

La présentation des copies est très généralement satisfaisante.

Ce sujet, via l'étude d'un objet mathématique appelé **quaternions** (pour la culture, les quaternions jouent en géométrie dans l'espace un rôle similaire à celui que jouent les nombres complexes en géométrie du plan), permettait de ré-investir de très nombreuses notions vues dans l'année en Algèbre linéaire et bi-linéaire. L'ensemble n'était pas très compliqué, à conditions d'avoir bien assimilé toutes ces notions, ce qui n'était pas toujours le cas.

Dans le détail :

- Q1a. Généralement bien fait pour sous-espace vectoriel et famille libre, mais de très nombreux élèves pensent que le  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  est de dimension 4, alors qu'en fait il est de dimension 8, ce qui obligeait à prouver aussi que la famille était génératrice (c'est le  $\mathbb{C}$ -espace vectoriel  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  qui est de dimension 4, d'où l'insistance du sujet à insister sur le corps des scalaires).
- Q1b. Attention ! un hyperplan est le noyau d'une forme linéaire **non nulle**. Et le fait que la trace soit clairement non nulle sur  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  n'induit pas automatiquement qu'elle soit non nulle sur un de ses sous-ensembles.
- Q1c. Généralement bien fait pour la stabilité, mais la définition d'un sous-anneau n'était pas toujours entièrement maîtrisée : en particulier, un sous-anneau doit contenir l'élément neutre pour  $\times$ . D'autre part, penser à donner un contre-exemple pour justifier que la multiplication n'est pas commutative sur  $\mathcal{H}$  (là encore, le fait qu'elle ne le soit pas sur  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  ne prouve rien).
- Q2a. Généralement bien fait, mais plusieurs copies ne maîtrisent pas convenablement l'expression de la comatrice, ce qui leurs fait perdre des points faciles sur plusieurs questions.
- Q2b. Si la relation fondamentale de la comatrice était généralement sue, le raisonnement sur le déterminant est régulièrement trop approximatif. Attention en particulier à préciser que celui est **réel** pour légitimement pouvoir le considérer comme un scalaire. De nombreuses bonnes copies précisent néanmoins ce point avec beaucoup d'à propos.
- Q2c. Généralement bien fait par les copies ayant la bonne expression de la comatrice.
- Q2d. Si beaucoup de copies justifient correctement que la fonction est une symétrie, très peu en revanche arrivent à déterminer les éléments caractéristiques (ce qui n'était pourtant pas très difficile ici).
- Q3a. Souvent bien fait.
- Q3b. Question facile mais assez peu traitée.
- Q3c. Question bien réussie par certaines bonnes copies, mais plusieurs croient prouver l'égalité des ensembles mais en pratique ne montrent qu'une inclusion.
- Q3d. De manière surprenante, plusieurs copies ne considère que l'aspect normé, ou que l'aspect orthogonale.
- Q3e. Question en fait très simple à condition de bien maîtriser le cours sur les projecteurs et symétries, mais très peu traitée (sans doute en partie à cause de la longueur de l'ensemble du sujet).