .

Графики линейного масштаба в зависимости от координаты  $y$  для всех вариантов приведены на рис. 16.

Синтетические поля компонент скорости в плоскости  $y - z$  для течения в канале приведены на рис. 17 в сравнении с полями компонент скорости, полученными расчетом развитого течения в канале с периодическими условиями. Анизотропия масштаба не влияет на синтетические поля скорости в плоскости  $y - z$ , поэтому поля скорости для вариантов масштабов, отличающихся только наличием анизотропии, будут совпадать. Различный выбор величины  $\Delta$  в вариантах 5 и 6 влияет на размеры вихревых структур только в непосредственной близости стенки.

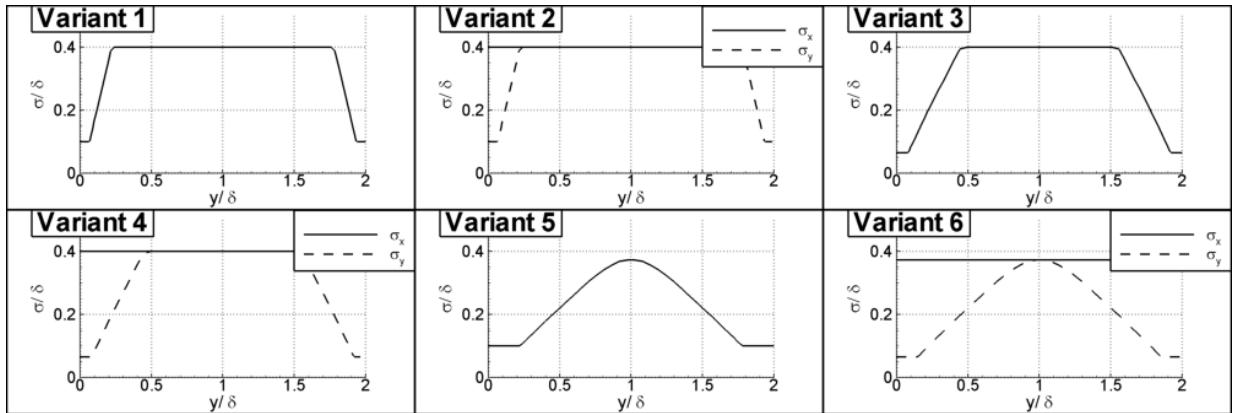


Рис. 16: Сравнение профилей линейного масштаба, используемого в различных вариантах модифицированного МСВ.

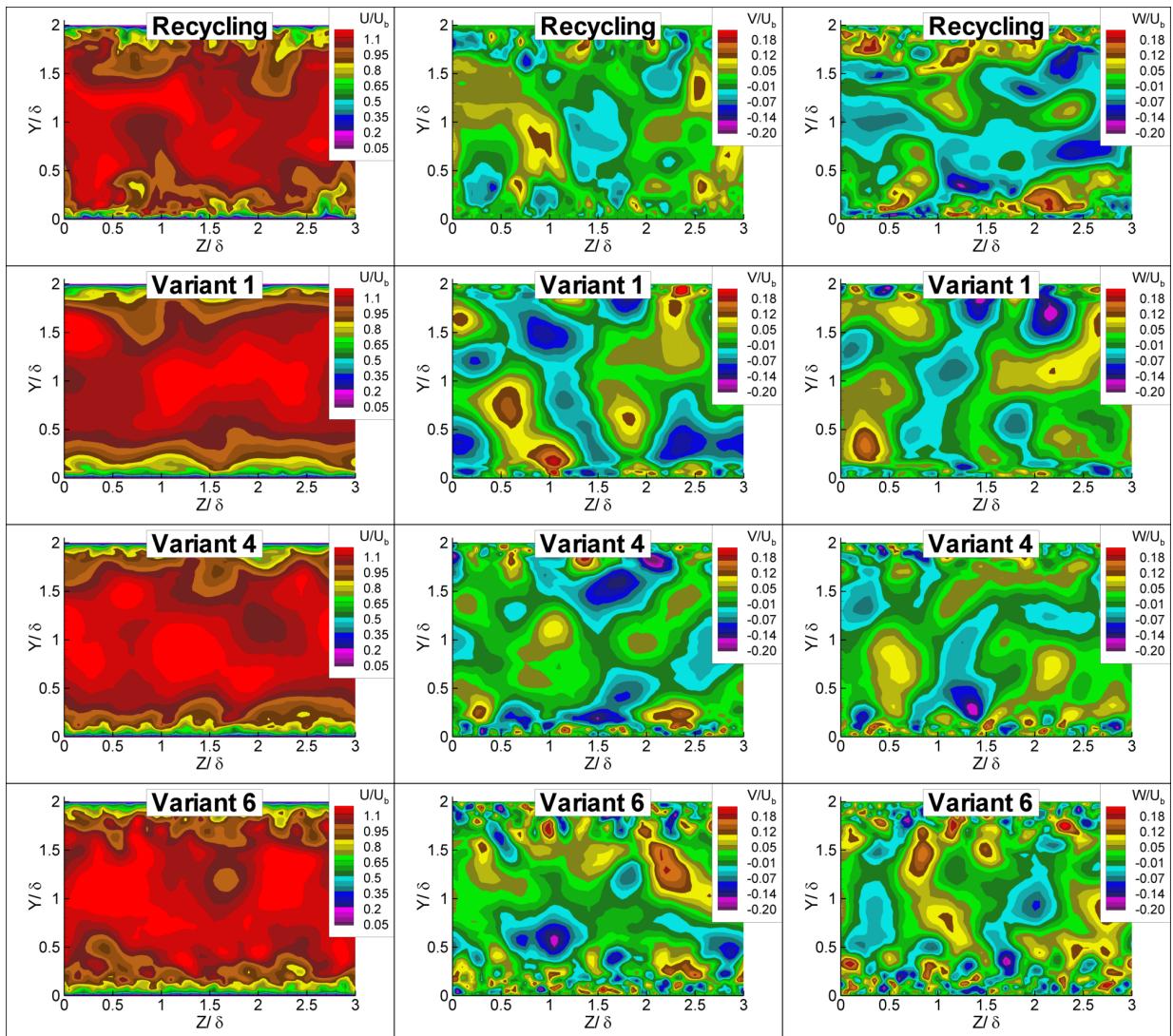


Рис. 17: Сравнение полей компонент скорости во входном сечении в плоскости  $y - z$ , создаваемых различными вариантами модифицированного МСВ, с аналогичным “эталонным” полем.

Можно отметить, что синтетические поля компонент скорости, полученные при помощи модифицированного МСВ с определением линейного масштаба по вариантам 3 и 5 обладают большим сходством с “эталонными” результатами.

Визуализация трехмерных вихревых структур синтетического поля компонент скорости при помощи изоповерхностей закрутки  $\frac{\lambda}{\delta} = 2.8$  для всех вариантов определения линейного масштаба приведена на рис. 18. Вихревые структуры синтетического поля, полученного с использованием анизотропного масштаба, обладают большим сходством с “эталонными” результатами, чем для случая изотропного масштаба. Также можно отметить, что при использовании  $C_{L_t} = 1$  вихревые структуры получаются слишком крупными и редкими.

