Chapitre MI3
Énergies d'un point matériel

- outils de la **dynamique** suffisants

mais raisonnement énergétique plus efficace

- **Force** : produit ou modifie le mouvement

travail mécanique

⇨ il est converti en **énergie pr le syst.**

- **Système en interaction avec son environnement**

Énergie échangée entre systèmes

Principe de conservation de l'énergie

1 Puissance et travail d'une force

1.1 Puissance d'une force

- **Définition** : **puissance $\mathscr{P}$ d'une force**

$$\boxed{\mathscr{P}\left(\overrightarrow{F}\right) = \overrightarrow{F} \cdot \vec{v} \quad (\mathrm{W})}$$

- Remarque
- **Propriétés**
  - Puissance **motrice** $\mathscr{P} > 0$
  - Puissance **résistante** $\mathscr{P} < 0$
  - 3 cas pour $\mathscr{P} = 0$
- Exemples de forces dont la puissance est nulle

1.2 Travail élémentaire d'une force

- **Définition** : **travail élémentaire δW**

$$\boxed{\delta W\left(\vec{F}\right) = \mathcal{P}dt \quad (\mathrm{J})}$$

- Expression du travail élémentaire en fonction de la force

$$\boxed{\delta W\left(\vec{F}\right) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{dOM}}$$

- Notation différentielle
- Travail d'une résultante
- Expression explicite du travail élémentaire

1.3 Travail d'une force le long d'une courbe

Définition :

$$\boxed{W_{A\to B,\mathscr{C}}\left(\overrightarrow{F}\right)=\int_{A,\mathscr{C}}^{B}\delta W=\int_{A,\mathscr{C}}^{B}\overrightarrow{F}\cdot\overrightarrow{dOM}=\int_{t_A}^{t_B}\mathscr{P}dt}$$

- Notation intégrale

- Travail sur une courbe fermée

$$\boxed{W_{\mathscr{C}}\left(\overrightarrow{F}\right)=\oint_{\mathscr{C}}\overrightarrow{F}\cdot\overrightarrow{dOM}}$$

1.4 Travail d'une force constante : la force de pesanteur

<u>Exercice d'application 1</u>

Soit un point matériel M de masse m parcourant une courbe $\mathscr{C}$ quelconque entre les points $A(x_A, y_A, z_A)$ et $B(x_B, y_B, z_B)$ dans le référentiel $\mathscr{R}$ muni de la base cartésienne avec l'axe (Oz) vertical ascendant. Déterminer le travail du poids entre les points A et B.

- **<u>Propriété</u>** :
- **<u>Propriété</u>** :

$$\boxed{W_{A\to B,\mathscr{C}}\left(\overrightarrow{F}\right) = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{AB}}$$

1.5 Travail d'une force de norme constante

Exercice d'application 2

Une luge assimilée à un point matériel $M(m)$ est tirée avec une force $\overrightarrow{F} = F\overrightarrow{u_\theta}$ à la surface d'un igloo, assimilé à une demi-sphère de rayon R. Exprimer le travail W de la force $\overrightarrow{F}$ entre deux points A et B. La norme de $\overrightarrow{F}$ est constante.

- **Propriété** : $\boxed{W_{A\to B,\mathscr{C}}\left(\overrightarrow{F}\right) = F\overset{\frown}{AB}}$

Exercice d'application 3 : Travail d'une force de frottement solide

Soit un point M de masse m glissant avec frottement sur un rail horizontal (Ox). Le coefficient de frottement solide est f. Le point matériel part de O avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ suffisante pour atteindre un mur situé en B sur lequel il rebondit, et repasser par un point A situé entre O et B. Déterminer l'expression du travail W_1 de la force de frottement au cours du trajet direct OA, puis l'expression du travail W_2 de la force de frottement au cours du trajet OBA.

