Röntgenabsorption

Lasse Sternemann
lasse.sternemann@udo.edu

Bearbeitet am 10.05.2020

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Über die Messung von Absorptionsspektren von Atomen sollen die Übergangsenergien der Elektronen aus der K-Schale bestimmt werden.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Röntgenstrahlung

Das Röntgenspektrum besteht immer aus einem kontinuierlichem Bremsspektrum und einer Mehrzahl an charakteristischen Strahlungspeaks, die sich mit dem Bremsspektrum überlagern. Dieses Spektrum kann mit einer Röntgenröhre erzeugt werden. Sie besteht aus einer Glühkathode, aus der Elektronen über eine Heizspannung ausgelöst werden. Zwischen der Glühkathode und einer gegenüber befestigten Anode liegt eine Beschleunigungsspannung an, sodass das resultierende elektrische Feld die Elektronen auf die Anode zubeschleunigt. Die beim Auftreffen auf die Anode entstehenden Strahlungsarten lassen sich über zwei Entstehungsmechanismen erklären.

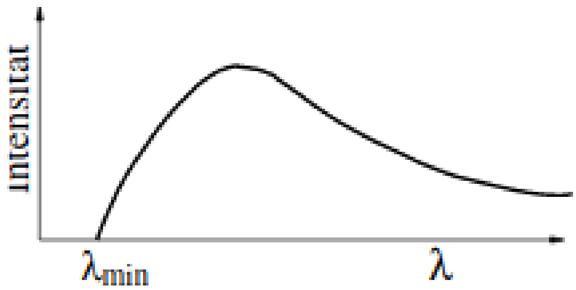


Abbildung 1: In der Abbildung ist ein Bremsspektrum schematisch skizziert. Die kleinste Wellenlänge λ entspricht der Energie der schnellsten Elektronen. [1]

2.1.1 Bremsspektrum

Das kontinuierliche Bremspektrum entsteht, wenn die beschleunigten Elektronen durch das Coulumb-Feld der Atome des Anodenmaterials abgebremst. Dies entspricht einer negativen Beschleunigung und die dabei verlorene kinetische Energie des Elektrons wird in Form von Strahlung abgegeben. Die dabei entstehende Energie mit der höchsten Energie, bzw. geringsten Wellenlänge, entspringt den Elektronen, die maximal beschleunigt wurden, also die gesamte Energie des E-Felds aufgenommen haben und beim Abbremsen ihre Energie komplett verlieren. Die zugehörige Energie lässt sich demnach über folgende Formel berechnen:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} \qquad \longrightarrow \qquad \lambda_{\text{Grenz}} = \frac{hc}{U_{\text{Beschl}} \cdot e_0}$$

2.1.2 Charakteristische Strahlung

Die deutlich erkennbaren Peaks im Röntgenspektrum sind von dem Anodenmaterial der Röntgenröhre abhängig und werden daher als charakteristische Strahlung bezeichnet. Sie entstehen, wenn ein beschleunigtes Elektron ein Elektron eines Atoms des Anodenmaterials aus dessen Schale haut. Das ionisierte Atom wird nun in den Grundzustand zurückgesetzt, wenn ein Elektron aus einer höher energetischen Schale hinab an den freigewordenen Schalenplatz springt. Die aus der Potentialdifferenz überschüssige Energie, wird als Röntgenquant mit der Wellenlänge 1 abgegeben und es entstehen scharfe Peaks:

$$\lambda_{\text{char}} = \frac{E_{\text{m}} - E_{\text{n}}}{hc} \tag{1}$$

Die aus der Potentialdifferenz frei werdende Energie hängt dabei von den Schalen ab aus der das Elektron herausgelöst und aus der das neue Elektron hinabsteigt. Die Schalenenergien werden in Formel 1 durch die Indizes "nünd "m"differenziert. Die verschiedenen charakteristischen Peaks ergeben sich daraus, dass der beschriebene Prozess zwischen allen Schalen (K, L, M) auftreten kann. So werden die Peaks bezüglich der Schale mit der freien Elektronstelle, der Großbuchstabe, und der Schale aus der das neue Elektron kommt, der griechische Indize, bezeichnet. Wenn ein Elektron aus der L-Schale, um eine Schale auf die K-Schale fällt, wird der zueghörige Peak als K_α bezeichnet. Bei einem Sprung um zwei Schalen lautet der Indize β und bei drei Schalen γ. Um aus Formel 1 die Energie eines Sprunges zu berechnen wird die potentielle Energie in den Schalen wie folgt berechnet:

$$E_n = -R_\infty \cdot z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \qquad \text{Rydbergenergie}: \; R_\infty = 13,6\,eV \tag{2}$$

