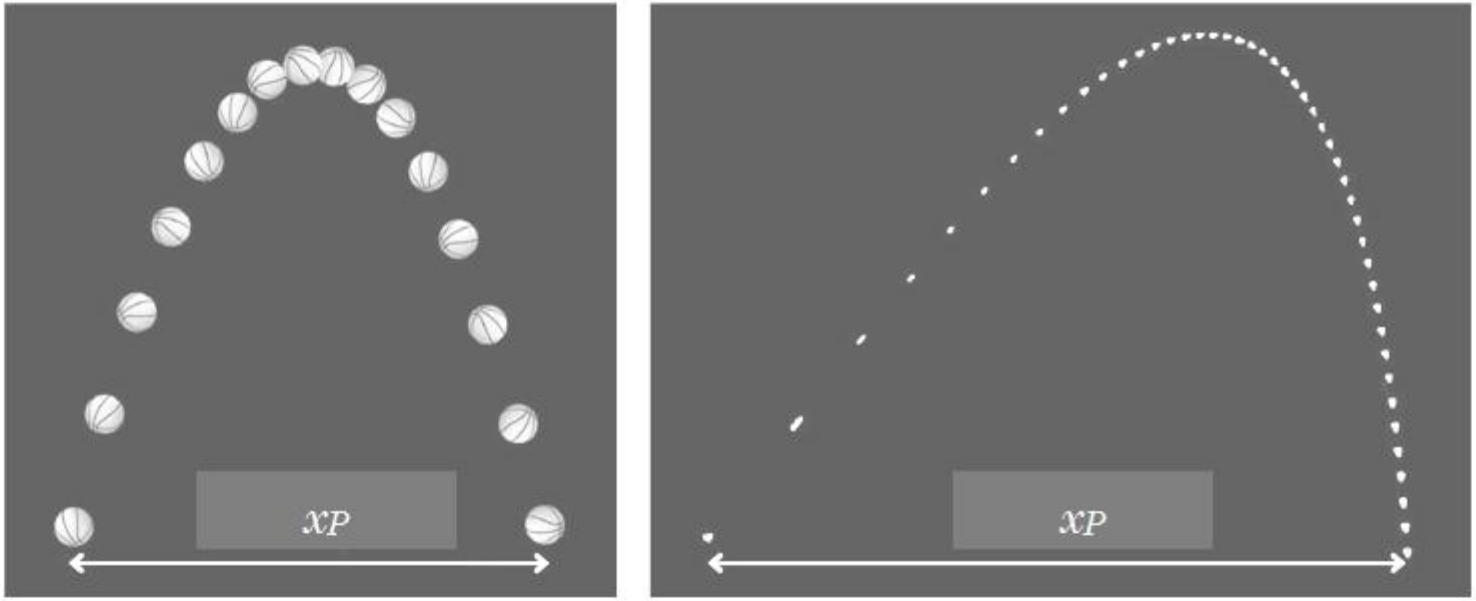
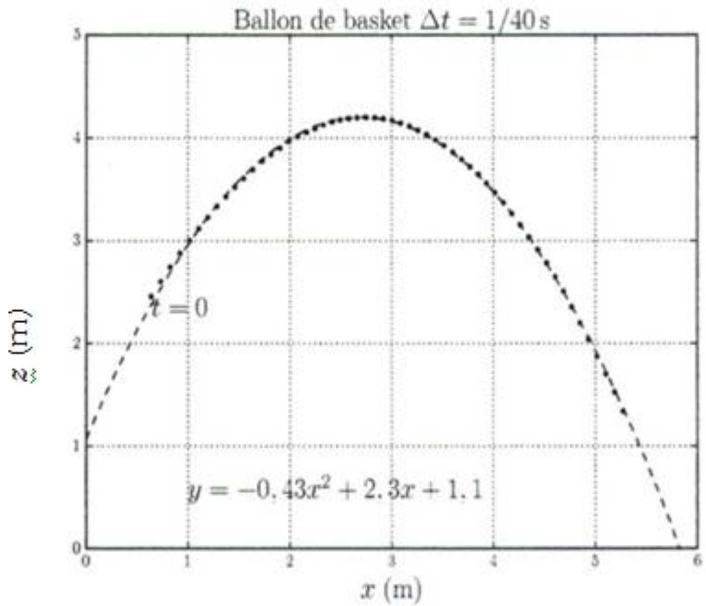
CHAPITRE MI2
Dynamique du point matériel

Problématique



Quelles sont les causes responsables de la trajectoire du ballon et du volant ?

Comment expliquer la différence de trajectoires observées par un spectateur assis sur les gradins ?



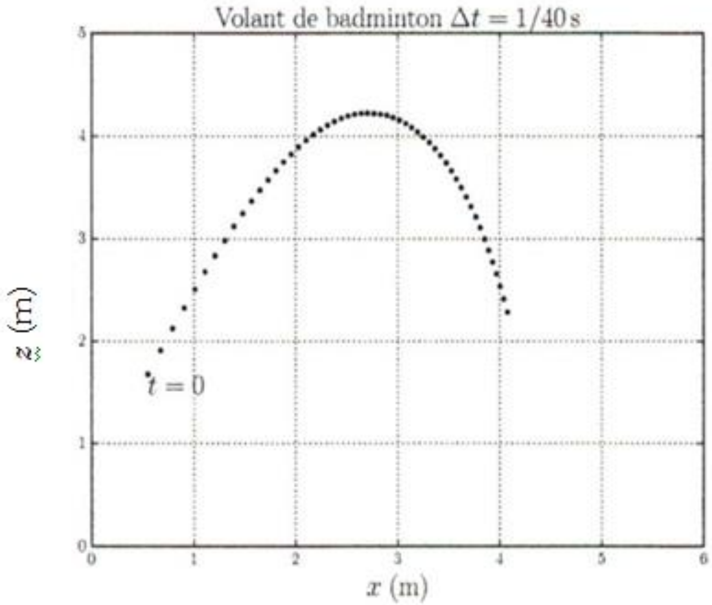


FIGURE 1 : Trajectoires d'un ballon de basket (à gauche) et d'un volant de badminton (à droite)

État mécanique initial + lois de la dynamique
= État mécanique <u>à tout instant *t*</u>

Système déterministe : évolution prévisible

1 Éléments cinétiques d'un point matériel

1.1 Masse d'inertie d'un point matériel

- Cinématique

  Vecteurs : position, vitesse, accélération

- Dynamique

  grandeur caractérisant la capacité de l'objet à résister au mouvement : **inertie** du système

