

## DEVOIR SURVEILLÉ 1 (2 HEURES)

### Conseils de rédaction (À LIRE !)

- ❖ Le sujet comporte **6 pages**, dont 2 pages en ANNEXE, **à rendre avec la copie**.
- ❖ Indiquez votre **nom** sur toutes les copies et **numérotez** toutes les pages.
- ❖ **Parcourez l'ensemble du sujet**, constitué de 3 exercices, avant de **commencer** par ce qui vous semble **le plus facile** !
- ❖ Toutes les réponses doivent être **justifiées** (raisonnement, schéma, loi...).
- ❖ Les **résultats (expressions littérales, A.N.)** doivent être **mis en valeur**.
- ❖ Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez-la sur votre copie et poursuivez votre réflexion en expliquant les raisons des initiatives que vous prendrez en conséquence.
- ❖ La **calculatrice** est autorisée.

### Exercice 1 – Électron dans un champ magnétique

(d'après Centrale MP 2016) (≈ 20 mn)

Pour interpréter le phénomène des aurores boréales, on s'appuie sur le modèle d'un électron de charge  $q = -e$ , de masse  $m$ , en mouvement dans un champ magnétique uniforme et stationnaire  $\vec{B}$ . Lorsque la vitesse initiale de l'électron est orthogonale à  $\vec{B}$ , la trajectoire de l'électron reste plane sous l'effet de la force magnétique  $F_m$  donnée par la relation  $F_m = qvB$ , où  $v$  est la vitesse de l'électron.

1. Sachant que l'intensité du courant électrique est  $I = \frac{dq}{dt}$ , déterminer la dimension du champ magnétique  $B$ . Préciser ses unités S.I. et usuelle.

Un électron accéléré non relativiste perd de l'énergie en rayonnant une puissance

électromagnétique  $P = \frac{2}{3} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2 c^\beta \left( \frac{dv}{dt} \right)^\gamma$ , où  $\epsilon_0$  représente la permittivité

diélectrique de l'air (en  $A^2.s^4.kg^{-1}.m^{-3}$ ) et  $c$  la célérité de la lumière dans le vide.

2. À l'aide de relations connues, déterminer la dimension d'une énergie puis celle d'une puissance.
3. En déduire les valeurs de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  par analyse dimensionnelle.

4. Le mouvement de l'électron est caractérisé par la pulsation  $\omega_C = \frac{eB}{m}$ .

Déterminer la dimension de  $\omega_C$ . À l'aide de quelle autre relation auriez-vous pu déterminer sa dimension ?

5. L'étude du mouvement de l'électron fait apparaître une autre grandeur caractéristique :  $\Delta = \frac{6\pi\epsilon_0 c^3 B}{e\omega_C^3}$ . À quelle grandeur est-elle homogène ?

## Exercice 2. Arc-en-ciel (d'après Banque PT 2010) (≈ 1h)

Les PARTIES A, B et C sont indépendantes mais il convient de les traiter dans l'ordre.

### PARTIE A : RUDIMENTS D'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

1. Rappeler les hypothèses de l'optique géométrique et ses limites.
2. Quelles sont les longueurs d'onde extrêmes qui correspondent au domaine du visible dans le vide ? Préciser les couleurs qui leur sont associées.
3. Lorsque la lumière passe du vide à un milieu matériel, quelle est l'expression de la nouvelle longueur d'onde (toute nouvelle grandeur introduite devra être définie) ?
4. Énoncer les trois lois de Snell-Descartes (avec un schéma).

### PARTIE B : DÉVIATION D'UN RAYON LUMINEUX PAR UNE GOUTTE D'EAU

On considère une goutte d'eau sphérique d'indice moyen  $n = 1,337$ . On se place dans un plan passant par le centre  $O$  de la goutte. Un rayon pénètre au point  $I$  dans la goutte avec l'angle d'incidence algébrique  $i_1$ . L'angle algébrique de réfraction en  $I$  est noté  $r_1$ . Il se réfracte une nouvelle fois au point  $J$  où il émerge de la goutte. Le rayon incident est dirigé par le vecteur  $\vec{u}_1$ , et le rayon émergent par le vecteur  $\vec{u}_3$ . Dans cette partie, le sens positif des angles est le sens horaire.

