

Dispositif interférentiel par division d'amplitude : exemple de l'interféromètre de Michelson

PLAN DU CHAPITRE

I	Généralités	3
I.1	Présentation globale de l'appareil	3
I.2	La séparation d'onde : lame séparatrice et lame compensatrice	4
I.3	Première approche : Michelson éclairé par un point source S_0	5
	a - Marche des rayons dans l'appareil	5
	b - Lame d'air ou "pseudo-lame d'air" équivalente	7
II	Interféromètre de Michelson en lame d'air éclairé par une source étendue ($\alpha = 0, d_{\perp} \neq 0$)	7
II.1	Le problème de la localisation des franges	7
	a - Approche graphique	7
	b - Approche par le calcul (hors programme)	9
II.2	Différence de marche - intensité - franges d'Haidinger ou d'"égale inclinaison" (à retenir!!!)	10
II.3	Ordre d'interférences - défilement des anneaux - rayons des anneaux brillants	12
II.4	Applications	13
	a - Détermination de la largeur spectrale d'une raie	13
	b - Résolution du doublet du sodium	14
	c - Généralisation : spectroscopie par transformée de Fourier (HP)	15
III	Interféromètre de Michelson en coin d'air éclairé par une source étendue	17
III.1	Retour sur le montage équivalent - Localisation des franges (admis)	17
III.2	Différence de marche et ordre d'interférences - franges de Fizeau ou d'"égale épaisseur"	18

III.3	Interfrange	20
III.4	Interférences en lumière blanche - teintes de Newton - blanc d'ordre supérieur	20
III.5	Applications	20
	a - Visualisation d'un objet de phase : écoulement gazeux	21
	b - Mesure de l'épaisseur d'un objet de phase : lame de verre	22
	c - Spectre cannelé (à faire en TP)	22

I Généralités

I.1 Présentation globale de l'appareil

L'interféromètre de Michelson est un dispositif interférentiel à division d'amplitude \Rightarrow il exploite une **lame séparatrice** qui divise un faisceau de lumière entrant dans l'appareil en deux faisceaux de même intensité dans l'idéal.

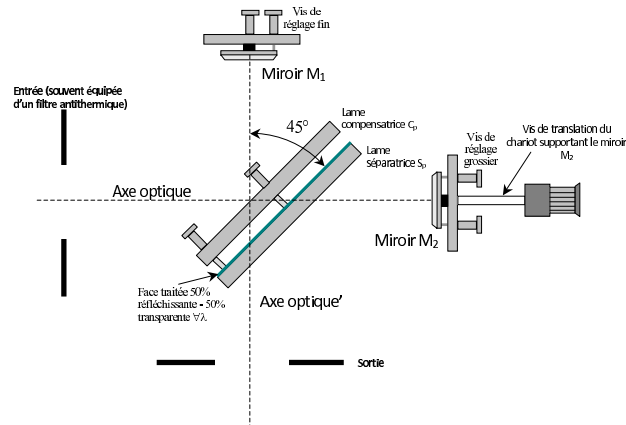


FIGURE X.1 – Les différents organes d'un interféromètre de Michelson

A RETENIR :

- M_1 miroir fixe (réglage fin uniquement).
- M_2 miroir orientable (réglage grossier) et translatable (précision à $10\mu m$), fixé sur un chariot mobile dont la position est repérée par un vernier. Précision : $\frac{1}{100^{eme}} mm = 10\mu m$.
- Précision d'usinage de la surface des miroirs $\sim \frac{\lambda}{20}$ maxi pour une précision d' $\frac{1}{10}$ de frange. (cf plus bas pour explication)
- Ensemble séparatrice/compensatrice incliné à 45° par rapport à l'axe optique : il s'agit de deux lames de matériau transparent (verre en général) mais la lame séparatrice comporte une face semi-métallisée permettant une réflexion et une transmission équitables de l'intensité lumineuse $I_1^{50\% \text{ sép.}} = 50\% \text{ transp} I_2 = I_0$.

SCHÉMA SIMPLIFIÉ :

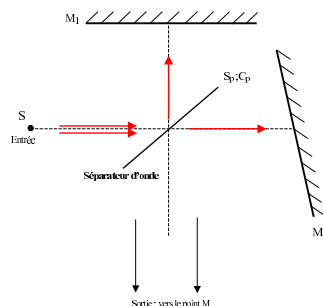


FIGURE X.2 – Schéma interféromètre de Michelson simplifié

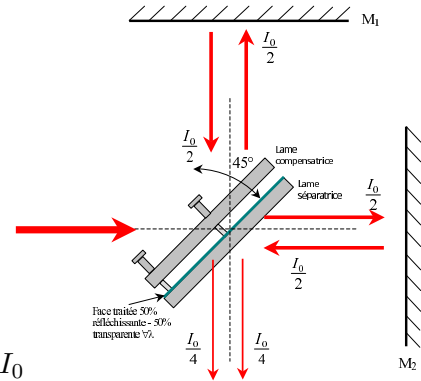
I.2 La séparation d'onde : lame séparatrice et lame compensatrice

La division d'onde est ici réalisée par la lame séparatrice dont la face en regard de la compensatrice est métallisée pour assurer une séparation d'intensité 50% – 50% entre les faisceaux transmis et réfléchis. Le trajet des rayons dans le séparateur d'onde est le suivant :

$$\begin{cases} \text{rayon 1 : } I_0 \xrightarrow{\text{séparatr.}} R \cdot I_0 \xrightarrow{\text{réflex. } M_1} R \cdot I_0 \xrightarrow{\text{séparatr.}} R \cdot (1 - R) \cdot I_0 \\ \text{rayon 2 : } I_0 \xrightarrow{\text{séparatr.}} (1 - R) \cdot I_0 \xrightarrow{\text{réflex. } M_2} (1 - R) \cdot I_0 \xrightarrow{\text{séparatr.}} R \cdot (1 - R) \cdot I_0 \end{cases}$$

Les rayons émergents sont donc d'intensité identique $R \cdot (1 - R) \cdot I_0 \stackrel{R=1/2}{=} \frac{I_0}{4}$, remplissant ainsi l'une des conditions de bon contraste si on les fait interférer¹.

FIGURE X.3 – Evolution de l'intensité des rayons séparés (pour $R = 1/2$)



NÉCESSITÉ D'UNE LAME COMPENSATRICE :

