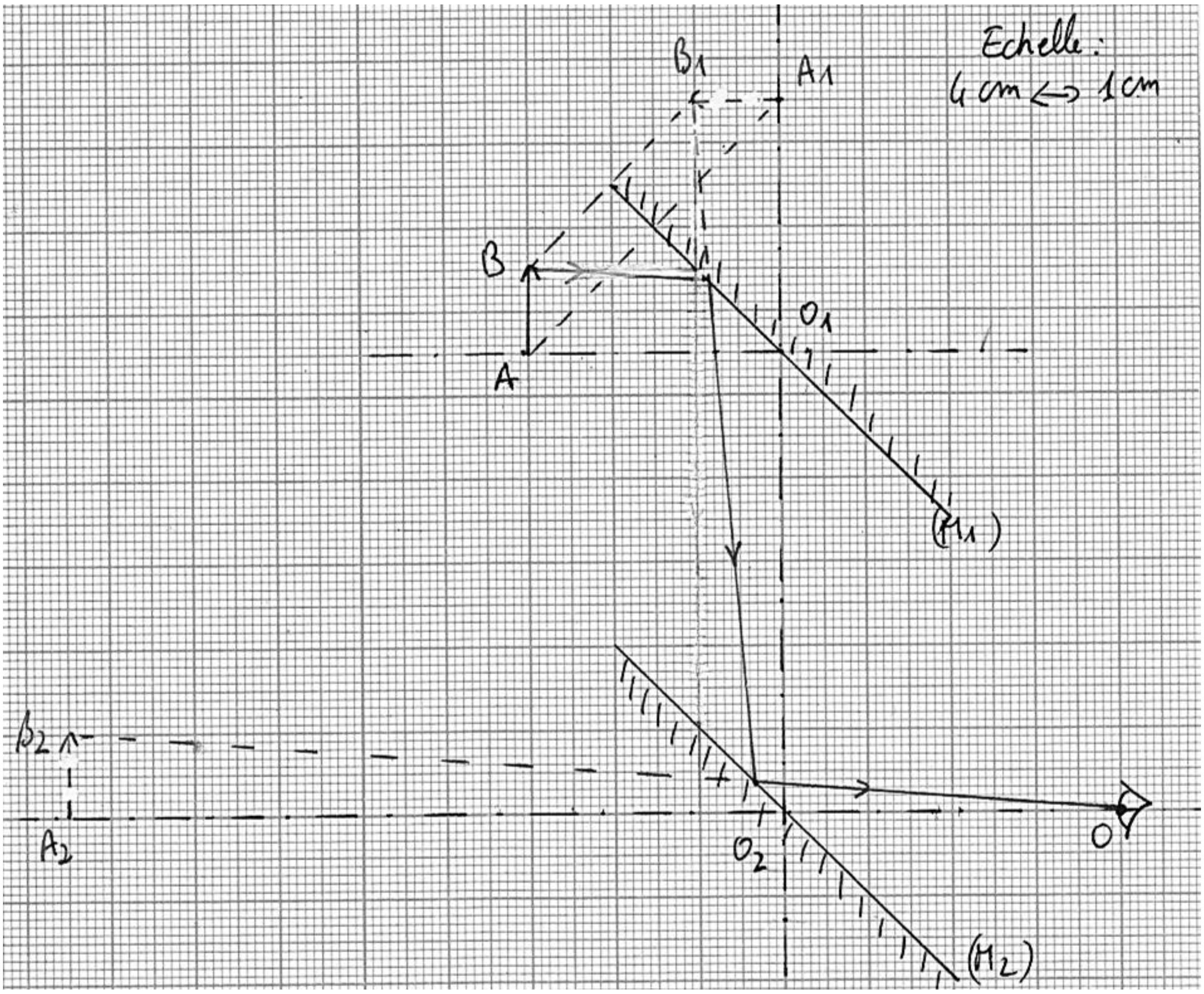
CORRIGÉ DU DEVOIR SURVEILLÉ 2

Exercice 1 – Observation avec un périscope

1. Le schéma du dispositif est représenté sur la figure ci-dessous.



2. Conjugaisons : $AB \xrightarrow{M_1} A_1B_1 \xrightarrow{M_2} A_2B_2$

➢ L'image A_1B_1 est <u>symétrique</u> de l'objet AB par rapport au plan du miroir M_1. L'image A_2B_2 est <u>symétrique</u> de l'objet A_1B_1 par rapport au plan du miroir M_2 (cf. figure). Les images sont de même taille que l'objet car la réflexion par un miroir plan est caractérisée par un grandissement égal à 1.

