

# **V64 - Moderne Interferometrie**

David Gutnikov  
david.gutnikov@udo.edu  
Lasse Sternemann  
lasse.sternemann@udo.edu

Bearbeitet am 29.05.2020

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1	Interferenz und Kohärenz . . . . .	3
1.2	Polarisation und Fresnel-Arago-Gesetze . . . . .	3
1.3	Interferometer . . . . .	4
1.4	Detektion des Interferenzsignals . . . . .	4
1.5	Brechungsindizes . . . . .	5
1.5.1	Glasplatte . . . . .	5
1.5.2	Gas und Lorentz-Lorenz-Gesetz . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
2.1	Versuchsaufbau . . . . .	6
2.2	Justierung . . . . .	6
2.3	Kontrastbestimmung . . . . .	7
2.4	Messung des Brechungsindex von Glas . . . . .	7
2.5	Messung des Brechungsindex von Luft . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
3.1	Kontrastbestimmung . . . . .	8
3.2	Brechungsindex von Glas . . . . .	8
3.3	Brechungsindex von Luft . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Daten</b>	<b>11</b>

# 1 Theoretische Grundlagen

## 1.1 Interferenz und Kohärenz

Die Überlagerung von Wellen anhand des Superpositionsprinzips wird Interferenz genannt. Dabei ist es wichtig zu wissen ob die Wellen kohärent sind.

Vollständig kohärent sind zwei Wellen, wenn ihre Phasendifferenz sowohl zeitlich als auch räumlich konstant bleibt. Unter zeitlicher Kohärenz ist zu verstehen, dass der Phasenunterschied in Ausbreitungsrichtung konstant ist. Räumliche Kohärenz heißt, dass der Phasenunterschied senkrecht zur Ausbreitungsrichtung konstant ist, also dass die Strahlen von den Lichtquellen zum betrachteten Ort parallel zueinander sind.

Natürlich ist vollständige Kohärenz zwischen Wellen aus zwei verschiedenen Quellen in der Realität nicht erreichbar, da es keine reinen monochromatischen sondern nur quasimonochromatische Lichtquellen mit einer endlichen Kohärenzzeit  $\Delta t_c$  gibt, und der Begriff der Teilkohärenz wird in diesem Zusammenhang verwendet. Teilkohärente Wellen führen zu einem stationären Interferenzbild.

Inkohärente Wellen, also Wellen deren Phasendifferenz sich im betrachteten Bereich stark ändert, gleichen sich bei Interferenz zu einer mittleren Intensität aus.

## 1.2 Polarisation und Fresnel-Arago-Gesetze

Unpolarisiertes Licht kann immer in zwei zueinander senkrechte Komponenten zerlegt werden ( $\vec{E} = \vec{E}_\perp + \vec{E}_\parallel$ ). Das selbe gilt für linear, zirkular und elliptisch polarisiertes Licht. Der einzige Unterschied zwischen diesen drei Polarisierungen ist der Phasenunterschied  $\delta$  zwischen den beiden Komponenten.

- Linear pol. Licht:  $\delta = 2\pi \cdot n, \quad n \in \mathbb{Z}$
- Zirkular pol. Licht:  $\delta = \frac{\pi}{2} \cdot n, \quad n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
- Elliptisch pol. Licht: für jedes andere  $\delta$

Das Interferenzmuster besteht also aus zwei einander überlagerten Interferenzmustern  $\langle (\vec{E}_{1\perp} + \vec{E}_{2\perp})^2 \rangle_T$  und  $\langle (\vec{E}_{1\parallel} + \vec{E}_{2\parallel})^2 \rangle_T$ . Damit sind die Fresnel-Arago-Gesetze, also die Bedingungen dafür dass polarisiertes Licht interferiert, anhand der vektoriellen Formel

$$\begin{aligned} I &= \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle_T \\ &= \langle \vec{E}_1^2 \rangle_T + \langle \vec{E}_2^2 \rangle_T + 2\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle_T \cos(\delta) \end{aligned} \quad (1)$$

$$= I_1 + I_2 + I_{12} \quad (2)$$

leicht abzuleiten, wobei  $\langle \rangle_T$  den zeitlichen Mittelwert kennzeichnet.

