

TD n°5 Optique ondulatoire 1: Révisions d'optique géométrique (MP2I) - superposition de deux ondes lumineuses - interférences par division du front d'onde

Révisions d'optique géométrique

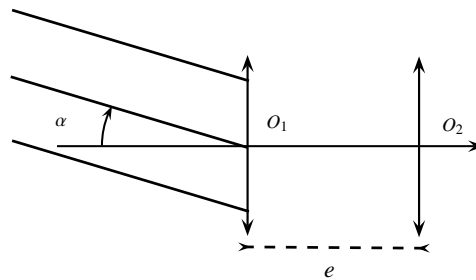
EXERCICE N°1: Champ de vision d'un poisson dans un aquarium

Un poisson nage dans un récipient cylindrique de diamètre $D = 20,0 \text{ cm}$, rempli à ras bord. Le poisson se situe à une position très particulière : son oeil se situe précisément sur l'axe de symétrie du cylindre. Dans cette position, il peut voir tout ce qui entoure le récipient, sur l'entière surface de l'eau. A quelle distance le poisson se trouve-t-il alors de la surface de l'eau ? On rappelle que l'indice de l'eau est $n = 1,33$.

Réponses possibles: a. $22,2 \text{ cm}$ b. $11,4 \text{ cm}$ c. $18,0 \text{ cm}$ d. $8,8 \text{ cm}$

EXERCICE N°2: Oculaire de Ramsden

Un oculaire de Ramsden est composé de deux lentilles minces convergentes identiques de même distance focale image $f' = 10 \text{ cm}$ et séparées par une distance $e = \frac{2}{3}f'$. Il est utilisé dans les conditions de Gauss. On note O_1 le centre optique de la première lentille, O_2 celui de la seconde.



- ❶ Donner des exemples d'instruments nécessitant l'utilisation d'un oculaire? Quel est l'utilité d'un oculaire ? Quels sont les avantages d'un oculaire par rapport à une loupe?
- ❷ Définir le foyer principal objet F de l'oculaire de Ramsden et déterminer sa position en exprimant O_1F .

- ❸ Définir le foyer principal image F' de l'oculaire de Ramsden et déterminer sa position en exprimant O_2F' .
- ❹ L'oculaire reçoit de la lumière en provenance d'un objet ponctuel situé à l'infini dans la direction faisant un angle α avec l'axe optique du dispositif (cf. figure).
 - a. Proposer une construction géométrique de l'image de cet objet.
 - b. On observe expérimentalement que cette image est située à $1,0 \text{ mm}$ de F' . En déduire une mesure de l'angle α . On note α' l'angle sous lequel l'image est vue depuis O_2 . Que vaut le grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de l'oculaire ?

EXERCICE N°3: Système afocal à 3 lentilles

Soit un système afocal constitué de trois lentilles L_1, L_2 et L_3 . On notera leur centre, leur foyer objet, image et distance focale respectivement O_i, F_i, F'_i et f'_i , l'indice i étant égal à 1, 2, ou 3 selon le numéro de la lentille concernée. La distance entre L_1 et L_2 est notée e_1 , celle entre L_2 et L_3 est notée e_3 .

On considère une source S sur l'axe optique à l'infini : les rayons éclairant L_1 issus de S sont donc parallèles à l'axe optique.

- ❶ Rappeler ce qu'est un système afocal.
- ❷ Etablir la relation à respecter, entre f'_1, f'_2, f'_3, e_1 , et e_3 , pour que le système soit bien afocal.
- ❸ On suppose que F'_1 se trouve en O_2 de centre L_2 , comment choisir e_3 pour que le système soit bien afocal?

EXERCICE N°4: Lentille de Veselago

En 1968, le physicien russe Victor Veselago a conduit des études théoriques dans le cadre d'une optique de Descartes où les milieux pourraient être d'indice négatif. Il a montré qu'avec de tels milieux, il était possible de réaliser une lentille convergente parfaitement plate. En 2000, le premier matériau possédant un indice négatif a été créé, on parle de métamatériau. Ce matériau est un diélectrique classique (verre de silice) dans lequel on a inséré des fils conducteurs selon une structure périodique. Ce matériau s'est montré efficace pour des longueurs d'onde $\lambda = 1 \text{ cm}$. Son indice de réfraction a été mesuré à $n = -2,7$. A l'heure actuelle, aucun métamatériau n'a pu être réalisé pour le domaine visible $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$. Seul un matériau d'indice $n = -0,3$ a été obtenu pour $\lambda = 2 \mu\text{m}$.

La quête de métamatériaux dans le domaine du visible constituent aujourd'hui un domaine de recherche très actif tant les applications potentielles sont nombreuses:

- Lentilles parfaitement stigmatiques donc à haute résolution
- Dispositifs d'invisibilité
- pièges de lumière

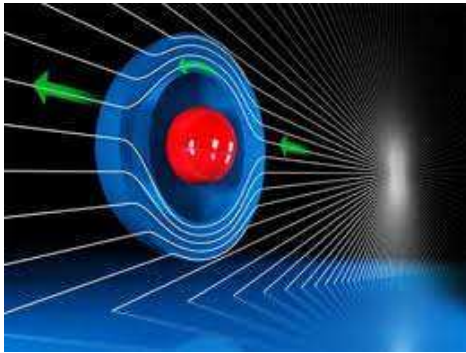
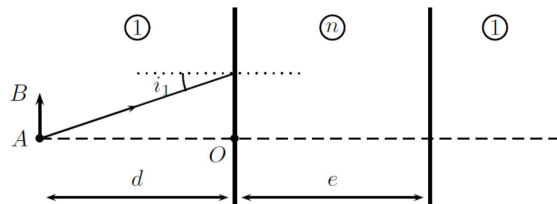


Figure 1: Vers la cape d'invisibilité!!!

On considère le schéma ci-dessous où un objet AB est placé à la distance d d'une lame à faces parallèles d'épaisseur e , d'indice $n < 0$ avec $|n| > 1$. La lame de métamatériau possède une hauteur très grande devant son épaisseur. On considère un rayon lumineux qui aborde ce milieu depuis A sous l'angle d'incidence i_1 .

