

V14 - Tomographie mit Gammastrahlung

Michael Gutnikov
michael.gutnikov@udo.edu

Lasse Sternemann
lasse.sternemann@udo.edu

Abgegeben am 10.12.2021

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Gammaquellen	3
2.2	Absorption von Photonen	4
2.3	Intensitätsmessung	5
2.4	Tomographie	7

1 Ziel

Ziel dieses Versuches ist es die räumliche Zusammensetzung eines Objektes zu bestimmen. Dazu wird die Methodik der Gamma-Tomographie genutzt. Bei dieser werden entlang mehrerer räumlicher Achsen des Objekts Absorptionsmessungen mit Gammastrahlung durchgeführt, die in Kombination auf die räumliche Zusammensetzung schließen lassen.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Gammaquellen

Für die notwendigen Absorptionsmessungen muss zunächst Gammastrahlung erzeugt werden. Gammastrahlung beschreibt Photonen mit einer Energie über 200 keV und kann auf verschiedenen Wegen entstehen. Hier soll die Entstehung bei radioaktiven Zerfällen betrachtet werden. Explizit wird der β^- -Zerfall von ^{137}Cs , das in diesem Versuch als Gammaquelle dient, betrachtet. Wie in Abbildung 1 zu sehen, ist für ^{137}Cs neben dem direkten Übergang in den Grundzustand von ^{137}Ba mit einer Wahrscheinlichkeit von 6,5 % der Übergang in einen angeregten Zustand von ^{137}Ba mit einer Wahrscheinlichkeit von 93,5 % deutlich wahrscheinlicher. Bei dem Übergang aus dem angeregten Zustand in den Grundzustand $^{137}\text{Ba}^* \rightarrow ^{137}\text{Ba} + \gamma$ wird ein Photon der Energie 661,7 keV ausgesendet. Demnach strahlt eine ^{137}Cs -Quelle mit einer maximalen Intensität bei der angegebenen Energie von 661,7 keV.

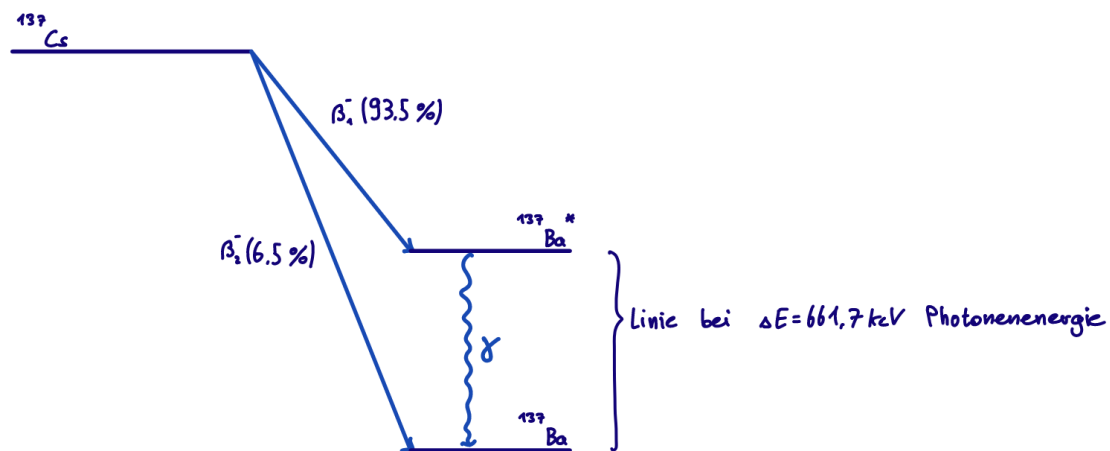


Abbildung 1: Die möglichen β^- -Zerfälle von ^{137}Cs in ^{137}Ba sowie dessen angeregten Zustand $^{137}\text{Ba}^*$ und anschließender Übergang in den Grundzustand von ^{137}Ba unter Aussendung eines Photons. Bearbeitet aus [1]

2.2 Absorption von Photonen

Die Absorption von Photonen wird über die Änderung der Intensität I einer Strahlungsquelle über das **Lambert-Beer'sche-Gesetz** beschrieben

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x), \quad (1)$$

das die Intensität I in einer Entfernung x von einem Ausgangspunkt mit der Ausgangsintensität I_0 in Abhängigkeit der Entfernung und des Absorptionskoeffizientens μ des Ausbreitungsmediums angibt. Der gesamte Absorptionskoeffizient μ ist die Summe der Absorptionskoeffizienten vieler Prozesse

$$\mu = \mu_{PE} + \mu_{CS} + \mu_{PP} + \mu_{RS},$$

wie der Photoemission (PE), der Compton-Streuung (CS), der Paar-Produktion (PP) und der Rayleigh-Streuung (RS). Der gesamte Absorptionskoeffizient μ ist zum einen von der Photonenenergie E und vom Ausbreitungsmedium abhängig. In Abbildung 2 ist der energieabhängige Verlauf des gesamten Absorptionskoeffizientens sowie der der hauptsächlich beitragenden Absorptionskoeffizienten der Paar-Produktion, Photoemission und Compton-Streuung für Germanium dargestellt.

