1. **Banque CCINP 2024 :** 5 (cours séries : critère de Bertrand)
2. **Banque CCINP 2024 :** 6 (cours séries : critère de D'Alembert)
3. **Banque CCINP 2024 :** 7 (cours séries : équivalents)
4. **Banque CCINP 2024 :** 8 (cours séries : séries alternées)
5. **Banque CCINP 2024 :** 46 (faire un développement limité)
6. **Banque CCINP 2024 :** 55 (suites récurrentes linéaires d'ordre 2)
7. **Officiel de la Taupe 2019 :** 195 I (Centrale)
   On donne $u_0 \in]-1,0[$ et $u_{n+1} = u_n + u_n^2$ pour $n \in \mathbb{N}$.
   Étudier les variations de la fonction définie par $f(x) = x^2 + x$ et montrer que $\forall x \in\in]-1,0[$, $f(x) \in]-1,0[$.
   Montrer que $(u_n) \subset]-1,0[$ en déduire que (u_n) converge et donner sa limite..
   Conclure à la convergence de $\sum u_n^2$ et donner sa somme en fonction de u_0.
   Étudier $\sum(-1)^n u_n$. Montrer que la suite de terme général $a_n = \frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_{n+1}}$ converge et donner sa limite l.
   Justifier que $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} a_k = l$.
   En déduire un équivalent de u_n et la nature de $\sum u_n$.
8. **[Mines Telecom]**
   Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = \int_0^1 \ln(1+t^n)dt$.
   a. Calculer u_0 et u_1.
   b. Montrer que $\forall x \geqslant 0$, $\frac{x}{1+x} \leqslant \ln(1+x) \leqslant x$.
   c. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers 0.
   d. Donner la nature des séries $\displaystyle\sum_{n\geqslant 0} u_n$ et $\displaystyle\sum_{n\geqslant 0}(-1)^n u_n$.
9. **Officiel de la Taupe 2019 :** 81 I (Mines)
   Montrer que $P_n(X) = X^n - nX + 1$ admet une unique racine, que l'on note x_n, dans $[0,1]$.
   Déterminer la limite de (x_n) puis donner un équivalent de x_n et un développement asymptotique à deux termes.
10. **[Mines-Ponts]**
    Soit $(x_n)_{n\geqslant 0}$ définie par : $x_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}$.
    Donner un équivalent de x_n quand $n \to +\infty$.
    (indication : déterminer la limite de la suite puis calculer $\lim_{n\to+\infty}\left(x_{n+1}^2 - x_n^2\right) = 2$)
11. **[Mines Ponts]**
    Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par $u_0 \in]0,1[$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + u_n^2)$.
    (a) Déterminer un équivalent de u_n.
    (b) Nature de la série de terme général u_n ?
12. **[Centrale MP]**
    On pourra introduire dans ce qui suit la fonction $f : t \mapsto \dfrac{\ln t}{t}$ (et utiliser des comparaisons série-intégrale).
    a. Donner un développement asymptotique à deux termes de $u_n = \displaystyle\sum_{p=2}^{n} \frac{\ln p}{p}$.
    b. À l'aide de la constante d' Euler, calculer $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n \frac{\ln n}{n}$.
13. **[Écoles des Mines]**
    Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n}(-1)^k\sqrt{k}$ et $t_n = s_n + s_{n+1}$.
    (a) Nature de $\sum(t_{n+1} - t_n)$?
    (b) En déduire que (t_n) converge vers une limite < 0, puis que $s_n \sim (-1)^n\frac{\sqrt{n}}{2}$ quand n tend vers l'infini.
    (c) Nature de $\sum \dfrac{1}{s_n}$?