3. <u>Relation de Chasles</u> : $A_2O = A_2O_2 + O_2O$

➢ A_2B_2 étant <u>symétrique</u> de A_1B_1 par rapport au plan du miroir M_2 : $A_2O_2 = O_2A_1$

➢ <u>Relation de Chasles</u> : $O_2A_1 = O_2O_1 + O_1A_1$

➢ A_1B_1 étant <u>symétrique</u> de AB par rapport au plan du miroir M_1 : $O_1A_1 = O_1A$

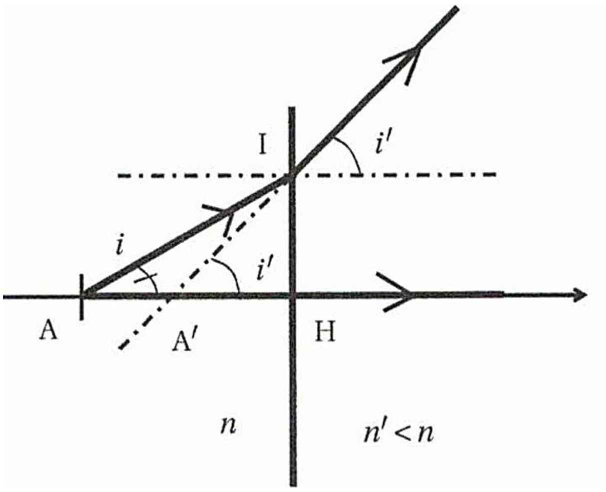
➢ D'où : $A_2O = O_2O_1 + O_1A_1 + O_2O$ donc $\boxed{A_2O = O_2O_1 + O_1A + O_2O = 50 \text{ cm}}$ (soit 12,5 cm sur le papier millimétré).

➢ L'image A_2B_2 est <u>droite</u>, <u>virtuelle</u> et de <u>même taille</u> que l'objet (réflexions sur des miroirs plans).

4. La trajectoire d'un rayon lumineux issu de B et atteignant l'œil est représentée sur la figure : on trace d'abord le rayon émergent B_2O, puis le rayon incident sur M_2 provenant de B_1, et enfin le rayon incident sur M_1 provenant de B.
5. Il est impossible de tracer d'autres rayons lumineux issus de B et atteignant l'œil, car il n'y a qu'un seul point du miroir M_2 appartenant à la droite B_2O, d'où un seul rayon issu de B_1 passant par ce point. Donc, du fait de la réflexion totale sur M_1, il n'y a qu'un seul rayon incident issu de B.

Problème 2 – Observation dans un aquarium

1. Conjugaison : $A \xrightarrow{Dioptre} A'$



- Pour trouver A', on a besoin de 2 rayons. On trace un premier rayon incident passant par A incliné d'un angle i qui est réfracté en I en s'éloignant de la normale avec un angle i' (on suppose l'absence de réflexion totale, i.e. $i < i_C = \sin^{-1}\left(\frac{n'}{n}\right)$)
- On trace un 2[ème] rayon incident passant par A arrivant perpendiculairement au dioptre en H, et qui n'est pas dévié. L'image A' se trouve à l'intersection des 2 rayons émergents, ici à l'intersection de leur prolongement virtuel.

2. Triangles HAI et $HA'I$: $\tan(i) = \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}}$ et $\tan(i') = \frac{\overline{HI}}{\overline{A'H}}$ soit $\boxed{\overline{A'H} = \frac{\tan(i)}{\tan(i')}\overline{AH}}$
3. Stigmatisme : l'image d'un point objet par le système optique est un unique point image.

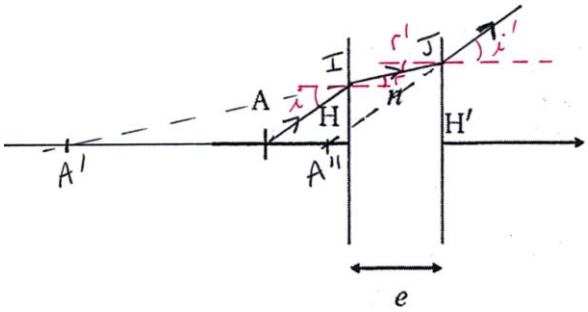
- Stigmatisme approché obtenu dans les conditions de Gauss : on ne conserve que les rayons paraxiaux, i.e. proches de l'axe optique et peu inclinés par rapport à l'axe optique :

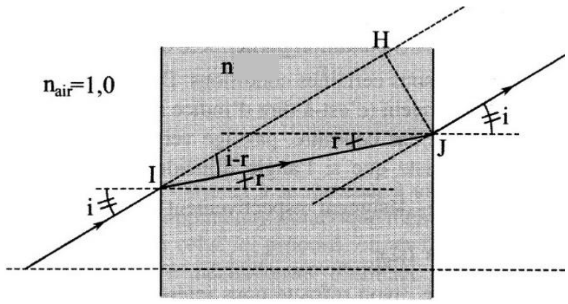
4. Conditions de Gauss : $\tan(i) \simeq i$ et $\sin(i) \simeq i$ d'où $\overline{A'H} = \frac{\tan(i)}{\tan(i')}\overline{AH} \simeq \frac{i}{i'}\overline{AH}$

   3[ème] loi de Snell-Descartes en I : $n\sin(i) = n'\sin(i') \Leftrightarrow ni \simeq n'i'$ soit $\frac{i}{i'} \simeq \frac{n'}{n}$

Donc $\boxed{\overline{A'H} = \dfrac{n'}{n}\overline{AH}}$ avec n l'indice du milieu d'incidence et n' l'indice du milieu de réfraction.

