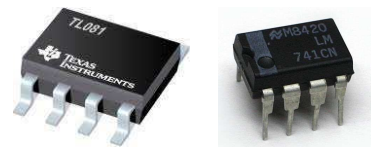


XIII

Montages linéaires et non linéaires à A.L.I.



Les deux modèles les plus courants d'amplificateur linéaire intégré (A.L.I.) : à gauche un TL081 et à droite un $\mu A741CN$

PLAN DU CHAPITRE

I	A.L.I. en boucle ouverte - modélisation	2
I.1	Présentation et caractéristiques à fréquence nulle $\omega = 0$	2
I.2	Caractéristiques à fréquence non nulle ($\omega \neq 0$) dans le domaine linéaire : fonction de transfert	3
I.3	Modélisation par l'ALI idéal	4
II	Montages à A.L.I. en boucle fermée avec contre-réaction - domaine de linéarité	6
II.1	Contre-réaction ou rétroaction d'un montage à A.L.I.	6
	a - Position du problème	6
	b - Système bouclé - formule de Black - nécessité d'un grand gain de la chaîne directe	7
II.2	Exemple du non inverseur linéaire à A.L.I.	9
	a - Fonction de transfert en boucle fermée FTBF	9
	b - Apport de la contre-réaction : élargissement de la bande passante.	10
	c - Etude succincte de la stabilité	11
	d - Cas de l'ALI idéal : obtention rapide de la FTBF - commentaires	12
II.3	Quelques exemples de montages	13
III	Montages à A.L.I. en boucle fermée à réaction positive	15
III.1	Réaction positive d'un montage à A.L.I. - non linéarité	15
III.2	Temps de commutation - cas d'un montage à A.L.I. idéal	17
III.3	Principe d'analyse d'un montage non linéaire à A.L.I. idéal	18
III.4	Exemple 1 : le comparateur à hystérésis inverseur (CHI)	18
III.5	Exemple 2 : le comparateur à hystérésis non inverseur (CHNI)	20

I A.L.I. en boucle ouverte - modélisation

I.1 Présentation et caractéristiques à fréquence nulle $\omega = 0$

L'A.L.I. ou Amplificateur Linéaire Intégré (anciennement nommé A.O. pour Amplificateur Opérationnel) est un dispositif électronique inventé dans les années 1950, et se présentant dans sa version actuelle sous la forme d'une petite puce comportant au total 8 broches :

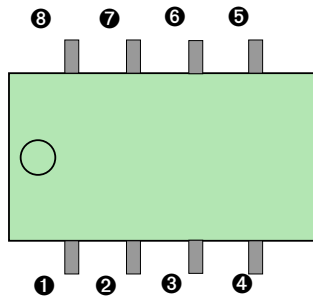


FIGURE XIII.1 – Schéma de brochage d'un ALI

- ❶ : broche d'équilibrage de la tension différentielle (non utilisée)
- ❷ : entrée inverseuse -
- ❸ : entrée non inverseuse +
- ❹ : alimentation négative $-V_{cc}$
- ❺ : broche d'équilibrage de la tension différentielle (non utilisée)
- ❻ : sortie
- ❼ : alimentation positive $+V_{cc}$
- ❽ : non connectée

L'A.L.I. fut dans un premier temps employé dans les calculateurs analogiques pour réaliser des opérations sur les signaux (somme, différence, intégration, dérivation, etc...) ce qui explique son appellation originelle d'A.O. ; il permit notamment dans les années 70, alors que le coût des ordinateurs étaient encore prohibitif, aux chercheurs et ingénieurs de résoudre de manière analogique les équations différentielles (machines analogiques) nécessaires à leurs travaux, et ce à moindre coût. Il est désormais employé de manière plus générale dans les circuits analogiques de filtrage, de communication, dans les oscillateurs etc... C'est un circuit actif qu'il faut alimenter par deux sources de tension, généralement symétriques, souvent $V_{cc} = +15\text{ V}$ et $-V_{cc} = -15\text{ V}$.

Dans les schémas de circuits, on le représente généralement par un rectangle comportant seulement les 3 broches utiles à la compréhension du fonctionnement, à savoir les entrées inverseuse - de potentiel nommé V^- , non inverseuse + de potentiel nommé V^+ , et la sortie s de potentiel V_s ; en particulier, on ne représente quasiment jamais les broches reliées à l'alimentation symétrique ($-V_{cc}, V_{cc}$). On appelle ϵ la tension dite "différentielle" $\epsilon = V^+ - V^-$:

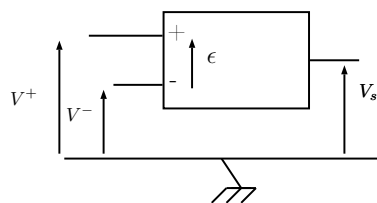


FIGURE XIII.2 – Symbole d'un ALI

En outre, les entrées + et - comportent des impédances importantes (impédances d'entrée), de l'ordre du $M\Omega$ pour le $\mu A741CN$ et $10^{12}\Omega$ pour le $TL081$, ce qui entraîne des valeurs très faibles pour les courants d'entrée. Par exemple, pour le $\mu A741CN$ si les valeurs de tension d'entrée sont de l'ordre de 1 V , alors cela donne des

courants d'entrée de l'ordre du μA ; ainsi, on pose en général $i^+ \simeq 0$ et $i^- \simeq 0$.

Enfin, la tension de sortie V_s est limitée par construction à un intervalle $[-V_{sat}, +V_{sat}]$ avec V_{sat} de l'ordre de V_{cc} , souvent autour de 12,5 à 14 V.

Sa caractéristique $V_s = f(\epsilon)$, appelée **caractéristique statique de transfert**, est la suivante :

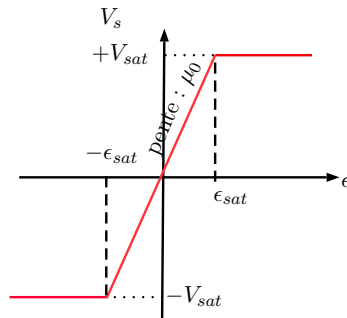


FIGURE XIII.3 – Caractéristique de transfert statique de l'ALI

COMMENTAIRES :

- La caractéristique statique montre un intervalle de tension d'entrée pour lequel $V_s = f(\epsilon)$ est linéaire. La pente de cette partie étant de l'ordre de $\mu_0 = 10^5$, l'intervalle de linéarité pour ϵ est $[-\epsilon_{sat}, \epsilon_{sat}]$ avec $\epsilon_{sat} = \frac{V_{sat}}{\mu_0} \sim 10^{-4} V$.

Dans ce domaine, on peut écrire la caractéristique de transfert statique : $\mu_0 = \frac{V_s}{\epsilon} \sim 10^5$.

IMPORTANT : dans la mesure où la valeur de ϵ_{sat} correspond à l'ordre de grandeur du "bruit électrique" (perturbations des tensions dans les circuits liées à l'environnement électrique extérieur notamment), **le domaine de linéarité de l'ALI, bien trop restreint, est souvent inexploitable en pratique ! Nous reviendrons sur ce point en détail.**

- En dehors du domaine de linéarité, le comportement de l'ALI est dit **saturé** :
$$\begin{cases} \text{pour } \epsilon < -\epsilon_{sat} \text{ on a } V_s = -V_{sat} \\ \text{pour } \epsilon > \epsilon_{sat} \text{ on a } V_s = +V_{sat} \end{cases}$$

I.2 Caractéristiques à fréquence non nulle ($\omega \neq 0$) dans le domaine linéaire : fonction de transfert

Lorsque l'ALI réel est alimenté en régime harmonique, on constate que la bande passante de celui-ci est limitée, et l'on peut représenter son comportement fréquentiel dans le domaine de linéarité par une fonction de transfert du 1^{er} ordre de type passe-bas.

