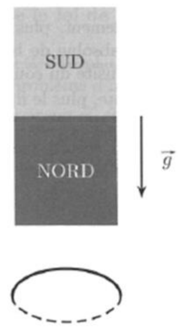
TRAVAUX DIRIGÉS OS14
Lois de l'induction

Niveau 1

*Exercice 1. Aimant dans un tuyau de cuivre

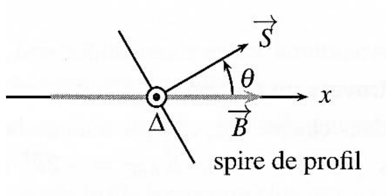
Un petit barreau aimanté, guidé sans frottement verticalement, tombe en chute libre vers une spire de cuivre fixe ayant le même axe que lui.



1. Détailler les phénomènes d'induction et leurs conséquences sur la chute de l'aimant.
2. On introduit le même aimant dans un tuyau de cuivre vertical d'un mètre de longueur et on l'abandonne sans vitesse initiale. On constate qu'il met une dizaine de secondes pour parvenir en bas du tuyau. Interpréter.

Exercice 2. Spire en rotation

Une spire circulaire de surface S est en rotation, à la vitesse angulaire constante ω, dans le sens direct autour d'un de ses diamètres, qui constitue l'axe Δ. Elle est placée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\vec{u_x}$, orthogonal à Δ.

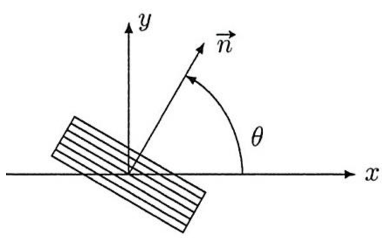


1. Établir l'expression de la f.é.m. induite e dans la spire.
2. On note R la résistance électrique de la spire. Exprimer le courant induit i puis établir la valeur du moment magnétique de la spire.
3. En déduire le couple de Laplace instantané puis moyen qui s'exerce sur la spire.

*Exercice 3. Bobine dans un champ variable

Les bornes d'une bobine plate sont reliées à l'entrée d'un oscilloscope permettant d'observer la f.e.m induite dans la bobine lorsque celle-ci est soumise à un champ magnétique extérieur dépendant du temps.

La bobine est constituée de $N = 50$ spires circulaires de rayon $R = 5{,}0$ cm. Le vecteur unitaire $\vec{n}$ est dirigé suivant l'axe de la bobine. L'angle θ que fait $\vec{n}$ avec l'axe (Ox) vaut 60°.

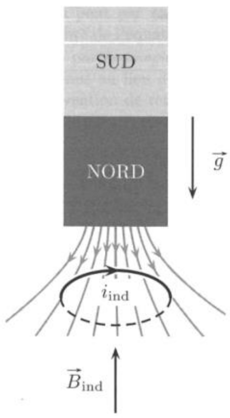


1. Le champ extérieur uniforme imposé est $\overrightarrow{B_1}(t) = B_0 \dfrac{t}{\tau} \overrightarrow{u_x}$ entre $t = 0$ et $t = \tau$, puis $\overrightarrow{B_1}(t) = B_0 \overrightarrow{u_x}$ pour $t > \tau$, avec $B_0 = 50$ mT et $\tau = 10$ ms.
   a. Exprimer le flux magnétique à travers le cadre en précisant l'orientation choisie.
   b. Exprimer la f.e.m induite $e_1(t)$ apparaissant dans la bobine. On distinguera les phases $0 < t < \tau$ et $t > \tau$. Tracer $e_1(t)$ en fonction du temps.

2. Le champ extérieur uniforme imposé est maintenant $\overrightarrow{B_2}(t) = B_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \overrightarrow{u_y}$ où τ et B_0 conservent les valeurs précédentes.
   a. Calculer le flux magnétique à travers le cadre en conservant l'orientation choisie dans le premier cas.
   b. Exprimer la f.e.m induite $e_2(t)$ apparaissant dans la bobine et tracer $e_2(t)$ en fonction du temps. Quelle est sa valeur maximale ?