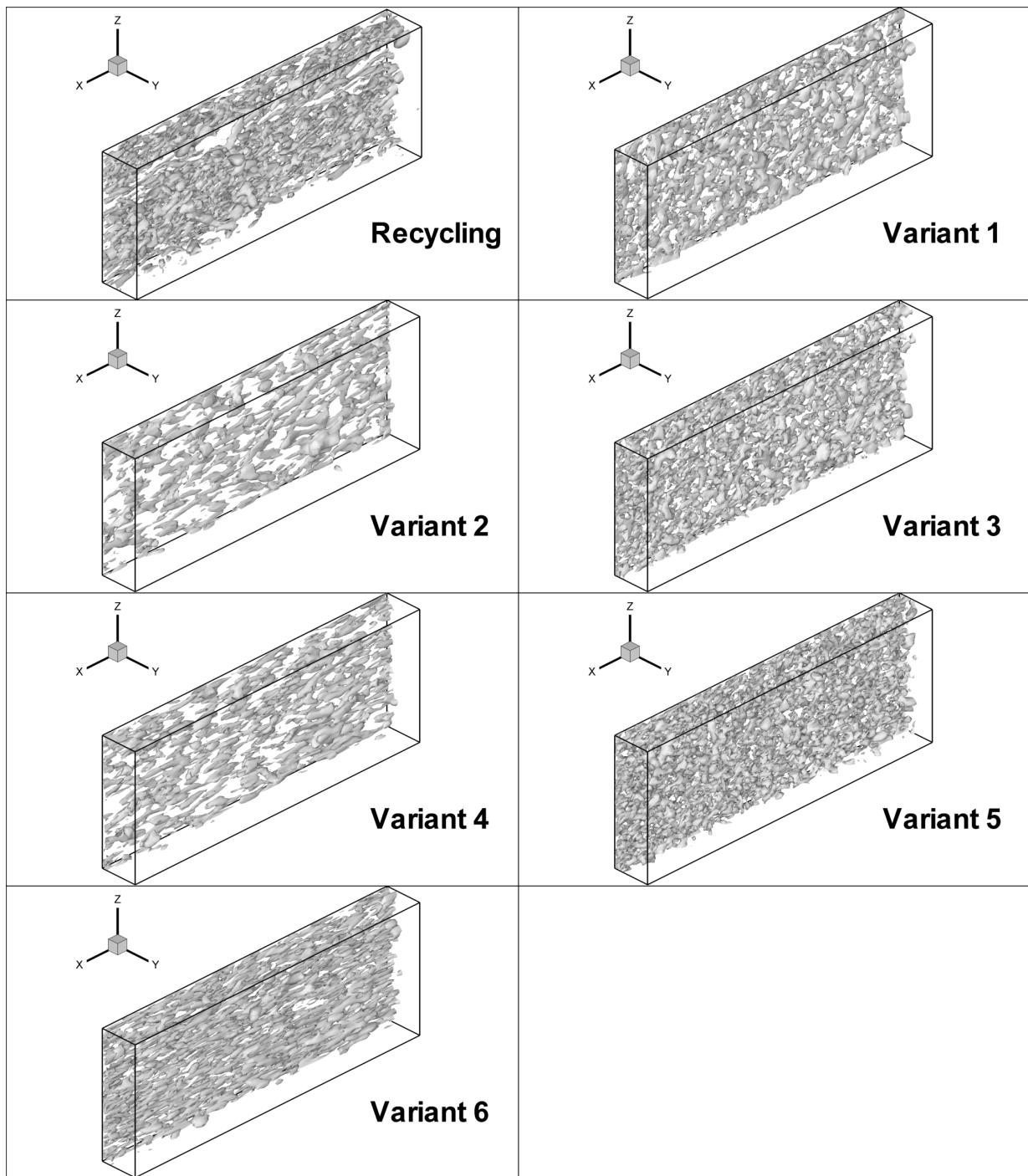


Рис. 18: Сравнение изоповерхностей закрутки  $\frac{\lambda}{\delta} = 2.8$  полей скорости, создаваемых различными вариантами модифицированного МСВ, с аналогичным “эталонным” полем.

Количественное сравнение результатов расчетов с применением модифицированного МСВ производилось для более широкого спектра вариантов определения масштаба. Наряду с использованием анизотропии и различных значений константы  $C_{L_t}$ , также были протестированы различные варианты определения нижнего ограничения масштаба  $\Delta$ , связанного с сеткой. Таким образом, для количественного сравнения были использованы следующие варианты выбора линейного масштаба:

1. Изотропный масштаб,  $\sigma = \max \left( \min \left( \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ .  
Вариант, идентичный использованному в [5].
2. Изотропный масштаб,  $\sigma = \max \left( \min \left( \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\Delta = \sqrt{\frac{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}{3}}$ .
3. Изотропный масштаб,  $\sigma = \max \left( \min \left( \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), 1.5\Delta \right)$ ,  $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ .
4. Изотропный масштаб,  $\sigma = \max \left( \min \left( 0.5 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ .
5. Изотропный масштаб,  $\sigma = \max \left( \min \left( 0.25 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ .
6. Анизотропный масштаб,  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( \min \left( \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\sigma_x = \max \sigma_y$ ,  $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ .
7. Анизотропный масштаб,  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( \min \left( 0.5 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\sigma_x = \max \sigma_y$ ,  
 $\Delta = \sqrt{\frac{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}{3}}$ .
8. Анизотропный масштаб,  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( \min \left( 0.25 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\sigma_x = \max \sigma_y$ ,  
 $\Delta = \sqrt{\frac{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}{3}}$ .

Сравнение распределений коэффициента трения по длине канала для вариантов 1, 2 и 3 приведено на рис. 19. По результатам сравнения вариантов можно сделать вывод, что способ выбора  $\Delta$  слабо влияет как на длину переходного участка, так и на степень отклонения трения от “эталонного” значения на этом участке. Поэтому варианты 2 и 3 далее не будут рассматриваться.

Сравним между собой варианты изотропного масштаба 1, 4 и 5, различающиеся только значением константы  $C_{L_t}$ . Распределение коэффициента трения по длине канала для этих вариантов приведено на рис. 20. Уменьшение константы  $C_{L_t}$  в случае изотропного масштаба не изменяет (для варианта 4) или увеличивает (для варианта 5) падение трения на начальном участке.

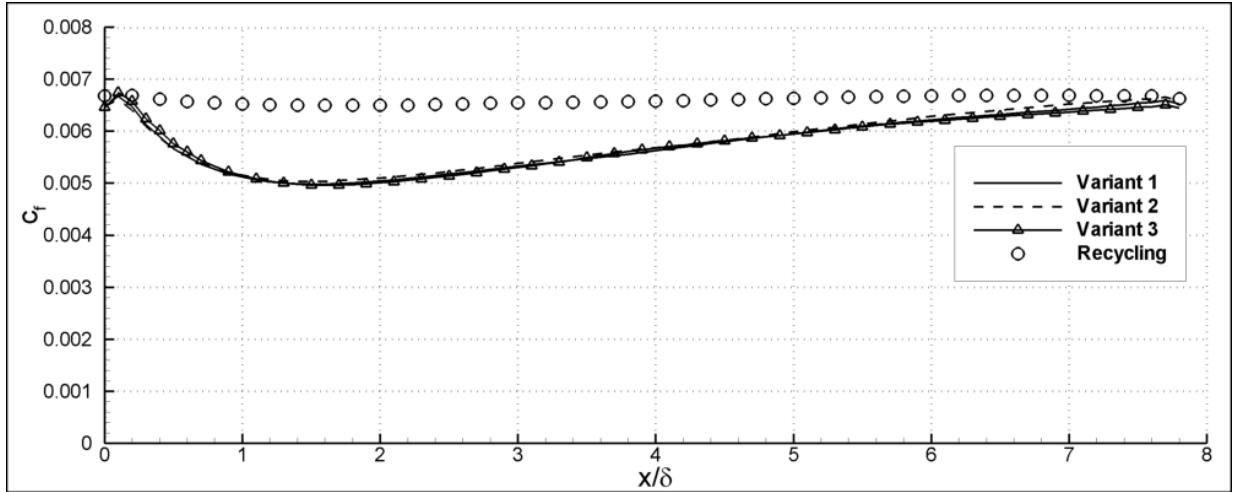


Рис. 19: Сравнение распределений коэффициента трения  $c_f$  по длине канала, полученных в результате расчета с применением модифицированного МСВ с вариантами определения масштаба 1, 2, 3, а также результаты “эталонного” расчета.