Propriété I-1: FONCTION DE TRANSFERT DE L'ALI

En régime harmonique, et dans le domaine de linéarité, la caractéristique de transfert de l'A.O. est bien modélisée par celle d'un filtre passe-bas du premier ordre dont la fonction de transfert s'écrit :

$$\mu(j\omega) = \frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad \left[\begin{array}{l} \mu_0 \simeq 10^5 \\ \omega_0 = 2\pi f_0 \text{ avec } f_0 \simeq 5\text{Hz} \end{array} \right.$$

Le digramme de Bode (réponse en gain et réponse en phase) asymptotique possède l'allure suivante :

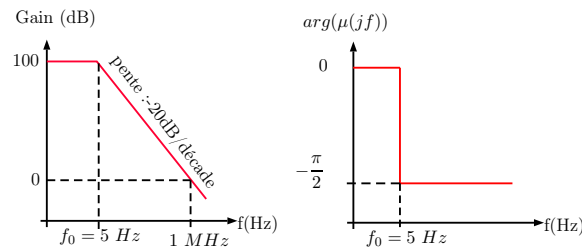


FIGURE XIII.4 – Allure asymptotique des réponses en gain et en phase pour le $\mu A741$

Lorsque l'ALI est alimenté en régime variable, la vitesse de variation de la tension de sortie est limitée ; cette caractéristique s'appelle la **vitesse maximale de balayage** ou "Slew-rate" ; sa valeur dépend du modèle d'ALI :

Propriété I-2: VITESSE MAXIMALE DE BALAYAGE

La vitesse de variation de la tension de sortie de l'ALI est bornée avec :

$$\sigma = \left| \frac{dV_s}{dt} \right|_{max} = \left[\begin{array}{l} 300 \text{ mV} \cdot \mu\text{s}^{-1} \text{ pour le } \mu A741\text{CN} \\ 13 \text{ V} \cdot \mu\text{s}^{-1} \text{ pour le TL081} \end{array} \right.$$

Cette caractéristique porte le nom de vitesse maximale de balayage ou "slew rate".

NB : nous verrons que le "slew rate" est à l'origine d'une perte de la linéarité dans les montages à A.L.I. initialement linéaires.

CONCLUSION : dans sa configuration "nue", à savoir sans qu'aucun autre composant linéaire (résistance, capacité, bobine) ne lui soit connecté, l'A.L.I. est finalement un simple amplificateur de différence ; cependant, le domaine de variation de la tension d'entrée différentielle ϵ assurant un fonctionnement linéaire est très restreint ($\epsilon \in [-10^{-4}\text{V}, 10^{-4}\text{V}]$). En outre, la modélisation passe-bas du premier ordre de l'ALI montre que sa bande passante est très limitée ($\sim 5 \text{ Hz}$).

I.3 Modélisation par l'ALI idéal

Compte tenu du fait que la pente μ_0 dans le domaine de linéarité de l'A.L.I. est très importante, on définit le modèle de l'**A.L.I. idéal** en posant que $\mu_0 \rightarrow +\infty$.

Définition I-1: ALI IDÉAL

On retiendra les caractéristiques suivantes pour le modèle de l'ALI idéal :

- le gain statique est infini : $\mu_0 \rightarrow +\infty$
- les courants des entrées différentielles sont nuls : $i^+ = i^- = 0$.

Le gain statique infini $\mu_0 \rightarrow +\infty$ du modèle idéal entraîne des conséquences :

Propriété I-3: CONSÉQUENCES DU MODÈLE IDÉAL

- En régime statique puisque $V_s = \mu_0 \epsilon$ et V_s fini, cela implique $\epsilon = 0$.
- En régime dynamique, le caractère passe-bas $\frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$ n'est pas visible en terme de gain puisque celui-ci est infini à toute fréquence.

La caractéristique dynamique du modèle idéal est donc identique à la caractéristique statique.

La caractéristique de transfert devient alors :

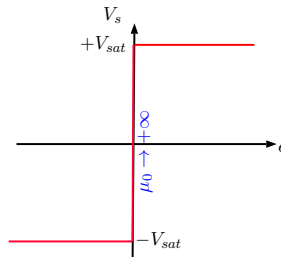


FIGURE XIII.5 – Caractéristique de transfert de l'A.L.I. idéal

Propriété I-4: DOMAINES DE FONCTIONNEMENT DE L'A.L.I. IDÉAL

$$\begin{cases} \epsilon > 0 \Rightarrow V_s = +V_{sat} \\ \epsilon < 0 \Rightarrow V_s = -V_{sat} \\ \epsilon = 0 \Rightarrow \text{régime linéaire} - V_{sat} < V_s < V_{sat} \end{cases}$$

Remarque I-1: COMPORTEMENT EN COMPAREUR SIMPLE

L'A.L.I. "nu" est en pratique inexploitable en tant que composant linéaire puisqu'il nécessite d'imposer $\epsilon = 0$; il se comporte donc en pratique comme un **comparateur simple**.

QUESTION : comment intégrer cette puce dans un montage qui présentera une caractéristique linéaire ?

RÉPONSE : on exploite le principe de la contre-réaction (ou rétroaction négative) !

II Montages à A.L.I. en boucle fermé avec contre-réaction - domaine de linéarité

II.1 Contre-réaction ou rétroaction d'un montage à A.L.I.

a - Position du problème

Supposons que nous souhaitons réguler la température T d'une pièce à l'aide d'une résistance électrique de chauffage R_0 fournissant une puissance Joule P_J . Le schéma électrique d'un tel dispositif pourrait être le suivant :

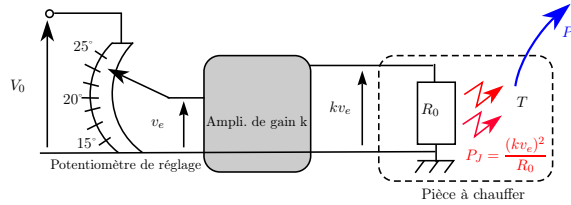


FIGURE XIII.6 – Chauffage électrique d'une pièce

Le fonctionnement d'un tel système peut être représenté par le schéma bloc suivant, ne comportant qu'une chaîne dite **directe** :

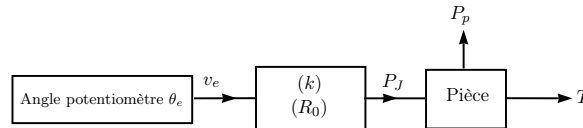


FIGURE XIII.7 – Schéma bloc du système de chauffage

Il est possible d'étalonner le potentiomètre afin qu'à toute position angulaire θ_e de celui-ci corresponde une température, permettant alors un réglage à la valeur désirée T_{cons} (valeur de consigne).