Définition :

grandeur **scalaire**, > 0 : **masse *m* (kg)**

1.2 Quantité de mouvement

1.2.1 Quantité de mouvement d'un point matériel

➢ **Définition** :

vecteur quantité de mouvement

(ou **résultante cinétique**)

$$\boxed{\vec{p}_{M/\mathfrak{R}} = m\vec{v}_{M/\mathfrak{R}}}$$

➢ Remarque

dépend du référentiel d'étude

1.2.2 Quantité de mouvement d'un système de points matériels

- Système considéré
- Masse totale du système $\boxed{m = m_1 + m_2}$
- Position du centre d'inertie

Définition : **centre d'inertie** ou **centre de masse**

$$\boxed{\overrightarrow{OG} = \frac{m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2}}{m}}$$

- Vitesse du centre d'inertie
- Quantité de mouvement du système

Définition

$$\boxed{\overrightarrow{p}(S) = \overrightarrow{p} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2}}$$

Propriété

$$\boxed{\overrightarrow{p}(S) = (m_1 + m_2)\overrightarrow{v}_G = m\overrightarrow{v}_G}$$

2 Principes de la dynamique ou les trois lois de Newton

2.1 Première loi ou principe d'inertie

- <u>Point isolé</u>

  <u>**Définition**</u> : point matériel **isolé**

  <u>**Définition**</u> : point matériel **pseudo-isolé**

- <u>**1ère loi de Newton ou ppe d'inertie**</u>

  Il existe des réf. dits **galiléens**, ds lesquels 1 pt matériel **isolé ou pseudo-isolé** est :

  - soit en **mouvement rectiligne uniforme**
  - soit au **repos**

➢ <u>Référentiels galiléens</u>

<u>Propriété</u> :

