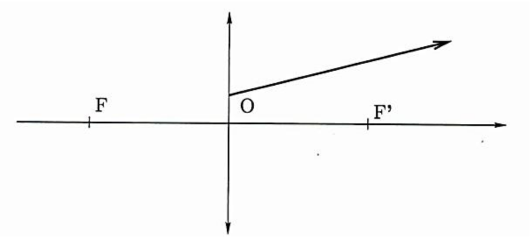
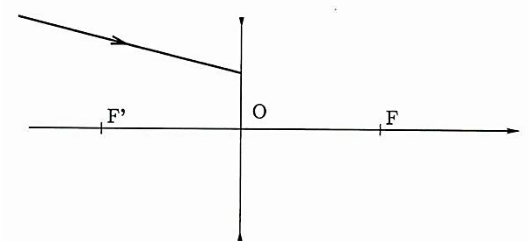
TRAVAUX DIRIGÉS OS3
Systèmes optiques : cas des lentilles

Niveau 1

Exercice 1. Tracés de rayons (1)

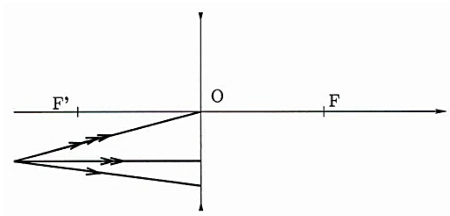
1. Construire le rayon incident à partir du rayon émergent (figure de gauche).
2. Construire le rayon émergent à partir du rayon incident (figure de droite).





*Exercice 2. Tracés de rayons (2)

Construire le faisceau émergent à partir du faisceau conique incident.



Exercice 3. Caractéristiques d'une lentille

Une lentille mince sphérique donne d'un objet réel situé à 60 cm avant son centre une image droite réduite d'un facteur 5.
Déterminer par une construction géométrique et par le calcul la position de l'image et les caractéristiques de la lentille.

*Exercice 4. Utilisation d'une lentille divergente

Une lentille mince divergente a pour distance focale image $f' = -30\text{ cm}$.

1. Déterminer la position de l'image d'un point A situé à 30 cm devant la lentille.
2. Si un objet AB dans le plan de front passant par A a pour taille 1 mm, quelle est la taille de son image ?
3. Effectuer la construction géométrique.

*Exercice 5. Champ et tirage d'un appareil photographique

L'objectif d'un appareil photographique est assimilable à une lentille convergente de distance focale $f' = +5\text{ cm}$. On veut photographier un arbre éloigné à 50 m et de 10 m de haut.

1. Quelle est la hauteur de l'image de l'arbre sur la pellicule ?
2. La pellicule ayant pour dimensions $24\text{ mm} \times 36\text{ mm}$, quel est le grandissement maximal permettant de voir intégralement cet arbre ? À quelle distance peut-on s'approcher de lui ?

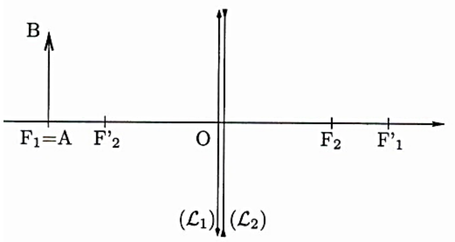
On définit le tirage d'un objectif comme la valeur algébrique $\tau = \overline{F'A'}$.

3. Calculer le tirage pour la photographie d'un objet de petite taille situé à une distance de l'objectif comprise entre 2 m et l'infini.

Niveau 2

*Exercice 6. Lentilles accolées

On considère deux lentilles accolées L_1 et L_2 de centre optique commun O. La lentille L_1 est convergente de distance focale $f'_1 = 3\text{ cm}$ et la lentille L_2 est divergente de distance focale $f'_2 = -2\text{ cm}$. Un objet AB est placé 3 cm avant le système optique.



1. Déterminer par construction géométrique la position de l'image $A'B'$ de l'objet AB.
2. Montrer que le système optique est équivalent à une lentille divergente dont on déterminera la distance focale f'.

Exercice 7. Étude d'un appareil photographique

On assimile l'objectif d'un appareil photographique à une lentille mince convergente L de centre O et de distance focale f'. La distance d entre L et l'écran E où se trouve le capteur photosensible est variable, et cette variation constitue la *mise au point*.

1. On désire photographier des objets dont la distance par rapport à L varie de x à l'infini. Déterminer les expressions des deux valeurs extrêmes de la distance d. Effectuer les applications numériques pour $f' = 50\text{ mm}$ et $|x| = 60\text{ cm}$.

On se propose de photographier une tour $\overline{AB}$ haute de 50 m et distante de $h = 2{,}0\text{ km}$.

2. Quelle est la taille de l'image $\overline{A'B'}$ et quel est l'encombrement de l'objectif, c'est-à-dire la distance de l'objectif au capteur ?

Pour agrandir l'image, on considère un téléobjectif, constitué d'une lentille convergente L_1 de distance focale $f'_1 = 50$ mm suivie d'une lentille divergente L_2 de distance focale $\overline{O_2F'_2} = -25$ mm. La distance entre les deux lentilles est $e = \overline{O_1O_2} = 31{,}2$ mm. On note $\overline{A'B'}$ l'image de $\overline{AB}$ par L_1 et $\overline{A''B''}$ l'image de la tour à travers le téléobjectif.