5. <u>Points conjugués</u> : $\boxed{A \xrightarrow{\text{Dioptre 1}} A' \xrightarrow{\text{Dioptre 2}} A''}$





➢ En I : $n > 1$: le rayon réfracté se rapproche de la normale : $r < i$

➢ En J : $1 < n$: le rayon réfracté s'éloigne de la normale : $i' > r'$

6. <u>Loi de Snell-Descartes pour la réfraction en I</u> : $\sin(i) = n\sin(r)$

D'après la propriété des <u>angles alternes internes</u> : $r' = r$.

<u>Loi de Snell-Descartes pour la réfraction en J</u> : $n\sin(r) = \sin(i')$

On en déduit que $\sin(i) = \sin(i')$ soit $\boxed{i' = i}$

Le rayon émergent faisant le même angle que le rayon incident par rapport à la normale aux dioptres, <u>ces deux rayons sont parallèles</u>.

7. <u>Conjugaisons</u> : $A \xrightarrow{\text{Dioptre 1}} A' \xrightarrow{\text{Dioptre 2}} A''$

➢ <u>Dioptre 1 : air/verre</u> : milieu d'incidence d'indice 1, milieu de réfraction d'indice n, relation de conjugaison (cf. question 4) en H : $\overline{A'H} = \dfrac{n}{1}\overline{AH} = n\overline{AH}$ $\quad (1)$

➢ <u>Dioptre 2 : verre/air</u> : milieu d'incidence d'indice n, milieu de réfraction d'indice 1, relation de conjugaison en H' : $\overline{A''H'} = \dfrac{1}{n}\overline{A'H'}$ $\quad (2)$

➢ Relation de Chasles : $\overline{AA''} = \overline{AH} + \overline{HH'} + \overline{H'A''}$ $\quad (3)$ avec $\overline{HH'} = e$

➢ D'après la relation (1) : $\overline{AH} = \dfrac{1}{n}\overline{A'H}$

➢ D'après la relation (2) et relation de Chasles :

$$\overline{A''H'} = \frac{1}{n}\overline{A'H'} = \frac{1}{n}\left(\overline{A'H} + \overline{HH'}\right) = \frac{1}{n}\left(\overline{A'H} + e\right) \text{ soit } \overline{H'A''} = -\frac{1}{n}\left(\overline{A'H} + e\right)$$

➢ La relation (3) s'écrit : $\overline{AA''} = \dfrac{1}{n}\overline{A'H} + e - \dfrac{1}{n}\left(\overline{A'H} + e\right)$ soit $\boxed{\overline{AA''} = e\left(1 - \dfrac{1}{n}\right)}$

8. <u>Conjugaisons</u> : $A \xrightarrow{\text{Dioptre 1}} A' \xrightarrow{\text{Dioptre 2}} A''$

➢ <u>Dioptre 1 : eau/verre</u> : milieu d'incidence d'indice n_{eau}, milieu de réfraction d'indice n_{verre}, relation de conjugaison en H : $\overline{A'H} = \dfrac{n_{verre}}{n_{eau}}\overline{AH}$ $\quad (4)$

- <u>Dioptre 2 : verre/air</u> : milieu d'incidence d'indice n_{verre}, milieu de réfraction d'indice n_{air}, relation de conjugaison en H' : $\overline{A''H'} = \dfrac{n_{air}}{n_{verre}} \overline{A'H'} \quad (5)$
- Relation de Chasles : $\overline{HA''} = \overline{HH'} + \overline{H'A''} \quad (6)$ avec $\overline{HH'} = e$
- D'après la relation (5) et relation de Chasles :

$$\overline{A''H'} = \frac{n_{air}}{n_{verre}} \overline{A'H'} = \frac{n_{air}}{n_{verre}} \left(\overline{A'H} + \overline{HH'} \right) = \frac{n_{air}}{n_{verre}} \left(\overline{A'H} + e \right)$$

$$\overline{H'A''} = -\frac{n_{air}}{n_{verre}} \left(\overline{A'H} + e \right) \quad (7)$$

- Avec les relations (4) et (7) : $\overline{H'A''} = -\dfrac{n_{air}}{n_{verre}} \left(\dfrac{n_{verre}}{n_{eau}} \overline{AH} + e \right)$
- La relation (6) s'écrit : $\overline{HA''} = e - \dfrac{n_{air}}{n_{eau}} \overline{AH} - \dfrac{n_{air}}{n_{verre}} e$

$$\boxed{\overline{HA''} = e \left(1 - \frac{n_{air}}{n_{verre}} \right) + \frac{n_{air}}{n_{eau}} \overline{HA}}$$

A.N. : $\overline{HA} = -30{,}0$ cm $\boxed{\overline{HA''} = -22{,}2 \text{ cm} < 0}$

- <u>Commentaire</u> : $\overline{HA''} < 0$: l'image est <u>virtuelle</u>. $\left| \overline{HA''} \right| < \left| \overline{HA} \right|$: la tête du poisson <u>paraît plus proche</u> qu'elle ne l'est en réalité !

