

TRAVAUX DIRIGÉS ECT2

Bilan d'énergie lors d'une transformation d'un système thermodynamique

Échanges d'énergie mécanique

Niveau 1

Exercice 1. Gonflage d'un pneu

On assimile l'air à un gaz parfait.

1. Un pneu sans chambre (de volume supposé constant) est gonflé à froid ($T = 20\text{ °C}$) sous une pression de 2,1 bar. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche désormais une pression de 2,3 bar. Justifier et déterminer la valeur du paramètre manquant.
2. Un pneu de volume $V_1 = 50\text{ L}$ est gonflé au moyen d'air comprimé contenu dans une bouteille de volume $V_0 = 80\text{ L}$ sous $P_0 = 15\text{ bar}$. Si la pression initiale du pneu est nulle et la pression finale $P_1 = 2,6\text{ bar}$, déterminer la pression P dans la bouteille à la fin du gonflage du pneu. En déduire le nombre de pneus qu'il est possible de gonfler, sachant que l'opération s'effectue à température constante.

*Exercice 2. Travail reçu le long d'un chemin

Un système, constitué de n moles de gaz parfait, subit une transformation d'un état initial (1) à un état final (2). On donne $p_1 = 4,0\text{ bar}$, $V_1 = 10\text{ L}$ et $T_1 = 600\text{ K}$ pour l'état initial, $p_2 = 1,0\text{ bar}$ et $V_2 = 20\text{ L}$ pour l'état final.

1. Déterminer la température T_2 de l'état final.
2. Cette transformation est constituée de deux étapes :
 - une transformation isobare de l'état (1) à un état intermédiaire (1') ;
 - une transformation isochore de l'état (1') à l'état (2).

Représenter le chemin suivi par la transformation dans le diagramme de Clapeyron et déterminer le travail $W'_{1 \rightarrow 2}$ reçu par le gaz lors de cette transformation.

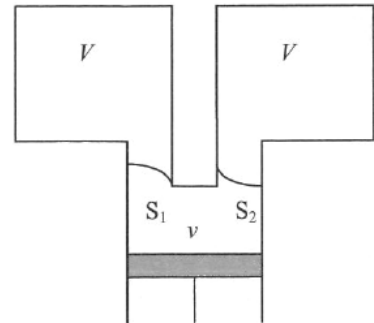
3. On considère un autre chemin :
 - une transformation isochore de l'état (1) à un état intermédiaire (1'') ;
 - une transformation isobare de l'état (1'') à l'état (2).

Représenter le chemin suivi par la transformation dans le diagramme de Clapeyron et déterminer le travail $W''_{1 \rightarrow 2}$ reçu par le gaz lors de cette transformation. Que constate-t-on ?

Niveau 2

Exercice 3. Étude d'une pompe

Deux réservoirs, de même volume V , sont mis en communication par une pompe dont le cylindre a un volume maximal v . À l'instant initial, les deux réservoirs contiennent deux gaz parfaits identiques à la même pression P_0 et à la même température T_0 . Le piston est initialement en position haute, de telle sorte que le volume du cylindre est nul au début de l'expérience.



À la descente du piston, la soupape S_1 est ouverte et la soupape S_2 est fermée. À la remontée du piston, la soupape S_1 est fermée et la soupape S_2 est ouverte.

On note P_n^g et P_n^d les pressions respectivement dans le réservoir de gauche et dans le réservoir de droite après n aller-retours du piston, depuis sa position haute initiale.

On suppose que toutes les transformations s'effectuent de façon isotherme, et que le système, constitué par le gaz contenu dans les deux réservoirs et le cylindre, est fermé.

1. En utilisant une loi de conservation, établir une relation entre P_n^g , P_n^d et P_0 .
2. Quelle est la relation entre P_{n-1}^g et P_n^g ?
3. En déduire les expressions de P_n^g et P_n^d en fonction de P_0 , V et v .
4. Donner les limites de P_n^g et P_n^d quand n tend vers l'infini. Commenter.

*Exercice 4. Enceinte verticale à deux compartiments

Un cylindre vertical de section S , fermé aux deux bouts, est séparé en deux compartiments égaux étanches par un piston sans frottements, de forme cylindrique, et homogène (masse surfacique $\sigma = 136 \text{ g.cm}^{-2}$). Chaque compartiment, de hauteur $h = 0,50 \text{ m}$, contient un gaz parfait à $T_0 = 273 \text{ K}$; la pression dans le compartiment inférieur est $P_1 = 1,33 \text{ bar}$. Le champ de pesanteur est $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

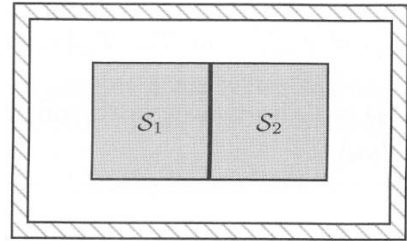
1. Déterminer la pression P_2 dans le compartiment supérieur.
2. On chauffe l'ensemble du système à $T = 373 \text{ K}$. Déterminer le déplacement x du piston.
3. À partir de la situation initiale, on retourne maintenant le cylindre de bas en haut, la température restant égale à T_0 . Déterminer le déplacement x' du piston.