Dabei wird berücksichtigt, dass die Schalenelektronen sich auch gegenseitig abstoßen und so teils vom Coulomb-Feld abgeschirmt werden. Die verringerte Wirkung des Coulomb-Feldes wird durch die effektive Kernladungszahl beschrieben, die sich aus der Differenz der grundsätzlichen Kernladungszahl und der Abschirmkonstante σ ergibt:

$$z_{\text{eff}} = Z - \sigma$$

Nun kann durch Einsetzen von 2 in Gleichung 1 die Energie einer Übergangslinie aus der Abschirmkonstante der einzelnen Elektronen, der Energieniveaus der beteiligten Schalen und der Kernladungszahl des Elements berechnet werden.

$$E_{\text{Endschale}_{\text{m-n}}} = R_\infty \cdot (Z - \sigma_n)^2 \cdot \frac{1}{n^2} - R_\infty \cdot (Z - \sigma_m)^2 \cdot \frac{1}{m^2} \tag{3}$$

Entgegen Gleichung 3 haben nicht alle zugehörigen Übergänge genau diese Energie. Dies liegt daran, dass nicht alle Elektronen einer Schale genau dieselbe potentielle Energie haben. Daher bestehen die charakteristischen Peaks bei genauerer Betrachtung aus mehreren kleinen, in einer Feinstruktur angeordneten Peaks, die jedoch meist zu einem zusammengefasst werden.

2.2 Absorptionsspektrum

Wenn die Röntgenstrahlung auf eine Schicht trifft, wird sie teilweise absorbiert. Dies geschieht durch das Auftreten des Photo-Effekts und der Compton-Streuung, wenn die Röntgenquanten auf das Absorbermaterial auftreffen. Wenn die Röntgenquanten sehr energiereich sind (E>1MeV) sind diese beiden Effekte nicht mehr als dominant anzusehen, da ihre Wirkungsquerschnitte sinken und weitere Effekte beeinflussen die Absorption. Der für die Größe der Absorption verantwortliche Absorptionskoeffizient sinkt bei steigender Energie. Eine Ausnahme bilden die Energien, die der Bindungsenergie eines Elektrons der nächsthöheren Schale entsprechen. Denn wenn diese erreicht ist, können die Röntgenquanten Elektronen aus ihrer Schale auf freie Plätze in eben jener nächsthöheren Schale anheben. Dies geschieht natürlich bei mehreren Energien, da es auch mehrere Schalen gibt. Die für diese Anregungen notwendige Frequenz der Röntgenstrahlung berechnet sich wie folgt:

$$h \cdot \nu_{\text{abs}} = E_n - E_\infty \tag{4}$$

Diese Frequenzen liegen nun an den Absorptionskanten und können auch in die zugehörige Energie umgerechnet werden. Auch hier können z.B bei der L-Kante aufgrund der Feinstruktur mehrere Kanten beobachtet werden. Die zu diesen Kanten gehörenden $E_{n,j}$ hängen neben dem Energieniveau n und der effektiven Kernladungszahl nun auch von dem Spin j der einzelnen Elektronen auf der Schale und der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante α ab. Diese Energie berechnet sich über Formel 5.

$$E_{n,j} = -R_\infty \cdot \left(z_{\text{eff, 1}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{\text{eff, 2}}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \cdot \left(\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right), \qquad z_{\text{eff, n}} = (Z - \sigma_n) \tag{5}$$

Aus diesen Gleichungen entspringt die Sommerfeldsche Feinstrukturformel , die die Abschirmkonstante eines Elektrons aus der K-Schale wie folgt berechnet:

$$\sigma_{\text{k}} = Z - \sqrt{\frac{E_{\text{K}}}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}} \tag{6}$$

Die restlichen Abschirmkonstanten einer Schale lassen sich bei Kenntnis der Absorptionskantenenrgie $E_{\text{Endschale}_{\text{m-n}}}$ und von σ_1, z.B. aus Gleichung 6 auch durch Umstellen von Gleichung 2 nach dem gewünschten σ bestimmen. So lassen sich $\sigma_{1,2,3}$ der K-Schale nach diesem Prinzip mit folgenden drei Formeln berechnen:

$$\sigma_1 = Z - \sqrt{\frac{E_{\text{k, abs}}}{R_\infty}} \tag{7}$$

$$\sigma_2 = Z - \sqrt{4 \cdot (Z - \sigma_1)^2 - \frac{4 \cdot E_{\text{k}_\alpha}}{R_\infty}} \tag{8}$$

$$\sigma_3 = Z - \sqrt{9 \cdot (Z - \sigma_1)^2 - \frac{9 \cdot E_{\text{k}_\beta}}{R_\infty}} \tag{9}$$