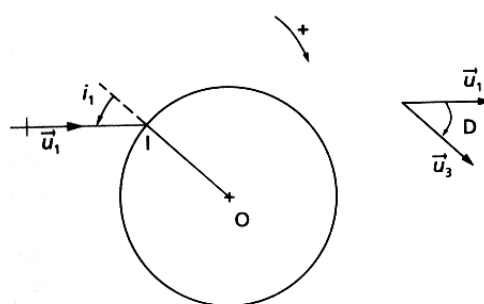


FIGURE 1 : Déviation du rayon lumineux par une goutte d'eau

5. Compléter le trajet du rayon lumineux sur la FIGURE 1 en **ANNEXE (à rendre avec la copie)**.
6. Déterminer l'expression de l'angle de déviation  $D = (\vec{u}_1, \vec{u}_3)$  du rayon lumineux en fonction de  $i_1$  et  $r_1$ .
7. Calculer  $D$  pour  $i_1 = -45^\circ$ .

### PARTIE C : ARC-EN-CIEL

Lorsque le soleil illumine un rideau de pluie, on peut admettre que chaque goutte d'eau se comporte comme une sphère de rayon  $R$  réceptionnant un faisceau de rayons lumineux parallèles entre eux. L'indice moyen de l'eau est  $n = 1,337$ .

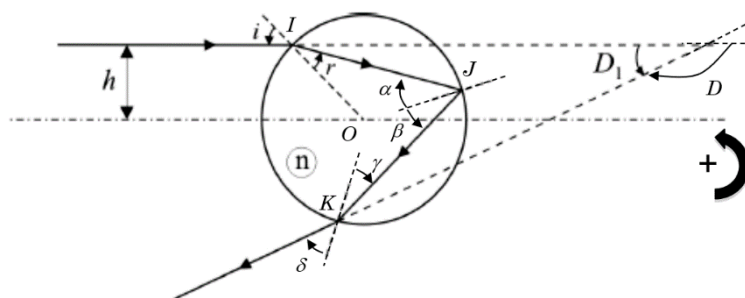


FIGURE 2 : Trajet d'un rayon lumineux dans une goutte (avec une réflexion)

Le trajet d'un rayon lumineux, situé à une hauteur  $h$  de l'axe de la goutte, et associé à l'angle d'incidence  $i$  est représenté sur la FIGURE 2. On note  $r$  l'angle algébrique de réfraction associé à l'angle algébrique d'incidence  $i$ .

On note  $D$  l'angle algébrique de déviation de ce rayon à la sortie de la goutte, obtenu après une réflexion partielle sur le fond de la goutte et deux réfractions, une à l'entrée et l'autre à la sortie de la goutte.

8. Indiquer, en justifiant vos réponses, les valeurs algébriques des trois angles internes à la goutte  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , et de l'angle externe à la goutte  $\delta$  en fonction de  $i$  et  $r$ .
9. Déterminer l'expression de l'angle algébrique de déviation  $D$  en fonction de  $i$  et  $r$  (compléter le schéma de la FIGURE 2 en **Annexe** avec toute notation supplémentaire utile).
10. En déduire l'expression de l'angle algébrique  $D_1$  en fonction de  $x = \frac{h}{R}$ .

Plusieurs rayons, tous parallèles entre eux, viennent frapper la goutte. Ils sont définis par des valeurs de  $h$ , et donc de  $x$  et  $i$ , différentes.

La lumière émergente de la goutte est observable uniquement dans la direction où son intensité est maximale. On admettra que la direction pour laquelle l'intensité de la lumière émergente est maximale est obtenue lorsque l'angle  $D_1$  est extrémal.

11. Montrer que  $D_1(x)$  passe par un extrémum lorsque  $x$  a pour valeur :

$$x_m = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}.$$

Rappel mathématique :  $\frac{d(\arcsin(f(x)))}{dx} = \frac{d(\sin^{-1}(f(x)))}{dx} = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$

On donne, pour  $n = 1,337$  :  $x_m = 0,86$  et  $D_1(x_m) = D_{1m} = 41,5^\circ$

On considère maintenant un rayon lumineux qui subit deux réflexions partielles à l'intérieur de la goutte et deux réfractions, une à l'entrée et l'autre à la sortie de la goutte (cf. FIGURE 3).