1. Zwei kohärente Wellen mit zueinander orthogonalen Auslenkungen (zwei im 90°-Winkel zueinander linear polarisierte Wellen) interferieren nicht, da in diesem Fall nach (2)  $I_{12} = 0$  ist.

2. Natürliches Licht interferiert nicht, auch nicht wenn die Komponenten richtig ausgerichtet werden, da es inkohärent ist.

### 1.3 Interferometer

Die Sichtbarkeit bzw. der Kontrast  $\mu$  eines Interferometers [1] beschreibt die Qualität eines Interferenzmusters. Es quantifiziert wie stark sich die Maxima und Minima von der gemittelten gemeinsamen Intensität  $I_1 + I_2$  abzeichnen.

$$\mu = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle_T}{\langle \vec{E}_1^2 \rangle_T + \langle \vec{E}_2^2 \rangle_T} \quad (3)$$

Die Intensitäten  $I_{\max}$  und  $I_{\min}$  gehören dabei einem benachbarten Maximum und Minimum und lassen sich durch die folgende Formel bestimmen:

$$I_{\max/\min} \propto I_{\text{Laser}} (1 \pm 2 \cos(\phi) \sin(\phi)) \quad (4)$$

$I_{\text{Laser}}$  ist die mittlere Ausgangsintensität des Lasers und  $\phi$  ist der Polarisationswinkel des Polarisators hinter dem Laser. Um (4) herzuleiten wird zuerst von der Gleichung

$$I \propto \langle (E_1 \cos(\omega t) + E_2 \cos(\omega t + \delta))^2 \rangle_T \quad (5)$$

ausgegangen. Für  $E_1$  und  $E_2$ , die Amplituden des elektrischen Feldes der im Interferometer gegenläufigen Lichtstrahlen, mit dem Polarisationswinkel  $\phi$  gilt

$$E_1 = E \cos(\phi) \quad E_2 = E \sin(\phi)$$

mit der Amplitude direkt nach dem Polarisator, aber vor Durchqueren des *Polarizing Beam Splitter Cube* (PBSC),  $E$ . Werden die  $E_i$  und das  $\delta$  jeweils für konstruktive bzw. destruktive Interferenz in (5) eingesetzt, ergibt sich (4). Die Abhängigkeit des Kontrastes vom Polarisationswinkel wird wiederum durch Einsetzen von (4) in (3) bestimmt:

$$\mu = \frac{4 \sin(\phi) \cos(\phi)}{2} = \sin(2\phi)$$

Es ist zu erkennen, dass der Kontrast für die Winkel  $45^\circ$  und  $135^\circ$  maximal ist.

### 1.4 Detektion des Interferenzsignals

Die Intensität der Lichtstrahlen wird mithilfe von Photodioden gemessen. Diese bestehen aus Halbleitermaterial, in welchem durch Photonen Elektronen aus dem Valenzband ins Leitungsband gehoben werden. Dieser Photostrom ist messbar und proportional zur Intensität des gemessenen Lichtes.

Die Differenzspannungsmethode wird verwendet indem ein zweiter um  $45^\circ$  geneigter PBSC in den Strahlengang gestellt wird und an beiden auf zwei Dioden fallenden austretenden

Strahlen nun Interferenz beobachtet werden kann. Die Differenz der Spannungssignale hat jeweil bei Interferenzmaxima und -minima Nulldurchläufe. Diese Flanken sind so steil, dass sich die Maxima und Minima dadurch leicht auslesen lassen. Außerdem hilft die Differenzspannungsmethode dabei äußere Einflüsse zu minimieren.

