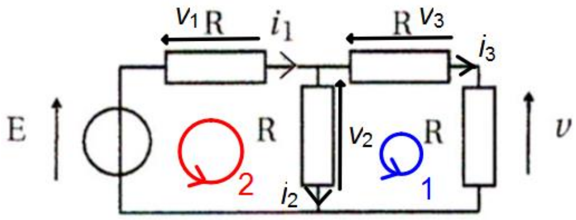
CORRIGÉ DU DEVOIR À LA MAISON 4

Exercice 1 – Détermination de grandeurs électriques

1ÈRE PARTIE : UTILISATION DES LOIS DE KIRCHHOFF



1. Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3 \quad (1)$

   Loi des mailles dans la maille 1 : $v_2 = v + v_3 \quad (2)$

   Loi des mailles dans la maille 2 : $E = v_1 + v_2 \quad (3)$

   Lois d'Ohm en convention récepteur : $v_1 = Ri_1$, $v_2 = Ri_2$, $v_3 = Ri_3$ et $v = Ri_3$

   Relation (3) : $E = Ri_1 + Ri_2 \Leftrightarrow i_2 = \dfrac{E}{R} - i_1 \quad (4)$

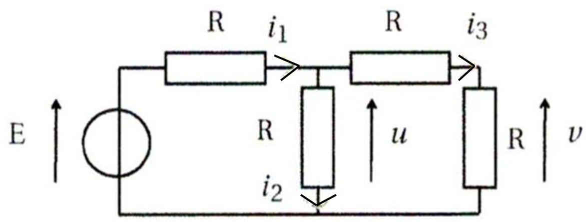
   Relation (2) : $Ri_2 = Ri_3 + Ri_3 \Leftrightarrow i_2 = 2i_3$ soit $i_3 = \dfrac{1}{2}i_2 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{E}{R} - i_1\right) \quad (5)$

   On injecte (4) et (5) dans (1) : $i_1 = \dfrac{E}{R} - i_1 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{E}{R} - i_1\right) \Leftrightarrow i_1 = \dfrac{3}{2}\dfrac{E}{R} - \dfrac{3}{2}i_1 \Leftrightarrow \dfrac{5}{2}i_1 = \dfrac{3}{2}\dfrac{E}{R}$

   $$\boxed{i_1 = \frac{3}{5}\frac{E}{R}}$$

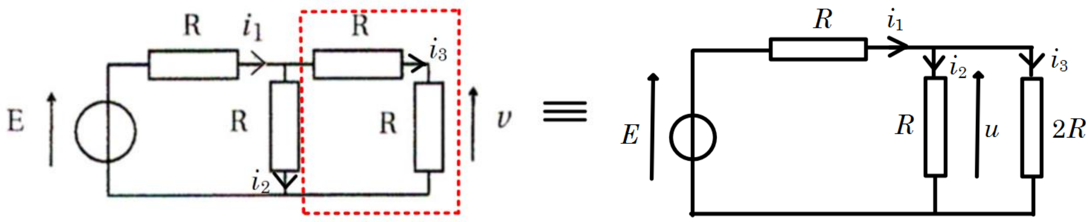
   On en déduit : $i_3 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{E}{R} - i_1\right) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{E}{R} - \dfrac{3}{5}\dfrac{E}{R}\right) = \dfrac{1}{5}\dfrac{E}{R}$ et $\boxed{v = Ri_3 = \dfrac{E}{5}}$

2ÈME PARTIE : SANS LES LOIS DE KIRCHHOFF !