Exemplarisch wird die Absorption von Gammastrahlung aus einer ^{137}Cs -Quelle mit der Aktivität $A_{\text{Quelle}} = 18 \text{ MBq}$ betrachtet, die $D = 3 \text{ cm}$ durch einen Bleiblock und $L - D = 29 \text{ cm}$ durch Luft zurücklegt. Die am Detektor theoretisch zu messende Aktivität ergibt sich zu

$$A_{\text{Detektor}} = A_{\text{Quelle}} \cdot \exp(-\mu_{\text{Luft}}(L - D) - \mu_{\text{Pb}}D) \approx 422\,536 \frac{1}{\text{s}} \approx 0,42 \text{ MBq}.$$

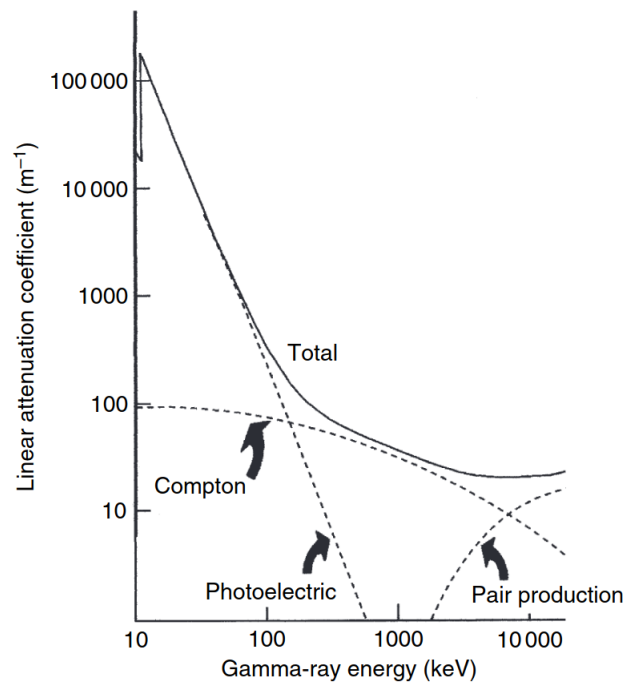


Abbildung 2: Der energieabhängige Verlauf des Absorptionskoeffizientens von Germanium und dessen Bestandteilen der einzelnen Prozesse (PP, PE, CS). Entnommen aus [2]

2.3 Intensitätsmessung

Um die Intensität der Strahlung in Abhängigkeit der Energie zu messen, wird von einem **Szintillationsdetektor** in Kombination mit einem **Diskriminator** und einem **Vielkanal-Analysator** Gebrauch gemacht.

Szintillationsdetektor

Das Konzept von Szintillatoren beruht darauf, dass einfallende Strahlung hoher Energie Atome des Szintillationsmediums entweder ionisiert oder anregt und diese beim Relaxieren optische Photonen freisetzen. Die Menge an freigesetzten Photonen hängt dabei von der Energie der einfallenden Strahlung ab. Die optischen Photonen des Relaxationsprozesses werden anschließend von Photomultipliern detektiert.

Diskriminatoren

Um nur optische Photonen aus dem Szintillationsdetektor zu detektieren wird ein Diskriminator eingesetzt. Dieser gibt erst ab einem einen Schwellwert übersteigenden Eingangssignal ein Ausgangssignal aus. So kann verhindert werden, dass bereits ein einzelnes spontan emmitiertes Photon einen Ausgangsimpuls am Photomultiplier hervorruft, der fälschlicherweise auf ein optisches Photon des Szintillationsdetektors zurückgeführt werden würde.