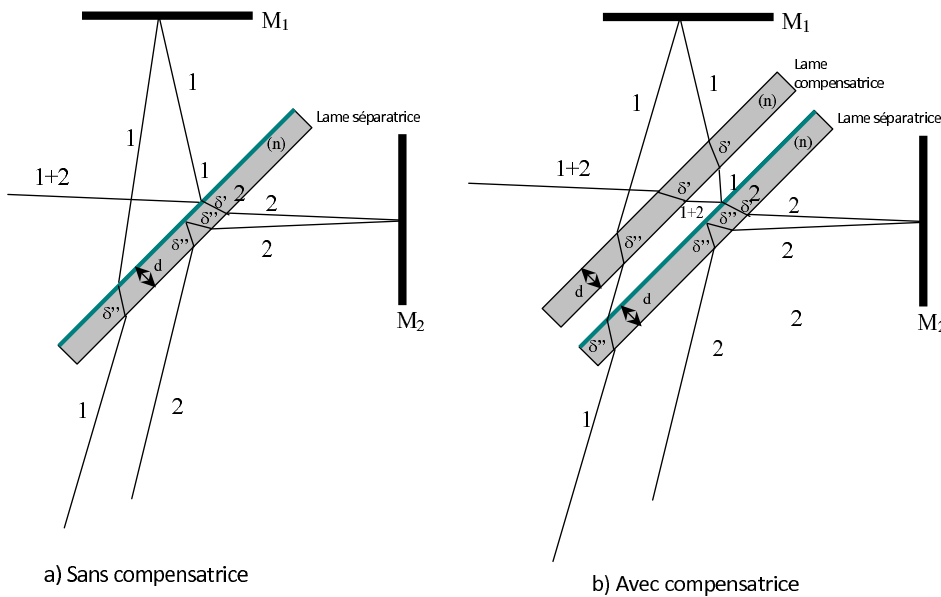


FIGURE X.4 – Trajet des rayons 1 et 2 sans et avec compensatrice

Examinons le chemin optique des deux rayons séparés par le système séparateur lors de sa traversée :

- AVEC LA LAME SÉPARATRICE SEULE : (n, e)

$$\begin{aligned} \text{rayon1} &: \delta'' \\ \text{rayon2} &: \delta' + \delta'' + \delta'' \end{aligned}$$

1. cf chapitre **Superposition ondes lumineuses**

On constate que la séparation d'onde par la séparatrice engendre une différence de chemin optique entre les rayons 1 et 2 :

$$\Delta_{2/1}\delta = \delta' + \delta''$$

CONCLUSION : la lame modifie le chemin optique de chaque rayon (indice optique $n > 1$ et dépendance vis à vis de l'inclinaison), et par conséquent influence la différence de chemin optique \Rightarrow non tolérable.

- AVEC UNE LAME DITE COMPENSATRICE : (n, e)

Idée : on ajoute une lame **compensatrice** (n, e) parallèle à la lame séparatrice ; les chemins optiques des deux rayons à travers les lames deviennent :

$$\text{rayon}_1 : \delta' + \delta' + \delta'' + \delta''$$

$$\text{rayon}_2 : \delta' + \delta' + \delta'' + \delta''$$

soit une différence de chemins optiques :

$$\boxed{\Delta_{2/1}\delta = 0}$$

A RETENIR : la compensatrice permet d'éviter une modification de la différence de chemin optique entre les rayons 1 et 2 lors de la séparation d'onde quelque soit l'angle d'incidence sur le séparateur d'onde.

Remarque I-1:

La compensatrice est efficace : $\left[\begin{array}{l} \forall \text{ inclinaison des rayons incidents} \\ \forall \lambda \end{array} \right.$

I.3 Première approche : Michelson éclairé par un point source S_0

a - Marche des rayons dans l'appareil

Supposons une source S_0 émettant de manière isotrope, et examinons la marche de deux rayons lumineux issus de cette source et se croisant en M provoquant une éventuelle interférence en M :

A RETENIR : lors de la réflexion d'une onde lumineuse sur un milieu plus réfringent que son milieu de provenance, l'onde subit un déphasage de π , soit une différence de marche supplémentaire de $\frac{\lambda}{2}$.

$$\text{On appelle : } \begin{cases} M'_2 = \text{sym}(M_2)_{/S_p} \\ S'_0 = \text{sym}(S_0)_{/S_p} \\ K'_2 = \text{sym}(K_2)_{/S_p} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} S_1 = \text{sym}(S'_0)_{/M_1} \\ S_2 = \text{sym}(S'_0)_{/M'_2} \end{cases}$$

Considérons 2 rayons 1 et 2 issus de la source ponctuelle S_0 , et calculons les chemins optiques respectifs de ces rayons entre la source S_0 et le point M position sur laquelle ils interfèrent :

$$\diamond \text{ RAYON 1 : } (S_0 M)_1 = S_0 J_1 + J_1 K_1 + K_1 N_1 + N_1 M = S'_0 J_1 + J_1 K_1 + K_1 N_1 + N_1 M = S'_0 K_1 + K_1 M = S_1 M$$

$$\diamond \text{ RAYON 2 : } (S_0 M)_2 = S_0 J_2 + J_2 K_2 + K_2 N_2 + N_2 M = S'_0 J_2 + J_2 K_2 + K_2 N_2 + N_2 M = S'_0 K'_2 + K'_2 M = S_2 M$$

BILAN :

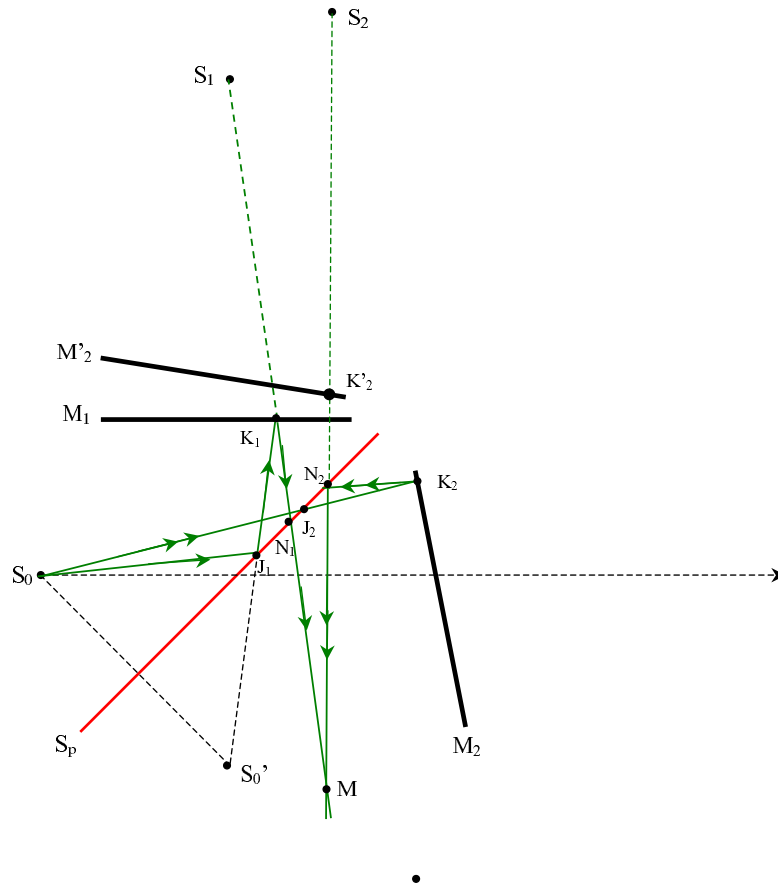


FIGURE X.5 – Marche de deux rayons lumineux dans l'interféromètre et interférant en M

- RAYON 1 : $(S_0M)_1$ est identique au chemin de S'_0 à M par réflexion sur M_1 et donc au chemin (S_1M)
- RAYON 2 : $(S_0M)_2$ est identique au chemin de S'_0 à M par réflexion sur M'_2 et donc au chemin (S_2M)

Les rayons 1 et 2, semblent provenir des sources virtuelles S_1 et S_2 images respectives de S' par les miroirs M_1 et $M'_2 \Rightarrow$

$$\delta(M) = (S_0M)_2 - (S_0M)_1 = S_2M - S_1M$$

CONCLUSION : le Michelson éclairé par une source ponctuelle est donc équivalent à un interféromètre de type trous d'Young de sources cohérentes S_1 et S_2 (\Rightarrow intérêt limité?).

b - lame d'air ou "pseudo-lame d'air" équivalente

On peut ainsi simplifier le schéma précédent en ne représentant que la source virtuelle S'_0 et l'image M'_2 du miroir $M_2 \Rightarrow$ on introduit les sources virtuelles S_1 et S_2 .