réf. galiléens en **translation rectiligne uniforme**

❖ <u>Référentiel terrestre ou de laboratoire</u>

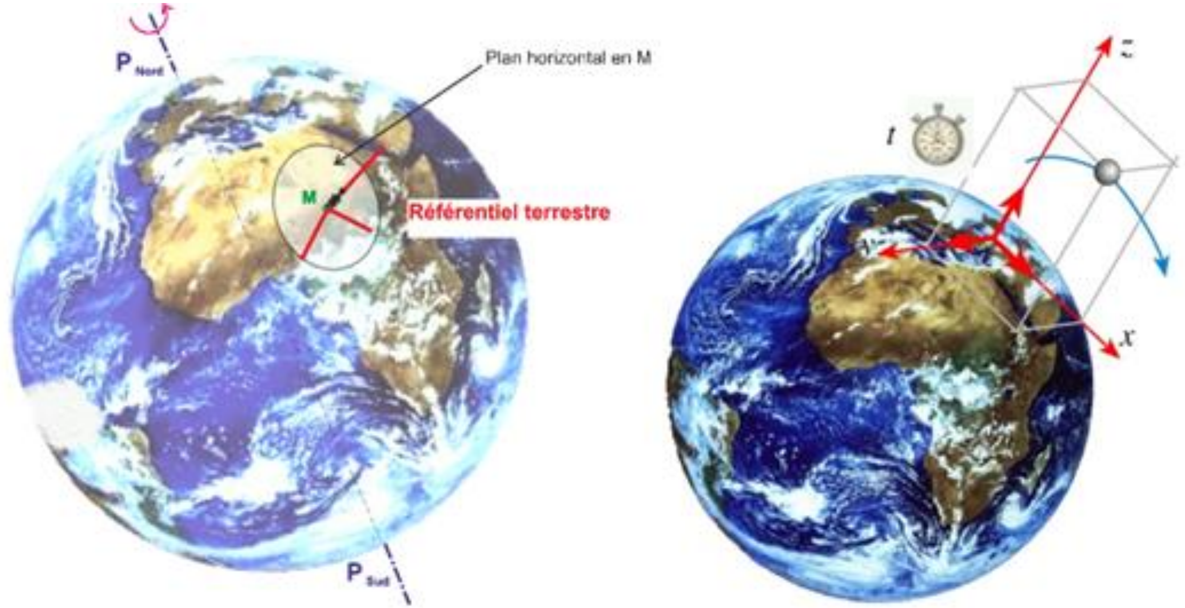


FIGURE 2 : Référentiel terrestre

❖Référentiel géocentrique

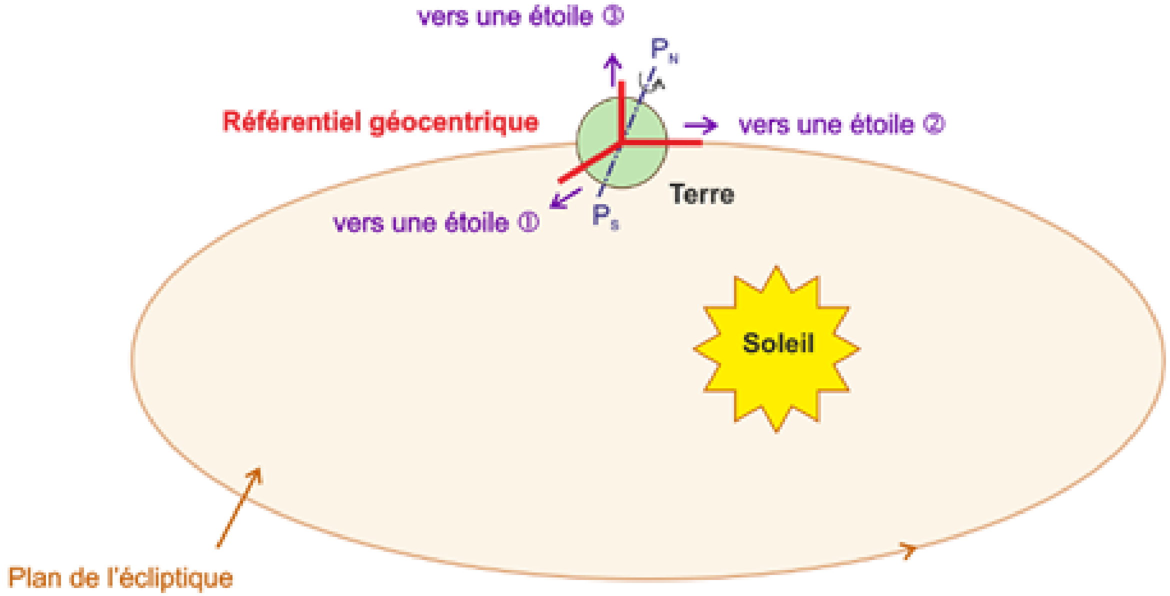


FIGURE 3 : Référentiel géocentrique

2 Principes de la dynamique ou les trois lois de Newton

2.1 Première loi ou principe d'inertie

❖Référentiel héliocentrique ou deKépler

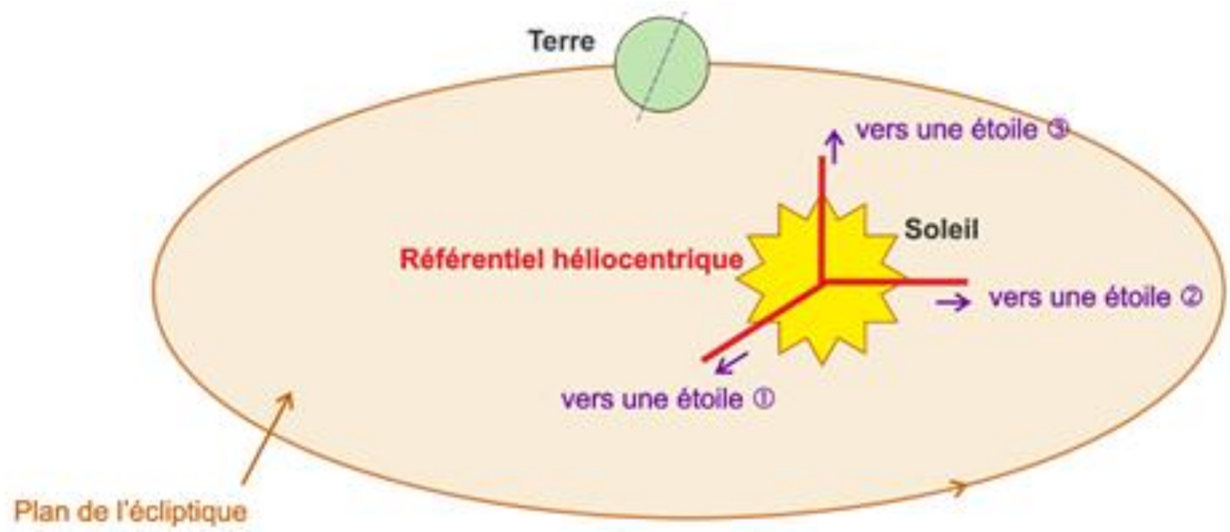


FIGURE 4 : Référentiel héliocentrique

❖Référentiel de Copernic

2.2 Deuxième loi ou principe fondamental de la dynamique

- **Définition** : résultante

$$\boxed{\vec{F} = \sum_k \vec{f_k}}$$

- **2ème loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique (P.F.D.) ou principe de la résultante cinétique** :

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

2.2 Deuxième loi ou principe fondamental de la dynamique

- <u>Cas d'un point matériel</u>

$$\boxed{\overrightarrow{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}}$$

Cause

Inertie

Effet

- <u>Commentaire</u>

- **<u>Principe fondamental de la statique (P.F.S.)</u>**

M à l'équilibre : $\vec{v} = \vec{0}$ et $\vec{a} = \vec{0}$

$$\boxed{\overrightarrow{F} = \vec{0}}$$

2.3 Troisième loi ou principe des actions réciproques

- force exercée par M_1 sur M_2 : $\overrightarrow{F}_{1\to 2}$

  force exercée par M_2 sur M_1 : $\overrightarrow{F}_{2\to 1}$

- **<u>3ème loi de Newton ou ppe des actions réciproques</u>**

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{2\to 1} = -\overrightarrow{F}_{1\to 2} \Leftrightarrow \overrightarrow{F}_{2\to 1} + \overrightarrow{F}_{1\to 2} = \vec{0}}$$

3 Méthode de résolution d'un problème de mécanique du point

1. Système
2. Référentiel galiléen + base choisie
3. Bilan des forces + SCHÉMA
4. PFD (vectoriel)
5. Projection du PFD sur la base : éq. du mvt
6. Résolution éq. diff + interprétation

4 Lois de forces

4.1 Interactions fondamentales

➢ Description

interactions à distance : pt matériel libre

échelles d'action / portées différentes :

- **interaction gravitationnelle**
- **interaction électromagnétique**
- **interaction forte**
- **interaction faible**

➢ Forces usuelles

- **interactions fondamentales**

- résultent **à notre échelle** des interactions fondamentales ou de la combinaison de plusieurs d'entre elles : **résultantes macroscopiques**

4.2 Forces à distance

Point de représentation des forces à distance :

centre d'inertie G

4.2.1 Interaction gravitationnelle

Définition : interaction gravitationnelle

$$\boxed{\vec{F}_{A\to B} = -G\frac{m_A m_B}{r_{AB}^2}\vec{u}_{AB} = -\vec{F}_{B\to A}} \qquad \vec{u}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{r_{AB}}$$

constante de gravitation universelle (Cavendish) :

$$G = 6{,}67.10^{-11}\ \mathrm{m}^3.\mathrm{kg}^{-1}.\mathrm{s}^{-2}$$

4.2.2 Poids

- <u>Gravitation terrestre au niveau du sol : **poids** ou **force de pesanteur**</u>

<u>Définition</u> : **poids**

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$$

$\vec{g}$ **champ de pesanteur**

[1] J.-M. Courty, É. Kierlik, Le nec plus ultra de la chute libre, *Pour la Science*, n°488, p. 88-90, Juin 2018

<u>Exercice d'application 1</u>

Déterminer l'expression de g en fonction de $R_T = 6{,}38.10^6$ m, le rayon de la Terre et $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg, la masse de la Terre. Calculer la valeur de g.

4.2.3 Interaction électrostatique

- Loi de Coulomb

Définition :

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{élec,1\to 2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\overrightarrow{u}_{1\to 2} = -\overrightarrow{F}_{élec,2\to 1}}$$

ε_0 : permittivité diélectrique absolue du vide

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 \text{ USI}\left(\text{kg.m}^3.\text{s}^{-4}.\text{A}^{-2}\right)$$

- Sens de la force électrostatique $\overrightarrow{F}_{élec,1\to 2}$

4.3 Forces de contact

Point de représentation des forces de contact :