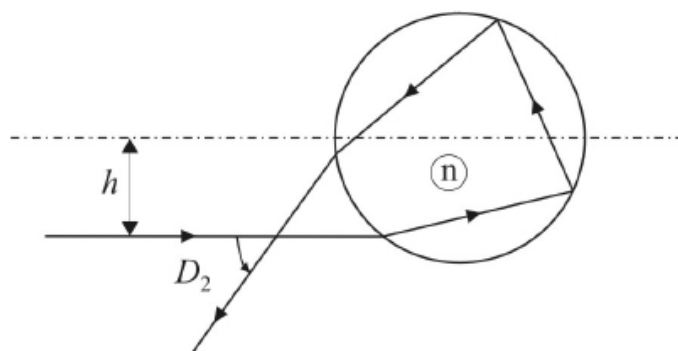


FIGURE 3 : Trajet d'un rayon lumineux dans une goutte (avec deux réflexions)

On ADMET (aucune démonstration n'est demandée !) que l'angle  $D_2$  est donné par la relation :  $D_2 = \pi - 6|r| + 2|i|$  et qu'il présente un extrémum  $D_{2m}$  lorsque  $x$  vaut :

$$x_m = \sqrt{\frac{9-n^2}{8}}. \text{ On donne, pour } n = 1,337 : x_m = 0,95 \text{ et } D_2(x_m) = D_{2m} = 51,9^\circ$$

D'après l'étude précédente, on constate qu'il est possible d'observer deux arcs-en-ciel, appelés arc primaire (ou interne) et arc secondaire (ou externe). Les rayons angulaires moyens (rayon angulaire : demi-angle sous lequel on voit l'arc depuis le point d'observation) de ces deux arcs correspondent aux deux valeurs  $D_{1m}$  et  $D_{2m}$  précédentes.

12. Préciser sur un schéma les positions relatives du soleil, de la pluie et de l'observateur pour pouvoir observer des arcs-en-ciel.
13. Indiquer lequel de ces deux arcs est l'arc primaire (ou interne) et lequel est l'arc secondaire (ou externe) et placer les angles  $D_{1m}$  et  $D_{2m}$  sur le schéma. Préciser, en le justifiant, lequel des deux arcs est le plus lumineux.
14. Quelle est la relation entre l'indice de réfraction d'un milieu matériel et la longueur d'onde dans le vide ? En déduire, en le justifiant, l'ordre des couleurs dans un arc primaire et dans un arc secondaire.

### Exercice 3. Deux miroirs en coin ( $\approx 30$ mn)

On considère deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$ , placés de façon perpendiculaire, symétrique l'un de l'autre par rapport à l'axe  $(Ox)$ . On considère un point objet  $A$  du plan  $(xOy)$ , situé hors de l'axe  $(Ox)$ , de coordonnées  $(x_A, y_A)$ .

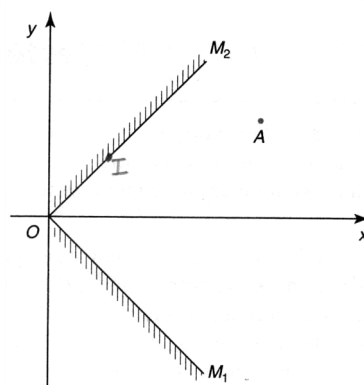


FIGURE 4 : Deux miroirs en coin

1. Par une construction graphique (obtenue en complétant la FIGURE 4 en **Annexe, à rendre avec la copie**), déterminer l'image  $A_1$  de  $A$  par  $M_1$ , puis l'image  $A'$  de  $A_1$  par  $M_2$ . Indiquer la nature réelle ou virtuelle de chaque objet et de chaque image.
2. Préciser les coordonnées  $(x_{A'}, y_{A'})$  de  $A'$  en fonction de celles de  $A$ .
3. Par quelle transformation mathématique passe-t-on directement de  $A$  à  $A'$  ?
4. Par une construction graphique (obtenue en complétant la FIGURE 4 en **Annexe, à rendre avec la copie**), déterminer l'image  $A_2$  de  $A$  par  $M_2$ , puis l'image  $A''$  de  $A_2$  par  $M_1$ . Que dire de  $A'$  et  $A''$  ?

Un rayon lumineux arrive sur ce système de miroirs en passant par  $A$ .

5. Dans quels cas n'y a-t-il qu'une seule réflexion ? Justifier.

On considère le rayon incident passant par  $A$  et rencontrant le miroir  $M_2$  au point d'incidence  $I$  (cf. FIGURE 4).