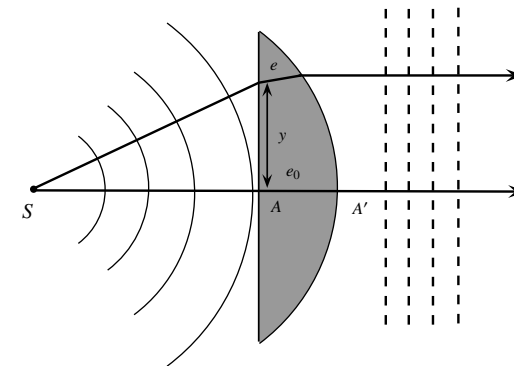


- 1 La loi de la réfraction de Descartes étant toujours valable, quelle est la particularité du rayon réfracté par le dioptre plan $P_{1,n}$ lorsque le milieu est d'indice négatif?
- 2 On suppose que l'image A' de A par le dioptre plan $P_{1,n}$ est située dans le milieu d'indice $n < 0$. Déterminer la distance OA' en fonction de d , n et i_1 . En déduire que le dioptre plan $P_{1,n}$ n'est pas stigmatique.
- 3 Montrer qu'en se plaçant dans les conditions de Gauss, le stigmatisme est assuré. Que vaut alors la distance OA' ? Où se situe l'image B' de B ? Quelle propriété présente donc le dioptre plan $P_{1,n}$? On suppose les conditions de Gauss respectées dans la suite.
- 4 A quelle condition sur l'épaisseur e de la lentille de Veselago, l'image $A'B'$ se situe-t-elle dans le métamatériau? On suppose pour la suite que cette condition est aussi réalisée pour un objet A_1B_1 situé à la distance $d_1 > d$ en arrière de AB par conséquent. Où se situe l'image de A_1B_1 par rapport à $A'B'$? On considère maintenant un objet constitué par A_1B_1AB . Que peut-on dire de son image dans le métamatériau?
- 5 Pour une épaisseur e respectant la condition vue à la question précédente, déterminer la position de l'image définitive $A''B''$ de AB par la lentille de Veselago. A-t-on bien réalisé l'équivalent d'une lentille convergente traditionnelle?

_ Calculs de chemins optiques - Sources -détection d'ondes _

EXERCICE N°5:

Principe d'un collimateur



Une onde sphérique issue d'une source ponctuelle S est placée au foyer objet d'une lentille mince L plan-convexe, de rayon de courbure R , d'indice de réfraction n et de distance focale f . Le milieu ambiant est l'air ($n \approx 1$). En écrivant que l'action de cette lentille est de déformer la surface d'onde de l'onde sphérique de façon à la rendre plane, on cherche à retrouver l'expression de la distance focale f de la lentille, en fonction de son indice et de son rayon de courbure R .

- ❶ Exprimer l'épaisseur e de verre traversée, en fonction de la distance y à l'axe de la lentille, de son rayon de courbure R et de son épaisseur maximale e_0 (cf. schéma). On supposera $y < R$ (rayon paraxial dans le cadre de l'approximation de Gauss)
- ❷ On considère les points A et A' , intersection de la surface de la lentille et de l'axe optique.

Tracer les surfaces d'ondes passant par ces deux points. Noter B et B' les points de ces deux surfaces d'ondes appartenant au rayon coupant la lentille à distance y de son axe.

- ❸ Exprimer indépendamment les deux chemins optiques (AA') et (BB'), en fonction de n , e_0 , y , f , et R (éliminer e en utilisant le résultat de la première question)
- ❹ Quelle est la relation entre ces deux chemins optiques? En déduire f en fonction de n et R .

EXERCICE N°6: Temps de réponse d'un détecteur

On utilise une photodiode rapide, dont le temps de réponse est de $\tau = 10 \text{ ns}$, pour mesurer l'intensité lumineuse en un point M de l'espace où se superposent deux ondes lumineuses de longueur d'onde dans le vide $\lambda_{01} = 589,00 \text{ nm}$ et $\lambda = 589,59 \text{ nm}$ (Raie double jaune du sodium). On notera ν_1 et ν_2 les fréquences correspondantes. On veut voir si, compte tenu du temps de réponse fini du photorécepteur, il est possible d'obtenir des interférences entre ces deux ondes de longueurs d'onde, et donc de fréquences différentes.

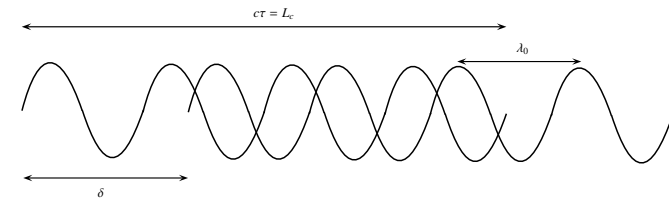
- ❶ Montrer que le produit de deux ondes lumineuses $E_1(M, t)$ et $E_2(M, t)$ peut s'écrire comme la somme de deux sinusoides, dont on calculera les fréquences ν et ν' .
- ❷ Calculer le nombre d'oscillations de ces deux sinusoides pendant le temps de réponse τ de la photodiode. En conséquence, que pouvez-vous dire de la valeur moyenne du produit $E_1(M, t)$ et $E_2(M, t)$ pendant ce temps τ ?
- ❸ En déduire que le signal capté par la photodiode est quasiment égal à la somme des signaux captés en présence de chaque onde prise séparément (absence d'interférences). Conclure en énonçant l'un des critères nécessaires à l'obtention d'interférences entre deux ondes.

Superposition de deux ondes lumineuses

EXERCICE N°7: Superposition de deux ondes - effondrement de contraste

Une source lumineuse émet des trains d'onde de durée τ . Un dispositif interférentiel de type trous d'Young permet de faire interférer ces trains d'onde avec une différence de marche δ

et une même intensité. On appelle λ_0 la longueur d'onde dans le vide associée aux trains d'onde:



- ❶ Pendant quelle durée les trains d'onde se recouvrent-ils effectivement?
- ❷ Calculer la valeur moyenne $\langle \cos \varphi \rangle$ du terme d'interférence sur la durée d'un train d'onde. On supposera que la source émet suffisamment peu de trains d'onde pour que les seuls recouvrements ne concernent que les trains d'onde "fils" séparés par le dispositif interférentiel.
- ❸ En déduire l'expression du contraste.

EXERCICE N°8: Interféromètre de Sagnac à fibre optique

Au début du XX^{ème} siècle, Georges Sagnac construisit un interféromètre avec lequel il réalisa, à l'aide de quatre miroirs disposés à 45° au sommet d'un carré, des interférences. Ces dernières sont produites par la superposition de deux ondes traversant le dispositif en sens inverse l'une de l'autre.