3. Effectuer la construction géométrique des images $\overline{A'B'}$ et $\overline{A''B''}$ sur papier millimétré en respectant l'échelle horizontale.
4. Préciser la nature de $\overline{A'B'}$ pour la lentille L_2 ainsi que la position de $\overline{A'B'}$ par rapport à O_2 et à F_2.
5. Déterminer par le calcul la position de l'image finale $\overline{A''B''}$ par rapport à O_2, puis la taille de cette image. Comparer cette dernière à la taille de $\overline{A'B'}$. Déterminer l'encombrement du téléobjectif.
6. Quelle serait la distance focale f'_u d'une unique lentille convergente qui donnerait une image de la tour de la même taille que celle obtenue avec le téléobjectif ? En déduire l'encombrement correspondant et commenter.

*Exercice 8. Loupe et oculaire

<u>LOUPE</u>

Un enfant utilise une lentille mince convergente de focale $f' = 3{,}0$ cm comme loupe. Son œil, emmétrope (PP à la distance $d_m = 25$ cm), est au foyer image de la lentille. Dans ces conditions, il observe un objet AB de hauteur $5{,}0$ mm tel que A est confondu avec le foyer objet.

1. Déterminer le grossissement commercial de cette loupe, défini comme le rapport entre l'angle α' sous lequel on voit l'image à l'infini à travers la loupe, et l'angle α sous lequel on verrait ce même objet à l'œil nul à la distance minimale de vision distincte d_m.

   N.B. : Faire des schémas !

<u>OCULAIRE</u>

Un oculaire est constitué de deux lentilles L_1 et L_2 identiques à la lentille précédente et séparées par une distance $\overline{O_1O_2} = 2{,}0$ cm.

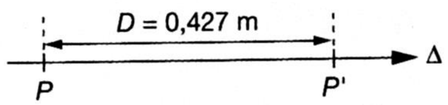
2. Déterminer les foyers principaux F et F' de ce système.

L'enfant observe l'objet précédent, placé à $0{,}75$ cm devant O_1, son œil étant placé en F'.

3. Déterminer le grossissement commercial de ce système.

*Exercice 9. Agrandisseur / réducteur d'image

On étudie un système de projection et reproduction de documents. L'original, situé dans le plan P, est considéré comme l'objet et un



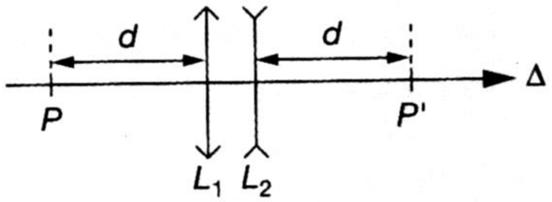
système optique en forme une image, sur une vitre plane dans le plan *P'*. La distance *D* séparant les deux plans parallèles *P* et *P'* est fixée : $D = 0,427\ \text{m}$.

DISPOSITIF À UNE LENTILLE

1. Pour obtenir une image de même taille que l'objet (valeur absolue du grandissement égale à 1), peut-on utiliser une unique lentille ? Convergente, divergente ? Si oui, préciser sa position et sa distance focale.
2. Faire un schéma, avec traits de construction, comportant le tracé d'au moins deux rayons.

ASSOCIATION DE DEUX LENTILLES

On utilise en réalité un ensemble de deux lentilles : une lentille L_1 convergente et une lentille L_2 divergente. L_1 est située à $d = 0,20\ \text{m}$ de *P* et L_2 à $d = 0,20\ \text{m}$ de *P'*.



On donne la distance focale de L_2 : $f'_2 = -0,10\ \text{m}$.

3. Dans quel plan doit se trouver l'image A_1B_1 donnée de l'objet *AB* par L_1 ?
4. Quelle valeur donner à la distance focale f'_1 ?
5. Calculer le grandissement γ de l'association L_1-L_2 pour l'objet *AB*.

GRANDISSEMENT VARIABLE

6. Proposer une association donnant le grandissement $\frac{1}{\gamma}$ (objet et image restent en *P* et *P'*).
7. On remplace la lentille L_1 par une association de deux lentilles accolées L_2 et L_3. Déterminer f'_3.
8. Montrer qu'une association formée de deux lentilles fixes L_2 et d'une lentille mobile L_3 permet d'obtenir les grandissements γ et $\frac{1}{\gamma}$ par simple déplacement de L_3.

Exercice 10. Microscope

Un microscope optique porte les indications suivantes : x40 sur son objectif ; x10 sur l'oculaire. La notice du constructeur précise : intervalle optique $\Delta = 16\ \text{cm}$. La signification de ces indications sera précisée dans la suite. Le microscope sera modélisé par deux lentilles minces convergentes, l'objectif L_1 (de diamètre $d = 7,0\ \text{mm}$) et l'oculaire L_2. Il est réglé pour donner une image à l'infini d'un objet réel *AB*, perpendiculaire à l'axe optique, *A* étant placé sur l'axe, légèrement en avant du foyer objet de l'objectif. Cette image est observée par un œil emmétrope placé au voisinage du foyer image F'_2 de l'oculaire. L'œil nu voit nettement des objets situés entre la distance $\delta = 25\ \text{cm}$ et l'infini.