Problème 3 – Observation d'objets proches

<u>PARTIE A : MODÈLE DE L'ŒIL POUR LA VISION DE PRÈS</u> *(d'après CCP 2013)*

1. Relation de conjugaison de Descartes pour l'œil :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA_i}} - \frac{1}{\overline{SA_o}} = \frac{1}{f_i} = V \quad (1)}$$

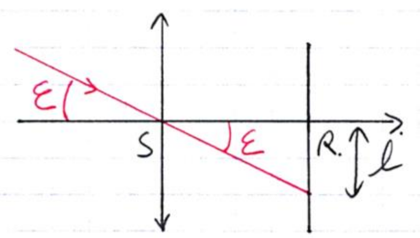
- Vergence : $\boxed{[V] = \left[\dfrac{1}{f_i} \right] = L^{-1}}$: V s'exprime en <u>m⁻¹</u> ou en <u>dioptrie</u> δ

2. <u>Points conjugués</u> : $\boxed{A_o \xrightarrow{L(S,f_i)} A_i = R}$ tels que $\overline{SA_o} = -d_m$ et $\overline{SA_i} = SR$

- Relation (1) : $\dfrac{1}{SR} - \dfrac{1}{-d_m} = V_{\max} \Leftrightarrow \boxed{V_{\max} = \dfrac{1}{SR} + \dfrac{1}{d_m} = 64\ \delta}$

3.

$$\tan(\varepsilon) = \frac{l}{SR} \Leftrightarrow \boxed{l = SR \tan(\varepsilon) = 6{,}7\ \mu\text{m}}$$



4. <u>Points conjugués</u> : $\boxed{A_o \xrightarrow{L(S,f_i)} A_i = R}$ tels que $\overline{SA_o} = -d_M$ et $\overline{SA_i} = SR$

➢ Relation (1) : $\dfrac{1}{SR} - \dfrac{1}{-d_M} = V_{\min} \Leftrightarrow \boxed{V_{\min} = \dfrac{1}{SR} + \dfrac{1}{d_M} \simeq \dfrac{1}{SR} = 60\ \delta}$

5. Amplitude d'accommodation : $\boxed{A = V_{\max} - V_{\min} = \dfrac{1}{d_m} = 4{,}0\ \delta}$

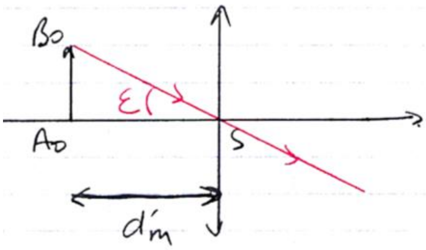
6. Amplitude d'accommodation : $\boxed{A' = \dfrac{1}{d'_m} = 2{,}9\ \delta}$.

7.

Triangle SA_oB_o :

$$\tan(\varepsilon) = \frac{A_oB_o}{d'_m} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{A_oB_o = d'_m \tan(\varepsilon) = 0{,}14\text{ mm}}$$



8. Avec $d'_m = 1{,}0$ m, $\boxed{A_oB_o = d'_m \tan(\varepsilon) = 0{,}40\text{ mm}}$

➢ <u>Conclusion</u> : cette distance est de l'ordre de la taille des caractères d'un texte de journal. L'individu presbyte ne peut plus distinguer les caractères et ne peut plus lire son journal sans porter de lunettes correctrices

9. <u>Points conjugués</u> : $\boxed{A_o = F_{Lo} \xrightarrow{L_L(S_L,f_{Li})} A_{1\infty} \xrightarrow{L(S,f_i)} F_i = R}$: l'œil n'accommodant pas, A_1 est à l'infini et A_o est confondu avec F_{Lo}

➢ <u>Relation de conjugaison de Descartes pour L_L</u> :