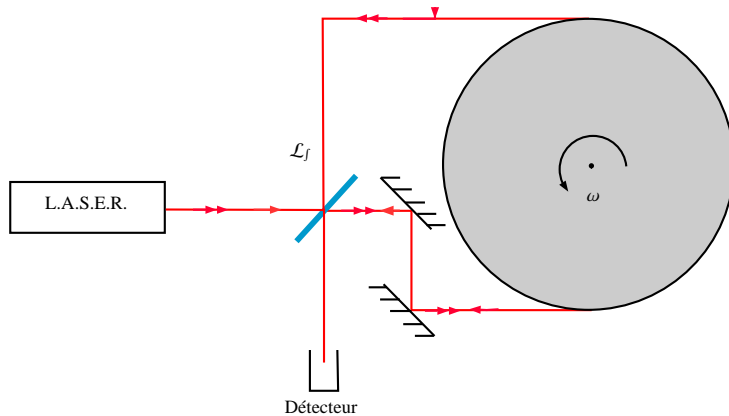
Actuellement, on remplace le système de miroirs par une fibre optique de longueur l que l'on enroule autour d'un cylindre et que l'on éclaire par ses deux extrémités à l'aide d'un L.A.S.E.R. et d'une lame semi-réfléchissante.

En provoquant une légère dissymétrie dans la fibre, on enregistre sur le détecteur des franges d'interférences entre les deux ondes.

Un tel système (fibre, L.A.S.E.R. et détecteur), embarqué sur un solide S en rotation uniforme, tournant autour d'un axe perpendiculaire au plan de la fibre, permet de mesurer la vitesse angulaire ω de S .

- ❶ Dans le cadre de l'approximation de la composition newtonienne des vitesses, calculer les durées t^+ et t^- de parcours de la lumière pour effectuer un tour complet de fibre, respectivement dans le sens de rotation de S et dans le sens opposé. En déduire la différence de chemin optique supplémentaire L_s , du fait de la rotation, en fonction du rayon R du cylindre et ω .

- ② On a détecté un déplacement de franges égal à un dixième d'interfrange sur un interféromètre de Sagnac de longueur $l = 250 \text{ m}$, de rayon $r = 10 \text{ m}$ et éclairé avec un faisceau infrarouge de longueur d'onde (dans le vide) $\lambda = 830 \text{ nm}$. Déterminer la vitesse de rotation ω .



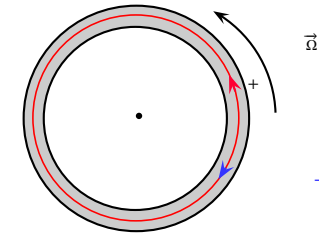
EXERCICE N°9: Variante de l'effet Sagnac - application au gyrolaser

Les systèmes volants type avion, missiles, drones etc... équipés d'une centrale inertielle de vol nécessitent un moyen très précis de repérage des mouvements de rotation. Les gyroscopes mécaniques ont longtemps rempli cette fonction, mais ils présentent l'inconvénient de posséder de nombreuses pièces en mouvement parfois trop lourdes, et donc sensibles aux accélérations (pseudo-force d'inertie) qui sont susceptibles de les endommager.

Pour remédier à ce problème, il a été inventé le gyrolaser dont le principe est basé sur l'effet Sagnac, dont on propose ici de présenter le principe.

On considère une cavité circulaire en forme d'anneau de longueur L dans laquelle se propagent deux ondes cohérentes en sens contraires.

- ① Pour chacune d'elles, la condition d'"autoentretien" de l'onde impose que le temps de parcours d'un tour de cavité soit un multiple de la période. Expliquer la raison et en déduire les fréquences autorisées. Quelle est la plus petite fréquence possible? On prendra $L = 30 \text{ cm}$.
- ② L'anneau est désormais en rotation à la vitesse angulaire $\vec{\Omega}$.



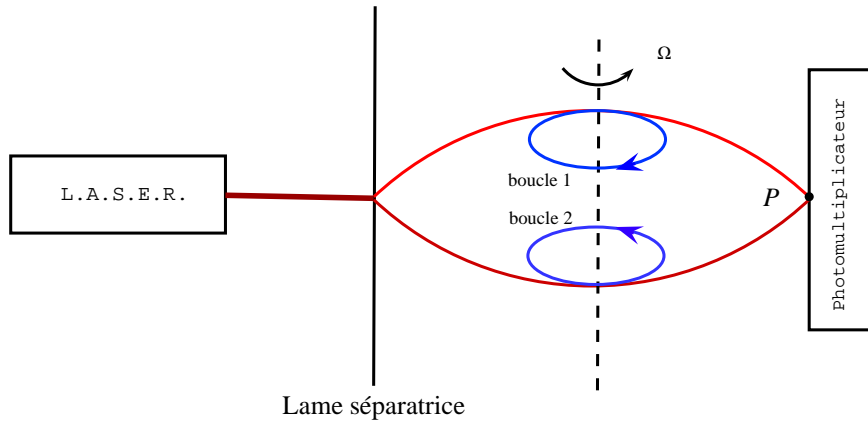
Montrer que les fréquences des deux ondes diffèrent. Exprimer la différence des fréquences Δf entre les deux ondes des fréquences les plus faibles parcourant l'anneau en sens inverse ($\Omega = 10^{-3} \text{ rad.s}^{-1}$. On supposera que la vitesse de la lumière vaut c dans le référentiel du laboratoire et que la composition des vitesses reste valable quand l'une des deux vitesses est celle de la lumière.)

- ③ Peut-on envisager que la durée caractéristique de "moyennage" du capteur placé en un point de l'instrument soit en réalité inférieure à $\frac{1}{\Delta f}$? Que se passe-t-il alors si les ondes sont purement monochromatiques?
- ④ On fait sortir les deux faisceaux au travers d'un prisme de mélange permettant le recouvrement des deux faisceaux. Expliquer le défilement des franges sur un écran.
- ⑤ En toute rigueur, il est nécessaire de faire appel à la théorie de la relativité pour mener ce calcul. Cependant, la théorie de la relativité restreinte est insuffisante pour aborder ce problème. Expliquer pourquoi et quel en est le "remède".

EXERCICE N°10: Variante de l'exercice précédent: gyromètre à fibre optique

Dans un gyromètre à fibre optique, la lumière émise par une diode Laser est divisée en 2, et introduite dans 2 fibres optiques identiques, enroulées sur elles-mêmes, de sorte que les fibres soient parcourues en sens inverse.

Le temps de parcours des boucles est le même dans les deux sens lorsque le gyromètre est immobile, mais lorsque le gyromètre est en rotation, il existe une différence de temps de parcours Δt entre les deux signaux lumineux. Ceux-ci sont ensuite recombinaés au niveau du photomultiplicateur P qui mesure l'intensité résultante.