Échanges d'énergie thermique – 1^{er} principe

Niveau 1

*Exercice 5. Solides en contact

Deux blocs d'acier identiques S_1 et S_2 de même masse $m = 0,20 \text{ kg}$ sont placés en contact dans une enceinte indéformable calorifugée. Ils sont considérés comme indilatables et incompressibles, et peuvent échanger un transfert thermique entre eux. On donne la capacité thermique massique de l'acier $c = 0,50 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$. Les solides sont initialement aux températures $\theta_{i,1} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ et $\theta_{i,2} = 50 \text{ }^\circ\text{C}$.



1. Déterminer la température finale des deux corps.
2. Détailler les échanges d'énergie pour chaque solide.

*Exercice 6. Simple ou double vitrage

La résistance thermique d'une vitre peut se calculer avec la formule : $R_{th} = \frac{1}{\lambda} \frac{e}{S}$ où e est son épaisseur, S sa surface et λ une caractéristique du matériau appelée conductivité thermique. On considère ici une pièce à la température $\theta_{int} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; la température extérieure est $\theta_{ext} = 5 \text{ }^\circ\text{C}$. Les transferts thermiques entre la pièce et l'extérieur se font à travers une vitre carrée de côté $a = 60 \text{ cm}$, d'épaisseur $e = 3,0 \text{ mm}$, constituée d'un verre de conductivité thermique $\lambda = 1,15 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. On néglige les flux à travers les autres parois de la pièce (murs très épais). On se place en régime stationnaire.

1. Définir la résistance thermique de la vitre, et calculer sa valeur numérique. En déduire le flux thermique sortant de la pièce.
2. Que deviendrait ce flux si on collait deux vitres identiques l'une contre l'autre (sans air entre les deux) ?

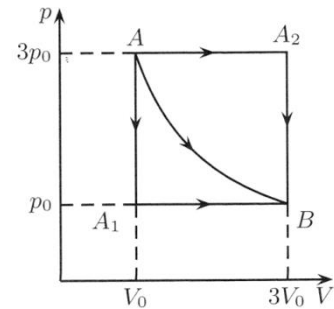
On remplace maintenant ce simple vitrage par un double vitrage, constitué de deux vitres identiques à la précédente séparées par une couche d'air de conductivité thermique $\lambda' = 0,025 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, d'épaisseur $e' = 10 \text{ mm}$.

3. Déterminer la nouvelle valeur du flux thermique.
4. Calculer les températures sur les deux interfaces verre/air à l'intérieur du double vitrage.

Niveau 2

***Exercice 7. Bilans d'énergie pour un gaz parfait**

On étudie une détente de n moles d'un gaz parfait d'un état $A(3p_0, V_0)$ à un état $B(p_0, 3V_0)$. On considère plusieurs chemins, représentés dans le diagramme de Watt ci-contre.



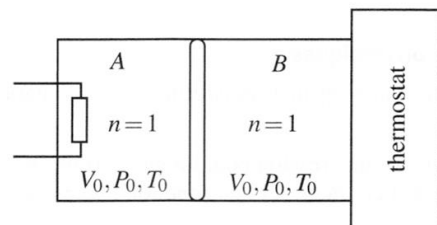
- Chemin 1 : le gaz subit un refroidissement isochore de l'état A à l'état $A_1(p_0, V_0)$, puis une détente isobare le menant à l'état B .
- Chemin 2 : le gaz subit une détente isobare de l'état A à l'état $A_2(3p_0, 3V_0)$, puis un refroidissement isochore le menant à l'état B .
- Chemin 3 : le gaz subit une détente isotherme de l'état A à l'état B à la température T_0 .

Le gaz est diatomique, de capacité thermique à volume constant $C_V = \frac{5}{2}nR$. Les transformations sont supposées quasi-stationnaires.

1. Que peut-on dire de la variation d'énergie interne du gaz lors de ces transformations ?
2. Pour quel chemin le transfert thermique reçu par le gaz est-il minimum ? Donner son expression Q_{min} en fonction de p_0 et V_0 .
3. Calculer le travail et le transfert thermique reçu par le gaz pour chaque chemin. Applications numériques : $p_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Pa et $V_0 = 5,0$ L.
4. Détailler les échanges énergétiques pour les deux étapes des chemins 1 et 2 en donnant pour chaque étape les expressions puis les valeurs numériques du travail, du transfert thermique et de la variation de l'énergie interne.

Exercice 8. Chauffage d'une enceinte

On étudie le système ci-contre dans lequel deux enceintes A et B , contenant deux gaz parfaits identiques, sont séparées par une cloison mobile adiabatique. L'enceinte A est parfaitement calorifugée et l'enceinte B est en contact avec un thermostat. On chauffe l'enceinte A jusqu'à la



température T_1 grâce à la résistance chauffante placée à l'intérieur. Les transformations seront considérées comme quasi-statiques. On note $\gamma > 1$ le

coefficient du gaz parfait et $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$ sa capacité thermique à volume constant.

