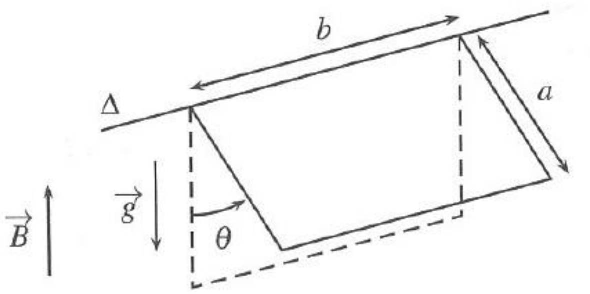
TRAVAUX DIRIGÉS OS16
Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

Niveau 1

Exercice 1. Cadre oscillant

Un cadre conducteur tourne sans frottement autour de l'axe Δ. Il est composé de 4 segments, 2 de longueur a, 2 de longueur b. La masse totale du cadre est m, son moment d'inertie par rapport à Δ est J, sa résistance électrique est R et son auto-inductance est négligée.

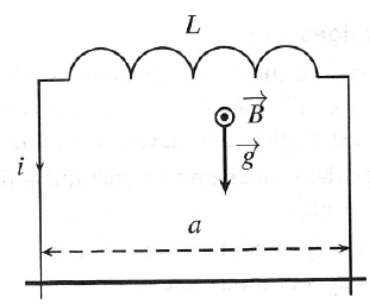


Les champs magnétique et de pesanteur sont uniformes et constants.
On écarte le cadre de sa position d'équilibre verticale (repérée en pointillés sur le schéma) d'un angle θ_0 puis on le lâche sans vitesse initiale.

1. Dans quel sens l'axe Δ est-il orienté ? Justifier.
2. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit $\theta(t)$. La linéariser.
3. Tracer l'allure de $\theta(t)$. Discuter en fonction de la valeur du coefficient d'amortissement ξ.

*Exercice 2. Tige qui chute

Une tige rectiligne de longueur a, de masse m et de résistance électrique R effectue un mouvement de translation verticale tout en fermant le circuit électrique qui comporte la bobine d'inductance L. On confond la résistance totale du circuit avec R et son inductance totale avec L.



L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u_z}$ et un champ de pesanteur $\vec{g} = g\vec{u_y}$, uniformes et constants. Le mouvement de la tige est sans frottement. Elle est abandonnée à $t = 0$ sans vitesse.

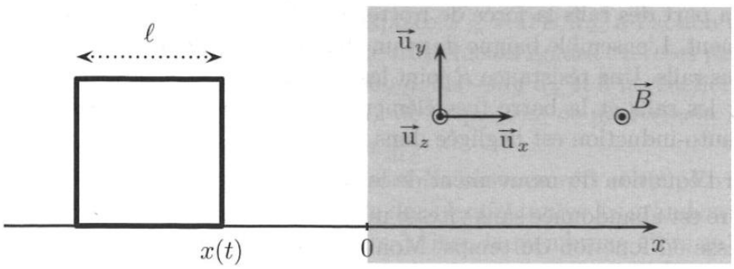
1. Établir l'équation différentielle relative uniquement à l'intensité du courant traversant la tige.

2. Dans l'hypothèse d'une résistance R nulle, calculer explicitement l'intensité du courant puis la vitesse en fonction du temps.
3. Dans le cas d'une résistance « assez grande » (on précisera devant quelle grandeur R doit être grande), décrire qualitativement l'évolution du courant en traçant l'allure de l'intensité du courant $i(t)$. Quelles sont les valeurs de $i(t)$ et $v(t)$ en régime permanent ?