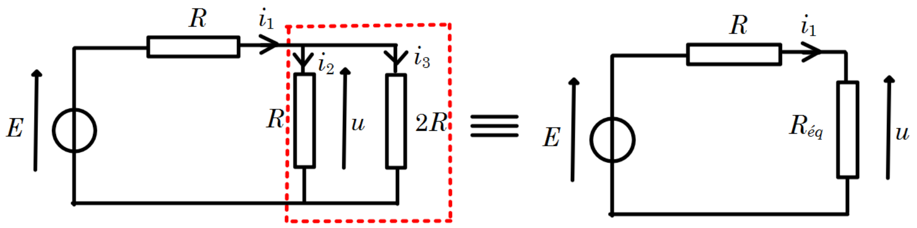
2. On cherche la tension v aux bornes d'une résistance R en série avec une autre résistance R, la tension aux bornes des deux résistances en série étant u. On peut appliquer le diviseur de tension : $\boxed{v = \dfrac{R}{R+R}u = \dfrac{u}{2}}$

3. Simplification du circuit :



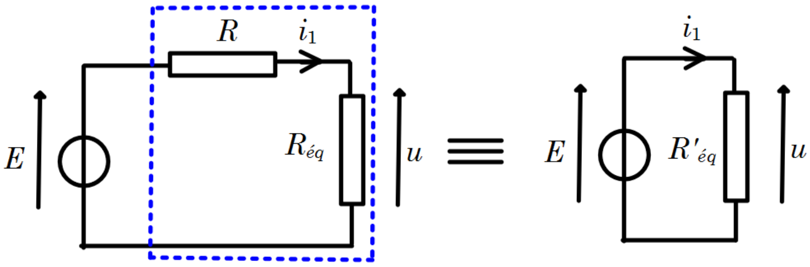
- <u>Diviseur de courant</u> pour i_2, courant circulant dans la résistance R en parallèle avec la résistance $2R$: $\boxed{i_2 = \frac{2R}{2R+R} i_1 = \frac{2}{3} i_1}$
- <u>Diviseur de courant</u> pour i_3, courant circulant dans la résistance $2R$ en parallèle avec la résistance R : $\boxed{i_3 = \frac{R}{2R+R} i_1 = \frac{1}{3} i_1}$

4. Simplification du circuit :



- Association R et $2R$ en parallèle : $R_{éq} = \frac{2R^2}{2R+R} = \frac{2}{3} R$
- On cherche la tension u aux bornes d'une résistance $R_{éq}$ en série avec R, la tension aux bornes des deux résistances en série étant E. On peut appliquer le <u>diviseur de tension</u> : $\boxed{u = \frac{R_{éq}}{R+R_{éq}} E = \frac{2}{5} E}$
- On en déduit : $\boxed{v = \frac{u}{2} = \frac{1}{5} E}$ (comme à la 1ère partie !)

5. Simplification du circuit :



- Association en <u>série</u> : $R'_{éq} = R + R_{éq} = \frac{5}{3} R$
- <u>Loi d'Ohm</u> en convention récepteur : $\boxed{i_1 = \frac{E}{R'_{éq}} = \frac{3}{5}\frac{E}{R}}$ (comme à la 1ère partie !)
- On en déduit : $\boxed{i_2 = \frac{2}{3} i_1 = \frac{2}{5}\frac{E}{R}}$ et $\boxed{i_3 = \frac{1}{3} i_1 = \frac{1}{5}\frac{E}{R}}$

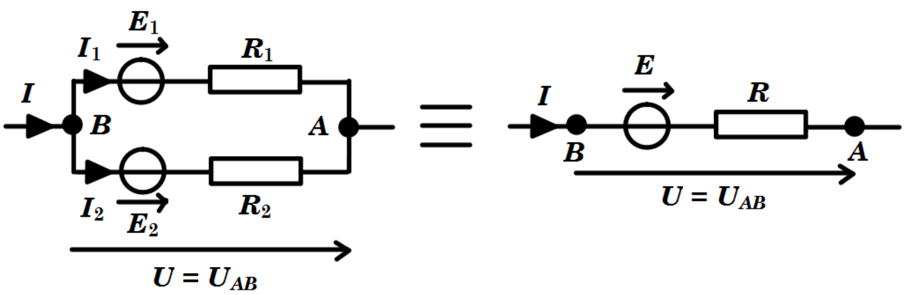
6. Puissance délivrée par le générateur : son expression dépend de la convention choisie !

