TD n°16 Thermodynamique: Transferts thermiques: conduction, conducto-convection, rayonnement

Conduction et conducto-convection thermiques en régime permanent

EXERCICE N°1: UN CAFÉ CHAUD MAIS PAS TROP!

On considère une tasse cylindrique de rayon $a = 5\ cm$, d'épaisseur e, dans laquelle on verse du café a 80^0C... La paroi a une conductivité thermique $\lambda = 2\ W.K^{-1}.m^{-1}$ et le coefficient conducto-convectif avec l'air extérieur est $h = 300\ W.K^{-1}.m^{-2}$. L'air extérieur est à la température de $T_e = 20^0C$.

Quel est l'épaisseur limite e_l nécessaire de la tasse pour ne pas se brûler si l'on considère que les doigts peuvent supporter une température maximale de 50^0C ? On pourra faire le calcul rigoureux dans un premier temps, puis un calcul approximé en géométrie cartésienne dans un second temps dont on justifiera la légitimité.

EXERCICE N°2: BILAN THERMIQUE DANS UN COMBUSTIBLE NUCLÉAIRE

Dans un barreau cylindrique d'uranium, utilisé comme combustible nucléaire, la puissance volumique créée par les réactions nucléaires qui s'y produisent est $\sigma_u = 480\ MW.m^{-3}$. La conductivité thermique de l'uranium est $\lambda = 30\ W.m^{-1}.K^{-1}$, et sa température de fusion $T_f = 1405\ K$. La surface latérale du barreau est maintenue à la température $T_s = 443\ K$.

❶ Le barreau est homogène et sa section droite est un disque de rayon $r_e = 2\ cm$.

- **a·** Trouver la loi de variation de la température $T(r)$, r étant la distance d'un point du matériau à l'axe du cylindre.
- **b·** Quelle est la température maximale? Commenter.
- **c·** Calculer la puissance dissipée par un tel barreau sur une longueur de un mètre.

❷ Le barreau a la forme d'un tube creux de rayon extérieur $r_e = 2\ cm$ et de rayon intérieur $r_i = 1\ cm$. La surface intérieure du tube recouverte d'un isolant thermique parfait.

- **a·** Établir la nouvelle loi de variation de la température $T'(r)$.
- **b·** Quelle est la nouvelle température maximale?
- **c·** Calculer la nouvelle puissance dissipée par un tel tube sur une longueur de un mètre.

EXERCICE N°3: ETUDE THERMIQUE D'UN MAMMIFÈRE MARIN (ORAL CENTRALE 2015)

Un mammifère marin est modélisé par une sphère de rayon R et de centre O. A l'intérieur, il produit une puissance thermique volumique σ_a.

La sphère est placée dans un fluide (eau ou air) de conductivité thermique λ. La température loin de la sphère est $T_0 = 293\ K$.

❶ Rappeler la loi de Fourier. La commenter. La traduire dans la géométrie du problème après avoir justifier vos choix. Indiquer l'unité $S.I.$ de la conductivité thermique.

❷ Proposer des lois physiques analogues à la loi de Fourier.

❸ Calculer le flux thermique Φ dans le fluide en fonction de σ_a et R, en régime permanent.

❹ Calculer $j_q(R)$.

❺ Montrer que pour $r > R$, $4\pi r^2 j_q(r) = A$. Expliciter A.

❻ Déterminer l'équation vérifiée par $T(r)$ dans le fluide.

Etablir que pour $r > R$, $T(r) = T_0 + \dfrac{a}{r}$. Exprimer a.

❼ Déterminer la température cutanée T_c.

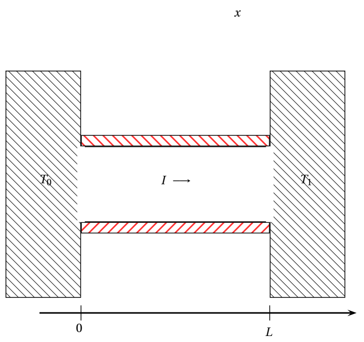
❽ On donne pour l'air $\lambda_a = 5\ S.I.$, pour l'eau $\lambda_e = 500\ S.I.$, $R = 25\ cm$.