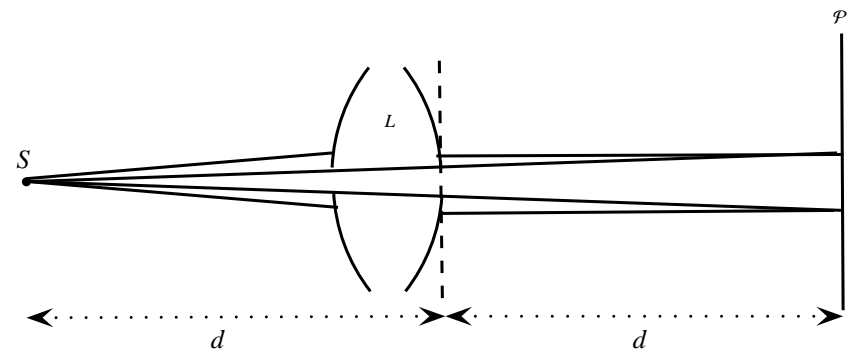


On note Ω la vitesse de rotation, mesurée par le gyromètre, qui correspond à la vitesse de rotation des boucles autour de leur axe de révolution, D le diamètre des boucles, N le nombre d'enroulement constituant les boucles.

- Exprimer la relation entre la différence de temps de parcours Δt des 2 signaux et la vitesse de rotation ω . En déduire le déphasage.
- La diode laser émet une onde plane, monochromatique, de longueur d'onde dans le vide λ . Qu'enregistre-t-on en P lorsque Ω varie? En déduire la plus petite valeur Ω_{min} de la vitesse de rotation que l'on peut ainsi mesurer (correspondant à une intensité nulle). On fera l'application numérique avec $D = 30 \text{ cm}$, $N = 1000$, et $\lambda = 0,8 \mu\text{m}$

EXERCICE N°11: Superposition d'une onde plane et d'une onde sphérique

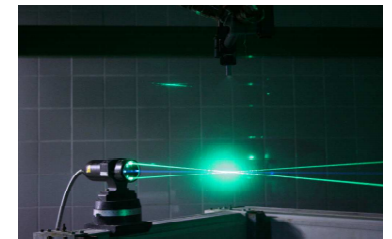
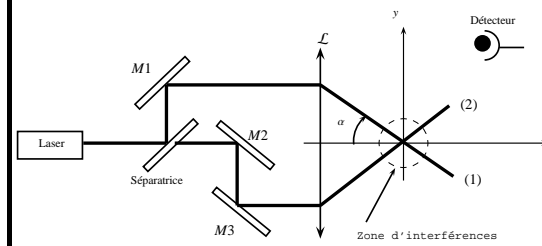
Une lentille convergente (L), trouée en son centre, est utilisée comme système interférentiel à deux ondes. La source de lumière ponctuelle S est placée de telle sorte que l'onde émergente de la lentille soit plane et que celle directement transmise par le trou soit sphérique. Le trou possède un diamètre de 10 mm sur la face de sortie de (L) et une profondeur sur l'axe $e = 3 \text{ mm}$.



- Quelles sont les expressions analytiques des ondes qui se superposent; on adoptera comme origine pour la phase, celle de l'onde en S , et on supposera que ces deux ondes ont même amplitude.
- Quelle est l'intensité dans le plan \mathcal{P} situé à la même distance d de la face de sortie de L que S , en fonction de la coordonnée radiale ρ ? En déduire la nature des franges d'interférences.
- Calculer le rayon des franges brillantes extrêmes sachant que la longueur d'onde (dans le vide) est $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$, $d = 20 \text{ cm}$ et que l'indice du verre de L vaut $n = 1,5$.

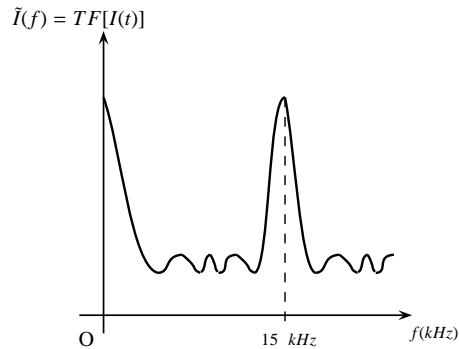
EXERCICE N°12: Vélométrie Laser: application à la détection de la vitesse de petites particules

Le principe de vélocimétrie laser pour particules fines consiste à croiser deux faisceaux laser cohérents, faisant entre eux un angle de 2α ($\alpha \ll 1$) et d'introduire dans la zone commune des deux faisceaux la particule dont on souhaite déterminer la vitesse $\vec{v} = v_x \cdot \vec{e}_x + v_y \cdot \vec{e}_y$:



Cette particule diffuse de manière isotrope une quantité de lumière proportionnelle à l'intensité lumineuse de l'endroit où elle se trouve dans la zone d'interférence. On récupère

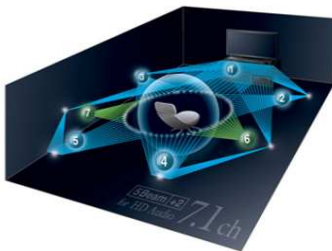
à l'aide d'un capteur une partie de la lumière diffusée et on réalise la transformée de Fourier temporelle du signal électrique ainsi récupéré. On donne ci-dessous l'allure du tracé de la TF obtenue:



- ❶ Pourquoi doit-on nécessairement réaliser la séparation (division d'amplitude) du faisceau laser à l'aide de la séparatrice et des miroirs M_1 , M_2 et M_3 ?
- ❷ Ecrire la forme de l'amplitude des deux ondes obtenues en sortie de la lentille. Calculer l'intensité lumineuse dans le champ d'interférences en l'absence de la particule.
- ❸ Montrer que l'on peut obtenir une des composantes de la vitesse de la particule par cette technique. Déterminer son expression en fonction des données pertinentes. Faire l'application numérique avec $\alpha = 7^\circ$ et $\lambda = 600 \text{ nm}$.

Interférences par division du front d'onde (DFO)

EXERCICE N°13: Superposition d'ondes acoustiques - application à la virtualisation du son

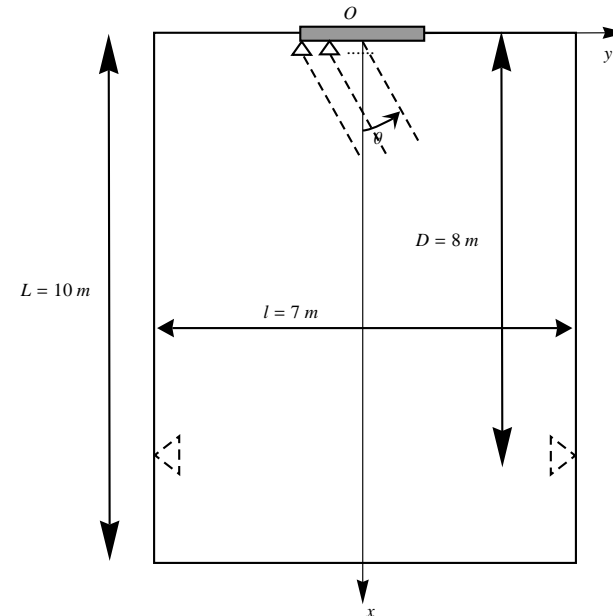


On trouve dans le commerce depuis quelques années des dispositifs appelés projecteurs de son se présentant sous la forme d'une simple barre de son comportant plusieurs haut-parleurs.

