DEVOIR À LA MAISON 3

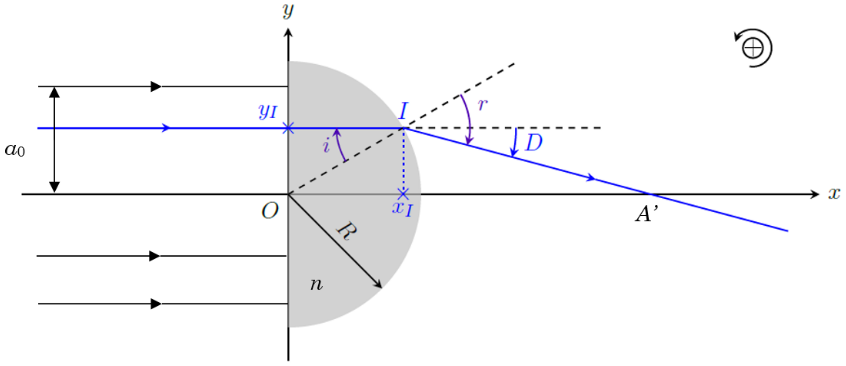
Consignes de rédaction

- Lisez l'énoncé **attentivement** !
- Mettez les résultats en **valeur**.
- Faîtes des **schémas** propres et clairs !

L'indispensable : *Exercice 1 : questions 1 à 7, Exercice 2 : questions 1 à 3, Exercice 3 : questions 1 à 5, Exercice 4 : questions 1 à 3*

Exercice 1 – Stigmatisme d'une lentille demi-boule

On considère une lentille en forme de demi-boule de rayon $R = 5{,}0$ cm et d'indice $n = 1{,}5$, plongée dans l'air d'indice 1,0. Un faisceau lumineux cylindrique d'axe (Ox), de rayon a_0, arrive sous incidence normale sur la face plane de la lentille. On note I le point d'incidence sur le dioptre de sortie, de coordonnées (x_I, y_I) dans le plan (Oxy) de la figure.



1. Montrer que seuls les rayons incidents vérifiant la condition $|y_I| \leq y_{\max}$ donnent naissance à un rayon émergent après la lentille. Exprimer y_{max} en fonction de n et R.
2. Un rayon incident vérifiant la condition précédente émerge en coupant l'axe optique en un point A'. Établir la relation donnant $\overline{OA'} = x_{A'}$ en fonction du rayon R et des angles i et r.

Le fichier « DM3_Stigmatisme_lentille.py » est disponible dans l'application Moodle sur l'ENT. Le télécharger sur votre ordinateur et le renommer « NOM_Prénom_DM3.py ». Lancer Pyzo puis ouvrir votre fichier.

3. Exécuter la « Cellule 1 » pour importer les bibliothèques (CTRL + Entrée).
4. Compléter la « Cellule 2 » avec les données du problème puis exécuter la « Cellule 2 ».

Pour tracer le rayon émergent associé à un rayon incident distant de y_I par rapport à l'axe optique, il est nécessaire de connaître :

- l'abscisse x_I du point d'incidence sur le dioptre de sortie ;
- l'angle de déviation $D = r - i$ du rayon émergent par rapport au rayon incident.

L'équation cartésienne du rayon émergent est alors donnée par :

$$y = y_I + \tan(D)(x - x_I) \text{ pour tout } x \geq x_I$$

Conformément à l'équation cartésienne du dioptre de sortie de la lentille, l'abscisse x_I correspond à : $x_I = \sqrt{R^2 - y_I^2}$

L'angle d'incidence i s'obtient avec la relation : $i = -\sin^{-1}\left(\frac{y_I}{R}\right)$

On accède enfin à l'angle de réfraction r grâce à la 3ème loi de Snell-Descartes : $r = \sin^{-1}(n \sin i)$

On a montré (cf. question 1) que seuls les rayons incidents tels que $|y_I| \leq y_{\max}$ donnent naissance à un rayon émergent derrière la lentille. Pour les autres, il y a réflexion totale au niveau du dioptre de sortie.