Calculer σ_a pour $T_c = 303\ K$ dans les cas où la sphère est plongée dans l'air puis dans l'eau. Commenter.

❾ Pourquoi n'existe-t-il pas de petits mammifères marins?

EXERCICE N°4: DIFFUSION THERMIQUE EN PRÉSENCE D'UN EFFET JOULE

Un cylindre métallique de conductivité électrique et thermique γ et λ, de section S et de longueur L est parcouru longitudinalement par un courant électrique constant d'intensité I. On suppose que les extrémités sont maintenues aux températures T_0 et T_1 avec $T_0 > T_1$ et que la surface latérale est calorifugée (fig ci-dessous). On appelle ρ et c_m respectivement la masse volumique et la capacité thermique massique du conducteur constituant le cylindre.



❶ Déterminer la loi d'évolution spatiale de la température en fonction de l'abscisse en régime établi. On supposera le problème est unidimensionnel.

❷ Examiner les cas particuliers $I = 0$ ou bien $T_0 = T_1$ et commenter l'allure des courbes obtenues.

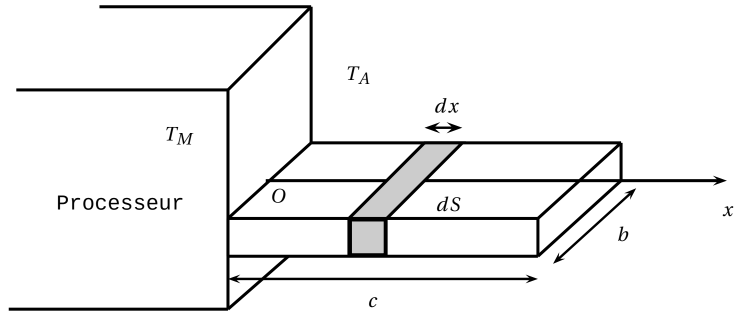
❸ Calculer le flux thermique aux deux extêmités et commenter le résultat.

EXERCICE N°5: AILETTE DE REFROIDISSEMENT

Pour éviter un échauffement trop important d'un processeur M, on munit son enveloppe d'un dissipateur comportant plusieurs ailettes de refroidissement métalliques. Chaque ailette est parallélépipédique de dimensions:

épaisseur $a = 2,0\ mm$, largeur $b = 10 cm$, et longueur $c = 20\ cm$.

On pourra admettre que a est négligeable devant b.



En fonctionnement, l'enveloppe du processeur est à la température $T_M = 60^0 C$. L'air extérieur, qui circule, est de température constante et uniforme $T_A = 20^0 C$, sauf au voisinage immédiat de l'ailette, entourée d'une couche limite d'air thermiquement peu conductrice dont la température reste localement voisine de celle de la surface de l'ailette.

Dans l'ailette, on admettra que le transfert thermique, de type conductif, peut être considéré comme monodimensionnel dans la direction de l'axe $[Ox)$ et qu'il obéit à la loi de Fourier:

$$\overrightarrow{j}(x) = -\lambda \frac{dT}{dx} \overrightarrow{e_x}$$

où $\overrightarrow{j}(x)$ est le vecteur de densité de flux thermique à l'abscisse x, mesuré à partir de l'origine O au contact du boitier du processeur, et avec $\lambda = 16\ W.K^{-1}.M^{-1}$. $T(x)$ est la température à l'abscisse x de l'ailette.