Niveau 2

Exercice 3. Freinage magnétique

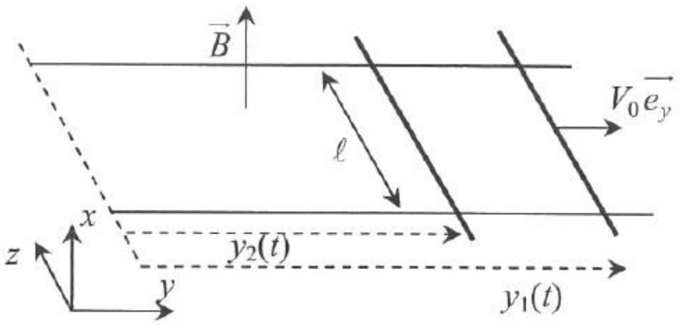
Un cadre carré de cuivre, de résistance électrique totale R et d'auto-inductance négligeable, de côté l et de masse m, est astreint à se déplacer sur une glissière horizontale sans frottement. On repère par $x(t)$ la position de son côté droit.
Il arrive depuis $x = -\infty$ avec la vitesse initiale $\vec{v} = v_0 \overrightarrow{u_x}$. Il pénètre dans la zone $x > 0$ (grisée sur le schéma) où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\overrightarrow{u_z}$.



1. Établir l'équation du mouvement du cadre pour tout x (en séparant différents cas si nécessaire).
2. On prend pour origine des temps ($t = 0$) l'instant où le cadre commence à entrer dans le champ magnétique. Donner l'évolution de la vitesse $v(t)$ et de la position $x(t)$ du cadre.
3. Le dispositif est utilisé comme ralentisseur. On note T l'instant où il finit d'entrer dans la zone de champ. On souhaite que le cadre ait la vitesse αv_0 à cet instant, où α est un réel.
   a. Déterminer T en fonction de α et des données.
   b. Quel est l'intervalle de valeurs possibles pour α ? Est-ce normal ?
   c. Déterminer l'intensité $\left|\vec{B}\right|$ du champ magnétique qu'il faut imposer en fonction de α et des données. Commenter l'influence des différents paramètres sur $\left|\vec{B}\right|$.
4. Les données numériques sont $v_0 = 1{,}0 \text{ m.s}^{-1}$, $m = 0{,}10 \text{ kg}$, $R = 1{,}0\ \Omega$. Pour chacun des deux cas $l = 1{,}0 \text{ m}$ et $l = 10 \text{ cm}$, déterminer l'intensité du champ magnétique nécessaire pour arrêter complètement le cadre. Ces champs sont-ils réalisables ? Comment résoudre les éventuels problèmes qui apparaissent ?

Exercice 4. Deux rails de Laplace

Deux rails de Laplace peuvent glisser sans frottement suivant l'axe (Oy) sur deux rails conducteurs, formant ainsi un circuit fermé. On note R la résistance électrique de l'ensemble, supposée constante. L'inductance propre du circuit fermé est négligée. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e_x}$. On note m la masse d'un rail.

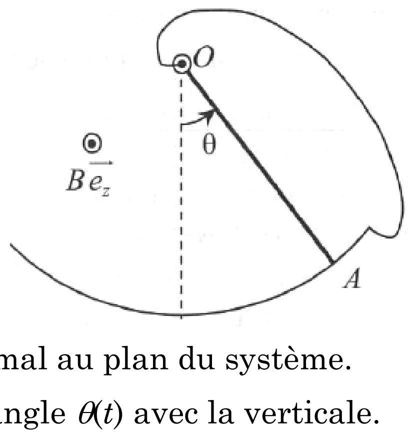


Les deux rails coïncident initialement à la cote nulle $y_1(0) = y_2(0) = 0$. À l'instant initial, le rail (2) est au repos alors que le rail (1) est animé d'une vitesse uniforme $V_0\vec{e_y}$ imposée par une force extérieure.

1. Expliquer pourquoi le rail (2) se met en mouvement.
2. Déterminer l'expression de $y_2(t)$. Décrire la situation de régime permanent. L'évolution du système est-elle en accord avec la loi de Lenz ?
3. Écrire sans utiliser ce qui précède un bilan énergétique, en faisant intervenir la puissance de la force extérieure qui agit sur le rail (1). Retrouver ce bilan à partir de l'écriture des équations électromécaniques appliquées aux rails.