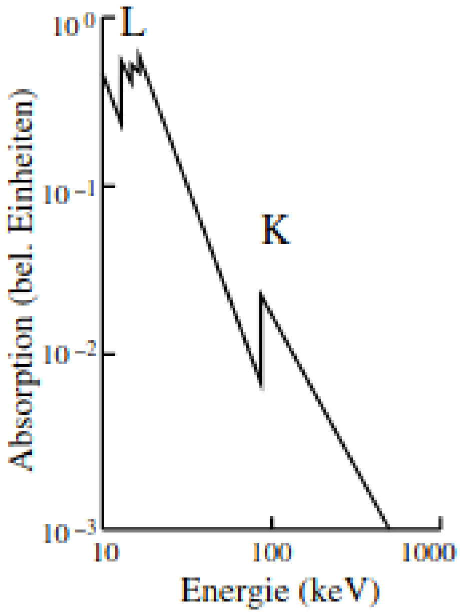


Abbildung 2: In der Abbildung ist ein Absorptionsspektrum dargestellt. Die Sprünge an den Absorptionskanten der L- und K-Schale sind deutlich zu erkennen.[1]

2.3 Bragg-Reflexion

Bei der Bragg-Reflexion fällt Strahlung auf ein Material mit einer Oberflächengitterstruktur. Wenn Strahlung einer gewissen Wellenlänge auf diese Gitterstruktur auftrifft, wird sie an einem Atom in der Gitterstruktur gebeugt und interferiert daraufhin mit sich selbst. Dabei kommt es beim Bragg-Winkel θ zu konstruktiver Interferenz. Der Bragg-Winkel hängt neben der Wellenlänge der einfallenden Strahlung auch von der Gitterkonstante des Materials d und der Anzahl der Schichten an denen das Licht gebeugt wird n ab. Er lässt sich durch Umstellen von Formel berechnen. Da der Bragg-Winkel von der Wellenlänge abhängt, kann man bei konstantem Material Da sie die maximale Inensität beiDa sie die maximale Inensität beibei verschiedenen Winkeln verschiedene Wellenlängen eines einfallenden Spektrums beobachten.

$$2d\sin(\theta) = n\lambda \qquad \longrightarrow \qquad \theta = \arcsin(\frac{n\lambda}{2d}) \tag{10}$$

Über die Energie eines Quants kann Formel 10 auch genutzt werden, um die Energie der Strahlung in Abhängigkeit vom Bragg-Winkel zu berechnen.

$$E = \frac{hc}{\lambda} \qquad \longrightarrow \qquad E = \frac{hcn}{2 \cdot d \cdot \sin(\theta)} \tag{11}$$

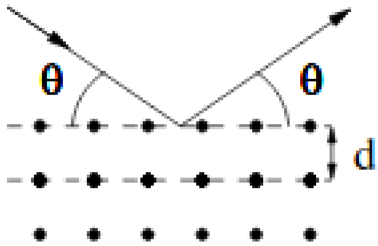


Abbildung 3: In der Abbildung ist die Bragg-Reflexion skizziert. Der Winkel θ ist der Bragg-Winkel und d die Gitterkonstante.[1]