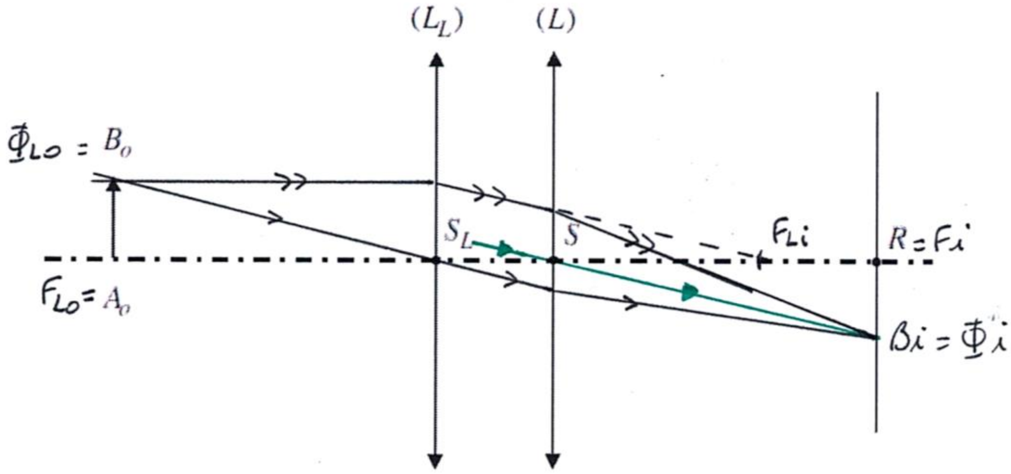
$$\frac{1}{\overline{S_LA_{1\infty}}} - \frac{1}{\overline{S_LA_o}} = V_L \text{ soit } V_L = -\frac{1}{\overline{S_LA_o}}$$

➢ L'objet est placé à 25 cm devant les yeux soit $\overline{SA_o} = -d_m = -25$ cm

➢ <u>Relation de Chasles</u> : $\overline{S_LA_o} = \overline{S_LS} + \overline{SA_o} = \overline{S_LS} - d_m$

$$\boxed{V_L = \frac{1}{d_m - \overline{S_LS}} = 4{,}3\ \delta}$$

10. <u>Points conjugués</u> : $\boxed{B_o = \Phi_{Lo} \xrightarrow{L_L(S_L,f_{Li})} B_{1\infty} \xrightarrow{L(S,f_i)} B_i = \Phi_i}$



- Le rayon (1) incident passant par B_o et S_L n'est pas dévié par L_L mais il est dévié par L.
- On trace le rayon passant par S et parallèle au rayon précédent : son point d'intersection avec le plan de la rétine fournit B_i.
- Le rayon (1) émerge de L en passant par B_i
- Le rayon (2) incident passant par B_o et parallèle à l'axe optique émerge de S_L en passant par F_{Li}, et parallèle au rayon (1) émergent de L_L. Il émerge ensuite de L en passant par B_i.

11. Points conjugués : $\boxed{A_o \xrightarrow{L_L(S_L,f_{Li})} A_1 \xrightarrow{L(S,f_i)} R = A_i}$ avec $\overline{SA_1} = -d"_m = -1{,}0$ m

- Relation de conjugaison de Descartes pour L_L : $\dfrac{1}{\overline{S_LA_1}} - \dfrac{1}{\overline{S_LA_o}} = V_L$

$$\frac{1}{\overline{S_LA_1}} - V_L = \frac{1}{\overline{S_LA_o}} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{S_LA_o}} = \frac{1 - V_L\overline{S_LA_1}}{\overline{S_LA_1}} \Leftrightarrow \overline{S_LA_o} = \frac{\overline{S_LA_1}}{1 - V_L\overline{S_LA_1}}$$

- Relation de Chasles : $d = \overline{SA_o} = \overline{SS_L} + \overline{S_LA_o} = \overline{SS_L} + \dfrac{\overline{S_LA_1}}{1 - V_L\overline{S_LA_1}}$

- Relation de Chasles : $\overline{S_LA_1} = \overline{S_LS} + \overline{SA_1} = \overline{S_LS} - d"_m$

$$\boxed{d = \left|\overline{SA_o}\right| = \left|-\overline{S_LS} + \frac{\overline{S_LS} - d"_m}{1 - V_L\left(\overline{S_LS} - d"_m\right)}\right| = 21 \text{ cm}}$$

12. Points conjugués : $\boxed{A_{o\infty} \xrightarrow{L_L(S_L,f_{Li})} A_1 = F_{Li}}$ tels que : $\overline{S_LF_{Li}} = f_{Li} = \dfrac{1}{V_L} = 23$ cm

- Relation de Chasles : $\overline{SA_1} = \overline{SF_{Li}} = \overline{SS_L} + \overline{S_LF_{Li}} = 21$ cm

  L'image intermédiaire A_1B_1 se forme très loin derrière la rétine : l'œil ne peut pas en donner une image nette sur la rétine. L'individu presbyte ne peut donc pas regarder de loin avec ses lunettes
- Conclusion : pour pouvoir facilement passer de la vision de près à la vision de loin, l'individu presbyte doit porter des verres à correction progressive.