1. Déterminer les volumes finaux V_A et V_B des deux enceintes ainsi que la pression finale P_F (en fonction notamment de V_0 , T_0 , T_1 , P_0).
2. Exprimer, en fonction de T_0 , T_1 , R et γ , la variation d'énergie interne de chacune des enceintes A et B ainsi que celle de l'ensemble $\{A + B\}$.
3. Quelle est la nature de la transformation de l'enceinte B ? En déduire le travail échangé par le gaz dans l'enceinte B avec l'enceinte A , ainsi que le transfert thermique Q_1 échangé entre B et le thermostat.
4. Déterminer le transfert thermique Q_2 reçu par le gaz dans A de la part de la résistance.

Calorimétrie

Niveau 1

*Exercice 9. Valeur en eau d'un calorimètre

On mélange 95,0 g d'eau à 20,0°C et 71,0 g d'eau à 50,0°C dans un calorimètre.

1. Quelle est la température finale à l'équilibre, en négligeant l'influence du calorimètre ?
2. Expérimentalement on obtient 31,3°C. Expliquer.
3. En déduire la masse équivalente en eau (valeur en eau) du calorimètre.

Exercice 10. Calorimétrie : méthode des mélanges

Madame Dupont a acheté chez un antiquaire une statue garantie en or massif, de masse $m = 860$ g. Pour vérifier sa composition, elle souhaite mesurer la capacité thermique massique c du métal qui la constitue. Pour cela, elle plonge la statue, à la température initiale $T_0 = 293$ K, dans une masse $m_{\text{eau}} = 300$ g d'eau, de température initiale $T_{\text{eau}} = 353$ K et de capacité thermique massique $c_{\text{eau}} = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, contenue dans un calorimètre (aux parois parfaitement adiabatiques) initialement à la température T_{eau} . Elle mesure la température finale T_F du système complet Σ à l'équilibre thermodynamique.

On définit la masse équivalente en eau du calorimètre μ par la relation $\mu = \frac{C_{\text{cal}}}{c_{\text{eau}}}$

avec C_{cal} la capacité thermique du calorimètre : sa valeur est $\mu = 40$ g. Pendant toute la transformation, le système Σ est en contact avec l'atmosphère où règne une pression constante P_0 .

1. Préciser la nature de la transformation et indiquer la fonction d'état à utiliser dans ces conditions.
2. Effectuer un bilan énergétique pour le système Σ (en précisant les sous-systèmes) et déterminer l'expression de la capacité thermique massique c du métal en fonction de μ , m , m_{eau} , c_{eau} , T_0 , T_{eau} et T_F .

- Effectuer l'application numérique pour $T_F = 346 \text{ K}$.
- Exprimer la masse molaire M du métal en fonction de sa capacité thermique molaire C_m et de sa capacité thermique massique c .
- Calculer la valeur de M sachant que tous les métaux ont la même capacité thermique molaire à température ordinaire : $C_m = 3R = 24,9 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.
- Sachant que la masse molaire de l'or est $M_{Au} = 197 \text{ g.mol}^{-1}$, en déduire si Madame Dupont a eu raison de faire confiance à l'antiquaire.

SOLUTIONS

Exercice 1. Gonflage d'un pneu

- $\theta_f = 48 \text{ °C}$
- $P = 13,4 \text{ bar}$ Il est possible de gonfler 7 pneus.

*Exercice 2. Travail reçu le long d'un chemin

Le système est fermé : $n = \text{cste}$.

- Équation d'état dans l'état initial : $p_1 V_1 = nRT_1 \Leftrightarrow nR = \frac{p_1 V_1}{T_1}$

$$\text{Équation d'état dans l'état final : } p_2 V_2 = nRT_2 \Leftrightarrow nR = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{Température finale : } T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = 300 \text{ K}$$

- Succession de deux transformations :

- une dilatation isobare de l'état (1) à un état intermédiaire (1') : droite horizontale à p_1 dans le diagramme de Clapeyron avec augmentation du volume de V_1 à V_2 .

$$\text{Travail reçu : } W_{1 \rightarrow 1'} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -p_1 (V_2 - V_1)$$

- une compression isochore de l'état (1') à l'état (2) : droite verticale à V_2 dans le diagramme de Clapeyron avec diminution de la pression de p_1 à p_2 .

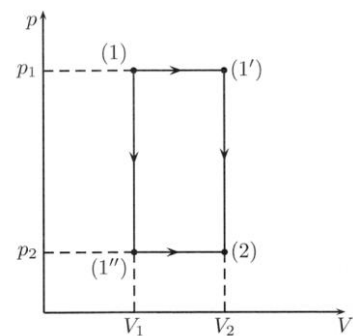
$$\text{Travail reçu : } W_{1' \rightarrow 2} = 0$$

- Travail total reçu : $W'_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 1'} + W_{1' \rightarrow 2} = -p_1 (V_2 - V_1) = -4,0 \text{ kJ}$

- Succession de deux transformations :

- une compression isochore de l'état (1) à l'état (1'') : droite verticale à V_1 dans le diagramme de Clapeyron avec diminution de la pression de p_1 à p_2 .

$$\text{Travail reçu : } W_{1 \rightarrow 1''} = 0$$



- une dilatation isobare de l'état (1'') à un état intermédiaire (2) : droite horizontale à p_2 dans le diagramme de Clapeyron avec augmentation du volume de V_1 à V_2 .