Ce dispositif permet par interférométrie sonore et réverbération de simuler la présence des haut-parleurs avant et arrière **latéraux** d'un système multi-canal dits de type "5.1" ou "7.1".

On propose de présenter le principe de virtualisation des **enceintes arrière** d'un tel système. Le dispositif est placé au milieu de l'un des deux murs de plus petite dimension d'une pièce rectangulaire et parallèlement à celui-ci. La pièce est de longueur $L = 10 \text{ m}$ et largeur $l = 7 \text{ m}$. Les haut-parleurs sont distants deux à deux de $a = 3 \text{ cm}$, sont au nombre de 16, et le dispositif est centré en O . On numérotera les 16 haut-parleurs de $-8, -7, \dots, -1, 1, 2, \dots, 8$.

On supposera que les murs diffusent efficacement les ondes sonores qu'ils reçoivent.



1. Expliquer le principe général de ce système.

Chaque haut-parleur est alimenté par un signal délivré par un circuit analogique permettant de déphaser de manière individuelle le son à émettre. On supposera celui-ci purement sinusoïdal de fréquence f . On appellera φ_a le déphasage entre les signaux d'alimentation délivrés à deux haut-parleurs consécutifs pris de gauche à droite sur la figure ci-dessus.

2. On souhaite simuler la présence de **deux sources symétriques uniques** disposées sur

les murs latéraux de la pièce, chacune à une distance de $D = 8 \text{ m}$ du plan de la barre de son (supposée d'épaisseur nulle et accolée au mur) et émettant le même son simultanément.

Déterminer l'expression de la différence de phase $\Delta\varphi$ entre les sons émis par deux haut-parleurs consécutifs de la barre. On exprimera le résultat en fonction de a, c, f, l, D , et φ_a . Commenter la capacité du système à produire des sources symétriques pour toute la bande spectrale audible. On pourra faire une application numérique et commenter le résultat.

3. On cherche désormais à n'obtenir que la source virtuelle sur le mur droit de la pièce (lorsque l'on fait face à la barre de son) toujours à $D = 8 \text{ m}$. Déterminer le retard temporel τ_k à imposer entre les signaux d'alimentation des haut-parleurs k et $k + 1$. Faire l'application numérique pour $k = 1$.

DONNÉES:

- Vitesse du son dans l'air $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

EXERCICE N°14: Mesure d'un objet de phase à l'aide des fentes d'Young: épaisseur d'une lame de verre

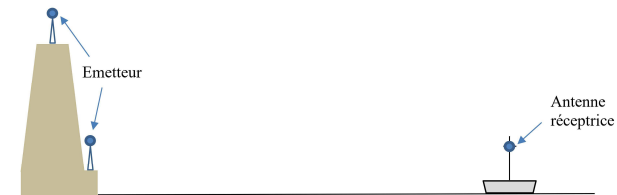
On considère le dispositif des trous d'Young, éclairé en incidence normale par une source ponctuelle de lumière blanche suivie d'un filtre coloré permettant de sélectionner assez finement une composante spectrale de longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$ (qu'on supposera monochromatique). La distance entre les trous S_1 et S_2 est $a = 2,0 \text{ mm}$ et l'écran d'observation se trouve à une distance $D = 3 \text{ m}$ du plan contenant les deux trous. L'ensemble du dispositif est placé dans l'air, dont on suppose l'indice égal à 1. Un point M de l'écran est repéré par ses coordonnées (x, y) , et l'axe $[Ox]$ étant dans la direction des deux trous et le point O , origine des coordonnées, situé à égale distance des deux trous.

- ❶ Déterminer l'interfrange de la figure observée sur l'écran. Où se situe la frange d'ordre $p = 0$?
- ❷ On ajoute devant le trou S_1 une lame de verre d'indice $n = 1,4$ d'épaisseur e . On négligera l'inclinaison des rayons à travers la lame, ainsi que toute réflexion au sein de la lame. Exprimer la différence de marche en M .
- ❸ Où se situe maintenant la frange d'ordre nul. Exprimer son déplacement en unité d'interfrange. Comparer à la variation Δp de l'ordre d'interférences p due à l'introduction de la lame.

- ❹ On retire à présent le filtre coloré pour éclairer en lumière blanche. On observe sur l'écran des franges irisées. Expliquer pourquoi. Justifier l'intérêt d'utiliser momentanément une source de lumière blanche dans cette expérience.
- ❺ On estime le décalage de la frange d'ordre nul à 6 interfranges, l'interfrange étant mesuré en présence du filtre coloré, donc en lumière monochromatique à $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$. En déduire une mesure de l'épaisseur e de la lame.

EXERCICE N°15: Communication maritime

Depuis le rivage, un opérateur souhaite envoyer un message radio *FM* (de fréquence 200 MHz) à un bateau situé en mer à 10 km du rivage. La réception est mauvaise lorsqu'il émet son signal à une hauteur de 10 m (au-dessus du niveau de la mer). Elle est bien meilleure en revanche lorsqu'il émet depuis une colline située à 750 m d'altitude.



La mer calme se comporte comme un miroir parfait.

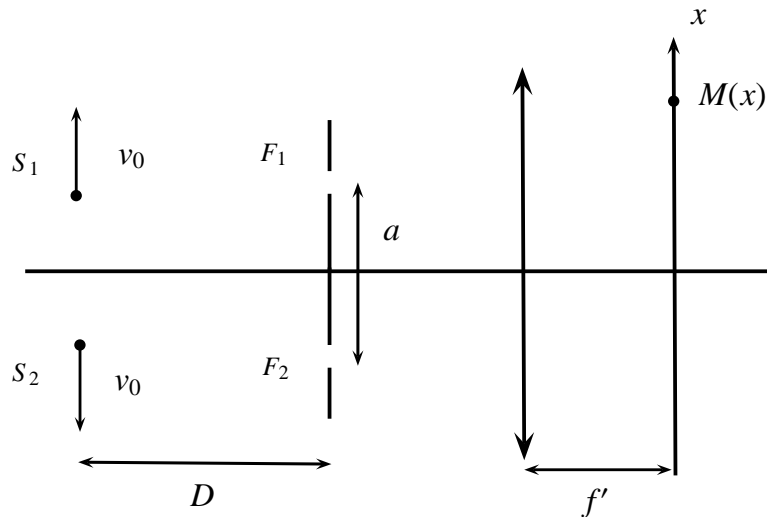
- ❶ A l'aide d'un modèle simple, justifier quantitativement les observations effectuées.
- ❷ A quelle hauteur doit-on placer l'antenne réceptrice dans chacune des deux dispositions afin d'assurer une réception optimale?
- ❸ Comment adapter le modèle si la mer n'est plus calme.

