
Devoir surveillé de calcul

Exercice 1.

1) $DL_n(0)$ de $e^x =$

2) $DL_{2n}(0)$ de $\cos(x) =$

3) $DL_n(0)$ de $\frac{1}{1+x} =$

4) $DL_n(0)$ de $\ln(1+x) =$

5) $DL_3(0)$ de $\tan(x) =$

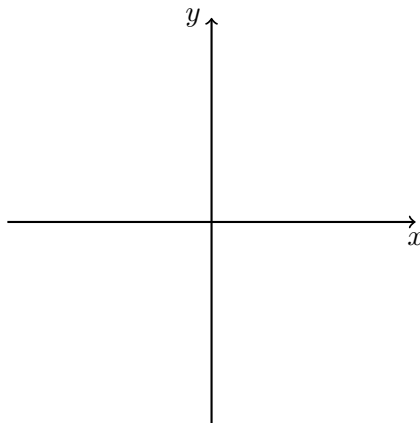
6) $DL_5(0)$ de $\arctan(x) =$

7) $\frac{\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{n^5 + 3^n} \underset{+\infty}{\sim}$

8) *En utilisant Stirling.* $\frac{n!}{n^5 - n + 1} \underset{+\infty}{\sim}$

9) $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \underset{+\infty}{\sim}$

Exercice 2. Déterminer le développement limité à l'ordre 3 en 0 de $f(x) = \cos(x)e^{-x}$. Préciser ensuite l'équation de la tangente à f en 0 et tracer l'allure du graphe de f au voisinage de 0.

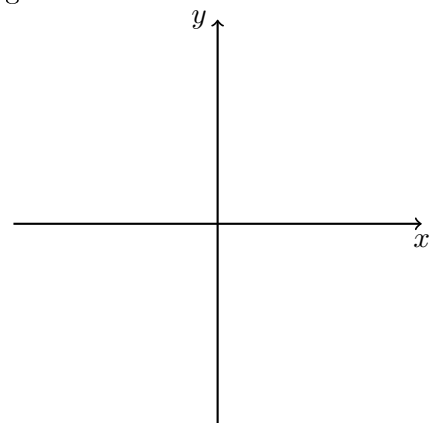


Exercice 3. On pose $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{\sin(x)}$.

1) Donner les DLs à l'ordre 3 en 0 de $\begin{cases} \ln(1+x) = \\ \sin(x) = \end{cases}$

2) Calculer un DL à l'ordre 2 en 0 de $f(x)$.

3) Justifier que f est prolongeable par continuité en 0, que le prolongement est dérivable en 0, l'équation de la tangente en 0 et tracer le graphe de f au voisinage de 0.



Exercice 4. Décomposer en éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$ la fraction rationnelle $F(X) = \frac{1}{X^2(X+1)^2}$.

Exercice 5. Inverser la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.