Результаты расчетов с использованием вариантов 1, 6, 7 и 8 приведены на рис. 21. Наилучшими из этих вариантов являются №7, 8. При таком выборе масштаба синтетические вихревые структуры являются вытянутыми в направлении  $x$ , как и в периодическом расчете, а в плоскости  $y - z$  синтетическое поле компонент скорости имеет большее сходство с результатами периодического расчета, чем при использовании  $C_{L_t} = 1$  (см. рис. 17 и рис. 18). Большее сходство синтетического поля скорости с реальным полем скорости турбулентного течения обеспечивает меньшую длину переходного участка и меньшее падение трения.

Для вариантов 7 и 8 (показавших наименьшее падение трения) рассмотрим развитие вниз по течению профилей скорости и напряжений турбулентного трения на рис. 22 и 23 соответственно. В начальном сечении  $\frac{x}{\delta} = 0$  профили определяются RANS решением: нормальные напряжения изотропны, касательные напряжения и профиль скорости соответствуют “эталонным”.

Для вариантов 7 и 8 профиль скорости мало отличается от профиля скорости в развитом течении во всех рассмотренных сечениях. Для варианта 8 наблюдается существенное занижение напряжений турбулентного трения в центре канала, далеко от стенок. Для пульсаций продольной компоненты скорости занижение достигает 30 – 40%. Наибольшее сходство с “эталонными” результатами получено при использовании варианта 7: в сечениях  $\frac{x}{\delta} = 6$  и  $\frac{x}{\delta} = 8$  совпадение профилей амплитуд пульсаций компонент скорости с эталонными очень хорошее, однако, профиль касательных напряжений турбулентного трения превышает эталонный на 10% в области  $0.1 < \frac{y}{\delta} < 0.6$ .

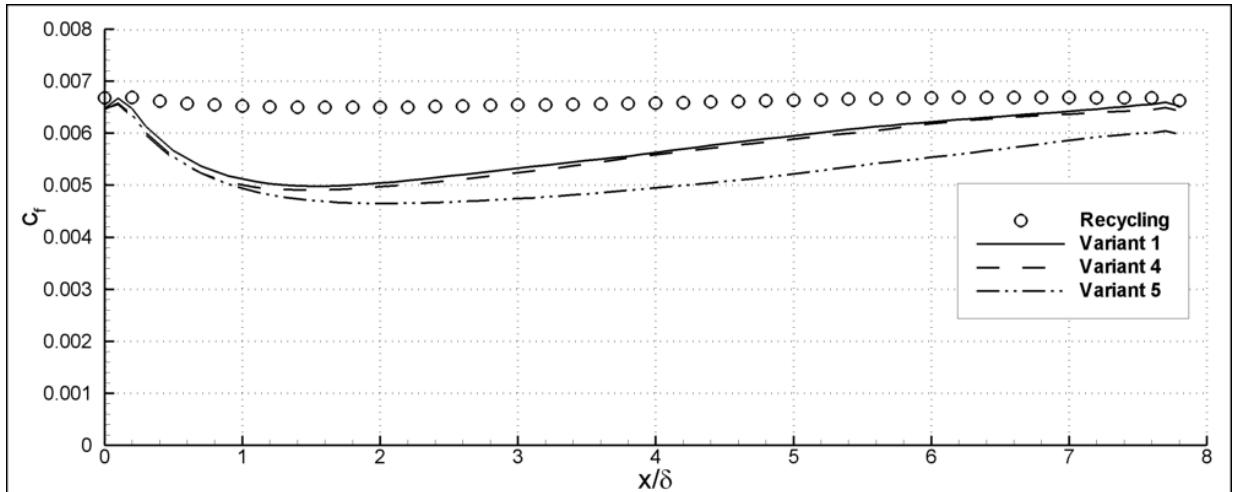


Рис. 20: Сравнение распределений коэффициента трения  $c_f$  по длине канала, полученных в результате расчета с применением модифицированного МСВ с вариантами определения масштаба 1, 4, 5, а также результаты “эталонного” расчета.

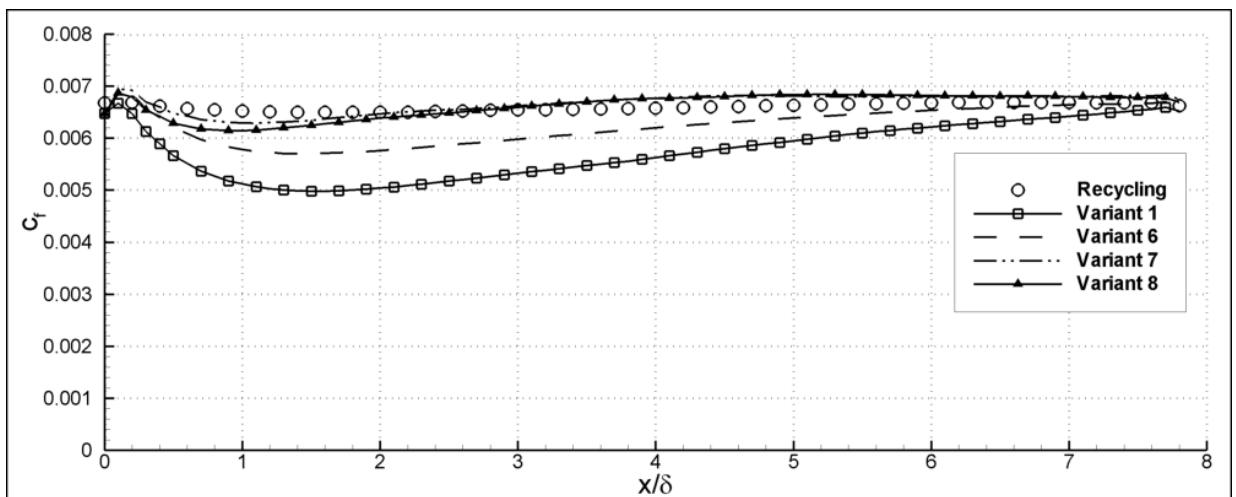


Рис. 21: Сравнение распределений коэффициента трения  $c_f$  по длине канала, полученных в результате расчета с применением модифицированного МСВ с вариантами определения масштаба 1, 6, 7, 8, а также результаты “эталонного” расчета.