1. Faire un schéma du dispositif (sans respecter l'échelle) et tracer soigneusement la marche de deux rayons lumineux issus du point *B* de l'objet *AB*, l'un émis

parallèlement à l'axe optique, l'autre passant par F_1 (foyer objet de L_1, de centre optique O_1).
2. L'indication portée sur l'oculaire (x10) est le grossissement commercial, c'est-à-dire le rapport de l'angle sous lequel on voit l'image à l'infini d'un objet à travers l'oculaire seul et de l'angle sous lequel on voit ce même objet à l'œil nu lorsqu'il est situé à la distance minimale de vision distincte δ ; on notera ce grossissement $G_2 = 10$. Déterminer f'_2, distance focale image de l'oculaire.
3. L'intervalle optique est la distance F'_1F_2. La valeur absolue du grandissement de l'objet AB par l'objectif est : $|\gamma_1| = 40$ (c'est l'indication x40). Calculer f'_1, distance focale image de la lentille équivalente à l'objectif. Calculer la distance O_1A permettant de positionner l'objet.
4. Calculer le grossissement commercial G du microscope.
5. On appelle cercle oculaire l'image de la monture de l'objectif à travers l'oculaire. Déterminer sa position par rapport à F'_2 et son diamètre. Quel est l'intérêt de placer l'œil dans le plan du cercle oculaire ? Commenter la valeur trouvée pour son diamètre.

*Exercice 11. Lunette de Galilée

Une lunette de Galilée est constituée de :

- une lentille mince convergente L_1 de centre O_1 et de focale $f'_1 = 60$ cm (objectif) ;
- une lentille mince divergente L_2 de centre O_2 et de focale $f_2 = 6{,}0$ cm (oculaire).

1. Comment sont placées les lentilles afin que la lunette soit réglée à l'infini ? Calculer la distance entre les deux centres.
2. Représenter le trajet de deux rayons lumineux en provenance d'un objet à l'infini, et faisant un angle α avec l'axe optique.
3. Calculer le grossissement (rapport entre l'angle émergent α' et l'angle incident α) de la lunette. Que deviendrait ce grossissement si l'utilisateur utilisait la lunette à l'envers ?
4. Le principal défaut de la lunette de Galilée est la faiblesse de son champ apparent (largeur angulaire du champ de vision tel qu'il est perçu à travers la lunette) : 5 deg seulement alors qu'il est de l'ordre de 50 deg pour un instrument « moderne ». Est-il possible d'avoir, à travers la lunette, la tour Eiffel dans son champ de vision depuis Montmartre (hauteur visible de la tour Eiffel : 300 m, distance à Montmartre : 5 km). Serait-ce possible avec un instrument « moderne » de même grossissement ? Peut-on voir la Lune en entier (largeur angulaire de 32' d'arc à l'œil nu) à travers la lunette de Galilée ?
5. À l'aide de la figure, expliquer pourquoi, quand l'angle α augmente, les rayons finiront par ne plus pouvoir rentrer dans la pupille d'un utilisateur regardant

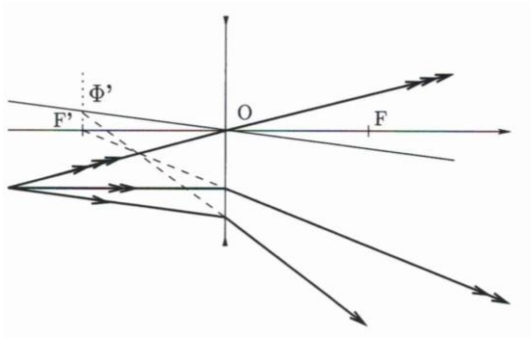
dans l'axe de la lunette (cela explique le champ de vision limité pour cet appareil).

6. Afin d'augmenter le champ de vision, Kepler a remplacé la lentille divergente par une lentille convergente de même distance focale en valeur absolue : elle permet de faire converger les rayons dans la pupille de l'utilisateur. Quelle est la nouvelle distance entre les lentilles ? Tracer sur une nouvelle figure le chemin suivi par deux rayons lumineux. Où placer l'œil pour avoir un champ de vision maximal ? Quel est l'inconvénient rédhibitoire d'un tel système pour une observation terrestre ?

SOLUTIONS

*Exercice 2. Tracés de rayons (2)

Pour déterminer le faisceau émergent, on traite les trois rayons lumineux indépendamment les uns des autres.



- Le rayon passant par le centre optique O (avec 3 flèches) n'est pas dévié.
- Le rayon parallèle à l'axe optique (avec 2 flèches) émerge en passant par le foyer image F'.
- Pour le troisième rayon incident (avec 1 flèche), on trace le rayon qui lui est parallèle et qui passe par O (en trait plein fin) : ce dernier n'est pas dévié. Ces deux rayons émergent en passant par Φ' point d'intersection du rayon non dévié et du plan focal image.

Exercice 3. Caractéristiques d'une lentille

Position de l'image : $\overline{OA'} = -12\text{ cm}$ Lentille divergente : $f' = -15\text{ cm} < 0$

*Exercice 4. Utilisation d'une lentille divergente

1. On remarque que l'objet A est confondu avec le foyer image F' de la lentille : on utilise donc la <u>relation de conjugaison de Newton</u>, avec origine aux foyers :

$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2 \Rightarrow \overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}}$$

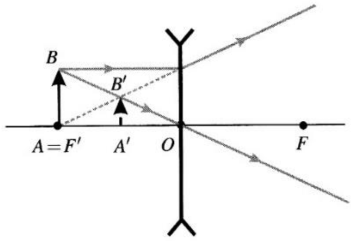
Or, $\overline{FA} = \overline{FF'} = 2f'$ d'où $\boxed{\overline{F'A'} = -\frac{f'}{2} = \frac{1}{2}\overline{F'O} = \frac{1}{2}\overline{AO} = 15\text{ cm}}$

<u>*A'* est au milieu du segment</u> $\left[F',O\right]$.