A RETENIR :

CONCLUSION : M_1 et M'_2 forment une pseudo lame d'air.

Conséquences : 3 configurations possibles

en agissant sur la position et l'angle du miroir M_2 on peut modifier la position de la source S_2 , et modifier la géométrie de la pseudo-lame d'air.

On appelle $\alpha = (M_1, M'_2)$ l'angle formé par ces deux miroirs.

- Réglage en coin d'air (pseudo-lame d'air) : $\alpha \neq 0$
- Réglage rigoureusement en lame d'air :
$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ d_{\perp}(M_1 M'_2) = e \neq 0 \end{cases}$$
- Réglage au contact optique :
$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ d_{\perp}(M_1 M'_2) = 0 \end{cases}$$

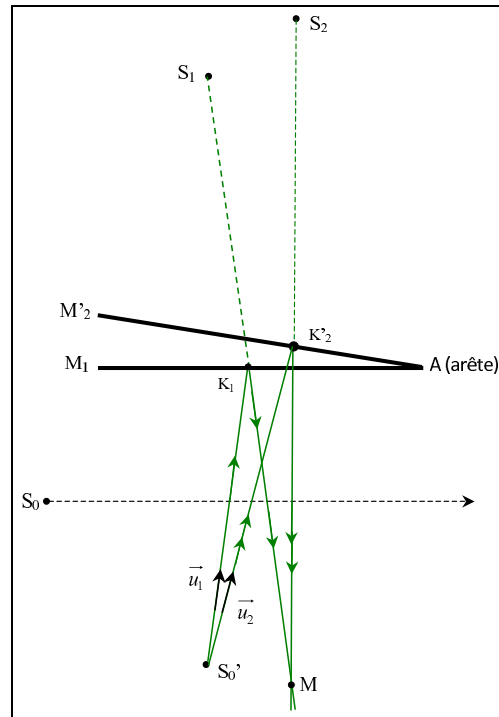


FIGURE X.6 – Pseudo-lame d'air équivalente à l'interféromètre de Michelson

II Interféromètre de Michelson en lame d'air éclairé par une source étendue ($\alpha = 0$, $d_{\perp} \neq 0$)

II.1 Le problème de la localisation des franges

a - Approche graphique

IDÉE : on étend spatialement la source pour augmenter la luminosité, et donc le confort d'observation.

CONSÉQUENCE : les différents points de la source sont autant de sources incohérentes ; **pour éviter tout brouillage**, il faut assurer que l'ordre au point M fixe de l'écran soit indépendant de la position du point source (rappel : critère semi-quantitatif de bon contraste)².

A priori, il n'est pas du tout évident qu'une telle situation puisse exister ; nous savons par exemple que ce n'est pas le cas pour l'interféromètre d'Young pour lequel on doit se contenter d'une valeur limite de la largeur de la

2. cf. chapitre trous d'Young : $|\Delta p| < \frac{1}{2}$ sur la moitié de l'étendue spatiale de la source

source comme nous l'avons vu.

QUESTION : à quelle condition obtient-on des interférences bien contrastées avec une source étendue ?

RÉPONSE : Prenons par exemple un second point T_0 d'image T'_0 par rapport à la séparatrice S_p , donnant finalement deux sources secondaires T_1 et T_2 .

En prenant un point M quelconque, mais assez proche de l'interféromètre, on constate visuellement que :

$$\delta_S(M) = S_2\widehat{M} - S_1\widehat{M} \neq \delta_T(M) = T_2\widehat{M} - T_1\widehat{M}$$

soit

$$p_S(M) \neq p_T(M)$$

Ainsi, l'ordre n'est pas stationnaire lorsque l'on fait varier le point de la source. **Chaque point source donnant son propre système d'interférence, on doit naturellement s'attendre à un brouillage des franges.**

L'intensité globale en un point M correspond donc à la somme des intensités données par chaque point S de la source d'aire élémentaire $d\sigma(S)$ avec une différence de marche dépendant du choix du point source, soit :

$$I(M) = \int_{\text{aire de source}} 2I_{0S} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(\underbrace{\mathbf{S}}_{\text{lié à la source}}, M) \right) \right] \cdot d\sigma(S)$$

intensité en M pour le point S

QUESTION : existe-t-il **une ou des zones particulières de l'espace pour lesquelles la différence de marche en M et donc l'ordre en M est indépendant(e) du point de la source, i.e. $p(M) \neq fct(pt S)$?**

RÉPONSE PAR APPROCHE GRAPHIQUE : En éloignant le point M on constate "visuellement" que :

$$\delta_S(M) = S_2M - S_1M \xrightarrow{M \rightarrow \infty} \delta_T(M) = T_2M - T_1M$$

Cas idéal : M à l'infini \Rightarrow on utilise une lentille convergente et on observe M dans son plan focal image :

CONCLUSION : la différence de marche (et donc l'ordre) en M est indépendant du point source si M est à l'infini.

Propriété II-1: LOCALISATION DES FRANGES EN LAME D'AIR

en configuration lame d'air et source étendue, les franges d'interférences sont localisées à l'infini.

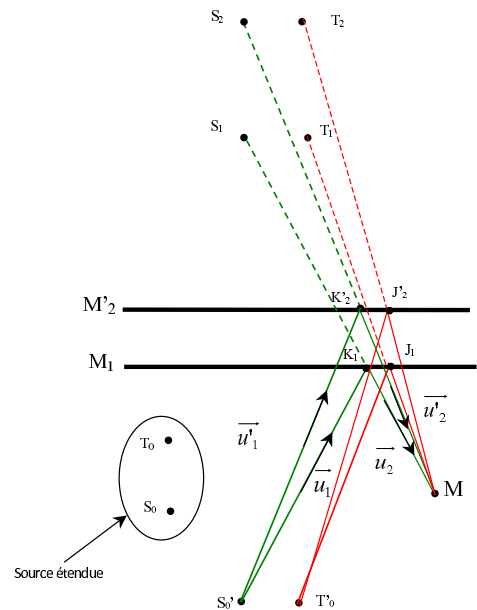


FIGURE X.7 – La différence de marche et donc l'ordre en M dépend du point source

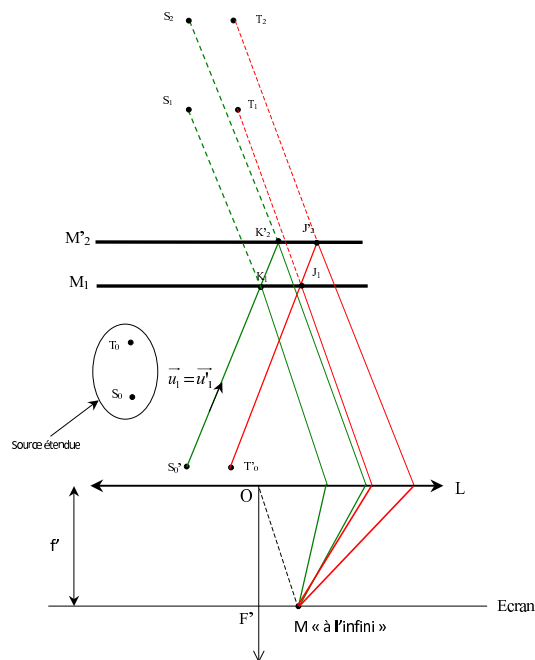


FIGURE X.8 – Localisation à l'infini des franges de la lame d'air

b - Approche par le calcul (hors programme)

Pour assurer que tous les systèmes d'interférences donnés par tous les points $S'_0, T'_0 \dots$ de la source primaire étendue se superposent "en coïncidence" en M (on évite ainsi les brouillages), il suffit de rendre la différence de marche $\delta(S'_0, M)$ indépendante du point source courant S'_0 .