IL existe aussi un transfert thermique de l'ailette vers l'air ambiant à travers la couche limite. Le flux thermique entre la surface latérale dS (en gris sur la figure) de l'élément de l'ailette de longueur dx et l'air ambiant est de la forme:

$$dP = h\left[T(x) - T_A\right] \cdot dS \qquad \text{où } h = 150\ U.S.I. \text{ est un coefficient uniforme et constant.}$$

❶ Ecrire le bilan des échanges d'énergie pour la tranche d'ailette comprise entre les abscisses x et $x + dx$, en régime permanent d'échange thermique.

❷ En déduire que la température $T(x)$ est solution de l'équation différentielle:

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\left[T(x) - T_A\right] = 0$$

On donnera l'expression et la valeur numérique de L ainsi que son unité.

❸ Résoudre cette équation différentielle. On vérifiera que $c >> L$ et on pourra considérer c comme infini pour simplifier les CL.

❹ Déterminer l'expression de la puissance thermique totale P évacuée par l'ailette, ainsi que sa valeur numérique.

Conduction et conducto-convection thermiques en régime variable

Exercice n°6: Refroidissement d'un appartement

Le but de l'exercice est de déterminer la loi d'évolution de la température dans un appartement.

Les appartements voisins sont maintenus à une température $T_V = 18^0 C$. Les échanges thermiques entre le studio et les appartements voisins sont caractérisés par une conductance thermique $G_V = 100\ W.K^{-1}$. La température extérieure est $T_E =^0 C$, indépendante du temps. Les échanges thermiques entre le studio et l'extérieur sont caractérisés par la résistance thermique $R_E = 0,05\ K.W^{-1}$. La capacité thermique du studio est $C = 6.10^5 J.K^{-1}$. A l'instant $t = 0$, le chauffage est coupé dans l'appartement et l'on étudie l'évolution de sa température T_f qui était initialement égale à T_V. Pour les échanges thermiques, on fait l'approximation d'une évolution quasistationnaire pour laquelle on utilise les résistances thermiques des murs.

❶ Déterminer l'équation différentielle satisfaite par $T_f(t)$ et donner le schéma électrique équivalent.

❷ Calculer la constante de temps de l'évolution de la température? Faire une application numérique.

❸ Quelle est la température finale notée T_{fin}? Application numérique.

Exercice n°7: Temps de réponse d'un thermomètre.

❶ On considère un thermomètre au mercure où le métal est contenu dans un tube de rayon a. Le mercure possède une très grande conductivité de sorte qu'en régime quasi-stationnaire, sa température est uniforme au sein du thermomètre. On appelle h le coefficient d'échange mercure-air, D la diffusivité thermique, λ sa conductivité thermique, et L la hauteur moyenne de la colonne de mercure. Pour les applications numériques on prendra:

$$\begin{cases} h = 57\ W.m^{-2}.K^{-1} \\ D = 0,0166\ m^2.heure^{-1} \\ \lambda = 43.10^{-3}\ W.m^{-1}.K^{-1} \\ L = 25\ cm \end{cases}$$

Le mercure étant initialement à une température T_0 et l'extérieur à une température T_e, établir la loi de variation de $T(t)$ en supposant que l'échange thermique ne se fait qu'à l'interface de rayon a.

❷ On introduit le nombre de Biot, $B = \dfrac{hL}{\lambda}$ et le nombre de Fourier, $f = \dfrac{tD}{L^2}$.

Exprimer $\eta(t) = \dfrac{T(t) - T_e}{T_0 - T_e}$ en fonction de f et de B.

Justifier la géométrie des thermomètres. Donner une estimation du temps de réponse du thermomètre. Application numérique.

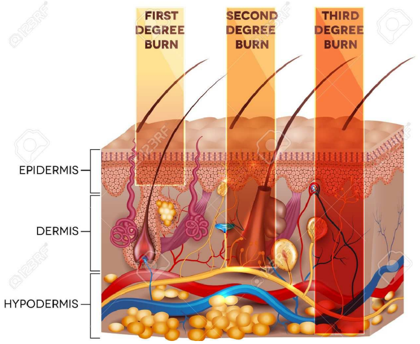
❸ On pose $\theta = T(t) - T_e$ et on suppose maintenant que du fait d'un courant d'air, la température évolue selon une loi typique:

$$T_{ext} = T_e + \theta_1 \sin(\omega t)$$

Exprimer le rapport α entre l'amplitude thermique maximum du thermomètre et l'amplitude thermique maximum du courant d'air. Calculer sa valeur pour une période de fluctuation de l'ordre de la minute. Conclure.