   - En *convention récepteur* : la puissance reçue est $\boxed{P_{géné} = -Ei_1 = -\frac{3}{5}\frac{E^2}{R}}$ avec $\boxed{P_{géné} < 0}$: la puissance est donc fournie par le générateur !
   - En *convention générateur* : la puissance fournie est $\boxed{P'_{géné} = Ei_1 = \frac{3}{5}\frac{E^2}{R}}$ avec $\boxed{P'_{géné} > 0}$: la puissance est effectivement fournie par le générateur !

7. Puissance reçue par la résistance R :

   En convention récepteur : $\boxed{P_R = vi_3 = \frac{v^2}{R} = Ri_3^2 = \frac{E^2}{25R} > 0}$

Exercice 2 – Générateurs en parallèle



➢ Schéma de départ

Loi des nœuds : $I = I_1 + I_2$

Loi des mailles et loi d'Ohm : $U = E_1 - R_1 I_1$ et $U = E_2 - R_2 I_2$

$$\text{D'où } I_1 = \frac{E_1 - U}{R_1} \text{ soit } I_2 = \frac{E_2 - U}{R_2}$$

$$\text{Donc } I = \frac{E_1 - U}{R_1} + \frac{E_2 - U}{R_2} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

➢ Schéma équivalent

Loi des mailles et loi d'Ohm : $U = E - RI$ soit $I = \frac{E - U}{R} = \frac{E}{R} - U\frac{1}{R}$

➢ Par identification

$$\begin{cases} \frac{E}{R} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} \\ \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} \\ R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E = \frac{R_2 E_1}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 E_2}{R_1 + R_2} \\ R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

$\boxed{E = \alpha E_1 + \beta E_2}$ avec $\boxed{\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ et } \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$ et $\boxed{R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$

Exercice 3 – Point de fonctionnement avec une résolution numérique

Cellule 1 : Importation des bibliothèques

```
## Cellule 1 : Importation des bibliothèques
from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np          # pour la manipulation des tableaux (plus faciles à utiliser que des listes car on peut faire des opérations directement sur les tableaux!)
from scipy import optimize  # contient des modules d'algèbre linéaire, d'optimisation... utilise les tableaux de numpy
```

Cellule 2 : Caractéristique du dipôle

```
## Cellule 2 : Caractéristique du dipôle D
"""
x = np.array([1., 1.1, 1.2])
L'objet x créé est un tableau à une dimension (nécessité d'importer le module numpy).
Le tableau est défini ici à partir d'une liste de réels (les valeurs expérimentales mesurées en physique doivent toujours être déclarées en Python comme des réels!)

"""
UD = np.array([0.,2.,4.,6.,6.2,6.4,6.6,6.8,7.0,7.2])  # Tableau des valeurs de UD en V
ID =1e-3*np.array([0.,0.,0.,0.,50.,100.,150.,200.,250.,300.]) # Tableau des valeurs de ID en A (en unités SI !!!)

plt.figure(figsize=(16,9)) # Création de la seule et unique figure nécessaire
plt.plot(ID*1e3,UD,'or',label='Caractéristique du dipôle D') # Graphe des UD (en V) en fonction de ID (en mA : attention au changement d'unité!) : points expérimentaux représentés par des ronds rouges
plt.xlabel("Courant I (mA)") # Nom de l'axe des abscisses
plt.ylabel("Tension U (V)") # Nom de l'axe des ordonnées
plt.legend(loc='best')  # Position de la légende : au meilleur endroit
plt.grid()  # Affichage de la grille
plt.show()  # Affichage de la figure
```