Données: célérité de la lumière $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$

EXERCICE N°16: Détermination d'une vitesse par interférométrie

On considère le dispositif optique des fentes d'Young représenté ci-dessous. Les fentes sont distantes de a et éclairées initialement ($t = 0$) par une source ponctuelle S placée sur l'axe optique du montage à une distance D en avant du plan des fentes, telle que $D \gg a$. La lentille \mathcal{L} est de distance focale f' , et l'on repère le point M par son abscisse x sur l'écran de projection placé dans le plan focal image de \mathcal{L} . On supposera que $x \ll f'$.

À l'instant initial $t = 0$, la source se sépare en deux sources ponctuelles S_1 et S_2 se déplaçant selon la direction verticale, en sens opposé, chacune à la vitesse $v_0 = \text{constante}$.

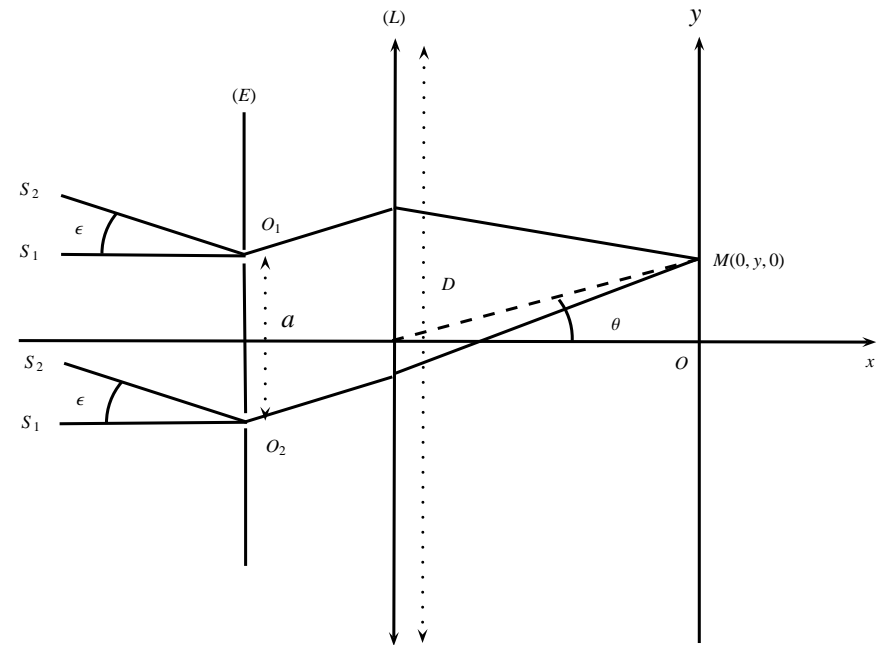


- ❶ Déterminer l'expression de l'intensité lumineuse au point M en fonction des données du problème. En déduire l'expression du contraste en fonction du temps.
- ❷ En appelant τ_p le temps nécessaire pour obtenir p annulations du contraste, déterminer l'expression de la vitesse v_0 en fonction de τ_p et des données du problème.

EXERCICE N°17:

Résolution angulaire d'une étoile double

Pour mesurer la distance angulaire ϵ séparant deux étoiles proches S_1 et S_2 , on utilise le dispositif représenté ci-dessous:



Deux fentes infiniment fines O_1 et O_2 , transparentes identiques et percées dans un écran (E) opaque, sont placées devant une lentille convergente (L) de focales f_1' et de diamètre D . L'observation est faite dans le plan focal image de (L) .

On considère que S_1 est sur l'axe optique et on note ϵ l'écart angulaire entre les deux sources S_1 et S_2 .

- ❶ Que pouvez-vous dire des deux sources S_1 et S_2 ? Se produira-t-il un phénomène d'interférences sur l'écran? Si oui, expliquer son origine exacte.
- ❷ Montrer que l'intensité lumineuse observée sur l'écran peut se mettre sous la forme:

$$I(y) = K \left[1 + \cos\left(\frac{\pi\delta'}{\lambda}\right) \times \cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda} + \pi\frac{\delta'}{\lambda}\right) \right]$$

avec $\delta' = a\epsilon$, $\delta = a\frac{y}{f_1'}$ et K une constante.

- ❸ Quelle est l'expression du contraste C en fonction de δ' et λ .
- ❹ Sur quel paramètre peut-on agir pour annuler le contraste? Avec la lunette étudiée ($D = 60 \text{ mm}$, et $\lambda = 550 \text{ nm}$), peut-on séparer les systèmes doubles suivants:

$$\begin{cases} \text{Hercule: } \epsilon = 1,37'' \\ \text{Pegaze: } \epsilon = 0,83'' \end{cases}$$

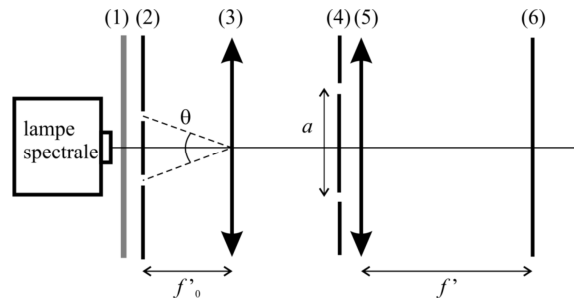
EXERCICE N°18:

Résolution angulaire d'une étoile double par méthode de

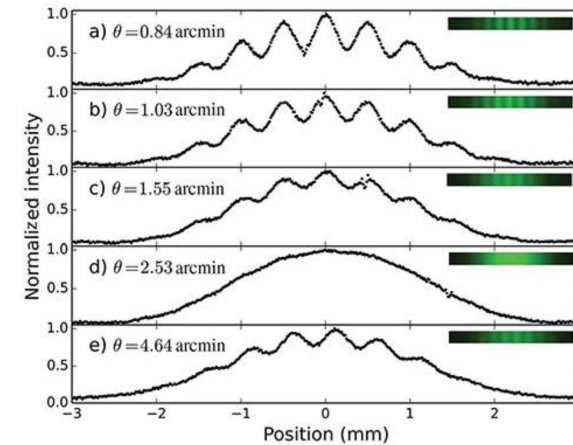
Michelson et Pease

Afin de simuler les conditions d'observation d'une étoile double (comme dans l'exercice précédent), on propose le protocole expérimental suivant comportant:

- (1) un filtre passe-bande sélectionnant la longueur d'onde $\lambda = 546,0 \text{ nm}$.
- (2) une double fente simulant l'étoile double d'écartement variable.
- (3) une lentille convergente de distance focale image f'_0 .
- (4) une double fente d'écartement a .
- (5) une lentille convergente de distance focale $f' = 32,50 \text{ cm}$.
- (6) un capteur CCD placé dans le plan focal de la lentille (5).