Exercice n°8: Modélisation d'une brûlure de la peau

On cherche dans cet exercice à analyser la propagation de la chaleur dans la peau lors d'une brûlure de celle-ci. On adopte pour cela un modèle unidimensionnel très simple dans lequel la peau correspond au demi-espace $x \geq 0$. Pour $t = 0^-$, la surface de la peau est supposée de température uniforme $T_0 = 300\ K$. A l'instant $t = 0$, la surface de la peau en $x = 0$ est brusquement et durablement mise en contact avec un corps très chaud de température $T_1 = 440\ K$. On donne la diffusivité de la peau humaine $D = 1,5.10^{-7}\ m^2.s^{-1}$



❶ Préciser les expressions de $T(x>0, t=0^+)$, et $T(x=0, t>0)$, et rappeler l'équation de la diffusion thermique correspondant à ce problème?

❷ On va rechercher la solution de ce problème sous la forme $T(x,t) = f(u)$ avec $u = \dfrac{x}{2\sqrt{Dt}}$ variable sans dimension.

a· Dégager l'équation différentielle à laquelle obéit la fonction $f(u)$, et vérifier qu'une solution possible est de la forme:

$$f(u) = A + B\int_0^u e^{-y^2}\cdot dy$$

où A et B sont deux constantes. On admettra qu'il s'agit de la solution générale de cette équation différentielle.

b· Déterminer les expressions des constantes A et B en fonction de T_0 et T_1. **Donnée:**

$$\int_0^{\infty} e^{-y^2}\cdot dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

❸ Déterminer l'expression de la densité de courant thermique $\overrightarrow{J_Q}(x,t)$ et en déduire sa valeur à la surface de la peau, en $x=0$. Que peut-on en conclure?

❹ On cherche dans cette question à estimer la vitesse de propagation de la chaleur dans la peau afin de prévoir les dégâts potentiels d'une exposition prolongée au matériau chaud.
Calculer les instants t_1 et t_2 au bout desquels la température est égale à 90 % de T_1 aux profondeurs 1 mm puis 1 cm.

Ci-dessous sont rassemblées quelques valeurs numériques de la *fonction d'erreur* (appelée aussi *fonction d'erreur de Gauss*):

$$erf(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^u e^{-t^2}\cdot dt$$

u	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
erf(u)	0	0,11	0,22	0,33	0,43	0,52	0,60	0,68	0,74	0,80	0,84	0,88

EXERCICE N°9: FUSION DE LA GLACE SUR UN PARE BRISE

Soit une voiture une nuit d'hiver, dont le pare-brise d'épaisseur e_0 est recouvert de glace d'épaisseur initiale e_1. L'air intérieur de la voiture est à la température T_i, et l'air extérieur est à la température $T_e = -5\,^0C$.

On supposera que la glace fond à $\theta = 0^0C$ dans les conditions de pression de l'expérience.

On modélise les interfaces air intérieur/vitre et air extérieur/glace par une loi de conducto-convection de Newton de coefficients respectifs h_i et h_e.

On se place dans cet exercice dans le cadre d'un régime quasi-permanent pour les transferts thermiques.

On appelle l_f l'enthalpie de fusion massique de la glace dans les conditions de pression de l'exercice.

On appelle également μ la masse volumique de la glace.

❶ Donner l'expression de la résistance thermique totale entre l'air intérieur et l'interface vitre/glace.

❷ Donner de même l'expression de la résistance thermique entre l'air extérieur et l'interface vitre/glace.