2. On utilise la <u>formule de grandissement de Newton</u>, avec origine aux foyers :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{\overline{FA}} \text{ soit } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{2f'} = \frac{1}{2}$$

La <u>taille de l'image</u> est donc : $\boxed{\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 0{,}5 \text{ mm}}$



3. <u>Construction géométrique</u> : cf. figure ci-contre.

*Exercice 5. Champ et tirage d'un appareil photographique

1. La <u>position de l'objet</u> est repérée par $p = \overline{OA} = -50 \text{ m}$.

➢ Recherche de la <u>position de l'image</u> $p' = \overline{OA'}$ et relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f'} = \frac{p+f'}{pf'}$ d'où $p' = \frac{pf'}{p+f'} = 5 \text{ cm}$

L'image (la pellicule) se situe dans le plan focal image de la lentille (l'arbre est à l'infini).

➢ G<u>randissement :</u> $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{p'}{p} = -10^{-3} < 0$. L'image est renversée.

➢ <u>Taille (hauteur) de l'image sur la pellicule</u> : $\boxed{A'B' = |\gamma| AB = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}}$

2. La taille maximale de l'image est $A'B'_{\max} = 36 \text{ mm}$. Le <u>grandissement maximal</u> est donc $|\gamma_{\max}| = \frac{A'B'_{\max}}{AB} = 3{,}6.10^{-3}$ soit $\boxed{\gamma_{\max} = -3{,}6.10^{-3}}$.

➢ La <u>position de l'objet</u> permettant d'obtenir ce grandissement maximal est obtenue en remplaçant *p'* par $\gamma_{\max} p$ dans la relation de conjugaison de Descartes, soit :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{\gamma_{\max} p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{p}\left(\frac{1}{\gamma_{\max}} - 1\right) = \frac{1}{f'} \text{ d'où } \boxed{p = f' \frac{1-\gamma_{\max}}{\gamma_{\max}} = -14 \text{ m}}$$

3. La relation de conjugaison de Newton avec origine aux foyers donne : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$.

Le tirage est défini par $\tau = \overline{F'A'}$ et la relation de Chasles donne : $\overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA} = f' + p$.

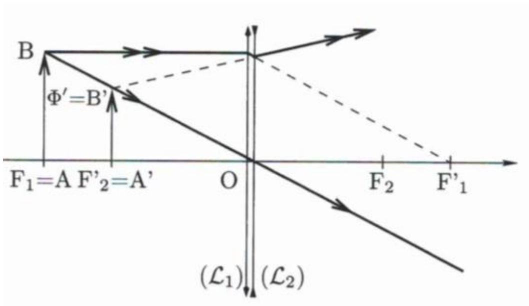
En reportant dans la relation de Newton, le tirage s'écrit : $\boxed{\tau = \overline{F'A'} = \frac{-f'^2}{f'+p}}$

➢ <u>A.N. :</u> Pour $p \to \infty$, le <u>tirage est nul</u> : l'image *A'* est confondue avec le foyer image *F'*.

➢ Pour $p = -2 \text{ m}$, l'image est située en *A'm* et le <u>tirage est maximal</u> : $\boxed{\tau = \overline{F'A'_m} = 1{,}3 \text{ mm}}$

*Exercice 6. Lentilles accolées

1. Le rayon incident, parallèle à l'axe optique (avec 2 flèches), ressort de la lentille L_1 en passant par F'_1. De plus, ce rayon émergent est parallèle au rayon passant par le centre optique O (avec 1 flèche) qui n'est pas dévié. L'image formée par L_1 est à l'infini, et constitue un objet à l'infini pour L_2. L'intersection du rayon passant par O avec le plan focal image de la seconde lentille L_2 définit le foyer image secondaire Φ', qui est confondu avec B', image du point B. Par aplanétisme, on en déduit l'image A' du point A.



2. Points conjugués : $A = F_1 \xrightarrow{L_1} A_{1\infty} \xrightarrow{L_2} F'_2 = A'$ soit $A \xrightarrow{L} A'$ avec L la lentille équivalente aux deux lentilles accolées, de centre optique O et de distance focale f'.

   Formule des lentilles accolées : $V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{f'_1} + \dfrac{1}{f'_2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{f'} = \dfrac{f'_2 + f'_1}{f'_1 \cdot f'_2}$

   $\boxed{f' = \dfrac{f'_2 \cdot f'_1}{f'_1 + f'_2} = -6 \text{ cm} < 0}$: la lentille équivalente est divergente.

