Corrigé du Devoir Surveillé 3

Exercice 1 – Propagation d'ondes

1. Onde transversale : perturbation orthogonale à la direction de propagation. La perturbation est un déplacement vertical de l'eau et elle se propage selon l'axe horizontal.
2. Longueur d'onde : période spatiale : $\boxed{\lambda = 4\ \text{m}}$

   Vecteur d'onde : $\boxed{k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{\pi}{2}\ \text{rad.m}^{-1}}$
3. Signal : $s(x,0) = A\cos(kx+\varphi)$ et $\dfrac{ds(x,0)}{dx} = -Ak\sin(kx+\varphi)$

   Étude en $x=0$: $s(0,0) = A\cos(\varphi) = 0 \Leftrightarrow \varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$

   $\left(\dfrac{ds(x,0)}{dx}\right)_{x=0} = -Ak\sin(\varphi) > 0 \Rightarrow \sin(\varphi) < 0$ donc $\boxed{\varphi = -\dfrac{\pi}{2}}$

➢ *Autre méthode :* $|\Delta\varphi| = |\varphi| = 2\pi\dfrac{\Delta x}{\lambda}$ avec $\Delta x = 1$ m soit $|\varphi| = \dfrac{\pi}{2}$

   $s(x,0)$ est en retard par rapport au signal $A\cos(kx)$ donc $\varphi < 0$ et $\boxed{\varphi = -\dfrac{\pi}{2}}$

➢ Célérité : $\boxed{c = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5\ \text{m.s}^{-1}}$

4. Propagation dans le sens des x décroissants :

$$s(x,t) = s(x+d,0) \text{ avec } d = ct$$

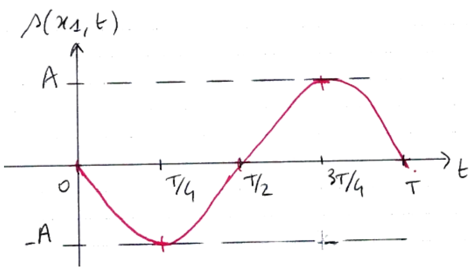
$$s(x,t) = A\cos(k(x+ct)+\varphi) = A\cos\left(kx + kct - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boxed{s(x,t) = A\sin(kx+\omega t)} \text{ avec } \boxed{\omega = kc = \frac{\pi}{4}\ \text{rad.s}^{-1}}$$

5. $x_1 = 2\ \text{m} = \dfrac{\lambda}{2}$ et $s(x_1,t) = A\sin(kx_1+\omega t)$

$$s(x_1,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2}+\omega t\right) = A\sin(\pi+\omega t)$$

$$\boxed{s(x_1,t) = -A\sin(\omega t)}$$



   Graphe temporel ci-contre.

6. HP1 : onde connue en $x=0$ et se propageant dans le sens des x croissants :

$$p_1(x,t) = p_1(0,t-\Delta t_1) \text{ avec } \Delta t_1 = \frac{x}{c}$$

$$p_1(x,t) = P_0\cos\left(\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_0\right) = P_0\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x + \varphi_0\right)$$

$$\boxed{p_1(x,t) = P_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)} \text{ avec } \boxed{k = \frac{\omega}{c}}$$

- HP2 : onde <u>connue</u> en $x = d$ et se propageant dans le sens des x <u>décroissants</u> :

$$p_2(x,t) = p_2(d, t + \Delta t_2) \text{ avec } \Delta t_2 = \frac{x-d}{c}$$

$$p_2(x,t) = P_0 \cos\left(\omega\left(t + \frac{x-d}{c}\right) + \varphi_0\right) = P_0 \cos\left(\omega t + \frac{\omega}{c}x - \frac{\omega}{c}d + \varphi_0\right)$$

$$\boxed{p_2(x,t) = P_0 \cos(\omega t + kx - kd + \varphi_0)}$$

7. $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = kx - kd + \varphi_0 - (-kx + \varphi_0)$ soit $\boxed{\Delta\varphi = 2kx - kd = \frac{2\pi}{\lambda}(2x - d)}$

