

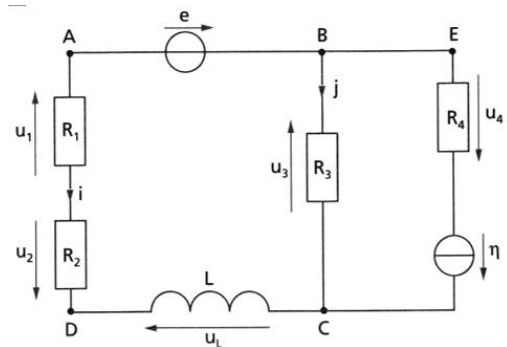
TRAVAUX DIRIGÉS OS4

Grandeurs et dipôles électriques

Niveau 1

*Exercice 1. Lois de Kirchhoff et lois d'Ohm

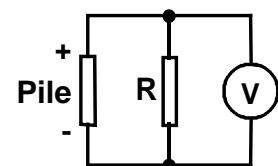
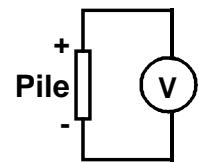
1. Écrire la loi des mailles dans la maille $ABCD$ afin d'établir la relation liant e , u_1 , u_2 , u_3 et u_L .
2. En déduire la relation liant E , L , R_1 , R_2 , R_3 , i et j .
3. Quelle relation lie i , j et η ?
4. Exprimer u_4 en fonction de R_4 et η .
5. Existe-t-il des points qui soient au même potentiel ?



*Exercice 2. Étude d'une pile

On dispose d'un voltmètre idéal (résistance d'entrée R_V infinie) et d'un résistor de résistance $R=10\ \Omega$. On cherche à déterminer les caractéristiques d'une pile.

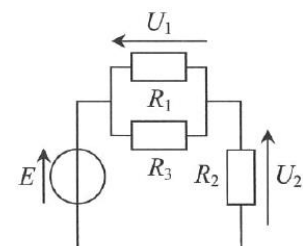
1. On branche d'abord le voltmètre aux bornes de la pile : l'écran du voltmètre affiche la valeur $4,5\text{ V}$. Que mesure le voltmètre ?
2. On branche ensuite le résistor aux bornes de la pile. Le voltmètre branché également aux bornes de la pile affiche-t-il toujours $4,5\text{ V}$? Justifier.
3. On constate en fait que lorsqu'on branche le résistor aux bornes de la pile, le voltmètre affiche la valeur $3,0\text{ V}$. Calculer la résistance interne de la pile.
4. Que se passe-t-il si on inverse les pôles du voltmètre ?



Exercice 3. Détermination de tensions

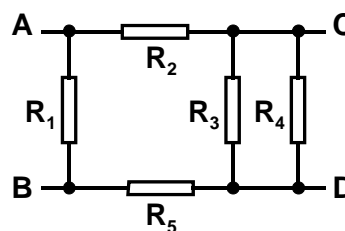
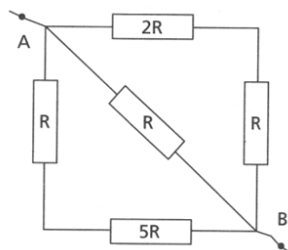
Déterminer les expressions littérales et calculer les valeurs numériques des tensions U_1 et U_2 .

Données : $E = 10\text{ V}$, $R_1 = R_2 = 1,0\text{ k}\Omega$, $R_3 = 3,0\text{ k}\Omega$



*Exercice 4. Résistance équivalente

Déterminer la résistance équivalente R_{AB} du dipôle AB ci-dessous (à gauche).



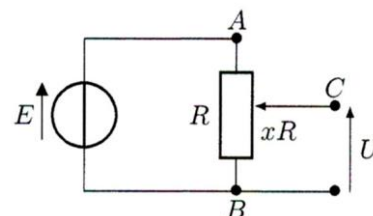
Exercice 5. Résistances équivalentes

On considère le réseau ci-dessus (à droite) avec $R_1 = R_2 = 2R$, $R_3 = R_4 = R$ et $R_5 = \frac{R}{2}$.