## 1.5 Brechungsindizes

### 1.5.1 Glasplatte

Die Anzahl der Interferenzmaxima bzw. -minima ist gegeben durch  $M = \frac{\Delta\phi}{2\pi}$ . Eine planparallele Platte mit Brechungsindex  $n$  erzeugt für kleine Drehwinkel  $\theta$  bei Durchlassen von Licht eine Phasenverschiebung von

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} T \left( \frac{n-1}{2n} \theta^2 + \mathcal{O}(\theta^4) \right) \quad (6)$$

mit der Wellenlänge des Lichtes im Vakuum  $\lambda_{\text{vac}}$  und der Dicke der Platte  $T$ . [2]  
Einsetzen von  $\Delta\phi = 2\pi \cdot M$  in (6) ergibt die folgende Formel für den Brechungsindex:

$$n = \left( 1 - 2 \frac{M \lambda_{\text{vac}}}{T \theta^2} \right)^{-1} \quad (7)$$

### 1.5.2 Gas und Lorentz-Lorenz-Gesetz

Eine Gaszelle der Länge  $L$  erzeugt analog zur Platte eine Phasenverschiebung von

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} \Delta n L \quad (8)$$

Auch hier gilt der Zusammenhang  $\Delta\phi = 2\pi \cdot M$  zwischen der Anzahl der jeweiligen Extrema und der Phasenverschiebung.

Das Lorentz-Lorenz-Gesetz verbindet den Brechungsindex von Gasen mit der vorherrschenden Temperatur  $T$  und dem Druck  $p$  (im Bereich des Normaldruckes),

$$n \approx \sqrt{1 + \frac{3Ap}{RT}} \quad (9)$$

wobei  $R$  die allgemeine Gaskonstante und  $A$  die Molbrechung ist.

## 2 Durchführung

### 2.1 Versuchsaufbau

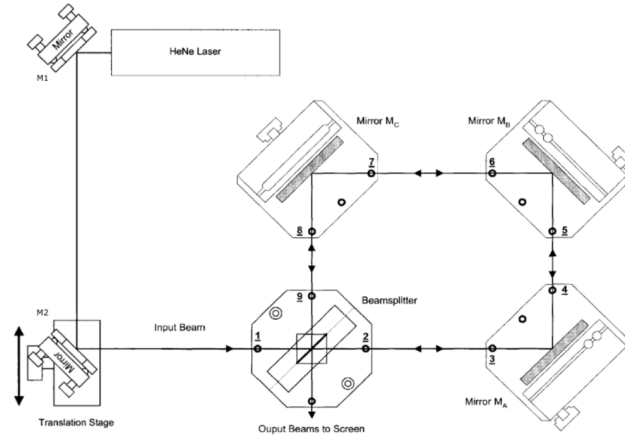


Abbildung 1: In der Abbildung ist der schematische Aufbau eines Sagnac-Interferometers dargestellt. Unser Aufbau beinhaltet zusätzlich einen weiteren Strahlteiler, der den Strahl 1:1 auf zwei Photodioden aufteilt, um die Messung per Differenzspannungsmethode zu ermöglichen. Entnommen aus [3]

Der experimentelle Aufbau zur Bestimmung der Brechungsindizes besteht aus einem Sagnac-Interferometer 1, in das ein Laserstrahl der Wellenlänge 632,990 nm eingespeist wird. Der das Sagnac-Interferometer verlassende Strahl trifft auf einen *polarizing beam splitter cube* (PBSC) und wird von diesem in seine vertikale und horizontale Polarisationskomponenten zerlegt. Dabei erhält eine der beiden Komponenten eine Phasenverschiebung von  $180^\circ$  relativ zur anderen Komponente, sodass die vorher in Phase schwingenden Komponenten nun gegenphasig schwingen. Daraufhin werden die beiden Komponenten jeweils auf eine Photodiode geleitet. Die beiden Photodioden sind an ein Gerät gekoppelt, das die Differenz der Photodiodenspannungen misst. Diese Differenzspannung wird auf einem Oszilloskop abgebildet. Aufgrund der gegenphasigen Schwingung der Komponenten sind die Maxima und Minima der Schwingung größer und die Nulldurchgänge daher stärker ausgeprägt.