Travail reçu : $W_{1'' \rightarrow 2} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -p_2 (V_2 - V_1)$

Travail total reçu : $W_{1 \rightarrow 2}'' = W_{1 \rightarrow 1''} + W_{1'' \rightarrow 2} = -p_2 (V_2 - V_1) = -1,0 \text{ kJ}$

Conclusion : $W_{1 \rightarrow 2}'' \neq W'_{1 \rightarrow 2}$ Le travail reçu par un système lors d'une transformation dépend du chemin suivi pour aller de l'état initial à l'état final.

Exercice 3. Étude d'une pompe

1. $P_n^g + P_n^d = 2P_0$ 2. $P_n^g = P_{n-1}^g \left(\frac{V}{V+u} \right)$ 3. $P_n^d = P_0 \left[2 - \left(\frac{V}{V+u} \right)^n \right]$ 4. $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n^g = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} P_n^d = 2P_0$

*Exercice 4. Enceinte verticale à deux compartiments

1. Système : piston.

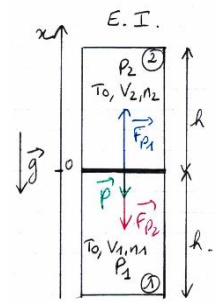
Référentiel terrestre supposé galiléen, base cartésienne $(0; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ avec \vec{e}_x vertical ascendant

Bilan des forces :

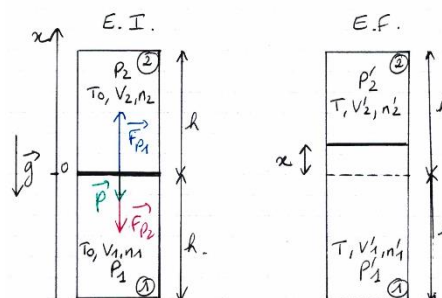
- Poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e}_x = -\sigma S g \vec{e}_x$
- Force pressante du compartiment inférieur : $\vec{F}_{p1} = P_1 S \vec{e}_x$
- Force pressante du compartiment supérieur : $\vec{F}_{p2} = -P_2 S \vec{e}_x$

PFD à l'équilibre : $\vec{P} + \vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p2} = \vec{0}$

Projection du PFD sur \vec{e}_x : $-\sigma S g + P_1 S - P_2 S = 0$ soit $P_2 = P_1 - \sigma g = 1,20 \text{ bar}$



- 2.



| Sous-système | Σ_1 : GP dans compartiment inférieur 1 | Σ_2 : GP dans compartiment supérieur 2 |
|-------------------|---|---|
| État initial : EI | n_1, V_1, T_0, P_1 | $n_2, V_2, T_0, P_2 = P_1 - \sigma g$ |
| État final : EF | n'_1, V'_1, T, P'_1 | $n'_2, V'_2, T, P'_2 = P'_1 - \sigma g$ |

Sous-système Σ_1 : Conservation de la matière : $n_1 = n'_1$ + équation d'état des GP dans EI et EF

$$\frac{P_1 V_1}{RT_0} = \frac{P'_1 V'_1}{RT} \Leftrightarrow \frac{P_1 S h}{T_0} = \frac{P'_1 S (h+x)}{T} \Leftrightarrow P'_1 = \frac{P_1 T h}{T_0 (h+x)}$$

Sous-système Σ_2 : Conservation de la matière : $n_2 = n'_2$ + équation d'état des GP dans EI et EF

$$\frac{P_2 V_2}{RT_0} = \frac{P'_2 V'_2}{RT} \Leftrightarrow \frac{P_2 S h}{T_0} = \frac{P'_2 S (h-x)}{T} \Leftrightarrow P'_2 = \frac{P_2 T h}{T_0 (h-x)}$$

$$P'_2 = P'_1 - \sigma g \Leftrightarrow \frac{P_2 T h}{T_0 (h-x)} = \frac{P_1 T h}{T_0 (h+x)} - \sigma g$$

$$P_2 T h (h+x) = P_1 T h (h-x) - \sigma g T_0 (h-x)(h+x)$$

$$P_2 T h (h+x) = P_1 T h (h-x) - \sigma g T_0 (h^2 - x^2)$$

$$\sigma g T_0 x^2 - \sigma g T_0 h^2 - T h (P_1 + P_2) x + T h^2 (P_1 - P_2) = 0 \text{ et } P_1 - P_2 = \sigma g$$

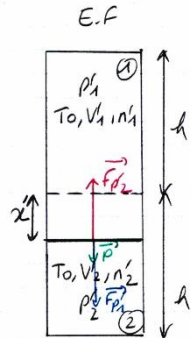
$$\sigma g T_0 x^2 - T h (P_1 + P_2) x + \sigma g (T - T_0) h^2 = 0 \text{ ou } [36,4.10^5 x^2 - 47,2.10^6 x + 334.10^3 = 0]$$

Résolution numérique : deux solutions : $x_1 = 7,08 \text{ mm}$ et $x_2 = 13,0 \text{ m} > h$: impossible. Donc $x = 7,08 \text{ mm} > 0$ et le volume du compartiment inférieur augmente.