3 Durchführung

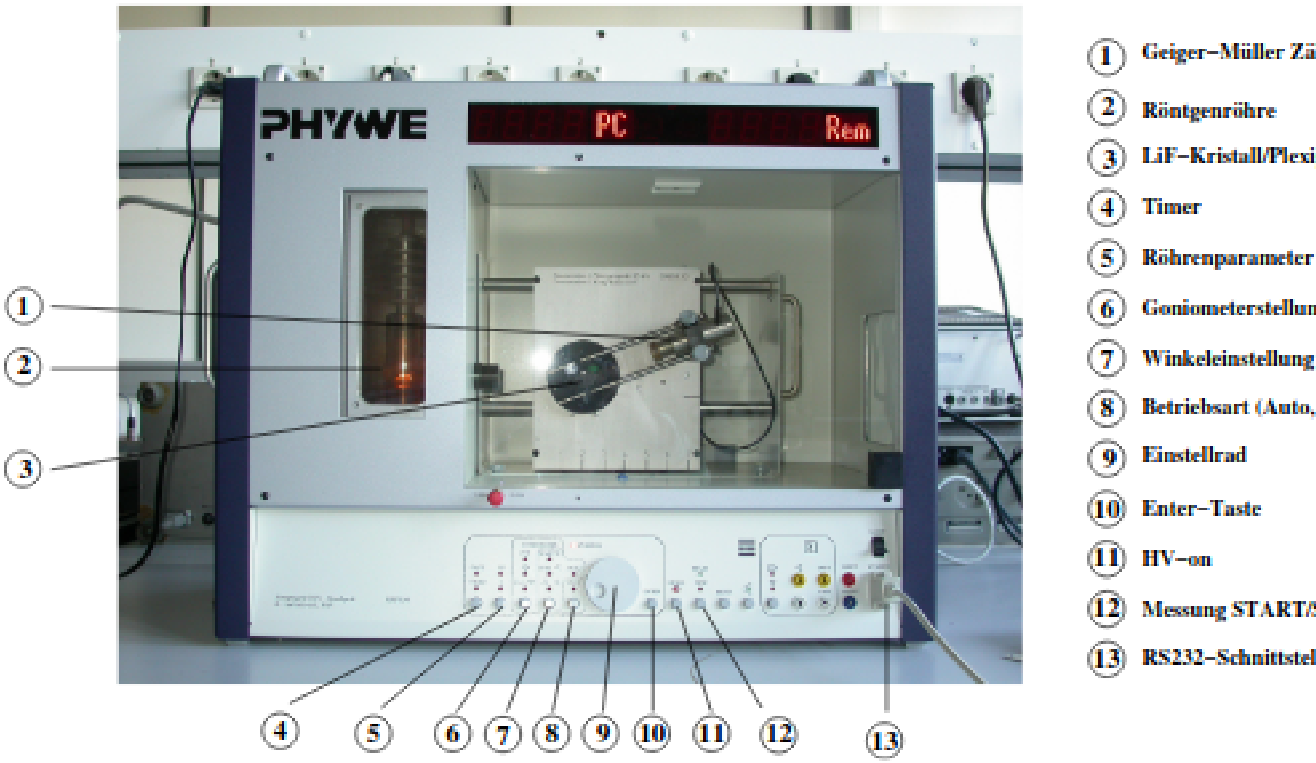


Abbildung 4: In der Abbildung ist der Gesamtaufbau des Versuches abgebildet. Die einzelnen Komponenten werden zudem benannt.[1]

3.1 Röntgenstrahlung

Um den Versuch durchführen zu können wird zunächst Röntgenstrahlung erzeugt. Dies geschieht wie in Abschnitt (ref) beschrieben in einer Röntgenröhre, die die Elektronen bei einem Emissionsstrom von 1mA und einer Beschleunigungsspannung 35kV auf eine Kupferanode beschleunigt.

3.2 Bragg-Bedingung

Zunächst soll die Bragg-Bedingung, die eine Aussage über den Winkel des Intensitätsmaximum der reflektieren Strahlung trifft, überprüft werden. Dafür wird ein LiF-Kristall in einem Bragg-Winkel θ von 14° in den Röntgenstrahl gestellt. Das Intensitätmaxium der reflektierten Röntgenstrahlung wird ebenfalls beim Bragg-Winkel relativ zum LiF-Kristall erwartet. Das Intensitätmaxium wird demnach beim doppelten Winkel 2θ zum Strahl erwartet und daher ein Messbereich von 26° bis 30° gewählt. Ein Geiger-Müller-Zählrohr misst für diesen Bereich die Intensität der reflektieren Strahlung in 0,1°-Schritten und über eine Integrationszeit von 5 Sekunden.

3.3 Röntgenspektrum

Um das Röntgenspektrum der Röntgenröhre mit Kupferanode zu analysieren, wird die Bragg-Bedingung verwendet. Das Geiger-Müller-Zählrohr misst dazu in einem Winkelbereich von 4° bis 26°, was dem doppelten Anstellwinkel des LiF-Kristalls zum Röntgenstrahl entspricht, in Schritten von 0,1° und einer Integrationszeit von 5 Sekunden die Intensität der vom LiF-Kristall reflektierten Röntgenstrahlung. Über die Bragg-Bedingung kann jedem Bragg-Winkel eine Wellenlänge zugeordnet werden, sodas nach Abschluss der Messung das Spektrum in Abhängigkeit vom Bragg-Winkel oder der Wellenlänge dargestellt werden kann.