1. Déterminer la résistance équivalente R_{eqAB} du réseau vu depuis les points A et B , en considérant qu'aucun courant n'entre ni ne sort par les points C et D .
2. Déterminer la résistance équivalente R_{eqCD} du réseau vu depuis les points C et D , en considérant qu'aucun courant n'entre ni ne sort par les points A et B .

*Exercice 6. Montage potentiométrique

On considère le montage potentiométrique ci-contre. La résistance totale R du potentiomètre est placée entre les points A et B tandis que son curseur est relié au point C de sorte que la résistance entre B et C soit égale à xR (avec $0 \leq x \leq 1$).



1. Exprimer U en fonction des données en utilisant la notion de diviseur de tension.
2. Retrouver le résultat précédent en utilisant la loi des mailles.

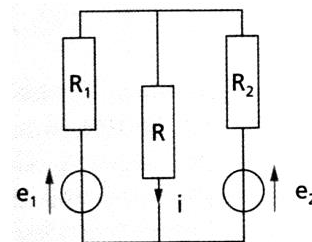
On connecte maintenant entre les points B et C une résistance utilisatrice R_u .

3. Déterminer la nouvelle valeur de U en fonction des données.
4. À quelle condition portant sur la résistance du potentiomètre peut-on utiliser, en première approximation, le résultat de la première question ?

Niveau 2

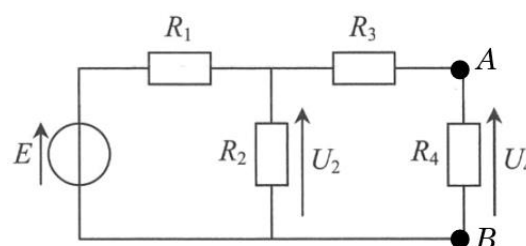
Exercice 7. Utilisation des lois de Kirchhoff

Exprimer, à l'aide des lois de Kirchhoff, l'intensité i du courant dans la branche centrale orientée, en fonction des grandeurs du circuit.



Exercice 8. Générateur équivalent

1. Montrer que le réseau situé à gauche des points A et B est équivalent à un unique générateur de tension de fem E' et de résistance interne R' , dont les expressions sont à déterminer en fonction de E , R_1 , R_2 et R_3 .



2. Exprimer la tension U_4 en fonction de E' , R' et R_4 .

Exercice 9. Point de fonctionnement d'un circuit

On a relevé la caractéristique statique d'un dipôle D en convention récepteur.

U (V)	0	2,0	4,0	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,2
I (mA)	0	0	0	0	50	100	150	200	250	300

1. Tracer la caractéristique $I = f(U)$. Échelles : 1 V/cm ; 50 mA/cm.
2. Comment se comporte ce dipôle D pour U entre 0 et 6,0 V ?
3. Pour U entre 6,0 V et 7,2 V, déterminer l'équation de la courbe $I = f(U)$ du dipôle, puis en déduire la relation $U = f(I)$. En déduire le modèle équivalent de Thévenin de ce dipôle D .

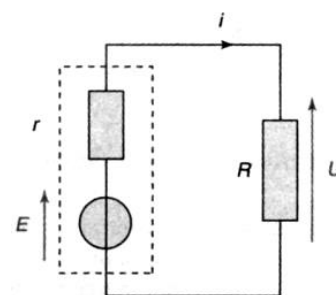
On associe à ce dipôle une pile de fem $E = 12$ V et de résistance interne $r = 40 \Omega$.

4. Déterminer le point de fonctionnement du circuit lorsque le dipôle est connecté à la pile, par deux méthodes : graphiquement et analytiquement.

Exercice 10. Transfert de puissance

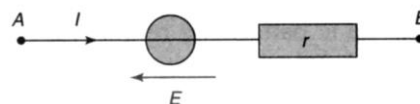
On considère un générateur de f.e.m. $E = 10 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 5,0 \Omega$ alimentant un résistor de résistance $R = 5,0 \Omega$.

1. Déterminer la tension U aux bornes de R et l'intensité I du courant qui le traverse.
2. Calculer les puissances dissipées par effet Joule.
3. Calculer la puissance reçue par le générateur idéal de tension.
4. Faire un bilan de puissance pour l'ensemble du circuit.



