

La présentation des copies est satisfaisante l'immense majorité des cas.

Ce problème, centré sur l'étude d'une fonction, était principalement l'occasion de vérifier vos connaissances sur un grand nombre de résultats d'analyse rencontrés depuis le début de l'année (dérivation, limites, sens de variation, convexité, intégrales, relations de comparaison pour les suites, etc). L'une des difficultés du sujet résidait dans quelques calculs un peu délicats, ce qui a été un écueil pour d'assez nombreuses copies. D'autre part, les résultats à trouver étaient moins systématiquement donnés que dans certains devoirs précédents, et bien sûr les questions laissées ouvertes deviennent plus difficiles. . . Néanmoins, le calcul de  $f''(x)$  par exemple était fait de deux manières (l'une en Q3a et l'autre en Q6) ce qui pouvait permettre de contrôler ses résultats et rectifier une éventuelle erreur de calcul. Globalement, la réussite à ce problème dépendait de votre assurance pour mener à bien des calculs, certes pas si simples mais qui doivent être à votre portée, sans perdre trop de temps, et de votre maîtrise de l'ensemble des résultats majeurs de l'année, en particulier sur des chapitre plus lointains comme celui d'intégration, chapitre particulièrement important bien sûr. . .

Dans le détail :

**Partie I** Partie assez facile, si on met éventuellement de côté le calcul demandé de  $f''(x)$  en Q3a, mais qui n'était bloquant que pour la questions Q3b, la suite pouvait se faire sans cette expression. Si de nombreuses copies répondent de manière satisfaisante, beaucoup d'autres perdent des points faciles.

- Q1. Très généralement bien fait.
- Q2. La justification des limites n'était pas toujours très claire. Pour certaines copies, la référence au théorème des croissances comparées semble fonctionner comme un mot magique. Or c'est un énoncé précis, qui par exemple ne sert pas à justifier la limite en  $-\infty$ , celle-ci n'étant pas indéterminée. Concernant le sens de variation, celui-ci est généralement correct (attention à ne pas oublier un 0 de la dérivée), mais plusieurs copies ne trouvent pas le bon signe de  $f'(x)$  pour  $x < 1$  (alors que l'expression de  $f'(x)$  était correcte). Attention à bien vous relire. . .
- Q3a. Alors que les formules utilisées sont généralement correctes, seule une partie des copies vient à bout de ce calcul. A noter que d'assez nombreuses copies laissent le calcul sous une forme non simplifiée (souvent  $h(t) = (t^2 + 1)(t + 1) - 4t(t - 1)$ ). Attention ! il était bien sûr implicitement demandé ici de simplifier le résultat pour le donner sous forme développée.
- Q3b. On ne pouvait traiter cette question correctement qu'avec la bonne expression de  $f''(x)$ . Si de nombreuses copies voient bien l'utilisation à faire du théorème des valeurs intermédiaires pour justifier l'existence de  $\alpha$ , la nécessité de connaître le sens de variation de  $h$  était beaucoup moins claires pour beaucoup, ni le moyen de l'obtenir. Néanmoins, plusieurs copies répondent très bien à cette question.
- Q3c. Question facile, qui pouvait se traiter en admettant Q3b. Si de très nombreuses copies le font très bien (plus ou moins rapidement, certaines copies détaillent la discussion de signe sur une bonne page, là où un tableau de signe en trois lignes suffisait), une grosse poignée de copies n'obtient pas les bons signes, ce qui conduit généralement à des graphes incohérents en question suivante (ici encore, il faut mieux vous relire. . .).
- Q4. De très nombreuses copies proposent une graphes qui ne respectait pas toutes les informations trouvées précédemment. Les erreurs les plus fréquentes étaient de ne pas respecter la convexité au voisinage de  $\alpha$ , ou de ne pas avoir une tangente horizontale à l'abscisse 1. Attention ! ce type de questions de tracé d'allure forme des points faciles à ne surtout pas perdre à cause d'une réponse précipitée et trop imprécise. . .

## Partie II

- Q5. Les deux parties a et b ont généralement été bien traitées.
- Q6. Si l'expression de  $f'(x)$  était généralement correcte, celle de  $f''(x)$  conduit, ici encore, à de nombreuses erreurs de calculs.
- Q7. Question facile, mais assez rarement traitée correctement, la justification de l'expression du degré de  $P_{n+1}$  en fonction de celui de  $P_n$  n'étant pas toujours justifiée avec suffisamment de précision (degré d'une somme de polynômes).

- Q8. Là aussi, question très peu traitée correctement. Si plusieurs copies pensaient à exprimer  $P_{n+1}(i)$  en fonction de  $P_n(i)$ , une bonne partie croyait à tort reconnaître une suite géométrique (attention ! le coefficient multiplicatif dépendait de  $n$ ...).

**Partie III** Assez peu de copies gagnent significativement des points dans cette partie, de nombreuses ayant sans doute consacré trop de temps aux deux parties précédentes à cause d'erreurs de calcul. Il y avait pourtant de nombreux points faciles à prendre en lien avec les résultats les plus classiques d'intégration. Certaines questions plus délicates ont permis de départager les meilleures copies...

- Q9. Souvent bien traitée, mais certaines copies ne semblent pas maîtriser la relation  $F'(x) = f(x)$ , et utilisent la propriété de croissance de l'intégrale à tort et à travers.
  - Q10 et Q11. Ces questions, qui demandaient un peu d'autonomie, ont rarement été réussies. Rappelons en particulier que des raisonnements du type « on voit bien que l'aire sous la courbe devient de plus en plus grande » ne peuvent pas constituer une réponse...
  - Q12. Généralement bien réussies.
  - Q13a. Bien traitée par une partie des copies abordant cette question, mais de nombreuses copies ne voient malheureusement pas que les bornes inférieures des intégrales définissant  $u_n$  et  $x_n$  sont différentes.
  - Q13b. Régulièrement bien traitée, mais penser à vérifier l'ordre des bornes des intégrales pour utiliser la propriété de croissance de l'intégrale.
  - Q13c. Question tout à fait abordable, bien traitée par une grosse poignée de copies.
  - Q13d. Question beaucoup plus délicate qu'il n'y paraît, extrêmement peu traitée correctement. Un festival d'erreurs de calcul sur les puissances, ou d'utilisations très abusives du théorème des croissances comparées.
  - Q13e. Question assez délicate, presque jamais traitée.
  - Q13f. Question de synthèse tout à fait abordable, mais peu traitée.
  - Q14. De nouveau une question plus délicate qu'il n'y paraît, presque jamais traitée.
-