5. Compléter puis exécuter la « Cellule 3 ».
6. Exécuter la « Cellule 4 ».
7. Exécuter la « Cellule 5 » afin d'obtenir le tracé des rayons lumineux émergents. Justifier de deux façons que la lentille demi-boule n'est pas stigmatique : à l'aide du tracé des rayons d'une part, et à l'aide de la question 2 d'autre part.
8. Établir la relation donnant $\overline{OA'} = x_{A'}$ en fonction de x_I, y_I et de la déviation D.
9. Compléter puis exécuter la « Cellule 6 » afin de tracer le graphe de l'abscisse $x_{A'}$ de A' en fonction de l'ordonnée y_I du point d'incidence. Commenter.

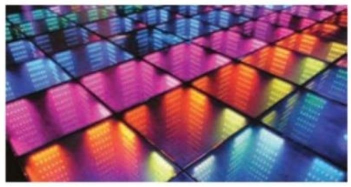
Pour que la lentille demi-boule présente un stigmatisme approché, on place un diaphragme de rayon d_{max} devant la face plane.

10. D'après le graphe précédent, proposer une valeur de d_{max} adaptée.
11. Compléter puis exécuter la « Cellule 7 » afin de tracer les rayons lumineux émergents en présence du diaphragme. Justifier que la lentille présente un stigmatisme approché avec un diaphragme correctement choisi (effectuer si nécessaire plusieurs essais pour différentes valeurs de d_{max}).
12. Dans l'approximation de Gauss, déterminer l'expression de $\overline{OA'} = x_{A'}$ en fonction de n et R. Effectuer l'application numérique et vérifier l'adéquation avec la valeur fournie par les graphes.
13. Que représentent le point A' et la distance $\overline{OA'}$ pour la lentille ? S'agit-il d'une lentille convergente ou divergente ? Justifier.

Déposer votre fichier correctement renommé sur l'application Moodle (Devoir à la maison / DM3 Exercice 1).

Exercice 2 – « Miroir infini » *(d'après E3A PSI 2018)*

Certaines pistes de danse de discothèques sont équipées de dalles mobiles, convertissant l'énergie cinétique des danseurs en énergie électrique, utilisée notamment pour alimenter des LED situées sur leur pourtour. De plus, chaque dalle est équipée d'une combinaison astucieuse de miroirs afin de maximiser l'effet lumineux des LED.

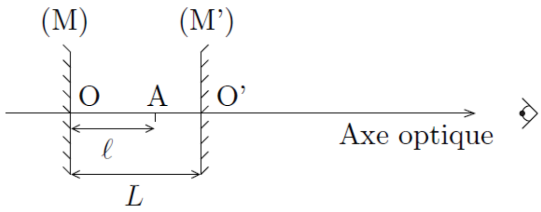


(Sustainable Dance Club BV®)

Une profondeur virtuelle variable peut être créée en faisant varier l'intensité lumineuse, permettant ainsi de visualiser jusqu'à une vingtaine d'images de chaque LED (cf. photo ci-dessus).

Le système optique est modélisé par l'association de deux miroirs plans :

- un miroir (M) totalement réfléchissant ;
- un miroir sans tain (M'), réfléchissant une fraction de l'intensité lumineuse et laissant passer le reste, afin que le danseur puisse voir de multiples images de chaque LED.



Les miroirs sont disposés parallèlement ; la distance L qui les sépare est de l'ordre de quelques centimètres. Une LED, assimilée à une source ponctuelle monochromatique, est disposée entre les deux miroirs, à une distance $\overline{OA} = \ell$ du miroir (M).

1. Reproduire sur votre copie la figure ci-dessus et tracer soigneusement les rayons lumineux (et éventuellement leurs prolongements) permettant de placer l'image A_1 de A par le miroir (M), ainsi que l'image A'_1 de A par le miroir (M'). On choisira deux couleurs différentes pour le tracé des rayons, une pour chaque image.
2. Déterminer, en fonction de ℓ et L, les distances algébriques $\overline{OA_1}$ et $\overline{OA'_1}$.