Voici les courbes d'intensité normalisée enregistrées dans le plan de l'écran pour différentes valeurs de l'angle θ :



1. Évaluer grossièrement deux paramètres caractérisant le phénomène principalement observé dans le cas de l'expérience (a).
2. Déterminer a avec trois chiffres significatifs.
3. Évaluer la largeur ϵ d'une fente du système (4).

On donne la relation de la diffraction liant la largeur ϵ d'une fente, la longueur d'onde λ de la radiation incidente, et l'angle d'ouverture α du faisceau émergent:

$$\frac{\alpha}{2} \simeq \frac{\lambda}{\epsilon}$$

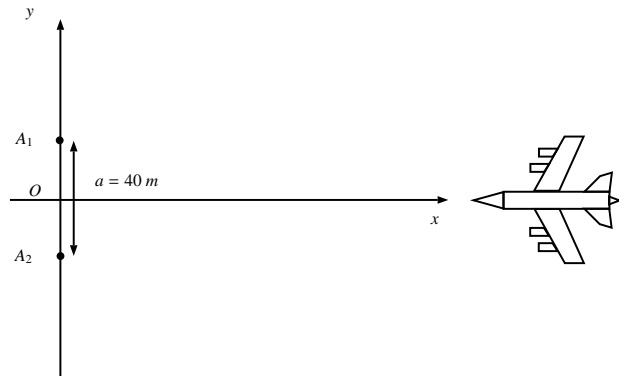
EXERCICE N°19:

Principe des balises ILS

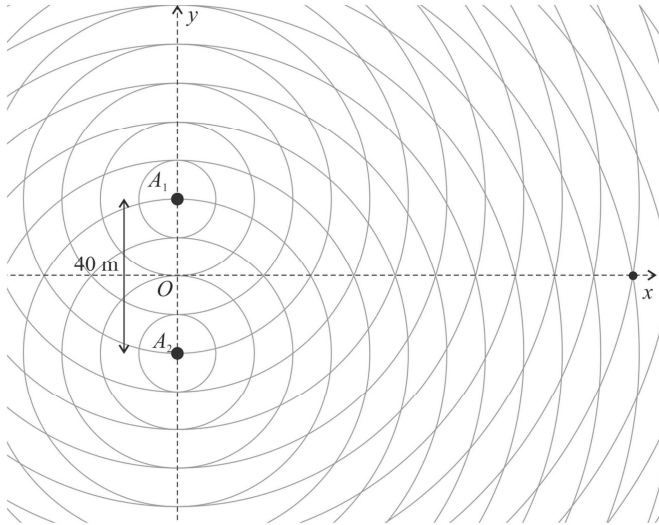
L'ILS, pour **I**nstrument **L**anding **S**ystem, est un système d'aide à l'atterrissage aux instruments utilisé sur tous les aéroports du monde grâce à un guidage latéral (dans l'axe de la piste) et vertical (sur le plan de descente de la procédure). Il permet aux avions de se poser **en toute sécurité et par tous les temps**. Cette aide hertzienne émet dans la gamme des ondes VHF. Il donne ainsi aux pilotes une information en site ("*glide path*": radiophare d'alignement de descente) et en direction ("*localizer*": radiophare d'alignement de piste).

On s'intéresse dans cet exercice au dispositif d'alignement de piste uniquement, qui consiste en deux antennes séparées d'une distance $a = 40 \text{ m}$ qui émettent deux ondes électromagnétiques cohérentes et en phase, de même amplitude et de fréquence $f = 30 \text{ MHz}$. L'avion, muni de récepteurs réglés sur la fréquence f , se déplace en suivant un chemin le long duquel l'amplitude de l'onde captée est maximale.

On supposera que l'avion se déplace dans le plan horizontal (Oxy) et on assimile les antennes à des sources ponctuelles A_1 et A_2 comprises dans ce plan.



- ❶ Montrer que la trajectoire de l'avion est une courbe d'équation: $MA_2 - MA_1 = cste$ et préciser les valeurs possibles de la constante.
En vous aidant de la figure ci-dessous, donner l'allure des courbes correspondantes.

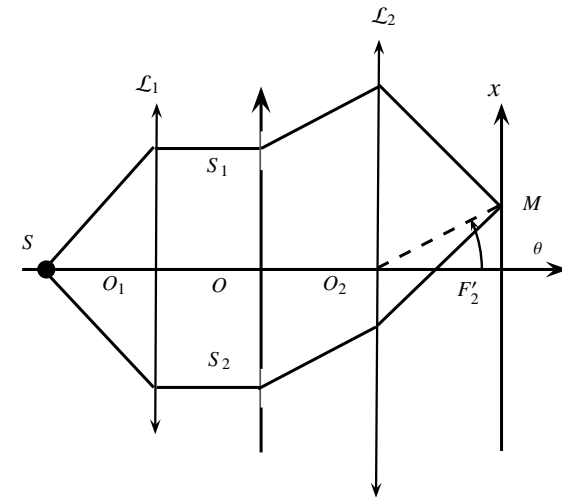


- ❷ La trajectoire voulue est l'axe $[Ox]$ mais l'avion a « accroché » la trajectoire voisine. Calculer l'erreur de positionnement de l'avion (c'est-à-dire sa coordonnée y) quand il se trouve à l'abscisse $x = 2000 \text{ m}$.
- ❸ On peut éviter l'erreur précédente en utilisant simultanément une deuxième fréquence: $f = 33 \text{ MHz}$. Expliquer comment et dire pourquoi cela ne marcherait pas avec $f' = 45 \text{ MHz}$.