*Exercice 5. Freinage par induction

Une tige métallique OA de masse m, de résistance R et de longueur a oscille sans frottement (liaison pivot parfaite) autour d'un axe fixe (Oz), horizontal. Le moment d'inertie de la tige autour de (Oz) est $J = \frac{1}{3}ma^2$. La tige est en contact en A avec un rail métallique formant ainsi un circuit électrique fixe dont le seul élément résistant est la tige OA. Elle est placée dans un champ magnétique uniforme $B\vec{e_z}$ normal au plan du système.



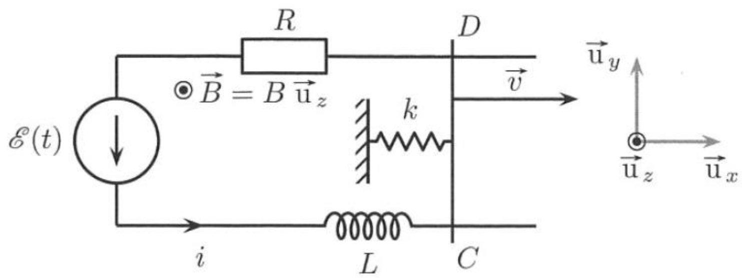
1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle $\theta(t)$ avec la verticale.
2. On se limite à de petites oscillations autour de la position d'équilibre. Linéariser l'équation différentielle précédente. Déterminer la valeur minimale B_{min} de B pour que la tige atteigne sa position d'équilibre sans oscillation.

3. Écrire sans calcul l'expression de la variation temporelle de l'énergie mécanique du pendule $\dfrac{dE_m}{dt}$ en fonction de l'intensité $i(t)$ qui circule dans la tige. Retrouver la relation précédente à partir des deux équations électromécaniques couplées utilisées à la question 1.

Niveau 3

*Exercice 6. Impédance motionnelle d'un haut-parleur

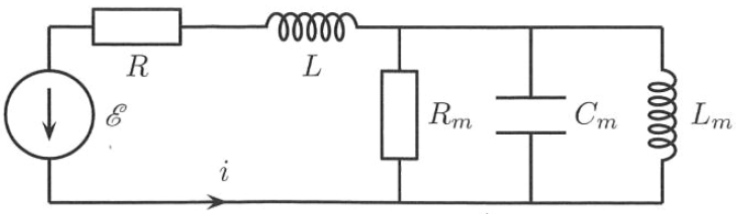
On considère le modèle du haut-parleur dans la géométrie simplifiée des rails de Laplace (voir figure ci-dessous). Les rails sont horizontaux et l'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{u_z}$. La barre [CD], de masse m et de longueur l, est la seule partie mobile et se trouve initialement en $x = 0$. Elle est liée mécaniquement aux parties fixes du circuit par un ressort de raideur k, qui ne joue aucun rôle électrique. En plus de la réaction normale, les rails exercent sur la barre une force de frottements fluides $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$ (avec $\lambda > 0$), où $\vec{v}$ est la vitesse de la barre par rapport aux rails. La barre, en se déplaçant, entraîne avec elle une membrane qui émet des ondes sonores. De ce fait, la barre est soumise à une force résistante supplémentaire $\vec{F}_{son} = -\alpha\vec{v}$, avec $\alpha > 0$. On note L le coefficient d'auto-inductance (cela tient compte du fait que le circuit d'un vrai haut-parleur est bobiné). Ce circuit déformable est alimenté par un générateur de force électromotrice $\mathscr{E}(t) = E_m\cos(\omega t)$, où $E_m > 0$ et ω est la pulsation temporelle. Dans ce dispositif, l'énergie électrique est convertie en énergie mécanique : c'est donc un fonctionnement moteur.