❸ Modéliser la situation par un cicuit électrocinétique équivalent et en déduire l'équation différentielle vérifiée par $e(t)$, épaisseur de la couche de glace à l'instant t.

❹ Commenter cette équation en décrivant comment évolue la vitesse de fusion de la glace $\dfrac{de(t)}{dt}$:

- en fonction de la température intérieure de la voiture T_i.

- en fonction du coefficient conducto-convectif h_i. Comment faire pour l'augmenter?
- en fonction de l'épaisseur à l'instant t $e(t)$.

EXERCICE N°10: FONTE D'UN GLAÇON

Une sphère solide d'un corps pur, de centre fixe O, de rayon initial R_0 , est immergée dans le même corps pur à l'état liquide et fond lentement. On note λ la conductivité thermique du liquide, μ_s et c les masse volumique et capacité thermique massique du solide, L_f et M l'enthalpie molaire de fusion et la masse molaire du corps pur. On suppose la conductivité thermique du solide infinie, ce qui lui permet d'avoir à chaque instant une température uniforme.

La capacité thermique massique du liquide est négligeable. Au cours de la fusion, la sphère reste à la température T_f de fusion du corps pur et, loin du solide, le liquide conserve une température constante $T_0 > T_f$. On néglige tout phénomène de convection.

❶ Si $R(t)$ est le rayon instantané de la sphère, déterminer la température $T(r,t)$ dans le liquide.

❷ Effectuer un bilan d'énergie pour la sphère entre les instants t et t+dt.

❸ En déduire l'équation différentielle vérifiée par $R(t)$.

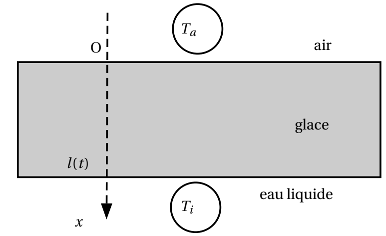
❹ Exprimer la durée nécessaire τ à la fusion complète du glaçon.

EXERCICE N°11: GEL D'UN LAC

On considère un lac où l'eau liquide est en permanence à la température de congélation $T_i = 273\ K$. L'air au-dessus du lac est à la température constante $T_a = 263K$.
Libre de glace à l'instant initial $t = 0$, le lac se couvre progressivement d'une couche de glace dont l'épaisseur est notée $l(t)$ à l'instant t.

On donne pour la glace:

- masse volumique $\rho = 900 kg.m^3$
- conductivité thermique $\lambda = 2,1 W.m^{-1}.K^{-1}$
- capacité calorifique: **négligeable**
- chaleur latente de fusion $L_f = 334 kJ/kg$



Enfin, les échanges thermiques entre la surface libre de la glace et l'air s'effectuent par couplage conducto-convectif; la puissance thermique échangée par unité de surface de glace vaut donc:

$$\mathscr{P}_s^{cc} = h[T_0(t) - T_a]$$

où $T_0(t)$ est la température de la glace en $x = 0$, et $h = 42\ W.m^{-2}.K^{-1}$.

❶ Déterminer la distribution de température $T(x,t)$ dans la glace en fonction de $T_0(t)$, T_i, $l(t)$ et x.

❷ Etablir deux relations entre $l(t)$ et $T_0(t)$. En déduire l'expression de $l(t)$.
On posera $l_0 = \dfrac{\lambda}{h}$ et $\tau = \dfrac{\lambda\rho L_f}{2h^2(T_i - T_a)}$. Donner les valeurs numériques de l_0, τ, et $\dfrac{dl(t)}{dt}$.

❸ Comment évolue la température à la surface du lac?

EXERCICE N°12: HYPOTHERMIE D'UN NAGEUR

Le phénomène d'hypothermie est une situation accidentelle grave durant laquelle la température corporelle descend en deçà d'une valeur critique. Si elle se prolonge dans le temps, elle provoque rapidement un dysfonctionnement de certains organes, puis le coma, et enfin la mort.

