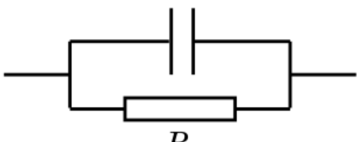
DEVOIR À LA MAISON 6

Menus au choix !

Menu light	**Menu standard**	**Menu XL**
Entrée	Entrée	Plat 1
Plat 1	Plat 1	Plat 2
	Dessert	Dessert

- **Entrée** – Condensateur réel
- **Plat 1** – Oscillateur harmonique amorti ou non amorti
- **Plat 2** – Étude d'un tube à décharge
- **Dessert** – Circuit inductif
- Inclus dans les menus :
  - **schémas** avec toutes les notations utiles
  - réponses **justifiées** par un **raisonnement**

Entrée – Condensateur réel



Un condensateur réel est modélisé par l'association en parallèle d'un condensateur idéale de capacité $C = 1{,}0\ \mu\text{F}$ et d'une résistance R_f, appelée résistance de fuite.

On considère dans un premier temps que le condensateur est chargé et que, laissé seul, il se décharge au cours du temps. L'une de ses armatures possède la charge initiale $q_0 = 3{,}0.10^{-6}\ \text{C}$.

1. Déterminer l'énergie initiale $\mathscr{E}_0$ stockée par le condensateur.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ d'une armature et en déduire son expression au cours du temps.
3. Le condensateur se décharge à 95% en $\Delta t = 30\ \text{s}$. Déterminer la valeur de R_f.

On considère à présent le condensateur initialement déchargé. Il est chargé sous la tension $E = 10\ \text{V}$ à travers une résistance $R = 5{,}0\ \text{k}\Omega$.

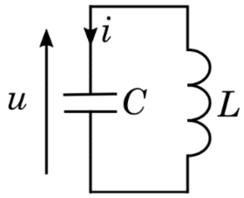
4. Représenter le schéma du montage.
5. Déterminer, en raisonnant sur des schémas équivalents, les valeurs en régime permanent de la charge finale Q_f et de la tension U_f aux bornes du condensateur.
6. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ et en déduire son expression au cours du temps.

Plat 1 – Oscillateur harmonique amorti ou non amorti

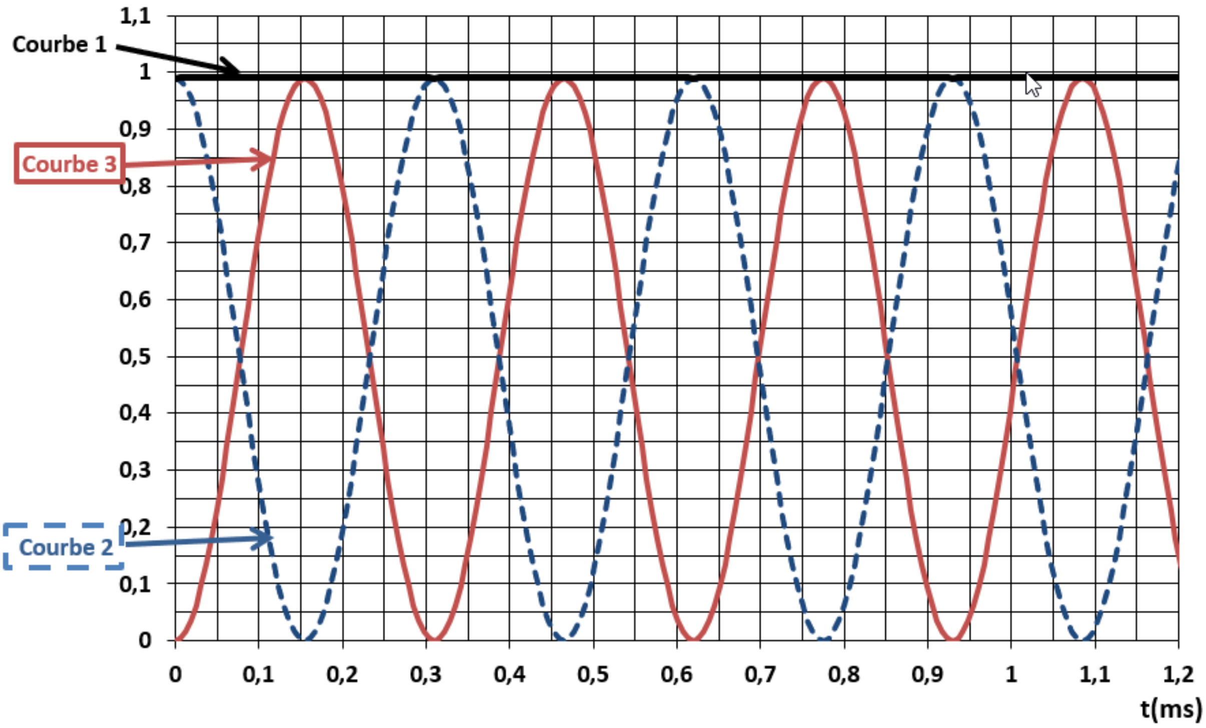
Les PARTIES A et B sont totalement indépendantes.