En supposant l'ARQS thermique vérifiée, la puissance thermique échangée avec l'extérieur (perte) peut s'écrire :

$$P_p = G_{th}(T - T_{ext})$$

avec G_{th} la conductance thermique des murs de la pièce; en appelant C_{th} la capacité thermique de celle-ci, l'application du premier principe de thermodynamique permet de dégager l'équation différentielle régissant les variations de T , ainsi que l'expression de la température T_0 obtenue en régime permanent (cf cours diffusion thermique) :

$$C_{th} \frac{dT}{dt} = P_J(\theta) - G_{th}(T - T_{ext}) = \frac{k^2}{R_0} v_e^2(\theta_e) - G_{th}(T - T_{ext}) \xrightarrow{(\frac{\partial T}{\partial t})=0} T_0(RP) = \frac{k^2}{G_{th} R_0} v_e^2(\theta_e) + T_{ext} = fct(G_{th}, T_{ext}, k)$$

On peut tracer la réponse en température de ce système pour des valeurs données de la température extérieure, et des caractéristiques du système :

Le point M_0 est un point de fonctionnement, et pour de petites variations autour de M_0 on peut linéariser la relation donnant $T_0(RP)$ avec :

$$T - T_0 \simeq \left| \frac{\partial T_0(v_e)}{\partial v_e} \right| \times (v_e - v_{e0}) = \frac{2k^2}{G_{th} R_0} v_e(\theta_e) \Big|_{v_{e0}} \times (v_e - v_{e0})$$

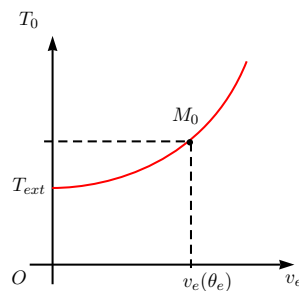


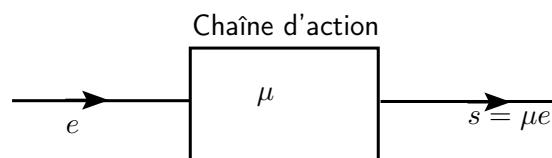
FIGURE XIII.8 – Réponse de la chaîne directe

soit finalement :

$$s = \mu e$$

en posant l'entrée $e = v_e - v_{e0}$, la sortie $s = T - T_0$ et le gain de la chaîne d'action $\mu = \left. \frac{2k^2}{G_{th}R_0} v_e(\theta_e) \right|_{v_{e0}}$

Finalement, en linéarisant le comportement du système, le comportement de ce dernier peut être résumé en un schéma bloc ne comportant qu'une chaîne directe :



Pour un tel système, lorsque $v_e = v_{e0}$, on a $e = 0$ et donc $s = 0$ c'est à dire que $T = T_0$, valeur souhaitée de la température.

Ce dispositif présente deux inconvénients majeurs :

- Toute modification de la conductance thermique des parois (ouverture ou fermeture des volets de fenêtre de la pièce), et/ou de la température extérieure va modifier la puissance P_p échangée avec l'extérieur et rendre faux l'étalonnage en température du potentiomètre.
- Toute modification de la caractéristique k de l'amplificateur, liée par exemple à l'usure de ses composants avec le temps ou bien à la sensibilité de ceux-ci vis à vis de la température, rendra également faux l'étalonnage.

Ce problème, illustré ici dans un cas très simple, est en fait présent dans tous les systèmes pour lesquels on souhaite un **suivi de consigne**. Si la sortie varie légèrement consécutivement à une perturbation sans que la consigne ne soit modifiée en conséquence pour retrouver la valeur attendue, alors on constate qu'il n'y a plus la régulation souhaitée.

b - Système bouclé - formule de Black - nécessité d'un grand gain de la chaîne directe

La solution est de réaliser un système dit «**bouclé**» dans lequel l'information sur le signal de sortie est renvoyée en direction de l'entrée de la chaîne directe pour s'assurer du respect de la consigne ; un tel système comporte :

- un **transducteur linéaire** qui mesure et convertit la grandeur de sortie s en un signal dit de retour r homogène à la grandeur d'entrée e avec $r = \beta s$.
- un opérateur de type **comparateur** qui réalise la différence $\epsilon = e - r$ que l'on applique finalement à l'entrée de la chaîne directe.

On représente un tel système par le schéma bloc suivant :

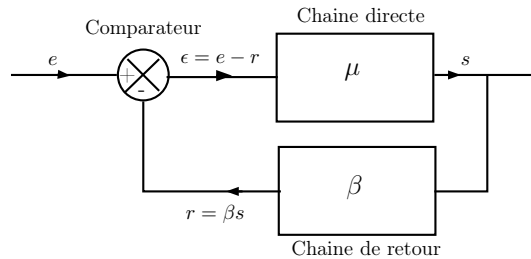


FIGURE XIII.9 – Schéma bloc d'un système bouclé

ANALYSE QUALITATIVE ÉLÉMENTAIRE :

- Si la grandeur de sortie est exactement à la valeur attendue s_{cons} (cette valeur est nulle dans l'exemple du chauffage électrique de la maison) c'est à dire correspondant à la consigne, alors la grandeur de retour vaut $r_{cons} = \beta s_{cons}$. C'est précisément cette valeur que l'on va imposer en entrée $e = e_{cons} = r_{cons}$. Le signal différentiel ϵ appelé **erreur** vaut alors :

$$\epsilon_{cons} = e_{cons} - r_{cons} = e_{cons} - \beta s_{cons} = 0$$

Le signal d'erreur étant nul, on dit que la grandeur de sortie est **régulée**.

- Si à la suite d'une perturbation :
 - ◊ la grandeur de sortie devient supérieure à la valeur attendue $s > s_{cons}$, alors la grandeur de retour vaut $r > r_{cons} = \beta s$. L'erreur vaut :

$$\epsilon_{cons} = e_{cons} - r = e_{cons} - \beta s < 0$$

Dans ces conditions, $s = \mu \epsilon \searrow$

- ◊ la grandeur de sortie devient inférieure à la valeur attendue $s < s_{cons}$, alors la grandeur de retour vaut $r < r_{cons}$. L'erreur vaut :

$$\epsilon_{cons} = e_{cons} - r > 0$$

Dans ces conditions, $s = \mu \epsilon \nearrow$

Conclusion : cette approche qualitative élémentaire montre qu'un tel système bouclé réagit en compensant les effets d'une perturbation pour assurer le suivi d'une consigne.

FORMULE DE BLACK :

Recherchons plus formellement le comportement d'un tel système bouclé. On a $s = \mu \epsilon = \mu(e - r) = \mu(e - \beta s)$, d'où l'on déduit la **formule de Black** :

$$s = \frac{\mu}{1 + \mu\beta} e \quad (\text{formule de black})$$

et par ailleurs, l'erreur est : $\epsilon = \frac{1}{1 + \mu\beta} e$.

Lorsque l'on applique la valeur de consigne $e_{cons} = r_{cons}$, on doit avoir un signal d'erreur nul ; cela impose d'avoir $|\beta\mu| \gg 1$

Dans ces conditions, la sortie s'écrit : $s = \frac{\mu}{1 + \mu\beta} e_{cons} \simeq \frac{1}{\beta} e_{cons} \simeq \frac{1}{\beta} r_{cons} = s_{cons}$

Propriété II-1: INDÉPENDANCE DE LA SORTIE AVEC LE GAIN DE LA CHAÎNE DIRECTE

Pour assurer le respect d'un signal de consigne e_{cons} et donc obtenir une sortie s_{cons} en toute circonstance, on doit avoir dans le système bouclé :

$$|\beta\mu| \gg 1$$

On a alors : $s \simeq \frac{1}{\beta} e_{cons} = s_{cons}$ valeur qui ne dépend plus que de la chaîne de retour de gain $|\beta|$.