13. Points conjugués : $\boxed{A_o \xrightarrow{L(S,f_i)} A_i = R}$ tels que $\overline{SA_o} = -D_m$ et $\overline{SA_i} = SR$

  Relation (1) : $\dfrac{1}{SR} - \dfrac{1}{-D_m} = V_{m,\max} \Leftrightarrow \boxed{V_{m,\max} = \dfrac{1}{SR} + \dfrac{1}{D_m} = 68\ \delta}$

- Points conjugués : $\boxed{A_o \xrightarrow{L(S,f_i)} A_i = R}$ tels que $\overline{SA_o} = -D_M$ et $\overline{SA_i} = SR$

  Relation (1) : $\dfrac{1}{SR} - \dfrac{1}{-D_M} = V_{m,\min} \Leftrightarrow \boxed{V_{m,\min} = \dfrac{1}{SR} + \dfrac{1}{D_M} = 63\ \delta}$

14. Points conjugués : $\boxed{A_{o\infty} \xrightarrow{L_{éq}(S,f_{éq})} A_i = R}$

  Lentilles accolées équivalentes à une seule lentille telle que : $V_{éq} = V_1 + V_{m,\min}$

  Relation (1) : $\dfrac{1}{SR} - \dfrac{1}{-SA_{o\infty}} = V_{éq} \Leftrightarrow V_1 + V_{m,\min} = \dfrac{1}{SR} \Leftrightarrow \boxed{V_1 = \dfrac{1}{SR} - V_{m,\min} = -3{,}1\ \delta}$

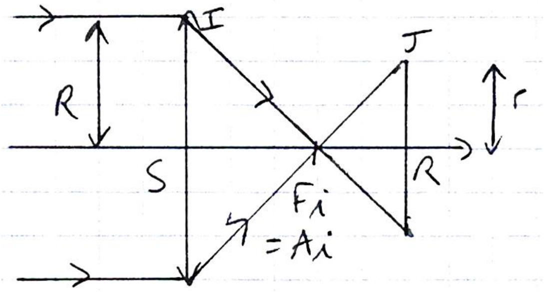
La lentille de correction est divergente, de distance focale : $\boxed{f_{i1}=\dfrac{1}{V_1}=-32\ \text{cm}}$

➢ Distance minimale de vision distincte : l'œil accommode au maximum et la lentille équivalente a pour vergence : $V_{éq\max}=V_1+V_{m,\max}$

Relation (1) : $\dfrac{1}{SR}-\dfrac{1}{-D_{m1}}=V_{éq,\max}\Leftrightarrow\dfrac{1}{D_{m1}}=V_{éq,\max}-\dfrac{1}{SR}\Leftrightarrow\dfrac{1}{D_{m1}}=\dfrac{V_{éq,\max}SR-1}{SR}$

$$D_{m1}=\frac{SR}{V_{éq\max}SR-1}\Leftrightarrow\boxed{D_{m1}=\frac{SR}{\left(V_1+V_{m,\max}\right)SR-1}=20\ \text{cm}}$$

15. Points conjugués : $\boxed{A_{o\infty}\xrightarrow{L(S,f_i)}F_i=A_i\neq R}$ avec $\overline{SA_i}=\overline{SF_i}=\dfrac{1}{V_{m,min}}$ car l'œil n'accommode pas. Le cristallin étant trop convergent, l'image A_i se forme avant la rétine R.



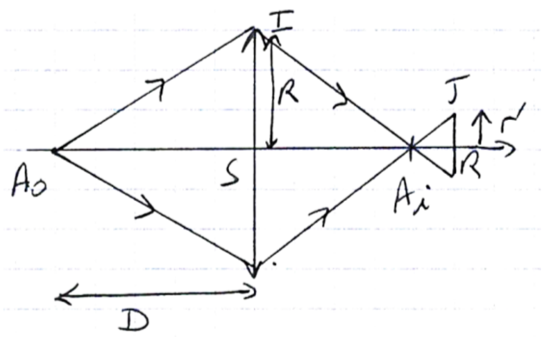
Théorème de Thalès dans les triangles homologues SA_iI et RA_iJ :

$$\frac{R}{r}=\frac{SA_i}{RA_i}\Leftrightarrow r=R\frac{RA_i}{SA_i}=R\frac{SR-SA_i}{SA_i}=R\left(\frac{SR}{SA_i}-1\right)$$

$$\boxed{r=R\left(SR\cdot V_{m,min}-1\right)=96\ \mu\text{m}}$$

$r>>l$: de nombreuses cellules de la rétine sont éclairées : l'image d'un point à l'infini est une tache : le myope voit donc flou à l'infini.

16. $D>D_M$: la situation est similaire à celle de la question précédente : l'œil n'accommode pas et le cristallin étant trop convergent, l'image A_i se forme avant la rétine R.