8. Formule des interférences : $P = \sqrt{P_0^2 + P_0^2 + 2P_0^2 \cos(\Delta\varphi)} = \sqrt{2P_0^2 + 2P_0^2 \cos(\Delta\varphi)}$

$$\boxed{P = P_0\sqrt{2(1+\cos(\Delta\varphi))} = 2P_0 \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}$$

9. Interférences <u>constructives</u> : amplitude <u>maximale</u> pour l'onde résultante

P maximale : $\Delta\varphi = 0[2\pi] \Leftrightarrow \Delta\varphi = 2p\pi \,(p \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda}(2x - d) = 2p\pi$

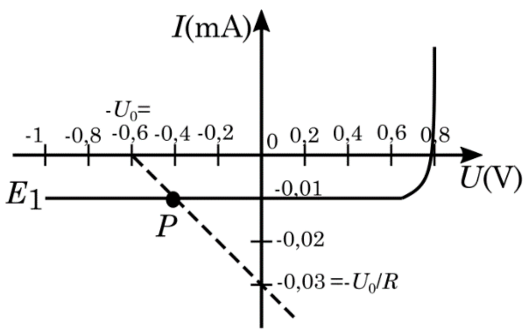
$$2x - d = p\lambda \Leftrightarrow \boxed{x = p\frac{\lambda}{2} + \frac{d}{2}}$$

Exercice 2 – Capteur de lumière *(d'après Banque PT 2017)*

1. Tension seuil : $\boxed{U_S \simeq 0{,}6 \text{ V}}$
2. <u>Caractère récepteur du dipôle</u> : en convention récepteur, puissance reçue positive : $\boxed{\mathscr{P} = UI > 0}$: U et I de même signe : <u>quadrants 1 et 3</u>

- <u>Caractère générateur du dipôle</u> : en convention récepteur, puissance reçue négative : $\boxed{\mathscr{P} = UI < 0}$: U et I de signe contraire : <u>quadrant 2</u>

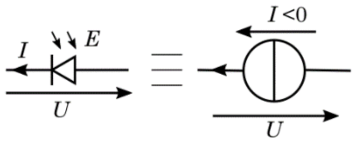
3. <u>Caractéristique statique du dipôle AB côté générateur</u> :
Loi des mailles et loi d'Ohm (convention générateur) : $U = -U_0 + U_1 = -U_0 - RI$
$\boxed{I = -\frac{U + U_0}{R} = -\frac{U}{R} - \frac{U_0}{R}}$: <u>droite</u> de pente $-\frac{1}{R}$ passant par $\left(0 \text{ V}; -\frac{U_0}{R} = -0{,}03 \text{ mA}\right)$ et $(-U_0 = -0{,}6 \text{ V}; 0 \text{ mA})$



4. Le <u>point de fonctionnement P</u> est à l'intersection de la droite en pointillés et de la caractéristique statique de la photodiode tracée pour $E_1 = 1000$ lx.

$$\boxed{P(U_P = -0{,}4 \text{ V}; I_P = -0{,}01 \text{ mA})}$$

5. P est dans le <u>quadrant 3.</u>



- La photodiode impose un courant (négatif) constant et se comporte comme une <u>source de courant.</u>

6. Pour que la photodiode fonctionne dans ce quadrant, il faut que l'ordonnée à l'origine de la droite vérifie : $-\dfrac{U_0}{R} \le I_{\text{lim}} = -0{,}01\ \text{mA}$ soit $\boxed{R \le R_{\text{lim}} = -\dfrac{U_0}{I_{\text{lim}}} = 60\ \text{k}\Omega}$

7. Puissance reçue par la <u>photodiode</u> : $\boxed{\mathscr{P}_{Ph} = U_P I_P = 4{,}0.10^{-6}\ \text{W} = 4{,}0\ \mu\text{W} > 0}$: comportement <u>récepteur</u> de la photodiode confirmé (même si elle est modélisée par une source de courant !).