Remarque II-1: FIDÉLITÉ DE LA CHAÎNE DE RETOUR

L'indépendance de la réponse du système avec la caractéristique μ de la chaîne directe permet d'assurer qu'une éventuelle modification de cette dernière (usure des composants par exemple), n'aura aucun effet. Il n'en est pas de même avec la chaîne de retour, qui doit absolument rester fiable et insensible aux perturbations en toute circonstance !

II.2 Exemple du non inverseur linéaire à A.L.I.

a - Fonction de transfert en boucle fermée FTBF

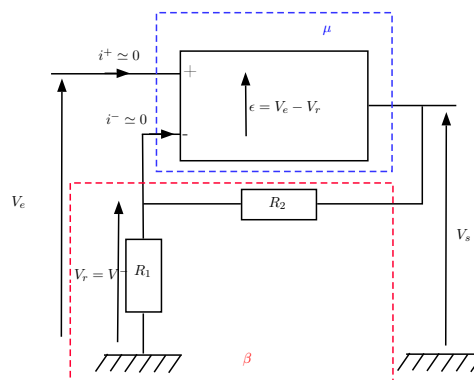


FIGURE XIII.10 – Schéma d'un amplificateur non-inverseur

On cherche à calculer la fonction de transfert de ce système en boucle fermée $H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$.

On a : $H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{V_s}{\epsilon} \times \frac{\epsilon}{V_e} = \mu(j\omega) \times \frac{\epsilon}{V_e}$

or par simple application d'une loi des mailles, on obtient

$$V_e = \epsilon + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \Rightarrow \frac{\epsilon}{V_e} = 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{V_s}{V_e} = 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} H(j\omega)$$

donc : $H(j\omega) = \mu(j\omega) \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} H(j\omega) \right)$

soit :

$$H(j\omega) = \frac{\mu(j\omega)}{1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \mu(j\omega)}$$

On constate bien que la fonction de transfert du système bouclé possède une formulation conforme à la formule de Black, soit :

$$H(j\omega) = \frac{\mu(j\omega)}{1 + \beta \mu(j\omega)} \quad \text{avec : } \beta = \frac{V^-}{V_s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ transmittance de la chaîne de retour}$$

En remplaçant $\mu(j\omega)$ par son expression (filtre passe-bas du premier ordre) il vient finalement :

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} \times \frac{1}{1 + \beta \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}} \\ &= \frac{\mu_0}{1 + \mu_0 \beta + j \frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{\mu_0}{1 + \mu_0 \beta} \times \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{(1 + \mu_0 \beta) \omega_0}} \end{aligned}$$

et finalement :

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{en posant : } \left[\begin{array}{l} H_0 = \frac{\mu_0}{1 + \mu_0 \beta} \stackrel{\mu_0 \gg 1}{\simeq} \frac{1}{\beta} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \text{ le gain statique} \\ \omega_c = (1 + \mu_0 \beta) \omega_0 \text{ la pulsation de coupure (toujours un passe-bas d'ordre 1)} \end{array} \right.$$

b - Apport de la contre-réaction : élargissement de la bande passante.

On constate que la mise en oeuvre de la contre-réaction entraîne une modification du gain statique et de la bande passante du montage :

$$\left[\begin{array}{l} \mu_0 \xrightarrow{\text{contre réaction}} H_0 = \frac{\mu_0}{1 + \mu_0 \beta} \\ \omega_0 \xrightarrow{\text{contre réaction}} \omega_c = (1 + \mu_0 \beta) \omega_0 \end{array} \right.$$

Ce dernier résultat conduit à la propriété suivante intéressante des montages contre-réactionnés à A.L.I. :

Propriété II-2: CONSERVATION DU PRODUIT GAIN-BANDE PASSANTE

On constate que :

$$\mu_0 \cdot \omega_0 = H_0 \cdot \omega_c$$

En d'autres termes, il y a la conservation du produit **gain statique** \times **bande passante** que le montage soit contre-réactionné ou pas.

Le diagramme de Bode asymptotique du montage s'obtient sans difficulté ; Par exemple en prenant $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ on a $\beta = 1/2$, $H_0 \simeq 2$ et $f_c \simeq 250 \text{ kHz}$; il vient alors :

$$\begin{cases} G_{dB}(\omega \ll \omega_c) = 20 \cdot \log H_0 = 20 \times \log 2 \simeq 6 \\ G_{dB}(\omega \gg \omega_c) = 20 \cdot \log(H_0 \omega_c) - 20 \log(\omega) = 20 \cdot \log(\mu_0 \omega_0) - 20 \log(\omega) \end{cases}$$

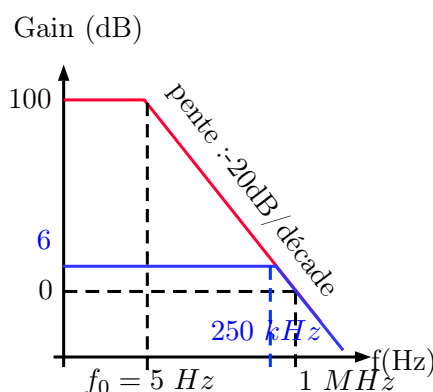


FIGURE XIII.11 – Comparaison des diagrammes de Bode de l'ALI en boucle ouverte et en montage non inverseur

CONCLUSION : on constate un **élargissement** important de la bande passante, au détriment du **gain statique** qui s'effondre.

c - Etude succincte de la stabilité

La FTBF du montage permet de dégager l'équation différentielle régissant le comportement temporel du montage :

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \implies \frac{1}{\omega_c} \frac{dV_s}{dt} + V_s = H_0 \cdot V_e$$

soit :

$$\frac{dV_s}{dt} + \omega_c V_s = \omega_c H_0 \cdot V_e \quad \text{avec } \omega_c > 0$$

Dans l'hypothèse où la tension d'entrée $V_e(t)$ est lentement variable, c'est à dire de temps caractéristique de variation τ_e vérifiant $\tau_e \gg \tau_c = \frac{1}{\omega_c}$, la solution approchée de l'équation différentielle précédente peut s'écrire :

$$V_s(t) = H_0 V_e + K \cdot e^{-\omega_c t} \text{ qui converge vers } H_0 V_e \text{ pour } t \gg \tau_c = \frac{1}{\omega_c} \sim 1 \mu s$$

CONCLUSIONS : On constate que :

- ce montage est donc **stable** et l'on a en pratique :

$$V_s \simeq H_0 \cdot V_e = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) \cdot V_e$$

pour des signaux V_e dont la fréquence peut aller jusqu'à $\sim 1 \text{ MHz}$!

- comme $\mu_0 \beta \gg 1$ la fonction de transfert en boucle fermée assure la "régulation" (système bouclé) avec un gain qui ne dépend que des caractéristiques de la chaîne de retour (R_1 , et R_2).

On retrouve évidemment sur cet exemple du montage non inverseur la propriété générale **II.2** énoncée plus haut.

