TP n°9 Electronique: Démonstration de la relation du 2.3: expression du rayon R_n du $n^{\text{ième}}$ anneau brillant

On rappelle la différence de marche entre deux rayons émergents pour la configuration en lame d'air du Michelson:

$$\delta(i) = 2e \cdot \cos(i)$$

L'ordre pour un rayon incident sous l'angle i s'écrit, en développant le cosinus au second ordre en i (les angles sont faibles afin de rester en condition de Gauss pour la lentille de projection en sortie du Michelson):

$$p(i) = \frac{\delta(i)}{\lambda} \simeq \frac{2e}{\lambda}\left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$$

qui devient en appelant $p_0 = \dfrac{2e}{\lambda}$ l'ordre au centre de la figure ($i = 0$) (non nécessairement entier (ou demi-entier)!):

$$p(i) \simeq p_0\left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$$

Ainsi, les ordres pour le 1er, le 2nd, ..., le $n^{\text{ième}}$ anneau brillant sont (**attention:** l'ordre diminue lorsque l'on s'éloigne du centre de la figure d'interférences):

$$\left[\begin{array}{l} p_1 = \lfloor p_0 \rfloor \simeq p_0\left(1 - \dfrac{i_1^2}{2}\right) \\ p_2 = \lfloor p_0 \rfloor - 1 \simeq p_0\left(1 - \dfrac{i_2^2}{2}\right) \\ \dots \\ p_n = \lfloor p_0 \rfloor - (n-1) \simeq p_0\left(1 - \dfrac{i_n^2}{2}\right) \end{array}\right.$$

soit:

$$\frac{\lfloor p_0 \rfloor - n + 1}{p_0} \simeq 1 - \frac{i_n^2}{2}$$

qui donne:

$$i_n^2 \simeq 2\left[1 - \frac{\lfloor p_0 \rfloor - n + 1}{p_0}\right]$$

d'où:

$$R_n^2 \simeq f'^2 i_n^2 \simeq 2f'^2\left[1 - \frac{\lfloor p_0 \rfloor - n + 1}{p_0}\right] = 2f'^2\left[1 - \frac{\lfloor p_0 \rfloor}{p_0} + \frac{n}{p_0} - \frac{1}{p_0}\right]$$

que l'on peut écrire :

$$R_n^2 \simeq \frac{2f'^2}{p_0} n + cste \qquad \text{en posant:} \quad cste = 2f'^2\left[1 - \frac{\lfloor p_0 \rfloor}{p_0} - \frac{1}{p_0}\right]$$

et finalement selon la forme attendue avec:

$$\boxed{R_n^2 \simeq \frac{\lambda f'^2}{e} n + cste}$$