- **Propriété** :

2 Énergie cinétique d'un point matériel

2.1 Définition

➤ <u>Définition</u> : énergie cinétique E_c

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\mathrm{J})}$$

➤ <u>Vérification de l'homogénéité entre travail et énergie</u>

2.2 Théorème de la puissance cinétique dans $\mathscr{R}_g$

- $M(m)$ dans $\mathscr{R}_g$ + résultante $\vec{F}$
- Expression de la puissance $\mathscr{P}$

- **Théorème de la puissance cinétique (Th. PC)**

$$\boxed{\mathscr{P} = \frac{dE_C}{dt}}$$

2.3 Théorème de l'énergie cinétique dans $\mathcal{R}_g$

- Th. P.C.
- **Théorème de l'énergie cinétique (Th. EC)**

$$\boxed{\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = W_{A\to B,\mathcal{C}}}$$

- Notation différentielle
- **Propriétés**
  - Force $\vec{F} \perp \vec{v}$ **Mouvement uniforme**
  - Force **motrice** **Système accélère**
  - Force **résistante** **Système ralentit**

Exercice d'application 4

Un palet $M(m)$ est lâché sans vitesse initiale au sommet d'un plan incliné. Il descend le plan incliné sous l'effet de son seul poids. On note α l'inclinaison du plan par rapport à l'horizontale. Calculer la vitesse du palet après avoir parcouru une distance D le long du plan incliné.

2.4 Intérêt des théorèmes énergétiques

- **Th. P.C. et Th E.C.découlent du PFD**

expression vectorielle -> expression scalaire

perte d'information

- **1er intérêt**

1 inconnue scalaire : syst à 1 **seul degré de liberté**

- **2nd intérêt**

Élimination des **forces de liaison:**

inconnues et **orthogonales au mouvement**

- **Conclusion**

3 Énergie potentielle d'un point matériel

3.1 Force conservative

- **Définition** : Force conservative

  Son travail est indpdt du chemin entre *A* et *B*

3.2 Expression de l'énergie potentielle

- **Définition**

$$\boxed{W_{A\to B} = E_P(A) - E_P(B) = -\Delta E_P}$$

- **Propriété** : **travail élémentaire**

$$\boxed{\delta W = -dE_P = \vec{F}\cdot d\overrightarrow{OM}}$$

- Notation différentielle
- **Propriété**
- Expression de l'énergie potentielle

$$\boxed{dE_P = -\vec{F}\cdot d\overrightarrow{OM}}$$

- Interprétation physique de l'énergie potentielle

3.3 Énergie potentielle de pesanteur

- Expression à partir du travail
- Expression obtenue par intégration de la différentielle $\boxed{E_{P,pes} = -m\vec{g}\cdot\overrightarrow{OM} + cste}$

  - Si (Oz) vertical **ascendant** $\boxed{E_{P,pes}(z) = mgz + cste}$

  - Si (Oz) vertical **descendant** $\boxed{E_{P,pes}(z) = -mgz + cste}$

- Expression du poids en fonction de $E_{P,pes}$

$$\boxed{\vec{P} = -\frac{dE_{P,pes}}{dz}\overrightarrow{u_z}}$$

3.4 Énergie potentielle gravitationnelle

Exercice d'application 5

Soit deux points matériels situés en O et M, séparés par une distance r, de masses respectives m_0 et m. Le point situé en O exerce sur le point situé en M une force gravitationnelle $\vec{F}_{O\to M}^{grav}$. Montrer que cette force est conservative.

$$\boxed{E_{P,grav}(r) = -\frac{Gm_0 m}{r}}$$

3.5 Énergie potentielle élastique

- Force de rappel élastique

- Expression de l'énergie potentielle élastique

- Choix de la constante d'intégration

$$\boxed{E_{P,elas}(l) = \frac{1}{2}k\left(l - l_0\right)^2}$$

4 Énergie mécanique d'un point matériel

4.1 Énergie mécanique et théorèmes associés

- Cas général
- Th EC
- **Définition** : Énergie mécanique $\boxed{E_m = E_C + E_P}$
- **Théorème de l'énergie mécanique (Th EM)**

$$\boxed{dE_m = \delta W^{NC} \Leftrightarrow \Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = W^{NC}_{A\to B,\mathscr{C}}}$$