Exercice 7. Étude d'un appareil photographique

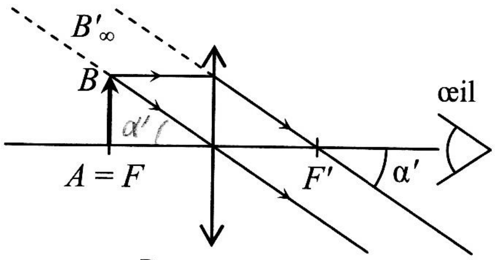
1. $d_{\min} = f' = 50$ mm $d_{\max} = 55$ mm 2. $\overline{A'B'} \simeq -\dfrac{f'}{h}\overline{AB} = -1{,}3 \text{ mm} < 0$, encombrement $\overline{OA'} = f' = 50$ mm 4. $\overline{O_2A'} = f'_1 - e = 19$ mm $\overline{F_2A'} = f'_2 + f'_1 - e = -6{,}2$ mm

5. $\overline{O_2A''} = 76$ mm et $\overline{A''B''} = -5{,}2$ mm, comparaison : $\gamma_2 = \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = 4{,}0$, encombrement : $\overline{O_1A''} = 0{,}11$ m 6. $f'_u = -h\gamma_u = 0{,}21$ m, encombrement $f'_u = 0{,}21$ m

*Exercice 8. Loupe et oculaire

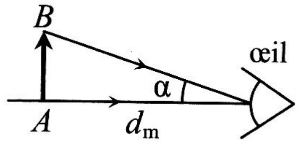
1. L'objet étant placé dans le plan focal objet de la lentille, son image est à l'infini.

   Elle est vue sous l'angle $\boxed{\alpha' \simeq \tan(\alpha') = \dfrac{AB}{f'}}$.



   À l'œil nu, l'objet, placé au PP, serait vu avec l'angle $\boxed{\alpha \simeq \tan(\alpha) = \dfrac{AB}{d_m}}$

   Le grossissement commercial de la loupe est $\boxed{G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{d_m}{f'}}$ A.N. : $\boxed{G = 8{,}3}$



2. Le foyer image F' est le point conjugué d'un objet A_∞ situé à l'infini sur l'axe optique. Les points conjugués sont tels que :

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} A_1 \equiv F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$$

La lentille L_2 conjugue les points F'_1 et F'. Relation de conjugaison de Descartes pour L_2 avec origine au centre O_2 :

$$\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{O_2F'}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} + \frac{1}{f'_2} = \frac{f'_2+\overline{O_2F'_1}}{\overline{O_2F'_1}\cdot f'_2}$$

$$\overline{O_2F'} = \frac{\overline{O_2F'_1}\cdot f'_2}{f'_2+\overline{O_2F'_1}} = \frac{\left(\overline{O_2O_1}+\overline{O_1F'_1}\right)\cdot f'_2}{f'_2+\overline{O_2O_1}+\overline{O_1F'_1}}$$

$$\boxed{\overline{O_2F'} = \frac{\left(\overline{O_2O_1}+f'_1\right)\cdot f'_2}{f'_2+\overline{O_2O_1}+f'_1} = 0{,}75\ \text{cm}}$$

Le foyer image F' du système est situé 0,75 cm derrière O_2.

- Le foyer objet F est le point conjugué d'une image A'_∞ située à l'infini sur l'axe optique. Les points conjugués sont tels que :

$$F \xrightarrow{L_1} A_1 \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} A_\infty$$

La lentille L_1 conjugue les points F et F_2. Relation de conjugaison de Descartes pour L_1 avec origine au centre O_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1F}} = \frac{1}{f'_1} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{O_1F}} = \frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{f'_1} = \frac{f'_1-\overline{O_1F_2}}{\overline{O_1F_2}\cdot f'_1}$$

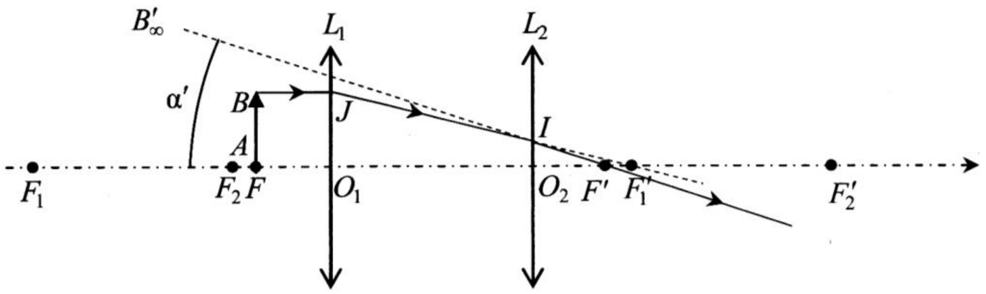
$$\overline{O_1F} = \frac{\overline{O_1F_2}\cdot f'_1}{f'_1-\overline{O_1F_2}} = \frac{\left(\overline{O_1O_2}+\overline{O_2F_2}\right)\cdot f'_1}{f'_1-\left(\overline{O_1O_2}+\overline{O_2F_2}\right)}$$

$$\boxed{\overline{O_1F} = \frac{\left(\overline{O_1O_2}+f_2\right)\cdot f'_1}{f'_1-\left(\overline{O_1O_2}+f_2\right)} = -0{,}75\ \text{cm}}$$

On constate que le foyer objet F du système est situé 0,75 cm devant O_1.

3. L'objet observé par l'enfant est placé au foyer objet F du système : <u>l'image se forme donc à l'infini.</u>

<u>Construction d'un rayon issu de B</u> : on trace le rayon parallèle à l'axe optique passant par B ; il arrive sur L_1 au point J ; il émerge de L_1 en passant (virtuellement) par F'_1 et rencontre L_2 au point I ; le rayon émergent de L_2 passe par l'œil situé en F'. Ce rayon émergent est prolongé virtuellement vers l'infini.