### 2.2 Justierung

Bevor mit den Messungen begonnen werden kann, muss das Sagnac-Interferometer justiert werden, sodass die zwei Strahlen parallel zueinander laufen. Dazu wird zunächst ein einzelner Strahl über zwei Lochblenden justiert. Die Justierung erfolgt immer mit zwei Spiegeln, die jeweils zum Justieren einer Lochblende genutzt werden. Das Justieren per Spiegel wird wiederholt, bis der Strahl an allen Spiegeln des Interferometers genau die

Lochblenden trifft. Nun wird der Strahl in zwei parallele Strahlen aufgespalten, welche durch die Vorjustierung bereits parallel laufen sollten. Für einen perfekten Strahlengang wird mit nun vier Lochblenden eine Feinjustierung durchgeführt.

Bei korrekter Justierung sollten die beiden Strahlen nach Verlassen des Interferometers wieder genau parallel ineinander liegen und auf einem Schirm wäre nur ein Punkt zu sehen. Bei konstruktiver beziehungsweise destruktiver Interferenz müsste dieser Punkt entweder seine maximale Helligkeit erreichen oder komplett verschwinden. Wenn die Strahlen nicht genau übereinander liegen, ist ein Interferenzmuster aus Strichen zu sehen. Um die Parallelität zu prüfen, werden Glasplättchen in den Strahlengang gehalten und rotiert, sodass die beiden Strahlen einen Phasenunterschied erhalten. Ihr Winkel zum Strahl wird gedreht und das Verhalten der interferierenden Strahle kann beobachtet werden. Nun wird wieder mit den Spiegeln im Interferometer fein justiert, bis das Interferenzverhalten dem zweier parallel ineinander liegenden Strahlen am nächsten kommt.

### **2.3 Kontrastbestimmung**

Wenn diese Konfiguration erreicht ist, wird der Kontrast in Abhängigkeit von der Polarisation des einfallenden Lichtes gemessen. Dazu wird die Polarisation des Lichts, bevor es auf den Strahlteiler des Interferometers trifft, durch einen Polarisationsfilter festgelegt. Der Kontrast ergibt sich dann durch eine Intensitätsmessung der interferierenden Strahlen bei maximaler konstruktiver und maximaler destruktiver Interferenz.

### **2.4 Messung des Brechungsindex von Glas**

Wieder werden zwei Glasplättchen, die bereits eine relative Verdrehung von 10 deg besitzen, in die parallel laufenden Strahlen gestellt. Die beiden Plättchen sind auf einem Zylinder befestigt und werden um insgesamt 10 deg gedreht. Dabei wird die Anzahl der Interferenzminima oder -maxima über die Differenzspannungsmethode bestimmt, die äußere Einflüsse reduziert, indem sie die Spannung zweier Photodioden subtrahiert und jedem Maximum beziehungsweise Minimum einen Nulldurchgang zuordnet. Diese Messung wird insgesamt 10 mal wiederholt.

### **2.5 Messung des Brechungsindex von Luft**

Um den Brechungsindex von Luft zu ermitteln, wird wieder ein Gangunterschied zwischen den beiden Strahlen erzeugt. Dies wird erreicht, indem einer der Strahlen eine Gaszelle durchquert, während der andere Strahl ungestört propagiert. Um die Phasendifferenz zu variieren wird der Druck in der Gaszelle zunächst auf 6 mbar gesenkt und anschließend in 50 mbar-Schritten erhöht, bis wieder der Normaldruck des Raumes erreicht wird. Während des Prozesses wird wieder die Anzahl der Nulldurchgänge per Differenzspannungsmethode gemessen. Diese Messung wird 3 mal durchgeführt.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Kontrastbestimmung

Die Messungen des Kontrasts ergeben, wie in Abbildung 2 zu sehen, zwei Maxima im zu erwartenden Bereich von circa  $45^\circ$  und  $135^\circ$ .