- **Théorème de la puissance mécanique (Th PM) :**

$$\boxed{\frac{dE_m}{dt} = \mathscr{P}^{NC}}$$

4.2 Conservation de l'énergie mécanique

➢ Système conservatif

Définition :

- *M* soumis uniquet à des **forces conservatives**
- *M* soumis à des **forces non conservatives tq $W^{NC} = 0$**

Syst. conservatif

➢ **Propriété** : $$\boxed{E_m = \frac{1}{2}mv^2 + E_P(M) = \frac{1}{2}mv_0^2 + E_P(M_0) = cste}$$

Intégrale première du mouvement

➢ Obtention de l'éq diff du mouvement

4.2 Conservation de l'énergie mécanique

Exercice d'application 6

Retrouver l'équation différentielle du mouvement pour un mobile en chute libre selon la verticale (Oz) dans le champ de pesanteur terrestre par dérivation de l'énergie mécanique.

4.3 Transformation de l'énergie mécanique

- *M* soumis à des **forces non conservatives**

Forces transformatives

- **forces de frottement dissipatives**
- **forces non conservatives et non dissipatives**

5 Mouvements à un degré de liberté

5.1 Degré de liberté

- **Définition** :

Connaissance **d'un unique paramètre spatial indépendant**

5.2 Méthode d'étude

1. Système
2. Référentiel galiléen + repère
3. Bilan des forces + SCHÉMA + W ou E_P
4. Degré de liberté
5. Th PM ou Th PC ou dériva° intégrale première : éq. du mvt à 1 inconnue
6. Résolution éq. diff + interprétation

Nota Bene : Th EM ou Th EC = bilan d'énergie : obtention de la vitesse en 1 pt (ou à 1 instant)