➢ Expression de l'angle α'

Dans le triangle $F'O_2I$: $\alpha' \simeq \tan(\alpha') = \dfrac{O_2I}{O_2F'}$

Les triangles F'_1O_2I et F'_1O_1J sont semblables : le théorème de Thalès donne :

$$\frac{O_2I}{O_2F'_1} = \frac{O_1J}{O_1F'_1} = \frac{AB}{O_1F'_1} \text{ soit } O_2I = \frac{AB}{O_1F'_1} O_2F'_1$$

$$\boxed{\alpha' \simeq \frac{O_2F'_1}{O_2F'} \frac{AB}{O_1F'_1}}$$

➢ Expression de l'angle α

À l'œil nu, l'objet, placé au PP, serait vu avec l'angle $\boxed{\alpha \simeq \tan(\alpha) = \dfrac{AB}{d_m}}$

➢ Grossissement

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{O_2F'_1}{O_2F'} \frac{AB}{O_1F'_1} \frac{d_m}{AB}$$

$$\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\left(\overline{O_2O_1} + f'_1\right)}{\overline{O_2F'}} \frac{d_m}{f'_1} = 11}$$

L'oculaire a un meilleur grossissement que la loupe.

*Exercice 9. Agrandisseur / réducteur d'image

1. L'objet est réel et l'image doit être réelle : on peut utiliser une seule lentille et elle est nécessairement convergente.

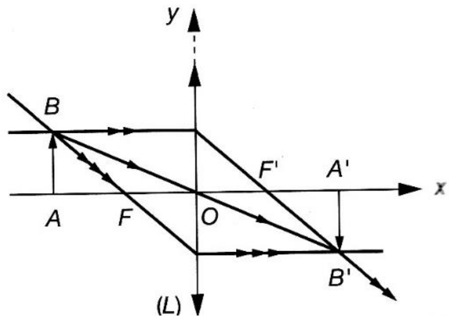
➢ Grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{p'}{p} = -1 < 0$ car l'image est forcément renversée.

D'où $\boxed{p' = -p}$: La lentille est située à égale distance des plans P et P'.

➢ Relation de conjugaison : $\dfrac{1}{p'} - \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{f'} \Leftrightarrow \dfrac{2}{p'} = \dfrac{1}{f'}$ soit $f' = \dfrac{p'}{2}$. Or,

$D = \overline{AA'} = -p + p' = 2p'$ d'où $p' = \dfrac{D}{2}$ et $\boxed{f' = \dfrac{D}{4} = 0{,}107 \text{ m}}$

2. Construction géométrique ci-dessous (deux rayons suffisent).



3. Points conjugués : L'objet A est dans le plan P, son image est A_1 ; l'image de A_1 est A' et elle est dans le plan P' : $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$

On connaît les positions de L_1 par rapport au plan P et de L_2 par rapport au plan P' ; en outre on connaît f'_2 : on utilise la relation de conjugaison de Descartes pour L_2 :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}}-\frac{1}{\overline{O_2A_1}}=\frac{1}{f'_2} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{O_2A_1}}=\frac{1}{\overline{O_2A'}}-\frac{1}{f'_2}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f'_2}=\frac{f'_2-d}{d\cdot f'_2}$$

$$\boxed{\overline{O_2A_1}=\frac{df'_2}{f'_2-d}=0{,}067\text{ m}}$$

4. On utilise à présent la relation de conjugaison de Descartes pour L_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}}-\frac{1}{\overline{O_1A}}=\frac{1}{f'_1} \Leftrightarrow \frac{1}{f'_1}=\frac{1}{\overline{O_1A_1}}-\frac{1}{-d}=\frac{1}{\overline{O_1A_1}}+\frac{1}{d}=\frac{d+\overline{O_1A_1}}{d\cdot\overline{O_1A_1}}$$

$$\boxed{f'_1=\frac{d\cdot\overline{O_1A_1}}{d+\overline{O_1A_1}}}$$

Expression de $\overline{O_1A_1}$ avec une relation de Chasles :

$$\overline{O_1A_1}=\overline{O_1A}+\overline{AA'}+\overline{A'O_2}+\overline{O_2A_1}=-d+D-d+\overline{O_2A_1}=D-2d+\overline{O_2A_1}$$

A.N. : $\overline{O_1A_1}=0{,}094\text{ m}$ et $\boxed{f'_1=0{,}064\text{ m}}$

5. Grandissement :

$$\gamma=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}\cdot\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}=\gamma_1\gamma_2 \text{ soit } \gamma=\frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}\cdot\frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}=\frac{\overline{O_1A_1}}{-d}\cdot\frac{d}{\overline{O_2A_1}}$$

$$\boxed{\gamma=-\frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_2A_1}}=-1{,}4}$$

Ce grandissement est proche, en valeur absolue, de $\sqrt{2}$: il s'agit probablement du changement de format A4 en A3 ou A5 en A4.

6. En permutant les positions des lentilles, i.e. en plaçant L_2 à la distance d du plan P et L_1 à la distance d du plan P', on échange le rôle de l'objet et de l'image : les points A et A' restent conjugués (retour inverse de la lumière) mais le grandissement devient $\frac{1}{\gamma}$.