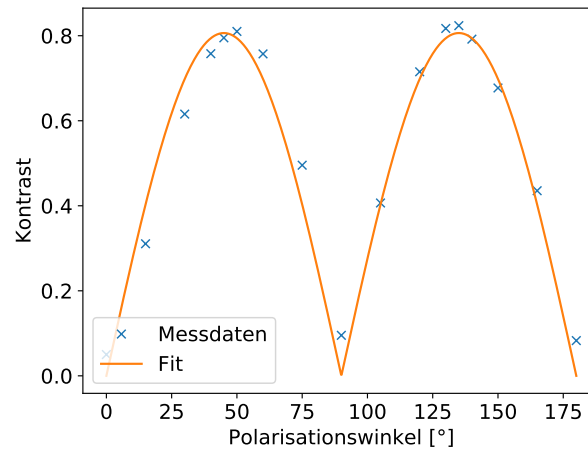


Abbildung 2: In der Grafik ist der gemessene Kontrast in Abhängigkeit des Polarisationswinkels des ins Interferometer einfallenden Lichtes aufgetragen.

Das absolute Maximum liegt mit 0,82 bei einem Polarisationswinkel von  $135^\circ$ , welcher demnach für die weiteren Messungen beibehalten wird.

#### 3.2 Brechungsindex von Glas

Der Mittelwert der Nulldurchgänge aus den 10 aufgenommenen Messreihen Tabelle 1 ergibt sich zu  $\bar{M} = 33,40 \pm 0,22$  und entspricht auch dem Mittelwert der Maxima. Wenn  $\bar{M}$  in (7) eingesetzt wird, lässt sich der Brechungsindex von Glas direkt berechnen:

$$n_{\text{Glas}} = 1,53 \pm 0,01 \quad (10)$$

Zum Vergleich wird angenommen, dass Quarzglasplättchen genutzt werden. In diesem Fall lässt sich die Abweichung zum Theoriewert von  $n_{\text{Glas, Theo}} = 1,46[4]$  zu

$$A = \left| \frac{n_{\text{Glas}} - n_{\text{Glas, Theo}}}{n_{\text{Glas, Theo}}} \right| \approx (5,1 \pm 0,4)\%$$

bestimmen.



### 3.3 Brechungsindex von Luft

Bei den Messungen zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft, sind alle drei Messreihen exakt identisch, sodass sie nicht gemittelt werden müssen (siehe Tab. 2). Aus der Zahl der Maxima, die der Zahl der Nulldurchgänge entspricht, lässt sich anhand von (8) und bekannten Parametern des Experiments, wie der Länge der Gaszelle und der Wellenlänge des Lasers, der zugehörige Brechungsindex bei entsprechendem Druck berechnen. Wenn das Quadrat des Brechungsindex  $n^2$  gegen den Druck  $p$  in der Gaszelle aufgetragen wird, ergibt sich ein linearer Zusammenhang, der dem quadrierten Lorentz-Lorenz-Gesetz entspricht und neben dem Druck und des Brechungsindex auch die Temperatur zur Zeit der Messung  $T_M = 295,05 \text{ K}$  und die allgemeine Gaskonstante  $R$  enthält.

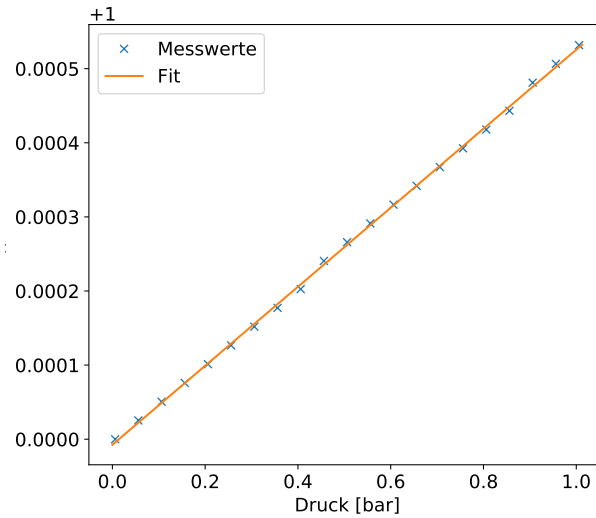


Abbildung 3: In der Grafik ist der lineare Zusammenhang zwischen dem Quadrat des Brechungsindex und dem Druck der Luft klar zu erkennen. Dieser wird auch linear regressiert, um die Molrefraktion  $A$  zu bestimmen.