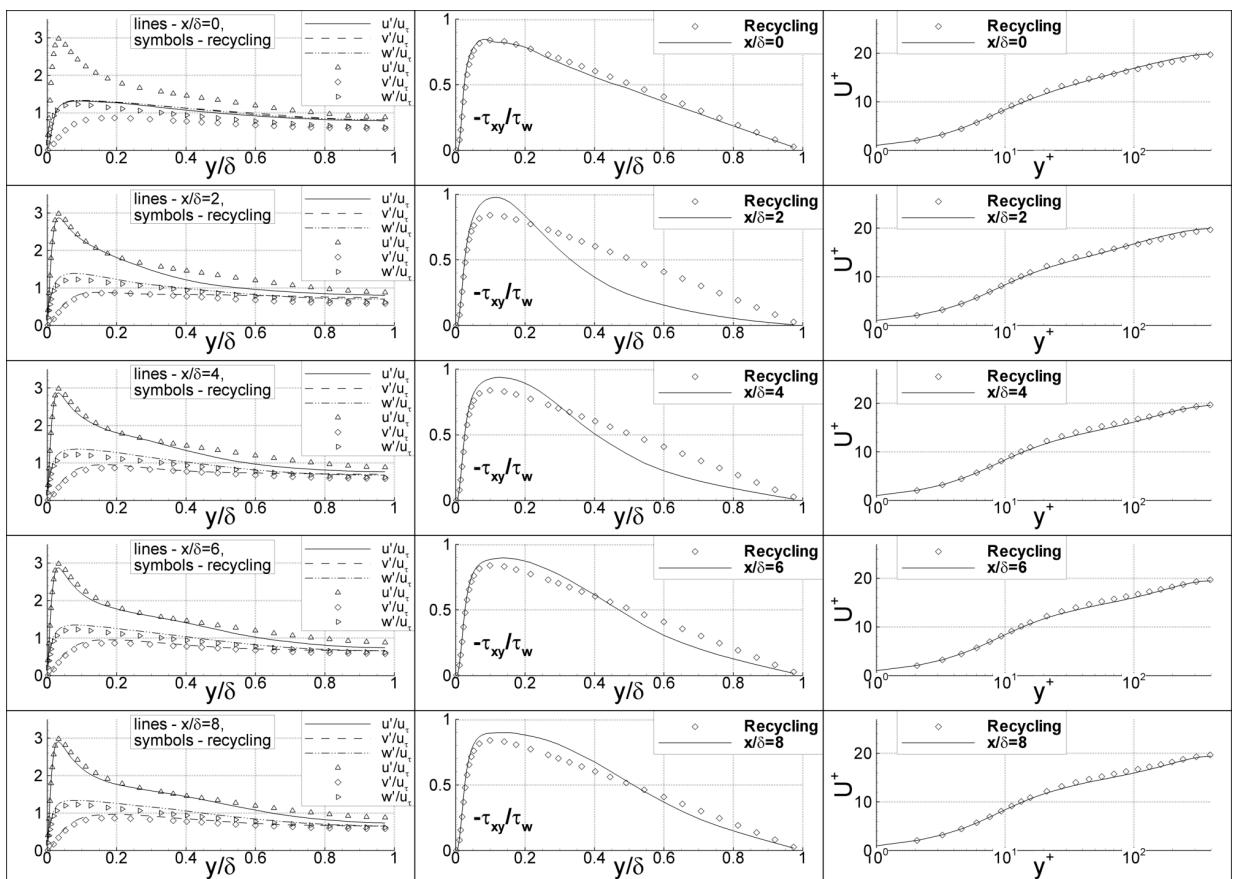


Рис. 22: Сравнение профилей напряжений Рейнольдса и профилей средней скорости в единицах закона стенки, полученных в результате расчета с применением модифицированного МСВ с вариантом определения масштаба 7, с “эталонными” результатами.

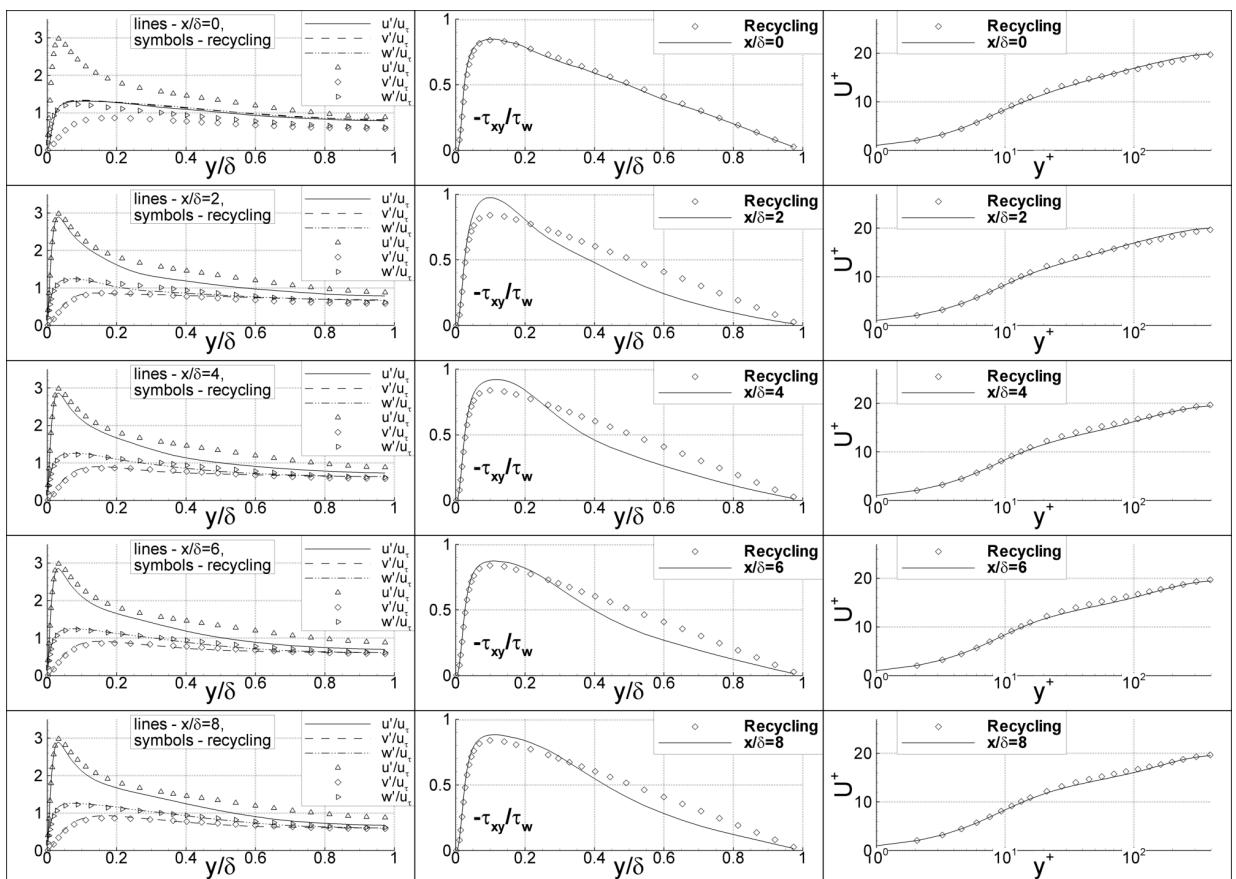


Рис. 23: Сравнение профилей напряжений Рейнольдса и профилей средней скорости в единицах закона стенки, полученных в результате расчета с применением модифицированного МСВ с вариантом определения масштаба 8, с “эталонными” результатами.

Сравнение результатов использования метода синтетических вихрей с выбором масштаба по варианту 7 при расчете на различных сетках приведено на рис. 24. При использовании более мелкой сетки падение трения отсутствует, коэффициент трения немного возрастает. При использовании наиболее мелкой сетки (вариант С,  $\Delta x^+ = 30$ ,  $\Delta z^+ = 15$ ) длина переходного участка по трению примерно равна  $\delta$ .

Профили скорости и турбулентных напряжений при расчете на измельченной сетке С слабо отличаются от соответствующих профилей для сетки В, приведенных на рис. 22. Таким образом, измельчение сетки не приводит к существенному изменению переходного участка, на котором синтетическая турбулентность корректируется течением.