3. Système : piston

Bilan des forces (état final) :

- $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e}_x = -\sigma S g \vec{e}_x$
- $\vec{F}_{P'_1} = -P'_1 S \vec{e}_x$
- $\vec{F}_{P'_2} = P'_2 S \vec{e}_x$



Projection du PFD : $-\sigma S g - P'_1 S + P'_2 S = 0$ soit $P'_2 = P'_1 + \sigma g$

| Sous-système | Σ_1 : GP dans compartiment inférieur 1 | Σ_2 : GP dans compartiment supérieur 2 |
|-------------------|---|---|
| État initial : EI | n_1, V_1, T_0, P_1 | $n_2, V_2, T_0, P_2 = P_1 - \sigma g$ |
| État final : EF | n'_1, V'_1, T, P'_1 | $n'_2, V'_2, T, P'_2 = P'_1 + \sigma g$ |

Sous-système Σ_1 : Conservation de la matière : $n_1 = n'_1$ + équation d'état des GP dans EI et EF

$$\frac{P_1 V_1}{RT_0} = \frac{P'_1 V'_1}{RT_0} \Leftrightarrow P_1 S h = P'_1 S (h+x') \Leftrightarrow P'_1 = P_1 \frac{h}{(h+x')}$$

Sous-système Σ_2 : Conservation de la matière : $n_2 = n'_2$ + équation d'état des GP dans EI et EF

$$\frac{P_2 V_2}{RT_0} = \frac{P'_2 V'_2}{RT_0} \Leftrightarrow P_2 S h = P'_2 S (h-x') \Leftrightarrow P'_2 = P_2 \frac{h}{(h-x')}$$

$$P'_2 = P'_1 + \sigma g \Leftrightarrow \frac{P_2 h}{(h - x')} = \frac{P_1 h}{(h + x')} + \sigma g$$

$$P_2 h (h + x') = P_1 h (h - x') + \sigma g (h - x') (h + x')$$

$$P_2 h (h + x') = P_1 h (h - x') + \sigma g (h^2 - x'^2)$$

$$-\sigma g x'^2 + \sigma g h^2 - h(P_1 + P_2)x' + h^2(P_1 - P_2) = 0 \text{ et } P_1 - P_2 = \sigma g$$

$$\boxed{-\sigma g x'^2 - h(P_1 + P_2)x' + 2\sigma g h^2 = 0} \text{ ou } \boxed{-13,3 \cdot 10^3 x^2 - 127 \cdot 10^3 x + 6,67 \cdot 10^3 = 0}$$

Résolution numérique : deux solutions : $x'_1 = 5,22 \text{ cm}$ et $x'_2 = -9,60 \text{ m} < -h$: impossible. Donc $\boxed{x' = 5,22 \text{ cm} > 0}$ et le volume du compartiment 1 augmente.

*Exercice 5. Solides en contact

Le système S est composé de deux sous-systèmes :

| Sous-système | S_1 : Solide | S_2 : Solide |
|----------------------|---|---|
| Masse | $m = 0,20 \text{ kg}$ | $m = 0,20 \text{ kg}$ |
| Température initiale | $\theta_{i,1} = 20 \text{ °C}$ $T_{i,1} = 293 \text{ K}$ | $\theta_{i,2} = 50 \text{ °C}$ $T_{i,2} = 323,0 \text{ K}$ |
| Température finale | θ_F ou T_F | θ_F ou T_F |

La condition d'équilibre thermique impose la même température finale pour les 2 sous-systèmes.

1. $\boxed{\text{Système } S = \{S_1 \cup S_2\}}$: phases condensées incompressibles et indilatables

Transformation isochore : travail reçu : $W(S) = 0$

Enceinte calorifugée : transformation adiabatique $Q(S) = 0$

1^{er} principe : $\Delta U(S) = W(S) + Q(S) = 0$

Additivité de l'énergie interne : $\Delta U(S) = \Delta U(S_1) + \Delta U(S_2)$ (1)

- $\boxed{\text{Sous-système } S_1}$: phase condensée incompressible et indilatable

Transformation : échauffement isochore et monobare de $T_{i,1}$ à T_F

Variation d'énergie interne : $\Delta U(S_1) = C\Delta T = mc(T_F - T_{i,1})$ (2)

- $\boxed{\text{Sous-système } S_2}$: phase condensée incompressible et indilatable

Transformation : échauffement isochore et monobare de $T_{i,2}$ à T_F

Variation d'énergie interne : $\Delta U(S_2) = C\Delta T = mc(T_F - T_{i,2})$ (3)

- En remplaçant (2) et (3) dans la relation (1) :

$$mc(T_F - T_{i,1}) + mc(T_F - T_{i,2}) = 0 \Leftrightarrow mc(2T_F - T_{i,1} - T_{i,2}) = 0$$

$$\boxed{T_F = \frac{T_{i,1} + T_{i,2}}{2} = 308 \text{ K}} \text{ soit } \boxed{\theta_F = 35 \text{ °C}}$$

Remarque : la température finale est la moyenne des températures initiales.
La conversion en K est inutile.

