TRAVAUX DIRIGÉS OS2
Systèmes optiques : cas du miroir plan

Niveau 1

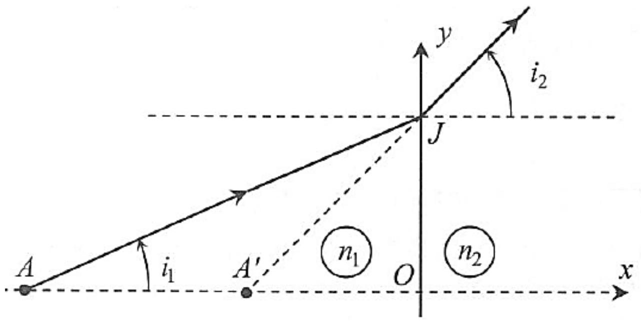
Exercice 1. Champ de vision avec un miroir plan

Un homme dont les yeux se situent à $h = 1,70$ m du sol observe une mare gelée (équivalente à un miroir plan) de largeur $l = 5,0$ m et située à une distance $d = 2,0$ m de lui.

1. Représenter la zone de l'espace correspondant au champ de vision de l'homme, obtenu par réflexion dans la mare.
2. Peut-il voir sa propre image ?
3. Quelle est la hauteur maximale H d'un arbuste situé de l'autre côté de la mare à la distance $D = d + l$ de l'homme que celui-ci peut voir par réflexion dans la mare ?

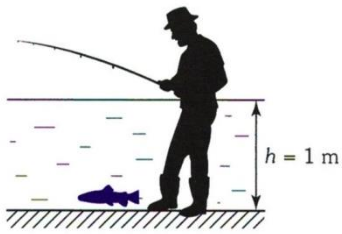
Exercice 2. Dioptre plan

Un dioptre plan sépare un milieu d'indice n_1 d'un milieu d'indice n_2. On considère rayon issu d'un point A, situé dans le milieu d'indice n_1, et d'angle d'incidence oriente i_1. On note A' l'intersection du rayon réfracté avec l'axe perpendiculaire au dioptre et passant par A.



1. Préciser la nature réelle ou virtuelle de l'objet et de l'image.
2. Exprimer $\overline{OA'}$ en fonction de $\overline{OA}$, $\sin(i_1)$, n_1 et n_2.
3. Le système est-il rigoureusement stigmatique ?
4. En utilisant une approximation, déterminer la position de l'image du point objet A, puis l'image d'un objet AB parallèle au dioptre.

*Exercice 3. À la pêche



Un pêcheur observe un poisson situé quasiment à ses pieds, dans une hauteur $h = 1{,}0$ m d'eau. L'eau est un milieu transparent d'indice $n_e = 1{,}3$ et l'air d'indice $n_a = 1{,}0$.

1. Faire un schéma et déterminer exactement la position de l'image d'un objet A situé dans l'eau. On pourra utiliser l'approximation des petits angles.
2. Quel est le grandissement ? Confrontez à votre expérience.
3. Que dire si le poisson n'est plus à la verticale sous le pêcheur ?

Niveau 2

*Exercice 4. Pour se voir en entier dans un miroir

Une personne se trouvant sur un sol horizontal se regarde dans un miroir plan vertical. On note T l'extrémité haute de la personne et P son extrémité basse. La taille de cette personne est $H = TP = 1{,}80$ m.

1. Sachant que ses yeux sont assimilés au point O, déterminer l'expression de la taille h du miroir pour que la personne puisse se voir entièrement.
2. Calculer la valeur numérique de h.

*Exercice 5. Effet de la rotation d'un miroir sur le rayon réfléchi

Un miroir plan rectangulaire est disposé perpendiculairement au plan de la figure. Un rayon incident situé dans le plan de la figure se réfléchit sur le miroir. Le miroir pivote d'un angle α autour d'un axe perpendiculaire en O au plan de la figure. O est situé dans le plan du miroir.
Exprimer en fonction de α l'angle dont a tourné le rayon réfléchi.

SOLUTIONS

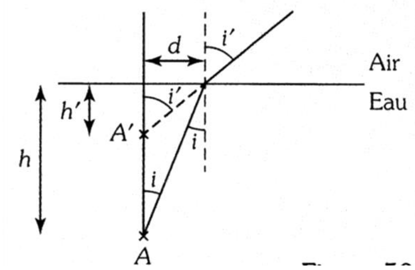
Exercice 1. Champ de vision avec un miroir plan

3. $H = \frac{lh}{d} = 4{,}3$ m

Exercice 2. Dioptre plan

2. $\overline{OA'} = \overline{OA}\frac{\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2(i_1)}}{n_1\sqrt{1-\sin^2(i_1)}}$ 4. $\overline{OA'} = \frac{n_2}{n_1}\overline{OA}$

*Exercice 3. À la pêche



1. On trace deux rayons partant de l'objet ponctuel A :
   - un vertical, donc d'incidence nulle sur le dioptre, qui est réfracté avec un angle nul d'après la 3ème loi de Snell-Descartes. L'image A' est donc à la verticale de l'objet A ;
   - un rayon un peu incliné, arrivant sous un angle i est réfracté sous l'angle i' tel que : $n_e \sin(i) = n_a \sin(i')$, soit, dans l'approximation des petits angles : $\boxed{n_e i \simeq n_a i'}$. Le rayon réfracté s'écarte de la normale vu qu'il passe dans un milieu moins réfringent.

