OUTILS MATHÉMATIQUES 7
Nombres complexes

1 Écritures d'un nombre complexe

1.1 Forme cartésienne

$$\boxed{\underline{Z} = a + jb \quad \text{avec} \quad j^2 = -1}$$

$a = \mathrm{Re}(\underline{Z})$: **partie réelle** de $\underline{Z}$ et $b = \mathrm{Im}(\underline{Z})$: **partie imaginaire** de $\underline{Z}$

1.2 Forme exponentielle

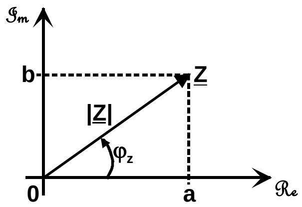
$$\boxed{\underline{Z} = |\underline{Z}| e^{j\arg(\underline{Z})} = |\underline{Z}| e^{j\varphi_Z} = |\underline{Z}| \cos(\varphi_Z) + j|\underline{Z}| \sin(\varphi_Z)}$$

$|\underline{Z}|$: **module** de $\underline{Z}$ et φ_Z : **argument** de $\underline{Z}$

1.3 Passage d'une écriture à l'autre

Forme cartésienne → Forme exponentielle

Plan complexe



Forme exponentielle → Forme cartésienne

2 Nombres complexes particuliers

$\underline{Z}$	Nature	Module	Argument
$\underline{Z} = a$			
$\underline{Z} = jb$			

3 Opérations sur les nombres complexes

3.1 Addition – Soustraction

- Soient $\underline{Z}_1 = a_1 + jb_1 = |\underline{Z}_1| e^{j\varphi_1}$ et $\underline{Z}_2 = a_2 + jb_2 = |\underline{Z}_2| e^{j\varphi_2}$
- Addition :

$$\boxed{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = a_1 + a_2 + j(b_1 + b_2)}$$

$$\boxed{\mathrm{Re}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) = a_1 + a_2 \quad \text{et} \quad \mathrm{Im}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) = b_1 + b_2}$$

- Soustraction :

$$\boxed{\underline{Z}_1 - \underline{Z}_2 = a_1 - a_2 + j(b_1 - b_2)}$$

$$\boxed{\mathrm{Re}(\underline{Z}_1 - \underline{Z}_2) = a_1 - a_2 \quad \text{et} \quad \mathrm{Im}(\underline{Z}_1 - \underline{Z}_2) = b_1 - b_2}$$

3.2 Multiplication – Division

- Soient $\underline{Z}_1 = a_1 + jb_1 = |\underline{Z}_1| e^{j\varphi_1}$ et $\underline{Z}_2 = a_2 + jb_2 = |\underline{Z}_2| e^{j\varphi_2}$
- Multiplication :

$$\boxed{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 = |\underline{Z}_1| e^{j\varphi_1} \cdot |\underline{Z}_2| e^{j\varphi_2} = |\underline{Z}_1||\underline{Z}_2| e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}}$$

$$\boxed{|\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2| = |\underline{Z}_1| \cdot |\underline{Z}_2| \quad \text{et} \quad \arg(\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2) = \varphi_1 + \varphi_2 = \arg(\underline{Z}_1) + \arg(\underline{Z}_2)}$$

- Division :

$$\boxed{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{|\underline{Z}_1| e^{j\varphi_1}}{|\underline{Z}_2| e^{j\varphi_2}} = \frac{|\underline{Z}_1|}{|\underline{Z}_2|} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}}$$

$$\boxed{\left|\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}\right| = \frac{|\underline{Z}_1|}{|\underline{Z}_2|} \quad \text{et} \quad \arg\left(\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}\right) = \varphi_1 - \varphi_2 = \arg(\underline{Z}_1) - \arg(\underline{Z}_2)}$$

3.3 Dérivation – Intégration

- Soit $\underline{s}(t) = S_M e^{j\varphi} e^{j\omega t}$
- Dérivation

- Intégration

Opération	Nombre complexe	Module	Argument
Dérivation			
Intégration			