- Puissance reçue par la <u>source de tension</u> idéale (en convention récepteur) : $\boxed{\mathscr{P}_{U_0} = U_0 I_P = -6{,}0.10^{-6}\ \text{W} = -6{,}0\ \mu\text{W} < 0}$: c'est un <u>générateur</u>
- Puissance reçue par la <u>résistance</u> : $\boxed{\mathscr{P}_R = R I_P^2 = 2{,}0.10^{-6}\ \text{W} = 2{,}0\ \mu\text{W} > 0}$: comportement <u>récepteur</u>
- <u>Commentaire</u> : Bilan de puissance $\boxed{\mathscr{P}_{U_0} + \mathscr{P}_{Ph} + \mathscr{P}_R = 0}$. La puissance $-\mathscr{P}_{U_0} > 0$ fournie par le générateur est reçue par la résistance et par la photodiode (fonctionnement récepteur dans le quadrant 3).

8. Caractéristique statique de la photodiode : on constante que le courant imposé par la photodiode est proportionnel à l'éclairement : $I = k'E$

   Pour $E_1 = 1000\ \text{lx}$, $I_1 = -0{,}01\ \text{mA}$ soit $k' = \dfrac{I_1}{E_1} = -1{,}0.10^{-8}\ \text{A.lx}^{-1}$

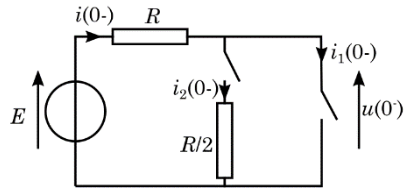
- Loi d'Ohm (convention générateur) : $U_1 = -RI = -Rk'E$ soit $\boxed{U_1 = kE}$ avec $\boxed{k = -Rk' = 2{,}0.10^{-4}\ \text{V.lx}^{-1}}$

9. 10, 11, 12, 13, 14

```python
## Cellule 2 : Caractéristique du dipôle générateur

U0 = 0.6  # Valeur de la fem (en V)
R = 20.*1e3  # Valeur de la résistance (en Ohm)
"""
t = np.linspace(tmin,tmax,N)
Renvoie un tableau de N points régulièrement espacés entre tmin (inclus) et tmax (inclus)
"""
U = np.linspace(-1, 0, 100)  # Tracé dans le quadrant 3 uniquement

I =  - U / R -U0 / R  # Equation de la caractéristique du dipôle générateur

plt.figure(figsize=(16,9))   # création d'une fenêtre graphique (de taille 16 cmx 9cm)
plt.plot(U,I*1e3,'b--',label='Caractéristique du dipôle générateur')
plt.xlim(-1.,1.)
plt.xlabel('U (V)')   # Titre de l'axe des abscisses
plt.ylabel('I (mA)')  # Titre de l'axe des ordonnées
plt.legend(loc='best')# affichage de la légende (au meilleur endroit possible)
plt.grid()            # affichage de la grille
plt.show()            # affichage de la figure
```

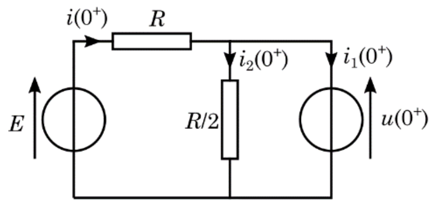
Problème 3 – Régimes transitoires

1. À l'instant $t=0^-$: K est ouvert depuis longtemps : $\boxed{i_2\left(0^-\right)=0}$ et il s'agit d'un <u>régime permanent</u> : C se comporte comme un interrupteur ouvert : $\boxed{i_1\left(0^-\right)=i\left(0^-\right)=0}$



➢ Loi des mailles et loi d'Ohm : $\boxed{u\left(0^-\right)=E-Ri\left(0^-\right)=E}$

2. À l'instant $t=0^+$, pas de discontinuité de tension aux bornes du condensateur : $\boxed{u\left(0^+\right)=u\left(0^-\right)=E}$: le condensateur se comporte comme une source de tension

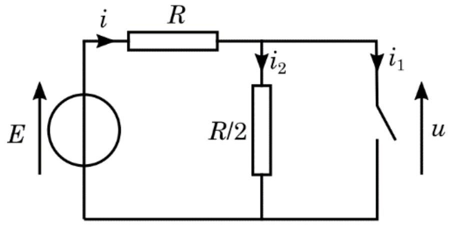


➢ Loi d'Ohm : $u\left(0^+\right)=\dfrac{R}{2}i_2\left(0^+\right)\Leftrightarrow\boxed{i_2\left(0^+\right)=\dfrac{2u\left(0^+\right)}{R}=\dfrac{2E}{R}}$

