TP n°4 Electronique: Filtrage analogique d'ordre 2

Capacités expérimentales exigibles:

Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'action d'un filtre sur un signal périodique.

1 Etude fréquentielle d'un filtre d'ordre 2

On considère le circuit suivant, constitué d'un conducteur ohmique de résistance R, d'un condensateur de capacité C, d'une bobine d'inductance propre L et de résistance interne r, alimenté par un GBF. On note $e(t)$ la tension aux bornes du GBF, et $s(t)$ la tension aux bornes du conducteur ohmique.

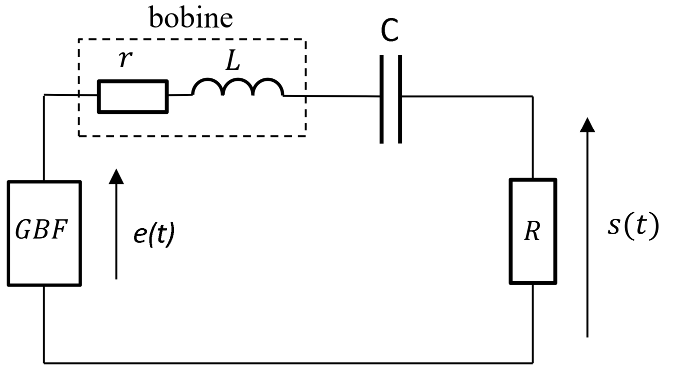

Figure 1: Filtre RLC d'ordre 2

On désire déterminer expérimentalement les valeurs de l'inductance L et de la résistance interne r de la bobine à l'aide d'une étude de la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ associée au circuit.

On rappelle les définitions du gain G et de la phase φ associées à la fonction de transfert $\underline{H}$:

$$\left[\begin{array}{l} G = |\underline{H}| \\ \varphi = arg(\underline{H}) \end{array}\right.$$

et on note le gain en décibel: $G_{dB} = 20 \cdot \log_{10} G$

1.1 Etude théorique de la fonction de transfert

Questions:

❶ Par une étude qualitative du comportement haute et basse fréquence du filtre (ou étude asymptotique), déterminer sa nature (passe-bas, passe bande, etc...).

❷ Déterminer l'expression théorique de la fonction de transfert, la mettre sous forme canonique et donner l'expression des paramètres du filtre H_0, ω_0, et Q en fonction de R,r, L et C.

1.2 Etude expérimentale de la fonction de transfert

Dans toute la suite, on se place en RSF et on se limite au domaine fréquentiel $\nu \in [10\ Hz, 40\ kHz]$ On désire obtenir expérimentalement le diagramme de Bode (courbes $G = f(log_{10}\nu)$ et $\varphi = g(log_{10}\nu)$) associé à la fonction de transfert.

Manipulation:

- Réaliser le montage du circuit étudié en prenant les valeurs $R = 100\Omega$ et $C = 200\ nF$, et en utilisant la bobine 1000 spires disponible sur la paillasse.
- Rappeler comment mesurer, pour une fréquence donnée, le gain $G(\nu)$ et la phase $\varphi(\nu)$ associés au filtre et réaliser ces mesures pour pour $\nu = 1000\ Hz$.

1.2.1 Etude préliminaire

- Vérifier expérimentalement le comportement prévu par l'étude asymptotique du filtre dégagée plus haut (en restant dans l'intervalle des fréquences $\nu \in [10\ Hz, 40\ kHz]$).
- Déterminer la valeur de la fréquence propre $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, et ainsi que l'incertitude type $u(f_0)$:

  - Par une mesure associée au gain.
  - Par une mesure associée à la phase φ.

1.2.2 Diagramme de Bode

- On désire que les points expérimentaux soient équi-répartis en échelle logarithmique, c'est-à-dire que les fréquences expérimentales f_k vérifient $\log_{10} f_k = a + bk$. Déterminer la suite de valeurs (f_k) qui permette d'obtenir 6 points par décade.
- Mesurer G et φ pour chacune des fréquences précédemment déterminées.
- Rappeler la définition d'une fréquence de coupure. Mesurer les valeurs des deux fréquences de coupure f_{c1} et f_{c2} ainsi que leurs incertitudes type associées $u(f_{c1})$ et $u(f_{c2})$.