PARTIE A : OSCILLATEUR HARMONIQUE NON AMORTI

On considère un circuit constitué d'un condensateur initialement déchargé et d'une inductance initialement magnétisée par le courant $I_0 > 0$.



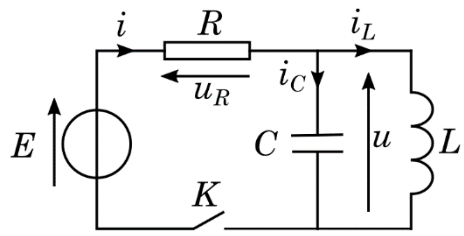
1. Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant $i(t)$ dans le circuit pour $t > 0$.
2. Montrer que le courant s'écrit $i(t) = I_M \cos(\omega_0 t + \varphi)$ et que la tension aux bornes du condensateur s'écrit : $u(t) = U_M \cos(\omega_0 t + \psi)$. Préciser les expressions de I_M, U_M, ω_0, φ et ψ en fonction de I_0, L et C.
3. Représenter sur un même système d'axes les graphes de $i(t)$ et de $u(t)$.
4. Sur la figure ci-dessous, sont représentés les graphes temporels de trois énergies. Identifier l'énergie représentée par chacune des trois courbes, en justifiant la réponse (l'échelle verticale est arbitraire).



5. Déterminer, à l'aide des graphes précédents et en justifiant, la valeur numérique de la période propre T_0 de cet oscillateur.

   Rappel mathématique : $\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos(2\alpha)\right)$ et $\sin^2(\alpha) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos(2\alpha)\right)$

PARTIE B : OSCILLATEUR HARMONIQUE AMORTI



Le circuit ci-contre est constitué d'un générateur de tension idéal de force électromotrice constante E. La bobine et le condensateur sont supposés idéaux. L'interrupteur K est ouvert depuis un temps suffisamment long pour que plus aucun courant ne circule dans le circuit et le condensateur est déchargé.

Données : $L = 100\ \text{mH}$, $C = 0{,}10\ \mu\text{F}$

6. Exprimer les grandeurs électriques u, i, i_L, i_C et u_R juste après la fermeture de l'interrupteur K.
7. Déterminer, à l'aide d'un nouveau schéma, les valeurs prises par ces grandeurs au bout d'un temps infini.
8. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i_L(t)$ à travers l'inductance pour $t > 0$.
9. La mettre sous forme canonique et préciser les noms et expressions de ω_0, Q et ξ. Commenter l'influence de R sur ξ. Quelle valeur faut-il donner à R pour retrouver le circuit de la Partie A ?
10. Quelle valeur R_c faut-il donner à R pour se placer en régime critique ? Exprimer dans ce cas l'intensité du courant $i_L(t)$ en fonction de deux constantes A et B qu'on ne déterminera pas.
11. On choisit $R = 5{,}0\ \text{k}\Omega$. Exprimer dans ce cas l'intensité du courant $i_L(t)$ en fonction de deux constantes A et B qu'on ne déterminera pas. Évaluer la durée observable du régime transitoire en la considérant égale à cinq fois la constante de temps caractéristique de ce régime. Observe-t-on des oscillations et, si oui, combien ?

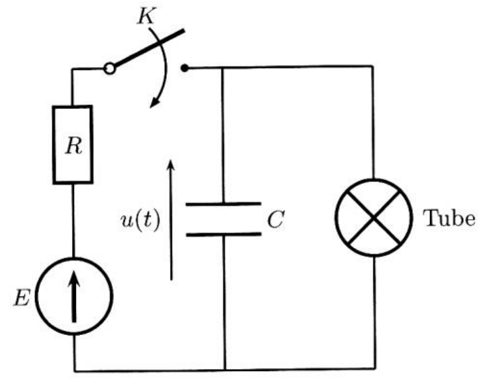
Plat 2 – Étude d'un tube à décharge

Un tube à décharge (appelé improprement tube au néon, alors qu'il ne contient pas de néon…) est un dipôle dont la résistance varie selon qu'il est allumé ou éteint. Il est équivalent à :

- une résistance infinie s'il est éteint ;
- une résistance $r = 500\ \mathrm{k\Omega}$ s'il est allumé.

De plus, le passage du tube vers un nouvel état dépend de son état antérieur (phénomène d'hystérésis) :

- s'il est éteint, il faut que la tension à ses bornes devienne supérieure à la tension d'allumage $U_a = 90\ \mathrm{V}$ pour qu'il s'allume ;
- s'il est allumé, il faut que la tension à ses bornes devienne inférieure à la tension d'extinction $U_e = 70\ \mathrm{V}$ pour qu'il puisse s'éteindre.



