

TRAVAUX DIRIGÉS OS1

Modèle de l'optique géométrique

Niveau 1

Exercice 1. Longueur d'onde et couleur

Un laser émet une radiation lumineuse quasi monochromatique de fréquence $f = 4,73 \cdot 10^{14}$ Hz. On donne la célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8$ m.s⁻¹.

1. Pourquoi qualifie-t-on cette radiation de « quasi monochromatique » ?
2. Quelle est la longueur d'onde dans le vide de cette radiation ? Quelle est sa couleur ?

On considère maintenant que cette radiation se propage dans un milieu d'indice $n = 1,66$

3. Quelle sont alors sa vitesse et sa longueur d'onde ? Quelle est sa couleur ?

*Exercice 2. Loi de Cauchy

La formule de Cauchy, donnant l'indice d'un verre pour une radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 dans le vide est : $n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$, où A et B sont des constantes.

1. Donner les dimensions de A et B , et leur unité dans le Système International.
2. Des mesures effectuées pour un même verre ont donné :
 - $n_r = 1,618$ pour une radiation rouge de longueur d'onde dans le vide $\lambda_{0r} = 768$ nm ;
 - $n_v = 1,652$ pour une radiation violette de longueur d'onde dans le vide $\lambda_{0v} = 434$ nm.
 - a. Calculer les valeurs de A et B .
 - b. En déduire la valeur de l'indice pour une radiation jaune telle que $\lambda_{0j} = 589$ nm.

*Exercice 3. Incidence de Brewster

On considère un dioptre air (indice $n_1 = 1,00$) / eau (indice $n_2 = 1,33$).

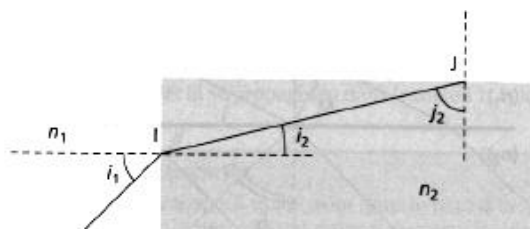
Pour quel angle d'incidence i_B le rayon réfléchi est-il perpendiculaire au rayon réfracté ?

*Exercice 4. Quel est le trajet du rayon ?

Dans le dispositif suivant, un rayon incident fait un angle $i_1 = 45^\circ$ avec la normale au dioptre en I .

Données : $n_1 = 1,00$ et $n_2 = 1,50$

1. Déterminer les angles i_2 et j_2 .
2. Le rayon ressort-il en J ?

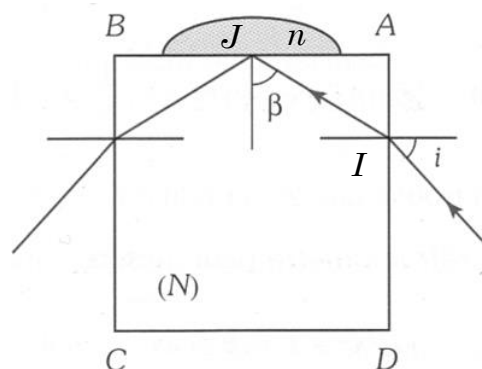


Niveau 2

*Exercice 5. Mesure d'un indice par réfractométrie

On souhaite mesurer l'indice de réfraction n d'un liquide à l'aide d'un réfractomètre, représenté ci-contre. On dépose une goutte de ce liquide sur un cube de verre transparent d'indice $N = 1,50$. On éclaire ce cube par un faisceau lumineux d'incidence i variable sur la face d'entrée AD .

On note I le point d'incidence du faisceau sur la face AD et J le point d'incidence du faisceau sur la face AB .



1. Quel phénomène optique se produit sur la face AB pour le rayon lumineux représenté sur la figure ? Quelle est la condition sur n pour que ce phénomène puisse avoir lieu ?

On fait varier l'angle d'incidence i pour que la goutte de liquide soit éclairée, c'est-à-dire pour que le rayon lumineux traverse la goutte.