7. Vergence de deux lentilles accolées : $V_1=V_2+V_3 \Leftrightarrow \frac{1}{f'_1}=\frac{1}{f'_2}+\frac{1}{f'_3}$

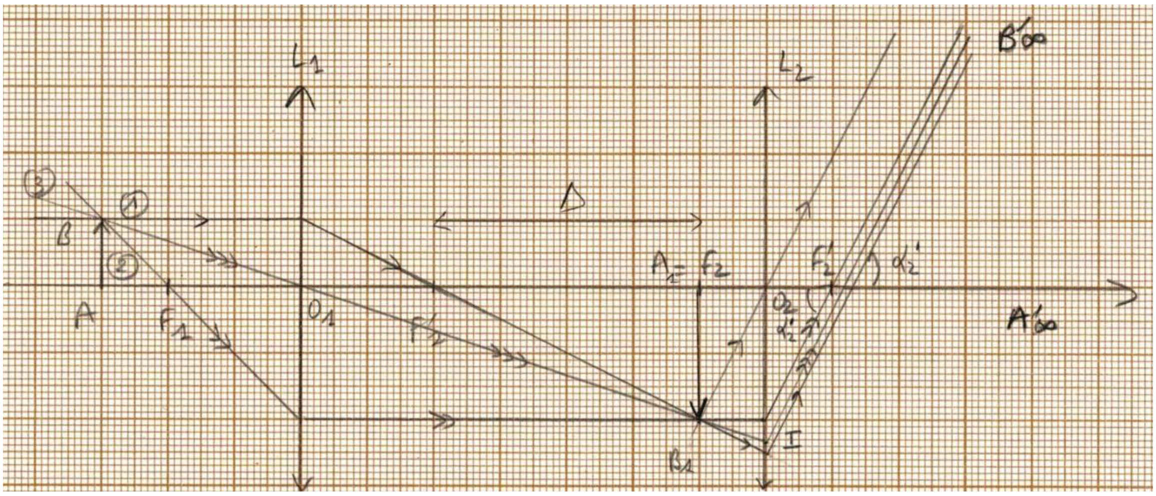
$$\frac{1}{f'_3}=\frac{1}{f'_1}-\frac{1}{f'_2}=\frac{f'_2-f'_1}{f'_2\cdot f'_1} \text{ soit } \boxed{f'_3=\frac{f'_2\cdot f'_1}{f'_2-f'_1}=0{,}039\text{ m}}$$

8. On place les deux lentilles divergentes L_2 à la distance d des plans P et P' et on laisse la lentille L_3 mobile entre elles. Lorsque L_3 est accolée à L_2 la plus proche de P, on retrouve la configuration de la question 5 : le grandissement vaut $|\gamma|=\sqrt{2}$.

En faisant glisser <u>L_3 jusqu'à l'accoler à L_2 la plus proche de P'</u>, on retrouve la configuration de la question 6 : le grandissement vaut $\dfrac{1}{|\gamma|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Exercice 10. Microscope

1. Points conjugués : $AB \xrightarrow[O_1, f'_1]{L_1} A_1B_1 = F_2B_1 \xrightarrow[O_2, f'_2]{L_2} A'_\infty B'_\infty$



2. $f'_2 = \dfrac{\delta}{G_2} = 2{,}5$ cm 3. $f'_1 = \dfrac{\Delta}{|\gamma_1|} = 0{,}40$ cm $\overline{O_1A} = -f'_1\left(1 + \dfrac{1}{|\gamma_1|}\right) = -0{,}41$ cm

4. $G = G_2|\gamma_1| = 400$ 5. Points conjugués : $O_1 \xrightarrow[O_2, f'_2]{L_2} C$ où C est le centre du cercle oculaire, $\overline{F'_2C} = \dfrac{f'^2_2}{\Delta + f'_1} = 0{,}38$ cm, diamètre du cercle oculaire : $d_{CO} = d\dfrac{f'_2}{\Delta + f'_1} = 1{,}1$ mm

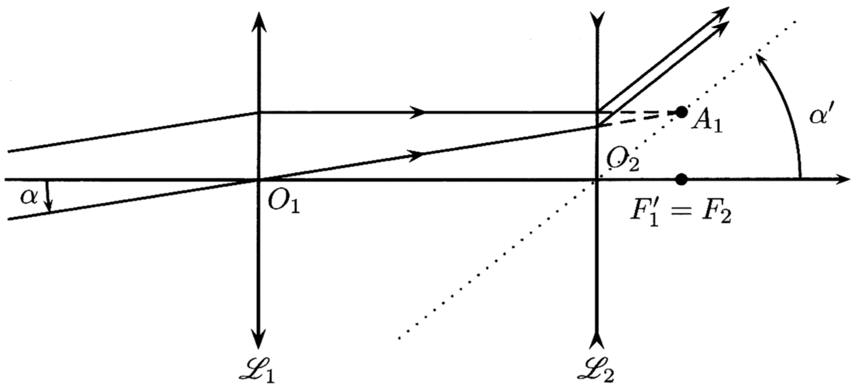
*Exercice 11. Lunette de Galilée

1. Pour que le système soit afocal, il faut que le foyer image de L_1 soit confondu avec le foyer objet de L_2 : $\boxed{F'_1 \equiv F_2}$.

➢ <u>Distance entre les deux lentilles</u> : $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2}$

$$\boxed{\overline{O_1O_2} = f'_1 - f_2 = 54 \text{ cm}}$$

2. <u>Construction géométrique</u>
   On considère un objet A à l'infini hors de l'axe optique ; son image A_1 donnée par L_1 est dans le plan focal image de L_1.