L'image A_1 joue à son tour le rôle d'objet pour le miroir (M'), qui en donne une image notée A'_2. De même, l'image A'_1 joue le rôle d'objet pour le miroir (M) qui en donne une image A_2, et ainsi de suite...

3. Déterminer les expressions des distances algébriques $\overline{OA_2}$ et $\overline{OA_3}$.

On admet l'expression généralisée de la position de l'image A_n $\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$ située en amont du miroir (M) sur l'axe optique : $\overline{OA_n} = \begin{cases} \ell - nL & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\ell - (n-1)L & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$

Pour que l'effet de « miroir infini » soit le plus spectaculaire possible, il faut que les images A_n sous la piste de danse apparaissent équidistantes aux yeux des danseurs, comme le montre la photo.

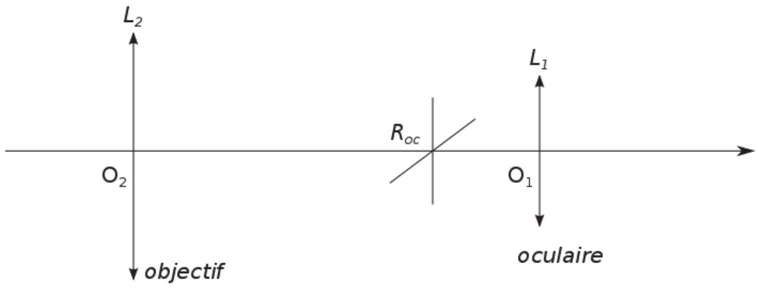
4. Déterminer rigoureusement la relation que doivent vérifier ℓ et L pour que la condition énoncée ci-dessus soit réalisée ; exprimer alors la distance $\overline{A_nA_{n+1}}$ entre deux images successives en fonction de L.
5. En pratique, les images A_n de chaque LED n'apparaissent pas toutes aussi lumineuses ; expliquer qualitativement pourquoi. Comment évolue la luminosité des images quand n augmente ?

> Pour une lentille L, de centre optique O, de distance focale image f' telle que $A \xrightarrow{L} A'$, les relations de conjugaison et les formules de grandissement, dans les conditions de Gauss, sont :
>
> - Relations de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$ et $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$
> - Relations de Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = ff' = -f'^2$ et $\gamma = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$
>
> F et F' représentent respectivement les foyers objet et image de la lentille L.

Exercice 3 – Le viseur *(d'après CCP MP 2015)*

On étudie un viseur à frontale fixe (représenté sur la figure ci-dessous) constitué des éléments suivants :

- un objectif : c'est une lentille convergente L_2 de centre O_2, de distance focale $f'_2 = 50$ mm ;
- un réticule (croix dans le plan orthogonal à l'axe optique) R_{oc} ;
- un oculaire modélisé par une lentille convergente L_1 de centre O_1 et de distance focale $f'_1 = 50$ mm



1. Où doit se situer le réticule par rapport à l'oculaire L_1 pour que l'œil « normal » (i.e. emmétrope) l'observe sans accommoder ?

On observe sans accommoder un objet AB (situé à distance finie) à travers le viseur et on règle le viseur afin d'avoir, pour l'objectif, un grandissement transversal : $\gamma_{ob} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -2$.

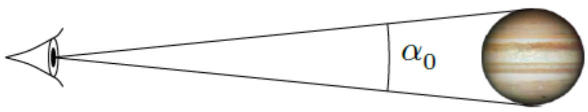
2. Déterminer l'expression de la position par rapport à l'objectif $\overline{F_2A}$ de l'objet en fonction de γ_{ob} et f'_2. Effectuer l'application numérique.
3. Justifier le nom de viseur « à frontale fixe ».
4. Déterminer l'encombrement $\overline{O_2O_1}$ du viseur en fonction de f'_1, γ_{ob} et f'_2. Effectuer l'application numérique.
5. Valider les résultats précédents en construisant la marche complète d'un faisceau de rayons lumineux issus de l'objet AB à travers le viseur (figure à réaliser en respectant l'échelle horizontale, sur **papier millimétré**).