Le dispositif d'étude du tube à décharge est représenté sur le schéma ci-dessus.

<u>CARACTÉRISTIQUE STATIQUE</u>

1. Tracer la caractéristique statique $i = f(u)$ du tube. Représenter par deux types de flèches le parcours suivi sur la caractéristique lorsque l'on augmente la tension aux bornes du tube de 0 jusqu'à une valeur supérieure à U_a, puis qu'on la diminue jusqu'à 0. Ce dipôle est-il linéaire ou non-linéaire, actif ou passif ? Justifier.

<u>ÉTUDE DU RÉGIME TRANSITOIRE LORSQUE LE TUBE EST ÉTEINT</u>

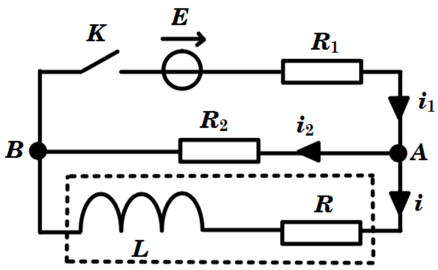
2. Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé et le tube est éteint. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur *K*. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ en faisant apparaître une constante de temps τ et la résoudre.
3. Donner une condition sur E nécessaire à l'allumage du tube.
4. On suppose que la condition précédente est vérifiée. Déterminer l'expression, en fonction de τ, E et U_a, de l'instant t_0 pour lequel le tube s'allume.
5. Exprimer, en fonction de C et U_a, la variation d'énergie $\Delta\mathscr{E}_e$ stockée dans le condensateur entre les instants 0 et t_0.
6. Déterminer l'expression de l'énergie $\mathscr{E}_g$ fournie par le générateur de tension E, entre les instants 0 et t_0.
7. En déduire l'énergie $\mathscr{E}_J$ dissipée par effet Joule entre les instants 0 et t_0.

<u>ÉTUDE DU RÉGIME TRANSITOIRE APRÈS ALLUMAGE DU TUBE</u>

8. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ après allumage du tube.
9. Résoudre l'équation précédente pour $t > t_0$.

10. Déterminer deux conditions sur E, r, R, U_a et U_e, nécessaires pour que la lampe puisse s'éteindre.
11. On suppose que la condition précédente est vérifiée. Déterminer l'instant t_1 pour lequel le tube s'éteint.
12. Montrer que la tension $u(t)$ devient périodique et donner l'expression de la période T en fonction de E, r, R, U_a, U_e et C.
13. Tracer l'allure de la courbe représentative de $u(t)$.
14. Calculer T pour $E = 150\ \text{V}$, $R = 1{,}0\ \text{M}\Omega$ et $C = 1{,}0\ \mu\text{F}$.

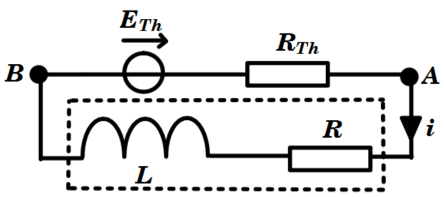
Dessert – Circuit inductif



On considère une bobine modélisée par l'association en série d'une inductance L et d'une résistance R. Dans le circuit ci-contre où la fem E est constante, l'inductance est initialement démagnétisée. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

1. Déterminer, en les justifiant, les valeurs initiales des courants $i(t)$, $i_1(t)$ et $i_2(t)$, à exprimer en fonction des éléments du circuit.
2. Déterminer, en raisonnant sur le circuit (et sans écrire d'équation différentielle), les valeurs des courants en régime permanent, notées $I = i(\infty)$, $I_1 = i_1(\infty)$ et $I_2 = i_2(\infty)$, à exprimer en fonction des éléments du circuit.
3. Montrer, à l'aide des lois de Kirchhoff, que pour $t > 0$, le dipôle situé entre A et B, et alimentant la bobine, est équivalent à un générateur de Thévenin de fem E_{Th} et de résistance R_{Th}. Exprimer E_{Th} et R_{Th} en fonction de E, R_1 et R_2.

On considère que la bobine (L, R) initialement démagnétisée est alimentée à partir de $t = 0$ par le générateur de Thévenin de fem E_{Th} et de résistance R_{Th}.
Nota Bene : il n'est pas nécessaire d'avoir répondu à la question 3 et d'avoir trouvé les expressions de E_{Th} et R_{Th} pour traiter la suite des questions !!!



4. Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ pour $t > 0$; la mettre sous forme normalisée ; préciser les expressions de la constante de temps τ et de la valeur en régime permanent I en fonction de L, R, R_{Th} et E_{Th}.
5. Résoudre l'équation différentielle précédente pour déterminer l'expression de $i(t)$.
6. Tracer l'allure de $i(t)$.