3.4 Absorptionsspektren

Zur Messung von Absorptionsspektren muss zunächst ein Absorber zwischen LiF-Kristall und Geiger-Müller-Zählrohr platziert werden. Nun wird der Winkel des Geiger-Müller-Zählrohrs in 0,1°-Schritten über einen für das Material geeigneten Bereich varriert und dabei das Absorptionsspektrum gemessen. Es werden füt Zink, Gallium, Brom, Rubidium, Strontium und Zirkonium die zugehörigen Absorptionsspektren gemessen.

4 Auswertung

Für weitere Rechnungen werden zunächst Elemtareigenschaften aus der Literatur gesucht und berechnet. Die σ_ks werden dabei aus E_k^{Lit}, der Rydbergenergie R_∞, der Ordnungszahl Z und der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante α über Formel 6 berechnet, die Winkel θ_k^{Lit} aus E_k^{Lit} und der Gitterkonstante d, nach Umstellen von Gleichung 11 nach θ bei n=1.

$$\theta_k^{\mathrm{Lit}} = \arcsin\left(\frac{hc}{2 \cdot 201,4 \cdot 10^{-12}\mathrm{m} \cdot E_k^{\mathrm{Lit}}}\right)$$

So lässt sich unter Recherche von E_k^{Lit} und Z die folgende Tabelle komplett ausfüllen.

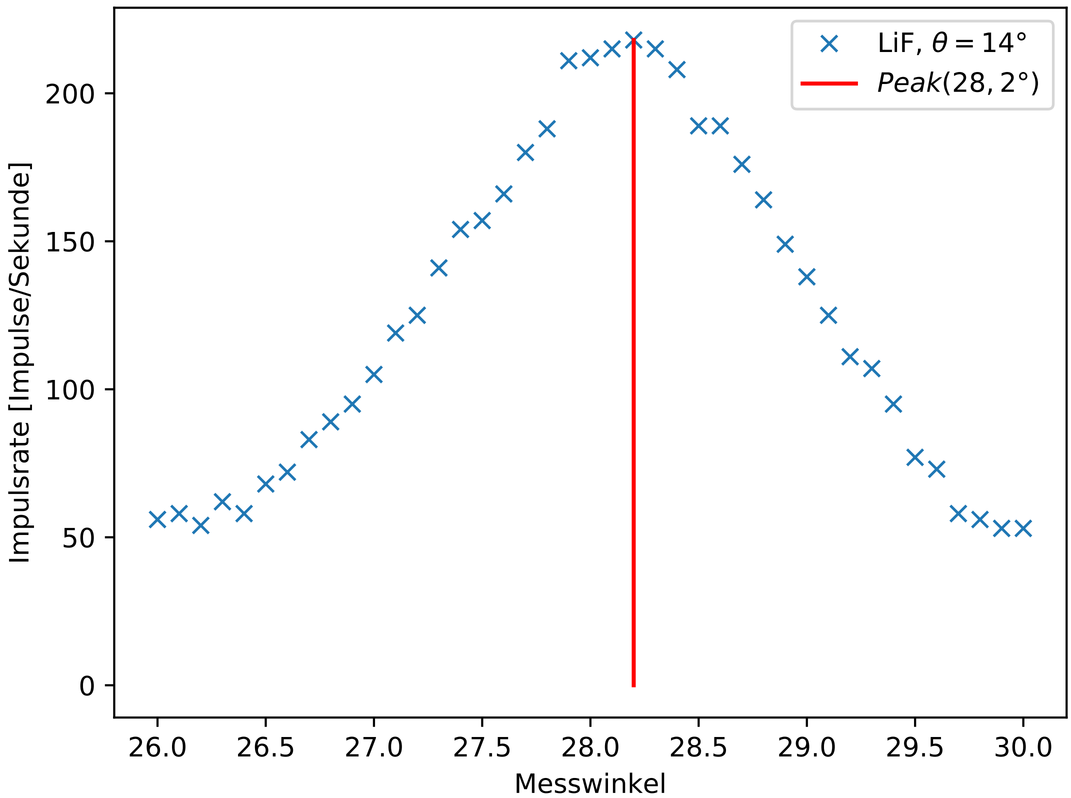
Tabelle 1: In der Tabelle sind Literaturwerte von Eigenschaften der im Experiment verwendeten Elemente dragestellt. Sie werden teils auseinander errechnet.