$$n^2 = \frac{3A}{RT_M} \cdot p + 1 \quad (11)$$

$$n^2 = m \cdot p + b \quad (12)$$

Aus der Steigung des linearen Zusammenhangs lässt sich die Molrefraktion  $A$  berechnen

$$A = \frac{RT_M m}{3} \quad \text{mit} \quad m = (0,000\,533\,1 \pm 0,000\,002\,8) \frac{1}{\text{bar}}. \quad (13)$$

Mit der nun bekannten Molrefraktion  $A$  lässt sich der Brechungsindex von Luft bei Normalbedingungen direkt über das nicht quadrierte Lorentz-Lorenz-Gesetz (9) bestimmen:

$$n_{\text{Luft}}(1013 \text{ mbar}, 288,15 \text{ K}) = 1,000\,276\,4 \pm 0,000\,001\,4 \quad (14)$$

Damit liegt der Theoriewert von 1,000 276 53 [5] im Unsicherheitsintervall des bestimmten Brechungsindex bei Normalbedingungen. Die Nachkommastellen des bestimmten Brechungsindex weichen um  $0,0 \pm 0,5\%$  von denen des Theoriewerts ab.

## 4 Diskussion

Zunächst wurde der experimentelle Aufbau für einen maximalen Kontrast zwischen Interferenzmaxima und -minima justiert. Dieser liegt mit 0,82 in einem Bereich, der es erlaubt die Maxima und Minima deutlich zu unterscheiden.

Die Bestimmung des Brechungsindex von Glas ergibt einen Wert, der um circa 5% vom Theoriewert von Quarzglas abweicht. Trotz der relativ guten Übereinstimmung ist der Theoriewert womöglich nicht sehr repräsentativ, da nicht bekannt ist welche Art von Glas bei dem Versuch vermessen wurde. Generell liegt der bestimmte Wert jedoch im Größenordnungsbereich von anderen Gläsern und ist damit passend.

Der Brechungsindex von Luft bei Normalbedingungen wurde sehr genau bestimmt, sodass der Theoriewert im Unsicherheitsintervall des gemessenen Bereichs liegt und auch die Nachkommastellen des gemessenen Werts quasi garnicht von denen des Theoriewerts abweichen.

Demnach können beide Messungen als erfolgreich bezeichnet werden.

## 5 Daten

Tabelle 1: Hier sind die Nulldurchgänge, die der Anzahl der Maxima entsprechen, bei einer Drehung der Spiegel um  $10^\circ$  für 10 Messungen aufgeführt.

Messung	Maxima
1	33
2	35
3	33
4	33
5	34
6	33
7	33
8	33
9	33
10	34

Tabelle 2: Hier sind die Nulldurchgänge, die der Anzahl der Maxima entsprechen, bei einer Erhöhung des Drucks von 6 mbar zu 1006 mbar in 50 mbar-Schritten aufgetragen. Da alle drei Messungen exakt gleich waren, wird nur eine Messung aufgetragen.

Druck [mbar]	Maxima
6	0
56	2
106	4
156	6
206	8
256	10
306	12
356	14
406	16
456	19
506	21
556	23
606	25
656	27
706	29
756	31
806	33
856	35
906	38
956	40
1006	42

## Literatur

- [1] Eugene Hecht und Karen Lippert. *Optik*. 7. Auflage. De Gruyter Studium. Berlin ; Boston: Walter de Gruyter, GmbH, 2018. 1365 S.
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung V64 - Moderne Interferometrie*. 2021.
- [3] TU Dortmund. *Versuchsanleitung V01 - Kosmische Myonen*. 2021.
- [4] J. B. Theeten, D. E. Aspnes und R. P. H. Chang. „A new resonant ellipsometric technique for characterizing the interface between GaAs and its plasma-grown oxide“. In: *Journal of Applied Physics* 49.12 (Dez. 1978), S. 6097–6102. DOI: 10.1063/1.324529.
- [5] Philip E. Ciddor. „Refractive index of air: new equations for the visible and near infrared“. In: *Appl. Opt.* 35.9 (20. März 1996), S. 1566. DOI: 10.1364/AO.35.001566.