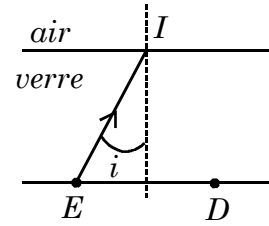
2. Représenter dans ce cas le trajet suivi par le rayon lumineux.
3. Écrire les lois de l'optique s'appliquant dans ce cas en I et en J .

On s'intéresse à présent à l'angle d'incidence limite i_l pour lequel la goutte devient éclairée si elle ne l'était pas (et inversement).

4. Déterminer l'expression de l'indice n en fonction de l'indice N et de l'angle d'incidence limite i_l .
5. Montrer que ce réfractomètre ne peut mesurer que des indices n dont les valeurs sont comprises entre n_{min} et n_{max} . Calculer n_{min} et n_{max} .

Exercice 6. Détection de pluie sur un pare-brise

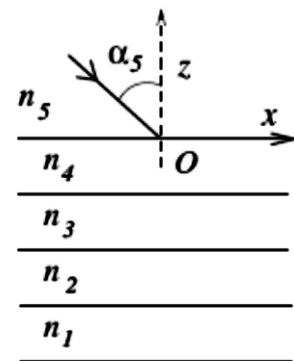
On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e = 5,0 \text{ mm}$, d'indice $n_v = 1,5$. Un fin pinceau lumineux issu d'un émetteur situé en E arrive de l'intérieur du verre sur le dioptre verre / air en I avec un angle d'incidence $i = 60 \text{ deg}$.



1. Montrer que le flux lumineux revient intégralement sur le détecteur situé en D et déterminer la distance ED .
2. Lorsqu'il pleut, une lame d'eau d'indice $n_e = 1,33$ et d'épaisseur $e' = 1,0 \text{ mm}$ se dépose sur le pare-brise. Représenter le rayon lumineux dans ce cas. À quelle distance du détecteur arrive-t-il ?

*Exercice 7. Mirages

On considère des couches minces, transparentes, horizontales, homogène d'indices n_i , tels que $n_i < n_{i+1}$. Un rayon lumineux se propageant dans le milieu d'indice n_i a un angle d'incidence α_i .



1. Montrer que la trajectoire est plane.
2. Écrire une relation entre n_i , n_{i+1} , α_i et α_{i+1} .
3. Que se passe-t-il si, pour une des couches, l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique ?
4. Représenter la trajectoire du rayon lumineux.
5. Que dire de sa courbure ?

L'indice de réfraction est une fonction décroissante de la température (pour une pression donnée).

6. Expliquer le phénomène de mirage inférieur observé dans le désert.
7. En mer, à quelle saison peut-on observer des obstacles situés au-delà de la ligne d'horizon ? Quel nom donne-t-on à ce type de mirage ?

SOLUTIONS

Exercice 1. Longueur d'onde et couleur

2. $\lambda_0 = 634 \text{ nm}$ 3. $\lambda_{\text{milieu}} = 382 \text{ nm}$

*Exercice 2. Loi de Cauchy

1. Équations aux dimensions : $[n] = [A] = \left[\frac{B}{\lambda_0^2} \right]$ et $[n] = 1$

$[n] = [A]$: A est sans dimension et sans unité

$[n] = \left[\frac{B}{\lambda_0^2} \right] = 1 \Leftrightarrow [B] = [\lambda_0^2] \Leftrightarrow [B] = L^2$: B s'exprime en m^2

2. a. $n_r = A + \frac{B}{\lambda_{0r}^2}$ (1) et $n_v = A + \frac{B}{\lambda_{0v}^2}$ (2) : système de 2 équations à 2 inconnues

(2) - (1) : $n_v - n_r = B \left(\frac{1}{\lambda_{0v}^2} - \frac{1}{\lambda_{0r}^2} \right) \Leftrightarrow B = \frac{n_v - n_r}{\frac{1}{\lambda_{0v}^2} - \frac{1}{\lambda_{0r}^2}} = 9,41 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$