*Exercice 11. Bilan de puissance dans un moteur à courant continu

On modélise un petit moteur par un dipôle AB , association en série d'un générateur idéal de tension de f.e.m. E , et d'un résistor de résistance $r = 50 \Omega$.



Quand on impose la tension d'alimentation $U = 12 \text{ V}$ à ses bornes, le moteur tourne à la fréquence de rotation $n_1 = 20 \text{ tr.s}^{-1}$ et il est traversé par un courant d'intensité $I_1 = 0,10 \text{ A}$.

1. Calculer la f.e.m. E_1 du moteur.
2. Calculer le rendement η_1 du moteur défini comme le rapport entre la puissance mécanique $\mathcal{P}_{\text{méca}1} = E_1 I_1$ et la puissance totale $\mathcal{P}_{\text{tot}1}$ consommée par le moteur.
3. Le moteur est utilisé pour soulever une charge pesante. La f.e.m. est proportionnelle à la fréquence de rotation du moteur et l'intensité du courant est proportionnelle à la masse de la charge. Calculer la fréquence n_2 de rotation, l'intensité I_2 et le rendement η_2 si on doublait la masse de la charge à tension d'alimentation constante.
4. Calculer l'intensité I_3 du courant si, pour une raison quelconque, le moteur était empêché de tourner. Quelle serait la puissance totale $\mathcal{P}_{\text{tot}3}$ consommée par le moteur ? Sous quelle forme ?
5. Quelle serait la fréquence n_4 de rotation du moteur si le câble de traction de la charge venait à casser ? Quelle serait la puissance totale $\mathcal{P}_{\text{tot}4}$ consommée par le moteur ?
6. Pour ralentir la rotation, on diminue progressivement la tension d'alimentation, la charge étant celle de la question 1. Calculer la tension seuil ou tension de démarrage U_d en deçà de laquelle le moteur ne tourne plus.

SOLUTIONS

*Exercice 1. Lois de Kirchhoff et lois d'Ohm

1. Loi des mailles dans la maille ABCD parcourue dans le sens horaire :

$$u_1 + e - u_3 + u_L - u_2 = 0$$

2. Pour écrire les lois d'Ohm correctement, il faut regarder si les dipôles sont représentés en convention récepteur ou générateur :

- Résistance R_1 en convention récepteur donc $u_1 = R_1 i$
- Résistance R_2 en convention générateur donc $u_2 = -R_2 i$
- Inductance L en convention récepteur donc $u_L = L \frac{di}{dt}$
- Résistance R_3 en convention récepteur donc $u_3 = R_3 j$

- En reportant dans la relation précédente, on a : $R_1 i + e - R_3 j + L \frac{di}{dt} + R_2 i = 0$

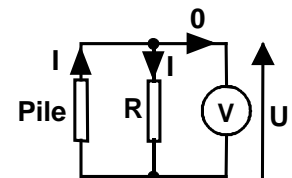
3. La loi des nœuds appliquée en C donne : $i + j + \eta = 0$

4. Le courant circulant dans R_4 est η . La loi d'Ohm appliqué à R_4 en convention générateur est : $u_4 = -R_4 \eta$.

5. Les points B et E étant reliés par un fil, ils sont au même potentiel.

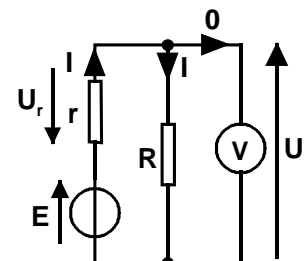
*Exercice 2. Étude d'une pile

1. Le voltmètre étant idéal, sa résistance interne R_V est infinie : donc aucun courant ne circule, ni dans le voltmètre, ni dans la pile. Le voltmètre mesure donc la tension à vide : $E = 4,5 \text{ V}$



2. La pile débite un courant I qui traverse la résistance R . Le voltmètre ne mesure plus la tension à vide, mais une tension en charge U telle que $U < E$.

3. Le modèle équivalent de Thévenin de la pile est un générateur de tension idéal de f.e.m. E en série avec une résistance interne r . Le voltmètre étant idéal, il n'absorbe aucun courant. Le courant I circule dans la maille constituée de E , r et R en série (cf. schéma ci-contre).