NB : on reprend la figure n°7 et on pose $n = 1$.

Il faut donc :

$$\delta(S'_0 M) = (S'_0 M)_{R'} - (S'_0 M)_R \neq \text{cte}(S'_0)$$

avec ($n = 1$ pour simplifier) $(S'_0 M)_R = S'_0 K_1 + K_1 M = \overrightarrow{S'_0 K_1} \cdot \vec{u}_1 + \overrightarrow{K_1 M} \cdot \vec{u}_2$

or le principe de Fermat³ prévoit que pour S'_0 et M donné, la position du point K_1 est telle que $S'_0 K_1 + K_1 M$ minimum, donc par différenciation par rapport à K_1 :

$$\overrightarrow{dK_1} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) = 0$$

Différencions maintenant $(S'_0 M)_R$ par rapport à S'_0 , le point K_1 variant comme le prévoit le principe de Fermat pour minimiser le chemin optique :

$$d(S'_0 M)_R = -\overrightarrow{dS'_0} \cdot \vec{u}_1 + \overrightarrow{S'_0 K_1} \cdot \overrightarrow{dK_1} + \underbrace{\overrightarrow{dK_1} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)}_{=0} + \overrightarrow{K_1 M} \cdot \overrightarrow{dK_1}$$

or $\vec{u}_1^2 = 1 \implies \vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{dK_1} = 0$ et comme $\overrightarrow{S'_0 K_1} \parallel \vec{u}_1$, on a $\overrightarrow{S'_0 K_1} \cdot \overrightarrow{dK_1} = 0$:

3. cf cours optique géométrique

De même on a $\overrightarrow{K_1M} \cdot \overrightarrow{du_2} = 0$.

Ainsi, il vient : $d_{S'_0}(S'_0M)_R = -\overrightarrow{dS'_0} \cdot \overrightarrow{u_1}$

De même, on montre que : $d(S'_0M)_{R'} = -\overrightarrow{dS'_0} \cdot \overrightarrow{u_1}$

Finalement :

$$d[(S'_0M)_{R'} - (S'_0M)_R] = d\delta \Leftrightarrow d(\delta(S'_0M)) = 0 \Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{dS'_0} \cdot (\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_1}) = 0}$$

Pour annuler cette variation élémentaire de différence de marche (premier ordre), il faut donc assurer :

$$\boxed{\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{u'_1} \Rightarrow M \text{ à l'infini}}$$

dans ces conditions tous les points de la source contribuent au même phénomène d'interférences en M puisque la différence de marche en M est invariante par changement de point source ; la luminosité est ainsi accrue et aucun brouillage d'interférences n'est à craindre.

II.2 Différence de marche -intensité - franges d'Haidinger ou d'"égale inclinaison" (à retenir!!!)

Le calcul de la différence de marche entre les rayons 1 et 2 est aisé en observant simplement le trajet des rayons dans la lame d'air. La figure 9 permet ce calcul facilement.

QUESTION(S)

- ❶ Ecrire la différence de marche $\delta(M)$ au point M entre les deux rayons 1 et 2 en nommant simplement les points mentionnés sur le dessin.
- ❷ En déduire que :

$$\delta(M) = 2e \cos(i)$$

A RETENIR :

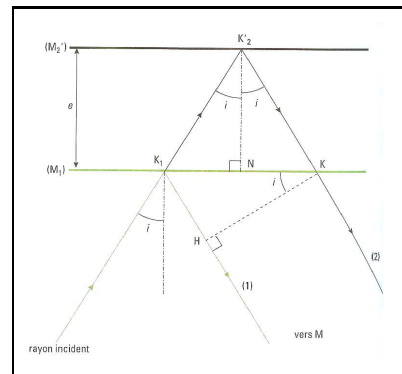


FIGURE X.9 – Visualisation de la différence de marche

Propriété II-2: EN LAME D'AIR :

- LOCALISATION DES FRANGES : à l'infini (implique l'usage d'une lentille de projection)
- DIFFÉRENCE DE MARCHE : en configuration lame d'air d'épaisseur e , la différence de marche en M_∞ entre deux rayons séparés dans le Michelson s'écrit :

$$\delta(M_\infty) = 2e \cos i$$

l'incidence i , ou "inclinaison" identifiant un seul point M à l'infini (cf figure ci-dessous).

- INTENSITÉ LUMINEUSE : l'intensité lumineuse en M s'écrit donc (à l'aide de la formule de Fresnel) :

$$I(M) = 2 \cdot \frac{I_0}{4} \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi e \cos i}{\lambda} \right) \right]$$

- ZONES D'ÉGALE INTENSITÉ : les zones d'égale intensité sur l'écran de projection correspondent donc au lieu géométrique pour lequel $i = cste$, c'est à dire des **anneaux d'axe** l'axe optique de la lentille de projection ; on les nomme **franges d'égale inclinaison** ou encore **anneaux d'Haidinger**.
- CONDITION D'ÉCLAIRAGE : Pour obtenir de nombreux anneaux, il faudra donc éclairer l'interféromètre sous de multiples incidences i , c'est à dire avec un faisceau de lumière entrant convergent.

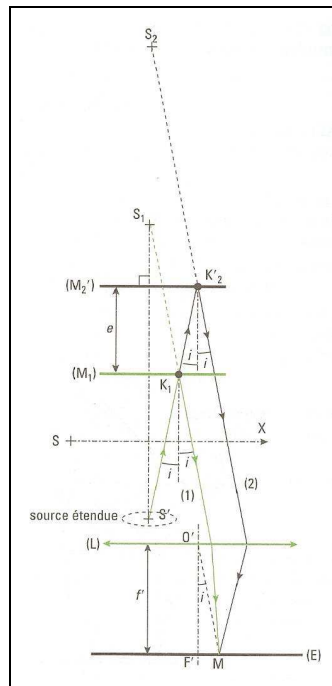


FIGURE X.10 – Montage équivalent en lame d'air avec projection à distance finie

IMPORTANT : on retiendra pour les TP qu'en configuration lame d'air du Michelson :

- on éclaire l'appareil avec un **faisceau convergent sur les miroirs**
- on observe les interférences **localisées à l'infini dans le plan focal image d'une lentille convergente**.

