# DS N° 8, Pb 2 : commentaires

## Problème 2 : probabilités

Ce problème comportait des questions très proches du cours (Q1) qui devaient permettre de gagner des points pour ceux qui connaissaient bien leur cours, ce ne fut pas le cas de tout le monde. D'autres questions plus délicates permettaient de distinguer ceux qui avaient bien compris le fond du problème. De manière général, une minorité ne connaît pas les lois usuelles, confond variables aléatoires et évènements, calcule la probabilité d'une variable aléatoire, fait la réunion des probabilités, confondent incompatibles et indépendants, trouve une probabilité égale à $-1$ ...

### Le détail

Q1a On attendait 4 choses : $D_i(\Omega)$, les probabilités individuelles, l'espérance et la variance. Généralement bien réussie, mais un certain nombre ont vu en $D_i$ une variable de Bernoulli ce qui n'est pas le cas ... Certains ont trouvé une variance négative !

Q1b Les explications données sont souvent confuses, beaucoup paraphrasent la formule à justifier. L'indépendance était écrite dans l'énoncé, certains ne l'ont pas vue !

Q1c Les propriétés utilisées doivent être citées (linéarité de l'espérance, variance d'une somme de VAR indépendantes...), certains mélangent les deux.

Q1di L'indépendance doit être proprement justifiée (dire que les $B_i$ dépendent des $D_i$ n'est pas un argument suffisant). Certains trouvent que le paramètre de $B_i$ est $\frac{1}{2}(p+1)$ !!!

Q1dii On attendait 4 choses : somme de Bernoulli mutuellement indépendantes, toutes de même paramètre, espérance et variance d'une binomiale. Une somme de VAR de Bernoulli ne suit pas forcément une loi binomiale !

Q1e À deux ou trois exceptions près, personne n'a su trouver l'ensemble $X_n(\Omega)$ !

Q2a Les événements ne sont pas équivalents, ce sont des ensembles ! Beaucoup ont traité cette question mais assez peu ont eu les 4 points, car non, $(X_n = b)$ n'est pas égal à $(a + D_{r+1} + \cdots + D_n = b)$ !

Q2b Question délicate rarement bien justifiée. Les VAR $X_{n-r} = D_1 + \cdots + D_{n-r}$ et $D_{r+1} + \cdots + D_n$ ne sont pas les mêmes ! Par contre il fallait justifier qu'elles suivent la même loi... Beaucoup affirment que les $X_i$ sont indépendantes car elles s'écrivent en fonction des $D_i$, mais cet argument est erroné et les $X_i$ ne sont pas indépendantes, par exemple $\mathbb{P}((X_2 = 0) \cap (X_4 = 4)) = 0$ mais $\mathbb{P}(X_2 = 0) \times \mathbb{P}(X_4 = 4) \neq 0$.

Q3a La justification pour les instants pairs est souvent hasardeuse, on a pu lire par exemple « pour un instant impair la position est forcément impaire, or 0 est pair » ! Le calcul de $t_2$ est rarement bien fait (certains trouvent $\frac{1}{2}$ !), seul les calculs justifiés ont eu tous les points.

Q3b Question délicate rarement bien traitée, il ne pas s'agissait de la formule de probabilités totales...

Q3ci Que de confusions entre incompatibles deux à deux et indépendants ! Pour certains la probabilité d'une réunion est TOUJOURS la somme des probabilités !

Q3cii Question assez simple mais rarement bien traitée, la notion de série et de comparaison (SATP ici) ne sont pas acquises.

Q3di Question triviale.

Q3dii Certains ont bien senti que $F(1)$ représentait la probabilité de l'évènement « la puce revient un jour à l'origine », mais pensent que lorsque $p = \frac{1}{2}$, cet évènement est certain car $F(1) = 1$, or c'est faux, ce n'est pas l'évènement certain (imaginer que la puce ne fasse que des sauts de 1 indéfiniment), cet évènement n'est donc pas l'univers en entier mais sa probabilité vaut quand même 1, on dit qu'il est quasi-certain.