➢ Loi des mailles : $E=Ri\left(0^+\right)+u\left(0^+\right)\Leftrightarrow\boxed{i\left(0^+\right)=\dfrac{E-u\left(0^+\right)}{R}=0}$

➢ Loi des nœuds : $\boxed{i_1\left(0^+\right)=i\left(0^+\right)-i_2\left(0^+\right)=-\dfrac{2E}{R}}$

3. Régime permanent (quand $t\to\infty$) : toutes les grandeurs sont constantes. $\boxed{i_1(\infty)=C\dfrac{du(\infty)}{dt}=0}$: le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert

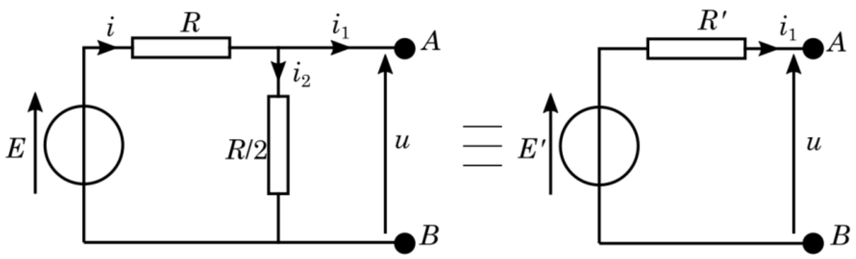


➢ Loi des nœuds : $i(\infty)=i_1(\infty)+i_2(\infty)=i_2(\infty)$

➢ Loi des mailles, loi d'Ohm : $E=\left(R+\dfrac{R}{2}\right)i(\infty)=\dfrac{3R}{2}i(\infty)$ soit $\boxed{i(\infty)=i_2(\infty)=\dfrac{2E}{3R}}$

➢ Loi d'Ohm : $\boxed{u(\infty)=\dfrac{R}{2}i_2(\infty)=\dfrac{E}{3}}$ ou DDT : $\boxed{u(\infty)=\dfrac{\frac{R}{2}}{R+\frac{R}{2}}E=\dfrac{E}{3}}$

4.



➢ <u>Schéma de gauche</u> : on cherche la relation entre u et i_1 :

Loi d'Ohm : $u = \frac{R}{2} i_2$

Loi des nœuds : $i_2 = i - i_1$ soit $u = \frac{R}{2}(i - i_1)$

Loi des mailles et loi d'Ohm : $u = E - Ri \Leftrightarrow i = \frac{E-u}{R}$

$$u = \frac{R}{2}\left(\frac{E-u}{R} - i_1\right) \Leftrightarrow u = \frac{E}{2} - \frac{u}{2} - \frac{R}{2} i_1 \Leftrightarrow \frac{3}{2} u = \frac{E}{2} - \frac{R}{2} i_1 \text{ soit } \boxed{u = \frac{E}{3} - \frac{R}{3} i_1}$$

- Schéma de droite : générateur de Thévenin équivalent : $\boxed{u = E' - R' i_1}$
- Par identification : $\boxed{E' = \frac{E}{3}}$ et $\boxed{R' = \frac{R}{3}}$

5. Équation différentielle vérifiée par *u*(*t*) :

Loi des mailles : $E' = R' i_1(t) + u(t)$ et $i_1(t) = C\frac{du(t)}{dt}$

$$\boxed{\tau \frac{du}{dt} + u = E' \text{ avec } \tau = R'C = \frac{RC}{3}}$$

- Résolution de l'équation différentielle

Solution de l'essm : $u(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}}$

Solution particulière : $u = E'$ (on retrouve bien $u(\infty) = \frac{E}{3}$ de la question 3)

Solution complète : $u(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + E'$