SOLUTIONS

*Exercice 1. Aimant dans un tuyau de cuivre



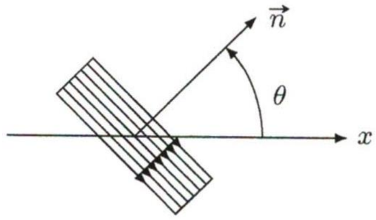
1. Quand l'aimant tombe vers la spire, le champ magnétique qu'il crée au niveau de la spire varie, ce qui va induire un courant dans la spire. Ce courant, par son sens, est tel que ses effets ont tendance à s'opposer aux causes qui lui ont donné naissance (<u>loi de modération de Lenz</u>). Pour déterminer ce sens, il suffit d'identifier une des causes et de lui trouver une conséquence la contrariant. Par exemple, la composante verticale du champ créé par l'aimant devient de plus en plus négative. La spire doit donc créer un <u>champ magnétique induit dirigé vers le haut pour contrer cette variation</u>. D'après la règle de la main droite, on en déduit le sens de i (voir figure). Le pôle nord de la spire fait face au pôle nord de l'aimant : l'aimant est donc repoussé vers le haut, ce qui ralentit sa chute. C'est une autre façon pour le courant induit de contrer ses causes.
2. Dix secondes est un temps très long pour une chute d'un mètre. Ce n'est donc pas une chute libre, mais <u>ralentie par les phénomènes d'induction</u> (l'aimant subit des actions de Laplace induites). Si on cherchait à déterminer le courant induit, la loi de Faraday serait difficilement exploitable a priori car le tuyau n'est pas un circuit filiforme : les courants induits sont volumiques dans le cuivre (on les appelle <u>courants de Foucault</u> dans ce cas). D'un point de vue qualitatif, on peut découper par la pensée le tuyau de cuivre en spires accolées et se ramener au cas précédent pour expliquer le freinage lors de la descente.

Exercice 2. Spire en rotation

1. $e = BS\omega\sin(\omega t)$ 2. $\overrightarrow{\mathcal{M}} = \dfrac{BS}{R}\omega\sin(\omega t)\vec{S}$ 3. $\langle\vec{\Gamma}\rangle = -\dfrac{B^2S^2\omega}{2R}\overrightarrow{u_\Delta}$

*Exercice 3. Bobine dans un champ variable

1. a. On oriente le courant dans la bobine de façon à respecter la règle de la main droite pour l'orientation du vecteur $\vec{n}$.



Vecteur surface : $\vec{S} = S\vec{n} = \pi R^2\vec{n}$

Flux à travers N spires créé par un champ magnétique uniforme :

$$\boxed{\phi_1 = N\overrightarrow{B_1}\cdot\vec{S} = N\pi R^2\overrightarrow{B_1}\cdot\vec{n} = N\pi R^2 B_1(t)\overrightarrow{u_x}\cdot\vec{n} = N\pi R^2 B_1(t)\cos(\theta)}$$

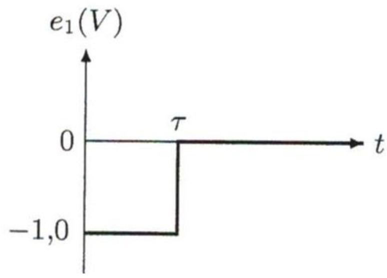
b. D'après la loi de Faraday : $\boxed{e_1(t) = -\dfrac{d\phi_1}{dt}}$

- Pour $0 < t < \tau$:

$$e_1(t) = -\frac{d\phi_1}{dt} = -N\pi R^2\cos(\theta)\frac{dB_1(t)}{dt}$$

$$= -N\pi R^2\cos(\theta)B_0\frac{1}{\tau}$$

$$\boxed{e_1(t) = -0{,}98\text{V} \simeq -1{,}0\text{ V}}$$



- Pour $t > \tau$: $\boxed{e_1(t) = 0{,}0\text{V}}$

2. a. Flux à travers N spires créé par un champ magnétique uniforme :

$$\boxed{\phi_2 = N\overrightarrow{B_2}\cdot\vec{S} = N\pi R^2 B_2(t)\overrightarrow{u_y}\cdot\vec{n} = N\pi R^2 B_0 e^{-\frac{t}{\tau}}\sin(\theta)}$$

b. $\boxed{e_2(t) = -\dfrac{d\phi_2}{dt} = -N\pi R^2\sin(\theta)\dfrac{dB_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}{dt} = N\pi R^2\sin(\theta)B_0\dfrac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}}$

Valeur maximale : $\boxed{e_{2,\max} = e_2(0) = N\pi R^2\sin(\theta)B_0\dfrac{1}{\tau} = 1{,}7\text{ V}}$