- le domaine de linéarité du montage est désormais exploitable puisque l'intervalle de valeurs de la tension d'entrée assurant que la sortie ne soit pas saturée est bien plus important (conséquence de l'abaissement du gain statique) $V_e \in \left[-\frac{V_{sat}}{H_0}, \frac{V_{sat}}{H_0} \right]$:

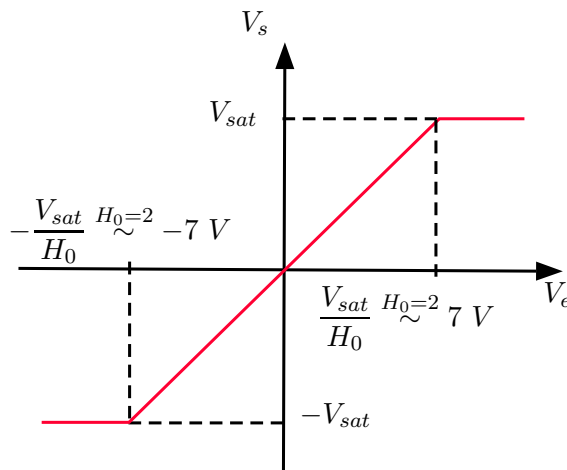


FIGURE XIII.12 – Caractéristique du montage non inverseur pour $\omega \ll \omega_c$

Remarque II-2: STABILITÉ ET ENTRÉE INVERSEUSE

On montre (pas très compliqué mais un peu long et hors de propos ici) que la stabilité des montages à ALI est assurée lorsque le retour de sortie est câblé sur l'entrée inverseuse ($-$), et qu'au contraire le montage devient instable lorsque le câblage se fait sur l'entrée non inverseuse ($+$).

Dans le cas d'un montage où la sortie est renvoyée sur les deux entrées inverseuse et non inverseuse à la fois à l'aide de deux chaînes de retour (par exemple de transmittance β_1 et β_2), l'étude de stabilité est aussi à mener par calcul (là-encore hors de propos dans ce document.)

d - Cas de l'ALI idéal : obtention rapide de la FTBF - commentaires

QUESTION : comment obtenir très rapidement la FTBF des montages à ALI pour $\omega \ll \omega_c$, autrement dit H_0 ?

RÉPONSE : on pose l'idéalité de l'ALI i.e. $\mu_0 \rightarrow \infty$. On a ainsi $|\mu(j\omega) \rightarrow \frac{1}{1 + \mu\beta} e \rightarrow 0$

On a donc :

$$\epsilon = V^+ - V^- = 0 \Rightarrow V_e = V^+ = V^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_S$$

d'où :
$$V_s = \underbrace{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}_{=H_0} \cdot V_e$$

Remarque II-3: SORTIE DU DOMAINE LINÉAIRE

Si la valeur de la tension d'entrée du montage sort de l'intervalle $\left[-\frac{V_{sat}}{H_0}, \frac{V_{sat}}{H_0}\right]$, le montage n'est plus linéaire, c'est à dire que $\epsilon \neq 0$ et la sortie de l'ALI est saturée à $\pm V_{sat}$. Ainsi un montage linéaire stable peut avoir un comportement non linéaire en fonction de l'amplitude de sa tension d'entrée.

II.3 Quelques exemples de montages

A titre d'exercices, on pourra rechercher les FTBF idéales des montages suivants et commenter la fonction réalisée :

- MONTAGE SUIVEUR (LE PLUS SIMPLE !) :

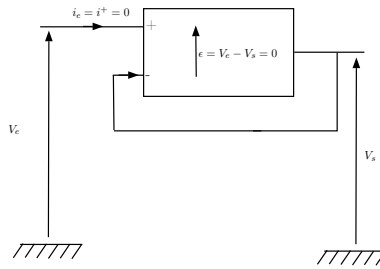


FIGURE XIII.13 – Montage suiveur

$$H(j\omega) = 1 \quad \Rightarrow \quad V_s(t) = V_e(t) \text{ en assurant } i_e = 0!!!$$

- MONTAGE AMPLIFICATEUR INVERSEUR :

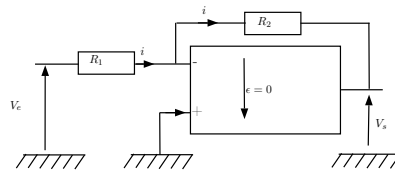


FIGURE XIII.14 – Montage amplificateur inverseur

$$H(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \quad \Rightarrow \quad V_s(t) = -\frac{R_2}{R_1} V_e(t)$$

• MONTAGE INTÉGRATEUR :

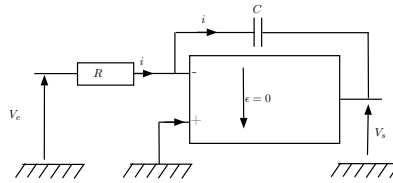


FIGURE XIII.15 – Montage intégrateur

On trouve après calcul (à faire) :

$$H(j\omega) = -\frac{1}{jRC\omega} \quad \Rightarrow \quad RC \frac{dV_s(t)}{dt} = -V_e \quad \Rightarrow \quad V_s(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_e(t') \cdot dt' + V_s(t=0)$$

Par exemple, l'application d'un signal $V_e(t)$ de type crêteaux en entrée donnera l'oscillogramme suivant (théorique) :

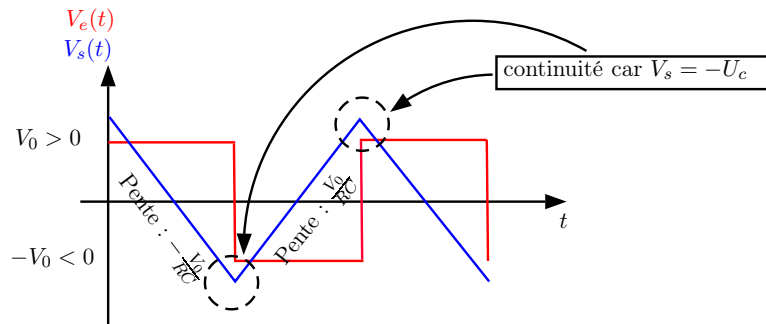


FIGURE XIII.16 – Intégration d'un signal crêteaux

• DÉRIVATEUR :

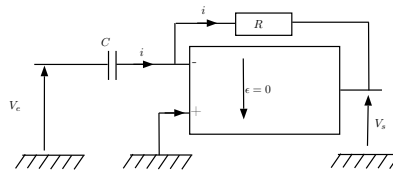


FIGURE XIII.17 – Montage dérivateur

$$H(j\omega) = -jRC\omega \quad \Rightarrow \quad V_s(t) = -RC \frac{dV_e(t)}{dt}$$

• SOMMATEUR INVERSEUR :

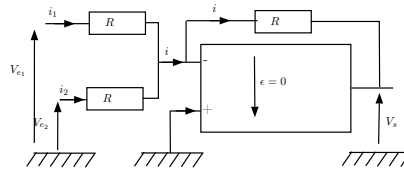


FIGURE XIII.18 – Montage sommateur (inverseur)

Remarque II-4: LINÉAIRE MAIS SANS FONCTION DE TRANSFERT !

Ce montage présente deux entrées sur lesquelles on appliquera les signaux à additionner V_{e1} et V_{e2} ; bien que le montage soit linéaire, il n'y a pas de définition possible de la fonction de transfert.

Recherchons le lien entre V_{e1} , V_{e2} , et V_s ; en appliquant au choix : lois des mailles et des noeuds, ou bien en exploitant plus simplement le théorème de Millman (hors programme mais simple, par expression du potentiel en V^- ($V^+ = 0$) en fonction de R , V_{e1} et V_{e2}), on tire facilement l'expression du signal de sortie :

$$i = i_1 + i_2$$

or $V_s = -Ri = -R(i_1 + i_2)$ avec $i_1 = \frac{V_{e1}}{R}$ et $i_2 = \frac{V_{e2}}{R}$ donc : $V_s = -(V_{e1} + V_{e2})$

III Montages à A.L.I. en boucle fermée à réaction positive

III.1 Réaction positive d'un montage à A.L.I. - non linéarité

Nous savons que la contre-réaction est à l'origine du caractère linéaire des montages à base d'A.L.I. En l'absence de celle-ci, c'est à dire lorsque le montage ne présente pas de lien entre la sortie et l'entrée **inverseuse** de l'A.L.I., ou bien lorsque ce lien se fait sur l'entrée **non inverseuse**, la sortie est toujours à l'état saturé à $+V_{sat}$ ou $-V_{sat}$.

