TRAVAUX DIRIGÉS ECT1
Description macroscopique d'un système thermodynamique à l'équilibre

Niveau 1

*Exercice 1. Propriétés d'un gaz parfait

MASSE VOLUMIQUE

1. Exprimer la masse volumique ρ d'un gaz parfait en fonction de la pression P, de la température T et de la masse molaire M.
2. Calculer la masse volumique ρ_0 de l'air dans les conditions <u>normales</u> de pression et de température : $\theta_0 = 0°\text{C}$ et $P_0 = 1{,}013\ \text{bar}$.
3. Quelle est l'expression de ρ pour l'air en fonction de ρ_0 ?

VOLUME MOLAIRE

4. Exprimer le volume molaire V_m d'un gaz parfait en fonction de la pression P et de la température T.
5. Calculer le volume molaire V_m de l'air dans les conditions <u>normales</u> de pression et de température, puis dans les conditions <u>standard</u> de pression et de température : $\theta_0 = 25°\text{C}$ et $P_1 = 1{,}013\ \text{bar}$.

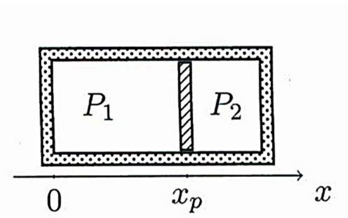
DENSITÉ

La densité d d'un gaz parfait est le rapport de la masse d'un certain volume de ce gaz par la masse du même volume de gaz parfait de référence (l'air) dans les mêmes conditions de température et de pression.

6. Exprimer la densité d en fonction de la masse molaire M du gaz parfait et de la masse molaire M_a de l'air.

<u>Données</u> : $R = 8{,}31\ \text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ Masse molaire de l'air : $M_a = 29\ \text{g.mol}^{-1}$

*Exercice 2. Piston à deux compartiments



Une enceinte cylindrique de section S et de longueur L est partagée en deux compartiments par un piston adiabatique de masse m. Dans chaque compartiment, on place une mole de gaz parfait. Les gaz ont une température T_0. Par un système de chauffage annexe, on chauffe le gaz de gauche jusqu'à la température $2T_0$, le gaz de droite étant maintenu à la température T_0. On repère le piston par sa coordonnée x depuis le bord gauche de l'enceinte. On note P_1 la pression dans le compartiment de gauche et P_2 la pression dans le compartiment de droite.

1. Montrer qu'à l'équilibre mécanique la pression est la même dans les deux compartiments.
2. Avant chauffage, déterminer la position x_P du piston et la pression P_0 des gaz.
3. Après chauffage, déterminer la nouvelle position x'_P, du piston, puis la nouvelle pression P'_0 dans les compartiments en fonction de P_0.

Exercice 3. Énergie interne d'un gaz : gaz réel ou parfait ?

Les valeurs expérimentales de l'énergie interne massique de la vapeur d'eau, exprimées en $J.kg^{-1}$, sont les suivantes :

T (K)	523	573	623	673
à $P_1 = 10$ bar	2711.10^3	2793.10^3	2874.10^3	2956.10^3
à $P_2 = 20$ bar	2683.10^3	2773.10^3	2859.10^3	2944.10^3

1. Tracer les courbes donnant l'énergie interne massique en fonction de la température.
2. A-t-on un gaz parfait ? Justifier.
3. Comparer la capacité thermique molaire à volume constant à celle d'un gaz parfait monoatomique.

Exercice 4. Bouteille de diazote

Une bouteille de volume $V_1 = 100\ \text{L}$ contient du diazote à la température $T_1 = 300\ \text{K}$ sous la pression $p_1 = 10\ \text{bar}$.

1. Quel est le nombre n_1 de moles de diazote dans la bouteille ? On donne la constante des gaz parfaits $R = 8{,}31\ \text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.
2. Sachant que la masse molaire du diazote est $M_{N_2} = 28\ \text{g.mol}^{-1}$, quelle est la masse volumique ρ du gaz dans la bouteille ?
3. On ouvre la bouteille et le diazote se détend à l'air libre, dont la pression et la température sont respectivement $p_a = 1{,}0\ \text{bar}$ et $T_a = 300\ \text{K}$. Exprimer le volume V_2 du diazote détendu.
4. Calculer le volume V de diazote qui s'est échappé de la bouteille.
5. Dans la gamme de température considérées dans l'exercice, on admet que l'énergie interne du gaz parfait diatomique s'écrit $U = \frac{5}{2}nRT$ où T est la température du gaz et n son nombre de moles. Calculer l'énergie interne U_1 du diazote comprimé dans la bouteille, puis celle U_2 du diazote détendu.