Un nageur en eau libre de masse m équipé d'une combinaison entame son effort dans une eau à $T_{ext} = 12^0 C$ après un bon repas correspondant à une ration alimentaire quotidienne complète. Il entre dans l'eau à la date $t = 0$ avec une température corporelle initiale homogène valant $T_i = 37{,}5^0 C$ et on supposera que l'intégralité de la ration alimentaire est exploitée par le métabolisme à la fois pour maintenir cette valeur nominale et également fournir la puissance nécessaire à la nage.

On propose de modéliser le nageur par une simple boule de rayon R.

1. Déterminer les résistances thermiques de la combinaison: conductive R_c, et conducto-convective R^{cc} liée au déplacement dans l'eau.
2. Déterminer la durée de séjour maximale du nageur dans l'eau avant qu'il ne subisse le phénomène d'hypothermie sévère, sachant qu'il cesse de nager dès lors qu'il entre en hypothermie.

Données:

- Températures communément admises d'hypothermie chez l'homme:
  - de $35^0 C$ à $34^0 C$: hypothermie modérée
  - de $34^0 C$ à $32^0 C$: hypothermie moyenne
  - en dessous de $32^0 C$: hypothermie grave
- Energie fournie par une ration alimentaire quotidienne complète: $\epsilon_{alim} = 4000\ kcal \simeq 21000\ kJ$
- Energie nécessaire à l'effort de nage pour un nageur moyen: $2500\ kJ.h^{-1}$
- $m = 75\ kg$
- masse volumique moyenne du corps pour un homme: $\rho = 980\ kg.m^{-3}$
- Capacité thermique massique du corps humain: $C_{corps} = 3{,}5\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$
- Résistance thermique de la peau humaine pour une homme «moyen»: $R_p = 3.10^{-2}\ K.W^{-1}$
- Puissance surfacique de perte par convection $= 30 \times (T_{ext} - T)$ en $W \cdot m^{-2}$ où T_{ext} est la température de l'eau environnante.
- **Combinaison**:
  - Epaisseur «classique» d'une combinaison de plongée: $3\ mm$
  - Conductivité thermique du néoprène: $\lambda_{neo} = 0{,}2\ W.m^{-1}.K^{-1}$

EXERCICE N°13: DÉCONGÉLATION D'UN MORCEAU DE VIANDE

On cherche à déterminer la durée nécessaire pour qu'une pièce de viande sortie du congélateur (à la température $T_0 = -20^0 C$) puisse être décongelée à l'air libre de température $T_E = 20^0 C$.

Afin de simplifier l'étude, on modélisera la situation de la façon suivante:

- le modèle sera unidimensionnel ; le champ de température dans l'aliment sera noté $T(x;t)$;
- l'aliment s'étend entre les cotes $x = 0$ et $x = L$;
- on ne prend pas en compte un éventuel changement d'état;
- on suppose la composition de l'aliment homogène, de conductivité thermique λ, de masse volumique ρ, de capacité thermique massique c, grandeurs indépendantes de la température;
- on suppose, enfin, qu'instantanément à $t = 0$, où l'on sort l'aliment du congélateur, ses bords sont à la température T_E.

Combien de temps faut-il attendre pour que, partout dans la viande, la température soit au moins égale à T_C?

Données:

$T_0 = -20^0 C$
$T_E = 20^0 C$
$T_C = 15^0 C$
Longueur du morceau de viande $L = 20\ cm$;
conductivité thermique de la viande $\lambda = 0{,}4\ W.m^{-1}.K^{-1}$masse volumique $\rho = 1{,}043.10^3\ kg.m^{-3}$
Capacité thermique massique $c = 3{,}1\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$

Rayonnement thermique

Données pour les exercices sur le rayonnement thermique: Loi de Stephan:

$$\varphi = \sigma T^4$$

avec $\sigma = 5,67.10^{-8}\ W.m{-}2.K^{-4}$ la constante de Stephan

EXERCICE N°14: PYROMÈTRE À RAYONNEMENT TOTAL

NB: un corps gris d'émissivité ϵ à la température T rayonne une puissance surfacique $\varphi = \epsilon\sigma T^4$.