- ❹ Proposer un dispositif permettant de contrôler le fait que l'avion se déplace sur une ligne d'amplitude maximale. Combien de récepteurs sont nécessaires? Discuter de l'efficacité du système quand l'avion se trouve à 2000 m de O sachant que l'envergure d'un A320 mesure 34 m .

EXERCICE N°20:

Fentes d'Young en lumière polychromatique



- ❶ On considère le dispositif d'Young, où les deux petits trous sont remplacés par deux fentes F_1 et F_2 identiques, parallèles à $[Oy]$, infiniment fines, distantes de a et centrées respectivement sur S_1 et S_2 ; une fente source est placée dans le plan focal objet de L_1 parallèlement à $[Oy]$. La source est dans un premier temps monochromatique.

Exprimer l'intensité lumineuse dans le plan focal image de L_2 où on a placé un écran. Qu'observe-t-on sur celui-ci?

- ❷ On éclaire désormais en lumière blanche, et on place la fente d'entrée d'un spectroscopie dans le plan focal image de L_2 , parallèlement à $[Oy]$. On déplace le spectroscopie autour de F'_2 . Qu'observe-t-on? Comment choisir la largeur de la fente d'entrée du spectroscopie?

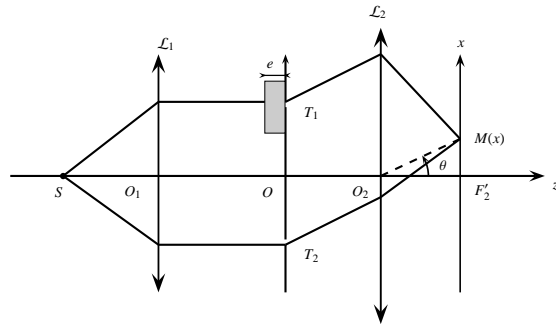
DONNÉES: $f'_2 = 1 \text{ m}$ et $a = 0,1 \text{ mm}$

- ❸ Quand on éclaire avec le doublet du sodium ($\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$), pour quel ordre d'interférences obtient-on le premier brouillage? On veut un brouillage en

$x = 0$. On ajoute une lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n devant S_1 ; calculer la valeur nécessaire de l'épaisseur e . On donne $n = 1,5$.

EXERCICE N°21: Frange achromatique

On considère le dispositif interférentiel des trous d'Young représenté ci-dessous.



Le trou supérieur T_1 est recouvert à sa gauche par une lame à faces parallèles d'épaisseur e , d'indice n .

- ❶ Déterminer l'expression de la différence de marche en un point M de l'écran de coordonnée x .
- ❷ Quelle est le déplacement de la frange centrale par rapport à la situation sans lame?
- ❸ On donne:

$$\begin{cases} n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2} & \text{avec } n_0 = 1,50 \text{ et } A = 0,00605 \mu\text{m}^2 \\ T_1 T_2 = 3 \text{ mm} \\ f_2' = 1 \text{ m} \\ e = 10 \mu\text{m} \end{cases}$$

Déterminer x en fonction de l'ordre d'interférence p au point M et λ .

- ❹ Montrer qu'il existe une frange brillante pour laquelle x est stationnaire dans la gamme des longueurs d'onde visibles. Quel est l'ordre de cette frange dite achromatique (on justifiera ce dernier qualificatif). Calculer le x_0 correspondant.

EXERCICE N°22:

Largeur spectrale d'une source primaire

On considère un dispositif des fentes d'Young distantes de a , éclairé par une fente source primaire. Les trois fentes sont parallèles entre elles, elles sont supposées infiniment fines pour émettre régulièrement dans toutes les directions d'un plan perpendiculaire à leur hauteur (diffraction dite «isotrope»). La fente source est située dans le plan médiateur des fentes d'Young, on observe les interférences sur un écran plan parallèle aux fentes d'Young et placé à une distance $D \gg a$.

- ❶ La source est supposée monochromatique de fréquence ν_0 . Décrire la figure d'interférences sur l'écran au voisinage de l'axe de symétrie $[Oz]$ du dispositif. L'indice de l'air vaut 1.
- ❷ La source est en réalité une raie quasi-monochromatique d'intensité spectrale $B(\nu) = \frac{dE}{d\nu}(\nu)$. On peut considérer que la composante de fréquence ν (à $d\nu$ près) se comporte comme l'onde monochromatique étudiée à la question précédente; par contre les diverses composantes de fréquences différentes n'interfèrent pas entre elles. Précisons la notion d'intensité spectrale utilisée ici:

$$dE_M(\nu) = B_M(\nu)d\nu$$

représente l'éclairement en M de la composante de fréquence ν à $d\nu$ près lorsque l'une des fentes d'Young est occultée. On envisage le cas d'une raie spectrale à profil rectangulaire:

$$\begin{cases} B(\nu) = K & \text{pour } \nu \in [\nu_1, \nu_2] \\ B(\nu) = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On posera $\nu_0 = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$, $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 \ll \nu_1$ et $E_0 = K\Delta\nu$.

- a. Que représente précisément E_0 ?
- b. Calculer $E_\gamma(\delta)$, l'éclairement par les fentes d'Young en un point M de l'écran où la différence de marche vaut δ , et tracer son allure. Expliquer ce que l'on voit.
- c. En déduire le contraste de la figure d'interférences et représenter son allure en fonction de δ . Pour quelle valeur de δ le contraste s'annule-t-il pour la première fois. Interpréter le résultat en terme de longueur de train d'onde.
- ❸ On envisage maintenant un profil spectral plus réaliste sous la forme d'une gaussienne, soit:

$$B(\nu) = K \cdot e^{-\left(\frac{\nu - \nu_0}{u}\right)^2} \text{ avec } u \ll \nu_0$$

- a. Représenter l'allure de ce spectre. Exprimer sa largeur à mi-hauteur. Définir l'éclairement E_0 en fonction de K et u en lui donnant le même sens physique que précédemment. Calculer l'éclairement $E_\gamma(\delta)$, en déduire le contraste et représenter son allure en fonction de δ .
- b. A partir de quelle valeur de δ le contraste reste-t-il inférieur à 0,1?

On donne pour cet exercice si $u \ll \nu_0$:

$$\int_0^{+\infty} e^{-\left(\frac{\nu - \nu_0}{u}\right)^2} \cdot d\nu \simeq \sqrt{\pi}u$$

$$\int_0^{+\infty} \cos(2\pi\nu\Delta t) \cdot e^{-\left(\frac{\nu - \nu_0}{u}\right)^2} \cdot d\nu = \sqrt{\pi} \cdot u \cdot e^{-(\pi u \Delta t)^2} \cdot \cos(2\pi\nu_0\Delta t)$$