SOLUTIONS

*Exercice 1. Propriétés d'un gaz parfait

1. Équation d'état : $PV = nRT \Leftrightarrow V = \dfrac{nRT}{P}$

   Masse volumique : $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{mP}{nRT}$ et masse molaire : $M = \dfrac{m}{n}$ d'où : $\boxed{\rho = \dfrac{MP}{RT}}$
2. **Attention aux unités SI !**
   Conditions normales de pression et de température : $T_0 = 273\ \text{K}$ et $P_0 = 1{,}013.10^5\ \text{Pa}$; masse molaire : $M_a = 29.10^{-3}\ \text{kg.mol}^{-1}$
   $$\boxed{\rho_0 = \frac{M_a P_0}{RT_0} = 1{,}29\ \text{kg.m}^{-3}}$$
3. $\rho_0 = \dfrac{M_a P_0}{RT_0} \Leftrightarrow \dfrac{M_a}{R} = \rho_0 \dfrac{T_0}{P_0}$ et $\rho = \dfrac{M_a P}{RT}$ soit $\boxed{\rho = \rho_0 \dfrac{T_0}{P_0}\dfrac{P}{T}}$
4. Équation d'état : $PV = nRT$ d'où volume molaire $\boxed{V_m = \dfrac{RT}{P}}$
5. Conditions normales de pression et de température : $T_0 = 273\ \text{K}$ et $P_0 = 1{,}013.10^5\ \text{Pa}$: $\boxed{V_m = 22{,}4.10^{-3}\ \text{m}^3.\text{mol}^{-1} = 22{,}4\ \text{L.mol}^{-1}}$
   Conditions standard de pression et de température : $T_1 = 298\ \text{K}$ et $P_1 = 1{,}013.10^5\ \text{Pa}$: $\boxed{V_m = 24{,}5.10^{-3}\ \text{m}^3.\text{mol}^{-1} = 24{,}5\ \text{L.mol}^{-1}}$
   Le volume molaire est le même pour tous les gaz parfaits.
6. Densité : $d = \dfrac{m}{m_a}$ pour un volume V. Si le volume V considéré est le volume molaire V_m, sachant qu'il est identique pour tous les gaz parfaits, alors, le rapport de masses devient un rapport de masses molaires :
   $$\boxed{d = \frac{M}{M_a} = \frac{M}{29}} \text{ avec } M \text{ en g.mol}^{-1}$$

*Exercice 2. Piston à deux compartiments

1. Système : piston horizontal de masse m
   Référentiel terrestre supposé galiléen
   Bilan des forces : Poids $\vec{P} = -mg\vec{e_z}$
   Réaction normale de l'enceinte : $\vec{R_N} = R_N\vec{e_z}$
   Force pressante exercée par le gaz de gauche : $\vec{F_1} = P_1 S\vec{e_x}$

Force pressante exercée par le gaz de droite : $\overrightarrow{F_2} = -P_2 S \overrightarrow{e_x}$

<u>PFS</u> : $\vec{P} + \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \vec{0}$

<u>Projection du PFS sur (*Ox*)</u> : $P_1 S - P_2 S = 0 \Leftrightarrow \boxed{P_1 = P_2}$

2. Volume du compartiment de gauche : $V_1 = S x_P$

   Volume du compartiment de droite : $V_2 = S(L - x_P)$

   Équation d'état des GP :

   - Pour $n = 1 \text{ mol}$ de gaz à gauche : $P_1 V_1 = nRT_0 \Leftrightarrow P_1 = \dfrac{RT_0}{S x_P}$
   - Pour $n = 1 \text{ mol}$ de gaz à droite : $P_2 V_2 = nRT_0 \Leftrightarrow P_2 = \dfrac{RT_0}{S(L - x_P)}$

   <u>Équilibre mécanique</u> : $P_1 = P_2$ d'où $L - x_P = x_P \Leftrightarrow \boxed{x_P = \dfrac{L}{2}}$: le piston est au milieu de l'enceinte.

   Pression à l'équilibre : $\boxed{P_1 = P_2 = P_0 = \dfrac{2RT_0}{SL}}$

3. Raisonnement analogue : $P'_1 = \dfrac{R2T_0}{Sx'_P}$ et $P'_2 = \dfrac{RT_0}{S(L - x'_P)}$

   <u>Équilibre mécanique</u> : $P'_1 = P'_2 \Leftrightarrow L - x'_P = \dfrac{x'_P}{2} \Leftrightarrow 3\dfrac{x'_P}{2} = L$ soit $\boxed{x'_P = \dfrac{2}{3}L}$

   Pression à l'équilibre : $P'_1 = P'_2 = P'_0 = \dfrac{2RT_0}{2SL}3$ soit $\boxed{P'_0 = 3\dfrac{RT_0}{SL} = \dfrac{3}{2}P_0}$

Exercice 3. Énergie interne d'un gaz : gaz réel ou parfait ?

3. $C_{Vm1} = 29{,}4 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$, $C_{Vm2} = 31{,}3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$, $C_{Vm1}, C_{Vm2} > C_{Vm,GPM}$

Exercice 4. Bouteille de diazote

1. $n_1 = 40 \text{ mol}$ 2. $\rho = 11 \text{ kg.m}^{-3}$ 3. $V_2 = 1{,}0 \text{ m}^3$ 4. $V = 0{,}9 \text{ m}^3$ 5. $U_1 = U_2 = 0{,}25 \text{ MJ}$