Points conjugués : $\boxed{A_o\xrightarrow{L(S,f_i)}A_i\neq R}$ tels que $\overline{SA_o}=-D$

Théorème de Thalès dans les triangles homologues SA_iI et RA_iJ :

$$\frac{R}{r'} = \frac{SA_i}{RA_i} \Leftrightarrow r' = R\frac{RA_i}{SA_i} = R\frac{SR - SA_i}{SA_i} = R\left(\frac{SR}{SA_i} - 1\right)$$

Relation (1) : $\frac{1}{SA_i} - \frac{1}{-D} = V_{m,min} \Leftrightarrow \frac{1}{SA_i} = V_{m,min} - \frac{1}{D}$

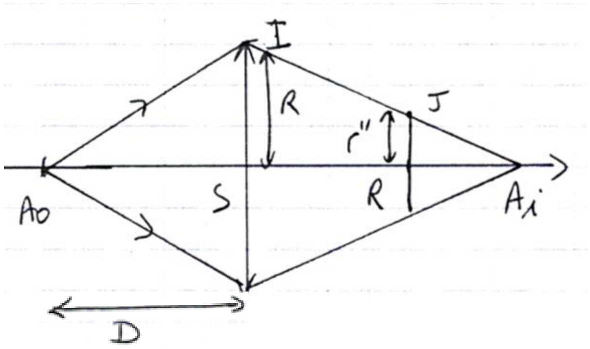
$$\boxed{r' = R\left(SR \cdot \left(V_{m,min} - \frac{1}{D}\right) - 1\right) = 54\ \mu\text{m}}$$

$r' >> l$: de nombreuses cellules de la rétine sont éclairées : l'image d'un point situé à la distance D d'un œil myope presbyte est une tache.

17. <u>Points conjugués</u> : $\boxed{A_o \xrightarrow{L(S,f_i)} A_i \neq R}$ tels que $\overline{SA_o} = -D$. L'œil emmétrope n'accommode pas donc la vergence du cristallin est $V_{\min} = \frac{1}{SR} + \frac{1}{d_M} \simeq \frac{1}{SR}$.

Relation (1) : $\frac{1}{\overline{SA_i}} - \frac{1}{-D} = V_{min} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{SA_i}} = V_{min} - \frac{1}{D} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{SA_i}} = \frac{D \cdot V_{min} - 1}{D}$

Position de l'image : $\overline{SA_i} = \frac{D}{D \cdot V_{min} - 1} = 17{,}4$ mm : l'image se forme derrière la rétine.



Théorème de Thalès dans les triangles homologues SA_iI et RA_iJ :

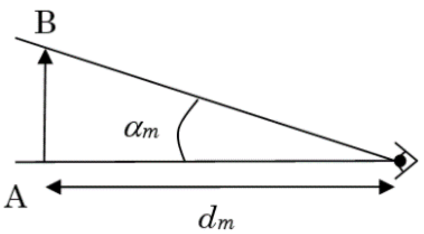
$$\frac{R}{r''} = \frac{SA_i}{RA_i} \Leftrightarrow r'' = R\frac{RA_i}{SA_i} = R\frac{SA_i - SR}{SA_i} = R\left(1 - \frac{SR}{SA_i}\right)$$

$$r'' = R\left(1 - SR \cdot \left(V_{min} - \frac{1}{D}\right)\right) = R\left(1 - SR \cdot V_{min} + \frac{SR}{D}\right) \text{ soit } \boxed{r'' = R\frac{SR}{D} = 42\ \mu\text{m}}$$

$r' >> l$: de nombreuses cellules de la rétine sont éclairées : l'image d'un point situé à la distance D d'un œil emmétrope presbyte est une tache.

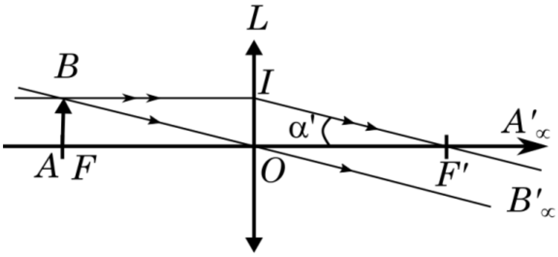
<u>PARTIE B : OBSERVATION AVEC UNE LOUPE</u>

18. L'angle d'observation est maximal si l'observateur place l'objet AB au PP : $\tan(\alpha_m) = \frac{AB}{d_m} = \frac{l}{d_m}$



Pour les petits angles : $\alpha_m \simeq \tan(\alpha_m)$ et $\boxed{\alpha_m = \frac{l}{d_m}}$

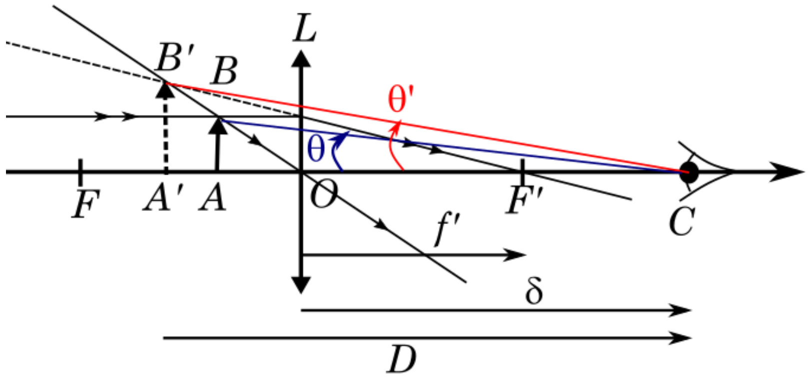
19. L'observation à travers la loupe se fait sans accommodation si l'image *A'B'* se forme à l'infini (au PR pour l'œil).
Points conjugués : $A = F \xrightarrow{L} A'_\infty$: l'objet AB est situé dans <u>le plan focal objet</u> de la lentille.