Le montage que nous adopterons est le suivant :

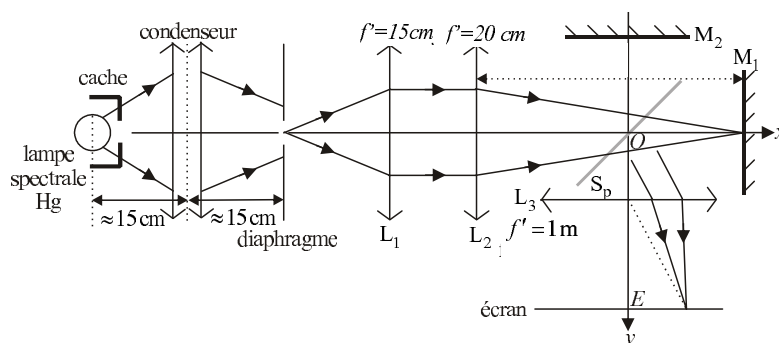


FIGURE X.11 – Montage pour l'observation des franges d'égale inclinaison par le Michelson

II.3 Ordre d'interférences - défilement des anneaux - rayons des anneaux brillants

Exercice de cours: (II.3) - n° 1. Anneaux d'Haidinger

- 1 Donner l'expression de l'ordre d'interférences au point M sur l'écran.
- 2 Si l'on diminue l'épaisseur de la lame d'air e en rapprochant les miroirs, expliquer comment évolue la figure d'interférences pendant cette manipulation.
- 3 De quelle épaisseur faut-il faire varier la lame d'air pour que le centre de la figure ($i=0$) passe d'un ordre lumineux à l'ordre lumineux suivant. Que vous inspire ce résultat ?

DÉFILEMENT DES ANNEAUX → CF SIMULATION

ETUDE DU RAYON DES ANNEAUX BRILLANTS : (CF FIGURE 10)

Pour obtenir des figures d'interférences de géométrie convenable, la lentille de projection doit être utilisée dans les conditions de Gauss, autrement dit l'angle i doit rester faible. En général, la lentille utilisée possède une distance focale importante (de l'ordre de 50 cm à 1 m).

L'ordre d'interférences au point M est :

$$p(M) = \frac{2e}{\lambda} \cos i \simeq \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2} \right)$$

En outre, l'ordre au centre de la figure d'interférences pour (soit pour $i = 0$) s'écrit :

$$p_0 = \frac{2e}{\lambda} \quad (\text{le + élevé})$$

ce qui permet d'écrire en posant i_p le rayon angulaire de l'anneau d'ordre $p(M) \in \mathbb{N}$

$$p(M) = p_0 - \frac{p_0 i_p^2}{2} \in \mathbb{N}$$

soit :

$$i_p = \sqrt{\frac{2(p_0 - p(M))}{p_0}}$$

En outre, le rayon de l'anneau s'écrivant en approximant l'angle i à sa tangente :

$$r_p = f' i_p$$

on a : $r_p = f' \sqrt{\frac{2(p_0 - p(M))}{p_0}}$

NB : compte tenu de l'évolution non linéaire du rayon des franges brillantes, on ne peut définir d'interfrange.

Exercice de cours: (II.3) - n° 2. ❶ En supposant que l'ordre au centre de la figure d'interférences est un entier ou un demi-entier (on précisera à quel état d'interférences correspondent ces deux situations), montrer que l'expression du rayon du $K^{\text{ième}}$ anneau de même état que le centre (brillant ou sombre) est :

$$r_K = f' \sqrt{\frac{K\lambda}{e}} \quad (\text{X.1})$$

❷ EXEMPLE D'APPLICATION :

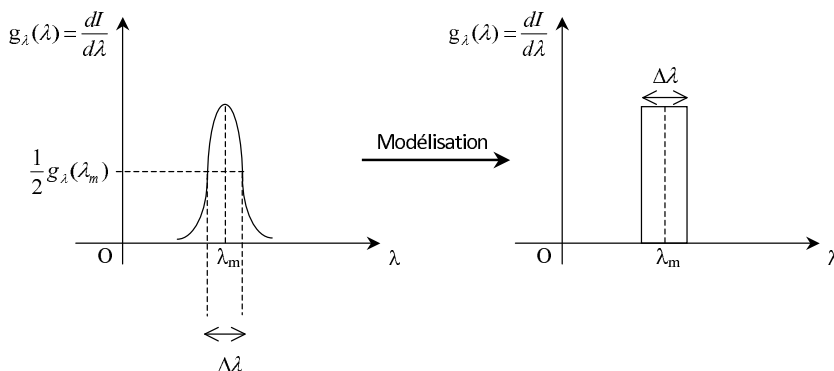
Sur une figure d'interférences, le rayon du $3^{\text{ième}}$ anneau est mesuré à $r_3 = 4,5 \text{ cm}$. Sachant que la lampe utilisée est une lampe au mercure dont on a isolé la raie verte à $\lambda = 560 \text{ nm}$, déterminer l'ordre au centre ainsi que l'épaisseur de la lame⁴.

II.4 Applications

a - Détermination de la largeur spectrale d'une raie

QUESTION : comment déterminer un ordre de grandeur de la largeur spectrale d'une raie? Par exemple la raie verte $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ d'une lampe à vapeur de mercure.

Rappel : pour une raie large de largeur spectrale en longueur d'onde $\Delta\lambda$, nous avons modélisé son profil par une raie rectangulaire et montré dans ce cas⁵ que l'intensité en un point M s'écrivait :



4. Réponse : $p_0 = 2 \frac{K f'^2}{r_K^2} = 2962$ et $e = p_0 \frac{\lambda}{2} = 0,83 \text{ mm}$

5. cf chapitre DFO : Trous d'Young

FIGURE X.12 – Modélisation d'une raie large

$$I(\delta) = 2 \frac{I_0}{4} \left[1 + \text{sinc} \left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \delta \right) \times \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_m} \delta \right) \right]$$

NB : le séparateur d'onde divisant ici l'intensité par 4, il vient pour l'interféromètre de Michelson en particulier :

$$I(\delta) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \underbrace{\text{sinc} \left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \delta \right)}_{V(\delta)} \times \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_m} \delta \right) \right]$$

Le facteur de visibilité $V(\delta)$ est d'annulation périodique en δ et évanescent \Rightarrow on peut déterminer facilement $\Delta\lambda$ en repérant la première annulation de contraste ($C = |V|$) en faisant varier δ .

PRINCIPE DE LA MESURE :

On part du contact optique ($\delta = 0$), et on fait évoluer δ en "chariotant". La première annulation de contraste se produit pour :

$$\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \delta_{ann} = \pi \quad \Rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{\delta_{ann}}$$

En général, on réalise une observation de l'annulation de contraste "au centre" ($i=0$), donc $\delta(M_{centre}) = 2e$; on a donc finalement en posant e_{annu} l'épaisseur de lame d'air pour laquelle on a annulation de contraste :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{2e_{ann}}$$

Expérimentalement : la largeur spectrale en longueur d'onde d'une raie dépend étroitement de la pression du gaz de la lampe. Cette mesure sera réalisée en TP.

b - Résolution du doublet du sodium

On cherche à déterminer l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ du doublet jaune d'une lampe au sodium $\begin{cases} \lambda_2 = 589 \text{ nm} \\ \lambda_1 = 589,6 \text{ nm} \end{cases}$.

