Calcul Différentiel II

STEP, MINES ParisTech

30 août 2020 (`#59ca161`)

Question 1 (réponses multiples) Cochez la case s'il est possibe d'expliciter une dépendance fonctionnelle de la forme $x = \psi(\lambda)$ par le théorème des fonctions implicites quand :

- ☐ A: $x\lambda^2 + x^2\lambda - 1 = 0$ au voisinage de $(x, \lambda) = (1, 1)$,
- ☐ B: $\sin(\lambda x_1) + \sin(\lambda x_2) = 0$ au voisinage de $(x_1, x_2, \lambda) = (0, 0, 0)$,
- ☐ C: $\lambda x_1^2 + x_2 = x_1 + \lambda x_2^2 = 2$ au voisinage de $(x_1, x_2, \lambda) = (1, 1, 1)$.

Question 2 La méthode de Newton appliquée à la recherche d'une solution de

$$x^2 - 1 = 0, \ x \in \mathbb{R}$$

produit une suite de valeurs réelles x_k définies par la récurrence

- ☐ A: $x_{k+1} = x_k^2 - 1$,
- ☐ B: $x_{k+1} = 1/x_k$,
- ☐ C: $x_{k+1} = 0.5(x_k + 1/x_k)$.

Question 3 Une fonction $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ continûment différentiable et dont la matrice jacobienne est inversible en tout point est un C^1-difféomorphisme de $\mathbb{R}^2$ sur son image $f(\mathbb{R}^2)$.

- ☐ A: vrai,
- ☐ B: faux.

Question 4 Le symbole ε désigne l'epsilon machine des doubles. Le nombre d'or $x = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1.618$ peut être représenté par un double `x` avec une erreur $|\mathtt{x} - x|$:

- ☐ A: de l'ordre de $1.618 \times \varepsilon$,
- ☐ B: de l'ordre de ε,
- ☐ C: de l'ordre de $\varepsilon/2$.
- ☐ D: nulle.

Question 5 Quand le double positif `x` diminue, l'erreur entre

```
y = ((1.0 + x) - 1.0) / x
```

et la valeur attendue `1.0`

☐ A: augmente (de façon monotone),
☐ B: augmente (en tendance générale),
☐ C: diminue (en tendance générale).

Question 6 Appliquée à une fonction d'une variable, la méthode de différentiation automatique :

☐ A: produit une fonction dérivée exacte,
☐ B: produit une fonction dérivée correctement arrondie,
☐ C: produit une fonction dérivée sans erreur de troncature.