point de contact

4.3.1 Force de rappel d'un ressort : loi de Hooke

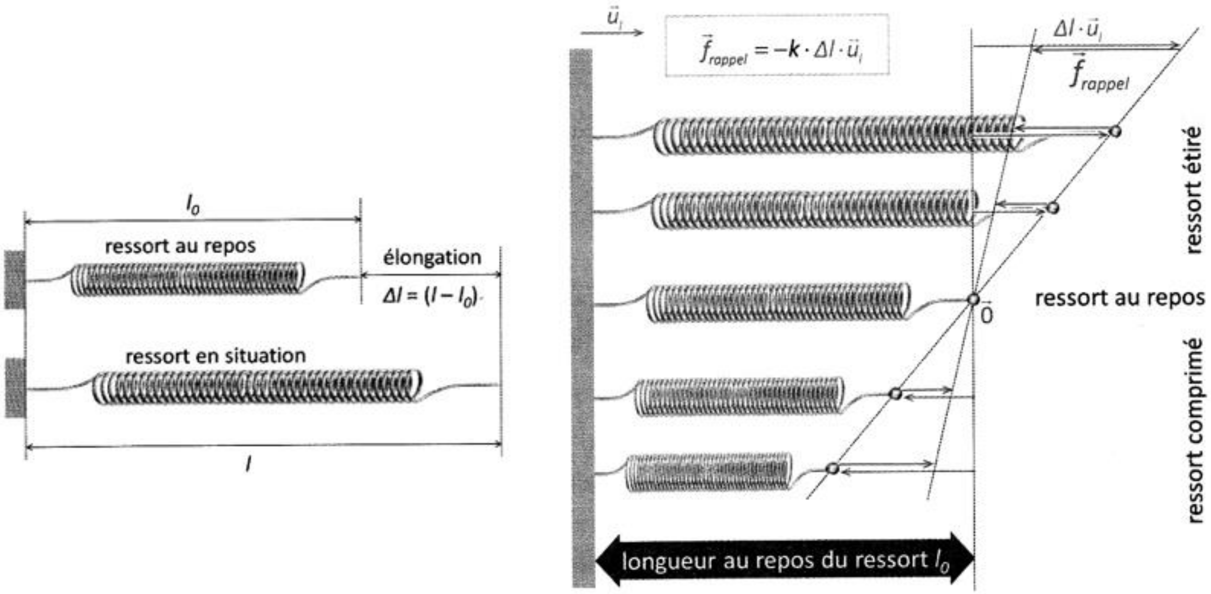


FIGURE 5 : Allongement (élongation) et force de rappel d'un ressort

➢ Définition :

$$\boxed{\vec{F} = -k(l - l_0)\vec{u}_{\text{sortant}}}$$

k : la **constante de raideur** du ressort ($N.m^{-1}$) > 0

l : la longueur du ressort

l_0 : la longueur du ressort au **repos** **(à vide)**

$\Delta l = (l - l_0)$: **l'allongement** du ressort (gdr alg.)

$\vec{u}_{\text{sortant}}$: le vecteur unitaire **sortant** du ressort

➢ Sens et nature de la force

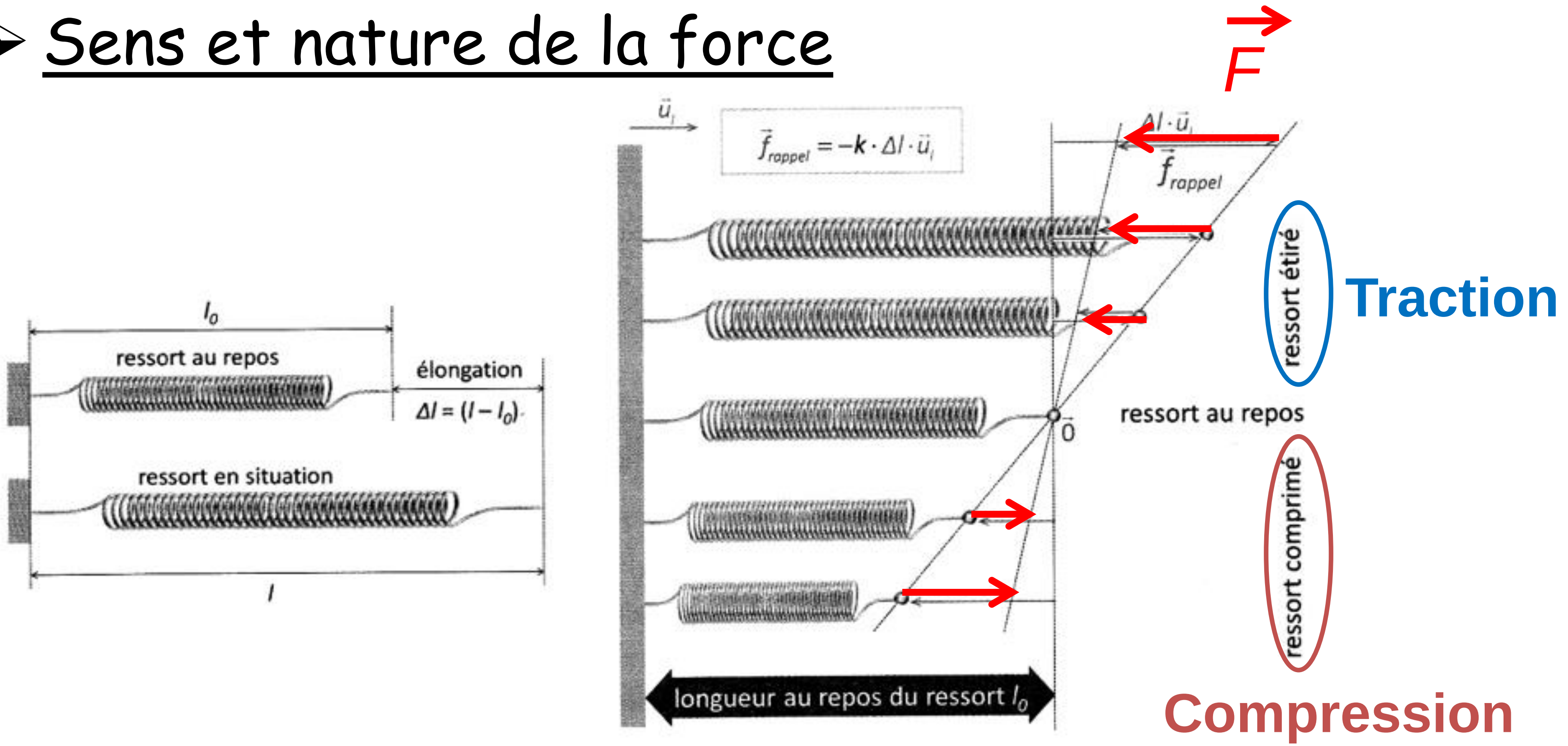


FIGURE 5 : Allongement (élongation) et force de rappel d'un ressort

force de rappel

4.3.2 Tension d'un fil inextensible

➢ Définition

tension du fil

$$\boxed{\vec{T} = -T\vec{u}_{\text{sortant}}}$$

➢ Fil et poulie

Propriétés

4.3.3 Action exercée par un support solide

- **Réaction d'un support solide**

Définition

$$\boxed{\vec{R} = \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{R_T}}$$

- **Caractéristiques de la réaction normale** $\boxed{\overrightarrow{R_N}}$

Propriété

condition de contact $\boxed{R_N > 0}$

- **Caractéristiques de la réaction tangentielle** $\boxed{\overrightarrow{R_T}}$

force de frottement solide ou sec

[2] J.-M. Courty, É. Kierlik, La voiture, un sport… de glisse !, *Pour la Science*, n°489, p. 82-84, Juillet 2018

➢ Exercice d'application 2

Le référentiel terrestre $\mathscr{R}_g$ est supposé galiléen et le champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme. Un skieur, assimilé à un point matériel M de masse m glisse sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale, sans pousser sur les bâtons. Le skieur est soumis à une force de frottement solide telle que $|R_T| = f|R_N|$, R_T et R_N étant respectivement les composantes tangentielle et normale de la réaction $\vec{R}$ de la piste.

Déterminer les expressions des composantes de la réaction $\vec{R}$ de la piste en fonction de g, m et α.

[3] J.-M. Courty, É. Kierlik, Un saut en hauteur... de 39 kilomètres, *Pour la Science*, n°423, p. 90-92, Janvier 2013

4.3.4 Actions exercées par un fluide

➢ Caractéristiques de la force de frottement fluide

force de traînée

➢ Poussée d'Archimède

Définition : **poussée d'Archimède** $\boxed{\vec{\pi} = -m_f \vec{g}}$

m_f est la masse de fluide déplacée par la présence du solide $\boxed{m_f = \rho_f V_{\text{immergé}}}$

ρ_f la masse volumique du fluide

$V_{immergé}$ le volume du corps immergé

Pt d'applica° de la poussée d'Archimède : centre d'inertie du fluide déplacé = **centre de poussée**

5 Lancement d'un projectile dans le champ de pesanteur = tir balistique

5.1 Mise en équation

- Retour à la problématique

Étude du mvt du ballon de basket ou du volant de badminton lancé avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$, faisant un angle α avec l'horizontale, à partir d'un point O en $t = 0$

- Système étudié
- Référentiel
- Bilan des forces
- PFD

[4] J.-M. Courty, É. Kierlik, Football : pourquoi les tirs de dégagement sont-ils si courts ? *Pour la Science*, n°416, p. 96-98, Juin 2012
[5] G. Dupeux et al., Le football et ses trajectoires, *Reflets de la Physique*, n°28, p. 10-14, Mars 2012

5.2 Résolution en l'absence de frottement fluide : chute libre

➢ Chute libre

$$\boxed{\vec{a} = \vec{g}}$$

mouvement uniformément accéléré

➢ Équation cartésienne de la trajectoire

$$\boxed{z(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{\left(v_0 \cos(\alpha)\right)^2} + x \tan(\alpha)}$$

trajectoire **parabolique**

➢ Tir tendu ou tir en cloche

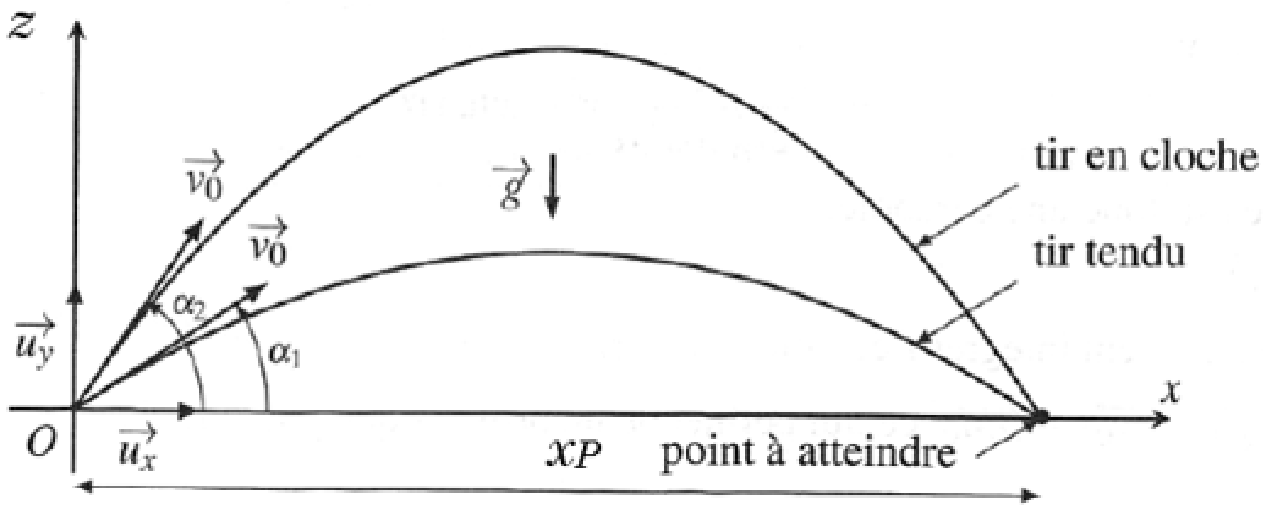


FIGURE 6 : Tir en cloche ou tir tendu

x_P = portée du tir : 2 valeurs de α

➢ Retour à la problématique

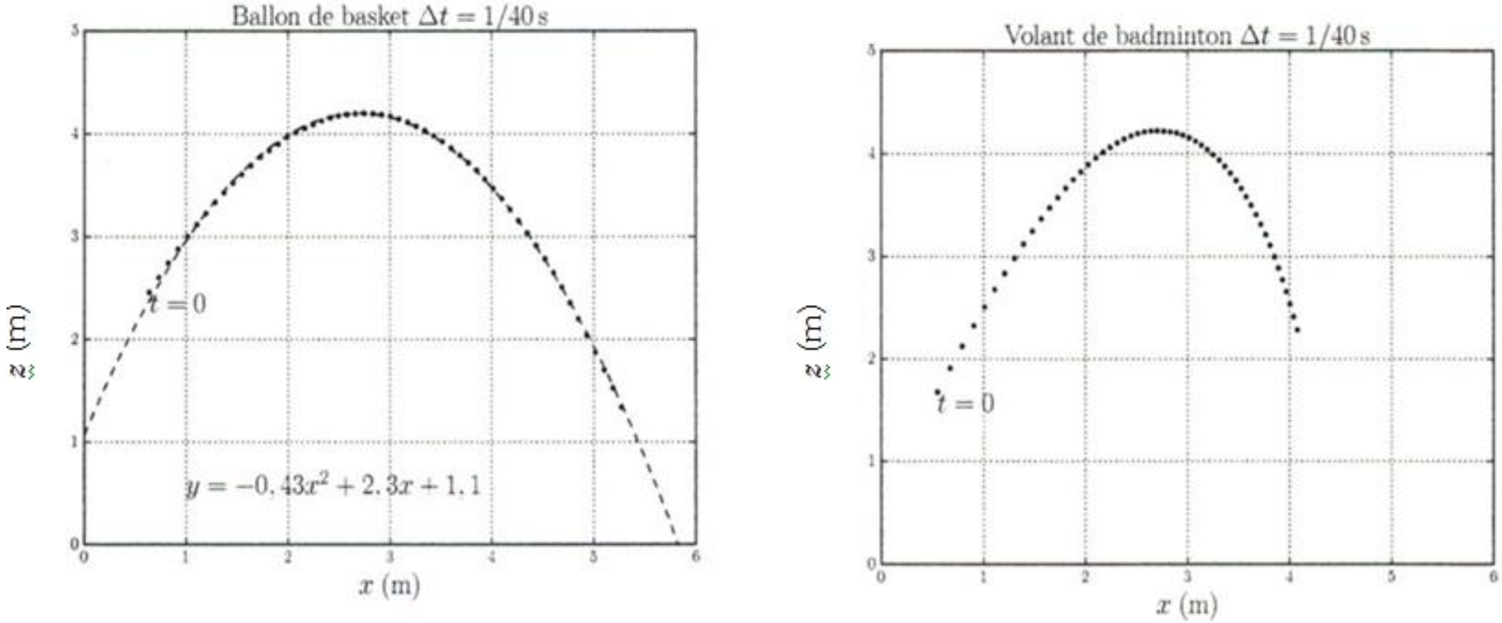


FIGURE 1 : Trajectoires d'un ballon de basket (à gauche) et d'un volant de badminton (à droite)

Modèle chute libre :

Ballon basket : OUI **Volant badminton : NON**

5.3 Prise en compte des frottements fluides pour un objet lent

- Retour à la problématique
- PFD
- Analyse de l'équation différentielle vectorielle
- Projection du PFD
- Résolution des équations
- Étude du comportement limite quand $t \to +\infty$
- Allure des trajectoires

Animation 1 : Figures animées pour la Physique / Mécanique / Relation fondamentale / Chute libre
http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Meca/R.F.D/Chute1.php

4. Étude dynamique de plusieurs mouvements

4.3 Projectile soumis à un frottement fluide

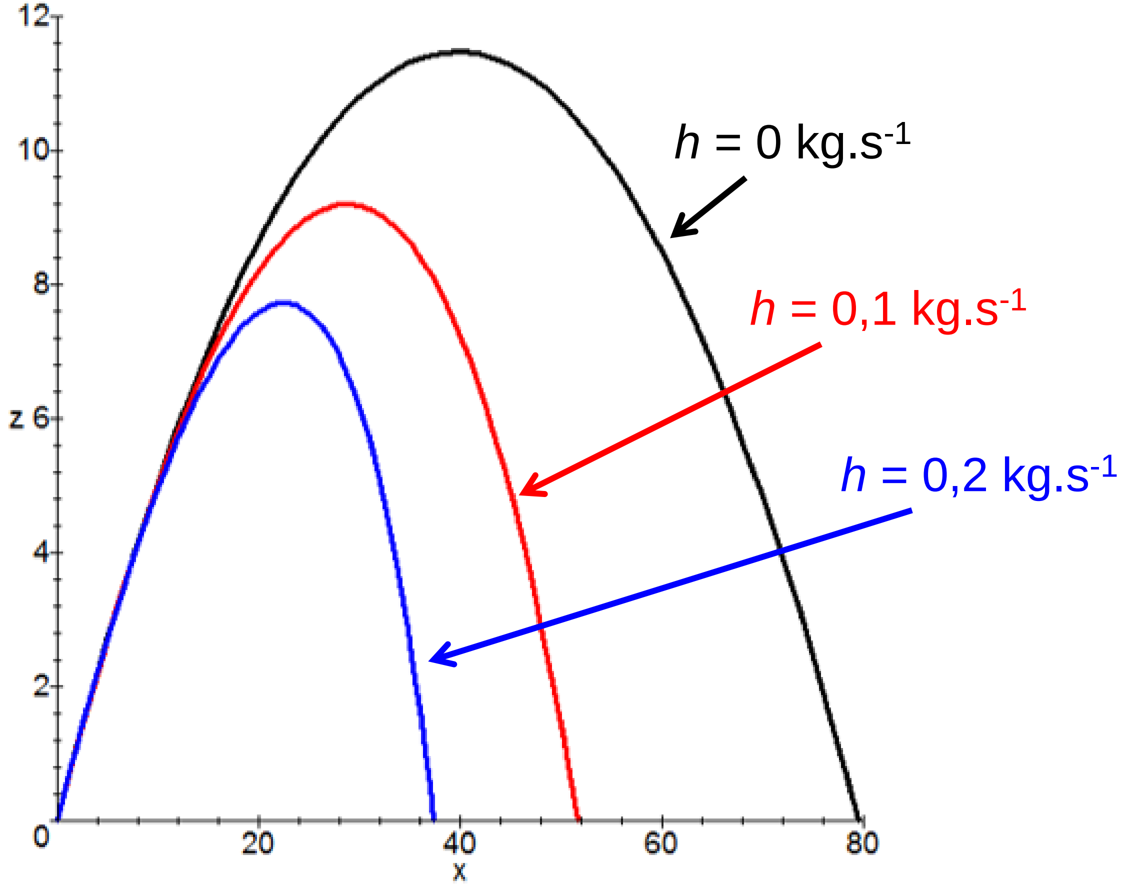
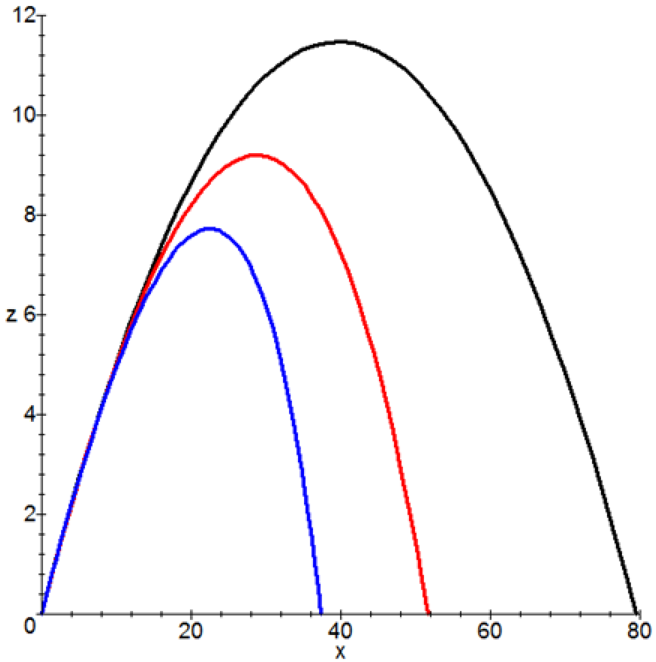
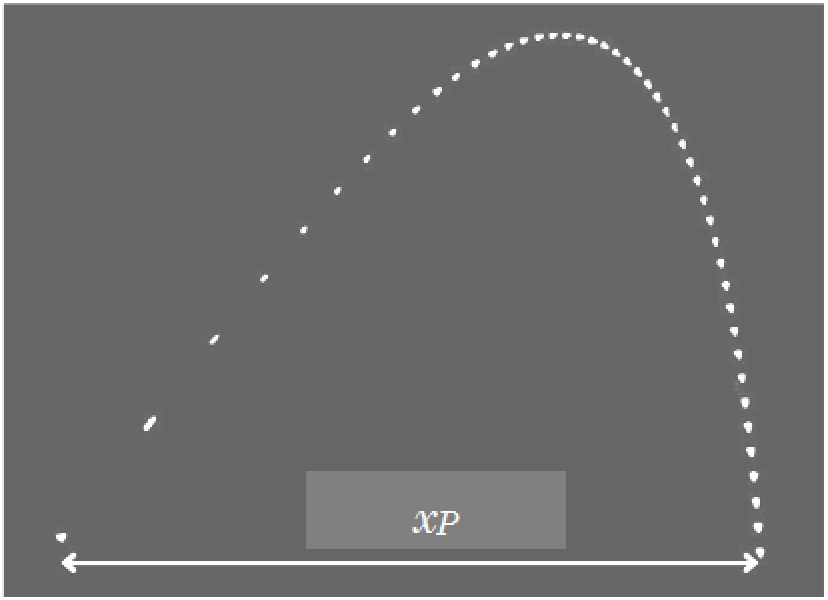


FIGURE 7 : Trajectoires du projectile pour différents coefficients de frottement h :
$m = 0,4$ kg , $v_0 = 30$ m.s^{-1}, $\alpha = 60°$, $h = 0;\ 0,1;\ 0,2$ kg.s^{-1}

➢ Retour à la problématique





Modèle insuffisant

pour le mvt du volant de badminton

5.4 Prise en compte des frottements fluides pour un objet rapide

- Retour à la problématique
- PFD
- Vitesse limite
- Équations du mouvement

➢ Allure des trajectoires

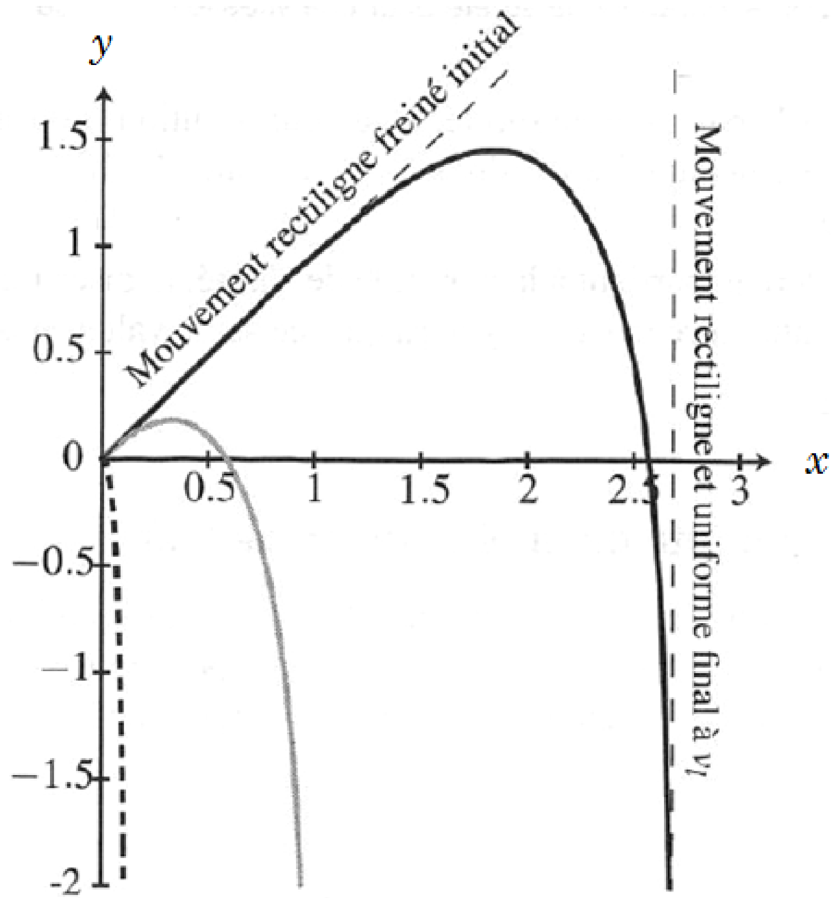
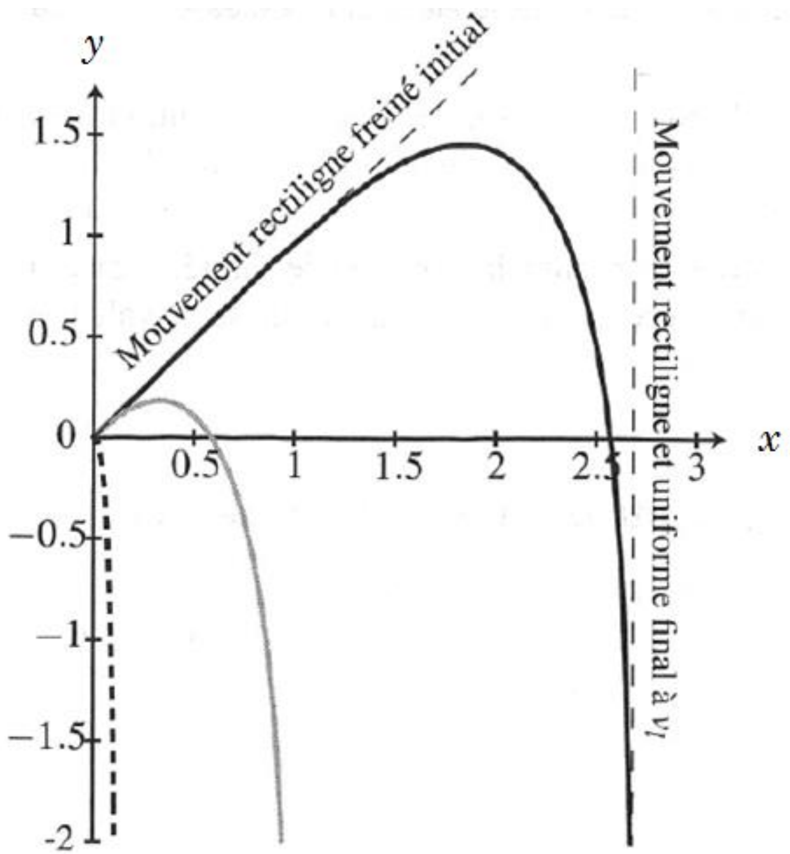
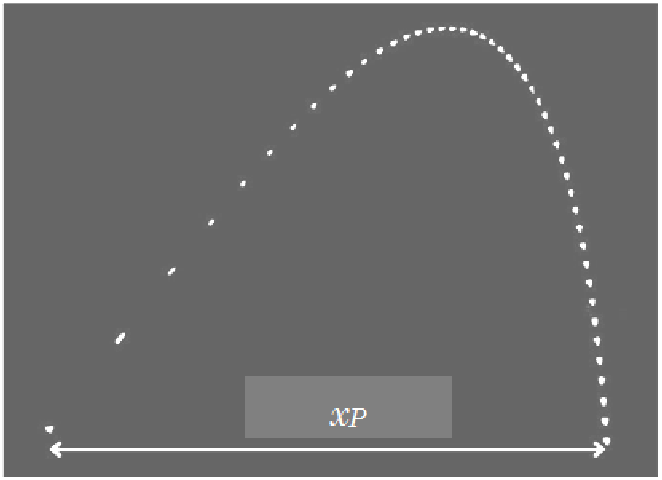


FIGURE 8 : Trajectoires pour différentes vitesses initiales avec $\alpha = 45°$
$v_0 = 0{,}1 v_{lim}$ (pointillés), $v_0 = v_{lim}$ (trait gris) et $v_0 = 10 v_{lim}$ (trait noir)

➢ Retour à la problématique





Modèle adapté !

6 Oscillateurs harmoniques mécaniques

6.1 Système masse-ressort sans frottement

6.1.1 Équation du mouvement

➢ <u>Exercice d'application 3</u>

On considère une masse ponctuelle $M(m)$ suspendue verticalement à un ressort (raideur k, longueur à vide l_0) dans le champ de pesanteur $\vec{g}$, en l'absence de frottement. On repère la cote z du point M par rapport à O, extrémité fixe du ressort dans le référentiel d'étude. À l'instant initial $t = 0$, la masse est située à la position d'équilibre $z(0) = z_{éq}$ et elle possède une vitesse initiale non nulle $\vec{v}(0) = \vec{v_0} = v_0 \vec{u_z}$ avec $v_0 > 0$.

1. Déterminer la position $z_{éq}$ du point à l'équilibre.
2. Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la cote z de M.

6.1.2 Analogie électromécanique

	Oscillateur électrique	Oscillateur mécanique
Description du système	Circuit LC en régime libre	M relié à un ressort de raideur k, de longueur à vide l_0
Réponses du système		
Grandeur oscillante vérifiant l'équation différentielle	Charge q (Tension $u = \frac{1}{C} q$)	Élongation Z
Dérivée de la grandeur représentant ses variations	Courant i	Vitesse $\dot{Z}$

6 Oscillateurs harmoniques mécaniques

6.1 Système masse-ressort sans frottement

6.1.2 Analogie électromécanique

Caractéristique de l'oscillateur harmonique		
Pulsation propre	$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$	$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$
Comportement		
Mise en oscillation	Condensateur $(\frac{1}{C})$	Ressort (k)
Répugnance au changement	Inductance (L)	Inertie (m)
Aspect énergétique		
Énergie magnétique / cinétique	$\mathscr{E}_m = \dfrac{1}{2} L i^2$	$\mathscr{E}_C = \dfrac{1}{2} m \dot{Z}^2$
Énergie électrostatique / élastique	$\mathscr{E}_e = \dfrac{1}{2} \dfrac{q^2}{C}$	$\mathscr{E}_{P,élas} = \dfrac{1}{2} k Z^2$
Énergie totale	$\mathscr{E} = \mathscr{E}_m + \mathscr{E}_e$	$\mathscr{E} = \mathscr{E}_C + \mathscr{E}_{P,élas}$

FIGURE 9 : Oscillateur harmonique : analogie électromécanique

6.2 Pendule simple

6.2.1 Équation du mouvement

➢ Exercice d'application 4

On considère une bille M de masse m attachée à un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur $OM = l$. À l'instant initial, on lâche la bille sans vitesse d'une position faisant un angle θ_0 avec la verticale.

Déterminer l'équation du mouvement.

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0 \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{g}{l}}$$

Équation différentielle non linéaire

- résolution **numérique**
- **linéarisation** en vue d'une résolution analytique

6.2.2 Résolution numérique

Animation 2 : Figures animées pour la Physique / Mécanique / Oscillateurs / Pendule pesant
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Oscillateurs/pend_pesant1.php

➢ Évolution temporelle de l'angle

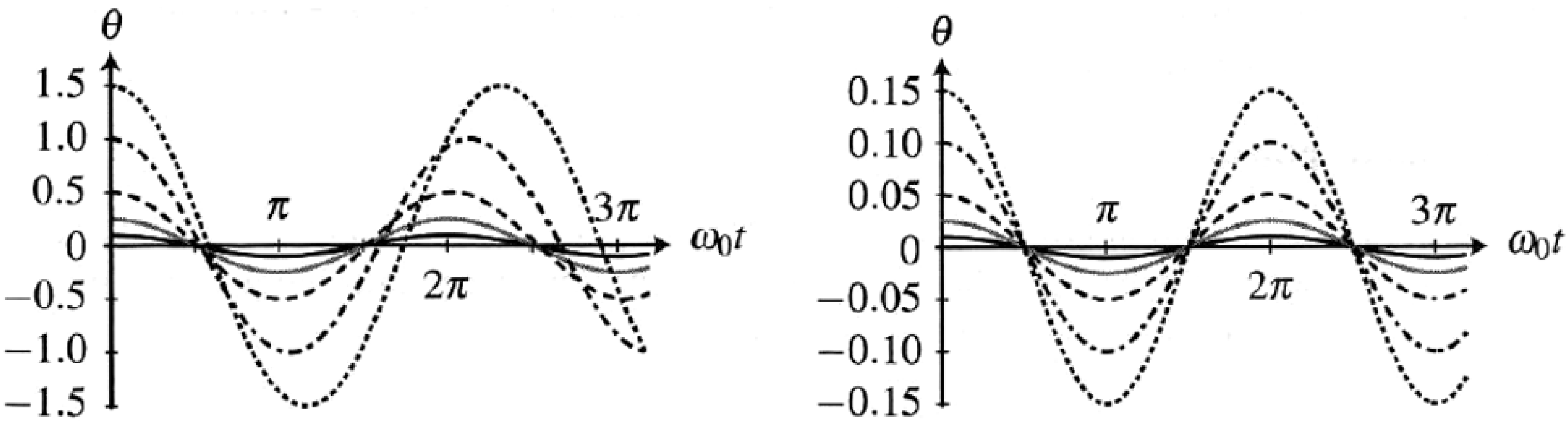


FIGURE 10 : Évolution temporelle de l'angle θ pour différentes conditions initiales

Oscillations périodiques

- **oscillations de gde amplitude** : $T = f(\theta_0)$
- **oscillations de ptte amplitude : isochronisme**

6.2.3 Cas des oscillations de faible amplitude

➢ **Linéarisation et résolution analytique**

$$\boxed{\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0 \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{g}{l}}$$

oscillateur harmonique