

# TP n°8 Mécanique: Mesure de coefficients de frottement solide

CAPACITÉS EXPÉRIMENTALES EXIGIBLES: Effectuer une mesure d'un coefficient de frottement (statique  $\mu_s$  ou dynamique  $\mu_d$ ).

OBJECTIFS CONNEXES: vérifier certains aspects des lois de Coulomb.

**Rappel des Lois de Coulomb:** Lors d'un frottement solide entre un objet et

un support fixe dans le référentiel d'étude, les réactions normale  $\vec{N}$  et tangentielle  $\vec{T}$  du support sur l'objet vérifient les relations suivantes :

- $\|\vec{T}\| \leq \mu_s \|\vec{N}\|$  pour un objet immobile par rapport au support;
- $\|\vec{T}\| = \mu_d \|\vec{N}\|$  pour un objet en mouvement par rapport au support

Le matériel disponible est le suivant:

- plateau servant de support, inclinable, possédant une poulie à son extrémité. L'angle du plateau par rapport à l'horizontale peut être mesuré à l'aide d'un fil à plomb et d'un rapporteur ;
- différents mobiles ;
- fil de liaison et dynamomètres ;
- balance électronique ;
- votre smartphone avec l'application phyphox® installée (se référer à l'annexe).

## 1 Mobile sur un plan

### 1.1 Mesure d'un coefficient de frottement statique $\mu_s$

Dans le cas statique (cas où le mobile ne se déplace pas par rapport au support), la force maximale tangentielle vaut  $\|\vec{T}\| = \mu_s \|\vec{N}\|$ .

MANIPULATION:

- En jouant sur l'inclinaison du plan incliné, proposer une expérience permettant de mesurer le coefficient de frottement statique  $\mu_s$ . La réaliser.
- Evaluer expérimentalement la variabilité des paramètres de l'expérience et en déduire l'incertitude-type associée à  $\mu_s$ .
- Conclure.

### 1.2 Mesure du coefficient de frottement dynamique

Dans le cas dynamique (cas où le mobile se déplace par rapport au support), la force tangentielle est constante et vaut  $\|\vec{T}\| = \mu_d \|\vec{N}\|$ .

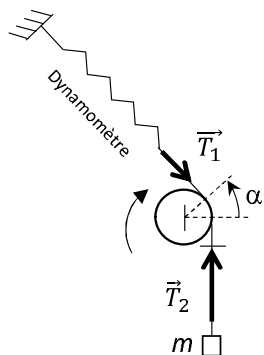
MANIPULATION:

- Proposer une expérience permettant de mesurer le coefficient de frottement dynamique  $\mu_d$ . Evaluer la variabilité des paramètres de l'expérience et en déduire l'incertitude-type associée à  $\mu_d$ .

## 2 Fil sur une poulie

On propose ici de réaliser une mesure du coefficient de frottement dynamique entre une cordelette de type "ficelle à rôti" et une poulie.

Le dispositif expérimental est le suivant:



- la poulie liée à l'axe de rotation d'un moteur est entraînée en rotation à vitesse angulaire constante  $\omega$  dans le sens indiqué.
- Après un bref régime transitoire, le fil est immobile dans le référentiel du laboratoire. Il y a donc glissement entre le fil et la poulie.
- On montre alors que le coefficient  $\mu_d$  vérifie la relation :

$$\ln \frac{T_1}{T_2} = \mu_d \cdot \alpha$$

où  $T_1$  et  $T_2 = mg$  désignent les normes des tensions du fil de chaque côté de la poulie.

#### MANIPULATION:

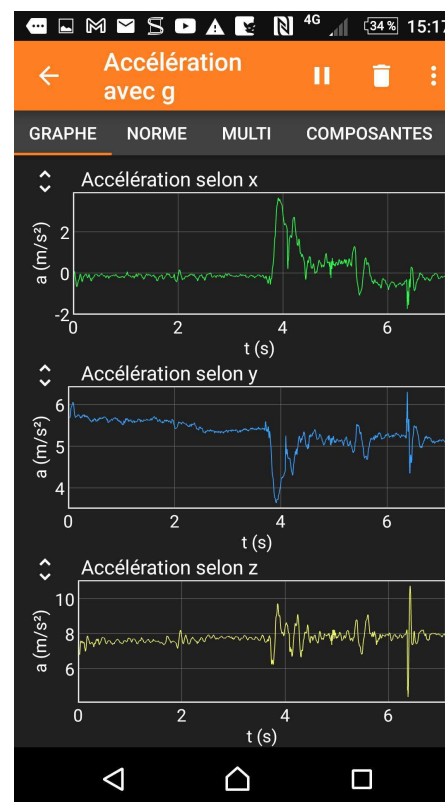
- Réaliser l'expérience décrite ci-dessus en choisissant de manière raisonnée les valeurs de la masse  $m$  et le type de dynamomètre.
- Pour une valeur donnée de  $\alpha$ , effectuer plusieurs mesures successives, les exploiter pour accéder à  $\mu_d$  et à l'incertitude type expérimentale.
- Reprendre l'étude précédente en faisant varier l'angle  $\alpha$ .