1. Déterminer le schéma électrique équivalent et établir l'équation électrique vérifiée par l'intensité i.
2. Établir l'équation mécanique vérifiée par la position $x(t)$ de la barre.
3. Le découplage des équations obtenues est-il simple ? Expliquer les éventuelles difficultés qui apparaissent.
4. Expliquer pourquoi il est légitime de traiter le problème en utilisant la notation complexe. Pour la suite, on notera $\underline{\mathscr{E}}(t) = E_m\exp(j\omega t)$, $\underline{x}(t) = \underline{X}_m\exp(j\omega t)$ et

$\underline{i}(t) = \underline{I}_m \exp(j\omega t)$. En éliminant $\underline{x}$ des équations, établir une relation de la forme $\underline{\mathscr{E}} = \underline{Z}\underline{i}$.

5. En déduire que, du point de vue électrique, le haut-parleur est équivalent au schéma de la figure ci-dessous où R_m, L_m et C_m sont à déterminer. Pourquoi l'association en parallèle de R_m, L_m et C_m est-elle appelée impédance motionnelle ?

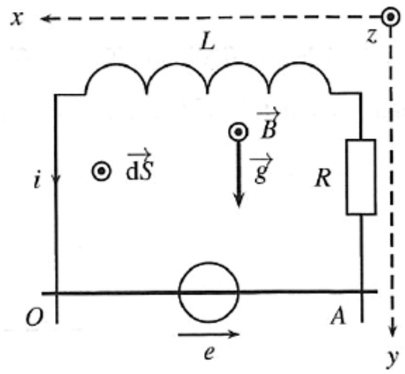


SOLUTIONS

Exercice 1. Cadre oscillant

2. $\ddot{\theta} + 2\xi\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mga}{2J}}$ $\xi = \dfrac{ab^2B^2}{R}\sqrt{\dfrac{a}{2mgJ}}$

*Exercice 2. Tige qui chute



1. Base cartésienne représentée sur le schéma ci-contre

➢ <u>Équation électrique</u>

Vecteur surface : $\vec{S} = ay(t)\overrightarrow{u_z}$

Flux extérieur (flux propre pris en compte avec L) : $\phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = aBy(t)$

Loi de Faraday : $e = -\dfrac{d\phi}{dt} = -aB\dfrac{dy}{dt} = -aBv$: représentée en convention générateur sur le schéma

Loi des mailles : $e = Ri + L\dfrac{di}{dt}$ $\boxed{-aBv = Ri + L\dfrac{di}{dt} \quad (EE)}$

➢ <u>Équation mécanique</u>

Système : tige étudiée dans le référentiel terrestre supposé galiléen

Bilan des forces :

- Poids : $\vec{P} = mg\overrightarrow{u_y}$
- Force de Laplace : $\overrightarrow{F_L} = i\vec{l}\wedge\vec{B} = -ia\overrightarrow{u_x}\wedge B\overrightarrow{u_z} = iaB\overrightarrow{u_y}$

PFD projeté sur $\overrightarrow{u_y}$: $\boxed{m\dfrac{dv}{dt} = mg + iaB \quad (EM)}$

➢ <u>Découplage des équations</u> en dérivant (*EE*) : $-aB\dfrac{dv}{dt} = R\dfrac{di}{dt} + L\dfrac{d^2i}{dt^2}$

Avec (*EM*) : $R\dfrac{di}{dt} + L\dfrac{d^2i}{dt^2} = -aB\left(g + \dfrac{aB}{m}i\right)$

$$R\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{a^2B^2}{m}i = -aBg \Leftrightarrow \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{a^2B^2}{mL}i = -\frac{aBg}{L}$$

$$\boxed{\frac{d^2i}{dt^2} + 2\xi\omega_0\frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = -\frac{aBg}{L} \text{ avec } \omega_0 = \frac{aB}{\sqrt{mL}} \text{ et } \xi = \frac{R}{2L\omega_0}}$$

2. <u>Expression de l'intensité du courant</u> $R = 0$: $\dfrac{d^2i}{dt^2} + \omega_0^2 i = -\dfrac{aBg}{L}$ avec $\omega_0 = \dfrac{aB}{\sqrt{mL}}$