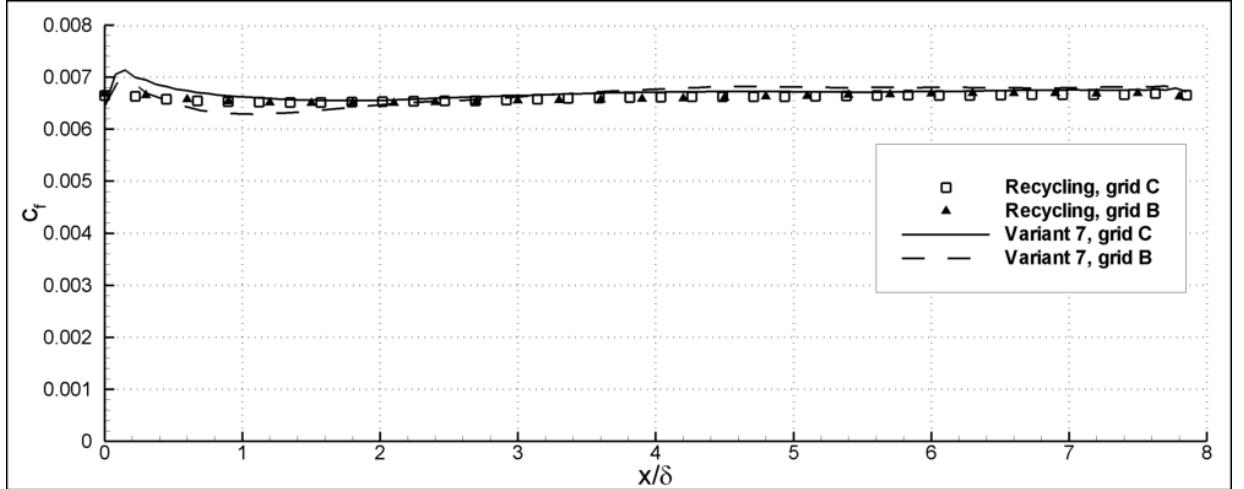


Рис. 24: Распределение коэффициента трения  $c_f$  по длине канала. Периодический расчет и вариант 7. Сетки В и С.

### 3.1.2 Течение в пограничном слое

Для пограничного слоя будем рассматривать оригинальный вариант МСВ [5] и варианты с использованием анизотропного линейного масштаба флюктуаций. При этом потребуем выполнения следующих условий:

1. Для вычисления масштаба применяют величины характеристик турбулентности только из области пограничного слоя ( $d_w < \delta$ ), значения характеристик турбулентности из внешней области не используются.
2. На внешней границе пограничного слоя масштаб является изотропным.

Выполнения этих требований можно добиться, например, таким подходом к выбору масштаба:

1. Вблизи стенки  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( C_{L_t} \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \Delta \right)$ ,  $\sigma_x > \sigma_y$ .

2. После достижения максимума функции  $\frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}$  (в точке  $y = y_{max}$ ) масштаб изотропный:  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \max_{d_w < \delta} \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}$ .

Будем рассматривать следующие варианты выбора линейного масштаба:

1. Изотропный масштаб,  $\sigma = \max \left( \min \left( \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \kappa \delta \right), \Delta \right)$ ,  $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ .  
Вариант, идентичный использованному в [5].
2. Анизотропный масштаб,  $\sigma_x = \max_{d_w < \delta} \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}$  во всей области,  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \Delta \right)$  при  $y < y_{max}$ ,  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$  при  $y \geq y_{max}$ .
3. Анизотропный масштаб,  $\sigma_x = 0.5 \max_{d_w < \delta} \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}$  во всей области,  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( 0.5 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \Delta \right)$  при  $y < y_{max}$ ,  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$  при  $y \geq y_{max}$ .
4. Анизотропный масштаб,  $\sigma_x = 0.25 \max_{d_w < \delta} \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}$  во всей области,  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( 0.25 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \Delta \right)$  при  $y < y_{max}$ ,  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$  при  $y \geq y_{max}$ .
5. Анизотропный масштаб,  $\sigma_x = \kappa \delta$  во всей области,  $\sigma_y = \sigma_z = \max(\kappa y, \Delta)$  при  $y < y_{max}$ ,  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$  при  $y \geq y_{max}$ .

6. Анизотропный масштаб,  $\sigma_x = \frac{0.5 \max_{d_w < \delta} \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega} + \sigma_y}{2}$  во всей области,  $\sigma_y = \sigma_z = \max \left( 0.5 \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}, \Delta \right)$  при  $y < y_{max}$ ,  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0.5 \max_{d_w < \delta} \frac{\sqrt{k_t}}{C_\mu \omega}$  при  $y \geq y_{max}$ .

В варианте 5 в качестве линейного масштаба использован путь смешения Прандтля [2].

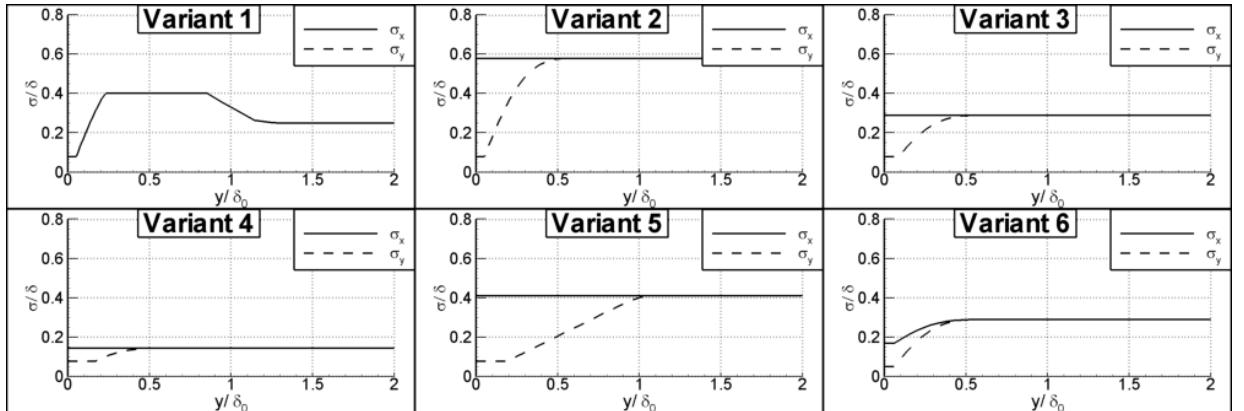


Рис. 25: Сравнение профилей линейного масштаба, используемого для генерации синтетического поля турбулентных пульсаций в модифицированном МСВ для различных вариантов определения масштаба.

Графики линейного масштаба в зависимости от координаты  $y$  для всех вариантов приведены на рис. 25.

Поля компонент скорости в плоскости  $y - z$  для течения в пограничном слое приведены на рис. 26 в сравнении с “эталонными” полями компонент скорости. Поля в плоскости  $y - z$  для вариантов выбора масштаба 3 и 6 совпадают.

При использовании варианта 4 изменение масштаба по всей входной границе невелико, и он практически является изотропным, в отличие от варианта 5, несмотря на сходство полей компонент скорости в плоскости  $y - z$ .

Сравнение полей компонент скорости для течения в пограничном слое так же, как и для течения в канале, показывает большее сходство синтетических полей скорости с “эталонными” при использовании значения  $C_{L_t} = 0.5$  или  $C_{L_t} = 0.25$  по сравнению с  $C_{L_t} = 1$ , что соответствует исходному методу.

