CORRIGÉ DU DEVOIR À LA MAISON 1

Exercice 1. Cuisson d'un œuf

1. Dimension de c

$$[c]=\frac{[u]}{\theta}=\frac{[U]}{M\theta} \text{ avec } [U]=\left[\frac{1}{2}mv^2\right]=ML^2T^{-2} \text{ donc } \boxed{[c]=L^2T^{-2}\theta^{-1}}$$

2. Dimension d'une puissance = énergie par unité de temps : $P=\frac{E}{t}$

$$[P]=ML^2T^{-2}T^{-1}=ML^2T^{-3}$$

- Dimension de j_{th} : $[j_{th}]=\left[\frac{P}{S}\right]=\frac{ML^2T^{-3}}{L^2}=MT^{-3}$
- Dimension de λ : $[j_{th}]=[\lambda][grad(T)]=[\lambda]\theta L^{-1}$

$$\boxed{[\lambda]=[j_{th}]\theta^{-1}L=MLT^{-3}\theta^{-1}}$$

3. Équation aux dimensions :

$$[\Delta t]=[\mu]^a[c]^b[r_2]^c[\lambda]^d \Leftrightarrow T=\left(ML^{-3}\right)^a\left(L^2T^{-2}\theta^{-1}\right)^b L^c\left(MLT^{-3}\theta^{-1}\right)^d$$

$$T=T^{-2b-3d}L^{-3a+2b+c+d}\theta^{-b-d}M^{a+d}$$

$$\begin{cases}1=-2b-3d\\0=-3a+2b+c+d\\0=-b-d\\0=a+d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-d\\a=-d\\1=2d-3d\\0=3d-2d+c+d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-d\\b=-d\\1=-d\\0=-3+2+c+-1\end{cases}\Leftrightarrow\boxed{\begin{cases}a=1\\b=1\\c=2\\d=-1\end{cases}}$$

$$\boxed{\Delta t=A\frac{\mu c{r_2}^2}{\lambda}}$$

Exercice 2. Réfractomètre d'Abbe

1. 3ème loi de Snell-Descartes pour la réfraction : $\boxed{n\sin(i)=n'\sin(i')}$

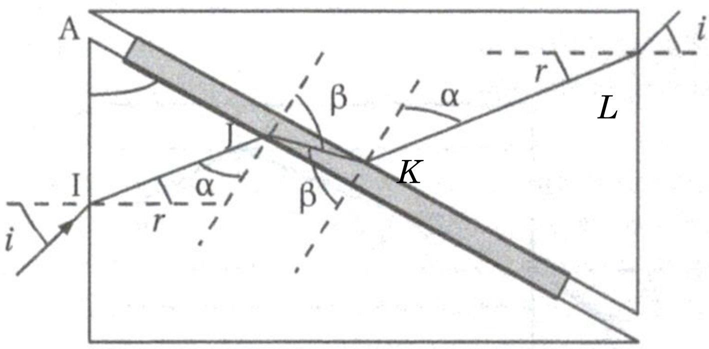
- Si $\boxed{n<n'}$, alors $\frac{n}{n'}<1$. Or $\sin(i)\le 1$ d'où $\sin(i')=\frac{n}{n'}\sin(i)\le 1$: l'inégalité est toujours vérifiée et la réfraction est toujours possible : il n'y a donc <u>pas de réflexion totale</u>.

2. Si la réflexion totale est possible, il faut nécessairement que $\boxed{n>n'}$. L'angle d'incidence critique i_C correspond à un angle de réfraction $i'=\frac{\pi}{2}$.

$$n\sin(i_C)=n'\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=n' \text{ soit } \boxed{\sin(i_C)=\frac{n'}{n}\Leftrightarrow i_C=\sin^{-1}\left(\frac{n'}{n}\right)}$$

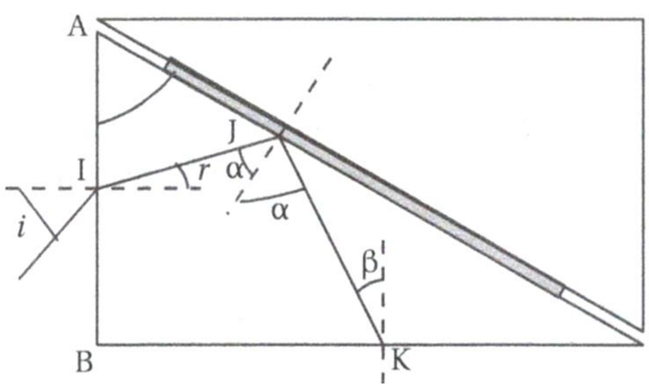
3. <u>Dioptre air/prisme</u> : L'indice de l'air vaut 1 et celui du prisme $n > 1$ donc il y a <u>toujours réfraction en *I* à l'entrée du prisme</u> d'après la première question (angle de réfraction noté *r* sur le schéma, tel que $\sin(i) = n\sin(r)$).