Un pyromètre est un appareil permettant la mesure de températures élevées de source (typiquement supérieures à 1000°C). Dans un pyromètre à rayonnemnet total, on envoie la totalité du rayonnement émis par la source S dont on veut mesurer la température sur un capteur, par l'intermédiaire d'un système optique.

Soit T_1 la température de S, ϵ_1 son émissivité (cf définition ci-dessus), S_1 sa surface et P_1 la puissance totale émise. Le capteur a une surface S_2, une température T_2, une émissivité ϵ_2, et reçoit une puissance P_2. Le système optique à un coefficient de transmission en puissance $\tau < 1$, tel que $P_2 = \tau P_1$.

❶ En négligeant tout autre rayonnement que celui émis par la source et en supposant le capteur en équilibre thermique, exprimer T_1 en fonction de T_2, ϵ_2,ϵ_1, S_1, S_2, et τ.

❷ Le capteur est une thermistance dont la résistance varie avec la température selon la loi:

$$R = Ae^{\dfrac{B}{T}}$$

La notice de la thermistance donne les caractéristiques suivantes à $T = 298\ K$:

$$R = 12\ k\Omega \quad \text{et} \quad \alpha_T = \frac{1}{R}\frac{dR}{dT} = -0,05\ K^{-1}$$

Déterminer les coefficients A et B de la thermistance. Que représente B?

❸ On mesure en régime permanent une résistance $R = 5000\ K$. Calculer la température T_2 du capteur et en déduire la température T_1 de la source.

Données: $S_2 = 10\ mm^2$; $S_1 = 1\ cm^2$; ϵ_1=0,6; $\epsilon_2 = 1$; $\tau = 1,5.10^{-4}$

EXERCICE N°15: UN PREMIÈRE MODÉLISATION DE L'EFFET DE SERRE

Dans tout cet exercice, les étoiles et les planètes seront considérées comme des **sphères en équilibre thermique**, et qui se comportent comme des **corps noirs en équilibre radiatif**.

DONNÉES:
- rayon du soleil: $R_S = 7.10^5\ km$
- teméprture de surface du soleil: $T_S = 5800\ K$
- rayon terrestre: $R_T \simeq 6400\ km$
- distance Terre-Soleil: $d \simeq 150.10^6\ km$

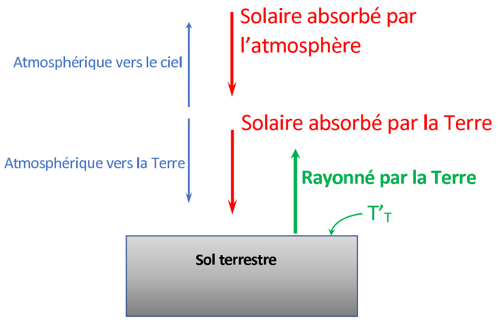
1. On modèle la surface de la Terre par une coquille sphérique de température uniforme, en équilibre thermodynamique: puissance absorbée et puissance émise sont égales. Soit P_S la puissance totale émise par le Soleil. Exprimer P_S en fonction de R_S et T_S. Exprimer en fonction de P_S la puissance P_0 reçue par la Terre. Exprimer alors la température de surface de la Terre T_S.