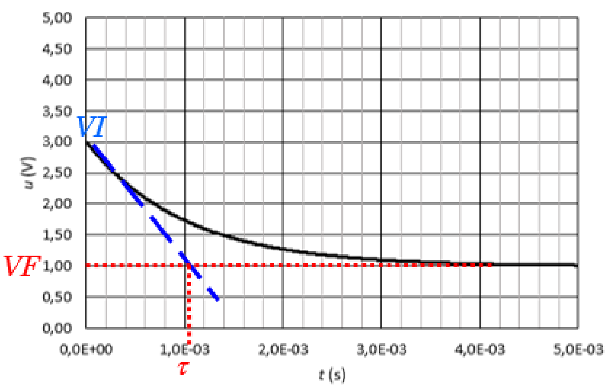
Condition initiale : $u(0^+) = E = K + E'$ soit $K = E - E' = E - \frac{E}{3} = \frac{2E}{3}$

Solution finale : $\boxed{u(t) = (E - E')e^{-\frac{t}{\tau}} + E' = \frac{2E}{3} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{3} = 2E' e^{-\frac{t}{\tau}} + E'}$

6. $u(0^+) = E$ et $u(\infty) = \frac{E}{3}$ soit

$\boxed{u(\infty) = \frac{u(0^+)}{3}}$: graphe 3

7. Méthode de la tangente passant par $(0, VI) = (0, E)$ et par $(\tau, VF) = \left(\tau, \frac{E}{3}\right)$: $\boxed{\tau = 1{,}0 \text{ ms}}$.



- Autre méthode : $u(\tau) = u(\infty) + 0{,}37\left(u(0^+) - u(\infty)\right) = 1{,}74$ V

8. Expression de $i_1(t)$: $i_1(t) = C\frac{du(t)}{dt} = -C\frac{2E}{3\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\boxed{i_1(t) = -\frac{2E}{3R'}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{2E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{2E'}{R'}e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- Expression de $i_2(t)$: Loi d'Ohm : $\boxed{i_2(t) = \frac{2}{R}u(t) = \frac{4E}{3R}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{2E}{3R} = \frac{4E'}{3R'}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{2E'}{3R'}}$

- Expression de $i(t)$: Loi des nœuds : $i(t) = i_1(t) + i_2(t) = -\frac{2E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{4E}{3R}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{2E}{3R}$

$$\boxed{i(t) = -\frac{2E}{3R}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{2E}{3R} = -\frac{2E'}{3R'}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{2E'}{3R'}}$$

9. $\boxed{i(0^+) = 0}$ et $\boxed{i(\infty) = \frac{2E}{3R}}$:

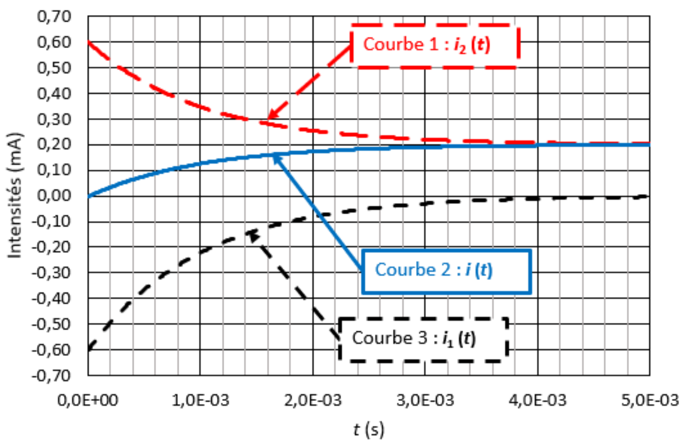
<u>$i(t)$: courbe 2</u>

$\boxed{i_1(0^+) = -\frac{2E}{R}}$ et $\boxed{i_1(\infty) = 0}$:

<u>$i_1(t)$: courbe 3</u>

$\boxed{i_2(0^+) = \frac{2E}{R}}$ $\boxed{i_2(\infty) = \frac{2E}{3R} = \frac{i_2(0^+)}{3}}$

<u>$i_2(t)$: courbe 1</u>



10. Graphe de $u(t)$: $u(0^+) = E$ soit $\boxed{E = 3{,}0\text{ V}}$

- Graphe de $i_2(t)$: $i_2(0^+) = \frac{2E}{R} = 0{,}60\text{ mA}$ soit $\boxed{R = \frac{2E}{i_2(0^+)} = 10\text{ k}\Omega}$