3. Le dipôle est <u>passif</u>, <u>non linéaire</u> (mais linéaire par morceaux), <u>non symétrique</u>.

Cellule 3 : Modélisation de la caractéristique du dipôle

```
## Cellule 3 : Modélisation de la caractéristique du dipôle
#Découpage de la caractéristique en 2 morceaux
#Morceau 1
ID1 = ID[:4]  # Tableau contenant les 4 premières valeurs : ID = 0
UD1 = UD[:4]  # Tableau contenant les 4 premières valeurs de UD correspondant à ID = 0

#Morceau 2
ID2 = ID[4:]  # Tableau contenant les valeurs de ID sauf les 4 premières valeurs
UD2 = UD[4:]  # Tableau contenant les valeurs de UD sauf les 4 premières valeurs

#Linéarisation de la caractéristique : modèle de Thévenin équivalent pour le morceau 2
"""
p = np.polyfit(x, y, n)
Modélise la courbe y = f(x) par un polynôme de degré n
Arguments:
    x : tableau des abscisses
    y : tableau des ordonnées
    n : degré du polynôme (pour n = 1 : régression linéaire)
Renvoie:
    p : tableau des coefficients du polynôme tel que :
    p[0] : coefficient de degré n, p[1] : coefficient de degré n-1...
    p[n] : coefficient de degré 0

"""
p = np.polyfit(ID2,UD2,1) # Modélisation de la courbe UD2 = f(ID2) : obtention des coefficients de la régression linéaire modélisant le morceau 2
ED = p[1]    # Fem du modèle de Thévenin équivalent
RD = p[0]    # Résistance du modèle de Thévenin équivalent

#Affichage des paramètres du modèle de Thévenin équivalent
print('Caractéristique statique du dipôle : modèle de Thévenin du morceau 2')
print(f'Fem : ED = {ED:.1f} V')
print(f'Résistance : RD = {RD:.1f} Ohm')
print('\n')

# Tracé de la caractéristique linéarisée du dipôle
UD2_mod = ED + RD * ID2  # Modèle de Thévenin du morceau 2 : équation de la régression linéaire
UD_mod = np.append(UD1,UD2_mod) # Concaténation de toutes les valeurs du modèle de UD
plt.plot(ID*1e3,UD_mod,'--r',label='Modèle du dipôle D') #Tracé de la caractéristique linéarisée par morceaux, en tirets rouges
plt.legend(loc='best')
plt.show()
```

5. On retrouve les valeurs de ED et RD obtenues en TD :

```
Caractéristique statique du dipôle : modèle de Thévenin du morceau 2
Fem : ED = 6.0 V
Résistance : RD = 4.0 Ohm
```

Cellule 4 : Caractéristique de la pile

```
## Cellule 4 : Caractéristique de la pile
E = 12.  # Valeur de la fem de la pile (en V)
R = 40.  # Valeur de la résistance interne de la pile (en Ohm)
Upile = E - R * ID  # Equation de la caractéristique de la pile

plt.plot(ID*1e3,Upile,'-b',label='Caractéristique de la pile') #Tracé de la caractéristique de la pile en trait bleu
plt.show()
```

Cellule 5 : Point d'intersection des caractéristiques = point de fonctionnement

```
## Cellule 5 : Point d'intersection des caractéristiques = point de fonctionnement
def PDF(I):  # Fonction Point De Fonctionnement (PDF)
    """
    Renvoie la différence entre la tension aux bornes du dipôle D, obtenue par modélisation, et la tension aux bornes de la pile, pour toute valeur de I
    """
    UD2_mod = ED + RD * I
    Upile = E - R * I
    return UD2_mod-Upile

I0 = 100.e-3  # Valeur du courant (en A) permettant d'initier la recherche de zéro effectuée par la fonction fsolve
IP = float(optimize.fsolve(PDF,I0)) # Recherche de la valeur IP du courant qui annule la fonction PDF ( PDF(IP) = 0 ); la recherche est initiée à partir de la valeur I0 définie précédemment

#Affichage des coordonnées du point de fonctionnement
print('Coordonnées du point de fonctionnement')
print(f'Intensité dans le dipôle : IP = {IP*1e3:.1f} mA')
print(f'Tension aux bornes du dipôle : UP = {E - R * IP:.1f} V')

plt.plot(IP*1e3,E - R * IP,'Dk',label='Point de fonctionnement') # Représentation du point de fonctionnement P par un diamant noir
plt.legend(loc='best')
plt.show()
```

9. On retrouve les valeurs de IP et UP obtenues en TD :

```
Coordonnées du point de fonctionnement
Intensité dans le dipôle : IP = 136.4 mA
Tension aux bornes du dipôle : UP = 6.5 V
```

Graphe de toutes les caractéristiques statiques et point de fonctionnement