➢ <u>L'image A' est à l'intersection des deux rayons émergents</u>, donc à l'intersection du rayon vertical et du prolongement du rayon incliné, soit à la verticale au-dessus de A.

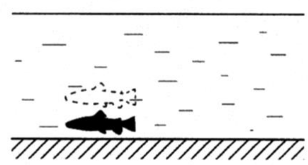
➢ La position de A' est repérée en notant h' sa profondeur.

$$\tan(i') = \frac{d}{h'} \text{ et } \tan(i) = \frac{d}{h}$$

Dans l'approximation des petits angles $\tan(i') \simeq i'$ et $\tan(i) \simeq i$.

On a $h'i' \simeq hi \Leftrightarrow h' \simeq h\frac{i}{i'}$ et $n_e i \simeq n_a i'$ soit $\boxed{h' \simeq h\frac{n_a}{n_e} \simeq 0{,}70 \text{ m}}$

2. Chaque point image est à la verticale du point objet : l'image du poisson est un poisson translaté verticalement vers le haut de 0,30 m. L'image a donc la même taille que le poisson (et elle est droite !) : le grandissement est $\boxed{\gamma = +1}$.

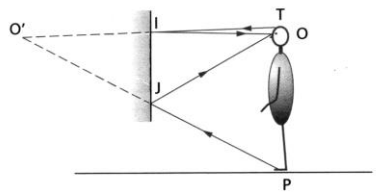


➢ L'image du poisson étant plus proche des yeux du pêcheur, le <u>diamètre angulaire de l'image est plus important que celui du poisson</u> : le pêcheur le voit donc plus gros !

3. Si le poisson n'est plus à la verticale sous le pêcheur, il n'y a plus stigmatisme approché : la position de l'image dépend de l'angle d'incidence. L'image est donc <u>floue et distordue</u>.

*Exercice 4. Pour se voir en entier dans un miroir

1. <u>Construction des rayons délimitant le champ de vision</u> :



- On construit d'abord le point *O'*, symétrique de *O* par rapport au miroir plan vertical. Le champ de vision est limité par les deux rayons issus de *O'* et passant par les bords du miroir.
- On trace les rayons *TO'* et *PO'*, en trait plein jusqu'au miroir puis en pointillé jusqu'en *O'*. Les points d'incidence de ces rayons avec le miroir sont notés *I* et *J*. Pour que la personne se voie entièrement dans le miroir, i.e. qu'elle soit dans son propre champ de vision, il faut que la taille du miroir soit $h = IJ$.
- <u>Théorème de Thalès (avec les distances)</u> : $\dfrac{IJ}{TP} = \dfrac{O'I}{O'T}$

  Relation de Chasles et la loi de la réflexion en *I* : $O'T = O'I + IT = O'I + IO$

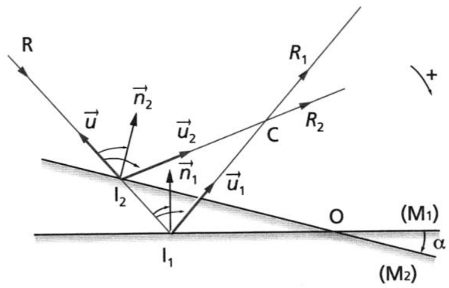
  O' étant le symétrique de *O* par rapport au miroir, on a $O'I = IO$.

  Donc : $O'T = 2O'I$. On en déduit : $\dfrac{IJ}{TP} = \dfrac{h}{H} = \dfrac{1}{2}$, soit $\boxed{h = \dfrac{H}{2}}$

2. A.N. : $\boxed{h = 0{,}90 \text{ m}}$

La taille minimale du miroir dépend uniquement de la taille de la personne, mais pas de sa distance au miroir !

*Exercice 5. Effet de la rotation d'un miroir sur le rayon réfléchi



On note M_1 et M_2 les deux positions du miroir ; on note $\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ les vecteurs normaux à M_1 et M_2 aux points d'incidence I_1 et I_2 ; on note $\vec{u}$ le vecteur associé au rayon incident *R*, $\vec{u_1}$ et $\vec{u_2}$ les vecteurs associés aux rayons réfléchis R_1 et R_2.

<u>Remarque</u> : le sens positif des angles est le sens horaire.

D'après la propriété concernant les angles dont les côtés sont orthogonaux, on peut écrire que l'angle entre les deux normales est égal à l'angle entre les deux positions du miroir, soit : $\left(\vec{n_1}, \vec{n_2}\right) = \alpha$.

D'après la loi de la réflexion, l'angle entre le rayon incident *R* et le rayon réfléchi R_2 s'écrit : $\left(\vec{u}, \vec{u_2}\right) = 2\left(\vec{u}, \vec{n_2}\right)$

Relation de Chasles : $\left(\vec{u}, \vec{n_2}\right) = \left(\vec{u}, \vec{n_1}\right) + \left(\vec{n_1}, \vec{n_2}\right)$ et loi de la réflexion : $\left(\vec{u}, \vec{n_1}\right) = \dfrac{1}{2}\left(\vec{u}, \vec{u_1}\right)$

D'après les relations précédentes, on a : $\boxed{\left(\vec{u}, \vec{u_2}\right) = \left(\vec{u}, \vec{u_1}\right) + 2\alpha}$

<u>Le rayon réfléchi tourne d'un angle 2α lorsque le miroir tourne d'un angle α.</u>