- La loi des mailles donne : $E - U_r - U = 0$ soit $E = U_r + U$

- Lois d'Ohm appliquée à r et R en convention récepteur : $U_r = rI$ et $U = RI$

- En remplaçant dans la loi des mailles, on obtient : $I = \frac{E}{r + R}$ puis

$$U = RI = \frac{R}{r + R} E < E.$$

- On en déduit l'expression de la résistance interne r de la pile : $r = R \frac{E - U}{U}$.

A.N : $r = 5,0 \Omega$

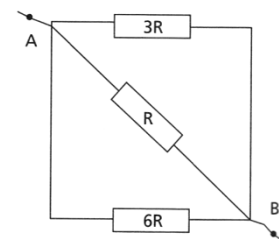
4. En inversant les pôles du voltmètre, on mesure à vide $-4,5 \text{ V}$ et en charge $-3,0 \text{ V}$.

Exercice 3. Détermination de tensions

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 0,75 \text{ k}\Omega, U_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_{eq}} E = 5,7 \text{ V}, U_1 = \frac{R_{eq}}{R_2 + R_{eq}} E = 4,3 \text{ V}$$

*Exercice 4. Résistance équivalente

- On associe d'abord les résistances R et $2R$, qui sont en série et donc équivalentes à $3R$. On associe également les résistances R et $5R$, qui sont en série et donc équivalentes à $6R$. Le schéma équivalent du réseau est alors représenté ci-contre.



- Dans le circuit équivalent, les trois résistances, $3R$, R et $6R$, sont en parallèle : elles sont équivalentes à une

résistance R_{AB} telle que : $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{6R} = \frac{9}{6R} = \frac{3}{2R}$ donc $R_{AB} = \frac{2}{3} R$

OU BIEN :

On détermine la résistance équivalente à R et $3R$ en parallèle :

$$R_{eq1} = \frac{R \cdot 3R}{R + 3R} = \frac{3}{4} R$$

On détermine ensuite la résistance équivalente à $6R$ et R_{eq1} en parallèle :

$$R_{AB} = \frac{6R \cdot R_{eq1}}{6R + R_{eq1}} = \frac{6R \cdot \frac{3}{4} R}{6R + \frac{3}{4} R} = \frac{18}{27} R \text{ soit } R_{AB} = \frac{2}{3} R$$

Exercice 5. Résistances équivalentes

1. $R_{eqAB} = \frac{6}{5} R$ 2. $R_{eqCD} = \frac{9}{20} R$

*Exercice 6. Montage potentiométrique

1. DDT : xR et $(1-x)R$ sont en série : $U = \frac{xR}{xR + (1-x)R} E = \frac{xR}{R} E$ soit $U = xE$

2. Loi des mailles : $E = RI$ soit $I = \frac{E}{R}$

Loi d'Ohm (convention récepteur) : $U = xRI = xR \frac{E}{R}$ soit $U = xE$

3. U est la tension entre B et C , mais, entre B et C , il y a deux résistances en parallèle : xR et R_u .

Association des résistances en parallèle : $R_{\text{eq}} = \frac{R_u xR}{R_u + xR}$

$$\text{DDT : } U = \frac{R_{\text{eq}}}{R_{\text{eq}} + (1-x)R} E = \frac{1}{1 + (1-x)\frac{R}{R_{\text{eq}}}} E \text{ et } \frac{R}{R_{\text{eq}}} = \frac{R_u + xR}{xR_u}$$

$$U = \frac{1}{1 + (1-x)\frac{R_u + xR}{xR_u}} E = \frac{x}{x + (1-x)\frac{R_u + xR}{R_u}} E = \frac{x}{x + (1-x) + x(1-x)\frac{R}{R_u}} E$$

$$U = \frac{x}{1 + x(1-x)\frac{R}{R_u}} E$$

4. On retrouve le résultat de la question 1 si $x(1-x)\frac{R}{R_u} \ll 1$ soit $x(1-x)R \ll R_u$.
 . Il faut donc que $R \ll R_u$.