➢ <u>Dioptre prisme/liquide</u> : on passe d'un milieu d'indice *n* à un milieu d'indice *N*.
   ❖ Si $\boxed{N > n}$, il y a <u>toujours réfraction en *J* : le rayon réfracté se rapproche de la normale en *J*</u> (situation non représentée sur le schéma) : l'angle d'incidence noté α et l'angle de réfraction noté β sont tels que $n\sin(\alpha) = N\sin(\beta)$. **<u>Attention</u>** : il pourrait y avoir réflexion totale en *K* lors de la traversée du <u>dioptre liquide/prisme</u> ! Or, d'après le principe du retour inverse de la lumière, le rayon émergera avec l'angle α tel que $N\sin(\beta) = n\sin(\alpha)$ car l'angle d'incidence en *K* est β (angles alternes internes) : la condition de réflexion totale n'est jamais vérifiée et il y a toujours réfraction.
   ❖ Si $\boxed{n > N}$ et s'il y a <u>réfraction en *J*, le rayon réfracté s'éloigne de la normale en *J*</u> (situation représentée sur le schéma). La <u>réflexion totale est possible</u> en *J*. En *K*, il y a forcément réfraction et, d'après le principe du retour inverse de la lumière, l'angle de réfraction est α.



➢ <u>Dioptre prisme/air :</u> du fait de la géométrie, le rayon arrive en *L* sur la <u>face de sortie du prisme</u> avec un angle égal à *r*, tel que $n\sin(r) = \sin(i)$. Le rayon sort donc du dispositif avec un angle *i* par rapport à la normale de la face de sortie (il est parallèle au rayon incident).

4. D'après la question précédente, on est dans le cas où $\boxed{n > N}$



- La <u>réflexion totale</u> en J impose, d'après la 2ème loi de Snell-Descartes, que l'angle de réflexion est aussi α.
- Le rayon arrive en K sur la <u>face de sortie du prisme</u> avec un angle noté β'.

5. Pour qu'il y ait réflexion totale au niveau du liquide, il faut que l'angle d'incidence en J soit supérieur à l'angle d'incidence critique, soit, d'après les résultats de la question 2 : $\alpha > \sin^{-1}\left(\dfrac{N}{n}\right)$.

- Triangle AIJ : la somme des angles est égale à π :

$$A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \pi \Leftrightarrow A = r + \alpha \Leftrightarrow r = A - \alpha \text{ Donc : } r < A - \sin^{-1}\left(\frac{N}{n}\right)$$

- 3ème loi de Snell-Descartes en I : $\sin(i) = n\sin(r)$
- <u>La condition sur i pour qu'il y ait réflexion totale en J</u> est :

$$\boxed{\sin(i) < n\sin\left(A - \sin^{-1}\left(\frac{N}{n}\right)\right)} \text{ soit } \boxed{i < \sin^{-1}\left[n\sin\left(A - \sin^{-1}\left(\frac{N}{n}\right)\right)\right]}$$

6. L'angle critique i_C est $\boxed{i_C = \sin^{-1}\left[n\sin\left(A - \sin^{-1}\left(\dfrac{N}{n}\right)\right)\right]}$. Connaissant la valeur de n, la mesure de i_C permet donc de <u>déterminer l'indice N du liquide</u>.

7. <u>Expression de N en fonction de n et i_C</u> :

$$\sin(i_C) = n\sin\left(A - \sin^{-1}\left(\frac{N}{n}\right)\right) \Leftrightarrow \frac{1}{n}\sin(i_C) = \sin\left(A - \sin^{-1}\left(\frac{N}{n}\right)\right)$$

$$\sin^{-1}\left[\frac{1}{n}\sin(i_C)\right] = A - \sin^{-1}\left(\frac{N}{n}\right) \Leftrightarrow \sin^{-1}\left(\frac{N}{n}\right) = A - \sin^{-1}\left[\frac{1}{n}\sin(i_C)\right]$$

$$\frac{N}{n} = \sin\left(A - \sin^{-1}\left[\frac{1}{n}\sin(i_C)\right]\right) \Leftrightarrow \boxed{N = n\sin\left(A - \sin^{-1}\left[\frac{1}{n}\sin(i_C)\right]\right) = 1{,}43}$$