   Solution de l'essm : $i(t) = K\cos(\omega_0 t) + K'\sin(\omega_0 t)$

   Solution particulière : $I_0 = -\dfrac{aBg}{L\omega_0^2} = -\dfrac{mg}{aB}$

   Solution complète : $i(t) = K\cos(\omega_0 t) + K'\sin(\omega_0 t) - \dfrac{mg}{aB}$

   Conditions initiales :

   - sur le courant : en l'absence de mouvement, pas de phénomène d'induction et $i(0^-) = 0$. Par continuité du courant dans l'inductance :

     $i(0^+) = 0$: $i(0) = K - \dfrac{mg}{aB} = 0 \Leftrightarrow K = \dfrac{mg}{aB}$

   - sur la dérivée du courant : (EE) : $L\left(\dfrac{di}{dt}\right)_{t=0} = -aBv(0) = 0$

     $\left(\dfrac{di}{dt}\right)_{t=0} = K'\omega_0 = 0$ donc $K' = 0$

   Solution finale : $\boxed{i(t) = \dfrac{mg}{aB}\left(\cos(\omega_0 t) - 1\right)}$

➢ <u>Expression de la vitesse :</u> (EM) : $m\dfrac{dv}{dt} = mg + mg\left(\cos(\omega_0 t) - 1\right)$

$\dfrac{dv}{dt} = g\cos(\omega_0 t) \Leftrightarrow v(t) = \dfrac{g}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) + K''$ et $v(0) = 0 = K''$: $\boxed{v(t) = \dfrac{g}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$

<u>Mouvement sinusoïdal sans perte d'énergie</u> (pas de frottement et $R = 0$) : échanges permanents d'énergie cinétique, potentielle de pesanteur et magnétique.

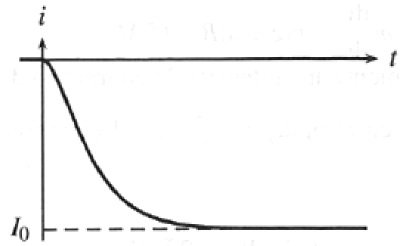
3. <u>Expression du coefficient d'amortissement</u> :

$$\xi = \frac{R}{2L\omega_0} = \frac{R\sqrt{mL}}{2LaB} \text{ soit } \boxed{\xi = \frac{R}{2aB}\sqrt{\frac{m}{L}}}$$

   Système très amorti si $\xi >> 1 \Leftrightarrow \boxed{R >> 2aB\sqrt{\dfrac{L}{m}}}$

Équation différentielle : $\frac{d^2i}{dt^2}+2\xi\omega_0\frac{di}{dt}+\omega_0^2 i=\omega_0^2 I_0$ avec $\omega_0=\frac{aB}{\sqrt{mL}}$ et $I_0=-\frac{mg}{aB}$

Le courant décroît de la valeur nulle à la valeur en régime permanent $I_0=-\frac{mg}{aB}<0$, avec un régime transitoire apériodique (valeur en régime permanent retrouvée avec (*EM*) et $\frac{dv}{dt}=0$).



En régime permanent, la vitesse vaut V_0 telle que (*EE*) : $-aBV_0=RI_0$ soit $\boxed{V_0=R\frac{mg}{a^2B^2}}$

Exercice 3. Freinage magnétique

1. Pour $x<0$ et $x>l$: $\vec{v}=\overrightarrow{cste}$; pour $0\le x\le l$, $\tau\frac{dv}{dt}+v=0$ $\tau=\frac{mR}{l^2B^2}$ 2. $x(t)=\tau v_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ 3. a. $T=-\tau\ln(\alpha)$ c. $|B|=\sqrt{\frac{mRv_0(1-\alpha)}{l^3}}$

Exercice 4. Deux rails de Laplace

2. $y_2(t)=V_0(t-\tau)+V_0\tau e^{-\frac{t}{\tau}}$

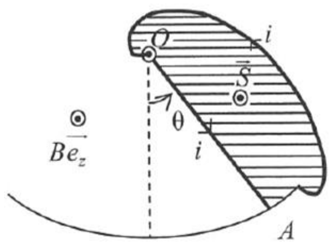
*Exercice 5. Freinage par induction

1. Équation électrique

Choix du sens positif de i (cf. schéma)

Vecteur surface : $\vec{S}=S\overrightarrow{e_z}$ où S est l'aire hachurée.