Exercice 7. Utilisation des lois de Kirchhoff

$$i = \frac{R_2 e_1 + R_1 e_2}{R_1 R_2 + R R_1 + R R_2}$$

Exercice 8. Générateur équivalent

1. Identification avec un générateur de Thévenin de fem $E' = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$ et de résistance $R' = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ 2. DDT : $U_4 = \frac{R_4}{R_4 + R'} E'$

Exercice 9. Point de fonctionnement d'un circuit

2. D = interrupteur ouvert 3. $U = R' I + E'$ avec $E' = 6 \text{ V}$ et $R' = 4 \Omega$ 4. Pile : $I = 0,3 - 0,025 \cdot U \text{ (A)}$, point de fonctionnement : méthode graphique :

$$P(6,6 \text{ V}; 135 \text{ mA}) \text{ et analytique : } I = \frac{E - E'}{r + R'} = 136 \text{ mA}, U = \frac{rE' + R'E}{r + R'} = 6,5 \text{ V}$$

Exercice 10. Transfert de puissance

1. $U = \frac{R}{r + R} E = 5,0 \text{ V}$ $I = \frac{E}{r + R} = 1,0 \text{ A}$ 2. $\mathcal{P}_R = 5,0 \text{ W}$, $\mathcal{P}_r = 5,0 \text{ W}$ 3. $\mathcal{P}_E = -10 \text{ W}$

*Exercice 11. Bilan de puissance dans un moteur à courant continu

- Le moteur est un récepteur électrique : on oriente donc la tension U pour que le moteur soit en convention récepteur.
 - Loi des mailles $U - E_1 - rI_1 = 0$ ou $U = E_1 + rI_1$, soit $E_1 = U - rI_1 = 7,0 \text{ V}$
- Puissance totale consommée par le moteur $\mathcal{P}_{\text{tot1}} = UI_1$
 - Rendement : $\eta_1 = \frac{\mathcal{P}_{\text{méca1}}}{\mathcal{P}_{\text{tot1}}} = \frac{E_1 I_1}{UI_1}$ donc $\eta_1 = \frac{E_1}{U} = 0,58 = 58\%$
 - Remarque : ce rendement est faible : 42% de l'énergie consommée est dissipée par effet Joule dans la résistance r .
- Masse de la charge doublée : l'intensité du courant également : $I_2 = 2I_1 = 0,20 \text{ A}$
 - Loi des mailles $U - E_2 - rI_2 = 0$ ou $U = E_2 + rI_2$, soit $E_2 = U - rI_2 = 2,0 \text{ V}$
 - Vitesse de rotation proportionnelle à la f.e.m. : $\frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2}{n_1}$ d'où $n_2 = n_1 \frac{E_2}{E_1} = 5,7 \text{ tr.s}^{-1}$
 - Rendement : $\eta_2 = \frac{E_2}{U} = 0,17 = 17\%$
- Si le moteur ne tourne plus : $n_3 = 0$ et donc $E_3 = 0$.
 - L'intensité du courant est : $I_3 = \frac{U}{r} = 0,24 \text{ A}$
 - La puissance mécanique est $\mathcal{P}_{\text{méca3}} = E_3 I_3 = 0$
 - La puissance totale est : $\mathcal{P}_{\text{tot3}} = UI_3 = \frac{U^2}{r} = rI_3^2 = \mathcal{P}_{\text{Joule}}$ soit $\mathcal{P}_{\text{tot3}} = 2,9 \text{ W}$. Toute la puissance électrique consommée est dissipée par effet Joule dans la résistance r . Le moteur chauffe !!!
- Si le câble lâche, il n'y a plus de charge et $I_4 = 0$. On en déduit $E_4 = U = 12 \text{ V}$.
 - La fréquence de rotation est : $n_4 = n_1 \frac{E_4}{E_1} = 34 \text{ tr.s}^{-1}$
 - La puissance totale consommée est : $\mathcal{P}_{\text{tot4}} = UI_4 = 0 \text{ W}$
- Le moteur ne tourne plus lorsque $E = 0$, i.e. lorsque $U = U_d = rI_1 = 5,0 \text{ V}$.
 - Remarque : Pour faire démarrer le moteur, on augmente progressivement U : tant que $U < U_d$, le moteur ne tourne pas et ne soulève pas la charge ; dès que $U \geq U_d$, le moteur se met à tourner et soulève la charge : U_d est la tension de démarrage.