Vielkanal-Analysator

Aus dem Photomultiplier erreichen den Vielkanal-Analysator elektrische Signale, deren Stärke proportional zur Energie der Strahlung, die ein Szintillationselektron anregt, angenommen werden kann. Der Vielkanal-Analysator besitzt nun einen digitalen Speicher, der für die verschiedenen Impulsstärken verschiedene Speicherplätze besitzt. Die Impulsstärken und zugehörigen Speicherplätze sind Photonenenergien der die Szintillationselektronen anregenden Strahlung zugeordnet. Durch die Einsortierung der eingehenden Impulse in die verschiedenen Speicherplätze, kann so ein Histogramm erstellt werden, dass die energieabhängige Intensität der auf den Detektor treffenden Intensität darstellt.

Repräsentative Messung

Die Intensitätsmessung gibt Counts aus, die der Anzahl an detektierten Photonen entspricht. Damit die Messung als repräsentativ angesehen werden kann, wird eine statistische Unsicherheit von mindestens 3 % gefordert. Unter der Annahme, dass die Zählrate poisson-verteilt ist, kann somit eine minimal benötigte Zahl an Counts N berechnet werden

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\sqrt{N}}{N} \leq 0,03 \quad \rightarrow \quad N \gtrsim 1111,$$

die für die geforderte statistische Unsicherheit erforderlich ist.

2.4 Tomographie

In diesem Versuch soll die Zusammensetzung von neun Würfeln innerhalb einer 3x3-Würfelebene bestimmt werden. Dazu wird der Würfel aus verschiedenen Richtungen bestrahlt und die transmittierte Intensität gemessen. In eine Richtung i ergibt sich diese zu

$$I_i = I_0 \cdot \exp \left(- \sum_j \mu_j d_j \right). \quad (2)$$

wobei I_0 die Grundintensität beschreibt. Die Summe innerhalb der Exponentialfunktion läuft über alle Materialien j , die die Gammastrahlung durchläuft. μ_j beschreibt den Absorptionskoeffizienten des entsprechenden Materials und d_j , die Distanz, die durch jenes Material zurückgelegt wird. Um Rückschlüsse auf die Zusammensetzung des Würfels ziehen zu können, wird der natürliche Logarithmus von Gleichung 2 gebildet

$$- \sum_j \mu_j d_j = \ln \left(\frac{I_j}{I_0} \right) \equiv \tilde{I}_j \quad (3)$$

und zur einfacheren Betrachtung des Gleichungssystems für alle vermessenen Strahlrichtungen als Matrixgleichung formuliert

$$- \underline{\underline{A}} \vec{\mu} = \vec{\tilde{I}}. \quad (4)$$

Die in diesem Versuch zu vermessenden zwölf Bestrahlungsrichtungen sind in Abbildung 3 dargestellt.

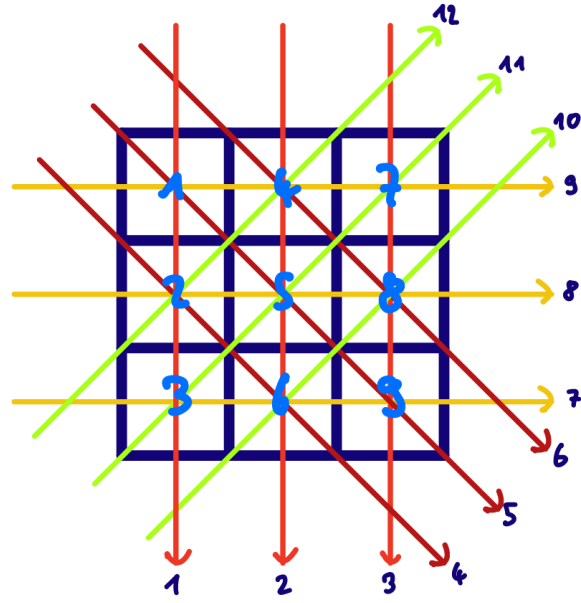


Abbildung 3: Die aus neun gleichförmigen Würfeln bestehende Würfelebene sowie die zwölf vermessenen Bestrahlungsrichtungen.

Unter der Annahme, dass die Würfel möglicherweise alle aus einem anderen Material sind und alle die Kantenlänge d besitzen, lässt sich Gleichung 4 in diesem Fall explizit aufstellen:

$$d \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \\ \mu_6 \\ \mu_7 \\ \mu_8 \\ \mu_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \\ I_{10} \\ I_{11} \\ I_{12} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Literatur

- [1] Werner Stolz. *Radioaktivität*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2003. DOI: 10.1007/978-3-663-01497-3.
- [2] Gordon R. Gilmore. *Practical Gamma-Ray Spectrometry*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 18. Apr. 2008. DOI: 10.1002/9780470861981.