2 Exploitation des mesures

2.1 Diagramme de Bode

- Tracer à l'aide de *Regressi*© les courbes de réponse en gain et en phase:

$$\left[\begin{array}{l} G = f(log_{10} f) \\ \text{et} \\ \varphi = g(log_{10} f) \end{array}\right.$$

- Déterminer les pentes des asymptotes haute et basse fréquence de la courbe de gain.
- En déduire la nature et l'ordre du filtre considéré.

2.2 Détermination de L et r par méthode de Monte-Carlo

L'analyse théorique permet d'établir que:

$$L = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C}$$

- La valeur de C étant connue, et celles de f_0 et $u(f_0)$ précédemment déterminées, proposer la valeur de $u(C)$ manquante. A l'aide du fichier python fourni (à compléter), déterminer par une méthode de Monte-Carlo les valeurs L et $u(L)$.
- Questions:
  - ❶ Montrer que la différence entre les fréquences de coupure $f_{c2} - f_{c1}$ vérifie:

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q}$$

  - ❷ En déduire que:

$$r = \frac{\Delta f}{2\pi f_0^2 C} - R$$

- Déterminer par une méthode de Monte-Carlo les valeurs de r et $u(r)$.
- Le RLC-mètre disponible sur la paillasse professeur permet d'obtenir des valeurs de référence pour L et r. Mesurer L_{ref} et r_{ref} et conclure quant à la validité de la mesure de chacun de ces paramètres.
- La tension $u(t)$ n'est pas constante lors de cette série de mesures. Montrer que ceci peut s'expliquer par le fait que le GBF est un générateur de tension d'impédance de sortie non nulle.

Annexe: codes python à compléter

Listing 1: Evaluation de L et u(L)

```
import numpy as np
import numpy.random as rd
from matplotlib import pyplot as plt

###### Données numériques ######
N=          # à compléter
C=          # à compléter
uC=         # à compléter
f0=         # à compléter
deltaf0=    # à compléter
```

```python
pi=np.pi

###### Construction des tableaux de tirages de f0 et C ######
##########   (choix de distributions uniformes)   ##########
tabf0=rd.uniform(f0-deltaf0,f0+deltaf0,N)
tabC=rd.normal(C,uC,N)

###### Calcul des tableaux de L ######
tabL=       # à compléter

###### Estimateurs de Lmoy et de son incertitude uL ######
Lmoy=np.mean(tabL)
uL=np.std(tabL,ddof=1)

############ Tracé de l'histogramme de la distribution de L ##########
plt.hist(tabL,bins=100,color="blue",fill=False)
plt.xlabel(r"Valeurs de $L$ obtenues")
plt.ylabel("Fréquence des tirages $L$",color="blue")
plt.title(u"L = {0:.2f} mH, u(L) = {1:.2f} mH".format(Lmoy*1e3,uL*1e3)
,color="red",fontsize=16)
plt.show()
```

Listing 2: Evaluation de r et u(r)

```python
import numpy as np
import numpy.random as rd
from matplotlib import pyplot as plt

###### Données numériques ######
N=         # à compléter (nombre de tirages à effectuer)
R=         # à compléter
uR=        # à compléter
C=         # à compléter
uC=        # à compléter
f0=        # à compléter
deltaf0=   # à compléter
fc1=       # à compléter
deltafc1=  # à compléter
fc2=       # à compléter
deltafc2=  # à compléter

pi=np.pi

###### Construction des tableaux de tirages de f0, C, fc1, fc2, et R ######
```

```python
##########   (choix de distributions uniformes)   ##########
tabf0=rd.uniform(f0-deltaf0,f0+deltaf0,N)
tabC=rd.normal(C,uC,N)
tabfc1=rd.uniform(fc1-deltafc1,fc1+deltafc1,N)
tabfc2=rd.uniform(fc2-deltafc2,fc2+deltafc2,N)
tabR=rd.normal(R,uR,N)

###### Construction du tableau de L ######
tabr=(tabfc2-tabfc1)/(2*pi*tabf0**2*tabC)-tabR


###### Estimateurs de Lmoy et de son incertitude uL ######
rmoy=np.mean(tabr)
ur=np.std(tabr,ddof=1)

plt.hist(tabr,bins=100,color="blue",fill=False)
plt.xlabel(r"Valeurs de $r$ obtenues",color="blue")
plt.ylabel("Fréquence des tirages $r$",color="blue")
plt.title(u"r = {0:.2f} $\Omega$, u(r) = {1:.2f} $\Omega$".format(rmoy,ur)
,color="red",fontsize=16)
plt.show()
```