Rappel : pour une source constitué d'un doublet incohérent (λ_1, λ_2) nous avons montré⁶ que l'intensité s'écrivait :

$$I(\delta(M)) = 4 \frac{I_0}{4} \left[1 + \underbrace{\cos \left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \delta(M) \right)}_{V(\delta)} \times \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_m} \delta(M) \right) \right]$$

Le facteur de visibilité $V(\delta)$ est périodique en $\delta \Rightarrow$ on peut déterminer $\Delta\lambda$ en repérant par exemple deux annulations successives du contraste ($C = |V|$) en faisant varier δ .

6. cf chapitre DFO : Trous d'Young

PRINCIPE DE LA MESURE :

On part du contact optique ($\delta = 0$) et on fait évoluer la différence de marche $\delta(M)$, et l'on note les valeurs de celle-ci pour lesquelles il y a annulation du contraste ($C=0$) :

$$\delta_{ann.}(M) = \left(p + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$$

entre deux annulations $\Delta\delta(M) = \delta_{ann_{p+1}} - \delta_{ann_p} = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$
soit :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\delta(M)}$$

Là-encore on réalise une observation de l'annulation de contraste "au centre" ($i=0$), donc $\delta(M_{centre}) = 2e$; on a donc finalement en posant $\Delta e = e_{p+1} - e_p$ (e_p et e_{p+1} étant les épaisseurs de lame d'air pour lesquelles on a annulation de contraste.)

$$\boxed{\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\Delta e}}$$

Expérimentalement : $\Delta e \simeq 0.29 \text{ mm} \Rightarrow \Delta\lambda \simeq 0.6 \text{ nm}$.

NB : cette mesure, impossible à mener avec l'interféromètre d'Young pour diverses raisons (diffraction, faible nombre de franges visibles) sera effectuée en TP à l'aide de l'interféromètre de Michelson.

c - Généralisation : spectroscopie par transformée de Fourier (HP)

L'une des applications de l'interférométrie est la spectroscopie interférométrique par transformée de Fourier, dont l'objet est la détermination des profils spectraux de sources à partir d'enregistrement d'interférogrammes. L'interféromètre de Michelson est particulièrement adapté à ce type de mesures, et a notamment permis d'obtenir d'excellents résultats en terme de précision dans le domaine des grandes longueurs d'onde⁷.

Nos exigences en TP étant bien plus modestes que celles habituellement requises dans les travaux de recherche, nous pourrions envisager l'exploitation de cette technique dans le domaine du visible afin d'obtenir **l'allure spectrale d'une source**.

LE PRINCIPE GÉNÉRAL EST LE SUIVANT :

Considérons une source polychromatique de profil spectral $g(\sigma) = \frac{dI_0}{d\sigma}$ éclairant un interféromètre à deux ondes. L'intensité lumineuse au centre du système d'anneaux pour lequel la différence de marche est $\delta = 2e$ s'écrit en sommant les intensité de toutes les bandes spectrales de la source :

$$I(\delta) = \int_{source} 2 \cdot \frac{dI_0}{4} [1 + \cos(2\pi\sigma\delta)] = \frac{1}{2} \int_0^\infty g(\sigma) [1 + \cos(2\pi\sigma\delta)] \cdot d\sigma$$

7. Spectroscopie infrarouge par transformée de Fourier

soit :

$$I(\delta) = \underbrace{\frac{1}{2} \int_0^{\infty} g(\sigma) \cdot d\sigma}_{=I_0} + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} g(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) \cdot d\sigma$$

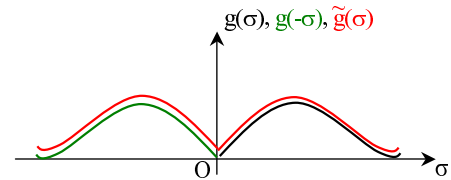
qui devient :

$$I(\delta) - \frac{1}{2}I_0 = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} g(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) \cdot d\sigma$$

"Astuce" : on introduit la fonction paire $\tilde{g}(\sigma)$ telle que :

$$\tilde{g}(\sigma) = \frac{1}{2} [g(\sigma) + g(-\sigma)] \text{ i.e. on symétrise } g(\sigma)$$

Puisque $g(\sigma) = 0 \forall \sigma < 0$, on peut écrire :



$$\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) \cdot d\sigma = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 g(-\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) \cdot d\sigma + \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} g(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) \cdot d\sigma = \int_0^{+\infty} g(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) \cdot d\sigma$$

donc finalement :

$$\begin{aligned} I(\delta) - \frac{I_0}{2} &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) \cdot d\sigma \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) \cdot d\sigma + \underbrace{j \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(\sigma) \sin(2\pi\sigma\delta) \cdot d\sigma}_{=0} \\ &= \frac{1}{2} \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(\sigma) e^{j2\pi\sigma\delta} \cdot d\sigma}_{\sim TF^{-1}[\tilde{g}(\sigma)]} \quad (\text{X.2}) \end{aligned}$$

On reconnaît une expression proportionnelle à la transformée de Fourier inverse de la distribution spectrale paire $\tilde{g}(\sigma)$ de la source⁸. Ainsi, l'interféromètre réalise, au terme constant $I_0/2$ près, la TF^{-1} du profil spectral de source.

On récupère la fonction $\tilde{g}(\sigma)$ en procédant à la transformée de Fourier, avec :

$$\tilde{g}(\sigma) \sim \int_{-\infty}^{+\infty} \left(I[\delta] - \frac{I_0}{2} \right) \cdot e^{-2j\pi\sigma\delta} \cdot d\delta$$

8. La transformée de Fourier, ainsi que son opération inverse comporte chacune le facteur $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ qui assure leur "symétrie" cf chap. électrocinétique

NB : les variables σ et δ sont dites conjuguées (analogie en électrocinétique pour les variables t et ν)

MISE EN OEUVRE :

- enregistrement informatique de I_0 (source seule) avec capteur sur l'axe optique.
- enregistrement informatique de $I[\delta]$ en faisant varier $\delta = 2e = 2Vt$, e étant l'épaisseur de la lame et V la vitesse de déplacement du chariot (source éclairant l'interféromètre \Rightarrow interférogramme).
- Calcul numérique et tracé de $\tilde{g}(\sigma) \sim TF \left[I[\delta(M)] - \frac{I_0}{2} \right]$.

NB : cf polycop pour quelques correspondances classiques spectre \leftrightarrow interférogramme

III Interféromètre de Michelson en coin d'air éclairé par une source étendue

III.1 Retour sur le montage équivalent - Localisation des franges (admis)

HYPOTHÈSE : On suppose l'interféromètre configuré en coin d'air et éclairé par une source étendue. Choisissons un point S_0 de la source ; les miroirs M_1 et M'_2 engendrent les deux sources virtuelles S_1 et S_2 .

Choisissons un point M , et traçons les rayons issus de S_1 et S_2 qui interfèrent en ce point. En reprenant cette démarche pour un second point T_0 de la source engendrant deux sources virtuelles T_1 et T_2 .