Nous connaissons déjà un montage élémentaire présentant ces caractéristiques ; il s'agit du **comparateur simple** évoqué en I.3.

Reprenons le montage amplificateur non inverseur et permutons le rôle des entrées inverseuse et non inverseuse :

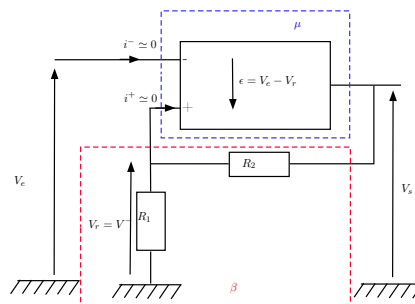


FIGURE XIII.19 – Permutation des entrées différentielles à partir d'un montage non inverseur

Reprenons dans ces conditions le calcul de la fonction de transfert donc en supposant en première approche que le montage est linéaire. Le calcul est totalement analogue à celui mené en II.2.a, à l'exception de la présence d'un signe — devant ϵ :

$$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{V_s}{\epsilon} \times \frac{\epsilon}{V_e} = \mu(j\omega) \times \frac{\epsilon}{V_e}$$

$$\text{or : } V_e = -\epsilon + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \Rightarrow \frac{\epsilon}{V_e} = -1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} H(j\omega)$$

$$\text{donc : } H(j\omega) = \mu(j\omega) \times \left(-1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} H(j\omega) \right)$$

soit finalement :

$$H(j\omega) = \frac{-\mu(j\omega)}{1 - \mu(j\omega) \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} \times \frac{1}{\frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} - 1} = \frac{\mu_0}{\mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} - 1 - j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

donc :

$$H(j\omega) = \underbrace{\frac{\mu_0}{\mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} - 1}}_{\simeq \frac{1}{\beta} = H_0} \times \frac{1}{1 - j \frac{\omega}{\omega_0 \left(\mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} - 1 \right)}}$$

$= (\mu_0 \beta - 1) \omega_0 \quad \mu_0 \beta \gg 1 \quad \omega_c$

soit finalement avec les grandeurs déjà posées précédemment

$$\left[\begin{array}{l} H_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1} \\ \omega_c = \omega_0 \mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \end{array} \right. \quad \text{la fonction de transfert :}$$

$$H(j\omega) \simeq \frac{H_0}{1 - j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

L'équation différentielle régissant l'évolution de la sortie est donc :

$$-\frac{1}{\omega_c} \frac{dV_s(t)}{dt} + V_s(t) = H_0 \cdot V_e(t)$$

soit :

$$\frac{dV_s(t)}{dt} - \omega_c V_s(t) = -\omega_c H_0 \cdot V_e(t)$$

Toujours dans l'hypothèse d'une tension d'entrée $V_e(t)$ lentement variable, c'est à dire de temps caractéristique de variation τ_e vérifiant $\tau_e \gg \tau_c = \frac{1}{\omega_c}$, la solution approchée de l'équation différentielle précédente peut s'écrire :

$$V_s(t) = K \cdot e^{\omega_c t} + H_0 V_e(t)$$

Nous ne chercherons pas K dont le signe doit en fait être postulé puis vérifié par retour sur hypothèse (comme nous le verrons en III.3), et dont la valeur absolue dépend des caractéristiques de la puce ; l'important à ce stade est de remarquer que le terme exponentiel va entraîner la **saturation de la tension de sortie du montage**, c'est à dire :

$$\longrightarrow \begin{cases} K > 0 \Rightarrow V_s(t \gg \tau_c) \rightarrow +V_{sat} \\ K < 0 \Rightarrow V_s(t \gg \tau_c) \rightarrow -V_{sat} \end{cases} \quad \text{avec } \tau_c \sim 1\mu s$$

III.2 Temps de commutation - cas d'un montage à A.L.I. idéal

Considérons un A.L.I. "nu" c'est à dire un comparateur simple. Lorsque la tension différentielle varie, et ce au delà de l'intervalle $[-\epsilon_{sat}, \epsilon_{sat}]$, la tension de sortie réalise des "sauts" ou **commutations** entre $\pm V_{sat}$ et $\mp V_{sat}$.

Définition III-1: TEMPS DE COMMUTATION

Le temps de commutation réel τ_{com} (réel) d'un A.L.I. est la durée nécessaire pour que sa tension de sortie passe d'une valeur de saturation à son opposé.

Cherchons à évaluer ce temps de commutation. On rappelle la fonction de transfert de l'ALI "nu" :

$$\mu(j\omega) = \frac{V_s}{\epsilon} = \frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

qui donne l'équation différentielle suivante :

$$\tau_0 \frac{dV_s(t)}{dt} + V_s(t) = \mu_0 \epsilon(t)$$

Supposons que le basculement se produise pour $t = 0$ de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$ après application d'une tension d'entrée $\epsilon_0 \gg \epsilon_{sat} > 0$, (par exemple $\epsilon_0 = 5 V$). L'équation différentielle régissant $V_s(t)$ est donc :

$$\tau_0 \frac{dV_s(t)}{dt} + V_s(t) = \mu_0 \epsilon_0 \quad (C.I. V_s(t=0) = -V_{sat})$$

La résolution est élémentaire et donne :

$$V_s(t) = -V_{sat} + \mu_0 \epsilon_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}}\right)$$

La durée de commutation τ_{com} s'obtient lorsque la tension de sortie atteint V_{sat} , donc en résolvant :

$$V_s(\tau_{com}) = +V_{sat} = -V_{sat} + \mu_0 \epsilon_0 \left(1 - e^{-\frac{\tau_{com}}{\tau_0}}\right)$$

$$\text{soit : } \tau_{com} = \tau_0 \cdot \ln \left(\frac{1}{1 - 2\frac{V_{sat}}{\mu_0 \epsilon_0}} \right) \stackrel{\mu_0 \epsilon_0 \gg V_{sat}}{\simeq} 2 \frac{V_{sat}}{\mu_0 \epsilon_0} \cdot \tau_0$$

Avec $\epsilon_0 = 5 V$, $V_{sat} = 13 V$, $\mu_0 = 10^5$, $\tau_0 = 0,2 s$ cela donne : $\tau_{com} \simeq 10 \mu s$

Pour être validé, ce résultat théorique doit enfin être comparé à la valeur du *slewrates* σ qui dépend du modèle d'A.L.I. utilisé ; par exemple, pour le $\mu A741CN$, on rappelle que $\sigma = \left| \frac{dV_s}{dt} \right|_{max} = 300 mV.\mu s^{-1} = 3.10^5 V.s^{-1}$.