(1) : $A = n_r - \frac{B}{\lambda_{0r}^2} = 1,60$

b. $n_j = A + \frac{B}{\lambda_{0j}^2} = 1,63$

*Exercice 3. Incidence de Brewster

2^{ème} loi de Snell-Descartes : l'angle entre le rayon réfléchi et la normale est $-i_B$

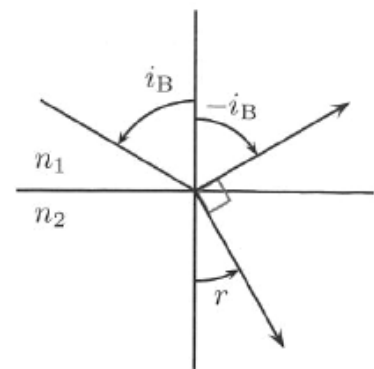
3^{ème} loi de Snell-Descartes : $n_1 \sin(i_B) = n_2 \sin(r)$

Relation entre les angles :

$\pi = r + \frac{\pi}{2} - (-i_B) = r + \frac{\pi}{2} + i_B \Leftrightarrow r = \frac{\pi}{2} - i_B$

$n_1 \sin(i_B) = n_2 \sin(r) = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_B\right) = n_2 \cos(i_B)$

$n_1 \tan(i_B) = n_2 \Leftrightarrow i_B = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 53,1^\circ$



*Exercice 4. Quel est le trajet du rayon ?

1. 3^{ème} loi de Snell-Descartes : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2) \Leftrightarrow i_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(i_1)\right) = 28^\circ$

i_2 et j_2 sont complémentaires : $j_2 = 90 - i_2 = 62^\circ$

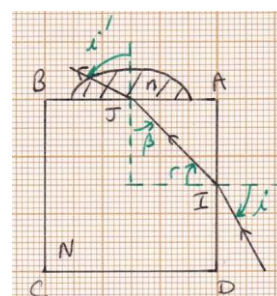
2. Angle d'incidence critique en J : $n_2 \sin(j_{2C}) = n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow j_{2C} = \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = 42^\circ$

$n_1 < n_2$ et $j_2 > j_{2C}$: le rayon ne peut pas ressortir en J : il y a réflexion totale.

Remarque : Au point J , j_{2C} correspond aussi à l'angle de réfraction limite quand la lumière va du milieu d'indice n_1 vers le milieu d'indice n_2 .

*Exercice 5. Mesure d'un indice par réfractométrie

1. Sur la figure, le rayon lumineux arrivant sur la face AB subit une réflexion totale. Ce phénomène n'est possible que si le milieu situé après le dioptre est moins réfringent que le milieu situé avant le dioptre, soit : $n < N$.
2. Le trajet suivi par le rayon lumineux lorsqu'il y a réfraction en I et en J est représenté sur la figure ci-contre. En I , le milieu après le dioptre AD est plus réfringent ($N > 1$) que le milieu avant le dioptre (air) : le rayon réfracté se rapproche de la normale : $r < i$. En J , le milieu après le dioptre AB est moins réfringent que le milieu avant le dioptre (cf. question 1) : le rayon réfracté s'éloigne de la normale : $i' > \beta$.



3. Loi de la réfraction en I : $\sin(i) = N \sin(r)$
- Loi de la réfraction en J : $N \sin(\beta) = n \sin(i')$
4. Quand la goutte devient éclairée, le rayon émergent en J se trouve à la limite des deux figures, i.e. à la limite de la réflexion totale et de la réfraction. Le rayon émergent en J rase donc le dioptre AB et l'angle entre le rayon émergent en J et la normale au dioptre AB en J est $i' = \frac{\pi}{2}$.
- On reprend les lois de la réfraction, en tenant compte du fait que $i' = \frac{\pi}{2}$, que $\beta = \frac{\pi}{2} - r$ et que $i = i_l$ (tous les angles sont comptés positivement).