6. Représenter sur la FIGURE 4 en **Annexe (à rendre avec la copie)** le trajet de ce rayon lumineux à travers ce système de miroirs.
7. Déterminer par un raisonnement analytique la déviation totale.

## ANNEXE (à rendre avec la copie)

**NOM :**

### Exercice 2. – Question 5

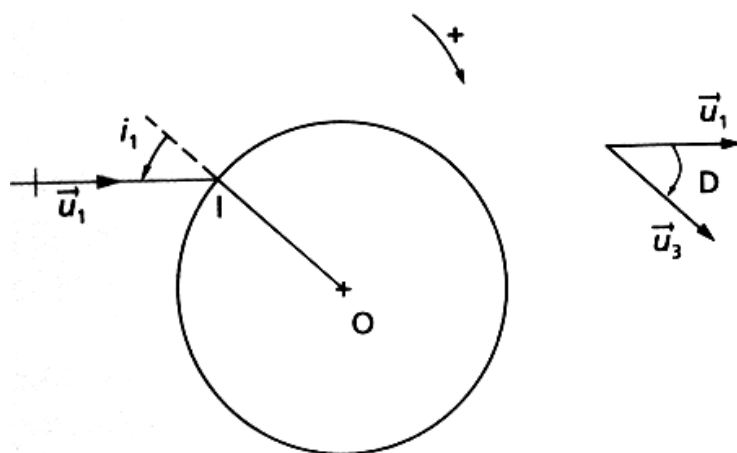


FIGURE 1 : Déviation du rayon lumineux par une goutte d'eau

### Exercice 2. – Question 9

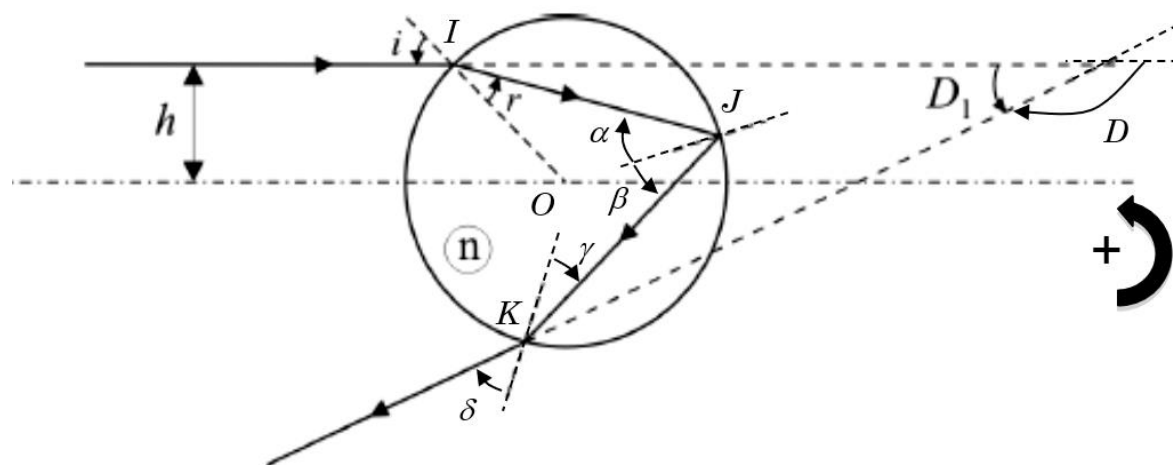


FIGURE 2 : Trajet d'un rayon lumineux dans une goutte (avec une réflexion)

### Exercice 3. – Questions 1, 4 et 6

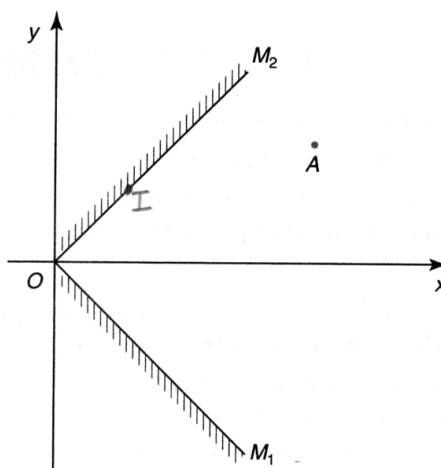


FIGURE 4 : Deux miroirs en coin