Le viseur est utilisé pour mesurer la distance focale f' d'une lentille inconnue. Tout d'abord, on vise l'objet AB et on note la position du viseur (étape 1). Ensuite, on place la lentille après l'objet et on vise son centre O à l'aide d'une marque faite sur le verre de la lentille (étape 2) : pour cela, on doit reculer le viseur de $d_1 = 20 \text{ cm}$. Enfin, pour la visée de l'image $A'B'$ à travers la lentille, on doit avancer le viseur de $d_2 = 10 \text{ cm}$ (étape 3).

6. Quelles sont les valeurs de $\overline{OA}$ et $\overline{OA'}$? En déduire la valeur de f' et la nature de la lentille.

Exercice 4 – Observation de Jupiter *(d'après Centrale TSI 2016)*

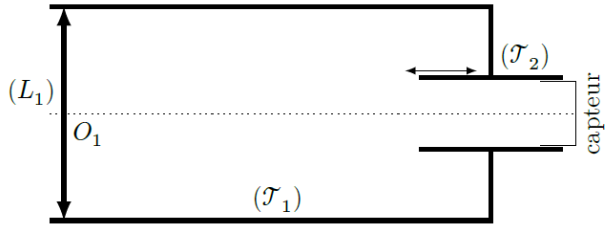
Pour un observateur terrestre, Jupiter est vue sous un angle α_0 qui varie suivant la distance Terre-Jupiter. Les orbites de la Terre et de Jupiter sont assimilées à des cercles dans un même plan, ayant pour centre le Soleil, de rayons respectifs $R_T = 150.10^6 \text{ km}$ et $R_J = 780.10^6 \text{ km}$, décrits dans le même sens. Jupiter est modélisée par une sphère de diamètre $d_J = 140\ 000 \text{ km}$.



1. Calculer sous quel angle maximal α_0 on voit Jupiter depuis la Terre.
2. Cette situation, la plus favorable à l'observation, porte le nom d'opposition de Jupiter. Proposer une explication pour ce nom.

À cause des imperfections du modèle, la **valeur de α_0** n'est pas exactement celle trouvée à la question 1, mais $\alpha_0 = 50''$ (sachant que $3600'' = 1°$). **On adoptera cette valeur dans toute la suite de l'exercice.**

Un astronome amateur souhaite observer la planète Jupiter vue depuis la Terre à l'opposition. Il utilise une lunette astronomique (cf. figure ci-dessous) dont l'objectif est assimilé à une lentille mince convergente L_1 de diamètre $d_1 = 235 \text{ mm}$ et de distance focale $f'_1 = 2350 \text{ mm}$, monté sur un tube $\mathcal{T}_1$. Un capteur CCD est fixé sur un tube $\mathcal{T}_2$ appelé « porte oculaire ». La mise au point est faite en faisant coulisser $\mathcal{T}_2$. Dans toute la suite, on se placera dans le cadre de l'optique géométrique et dans les conditions de Gauss.



Pour observer Jupiter à l'œil nu à travers la lunette astronomique, l'observateur enlève le capteur CCD et place dans le tube porte oculaire $\mathcal{T}_2$ une lentille convergente L_3 de distance focale $f'_3 = 50$ mm.

3. Déterminer la distance $\overline{O_1O_3}$ entre les centres optiques des deux lentilles constituant la lunette, permettant une observation sans accommodation.
4. À l'aide d'un schéma (tube porte-oculaire non représenté, échelle non respectée), déterminer le grossissement G de la lunette astronomique, en fonction de f'_1 et f'_3. En déduire le diamètre angulaire apparent de Jupiter observée à travers la lunette.
5. Déterminer la position $\overline{F'_3C}$ et le diamètre d_{CO} du cercle oculaire de centre C, image de l'objectif à travers l'oculaire. Le représenter sur un schéma (sans respecter l'échelle). Quel est l'intérêt du cercle oculaire ?