➢ Triangle *OIF'* : $\alpha' = \tan(\alpha') = \frac{OI}{OF'} = \frac{AB}{f'}$ soit $\boxed{\alpha' = \frac{l}{f'}}$

➢ <u>Grossissement commercial</u> : $G_c = \frac{\alpha'}{\alpha_m} = \frac{l}{f'}\frac{d_m}{l}$ soit $\boxed{G_c = \frac{d_m}{f'} = 5{,}0}$.

20. Points conjugués : $AB \xrightarrow{L} A'B'$



L'image *A'B'* est <u>virtuelle, droite et agrandie</u>.

21. Relation de grandissement de Newton pour L : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$ (1)

Relation de Chasles : $\overline{F'A'} = \overline{F'O} + \overline{OC} + \overline{CA'} = -f' + \delta - D$ (2)

Relations (1) et (2) : $\gamma = \frac{-f' + \delta - D}{-f'}$ soit $\boxed{\gamma = \frac{f' - \delta + D}{f'}}$

22. Triangle *A'B'C* : $\theta' \simeq \tan(\theta') = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{CA'}} = -\frac{\overline{A'B'}}{D}$

➢ Triangle *ABC* : $\theta \simeq \tan(\theta) = \frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = -\frac{\overline{AB}}{\overline{AO} + \overline{OC}} = -\frac{\overline{AB}}{\overline{AO} + \delta}$

➢ Grossissement : $G = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{\overline{A'B'}}{D} \cdot \left(-\frac{\overline{AO} + \delta}{\overline{AB}}\right) = \gamma\frac{\overline{AO} + \delta}{D}$ (3)

➢ Relation de grandissement de Descartes pour L : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

$$\gamma\overline{OA} = \overline{OA'} \Leftrightarrow \gamma\overline{AO} = -\overline{OA'} \quad (4)$$

➢ Relation de Chasles : $\overline{OA'} = \overline{OC} + \overline{CA'} = \delta - D$ (5)

➢ Relations (3), (4) et (5) : $G = \frac{\gamma\overline{AO} + \gamma\delta}{D} = \frac{D - \delta + \gamma\delta}{D}$

Or, $\gamma = \dfrac{f'-\delta+D}{f'}$ d'où $G = \dfrac{D-\delta+\delta\dfrac{f'-\delta+D}{f'}}{D} = \dfrac{f'D - f'\delta + \delta(f'-\delta+D)}{Df'}$

$$G = \frac{f'D-\delta^2+D\delta}{Df'} = -\frac{\delta^2}{f'D} + \frac{\delta D + f'D}{f'D} \text{ soit } \boxed{G = \frac{f'+\delta}{f'} - \frac{\delta^2}{f'D}}$$

23. Le fonction $G(D)$ est maximale quand $\dfrac{\delta^2}{f'D}$ est minimal, i.e. quand D est maximale : $\boxed{D = d_M \to \infty}$: l'image *A'B'* se situe au PR de l'œil.

<u>Grossissement maximal</u> : $\boxed{G_{\max} = \dfrac{f'+\delta}{f'} = 1 + \dfrac{\delta}{f'}}$

24. Au PR : $G(\infty) = G_{\max} = \dfrac{f'+\delta}{f'}$ et au PP : $G(d_m) = \dfrac{f'+\delta}{f'} - \dfrac{\delta^2}{f'd_m}$

<u>Variation de grossissement</u> $\boxed{\Delta G = G(\infty) - G(d_m) = \dfrac{\delta^2}{f'd_m}}$

25. <u>Distance focale de *L*</u> : $G_{\max} = 1 + \dfrac{\delta}{f'_0}$ donc $\boxed{f'_0 = \dfrac{\delta}{G_{\max}-1} = 2{,}0 \text{ cm}}$

- L'observateur peut rapprocher l'objet de la loupe jusqu'à ce que $\overline{AC} = d_m \Leftrightarrow \overline{AO} + \overline{OC} = d_m$ soit $\boxed{\overline{AO} = d_m - \delta = 7 \text{ cm}}$
- <u>Grossissement minimal</u> : $\boxed{G(d_m) = G(\infty) - \Delta G = G_{\max} - \dfrac{\delta^2}{f'd_m} = 3{,}5}$