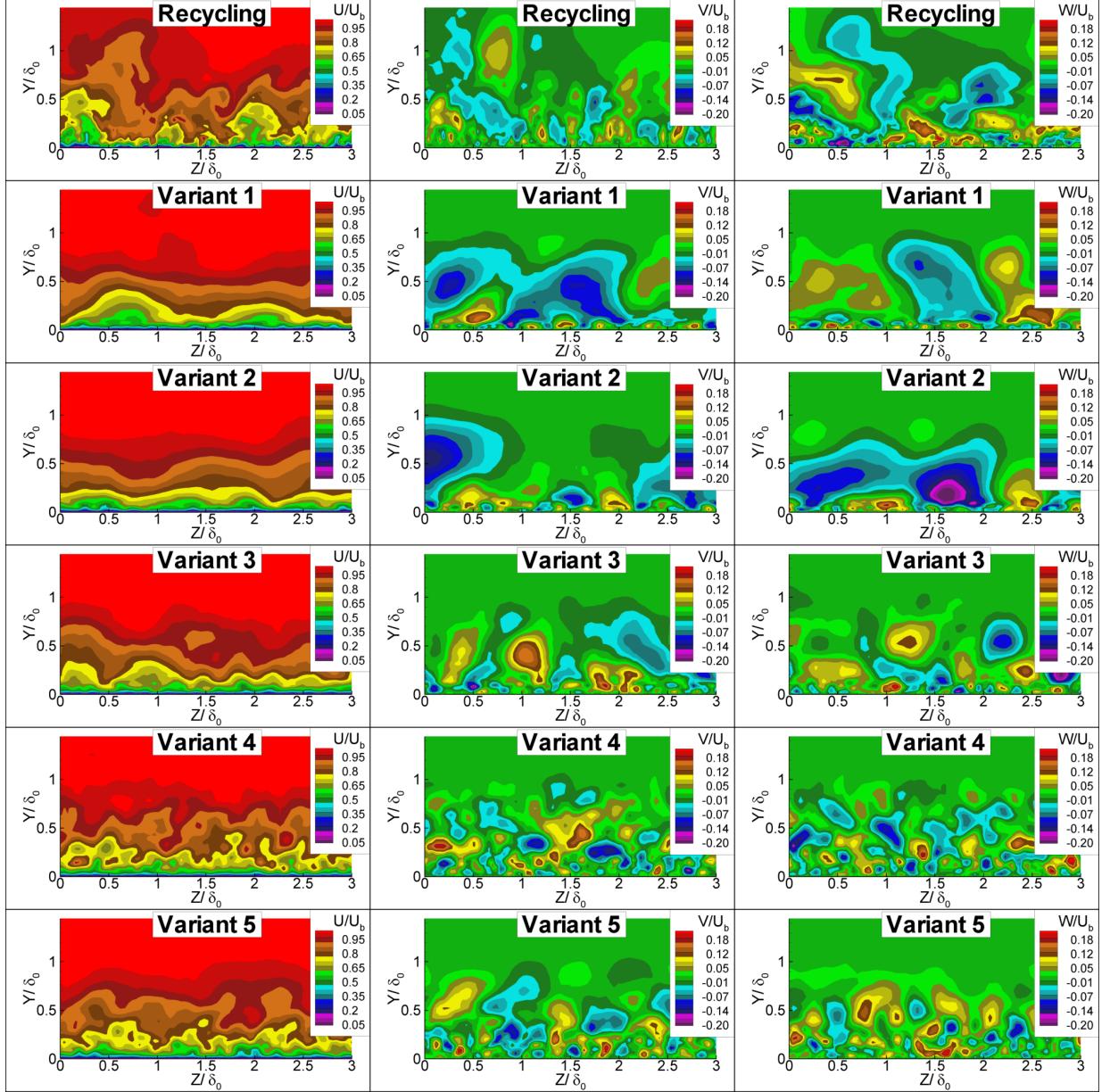


Рис. 26: Сравнение полей компонент скорости во входном сечении в плоскости  $y - z$ , создаваемых различными вариантами модифицированного MCB, с аналогичным “эталонным” полем.

Проведем количественную оценку результатов расчетов турбулентного течения в пограничном слое с применением модифицированного MCB с теми же вариантами определения линейного масштаба.

Приведем графики зависимостей коэффициента трения  $c_f$  от числа Рейнольдса, построенного по интегральной толщине потери импульса  $Re_\theta$ , полученных в расчетах с применением модифицированного MCB со всеми вариантами определения линейного масштаба на рис. 27.

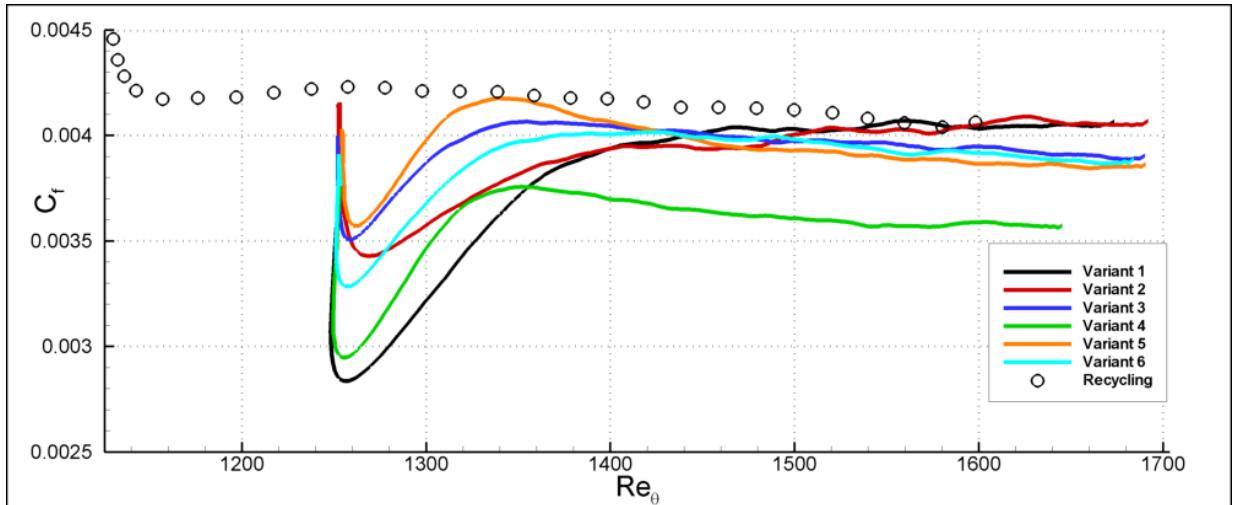


Рис. 27: Сравнение зависимостей коэффициента трения  $c_f$  от числа Рейнольдса  $Re_\theta$  для расчетов с применением модифицированного MCB с различными вариантами выбора линейного масштаба, а также для “эталонного” расчета.

Наиболее выраженный спад трения (до 30%) наблюдается для вариантов 1 и 4. При этом для варианта 4 коэффициент трения не достигает значений, показанных в периодическом расчете и стабилизируется на меньшем значении. Наилучшее совпадение с результатами расчета с повторным использованием поля скорости наблюдаются для вариантов 3 и 5.

Приведем для вариантов 3 и 5 (показавших наименьшее падение трения) развитие профилей скорости и напряжений турбулентного трения вниз по потоку от входной границы. Расстояние между сечениями равно толщине пограничного слоя в начальном сечении  $\delta_0$ . Для сравнения на графики нанесены (символами) профили скорости и напряжений Рейнольдса, полученные в “эталонном” расчете. Профили, полученные в “эталонном расчете”, взяты из сечений, число Рейнольдса  $Re_\theta$  в которых наиболее близко той же величине в выбранном сечении в расчете с применением MCB. Развитие профилей для варианта 3 приведено на рис. 28, для варианта 5 - на рис. 29.