## ANNEXE 1: logiciel Phyphox®

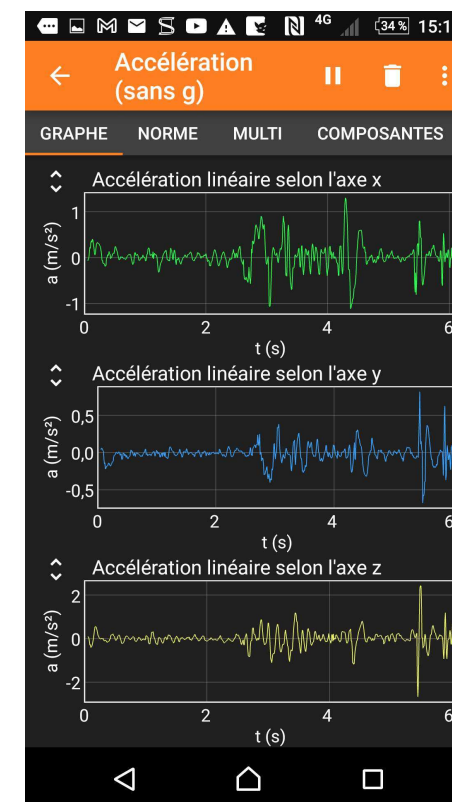
Phyphox® est une application disponible sur téléphone mobile et permettant la collecte et l'exportation dans les formats .csv et .xls de l'ensemble des données mesurées par les capteurs embarqués de l'appareil.

On se propose ici d'exploiter la centrale inertielle à 3 accéléromètres présente sur votre smartphone. Il existe 2 modes pour les données des accéléromètres:

Evaluation des composantes d'accélération  $a_x, a_y, a_z$  **avec** prise en compte de  $\vec{g}$



Evaluation des composantes d'accélération  $a_x, a_y, a_z$  **sans** prise en compte de  $\vec{g}$



### A faire avant la séance de TP:

- télécharger phyphox® sur son smartphone;
- repérer les directions des axes  $x, y, z$  des différents accéléromètres de votre smartphone;
- définir quel mode est le plus adapté à l'expérience réalisée en TP;

## ANNEXE 2: codes python pour l'évaluation des incertitudes types sur $\mu_s$ et $\mu_d$

### • Estimateurs de $\mu_s$ et $u(\mu_s)$ :

Listing 1: Coefficient de frottement statique

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import numpy.random as rd
4 from math import *
5
6 tab_alpha= ## à compléter (tableau numpy)
7
8 alpha_emp=np.mean(tab_alpha)
9 u_alpha=np.std(tab_alpha)
10
11 plt.figure()
12 plt.hist(tab_alpha, bins=10)
13 plt.title(r"$\alpha_{emp}=\alpha_{0:.2f}$, et $u(\alpha)=\alpha_{1:.2f}$".format(alpha_emp, u_alpha, ""))
14 plt.xlabel(r"Angle limite $\alpha$")
15 plt.ylabel('Fréquence des tirages')
16 plt.show()
17
18 #####
19 ## Evaluation du coefficient de frottement statique ##
20 #####
21 tab_mus=np.tan(tab_alpha*pi/180) #calcul du tableau des valeurs de mus
22 mus_emp=np.mean(tab_mus)
23 u_mus=np.std(tab_mus)
24
25 plt.figure()
26 plt.hist(tab_mus, bins=100)
27 plt.title(r"$\mu_{s_{emp}}=\mu_{0:.2f}$, et $u(\mu_s)=\mu_{1:.2f}$".format(mus_emp, u_mus))
28 plt.xlabel(r'Coefficient de frottement statique $\mu_s$')
29 plt.ylabel('Fréquence des tirages')
30 plt.show()

```

• Codes pour le calcul des estimateurs de  $\mu_d$  et  $u(\mu_d)$ :

Listing 2: Système fil-poulie

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import numpy.random as rd
4 from math import pi
5
6 #####
7 ##### Données numériques et calcul des tableaux de tirages #####
8 #####
9 N=int(1E5)
10 m= # à compléter
11 u_m= # à compléter
12
13 T2=m*9.81
14 u_T2=u_m*9.81
15 tabT2=rd.normal(T2,u_T2,N)
16
17 pi=np.pi
18 alpha=pi/2
19 delta_alpha=2.0*pi/180 #demi-largeur de distribution estimée à 2 degrés)
20 tabalpha=rd.uniform(alpha-delta_alpha,alpha+delta_alpha,N)
21
22 T1= # à compléter
23 delta_T1= # à compléter
24 tabT1=rd.uniform(T1-delta_T1,T1+delta_T1,N)
25
26 #####
27 ##### Estimation du coefficient de frottement dynamique et son incertitude #####
28 #####
29 tab_mud=(1/tabalpha)*np.log(tabT1/tabT2)
30 mud_emp=np.mean(tab_mud)
31 u_mud=np.std(tab_mud)
32
33 plt.figure()
34 plt.hist(tab_mud,bins=100)
35 plt.title(r"$\mu_{d\_emp}=\text{.2f}$, et $u(\mu_d)=\text{.2f}$".format(mud_emp,u_mud))
36 plt.xlabel(r'Coefficient de frottement dynamique $\mu_d$')
37 plt.ylabel('Distribution des tirages')
38 plt.show()

