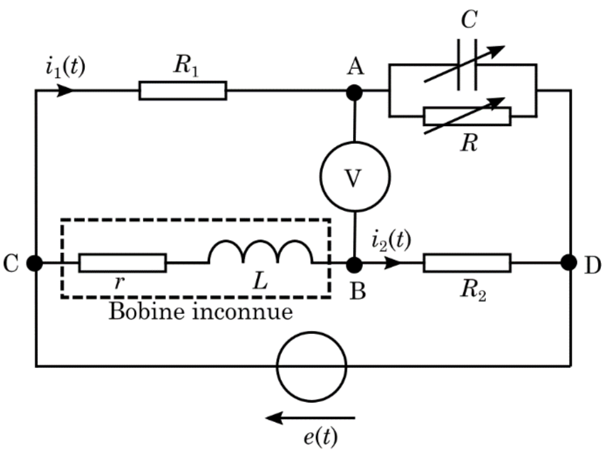
DEVOIR SURVEILLÉ 6 (2 HEURES)

Conseils de rédaction

- Le sujet, constitué de 3 exercices, comporte **4 pages**.
- Les raisonnements doivent être **méthodiques**, **justifiés** et s'appuyer éventuellement sur des **schémas** !
- Soyez attentif à **l'énoncé** et aux **notations** utilisées : adaptez-vous !
- La **calculatrice** est autorisée.

Exercice 1 – Mesure des caractéristiques d'une bobine par équilibrage d'un pont (≈ 40 mn)



Pour déterminer les caractéristiques d'une bobine réelle, modélisée par l'association en série d'une inductance idéale L et d'une résistance r, on place celle-ci dans une structure en pont alimentée par une tension sinusoïdale $e(t)=E_M\cos(\omega t)$. Le voltmètre placé entre les points A et B est supposé idéal.

1. Préciser l'expression de l'amplitude complexe $\underline{E}$ associée à $e(t)$.
2. Exprimer l'impédance complexe $\underline{Z}$ équivalente à l'association de r et L.
3. Exprimer l'impédance complexe $\underline{Z_{éq}}$ équivalente à l'association de R et C.
4. Exprimer les amplitudes complexes $\underline{U_{AC}}$ et $\underline{U_{CB}}$ associées aux tensions $u_{AC}(t)$ et $u_{CB}(t)$, en fonction des éléments du circuit et de l'amplitude complexe $\underline{E}$. En déduire l'expression de l'amplitude complexe $\underline{U_{AB}}$ de la tension aux bornes du voltmètre.
5. La capacité C et la résistance R sont ajustables. On choisit leurs valeurs de manière à annuler la tension aux bornes du voltmètre (on dit alors que le pont est équilibré). Déterminer les expressions de l'inductance L et de la résistance r en fonction de R, C, R_1 et R_2.

On note $i_1(t)=I_{M1}\cos(\omega t+\varphi_1)$ l'intensité du courant circulant dans la résistance R_1 et $i_2(t)=I_{M2}\cos(\omega t+\varphi_2)$ celle du courant circulant dans la résistance R_2.

6. Comment s'écrivent les amplitudes complexes $\underline{I_1}$ et $\underline{I_2}$ associées ?
7. En raisonnant sur le circuit en notation complexe, déterminer les expressions de $\underline{I_1}$ et $\underline{I_2}$.
8. En déduire les expressions temporelles de $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

Exercice 2 – La combinaison de plongée *(d'après CCP TPC 2015)* (≈ 30 mn)

Afin d'éviter l'hypothermie, le plongeur utilise une combinaison de plongée qui lui permet de conserver la chaleur qu'il produit. Soit Φ_{th}, la puissance thermique fournie par le corps du plongeur.
On suppose tout d'abord que le plongeur ne porte pas de combinaison. Les échanges thermiques du type conducto-convectif s'effectuant alors de la peau vers le milieu extérieur (ici l'eau à la température $T_e < T$) sont modélisés par un flux thermique vérifiant la loi :

$$\Phi_{p\to e} = K_{pe}\left(T - T_e\right)$$

où K_{pe} est un coefficient constant positif et T la température du plongeur.

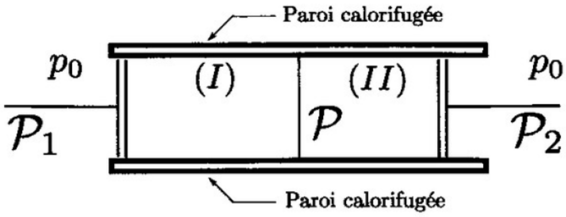
1. Déterminer l'unité de K_{pe} dans le système international et justifier que ce coefficient porte le nom de conductance thermique.

On modélise le plongeur comme une phase condensée de capacité thermique C.