$$\begin{aligned} n \sin(i') &= n = N \sin(\beta) = N \sin\left(\frac{\pi}{2} - r\right) \\ &= N \cos(r) = N \sqrt{1 - \sin^2(r)} = \sqrt{N^2 - N^2 \sin^2(r)} \\ \boxed{n = \sqrt{N^2 - \sin^2(i_l)} \Leftrightarrow n^2 = N^2 - \sin^2(i_l)} \end{aligned}$$

5. D'après la question 1, $n < N$.

- D'après la question précédente, $n = \sqrt{N^2 - \sin^2(i_l)}$

$$\sin(i_l) \leq 1 \Rightarrow \sin^2(i_l) \leq 1 \Rightarrow -\sin^2(i_l) \geq -1 \Rightarrow N^2 - \sin^2(i_l) \geq N^2 - 1$$

$$\text{d'où } n \geq \sqrt{N^2 - 1}$$

$$\boxed{n_{\min} \leq n \leq n_{\max} \text{ avec } n_{\min} = \sqrt{N^2 - 1} = 1,12 \text{ et } n_{\max} = N = 1,50}$$

Exercice 6. Détection de pluie sur un pare-brise

1. $ED = 2e \tan(i) = 1,7 \text{ cm}$ 2. Distance $DD' = 0,91 \text{ cm}$

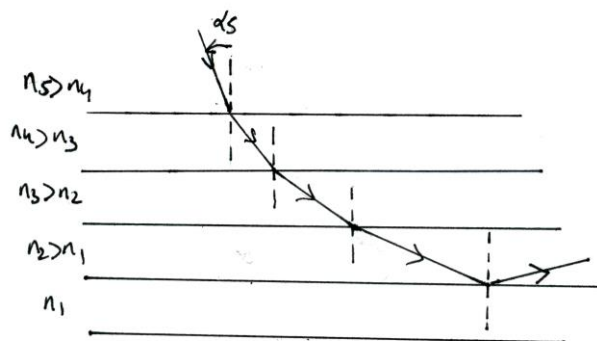
*Exercice 7. Mirages

1. Il n'y a que des réfractions et éventuellement réflexion totale : d'après les lois de Snell – Descartes, le rayon émergent reste dans le plan d'incidence, et ce, à la traversée de chaque couche. La **trajectoire est donc plane**.

2. $n_{i+1} \sin(\alpha_{i+1}) = n_i \sin(\alpha_i)$

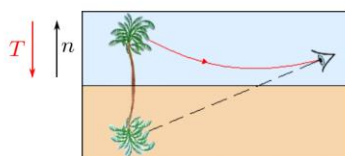
3. Si $\alpha_i > \alpha_{ic}$, alors il n'y a pas de réfraction : phénomène **de réflexion totale**.

4. À la traversée de chaque dioptre, le milieu rencontré est moins réfringent car $n_{i+1} < n_i$: le **rayon réfracté s'écarte donc de la normale**.



5. La courbure du rayon lumineux est orientée **vers les indices élevés**.
6. Dans le désert, les couches d'air proches du sol ont une température élevée donc un indice faible. La courbure des rayons lumineux est donc orientée vers le ciel. Ainsi, les rayons incurvés provenant d'une portion de ciel bleu arriveront dans l'œil humain. Or l'œil « pense » que les rayons lumineux sont rectilignes : il perçoit donc une tache bleue au niveau du sol, comme s'il s'agissait d'un lac. C'est **un mirage inférieur** (l'image est plus basse que l'objet).
7. Pour percevoir des obstacles situés au-delà de la ligne d'horizon, il faut que les rayons lumineux provenant de cet obstacle soient incurvés vers le bas pour épouser la forme de la Terre. Il faut donc que l'indice de la mer soit plus élevé que celui de l'air, c'est-à-dire que la température de la mer soit inférieure à celle de l'air : cette situation est possible **en été**. Dans ce cas, une île située au-delà de la ligne d'horizon sera perçue par l'œil humain comme étant dans le ciel : c'est un **mirage supérieur**.

Mirage inférieur (ou chaud)



Mirage supérieur (ou froid)