- Constante de temps : $\tau = R'C = \frac{RC}{3} = 1{,}0\text{ ms}$ soit $\boxed{C = \frac{3\tau}{R} = 3{,}0.10^{-7}\text{ F} = 0{,}30\ \mu\text{F}}$

11. Pour $t > t_1$:

$$E = Ri_1(t) + u(t) \text{ et } i_1(t) = C\frac{du(t)}{dt} \text{ soit } \boxed{\tau_1\frac{du}{dt} + u = E \text{ avec } \tau_1 = RC = 3\tau}$$

- <u>Résolution de l'équation différentielle</u>

Solution de l'essm : $u(t) = K'e^{-\frac{t}{\tau_1}}$

Solution particulière : $u = E$

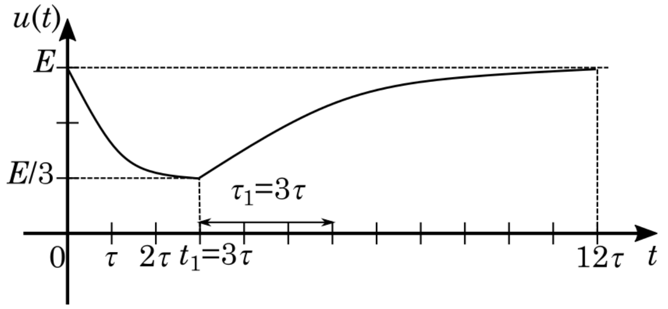
Solution complète : $u(t) = K'e^{-\frac{t}{\tau_1}} + E$

Condition initiale à $t = t_1$: $u(t_1^+) = u(t_1^-) = u(3\tau) \simeq \frac{E}{3}$ (pas de discontinuité de tension et on repart du régime permanent précédent)

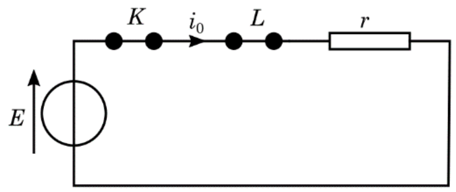
$$K'e^{-\frac{t_1}{\tau_1}} + E = \frac{E}{3} \Leftrightarrow K' = -\frac{2E}{3}e^{\frac{t_1}{\tau_1}}$$

Solution finale : $\boxed{u(t) = -\frac{2E}{3} e^{\frac{t_1}{\tau_1}} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + E = -\frac{2E}{3} e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau_1}} + E}$

12. Allure de la tension $u_C(t)$ pour $t \in \left[0;\ 12\tau\right]$ (cf. graphe ci-dessous)

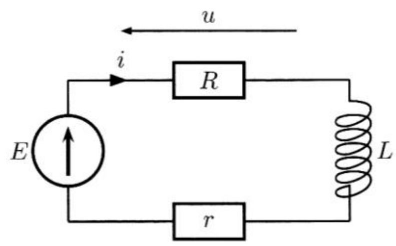


13. Le courant étant établi depuis longtemps, le circuit est en <u>régime permanent</u> : l'inductance L est <u>magnétisée</u> et est équivalente à un fil. L'interrupteur K étant fermé, la résistance R n'est pas prise en compte. <u>Loi d'Ohm</u> aux bornes de r : $\boxed{i_0 = \frac{E}{r} = 4{,}0 \text{ A}}$



14. Énergie magnétique stockée par L : $\boxed{\mathscr{E}_m = \frac{1}{2} L i_0^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{r}\right)^2 = 24 \text{ mJ}}$

15. Quand on ouvre l'interrupteur, le circuit est équivalent à celui de la figure ci-contre (il faut tenir compte de la résistance R de l'air).