2. Exprimer, en fonction de $\Phi_{p\to e}$, la petite quantité de chaleur δQ échangée par le plongeur avec le milieu extérieur, au cours d'une transformation élémentaire de durée dt. Justifier que $\delta Q < 0$.
3. À l'aide du premier principe appliqué à une transformation élémentaire, montrer que la température $T(t)$ du plongeur vérifie l'équation différentielle :
$$\tau \frac{dT(t)}{dt} + \left(T(t) - T_e\right) = \frac{\tau}{C}\Phi_{th}$$
Exprimer τ en fonction de C et de K_{pe}.
4. En déduire l'évolution de la température en fonction du temps $T(t)$, le plongeur possédant une température initiale T_p.
5. On donne $K_{pe} = 16$ USI et $C = 3{,}0.10^5$ J.K^{-1}. Calculer τ. Commenter la valeur obtenue.
6. On donne $\Phi_{th} = 100$ W et $T_e = 20$ °C. Quelle est la température T_f atteinte par le plongeur au bout d'un temps suffisamment long ? Le plongeur est-il en hypothermie sachant que la température d'hypothermie est de l'ordre de 35 °C ?
7. Le plongeur s'équipe maintenant d'une combinaison de conductance thermique K_{comb}. Montrer alors par une analogie thermo-électrique que le flux thermique entre le corps et l'extérieur s'écrit :
$$\Phi_{p\to e} = K\left(T - T_e\right)$$
où l'on exprimera K en fonction de K_{comb} et de K_{pe}.
8. Expliquer alors l'impact de la combinaison sur le temps caractéristique τ et sur la température finale T_f.

Exercice 3 – Gaz dans deux cylindres *(d'après ICNA 2017)* **(≈ 45 mn)**

Du diazote N_2, assimilé à un gaz parfait, est enfermé dans deux compartiments cylindriques (I) et (II) séparés par une paroi fixe $\mathcal{P}$. Chaque compartiment contient $n = 4{,}0.10^{-1}$ mol de gaz. Les gaz communiquent avec un pressostat extérieur (système imposant la pression à la frontière du système) à pression p_0 par l'intermédiaire de deux pistons mobiles $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ de masses négligeables qui coulissent sans frotter. Les parois des cylindres sont calorifugées. On note γ le coefficient de ce gaz parfait, rapport de la capacité thermique à pression constante C_P sur la capacité thermique à volume constant C_V.



Initialement, le compartiment (I), de volume V_1, est à la température T_1 et le compartiment (II), de volume V_2, est à la température T_2. La pression est p_0 dans chaque compartiment.

<u>Données</u> :

- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6{,}02.10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}31\ \text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- Masse molaire du diazote : $M(\text{N}_2) = 28\ \text{g.mol}^{-1}$

1. Déterminer le nombre N de molécules de diazote dans un compartiment ainsi que la masse m d'une molécule de diazote.
2. On donne la relation de Mayer : $C_P - C_V = nR$. Exprimer la capacité thermique à pression constante C_P et la capacité thermique à volume constant C_V en fonction de n, R et γ.
3. Déterminer les expressions des volumes initiaux V_1 et V_2 en fonction des données de l'énoncé. Effectuer les applications numériques pour $p_0 = 1{,}0$ bar, $T_1 = 100$ °C et $T_2 = 30$ °C.
4. Calculer les densités moléculaires initiales n_1^* et n_2^* dans chaque compartiment.

Dans un premier temps, on suppose que les deux pistons mobiles $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont calorifugés et que la paroi fixe $\mathcal{P}$ est diatherme (permet les échanges d'énergie thermique). On note T_f la température finale du système lorsqu'il n'évolue plus.

5. Pour le sous-système Σ_1 (diazote dans le compartiment (I)), exprimer la variation d'énergie interne ΔU_1 entre l'état initial et l'état final.

6. Exprimer le travail W_1 des forces de pression échangé par Σ_1 pendant la transformation, en fonction de T_1, T_f, n, R.
7. À l'aide du premier principe, en déduire l'expression du transfert thermique Q_1, échangé par Σ_1 pendant la transformation, en fonction de T_1, T_f, n, R et C_V.
8. Pour le sous-système Σ_2 (diazote dans le compartiment (II)), procéder comme précédemment et exprimer ΔU_2, W_2 et Q_2 (en fonction de T_2, T_f, n, R et C_V).
9. Quelle relation existe-t-il entre Q_1 et Q_2 ? En déduire l'expression de la température T_f en fonction de T_1 et T_2. Calculer T_f.
10. Quels sont les signes de Q_1, Q_2, W_1 et W_2 ? Expliquer la nature et le sens des échanges ainsi réalisés.
11. Montrer que la transformation subie par le système fermé $\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2$ est isochore.
12. Quelles sont les autres caractéristiques de la transformation subie par Σ ?
13. Par application du premier principe au système Σ, déterminer sa variation d'énergie interne ΔU.

Désormais, on suppose que $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont diathermes et que $\mathcal{P}$ est calorifugée. Le milieu extérieur, qui est toujours un pressostat de pression p_0, devient également un thermostat de température T_e. Les conditions initiales sont inchangées : le compartiment (I), de volume V_1, est à la température T_1 et le compartiment (II), de volume V_2, est à la température T_2. La pression est p_0 dans chaque compartiment. L'état final est l'état du système lorsqu'il n'évolue plus.

14. Caractériser la transformation subie par le système $\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2$.
15. Déterminer l'expression du transfert thermique Q' échangé par le système Σ avec le milieu extérieur, entre l'état initial et l'état final, en fonction de T_1, T_2, T_e et C_P.