10 juin 2021 MPSI-1/2/3

Devoir Surveillé 10, problème 3, commentaires

PROBLÈME Analyse

Cette troisième partie reprenait des révisions d'analyse (séries/développements limités/intégration) et même si le temps pour traiter l'ensemble du sujet était très certainement limité, de nombreux étudiants gagneraient à reprendre certains points de cours / certaines méthodes assez classiques... Ces questions ont été posées à l'écrit de Centrale MP1 cette année.

Partie I. Mots bien parenthésés

- 1) Souvient bien traitée. Il est quand même dommage que de nombreux étudiants n'utilisent pas la formule donnée à la question 6 pour vérifier la valeur trouvée pour C_3 ! Cela aurait évité des oublis...
- 2) La première partie de la question portait sur un argument de dénombrement et il fallait ici rester simple, les arguments par récurrence étant souvent douteux. La deuxième partie portait sur la majoration d'une série à termes positifs par une série géométrique. Attention au fait que $\sum 1$ est une série divergente! Il ne fallait donc majorer que C_k et pas |x| car sinon la majoration n'était pas assez précise.
- 3) Pour la première partie de la question (souvent mal traitée), il fallait tout d'abord trouver F(x) en fonction de x quand f(x) = 0 et ensuite réinjecter cette expression dans la propriété admise dans l'énoncé. Pour la deuxième partie, il faut bien donner l'hypothèse de continuité de f, sans celle-ci, le signe n'a aucune raison d'être constant...
- 4) Il fallait ici se ramener à une équation de degré 2 (on pouvait poser y = f(x)) dans le cas où $x \neq 0$ et traiter le cas x = 0 à part. La question précédente permettait de confirmer quelle solution garder.
- 5) Le développement limité proposé par la plupart des copies étaient très souvent faux. Attention à bien connaître les développements limités usuels, sans ce point de départ, il est impossible d'aborder de nombreuses questions. La transformation des coefficients sous la forme demandée par l'énoncé n'a pas souvent été bien faite, l'idée étant de compléter le produit des entiers impairs par le produit des entiers pairs afin de faire apparaître une factorielle.
- 6) Très peu abordée, vu qu'il fallait avoir abouti à la question précédente et utiliser l'unicité du développement limité. Les quelques réponses honnêtes (cohérentes mais avec un résultat faux en Q5) ont été valorisées.

Partie II. Un calcul d'intégrale

- 7) Il fallait ici voir que la fonction intégrée était impaire. Quand une question est posée de manière assez directe par l'énoncé, il faut souvent chercher une explication simple.
- 8) Le changement de variable est loin d'être maitrisé. Il manquait souvent les nouvelles bornes (ou elles étaient fausses) ou la transformation du dx. L'autre erreur qui a souvent été faite est la transformation de $\sqrt{\cos^2(t)} = |\cos(t)|$ en $\cos(t)$ en oubliant qu'il fallait justifier que le cosinus était positif. La linéarisation du \cos^2 a ensuite souvent été bien traitée.

- 9) L'intégration par parties à trouver était difficile à voir. Les « mauvaises » intégration par parties mais qui permettait de vérifier que le théorème était su ont rapporté des points quand même.
- 10) Question qui se traitait relativement facilement par récurrence et qui a été bien abordée par des étudiants qui ont fait le lien avec les questions 6 et 9. Il ne faut pas hésiter aussi à aller chercher les points dans les sujets et ne pas rester trop longtemps sur des difficultés de début de problème!