➢ <u>Équation différentielle vérifiée par $i(t)$:</u>

<u>Loi des mailles</u> : $E = (R+r)i + L\frac{di}{dt}$

$$\boxed{\tau \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R+r} \text{ avec } \tau = \frac{L}{R+r} \text{: constante de temps}}$$

➢ <u>Résolution de l'équation différentielle</u>

Solution de l'essm : $i(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}}$

Solution particulière : $i = \frac{E}{R+r}$

Solution complète : $i(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R+r}$

Condition initiale : Pas de discontinuité du courant dans L : $i(0^+) = i(0^-) = i_0$

$i(0^+) = K + \frac{E}{R+r}$ soit $K = i_0 - \frac{E}{R+r} = \frac{E}{r} - \frac{E}{R+r}$

Solution finale : $\boxed{i(t) = \left(\frac{E}{r} - \frac{E}{R+r}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R+r}}$

- Étude du cas limite où R tend vers l'infini, i.e. $R >> r$, soit $R + r \simeq R$. En régime permanent : $i(\infty) = \dfrac{E}{R+r} \simeq \dfrac{E}{R} \to 0$. Il n'y a plus de courant dans le circuit, ce qui est normal puisqu'on a ouvert l'interrupteur.

16. Loi d'Ohm aux bornes de R :

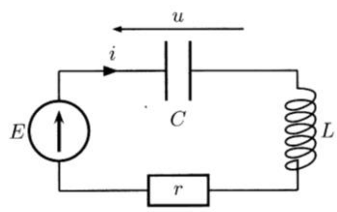
$$\boxed{u(t) = Ri(t) = E\left(\frac{R}{r} - \frac{R}{R+r}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{R+r}E}$$

- Valeur initiale : $u(0^+) = E\left(\dfrac{R}{r} - \dfrac{R}{R+r}\right) + \dfrac{R}{R+r}E$ soit $\boxed{u(0^+) = E\dfrac{R}{r}}$
- Valeur finale : $\boxed{u(\infty) = E\dfrac{R}{R+r}}$
- Étude lorsque R tend vers l'infini, i.e. pour de très grandes valeurs de R, ce qui est le cas en pratique : $\boxed{u(0^+) \to \infty \text{ donc } u(0^+) >> E}$ et $\boxed{u(\infty) \simeq E}$

  A.N. : $\boxed{u(0^+) = 40 \text{ kV}}$ et $\boxed{u(\infty) \simeq 12 \text{ V}}$

  En $t = 0$, lorsqu'on ouvre l'interrupteur, la tension à ses bornes passe instantanément de 0 V (interrupteur fermé) à 40 kV (interrupteur ouvert) : la tension $u(0)$ dépasse la tension de claquage de l'air (de l'ordre de 30 kV/cm) : l'air devient conducteur et un courant électrique le traverse : il y a une étincelle au niveau de l'interrupteur !

17. Circuit rLC série ci-contre.



Loi des mailles pour $t > 0$:

$$E = ri + L\frac{di}{dt} + u \text{ avec } i = C\frac{du}{dt}$$

$$E = rC\frac{du}{dt} + LC\frac{d^2u}{dt^2} + u \text{ soit } \boxed{\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}u = \frac{E}{LC}}$$

L'équation différentielle est de la forme :

$$\boxed{\frac{d^2u}{dt^2} + 2\lambda\frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 E \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ et } \lambda = \frac{r}{2L}}$$

- La pulsation propre est $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$
- Coefficient λ : coefficient d'amortissement : $[\lambda]\dfrac{[u]}{T} = \dfrac{[u]}{T^2}$ soit $\boxed{[\lambda] = T^{-1}}$

  L'unité de λ est en fait le rad.s^{-1} et $\boxed{\lambda = \xi\omega_0}$

18. Solution de l'équation sans second membre :

Équation caractéristique : $r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$

Discriminant réduit : $\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2$

A.N. : $\lambda = 500$ rad.s^{-1} et $\omega_0 = 3{,}5.10^4$ rad.s^{-1} d'où $\Delta' = -1{,}2.10^{-9}$ rad^2.s$^{-2} < 0$

Le régime transitoire est oscillant amorti ou pseudo-périodique :

$$u(t)=\left(A\cos(\omega_P t)+B\sin(\omega_P t)\right)e^{-\lambda t}$$

avec $\omega_P=\sqrt{|\Delta'|}=\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}=3{,}5.10^4\ \text{rad.s}^{-1}\simeq\omega_0$: pseudo-pulsation