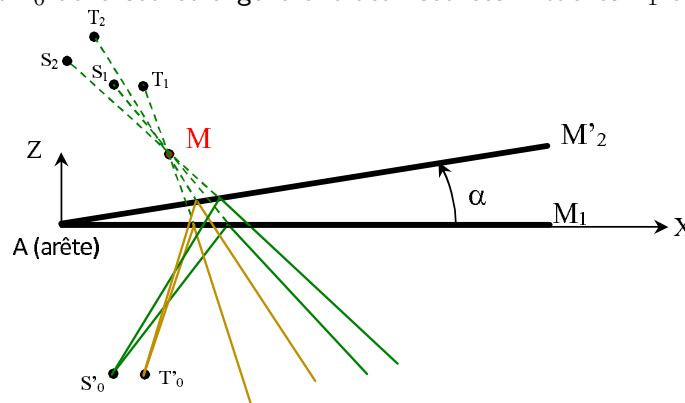


FIGURE X.13 – Brouillage des franges en source étendue pour un éclairage sous toute incidence

On constate sans peine graphiquement que :

$$\delta_{T_0}(M) \neq \delta_{S_0}(M)$$

Par conséquent, les interférences sont brouillées !

QUESTIONS : existe-t-il une zone d'espace pour laquelle $\delta(M)$ est indépendant du choix du point de la source ?

RÉPONSE ADMISE :

- On éclaire le coin d'air sous une seule incidence.
- On montre (démonstration hors programme), que la zone "approchée" de localisation des interférences, i.e. **zone pour laquelle l'ordre d'interférence en un point fixe M est quasi-indépendant du point émetteur de la source**, est le plan d'équation : $Z = X \cdot \tan(i + \alpha)$ pour des points de la source assez proches, donc **pour une source peu étendue**.

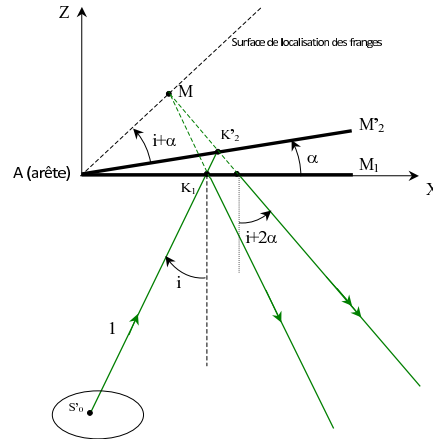


FIGURE X.14 – Localisation des franges du coin d'air

On choisit donc d'éclairer l'interféromètre sous une incidence unique par exemple $i \simeq 0$; comme par ailleurs α est de l'ordre de quelques minutes d'angle, on a pour zone de localisation des franges le plan d'équation $Z \simeq 0$ qui correspond à la surface du coin d'air :

A RETENIR : dans le cas d'une observation en configuration coin d'air :

- On éclaire l'interféromètre avec un faisceau de lumière en incidence quasi-normale $i \simeq 0$
- Les interférences sont alors localisées sur la surface des miroirs c'est à dire **sur le coin d'air**.

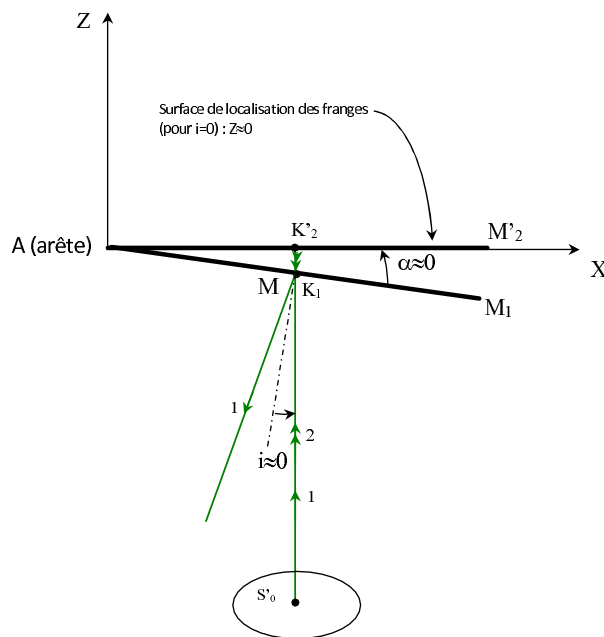


FIGURE X.15 – Localisation des franges du coin d'air en incidence quasi normale $i \simeq 0$

III.2 Différence de marche et ordre d'interférences - franges de Fizeau ou d'"égale épaisseur"

IDÉE : l'angle du coin d'air est très faible, on peut donc assimiler **localement** en $M(X)$ ce dernier à une

lampe d'air d'épaisseur $e(X)$; la différence de marche en ce point est donc :

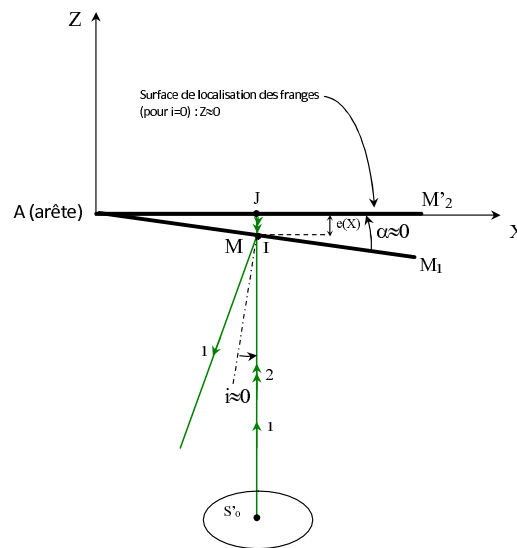


FIGURE X.16 – Epaisseur locale du coin d'air

$$\delta(M(X)) = (S_0M)_2 - (S_0M)_1 = S_0I + IJ + JI - (S_0I) = 2IJ = 2e(X) = 2X \cdot \tan(\alpha) \simeq 2X \cdot \alpha$$

RÉSUMÉ POUR LE COIN D'AIR :

Propriété III-1: EN COIN D'AIR

- LOCALISATION DES FRANGES : sur le coin d'air
- DIFFÉRENCE DE MARCHE : en configuration coin d'air d'angle α , la différence de marche en M_{coin} entre deux rayons séparés par le diviseur d'onde est :

$$\delta[M(X)] \simeq 2X \cdot \alpha$$

- INTENSITÉ LUMINEUSE : l'intensité en $M(X)$ est donc :
$$I(X) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} \alpha X \right) \right]$$
- ZONE D'ÉGALE INTENSITÉ : les zones d'égale intensité sont donc les droites $X = cste$, c'est à dire des droites parallèles à l'arête du coin d'air.
- CONDITION D'ÉCLAIRAGE : pour obtenir ces franges convenablement contrastées, il faut éclairer l'interféromètre avec un faisceau de lumière quasi-parallèle $i \simeq 0$ et observer la surface du coin.

Exercice de cours: (III.2) - n° 3. Dessiner l'allure du système de franges sur le coin d'air.

NB : la frange d'ordre $p = 0$ est sur l'arête du coin d'air.

IMPORTANT : montage typique pour les TP.

- on éclaire l'appareil avec un faisceau quasi-parallèle sur les miroirs
- on observe les interférences localisées sur le coin d'air en projetant ce dernier sur l'écran à l'aide d'une lentille convergente.