Для вариантов 3 и 5 восстановление профиля скорости происходит уже к сечению  $\frac{x}{\delta_0} = 2$ . Точно определить момент восстановления профилей напряжений турбулентного трения по приведенным данным нельзя, т.к. различным сечениям соответствуют разные значения  $Re_\theta$ . Однако, профили турбулентных напряжений для этих вариан-

тов обладают высоким сходством с эталонными уже в сечении  $\frac{x}{\delta_0} = 3$ . Таким образом, можно оценить длину переходного участка для этих вариантов величиной  $3\delta_0$ .

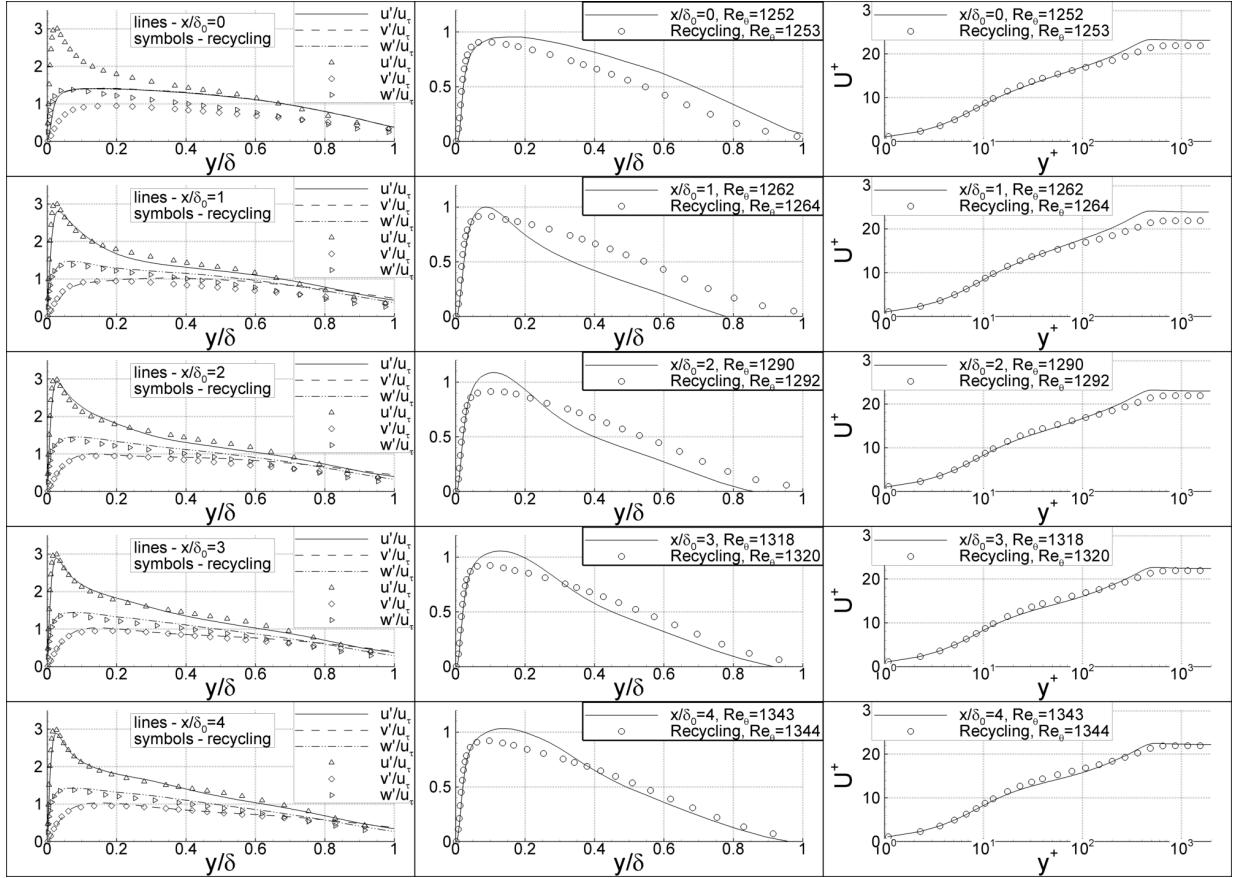


Рис. 28: Сравнение профилей напряжений Рейнольдса и профилей средней скорости в единицах закона стенки, полученных в результате расчета с применением модифицированного МСВ с вариантом определения масштаба 3, с “эталонными” результатами.

### 3.2 Выводы

Результаты тестирования модифицированного МСВ показывают, что использование анизотропии локальных флуктуаций и некоторое уменьшение линейного масштаба приводит к значительному улучшению качества синтетического поля скорости, создаваемого методом. Так, при использовании модифицированного МСВ, длина переходного участка сокращается в 2 – 3 раза, отклонение коэффициента трения от “эталонного” значения уменьшается в 2 – 3 раза для течения в пограничном слое и на порядок для течения в канале, профиль скорости почти не отклоняется от эталонного, а профили напряжений Рейнольдса обладают большим сходством с “эталонными” по сравнению с исходным МСВ.

Оптимальным вариантом определения линейного масштаба, по результатам тестирования, является тот вариант, в котором  $C_{L_t} = 0.5$ , а продольный масштаб  $\sigma_x$  равен