- Solution particulière : $u=E$
- Solution complète : $u(t)=E+\left(A\cos(\omega_P t)+B\sin(\omega_P t)\right)e^{-\lambda t}$
- Conditions initiales :
  - La tension aux bornes du condensateur ne subissant pas de discontinuité, on a $u(0^+)=u(0^+)=0$. Or $u(0)=E+A=0$ donc $\boxed{A=-E}$
  - Dérivée de la tension : $\left(\dfrac{du(t)}{dt}\right)_{t=0^+}=\dfrac{1}{C}i(0^+)=\dfrac{1}{C}i_0=\dfrac{E}{rC}$

$\left(\dfrac{du(t)}{dt}\right)_{t=0^+}=-\lambda A+B\omega_P$ d'où $-\lambda A+B\omega_P=\dfrac{E}{rC}\Leftrightarrow B\omega_P=\dfrac{E}{rC}-\lambda E$ soit

$$\boxed{B=\frac{E}{\omega_P}\left(\frac{1}{rC}-\lambda\right)}$$

- Solution finale : $\boxed{u(t)=E-E\left(\cos(\omega_P t)+\dfrac{1}{\omega_P}\left(\lambda-\dfrac{1}{rC}\right)\sin(\omega_P t)\right)e^{-\lambda t}}$
- Expression numérique : $\boxed{u(t)=12-12\left(\cos(3{,}5.10^4t)-35\sin(3{,}5.10^4t)\right)e^{-500t}}$

19. Juste après l'ouverture de l'interrupteur, la tension à ses bornes atteint des valeurs nettement plus basses en présence du condensateur (420 V au maximum au lieu de 40 kV) : ce n'est donc pas suffisant pour provoquer une étincelle dans l'air.

20. En régime permanent, $u(\infty)=E$ et $i(\infty)=C\dfrac{du(\infty)}{dt}=0$: l'inductance est démagnétisée et le condensateur est chargé. Il possède l'énergie électrostatique : $\boxed{\mathscr{E}_e=\dfrac{1}{2}Cu^2(\infty)=\dfrac{1}{2}CE^2=19\ \mu\text{J}}$

21. Coefficient d'amortissement modifié : $\lambda'=\dfrac{r+R'}{2L}$ et pulsation propre inchangée : $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

- Régime transitoire critique : $\Delta'=\lambda'^2-\omega_0^2=0\Leftrightarrow\lambda'^2=\omega_0^2\Leftrightarrow\lambda'=\omega_0$

$$\frac{r+R'}{2L}=\frac{1}{\sqrt{LC}}\Leftrightarrow r+R'=2\frac{L}{\sqrt{LC}}\Leftrightarrow\boxed{R'=2\sqrt{\frac{L}{C}}-r=2{,}1.10^2\ \Omega=0{,}21\ \text{k}\Omega}$$

22. Solution de l'ESSM : $u(t)=(A't+B')e^{-\lambda' t}=(A't+B')e^{-\omega_0 t}$

- Solution particulière : $u=E$
- Solution complète : $u(t)=E+(A't+B')e^{-\omega_0 t}$

- Conditions initiales :
  - $u\left(0^+\right)=u\left(0^+\right)=0$ et $u\left(0\right)=E+B'=0$ donc $\boxed{B'=-E}$
  - $\left(\dfrac{du(t)}{dt}\right)_{t=0^+}=\dfrac{1}{C}i\left(0^+\right)=\dfrac{1}{C}i_0=\dfrac{E}{(r+R')C}$ et $\left(\dfrac{du(t)}{dt}\right)_{t=0^+}=A'-B'\omega_0$

$$A'-B'\omega_0=\frac{E}{(r+R')C}\Leftrightarrow A'=\frac{E}{(r+R')C}+B'\omega_0$$

$$\boxed{A'=\frac{E}{(r+R')C}-\omega_0 E=E\left(\frac{1}{(r+R')C}-\omega_0\right)}$$

- Solution finale : $\boxed{u(t)=E+E\left(\left(\dfrac{1}{(r+R')C}-\omega_0\right)t-1\right)e^{-\omega_0 t}}$
- Expression numérique : $\boxed{u(t)=12+12\left(-1{,}8.10^4 t-1\right)e^{-3{,}5.10^4 t}}$
- Graphe de $u(t)$: