

# CHAPITRE OS5

## Circuits linéaires du premier ordre

## ➤ Problématique



FIGURE 1 : TGV Sud-Est (1982)  
alimenté par des moteurs à courant  
continu

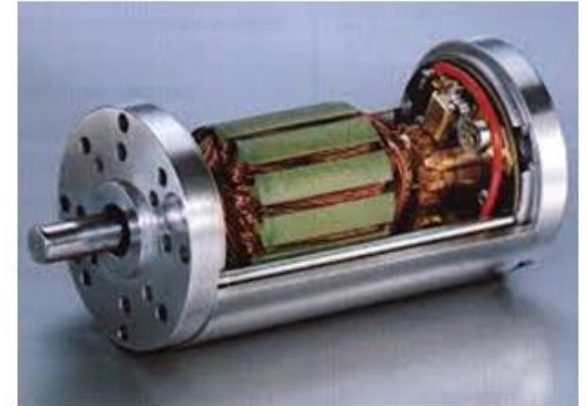
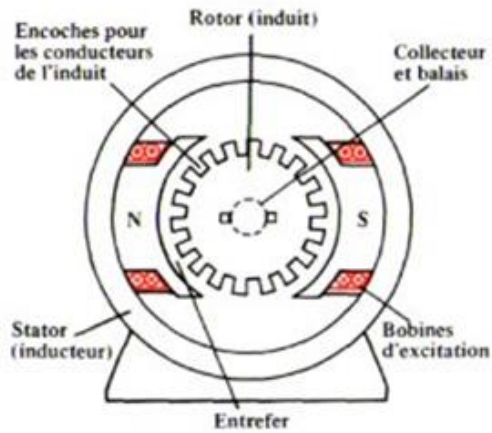


FIGURE 2 : Vue en coupe et photo d'un moteur à courant  
continu (MCC)

Que se passe-t-il d'un point de vue électrique dans le  
moteur lors de sa mise sous tension ?

Allure du courant électrique dans le rotor du moteur ?

➤  $R + L$  ou  $C$  : Circuits linéaires du 1<sup>er</sup> ordre

➤ Excitation = **échelon**

# 1 Exemple expérimental

## 1.1 Manipulation

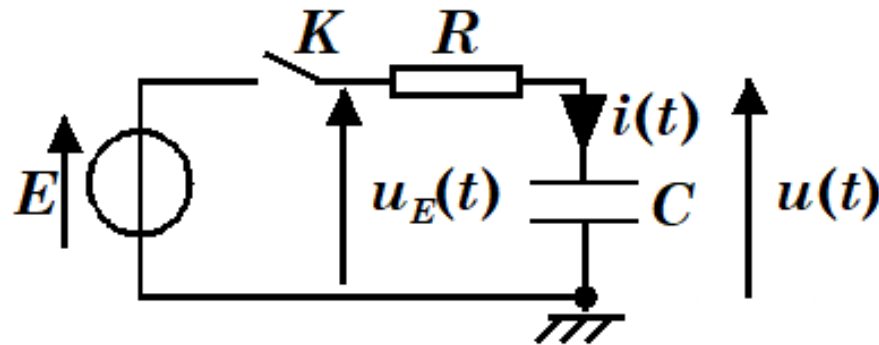


FIGURE 3 : Circuit capacitif étudié

- Pour  $t < 0$  : interrupteur  $K$  ouvert et  $C$  déchargé
- À  $t = 0$  : fermeture de l'interrupteur  $K$

Observation de la tension  $u(t)$  aux bornes de  $C$

## 1 Exemple expérimental

### 1.1 Manipulation

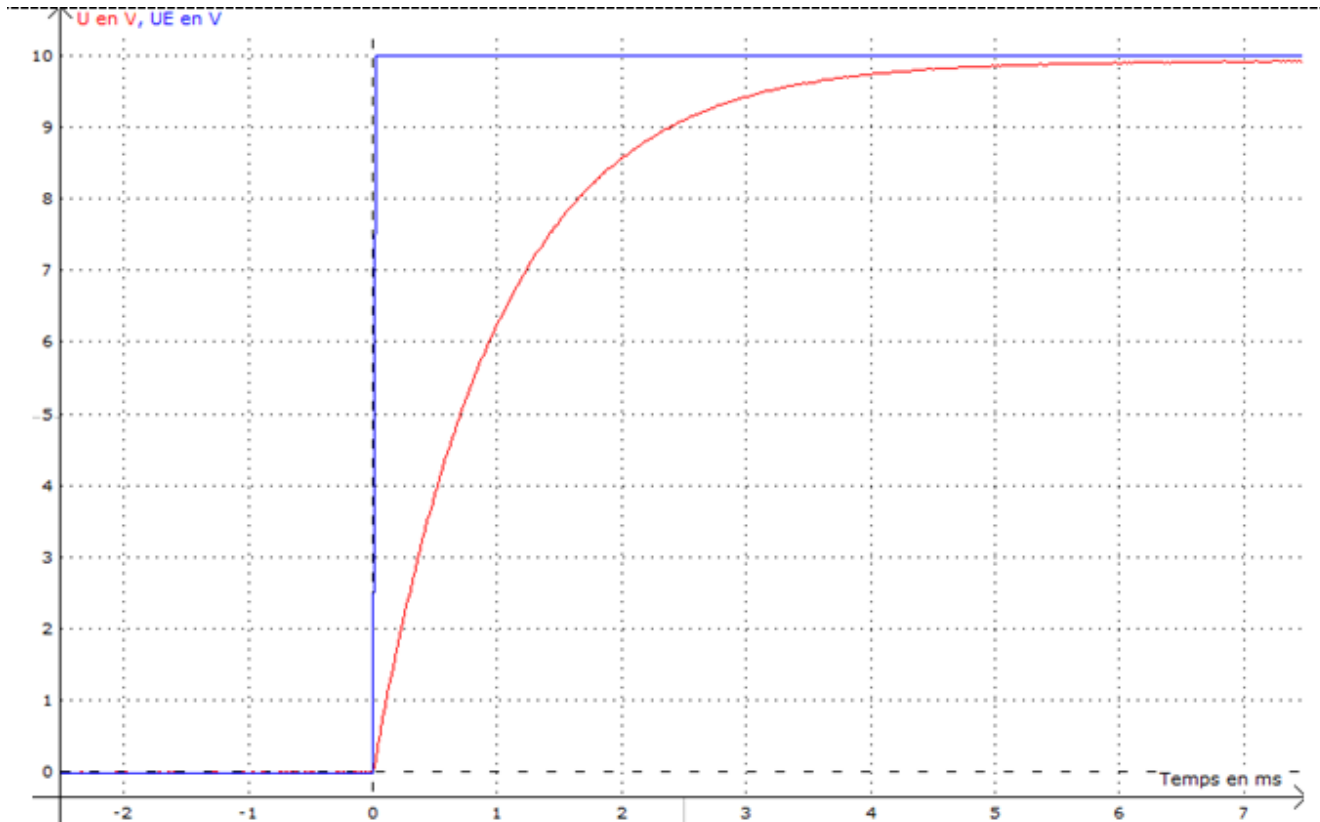


FIGURE 4 : Forme d'onde de la tension aux bornes du condensateur

## 1.2 Définitions

### ➤ Nature du régime

- Définition : Régime permanent
- Définition : Régime transitoire

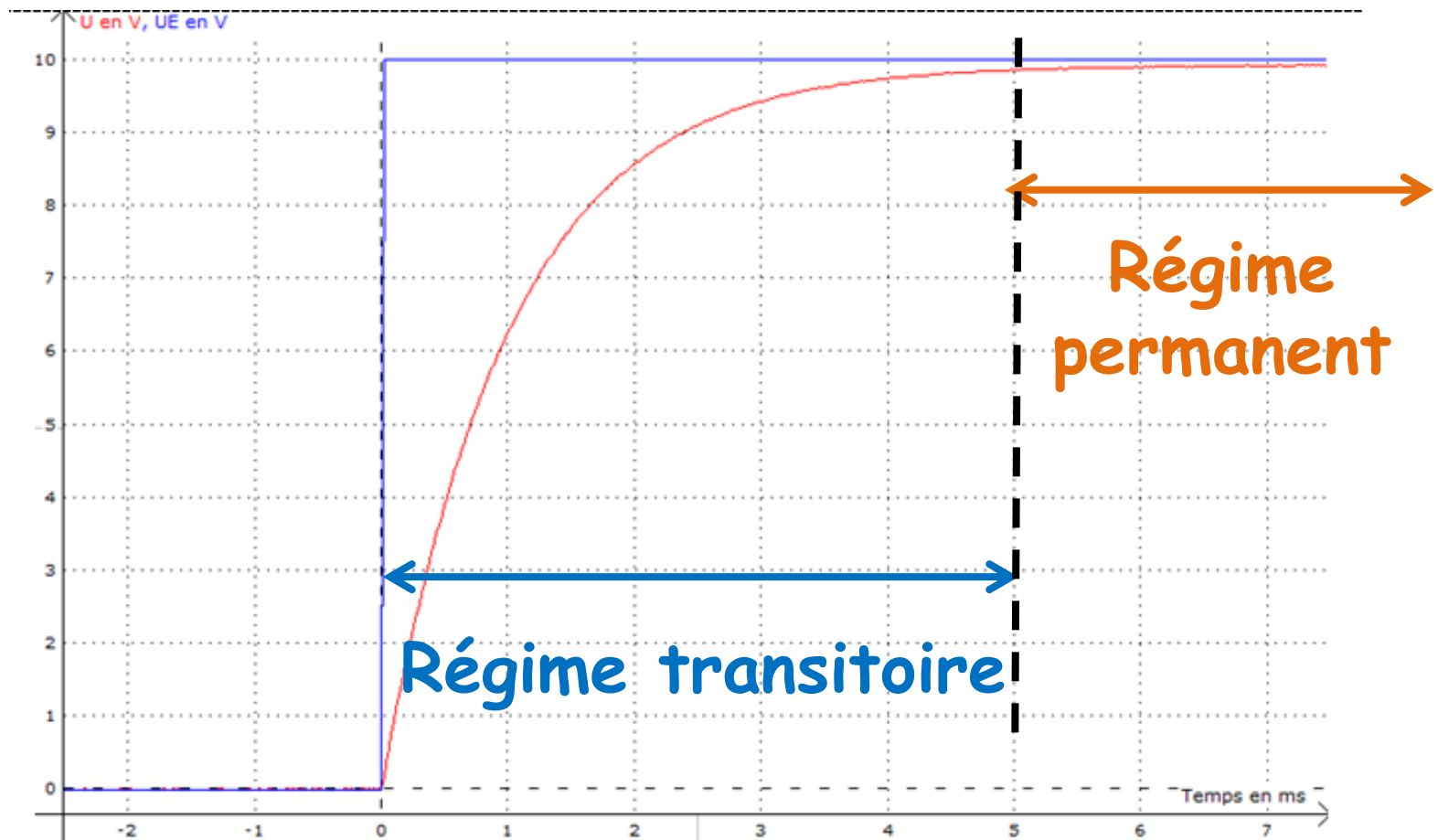


FIGURE 4 : Forme d'onde de la tension aux bornes du condensateur

➤ Valeurs particulières

▪ Définitions : **Valeur initiale**  $x(0^+) = x_0$

▪ Définition : **Valeur finale**  $X_p = \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)$

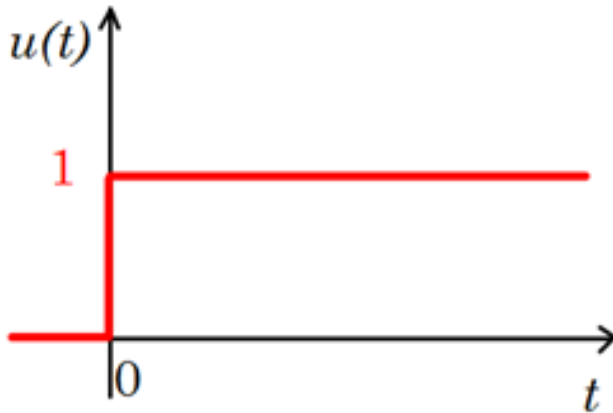
▪ Propriété

➤ Étude du régime transitoire

**circuits électriques soumis à un échelon**

## 1.3 Qu'est-ce qu'un échelon ?

- Allure d'un échelon de tension (ou de courant)



Pour  $t < 0$ ,  $u(t) = 0$   
Pour  $t > 0$ ,  $u(t) = 1$

**Discontinuité en  $t = 0$**

- Définition

**Réponse à un échelon = réponse indicielle**

- Réalisation pratique d'un échelon



## 2 Réponse d'un circuit RC à un échelon

### 2.1 Équation différentielle vérifiée par $u(t)$



➤ Loi des mailles

➤ Homogénéité

▪ Définition :

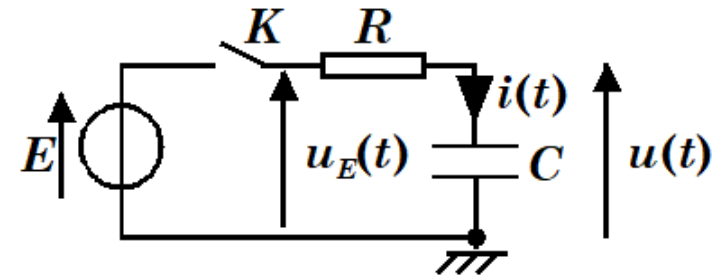


FIGURE 3 : Circuit capacitif étudié

**constante de temps**

➤ Forme normalisée

$$\tau \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E$$



**$\tau$  représente la constante de temps du circuit**

## 2.2 Conditions initiales

## 2.3 Expression de $u(t)$ : résolution de l'éq. diff.

 Outils mathématiques 2 :

Résolution d'une équation différentielle du premier ordre

 M

## 2.4 Expression de l'intensité du courant $i(t)$

## 2.5 Représentations graphiques de $u(t)$ et $i(t)$

### ➤ Graphes temporels

Propriété :

**tangente à l'origine** passe par les points  
 **$(0, V_I)$  et  $(\tau, V_F)$**



## 2.6 Durée du régime transitoire

$$u(3\tau) = 0,95 U_P \quad \text{et} \quad u(5\tau) = 0,99 U_P$$

➤ Propriété :

régime permanent atteint au bout de  $3\tau$

$\tau$  : temps de relaxation

## 2.7 Valeurs en régime permanent



## 2.8 Étude énergétique

### ➤ Bilan de puissance instantanée

$$\frac{1}{2} C u^2 = \mathcal{E}_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$



### ➤ Bilan énergétique total

$$\mathcal{E}_g = C E^2 = \mathcal{E}_J + \Delta \mathcal{E}_e \text{ et } \mathcal{E}_J = \Delta \mathcal{E}_e$$

## 2.9 Capteurs capacitifs

### ➤ Capteur

#### Définition :

Conversion d'une grandeur physique non électrique en une grandeur électrique

### ➤ Condensateur plan

$$C = \varepsilon \frac{S}{e}$$

### ➤ Conditionneur

## 3 Régime libre d'un circuit RC

### 3.1 Régime libre

➤ Définition : régime libre

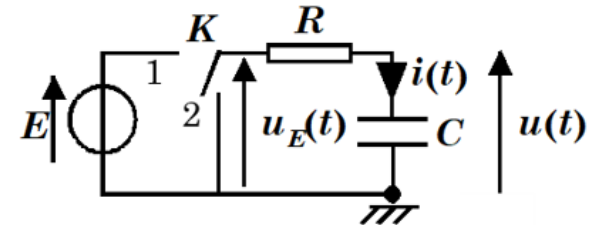
## 3.2 Exercice d'application 1 : circuit RC en régime libre



### 3.2 Exercice d'application 1 : circuit RC en régime libre

L'interrupteur  $K$  est resté dans la position 1 depuis longtemps, et à  $t = 0$ , on le bascule sur la position 2.

1. À partir du comportement du condensateur, déterminer les valeurs initiales  $u(0^+)$  et  $i(0^+)$ .
2. À partir de l'étude du circuit, déterminer les valeurs en régime permanent  $I_P$  et  $U_P$ .
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $u(t)$  pour  $t > 0$ .
4. Déterminer les expressions de  $u(t)$  et  $i(t)$  et les représenter.
5. Effectuer une étude énergétique.



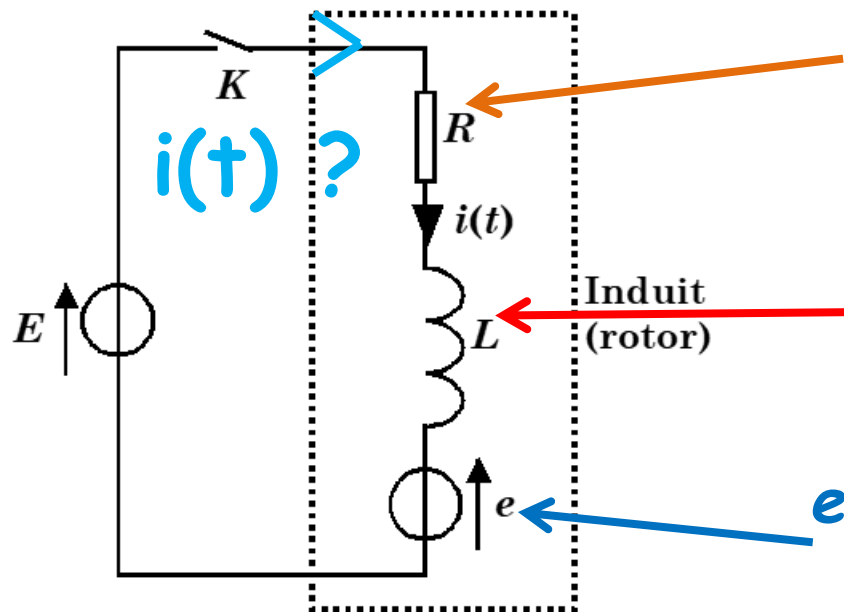
🔪 Pour compléter... Actualité scientifique...

[1] S. Rivière, Le bel avenir des supercondensateurs, *Les Défis du CEA*, n°241, p 7, Juillet / Août 2020

## 4 Réponse indicielle d'un circuit inductif

### 4.1 Retour sur la problématique

- Modèle électrique équivalent du rotor (induit) d'un moteur à courant continu



$R$  : pertes par  
effet Joule

$L$  : inductance du  
bobinage rotorique

$e$  : modélise l'induction  
électromagnétique  
(prop. à vitesse)

FIGURE 5 : Modèle électrique équivalent  
du rotor d'un moteur à courant continu



## 4.2 Étude d'un circuit inductif

### 4.2.1 Circuit étudié

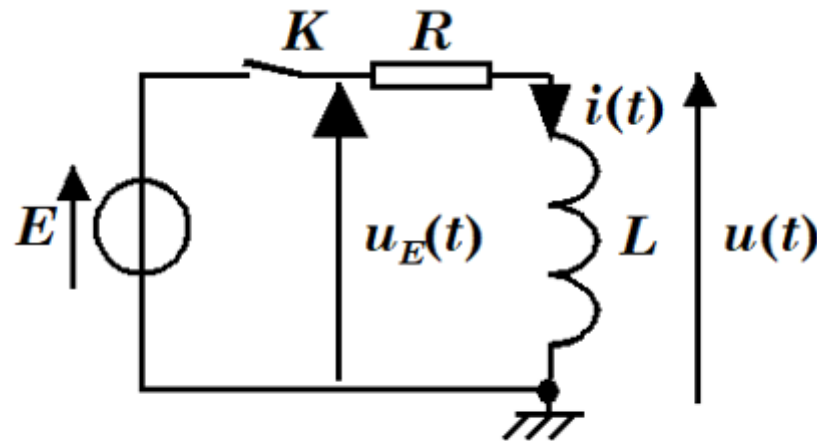


FIGURE 6 : Circuit inductif étudié

## 4.2.2 Observations expérimentales

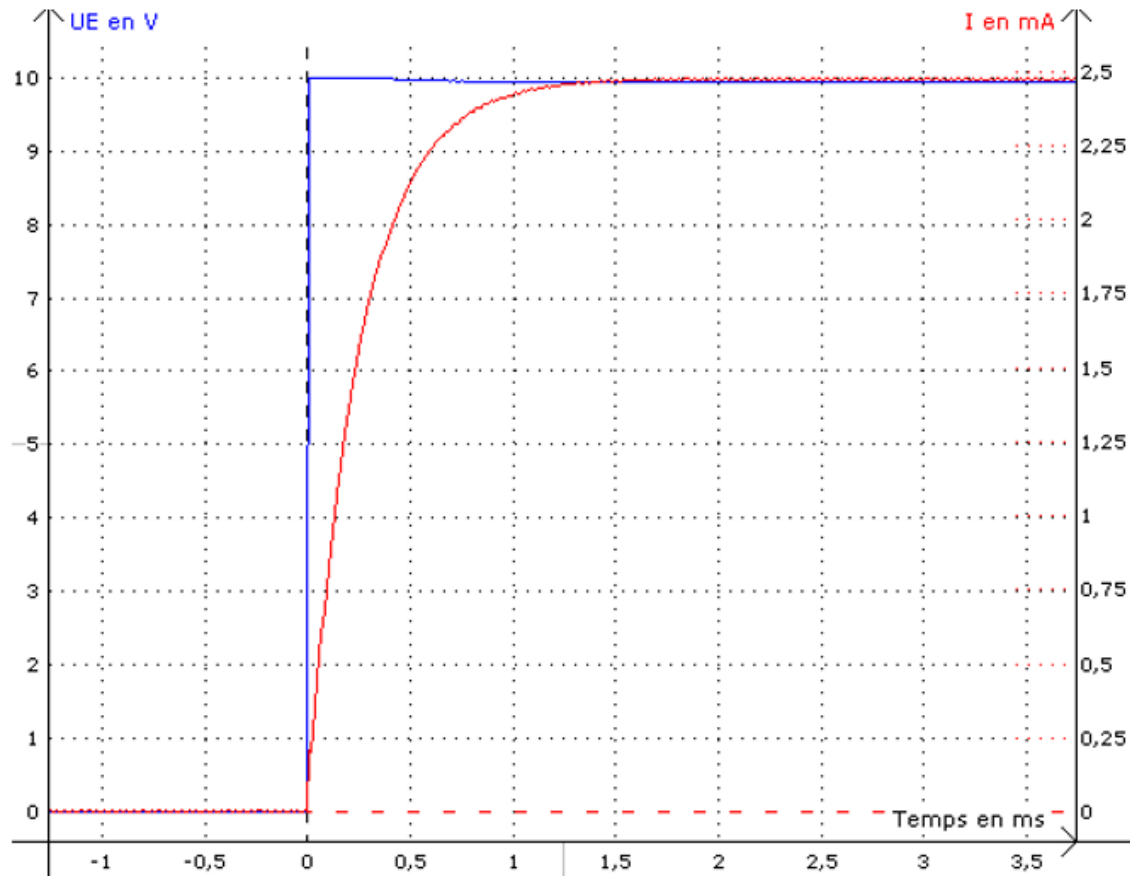


FIGURE 7 : Forme d'onde de l'intensité du courant dans l'inductance

## 4.2.3 Expressions du courant et de la tension



## 4.2.4 Étude énergétique



### ➤ Bilan de puissance instantanée

$$\frac{1}{2}Li^2 = \mathcal{E}_m$$



### ➤ Bilan énergétique total

## 4.3 Capteurs inductifs

- Principe
- Conditionnement

## 5 Généralisation : systèmes linéaires du premier ordre

### ➤ Équation différentielle

$s(t)$  : sortie du système

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = S_P$$

$S_P$  : valeur en rég. perm. (imposée par l'entrée)



$\tau$  : cste de temps du système

### ➤ Temps de réponse

**Tps de réponse à 95% = durée du rég. transit. =  $3\tau$**

### ➤ Forme générale de la réponse



$$s(t) = (s(0^+) - S_P) e^{-\frac{t}{\tau}} + S_P$$

Exercice d'application 2

Le circuit ci-contre est alimenté par un générateur idéal de tension continue de f.e.m.  $E$ . À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .

1. Déterminer les valeurs initiale et finale de  $s(t)$ .
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $s(t)$ .
3. Déterminer l'expression de  $s(t)$ .