2. Sous-système S_1 : phase condensée incompressible et indilatable

Transformation isochore : travail reçu : $W(S_1) = 0$

1^{er} principe : $\Delta U(S_1) = W(S_1) + Q(S_1) = Q(S_1)$

Transfert thermique : $Q(S_1) = mc(T_F - T_{i,1}) = 1,5 \text{ kJ}$

- Sous-système S_2 : phase condensée incompressible et indilatable

Transformation isochore : travail reçu : $W(S_2) = 0$

1^{er} principe : $\Delta U(S_2) = W(S_2) + Q(S_2) = Q(S_2)$

Transfert thermique : $Q(S_2) = mc(T_F - T_{i,2}) = -1,5 \text{ kJ}$

- Comme $\Delta U(S) = \Delta U(S_1) + \Delta U(S_2) = 0$ et que les travaux sont nuls, on retrouve bien : $Q(S_2) = -Q(S_1)$

*Exercice 6. Simple ou double vitrage

1. Résistance thermique : $R_{th} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\phi_{int \rightarrow ext}} = \frac{\theta_{int} - \theta_{ext}}{\phi_{int \rightarrow ext}}$

$$R_{th} = \frac{1}{\lambda} \frac{e}{S} = \frac{e}{\lambda a^2} = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$$

Flux thermique : $\phi_{int \rightarrow ext} = \frac{\theta_{int} - \theta_{ext}}{R_{th}} = 2,1 \text{ kW}$

2. En collant deux vitres identiques l'une contre l'autre, l'épaisseur totale est

$e_2 = 2e$. La résistance thermique totale est $R_{th,2} = \frac{e_2}{\lambda a^2} = 2R_{th}$. Les résistances

thermiques s'ajoutent (association en série des deux vitres traversées par le même flux thermique). La différence de température est la même. Le nouveau

flux thermique est : $\phi_{int \rightarrow ext,2} = \frac{\theta_{int} - \theta_{ext}}{R_{th,2}} = \frac{\theta_{int} - \theta_{ext}}{2R_{th}} = \frac{\phi_{int \rightarrow ext}}{2} = 1,0 \text{ kW}$. Le flux

thermique diminue et les pertes par transferts thermiques également.

3. Association en série de 3 résistances thermiques :

$$R_{th,tot} = \frac{e_2}{\lambda a^2} + \frac{e'}{\lambda' a'^2} = 1,1 \text{ K.W}^{-1}$$

Flux thermique : $\phi_{int \rightarrow ext,tot} = \frac{\theta_{int} - \theta_{ext}}{R_{th,tot}} = 13 \text{ W}$. Le fait d'insérer de l'air entre les

deux vitres permet de diviser par 80 les pertes par transferts thermiques par rapport au cas où les deux vitres sont collées !

4. On note θ_1 la température à l'interface entre le verre côté intérieur et l'air, et θ_2 la température à l'interface entre l'air et le verre côté extérieur. Tous les matériaux sont traversés par le même flux thermique $\phi_{\text{int} \rightarrow \text{ext}, \text{tot}}$.

Loi d'Ohm thermique pour le verre côté intérieur : $\theta_{\text{int}} - \theta_1 = R_{th} \phi_{\text{int} \rightarrow \text{ext}, \text{tot}}$ soit

$$\theta_1 = \theta_{\text{int}} - R_{th} \phi_{\text{int} \rightarrow \text{ext}, \text{tot}} = 19,9 \text{ } ^\circ\text{C} \approx 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Loi d'Ohm thermique pour le verre côté extérieur : $\theta_2 - \theta_{\text{ext}} = R_{th} \phi_{\text{int} \rightarrow \text{ext}, \text{tot}}$ soit

$$\theta_2 = \theta_{\text{ext}} + R_{th} \phi_{\text{int} \rightarrow \text{ext}, \text{tot}} = 5,1 \text{ } ^\circ\text{C} \approx 5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

*Exercice 7. Bilans d'énergie pour un gaz parfait

1. Système : gaz parfait

EI : $A(3p_0, V_0, T_A)$ équation d'état : $3p_0V_0 = nRT_A$

EF : $B(p_0, 3V_0, T_B)$ équation d'état : $p_0 3V_0 = nRT_B = nRT_A$ d'où $T_A = T_B$

Chemin 3 : détente isotherme à T_0 : $T_A = T_B = T_0$

1^{ère} loi de Joule : $\Delta U = U_B - U_A = C_V \Delta T = 0$

2. 1^{er} principe : $\Delta U = W + Q = 0$ d'où $Q = -W$

Transfert thermique Q donné par l'aire sous la courbe correspondant au chemin suivi par la transformation dans le diagramme de Watt.

Aire minimale pour le chemin 1 :

$$W_1 = W_{A \rightarrow A_1} + W_{A_1 \rightarrow B} = -\int_{V_0}^{3V_0} p_0 dV = -2p_0V_0$$

$$Q_1 = Q_{\text{min}} = -W_1 = 2p_0V_0 > 0$$

3. Chemin 1 : $W_1 = -2p_0V_0 = -1,0 \text{ kJ} < 0$ et $Q_1 = 2p_0V_0 = 1,0 \text{ kJ}$

Chemin 2 : $W_2 = W_{A \rightarrow A_2} + W_{A_2 \rightarrow B} = -\int_{V_0}^{3V_0} 3p_0 dV$ soit $W_2 = -6p_0V_0 = -3,0 \text{ kJ} < 0$

$$Q_2 = -W_2 = 6p_0V_0 = 3,0 \text{ kJ}$$

Chemin 3 : $W_3 = W_{A \rightarrow B} = -\int_{V_0}^{3V_0} p dV$

Sur l'isotherme, l'équation d'état s'écrit : $pV = nRT_0 = 3p_0V_0$ d'où $p = \frac{3p_0V_0}{V}$

$$W_3 = -\int_{V_0}^{3V_0} \frac{3p_0V_0}{V} dV = -3p_0V_0 \int_{V_0}^{3V_0} \frac{dV}{V} = -3p_0V_0 \ln\left(\frac{3V_0}{V_0}\right)$$

$$W_3 = -3p_0V_0 \ln(3) = -1,6 \text{ kJ} < 0 \text{ et } Q_3 = -W_3 = 3p_0V_0 \ln(3) = 1,6 \text{ kJ}$$

Pour chacun de ces chemins, $W < 0$: le gaz subit une détente.

4. Chemin 1

➤ $A \rightarrow A_1$: transformation isochore à V_0

Travail : $W_{A \rightarrow A_1} = 0$

Variation d'énergie interne : $\Delta U_{A \rightarrow A_1} = U_{A_1} - U_A = C_V \Delta T = \frac{5}{2} nR (T_{A_1} - T_A)$

Équation d'état pour A : $3p_0 V_0 = nRT_A$

Équation d'état pour A_1 : $p_0 V_0 = nRT_{A_1}$

$$\Delta U_{A \rightarrow A_1} = \frac{5}{2} p_0 V_0 (1 - 3) \text{ soit } \boxed{\Delta U_{A \rightarrow A_1} = -5p_0 V_0 = -2,5 \text{ kJ}}$$

Transfert thermique : 1^{er} principe : $\Delta U_{A \rightarrow A_1} = W_{A \rightarrow A_1} + Q_{A \rightarrow A_1}$ soit

$$\boxed{Q_{A \rightarrow A_1} = \Delta U_{A \rightarrow A_1} = -5p_0 V_0 = -2,5 \text{ kJ}}$$

➤ $A_1 \rightarrow B$: transformation isobare à p_0

$$\text{Travail : } \boxed{W_{A_1 \rightarrow B} = -\int_{V_0}^{3V_0} p_0 dV = -2p_0 V_0 = -1,0 \text{ kJ}}$$

Variation d'énergie interne : $\Delta U_{A_1 \rightarrow B} = U_B - U_{A_1} = C_V \Delta T = \frac{5}{2} nR (T_B - T_{A_1})$

Équation d'état pour A_1 : $p_0 V_0 = nRT_{A_1}$

Équation d'état pour B : $p_0 3V_0 = nRT_B$

$$\Delta U_{A_1 \rightarrow B} = \frac{5}{2} p_0 V_0 (3 - 1) \text{ soit } \boxed{\Delta U_{A_1 \rightarrow B} = 5p_0 V_0 = 2,5 \text{ kJ}}$$

Transfert thermique : 1^{er} principe : $\Delta U_{A_1 \rightarrow B} = W_{A_1 \rightarrow B} + Q_{A_1 \rightarrow B}$ soit

$$\boxed{Q_{A_1 \rightarrow B} = \Delta U_{A_1 \rightarrow B} - W_{A_1 \rightarrow B} = 7p_0 V_0 = 3,5 \text{ kJ}}$$

On vérifie bien que $\boxed{\Delta U = \Delta U_{A \rightarrow A_1} + \Delta U_{A_1 \rightarrow B} = -5p_0 V_0 + 5p_0 V_0 = 0}$

Chemin 2

➤ $A \rightarrow A_2$: transformation isobare à $3p_0$

$$\text{Travail : } \boxed{W_{A \rightarrow A_2} = -\int_{V_0}^{3V_0} 3p_0 dV = -6p_0 V_0 = -3,0 \text{ kJ}}$$

Variation d'énergie interne : $\Delta U_{A \rightarrow A_2} = U_{A_2} - U_A = C_V \Delta T = \frac{5}{2} nR (T_{A_2} - T_A)$

Équation d'état pour A : $3p_0 V_0 = nRT_A$

Équation d'état pour A_2 : $3p_0 3V_0 = nRT_{A_2}$

$$\Delta U_{A \rightarrow A_2} = \frac{5}{2} p_0 V_0 (9 - 3) \text{ soit } \boxed{\Delta U_{A \rightarrow A_2} = 15p_0 V_0 = 7,5 \text{ kJ}}$$

Transfert thermique : 1^{er} principe : $\Delta U_{A \rightarrow A_2} = W_{A \rightarrow A_2} + Q_{A \rightarrow A_2}$ soit

$$\boxed{Q_{A \rightarrow A_2} = \Delta U_{A \rightarrow A_2} - W_{A \rightarrow A_2} = 21p_0 V_0 = 10,5 \text{ kJ}}$$

➤ $A_2 \rightarrow B$: transformation isochore à $3V_0$

$$\text{Travail : } \boxed{W_{A_2 \rightarrow B} = 0}$$

Variation d'énergie interne : $\Delta U_{A_2 \rightarrow B} = U_B - U_{A_2} = C_V \Delta T = \frac{5}{2} nR (T_B - T_{A_2})$

Équation d'état pour A_2 : $3p_0 3V_0 = nRT_{A_2}$

Équation d'état pour B : $p_0 3V_0 = nRT_B$

$$\Delta U_{A_2 \rightarrow B} = \frac{5}{2} p_0 V_0 (3 - 9) \text{ soit } \boxed{\Delta U_{A_2 \rightarrow B} = -15 p_0 V_0 = -7,5 \text{ kJ}}$$