On note S_0 l'aire limitée par l'axe vertical en pointillé et le circuit fixe. Soit S_1 l'aire du secteur angulaire entre l'axe vertical et la tige *OA*.

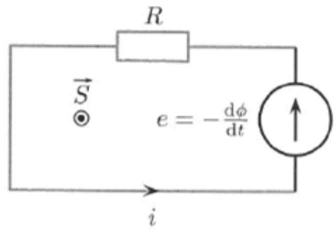


Pour un angle $d\theta$ de ce secteur angulaire, l'aire élémentaire est : $dS_1=\frac{1}{2}a^2d\theta$ (arc de cercle assimilé à un segment donc aire d'un triangle) d'où $S_1=\int dS_1=\frac{1}{2}a^2\int_0^\theta d\theta=\frac{1}{2}a^2\theta$

Aire hachurée : $S(t)=S_0-S_1=S_0-\frac{1}{2}a^2\theta(t)$

Flux du champ $\vec{B}$ uniforme : $\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = BS = B\left(S_0 - \frac{1}{2}a^2\theta(t)\right)$

Loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2}Ba^2\frac{d\theta}{dt}$



Fem représentée en convention générateur. Loi d'Ohm : $\boxed{e = \frac{1}{2}Ba^2\frac{d\theta}{dt} = Ri \quad (EE)}$

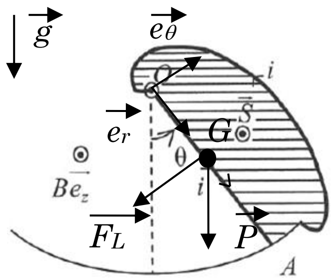
➢ <u>Équation mécanique</u>

Système : tige étudiée dans le référentiel terrestre supposé galiléen, muni de la base cylindrique $\left(\vec{e_r}, \vec{e_\theta}, \vec{e_z}\right)$

Bilan des forces :

- Poids appliqué au centre de gravité G : $\vec{P} = m\vec{g} = mg\left(\cos\theta\vec{e_r} - \sin\theta\vec{e_\theta}\right)$ de moment par rapport à O :

$$\vec{\mathcal{M}_O}\left(\vec{P}\right) = \vec{OG}\wedge\vec{P} = \frac{a}{2}\vec{e_r}\wedge mg\left(\cos\theta\vec{e_r} - \sin\theta\vec{e_\theta}\right)$$
$$= -\frac{mga}{2}\sin\theta\vec{e_z}$$



Soit $\boxed{\mathcal{M}_{(Oz)}\left(\vec{P}\right) = -\frac{mga}{2}\sin\theta}$ (à retrouver avec le bras de levier)

- Force de Laplace appliqué au milieu G de la tige : $\vec{F_L} = i\vec{l}\wedge\vec{B} = ia\vec{e_r}\wedge B\vec{e_z} = -iaB\vec{e_\theta}$ de moment par rapport à O :

$$\vec{\Gamma_L} = \vec{OG}\wedge\vec{F_L} = \frac{a}{2}\vec{e_r}\wedge\left(-iaB\vec{e_\theta}\right) = -\frac{ia^2B}{2}\vec{e_z} \text{ soit } \boxed{\Gamma_{L(Oz)} = -\frac{ia^2B}{2}}$$

- Liaison pivot parfaite : $\boxed{\mathcal{M}_{(Oz)}(pivot) = 0}$
- Pas de frottement

Théorème scalaire du moment cinétique :