2. En réalité la puissance absorbée par la surface de la Terre n'est qu'une fraction du rayonnement solaire incident: la surface terrestre réfléchit la fraction A_T, nommée *albedo* de ce rayonnement. L'albédo moyen de la Terre est égal à 0,35. Montrer que la température de surface de la Terre vérifie:

$$T_T^4 = \left(\frac{R_S}{2d}\right)^2 (1 - A_T)T_S^4$$

3. Calculer alors la valeur numérique de T_T; la commenter.

Désormais, on entendra par "Terre" la planète proprement dite, de rayon R_T, entourée d'une pellicule sphérique de gaz qui constitue l'atmosphère. L'atmosphère est modélisée par une couche d'épaisseur $e << R_T$ et de température uniforme T_a rayonnant comme un corps noir; elle absorbe la fraction α du rayonnement solaire et la totalité du rayonnement du corps noir émis par la surface de la Terre. La Terre absorbe la totalité du rayonnement émis par l'atmosphère vers celle-ci.



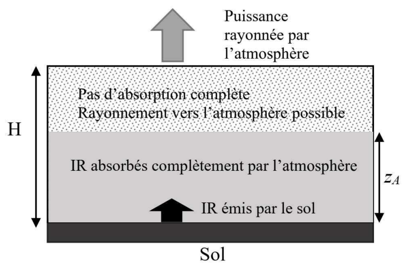
4. A quoi pourrait-être due la différence d'absorption de l'atmosphère pour les rayonnement solaire et terrestre?
5. Soit T'_T la température superficielle moyenne de la Terre calculée en tenant compte de l'influence de l'atmosphère. Exprimer P_1 la puissance solaire absorbée par la surface terrestre; exprimer P_2, puissance rayonnée par l'atmosphère vers la Terre. Effectuer un bilan thermique pour l'atmosphère En déduire la relation:
$$T'^4_T = (2-\alpha)\,T^4_T$$
6. **Application numérique:** calculer T'_T pour $\alpha = 0,35$.
7. Montrer que la température de l'atmopshère T_a est égale à T_T.

Exercice n°16: Une autre modélisation du réchauffement climatique

On assimile l'air atmosphérique à un gaz parfait diatomique. Le champ de pesanteur est considéré comme uniforme.

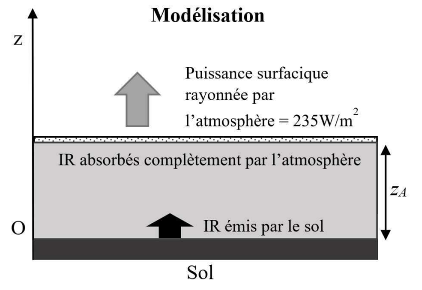
1. Déterminer le gradient thermique $\dfrac{dT}{dz}$ dans l'atmosphère considérée en évolution adiabatique réversible.

On prendra dans la suite $\dfrac{dT}{dz} = -\beta$ avec $\beta = 6,5.10^{-3}\ K.m^{-1}$ pour tenir compte de la présence d'eau. L'atmosphère est de hauteur $H = 10\ km$. Le rayonnement infrarouge émis par le sol est complètement absorbé par le CO_2 contenu dans les couches atmosphériques qui rayonnent ensuite à leur tour.



La puissance surfacique moyenne d'un rayonnement infrarouge après un parcours de longueur L s'écrit:
$$\varphi(L) = \phi(0)\cdot e^{-\epsilon c L}$$
où ϵ est un coefficient d'absorption spécifique à la molécule de CO_2 et c la concentration supposée uniforme en CO_2.

2. Déterminer l'altitude z_A à partir de laquelle les couches d'air sont capables de rayonner vers l'Espace.



On modélise l'atmosphère en considérant que tout le rayonnement provient de l'altitude particulière z_A.

La puissance surfacique rayonnée par l'atmosphère vers l'espace vaut 235 $W.m^{-2}$.

La température au niveau du sol vaut 288 K si la concentration en CO_2 dans l'atmosphère est de 400 $ppmv$.

3. Déterminer l'élévation ΔT de température au niveau du sol si la concentration en CO_2 dans l'atmosphère passe à 500 $ppmv$.

<u>Données:</u> 1 $ppmv = 1\mu L/L$