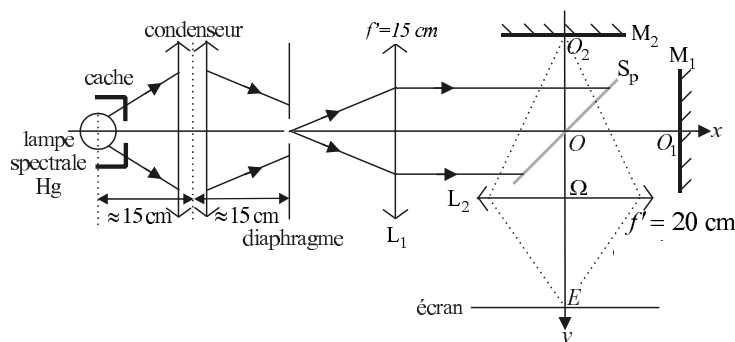


FIGURE X.17 – Montage pour l'observation des franges d'égalité du coin d'air

III.3 Interfrange

Le calcul de l'interfrange est immédiat ; la condition d'interférences constructives est :

$$\Delta p = 1 \Rightarrow \Delta(\delta_m) = \Delta(2\alpha X) = \lambda \Rightarrow 2\alpha \underbrace{\Delta X}_{=i} = \lambda$$

soit un interfrange de :

$$i = \frac{\lambda}{2\alpha}$$

Ainsi, les franges équidistantes sont appelées : **franges d'égalité épaisseur ou franges de Fizeau**.

ORDRE DE GRANDEUR : avec $\lambda \sim 0,5 \mu\text{m}$, $\alpha \sim 1' = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \Rightarrow i \simeq 1 \text{ mm}$

Remarque III-1:

Nous verrons en TP que la configuration lame d'air s'obtient après un premier réglage du Michelson en configuration coin d'air. Le passage coin d'air → lame d'air s'opère simplement en agissant sur les vis de réglage "rapide" dans le sens d'une augmentation de l'interfrange puisqu'alors $\alpha \rightarrow 0$.

→ cf simulation

III.4 Interférences en lumière blanche - teintes de Newton - blanc d'ordre supérieur

HYPOTHÈSES : Michelson configuré en coin d'air et éclairé en lumière blanche.

OBSERVATION : $i = \frac{\lambda}{2\alpha} = f(\lambda) \Rightarrow$ on observe à proximité de l'arête du coin d'air une frange achromatique commune à toutes les radiations (différence de marche nulle), puis les franges de part et d'autre de l'arête sont irisées, et ensuite rapidement brouillées dès que l'on s'éloigne un peu plus :

III.5 Applications

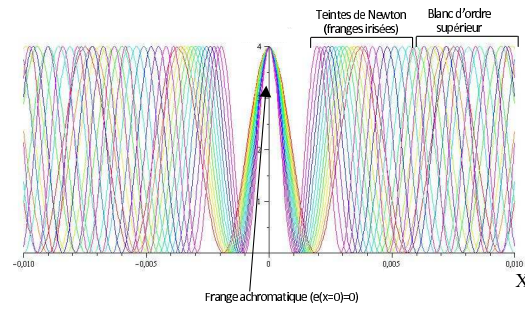


FIGURE X.18 – Franges d'épaisseur en lumière blanche : teintes de Newton et blanc d'ordre supérieur

a - Visualisation d'un objet de phase : écoulement gazeux

Définition III-1: OBJET DE PHASE

On appelle **objet de phase**, tout corps parfaitement transparent (au moins sur tout le spectre visible) non visible par des techniques classiques. Du fait de son indice $n > 1$, il engendre une variation de chemin optique lorsqu'il est introduit dans un bras du Michelson ; on peut ainsi le visualiser par effet chromatique en interférométrie

Exemple : gaz incolore, lame de verre, de plexiglass etc...

L'interféromètre de Michelson peut par exemple être mis à profit pour visualiser l'écoulement d'un jet de gaz de briquet, totalement invisible à l'œil nu.

A RETENIR : Le principe est le suivant :

- On réalise les franges du coin d'air en lumière blanche. Il est nécessaire de se placer très près de l'arête car on obtient très rapidement le blanc d'ordre supérieur en s'éloignant de la frange achromatique
- On réduit l'angle jusqu'à obtention de la teinte plate : $\begin{cases} \alpha \simeq 0 \\ e \simeq 0 \end{cases}$, typiquement une teinte uniforme (appelée teinte sensible). A ce stade, toute variation de différence de marche, même infime, fait varier la teinte visible sur l'écran.
- On introduit dans l'un des bras du Michelson un jet de gaz \Rightarrow on observe des irisations mobiles sur l'image projetée de la nuée de gaz. En effet, supposons un jet de dimension caractéristique de $d \sim 1 \text{ mm}$ et d'indice $n_{CH_4} \simeq 1,00044$; la variation de chemin optique engendrée par la présence du gaz est :

$$\Delta\delta = 2(n - 1) \cdot d \simeq 0,88\mu\text{m} \sim \lambda_{vis}$$

ce qui correspond à l'ordre de grandeur d'une longueur d'onde du visible, donc typiquement autour d'une variation d'une unité de l'ordre, entraînant un effet interférométrique bien visible.

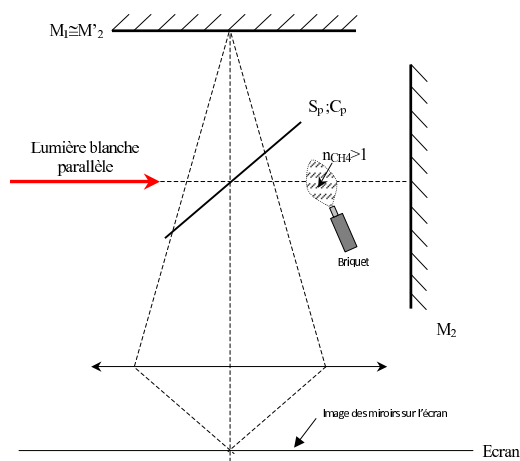


FIGURE X.19 – Principe de visualisation d'un jet de gaz par interférométrie



FIGURE X.20 – "Image" de la nuée de gaz sur l'écran

b - Mesure de l'épaisseur d'un objet de phase : lame de verre

L'interféromètre de Michelson peut également être employé pour déterminer l'épaisseur d'une lame de verre interposée sur le trajet de la lumière dans un des bras du Michelson.

On procède de la façon suivante :

- On règle le Michelson pour obtenir les franges du coin d'air en lumière blanche (réglage un peu délicat). On note alors la position X_1 du vernier.
- On localise l'arête de ce dernier (facile car une frange achromatique s'y superpose $\delta = 0$). On constate les irisations autour de l'arête.
- On intercale dans le bras n°2 une lamelle de microscope d'épaisseur d (indice n), et un brouillage apparaît, donc la variation de différence de marche engendrée par l'ajout de la lame dépasse donc la longueur de cohérence : $\Delta\delta = 2(n-1)d > L_c$.
- On chariotte dans le sens d'une réduction de la longueur du bras n°2 jusqu'à retrouver les franges et replacer la frange achromatique à la même position qu'avant l'ajout de la lame. On note la position du chariot $X_2 (< X_1)$.

EXPLOITATION : une fois les franges retrouvées, la différence de marche ajoutée par la lame est compensée par le "chariotage" pour la frange achromatique. On a :

$$\Delta\delta + 2(X_2 - X_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2(n-1)d + 2(X_2 - X_1) = 0$$

donc :

$$d = \frac{X_1 - X_2}{(n-1)}$$

c - Spectre cannelé (à faire en TP)