Comme $\tau_{com} \ll \tau_0$, on peut, dans l'intervalle de temps de la commutation, développer au premier ordre en $\frac{t}{\tau_0}$ l'expression de $V_s(t)$:

$$V_s(t) = -V_{sat} + \mu_0 \epsilon_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}}\right) \simeq -V_{sat} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{t}{\tau_0}$$

d'où :

$$\left| \frac{dV_s}{dt} \right| = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{\tau_0}$$

dont l'application numérique donne avec les valeurs choisies : $\left| \frac{dV_s}{dt} \right| = \frac{5 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^{-1}} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ V.s}^{-1} \gg \sigma$

Ainsi, c'est le *slewrate* qui impose le temps de commutation qui vaut alors pour $V_{sat} = 13 \text{ V}$:

$$\tau_{com}(\text{réel}) = \frac{2V_{sat}}{\sigma} = 8,7 \cdot 10^{-5} \text{ s} \simeq 100 \text{ } \mu\text{s}$$

Dans le cas d'un A.L.I. idéal on a $\mu_0 \rightarrow \infty$ et $\sigma \rightarrow \infty$, ce qui conduit dans ce cas à un temps de commutation nul :

$$\tau_{com}(\text{idéal}) = 0$$

III.3 Principe d'analyse d'un montage non linéaire à A.L.I. idéal

La non-linéarité d'un circuit se caractérise par l'absence de relation linéaire entre le signal d'entrée et le signal de sortie, soit en permanence, soit sur un intervalle de temps fini. En particulier, un circuit réputé linéaire peut présenter un comportement non-linéaire lorsqu'il est utilisé dans certaines conditions ; c'est par exemple le cas d'un montage linéaire à A.L.I. qui présente une saturation.

Nous envisageons plutôt dans ce paragraphe un montage à A.L.I. intrinsèquement non linéaire, donc un montage ne présentant pas de chaîne de retour, ou bien une chaîne de retour câblée sur l'entrée non-inverseuse (+), comme par exemple le montage "instable" examiné ci-dessus.

Le principe général d'analyse d'un tel montage est très simple et doit être exploité de manière systématique. Comme nous l'avons vu plus haut, il n'y a pas de possibilité de connaître de manière formelle le signe de la saturation lorsque le montage est mis sous tension ; il faut donc postuler la valeur de la sortie saturée :

Propriété III-1: PRINCIPE D'ANALYSE D'UN MONTAGE À A.L.I. IDÉAL

On postule un état de la sortie du montage en début d'analyse :

- Si $V_s = +V_{sat}$ alors $\epsilon > 0$
- Si $V_s = -V_{sat}$ alors $\epsilon < 0$

Si l'analyse complète du circuit à partir de l'une ou l'autre de ces hypothèses conduit à invalider cette dernière, alors la tension de sortie doit être basculée en son opposée.

III.4 Exemple 1 : le comparateur à hystérésis inverseur (CHI)

Il s'agit du montage résultant de l'inversion des entrées différentielles à partir d'un amplificateur non-inverseur et que nous avons étudié plus haut. On en donne à nouveau le schéma ci-dessous :

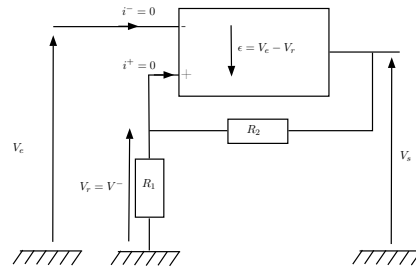


FIGURE XIII.20 – Montage comparateur à hystérésis inverseur

Posons pour cette analyse $V_{basc} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{sat}$

■ POSTULONS $V_s = +V_{sat}$ i.e. $\epsilon = V^+ - V^- > 0$:

avec $V^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{sat} = +V_{basc}$ et $V^- = V_e(t)$ on a donc :

$$\epsilon > 0 \Rightarrow V_{basc} - V_e(t) > 0 \Rightarrow V_e(t) < V_{basc}$$

Si au contraire cette condition n'est pas vérifiée, c'est à dire si $\epsilon < 0$ et donc $V_e(t) > V_{basc}$ alors l'hypothèse de départ est invalidée et la sortie doit être basculée à $V_s = -V_{sat}$.

■ POSTULONS $V_s = -V_{sat}$ i.e. $\epsilon = V^+ - V^- < 0$:

avec $V^+ = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{sat} = -V_{basc}$ et toujours $V^- = V_e(t)$ on a donc :

$$\epsilon < 0 \Rightarrow -V_{basc} - V_e(t) < 0 \Rightarrow V_e(t) > -V_{basc}$$

Si au contraire cette condition n'est pas vérifiée, c'est à dire si $\epsilon > 0$ et donc $V_e(t) < -V_{basc}$ alors l'hypothèse de départ est invalidée et la sortie doit être basculée à $V_s = +V_{sat}$.

On peut alors chercher à tracer la caractéristique $V_s = f(V_e)$ de ce montage en choisissant par exemple une tension d'entrée $V_e(t) = V_0 \cdot \sin(\omega t)$ avec $V_0 > V_{basc}$.

Supposons qu'à $t = 0$, on a $V_s = +V_{sat}$; cela signifie que $\epsilon > 0$ et donc $V_e(t) < V^+ = +V_{basc}$. La tension $V_e(t)$ croît.

- Lorsque $V_e(t) > V_{basc}$ alors cela entraîne $\epsilon < 0$ et la tension de sortie bascule à $V_s = -V_{sat}$; cela a pour effet de passer la valeur de la tension V^+ à $-V_{basc}$. La tension d'entrée $V_e(t)$ poursuit alors son évolution jusqu'à sa valeur maximale $V_e = +V_0$.
- La valeur de la tension V_e décroît ensuite sans changement de la tension de sortie tant que $V_e(t) > -V_{basc}$.
- Lorsque $V_e(t) < -V_{basc}$ alors cela entraîne $\epsilon > 0$ et la tension de sortie bascule à $V_s = +V_{sat}$; cela a pour effet de passer la valeur de la tension V^+ à $+V_{basc}$. La tension d'entrée $V_e(t)$ poursuit alors son évolution jusqu'à sa valeur minimale $V_e = -V_0$.

- La tension d'entrée croît ensuite jusqu'à $V_e(t) = 0$ et reprend à nouveau un cycle. L'évolution des tensions donne le chronogramme suivant :

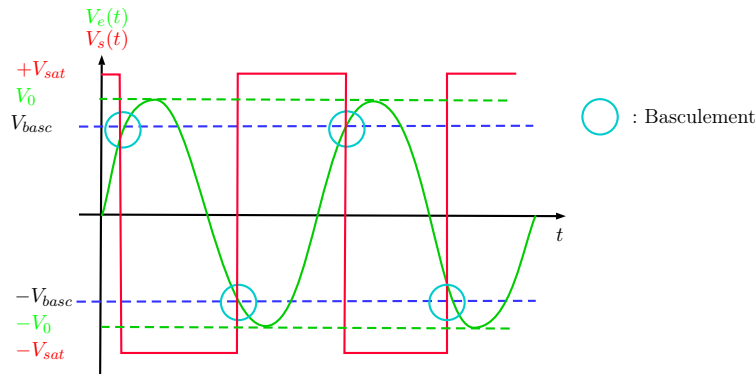
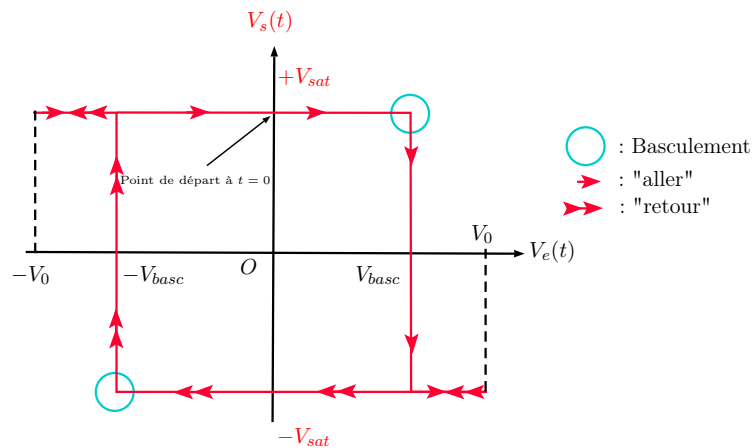