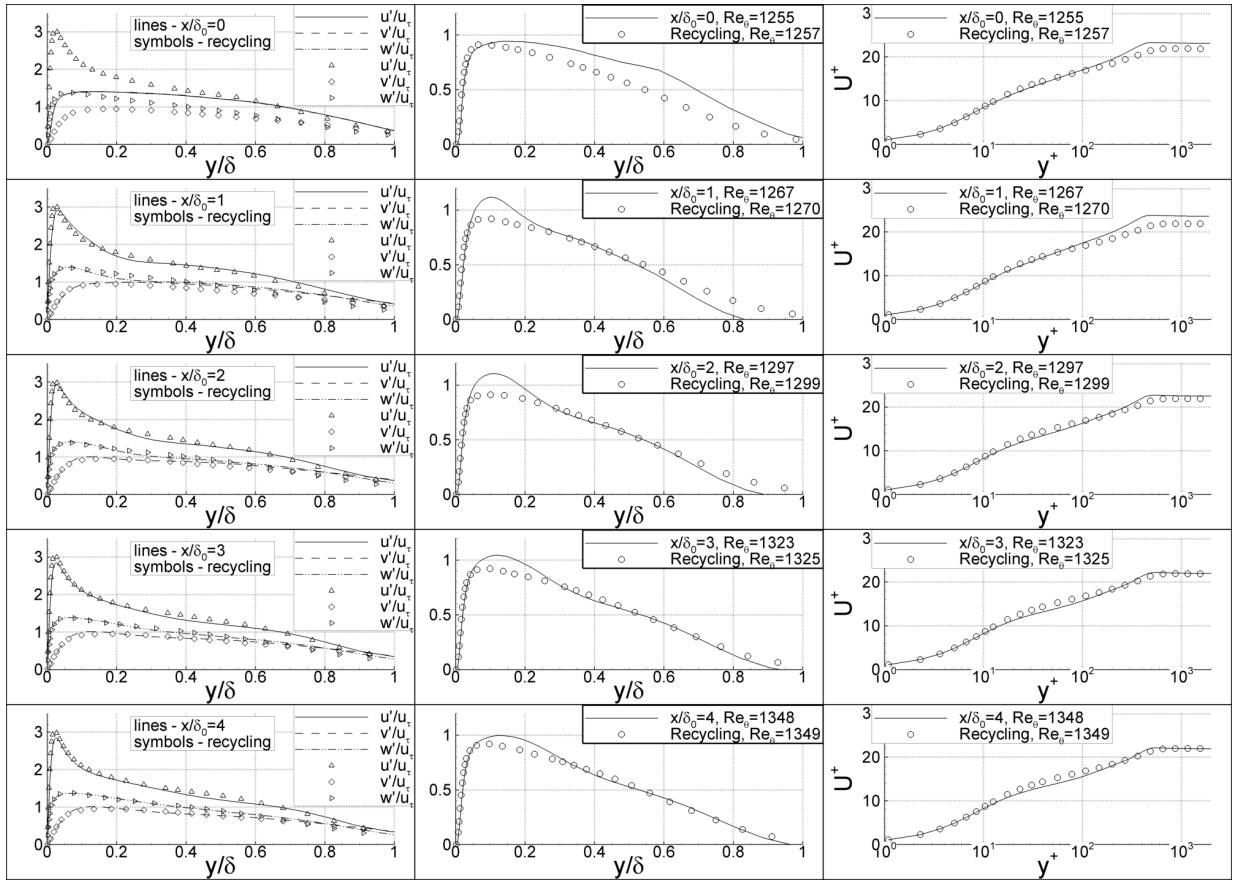


Рис. 29: Сравнение профилей напряжений Рейнольдса и профилей средней скорости в единицах закона стенки, полученных в результате расчета с применением модифицированного МСВ с вариантом определения масштаба 5, с “эталонными” результатами.

максимальному значению поперечного масштаба на всей входной границе (для течения в канале) или внутри пограничного слоя (для течения в пограничном слое).

## 4 Заключение

Магистерская диссертация посвящена проблеме генерации синтетического поля турбулентных флюктуаций для постановки нестационарных граничных условий на входной границе LES области. В работе проведено детальное тестирование на двух типах турбулентных течений - развитого турбулентного течения в плоском канале и течения в пограничном слое на плоской пластине, одного из методов генерации синтетического поля турбулентных флюктуаций - метода синтетических вихрей. Полученные результаты расчетов с применением МСВ сравнивали с результатами расчетов тех же течений с применением "рециклинга" для постановки нестационарных граничных условий.

Получены данные об эффективности применения данной методики генерации синтетического поля турбулентных флюктуаций для рассмотренных типов течений. При применении оригинального метода синтетических вихрей [5], отклонение коэффициента трения достигает 30%, длина переходного участка по трению составляет  $8 - 10\delta$ , где  $\delta$  - толщина пограничного слоя в начальном сечении или полуширина канала. Профили скорости и напряжений турбулентного трения восстанавливаются на расстоянии  $6 - 10\delta$  от входного сечения. Эти результаты в целом согласуются с данными, полученными автором метода и приведенными в работе [5].

Предпринята попытка модификации и улучшения метода синтетических вихрей путем изменения выражения для линейного масштаба синтетических флюктуаций: использован анизотропный масштаб с выделением направления по потоку, а также вместо линейного масштаба модели  $k - \omega$  SST используется его половинное значение. Эти меры привели к уменьшению падения коэффициента трения до 10 – 15% для течения в пограничном слое и менее 10% для течения в плоском канале, а также к уменьшению длины переходного участка по трению до  $3 - 4\delta$  для течения в пограничном слое и  $2\delta$  для течения в плоском канале. Профиль скорости не отклоняется от профиля скорости развитого течения для течения в канале, и восстанавливается на расстоянии  $2\delta$  от входной границы для течения в пограничном слое. Профили напряжений турбулентного трения практически полностью восстанавливаются на расстоянии  $3 - 4\delta$  от входной границы.

Таким образом, модифицированный метод синтетических вихрей создает синтетическое поле турбулентных пульсаций высокого качества, быстро релаксирующее к состоянию развитой турбулентности. Разработанная методика существенно превосходит известные методы генерации синтетического поля турбулентных флюктуаций, использующие в качестве входных данных результаты RANS расчета [3, 5, 17]. Методика может быть применена для решения широкого круга задач, связанных с моделированием турбулентных течений вихреразрешающими методами.

## Список литературы

- [1] Волков К. Н., Емельянов В. Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. 2008. (Фундаментальная и прикладная физика).
- [2] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. 1974.
- [3] Batten P., Goldberg U., Chakravarthy S. Interfacing Statistical Turbulence Closures with Large-Eddy Simulation // AIAA Journal. 2004. 42. 485–492.
- [4] FLOMANIA — A European Initiative on Flow Physics Modelling Results of the European-Union funded project, 2002-2004. // . 94. 2006. Contribution by SPTU: Support of Partners' Efforts Directed to Implementation of DES Technology, 101–108. (Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design).
- [5] Jarrin N. Synthetic Inflow Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Turbulence. 2008.
- [6] Jarrin N., Revell A., Prosser R., Laurence D. Reconstruction of Turbulent Fluctuations for Hybrid RANS/LES Simulations Using a Synthetic-Eddy Method // Proceedings of the 7th International ERCOFTAC Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements (ETMM7), Limassol, Cyprus. 2008.
- [7] Johansson P. S., Andersson H. I. Generation of inflow data for inhomogeneous turbulence // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2004. 18. 371–389.
- [8] Kraichnan R. H. Diffusion by a Random Velocity Field // Physics of Fluids. 1969. 13. 22–31.
- [9] Lund T. S. Generation of Turbulent Inflow Data for Spatially-Developing Boundary Layer Simulations // Journal of Computational Physics. 1998. 140. 233–258.
- [10] Mare L. di, Klein M., Jones W. P., Janicka J. Synthetic turbulence inflow conditions for large-eddy simulation // Physics of Fluids. 2006. 18, 2. 025107.
- [11] Menter F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // AIAA Journal. August 1994. 32. 1598–1605.
- [12] Moser R. D., Kim J., Mansour N. N. Direct Numerical Simulation of Turbulent Channel Flow up to  $Re_\tau = 590$  // Physics of Fluids. April 1999. 11, 4. 943–945.
- [13] Rogers S. E., Kwak D. An Upwind Differencing Scheme for the Time Accurate Incompressible Navier-Stokes Equations // AIAA Journal. February 1988. 28, 2. 253–262.

- [14] *Sagaut P., Deck S., Terracol M.* Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence. 2006.
- [15] *Shur M, Spalart P. R., Strelets M, Travin A.* Detached-Eddy Simulation of an Airfoil at High Angle of Attack // Fourth International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements, Corsica. 1999. 24–26.
- [16] *Shur M. L., Spalart P. R., Strelets M. Kh., Travin A. K.* A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2008. 29. 1638–1649.
- [17] *Smirnov A., Shi S., Celik I.* Random flow generation technique for large-eddy simulations and particle-dynamics modelling // Journal of Fluids Engineering. 2001. 123. 359–371.
- [18] *Spalart P. R.* Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $R_\theta = 1410$  // Journal of Fluid Mechanics. 1988. 187. 61–98.
- [19] *Spalart P. R.* Detached-Eddy Simulation // Annual Review of Fluid Mechanics. January 2009. 41. 181–201.
- [20] *Spalart P. R., Jou W.-H., Strelets M., Allmaras S. R.* Comments on the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach // Proceedings of 1st Int. AFOSR Conf. on DNS and LES. 1997.
- [21] *Spalart P. R., Strelets M. Kh., Travin A.* Direct numerical simulation of large-eddy-break-up devices in a boundary layer // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2006. 27, 5. 902–910.