```

### Listing 3: Masse en mouvement sur plan incliné

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import numpy.random as rd
4 from math import pi
5
6 #####
7 ##### Données numériques et calcul des tableaux de tirages #####
8 #####
9 alpha = ..... * pi /180 # à compléter
10 g=9.81
11
12 fichier = open('Raw_Data.csv','r')
13 fichier_lu = fichier.readlines() #liste des chaines de caractères de chaque ligne
14 fichier.close()
15
16 #####
17 ##### Lecture de chaque ligne , implémentation des données en liste de listes , puis conversion en tableau #####
18 #####
19 liste=[]
20 for line in fichier_lu[1:]: #slicing éliminant les intitulés de colonne
21     tps ,ax,ay ,az ,a=line.rstrip('\n').split(";")
22     liste.append([ float(tps),float(ax),float(ay),float(az),float(a)])
23
24 tableau_donnees = np.array(liste) # conversion en tableau numpy, toujours préférable pour
25 # permettre des calculs termes à termes si nécessaire
26 # la structure est une ligne de 5 données tps,ax,ay,az,a
27
28
29 #####
30 ##### Extraction du par slicing du tableau des dates et de la composante pertinente d'accélération #####
31 #####
32 t=tableau_donnees[:,0]
33 a_ch=..... # à compléter
34
35 ##### Tracé pour choisir par slicing les bonnes valeurs du tableau "tableau_cpste_accel"
36 plt.figure()
37 plt.xlabel(r'temps_(s)')
38 plt.ylabel("Accélération_selon_l'axe_choisi")
39 plt.plot(t,.....) # à compléter
40
41 ##### Choix de l'intervalle des valeurs à conserver #####
42 t_min = ..... #à compléter
43 t_max = ..... #à compléter
44
45 ##### Détermination des indices du tableau correspondant à t_min et t_max
46 while t[i]<t_min:
47     i+=1
48 imin=i
49 while t[i]<t_max:

```

```

50     i += 1
51     imax = i
52
53     t = t[imin:imax]
54     a_ch = a_ch[imin:imax]
55
56     plt.hist(a_ch, bins=50)
57     plt.xlabel(r"Composante_choisie_de_l'accélération_{$a_{ch}$}")
58     plt.ylabel('Fréquence_des_tirages')
59     plt.show()
60
61     a_ch_emp = np.mean(a_ch)
62     u_a_ch = np.std(a_ch, ddof=1)
63
64     plt.figure()
65     plt.hist(a_ch, bins=100)
66     plt.title(r"$a_{ch\_emp} = \{0:.2f\}$, et $u(a_{ch}) = \{1:.2f\}$".format(a_ch_emp, u_a_ch))
67     plt.xlabel(r"composante_d'accélération_choisie_{$a_{ch}$}")
68     plt.ylabel('Fréquence_des_tirages')
69     plt.show()
70
71     #####
72     ##### Calcul du coefficient de frottement dynamique et son incertitude #####
73     #####
74     tab_mu_d = np.tan(alpha) - abs(a_ch) / (g * np.cos(alpha))
75     mu_d_emp = np.mean(tab_mu_d)
76     u_mu_d = np.std(tab_mu_d, ddof=1)
77
78     plt.figure()
79     plt.hist(tab_mu_d, bins=100)
80     plt.title(r"$\mu_{d\_emp} = \{0:.2f\}$, et $u(\mu_d) = \{1:.2f\}$".format(mu_d_emp, u_mu_d))
81     plt.xlabel(r'Coefficient_de_frottement_dynamique_{$\mu_d$}')
82     plt.ylabel('Distribution_des_tirages')
83     plt.show()

```