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = \mathcal{M}_{(Oz)}\left(\vec{P}\right) + \Gamma_{L(Oz)} + \mathcal{M}_{(Oz)}(pivot) = -\frac{mga}{2}\sin\theta - \frac{ia^2B}{2} \quad (EM)$$

➢ <u>Découplage des équations</u> : (EE) : $i = \frac{Ba^2}{2R}\frac{d\theta}{dt}$

$$\text{(EM)} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mga}{2J}\sin\theta - \frac{a^4B^2}{4RJ}\frac{d\theta}{dt} \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{a^4B^2}{4RJ}\frac{d\theta}{dt} + \frac{mga}{2J}\sin\theta = 0}$$

2. Petites oscillations : $\sin\theta \simeq \theta$ d'où $\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{a^4B^2}{4RJ}\frac{d\theta}{dt} + \frac{mga}{2J}\theta = 0}$

   Pour qu'il n'y ait pas d'oscillations, il faut que le régime transitoire soit critique.

   Le discriminant est tel que : $\Delta = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{a^4B^2_{\min}}{4RJ}\right)^2 - 4\frac{mga}{2J} = 0$ soit :

$$B_{\min}^4 = 2\frac{mga}{J}\frac{16R^2J^2}{a^8} \Leftrightarrow \boxed{B_{\min} = \left(\frac{32R^2Jmg}{a^7}\right)^{\frac{1}{4}}}$$

3. L'énergie mécanique est dissipée uniquement par effet Joule : $\boxed{\frac{dE_m}{dt} = -Ri^2}$

➢ <u>Expression à partir des équations couplées</u>

Énergie cinétique : $E_C = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2$

Énergie potentielle de pesanteur : $E_{P,pes} = -mgy_G + cste = -mg\frac{a}{2}\cos\theta + cste$

(avec l'axe (Oy) vertical <u>descendant</u>).

Énergie mécanique : $E_m = E_C + E_{P,pes} = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 - mg\frac{a}{2}\cos\theta + cste$

Puissance mécanique : $\frac{dE_m}{dt} = J\ddot{\theta}\dot{\theta} + mg\frac{a}{2}\dot{\theta}\sin\theta$

On multiplie (*EM*) par $\dot{\theta}$: $J\dot{\theta}\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mga}{2}\dot{\theta}\sin\theta - \dot{\theta}\frac{ia^2B}{2}$ soit $\frac{dE_m}{dt} = -\dot{\theta}\frac{ia^2B}{2}$

On multiplie (*EE*) par i : $\frac{1}{2}Ba^2i\frac{d\theta}{dt} = Ri^2$ soit $\boxed{\frac{dE_m}{dt} = -Ri^2}$ (CQFD !)

*Exercice 6. Impédance motionnelle d'un haut-parleur

1. <u>Équation électrique</u>

Vecteur surface : $\vec{S} = lx(t)\overrightarrow{u_z}$

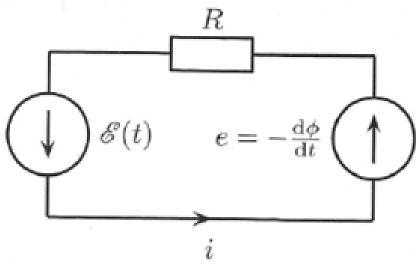
Flux extérieur (flux propre pris en compte avec L) : $\Phi_{ext} = \vec{B}\cdot\vec{S} = lBx(t)$

Flux propre : $\Phi_P = Li$

Flux total : $\Phi = \Phi_P + \Phi_{ext}$

Loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -lB\frac{dx}{dt} - L\frac{di}{dt} = -lBv - L\frac{di}{dt}$$



e représentée en convention générateur sur le schéma

Loi des mailles : $\boxed{\mathscr{E} = Ri + L\frac{di}{dt} + Blv \quad (EE)}$

2. <u>Équation mécanique</u>

Système : tige étudiée dans le référentiel terrestre supposé galiléen

Bilan des forces :