5.3 Étude qualitative des mouvements et des équilibres

5.3.1 Exemple

- <u>Situations rencontrées</u>

- <u>Énergie potentielle de pesanteur</u>

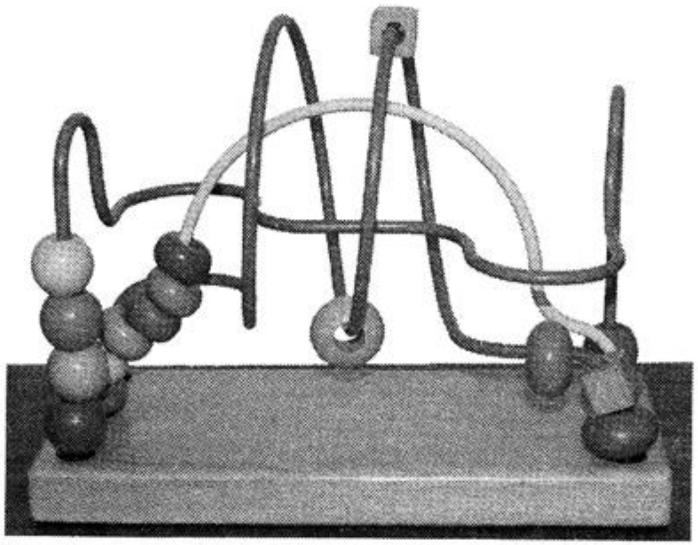

FIGURE 1 : Jeu constitué de perles enfilées sur des tiges rigides

5.3 Étude qualitative des mouvements et des équilibres

5.3.1 Exemple

- Situations rencontrées

- Énergie potentielle de pesanteur

$$\boxed{E_p(x) = mgh(x)}$$

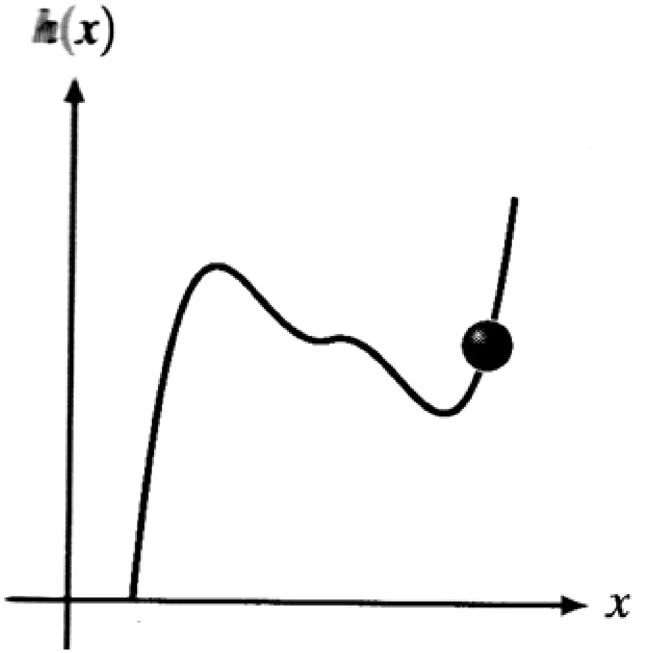

FIGURE 2 : Profil d'altitude $h(x)$
(profil d'énergie potentielle de pesanteur)

5.3.2 Analyse des équilibres à partir d'un graphe d'énergie potentielle

- Modélisation
- Détermination énergétique des positions d'équilibre
- **Propriété** :

équilibre = *extremum* fct énergie potentielle

$$\boxed{\left(\frac{dE_P}{dx}\right)_{x_{éq}} = 0}$$

Étude énergétique de la stabilité des équilibres

- **Définitions**
  - équilibre stable
  - équilibre instable
- **Propriétés**
  - équilibre stable $\boxed{\left(\dfrac{d^2E_P}{dx^2}\right)_{x_{éq}} > 0}$
  - équilibre instable $\boxed{\left(\dfrac{d^2E_P}{dx^2}\right)_{x_{éq}} < 0}$

Exercice d'application 7

On considère une masse ponctuelle $M(m)$ suspendue verticalement à un ressort (raideur k, longueur à vide l_0) dans le champ de pesanteur $\vec{g}$. L'extrémité supérieure O est fixe dans le référentiel d'étude ; l'autre extrémité est reliée à M. Déterminer la position d'équilibre $z_{éq}$ de M. Est-elle stable ?

5.3.3 Analyse du mouvement à partir d'un graphe d'énergie potentielle

- Modélisation
- Positions d'équilibre
- Positions accessibles

Propriété : $\boxed{E_m > E_P(x)}$

- Nature du mouvement en fonction des conditions initiales
- Puits de potentiel
- Barrière de potentiel

5.3.4 Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable

- Hypothèses
- Modèle de l'énergie potentielle pour des petits mouvements autour de x_0
- Équation du mouvement

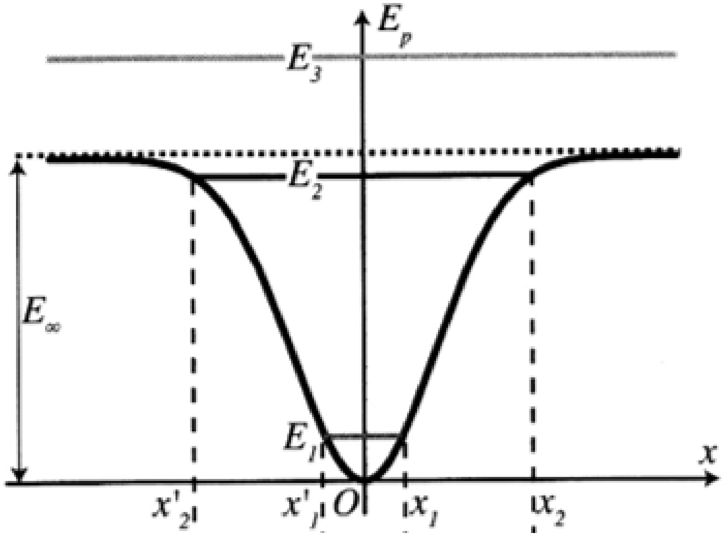

FIGURE 3 : Puits d'énergie potentielle de profondeur E_∞

Pour compléter… Pour approfondir…
[1] J. Sanmartin Losada, La physique de l'encensoir, *Pour la Science*, n°155, p. 96-104, Septembre 1990