DS N^o 3, Pb 1 : commentaires

Problème 1 : Analyse

Globalement la présentation est correcte à de rares exceptions près. Le problème était d'un niveau raisonnable, avec quelques questions un peu plus délicates, les résultats sont un peu décevants sur la partie II (intégrales de Wallis) pourtant traitée en classe, cependant quelques copies se distinguent en dépassant les 40/50.

Pour vous préparer efficacement aux DS (et donc aux écrits des concours), vous devez savoir refaire les TD !

Remarques générales :

- Une rédaction se termine par la conclusion. Beaucoup rédigent à l'envers en commençant par la conclusion (d'autant plus que certains mettent des implications).
- Beaucoup ne connaissent pas encore les formules de dérivation, en particulier la dérivée de u^n. Même difficultés pour dériver une composée en général (comme $x \mapsto \mathrm{F}(\frac{1}{x})$).
- De gros soucis de rigueur dans les calculs de limites, beaucoup modifient l'expression au fur et à mesure du calcul, ce qui amène à écrire des énormités comme par exemple : $\frac{1}{n} \to 0$, donc $\lim(1+\frac{1}{n})^n = \lim(1+0)^n = 1$, sauf que c'est faux, la limite de cette suite est e.

Partie I : étude d'une fonction

Partie élémentaire, assez bien réussie dans l'ensemble, sauf quelques questions. Dans un bon nombre de copies, les candidats considèrent que la borne inférieure d'une intégrale ça ne compte pas! Dans une intégrale il y a deux bornes par définition, et cela représente un nombre. La fonction arctan semble plutôt bien connue globalement, sauf quelques uns qui pensent que c'est $\frac{\arcsin}{\arccos}$!, ou d'autres qui confondent avec la fonction tan. La notation $\tan^{-1}$ n'est pas acceptée (tan n'est pas une bijection sur son ensemble de définition).

Q1a Beaucoup écrivent directement $[\arctan(t)]_0^x = \arctan(x)$, sauf parler de $\arctan(0)$, comme s'il n'existait pas.

Q1b Question très mal réussie à de rares exceptions près, il suffisait d'étudier le signe des différences pour établir les inégalités. Une multiplication dans une inégalité doit être justifiée (beaucoup semblent ignorer qu'il y a un problème avec le signe parfois...).

Q1c Question simple, on attendait la justification : croissance de l'intégrale car $0 \leqslant x$. Tous ceux qui ne mettent pas de borne inférieure dans leurs intégrales font un raisonnement faux.

Q2a Trop peu pensent à dire que la fonction arctan est impaire.

Q2b Dire que f a une limite finie en 0 à gauche et à droite, ne prouve pas que f est continue en 0, même si elles sont identiques. Il faut que les deux limites soient égales à $f(0)$ (beaucoup l'oublient). Si l'énoncé avait posé $f(0) = 2$, les deux limites auraient été les mêmes, mais f aurait été discontinue en 0...

Beaucoup reconnaissent le taux d'accroissement de arctan en 0, mais ne disent pas qu'elle est dérivable en 0, d'autres remplacent le taux d'accroissement par la dérivée ce qui fait un raisonnement faux, car ce n'est pas la même chose.

Q2c Très mal réussie. Dans beaucoup de copies on trouve : « f est continue en 0 donc dérivable ! », c'est évidemment faux (penser à la fonction racine carrée par exemple).

Q3a Rarement bien réussie, alors rappelons-le : pour encadrer une intégrale on commence par encadrer la fonction sur l'intervalle d'intégration, la croissance de l'intégrale fait le reste...

Q3bi Dire simplement « f est continue d'après les théorèmes généraux », n'est pas une justification acceptable, il faut préciser (produit, somme, composée ? certains confondent les trois...).

Q3bii Assez bien réussi.

Q3c Très peu justifient la limite en $\pm\infty$...

Q3d Très peu disent qu'il y a une asymptote horizontale en $\pm\infty$.

Q4a Mal réussie, beaucoup ne sachant pas dériver la composée $x \mapsto F(\frac{1}{x})$...

Q4b Erreur systématique : « g est une primitive de $x \mapsto \frac{\pi}{2}\ln(x)$ », donc il y a l'égalité ! Ce raisonnement est faux, il y a l'égalité à une constante près et il fallait calculer cette constante.

Partie II : Wallis

Partie traitée en TD dans les trois classes. Ceux qui travaillent correctement leur TD ont donc bien réussi cette partie, mais beaucoup d'autre ont carrément passé cette partie ! Beaucoup ne savent pas dériver les foncions du type u^n...

Q5 RAS.

Q6a Que d'erreurs de dérivation ! Beaucoup pensent qu'une primitive de $\sin^n$ est $\frac{1}{n+1}\sin^{n+1}$ ce qui est évidemment faux !

Q6b On attendait une récurrence double. Beaucoup pensent que dire $W_n > 0 \implies W_{n+2} > 0$ suffit, c'est faux, penser à la suite $((-1)^{)})$.

Q7a Même erreur, beaucoup pensent que $W_{n+2} \leqslant W_n$ suffit, c'est faux, penser à la suite $((-1)^n)$.

Q7b Erreur récurrente : « (W_n) décroît et est positive, donc elle converge vers un réel ℓ, et donc $\frac{W_{n+1}}{W_n} \to 1$ », c'est faux, penser par exemple à la suite définie par $u_n = \frac{1}{2^n}$.

Q8a RAS

Q8b Très peu sont capables de calculer une limite de manière rigoureusement et écrivent n'importe quoi. Lorsqu'on calcule une limite, on **ne modifie pas la fonction** (ou la suite) en cours de calcul !

Q9a Parfois bien réussie, mais certains ont voulu passer par la fonction arccos, sauf qu'elle n'est pas dérivable sur son ensemble de définition...

Q9b Très peu de calculs de limites rigoureux.

Partie III : intégrale de Gauss

Q10a Assez bien réussie, mais beaucoup ne voient pas le problème lorsque $u = n$.

Q10b Très mal réussie, seules quelques copies simplifient l'expression de $f'(u)$.

Q10c Peu ont su faire le deuxième cas.

Dans la suite, seule la question Q11a a été en général assez bien faite (à part $3^3 = 9$ pour certains...)