- Poids : $\vec{P} = -mg\overrightarrow{u_z}$
- Réaction normale des rails : $\vec{R} = R\overrightarrow{u_z}$ avec $R > 0$

- Force de Laplace : $\overrightarrow{F_L} = i\vec{l} \wedge \vec{B} = il\overrightarrow{u_y} \wedge B\overrightarrow{u_z} = ilB\overrightarrow{u_x}$
- Forces résistantes $\overrightarrow{F_{son}} = -\alpha\vec{v} = -\alpha\dot{x}\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{F_f} = -\lambda\vec{v} = -\lambda\dot{x}\overrightarrow{u_x}$
- Force de rappel élastique : $\overrightarrow{F_{élas}} = -kx\overrightarrow{u_x}$

PFD projeté sur $\overrightarrow{u_x}$: $\boxed{m\dfrac{dv}{dt} = -kx - \lambda\dot{x} - \alpha\dot{x} + lBi \quad (EM)}$

3. Les équations couplées font apparaître i et sa dérivée première, x et ses dérivées première et seconde. On peut extraire i de (EM) et sa dérivée en dérivant (EM), mais cela fait apparaître la dérivée troisième de x… Découplage difficile, facilité par l'utilisation de la notation complexe.
4. Le haut-parleur est soumis à une fem sinusoïdale : toutes les grandeurs mécaniques et électriques seront sinusoïdales de même pulsation, car les équations sont linéaires. On utilise donc la notation complexe. Après simplification par $e^{j\omega t}$, les équations s'écrivent :

$$\boxed{E_m = R\underline{I}_m + jL\omega\underline{I}_m + j\omega Bl\underline{X}_m \quad (EE)}$$

$$\boxed{m(j\omega)^2\underline{X}_m = -k\underline{X}_m - j\omega(\lambda+\alpha)\underline{X}_m + lB\underline{I}_m \quad (EM)}$$

(EM) : $\underline{X}_m = \dfrac{lB}{k + j\omega(\lambda+\alpha) + m(j\omega)^2}\underline{I}_m$

(EE) : $\boxed{E_m = R\underline{I}_m + jL\omega\underline{I}_m + j\omega Bl\dfrac{lB}{k + j\omega(\lambda+\alpha) + m(j\omega)^2}\underline{I}_m}$

$$\boxed{E_m = \underline{Z}\underline{I}_m \text{ ou } \underline{\mathscr{E}} = \underline{Z}\underline{i} \text{ avec } \underline{Z} = R + jL\omega + \frac{j\omega l^2B^2}{k + j\omega(\lambda+\alpha) + m(j\omega)^2}}$$

5. $\underline{Z_e} = R + jL\omega$ est <u>l'impédance électrique</u>, correspondant au modèle électrique de la bobine (résistance et inductance propre en série)

- <u>Impédance du haut-parleur</u> : $\underline{Z} = \underline{Z_e} + \underline{Z_m}$ où $\underline{Z_m}$ est <u>l'impédance motionnelle</u> du haut-parleur, car elle modélise électriquement le <u>comportement mécanique</u> (lié au mouvement) de la membrane, due aux phénomènes d'induction.
- Association en parallèle de R_m, L_m et C_m :

<u>Admittance équivalente</u> : $\underline{Y_m} = \dfrac{1}{\underline{Z_m}} = \dfrac{1}{R_m} + jC_m\omega + \dfrac{1}{jL_m\omega}$

<u>Admittance motionnelle</u> :

$$\frac{1}{\underline{Z_m}} = \frac{k + j\omega(\lambda+\alpha) + m(j\omega)^2}{j\omega l^2B^2} = \frac{\lambda+\alpha}{l^2B^2} + j\omega\frac{m}{l^2B^2} + \frac{k}{j\omega l^2B^2}$$

Par identification : $\boxed{R_m = \dfrac{l^2B^2}{\lambda+\alpha}}$, $\boxed{C_m = \dfrac{m}{l^2B^2}}$ et $\boxed{L_m = \dfrac{l^2B^2}{k}}$