FIGURE XIII.21 – Chronogramme des tensions du comparateur à hystérésis inverseur

De même, on peut représenter la caractéristique du montage qui donne alors un cycle appelé **cycle d'hystérésis**. Ce montage très utile est par exemple exploité dans votre TP *Modulation de fréquence* (employé pour piloter un montage suiveur-inverseur commandé par transistor) :

FIGURE XIII.22 – Caractéristique du montage *comparateur à hystérésis inverseur* (CHI)

Remarque III-1:

Ce montage est nommé comparateur **inverseur** car la tension de sortie présente un saut **descendant** de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ lorsque la tension d'entrée passe **au dessus** de $+V_{basc}$. Inversement, la sortie présente un saut **ascendant** de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$ lorsque la tension d'entrée passe **au dessous** de $-V_{basc}$.

III.5 Exemple 2 : le comparateur à hystérésis non inverseur (CHNI)

Un autre montage non linéaire classique est le comparateur à hystérésis non inverseur ou (CHNI), obtenu en permutant simplement les entrées différentielles d'un montage amplificateur inverseur :

On procède à l'analyse du montage de la même façon que pour le CHI ;

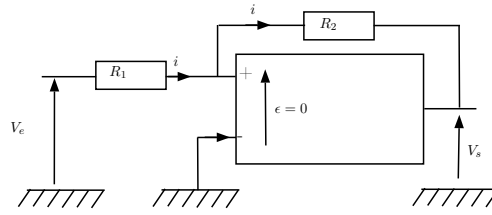


FIGURE XIII.23 – Montage comparateur à hystérésis non inverseur (CHNI)

Posons $V_{basc} = \frac{R_1}{R_2} \cdot V_{sat}$

- POSTULONS $V_s = +V_{sat}$ i.e. $\epsilon = V^+ - V^- > 0$.

On a par ailleurs $V^- = 0$, donc $\epsilon = V^+$, et V^+ obtenu par exemple en appliquant le théorème de Millman :

$$V^+ = \epsilon = \frac{\frac{V_e}{R_1} + \frac{V_s}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

donc :

$$\epsilon > 0 \Rightarrow V_e > -\frac{R_1}{R_2} \cdot V_{sat} = -V_{basc}$$

Si au contraire cette condition n'est pas vérifiée, c'est à dire si $\epsilon < 0$ et donc $V_e(t) < -V_{basc}$ alors l'hypothèse de départ est invalidée et la sortie doit être basculée à $V_s = -V_{sat}$.

- POSTULONS CETTE FOIS $V_s = -V_{sat}$ i.e. $\epsilon = V^+ - V^- < 0$.

On a évidemment toujours $V^- = 0$ et également la même expression de V^+ :

$$V^+ = \epsilon = \frac{\frac{V_e}{R_1} + \frac{V_s}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

donc :

$$\epsilon < 0 \Rightarrow V_e < \frac{R_1}{R_2} \cdot V_{sat} = +V_{basc}$$

Si au contraire cette condition n'est pas vérifiée, c'est à dire si $\epsilon > 0$ et donc $V_e(t) > V_{basc}$ alors l'hypothèse de départ est invalidée et la sortie doit être basculée à $V_s = +V_{sat}$.

On peut, comme pour le CHI, faire l'analyse du fonctionnement du montage en imposant une tension d'entrée sinusoïdale, soit toujours $V_e = V_0 \cdot \sin(\omega t)$.

Evidemment, le principe d'analyse est identique à celui exposé plus haut pour le CHI ;

Supposons qu'à $t = 0$, on a $V_s = +V_{sat}$; cela signifie que $\epsilon > 0$ et donc $V_e(t) > -V_{basc}$. La tension $V_e(t)$ croît.

- Après que $V_e(t)$ a atteint sa valeur maximale $+V_0$, elle commence à décroître sans changement de signe de la sortie qui reste à saturée $+V_{sat}$.
- lorsque $V_e(t) < -V_{basc}$ alors cela entraîne $\epsilon < 0$ et la tension de sortie bascule à $V_s = -V_{sat}$; la tension d'entrée $V_e(t)$ poursuit alors son évolution jusqu'à sa valeur minimale $V_e = -V_0$.
- Après que $V_e(t)$ a atteint sa valeur minimale $-V_0$, elle commence à croître sans changement de signe de la sortie qui reste à saturée $-V_{sat}$.
- lorsque $V_e(t) > +V_{basc}$ alors cela entraîne $\epsilon > 0$ et la tension de sortie bascule à $V_s = +V_{sat}$; la tension d'entrée $V_e(t)$ poursuit alors son évolution jusqu'à sa valeur maximale $V_e = +V_0$.

Les courbes chronogramme et cycle d'hystérésis correspondant sont représentées ci-dessous :

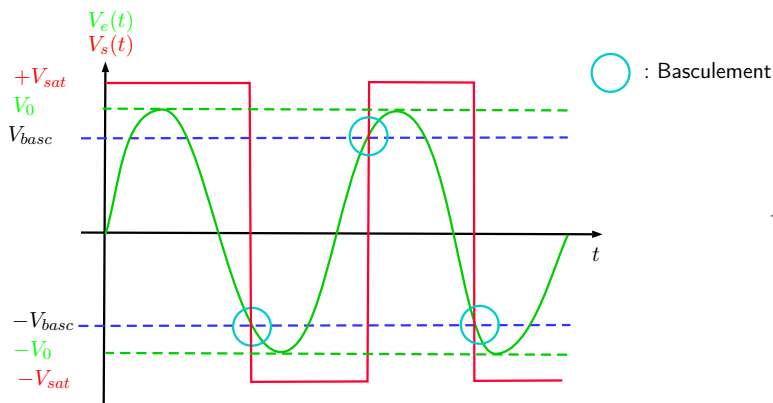


FIGURE XIII.24 – Chronogramme des tensions

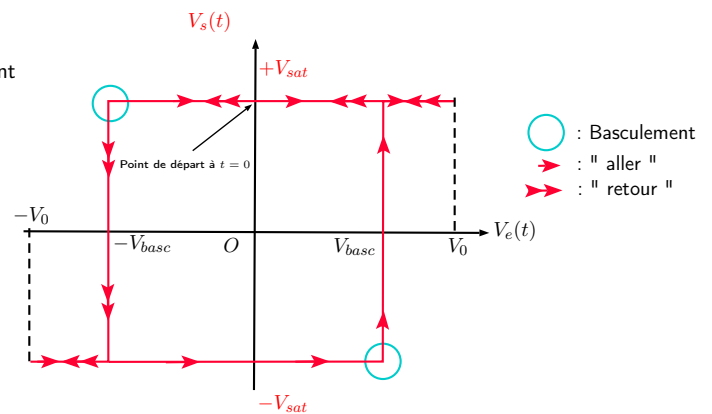


FIGURE XIII.25 – Cycle d'Hystérésis du CHNI