Transfert thermique : 1^{er} principe : $\Delta U_{A_2 \rightarrow B} = W_{A_2 \rightarrow B} + Q_{A_2 \rightarrow B}$ soit

$$\boxed{Q_{A_2 \rightarrow B} = \Delta U_{A_2 \rightarrow B} = -15 p_0 V_0 = -7,5 \text{ kJ}}$$

On vérifie bien que $\boxed{\Delta U = \Delta U_{A \rightarrow A_2} + \Delta U_{A_2 \rightarrow B} = 15 p_0 V_0 - 15 p_0 V_0 = 0}$

Exercice 8. Chauffage d'une enceinte

$$1. \quad V_A = 2V_0 \frac{T_1}{T_0 + T_1} > V_0, \quad V_B = 2V_0 \frac{T_0}{T_0 + T_1} < V_0, \quad P_F = P_0 \frac{T_0 + T_1}{2T_0} > P_0 \quad 2.$$

$$\Delta U_A = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_0), \quad \Delta U_B = 0, \quad \Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_0) \quad 3. \quad W_B = nRT_0 \ln \left(\frac{T_0 + T_1}{2T_0} \right) > 0$$

$$Q_1 = nRT_0 \ln \left(\frac{2T_0}{T_0 + T_1} \right) < 0 \quad 4. \quad Q_2 = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_0) + nRT_0 \ln \left(\frac{T_0 + T_1}{2T_0} \right) > 0$$

*Exercice 9. Valeur en eau d'un calorimètre

1. La transformation est monobare (à pression extérieure constante) ; la fonction d'état à utiliser est l'enthalpie.

Le système Σ est composé de deux sous-systèmes (calorimètre négligé)

| Sous-système | Eau 1 | Eau 2 |
|----------------------|---|---|
| Masse | $m_1 = 95,0 \text{ g}$ | $m_2 = 71,0 \text{ g}$ |
| Température initiale | $\theta_1 = 20,0 \text{ °C}$ $T_1 = 293,0 \text{ K}$ | $\theta_2 = 50,0 \text{ °C}$ $T_2 = 323,0 \text{ K}$ |
| Température finale | θ_F ou T_F | θ_F ou T_F |

Bilan énergétique : $\Delta H = Q_p = 0$ car les parois sont adiabatiques.

L'enthalpie est additive donc : $\Delta H = \Delta H_{\text{eau1}} + \Delta H_{\text{eau2}} = 0$

$$m_1 c_{\text{eau}} (T_F - T_1) + m_2 c_{\text{eau}} (T_F - T_2) = 0 \Leftrightarrow (m_1 + m_2) c_{\text{eau}} T_F = c_{\text{eau}} (m_1 T_1 + m_2 T_2)$$

$$\boxed{T_F = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 305,8 \text{ K}} \text{ soit } \boxed{\theta_F = 32,8 \text{ °C}}$$

2. On constate que $\boxed{\theta_F > \theta_{\text{exp}}}$: on ne peut pas négliger l'influence du calorimètre et de sa capacité thermique. De plus, la température expérimentale étant inférieure à la température théorique, cela suppose que le calorimètre est à la température initiale la plus basse : on verse « eau 1 » en premier dans le calorimètre.

3. Le système Σ est composé de trois sous-systèmes en prenant en compte le calorimètre.

| Sous-système | Eau 1 | Eau 2 | Calorimètre |
|----------------------|---|---|---|
| Masse | $m_1 = 95,0 \text{ g}$ | $m_2 = 71,0 \text{ g}$ | $m_{cal} = \frac{C_{cal}}{c_{eau}}$ |
| Température initiale | $\theta_1 = 20,0 \text{ °C}$ $T_1 = 293,0 \text{ K}$ | $\theta_2 = 50,0 \text{ °C}$ $T_2 = 323,0 \text{ K}$ | $\theta_1 = 20,0 \text{ °C}$ $T_1 = 293,0 \text{ K}$ |
| Température finale | $\theta'_F = 31,3 \text{ °C}$ $T'_F = 304,3 \text{ K}$ | $\theta'_F = 31,3 \text{ °C}$ $T'_F = 304,3 \text{ K}$ | $\theta'_F = 31,3 \text{ °C}$ $T'_F = 304,3 \text{ K}$ |

Bilan énergétique : $\Delta H = Q_p = 0$ car les parois sont adiabatiques.

L'enthalpie est additive donc : $\Delta H = \Delta H_{eau1} + \Delta H_{eau2} + \Delta H_{cal} = 0$

$$m_1 c_{eau} (T'_F - T_1) + m_2 c_{eau} (T'_F - T_2) + m_{cal} c_{eau} (T'_F - T_1) = 0$$

$$m_{cal} = -\frac{m_1 (T'_F - T_1) + m_2 (T'_F - T_2)}{T'_F - T_1} \text{ soit } m_{cal} = \frac{m_2 (T_2 - T'_F)}{T'_F - T_1} - m_1 = 22,5 \text{ g}$$

Exercice 10. Calorimétrie : méthode des mélanges

1. Transformation monobare : enthalpie H 3. $c = 218 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ 5. $M = 114 \text{ g.mol}^{-1}$