- 1er rayon : On trace le rayon incident incliné d'un angle α et passant par O_1 : il n'est pas dévié. On en déduit l'image réelle A_1 à l'intersection de ce rayon et du plan focal image de L_1. A_1 constitue un objet virtuel pour L_2. Lorsque le rayon passant par O_1 arrive sur L_2, il est dévié. On trace le rayon O_2A_1 (en pointillés) qui n'est pas dévié. Le rayon émergent recherché est donc parallèle au rayon O_2A_1.
- 2ème rayon : On trace un deuxième rayon incident parallèle au premier. Il est dévié par L_1 et émerge de celle-ci en passant virtuellement par A_1. Il est ensuite dévié par L_2 et émerge de celle-ci parallèlement au rayon O_2A_1 et donc parallèlement au premier rayon émergent tracé.
- Les deux rayons émergents étant parallèles entre eux, l'image est à l'infini. L'angle formé par ces rayons avec l'axe optique est α'.

3. Triangle $O_1F'_1A_1$: $\alpha \simeq \tan(\alpha) = \dfrac{\overline{F'_1A_1}}{\overline{O_1F'_1}} = \dfrac{\overline{F'_1A_1}}{f'_1}$

   Triangle $O_2F_2A_1$: $\alpha' \simeq \tan(\alpha') = \dfrac{\overline{F_2A_1}}{\overline{O_2F_2}} = \dfrac{\overline{F'_1A_1}}{f_2}$

   Grossissement : $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{\overline{F'_1A_1}}{f_2} \cdot \dfrac{f'_1}{\overline{F'_1A_1}}$ soit $\boxed{G = \dfrac{f'_1}{f_2} = 10}$

- Lunette utilisée dans l'autre sens : le rôle joué par les angles α et α' est permuté ; d'après le retour inverse de la lumière, le grossissement devient $\boxed{\dfrac{\alpha}{\alpha'} = \dfrac{f_2}{f'_1} = 0{,}10}$

4. Diamètre angulaire de la tour Eiffel observée à l'œil nu ($h = 300$ m et $d = 5$ km)

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{d} \text{ soit } \alpha = \arctan\left(\frac{h}{d}\right) = 0{,}06 \text{ rad} = 3{,}4 \text{ deg}$$

   Diamètre angulaire de la tour Eiffel observée à la lunette : $\boxed{\alpha' = G\alpha = 34 \text{ deg}}$

   Le champ apparent n'étant que de 5 deg pour la lunette, l'utilisateur ne peut pas la voir dans sa totalité ; par contre, cela est possible avec un instrument « moderne » dont le champ apparent est de 50 deg.

- Diamètre angulaire de la Lune observée à l'œil nu : $\alpha = 32 \cdot \frac{1}{60} \simeq 0{,}53$ deg

  Diamètre angulaire de la Lune observée à la lunette : $\boxed{\alpha' = G\alpha = 5{,}3 \text{ deg}}$

  La lunette ne permet pas de voir la Lune dans sa totalité.

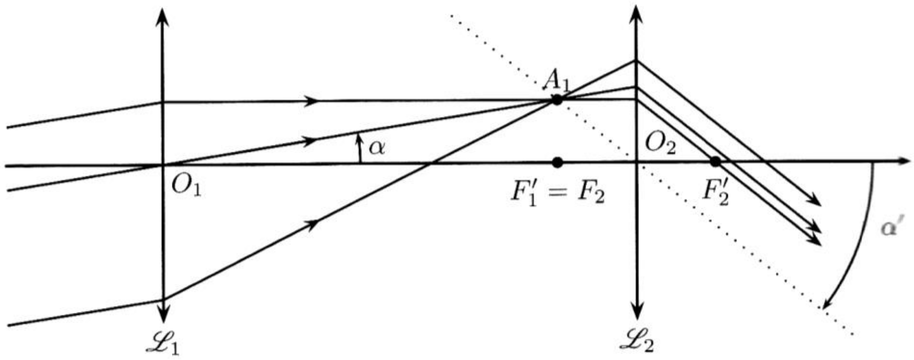
5. Lorsque l'angle α augmente, l'angle α' augmente également. Les rayons émergents s'éloignent de plus en plus de l'axe optique, où l'observateur positionne son œil. Le diamètre de la pupille étant réduit (de l'ordre de 4 mm), les rayons émergents n'entreront plus dans la pupille, ce qui limite le champ apparent de la lunette. Plutôt que de faire diverger les rayons émergents par rapport à l'axe optique, il faut les faire converger vers l'axe, et donc vers le centre de la pupille (c'est l'objet de la question suivante).
6. À nouveau, il faut que le foyer image de L_1 soit confondu avec le foyer objet de L_2 : $\boxed{F'_1 \equiv F_2}$.

- Distance entre les deux lentilles : $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2}$

$$\boxed{\overline{O_1O_2} = f'_1 - f_2 = 66 \text{ cm}} \text{ car } f_2 = -6{,}0 \text{ cm}$$

- Construction géométrique

  C'est le même raisonnement que précédemment : la différence est que l'image A_1, toujours réelle pour L_1, constitue à présent un objet réel pour L_2.



- Champ apparent : On constate que les rayons émergent coupent l'axe optique au voisinage de F'_2, et ce, pour différentes incidences α. Si l'observateur place son œil à cet endroit, il pourra observer tous les rayons traversant L_2, ce qui n'était pas le cas pour la lunette de Galilée. Le champ apparent a donc augmenté.

- Grossissement : il vaut $\boxed{G = \frac{f'_1}{f_2} = -10 < 0}$ car $f_2 < 0$. Les images données par cette lunette seront renversées, ce qui n'est pas acceptable pour l'observation d'objets à la surface de la Terre. Par contre, ce n'est pas gênant pour l'observation astronomique : la lunette de Kepler est appelée lunette astronomique.