Informatique - MPI

On introduit trois variables propositionnelles A, B, M dont la sémantique est respectivement *A est un Pur*, *B est un Pur* et *nous sommes sur l'île Maya.*

Question 1.
□ **1.1.** Les dires de A se traduisent en $(B \wedge M)$ et ceux de B en $(\neg A \wedge M)$. Les contraintes de l'énoncé imposent que la formule $\varphi_1 = (A \leftrightarrow (B \wedge M)) \wedge (B \leftrightarrow (\neg A \wedge M))$ est vraie.
□ **1.2.** On utilise les règles du calcul propositionnel pour obtenir :

$$\varphi_1 \equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee M) \wedge (\neg B \vee \neg M \vee A) \wedge (\neg B \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee M) \wedge (A \vee \neg M \vee B)$$

□ **1.3.** Dans l'arbre obtenu, une seule feuille est étiquetée par $\top$: celle correspondant à la valuation v telle que $v(A) = v(B) = v(M) = 0$. On en déduit que A et B sont deux Pires et que le voyageur n'est pas sur l'île Maya.

Question 2.
□ **2.1.** De manière similaire, on obtient $\varphi_2 = (1) \wedge (2)$ avec $(1) = (A \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B \wedge M))$ représentant les contraintes dues aux dires de A et $(2) = (B \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B) \wedge \neg M)$ celles dues à B.
□ **2.2.** On obtient la table de vérité suivante :

A	B	M	$(\neg A \wedge \neg B \wedge M)$	(1)	$((\neg A \vee \neg B) \wedge \neg M)$	(2)	φ_2
F	F	F	F	1	V	F	F
F	F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	F	V	F	F
V	F	V	F	F	F	V	F
V	V	F	F	F	F	F	F
V	V	V	F	F	F	V	F

On en déduit que φ_2 est équivalente à la formule $\varphi = (\neg A \wedge B \wedge \neg M)$ qui est bien une formule sous forme normale disjonctive (à une clause).
□ **2.3.** D'après la question précédente, le voyageur n'est toujours pas arrivé. D'ailleurs, on connaît aussi la nature de A et B : A est Pire et B est Pur.