Material	Ordnungszahl Z	E_k^{Lit} [eV]	θ_k^{Lit} [°]	σ_k
Cu	29	8980	20,05	3,31
Zn	30	9650	18,60	3,57
Ga	31	10370	17,27	3,62
Br	35	13470	13,21	3,85
Rb	37	15200	11,68	3,95
Sr	38	16100	11,02	4,01
Zr	40	17990	9,85	4,11

4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Um die Bragg-Bedingung zu überprüfen wird der LiF-Kristall in einem Winkel θ von 14° in den Röntgenstrahl gestellt. Aus Skizze 3 geht hervor, dass das Intensitätsmaximum der reflektierten Strahlung bei einem Winkel von 2θ, also 28°, zum Strahl zu finden sein sollte.

Abbildung 5: In dem Graphen ist die Impulsrate der am LiF-Kristall reflektierten Röntgenstrahlung in Imp/s gegen den Messwinkel des Geiger-Müller-Zählrohrs relativ zum Röntgenstrahl aufgetragen. Das Intensitätsmaximum liegt bei 28,2°.

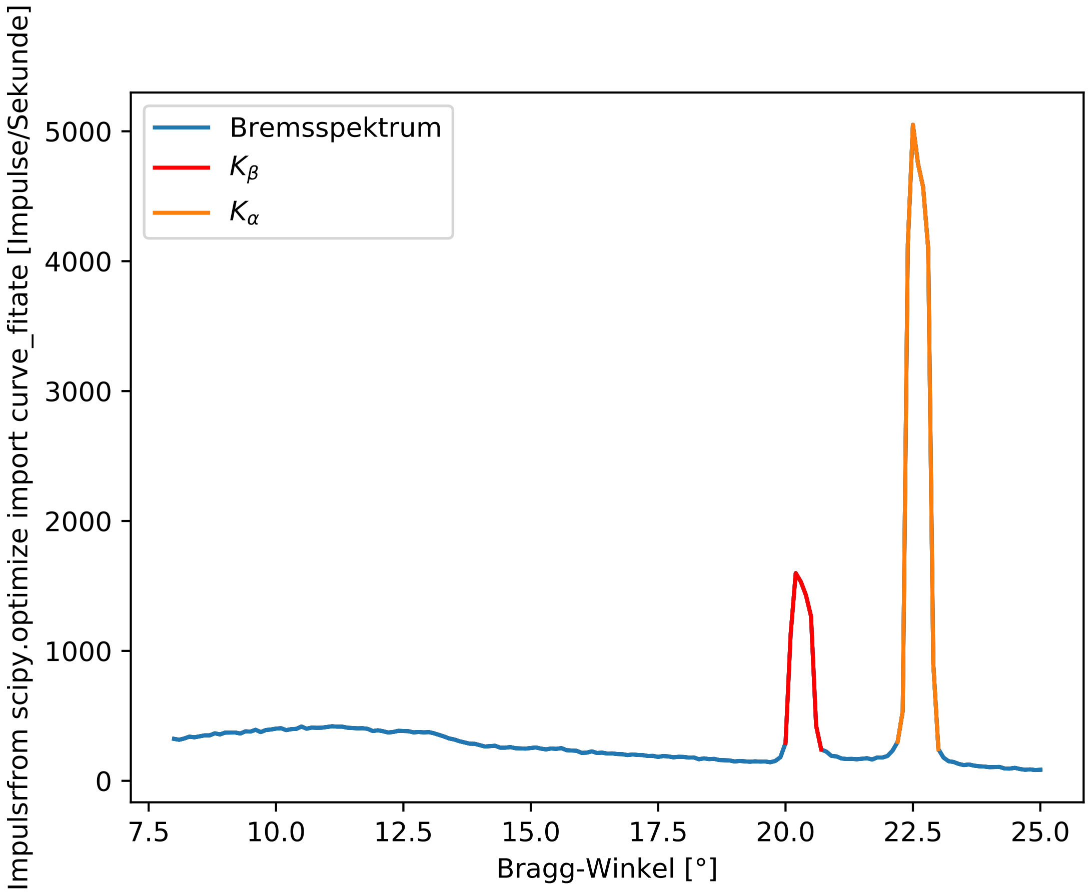


Die Auswertung der in Grafik **??** dargestellten Messwerte über die Scipy-Funktion findPeaks liefert das Intensitätsmaximum bei einem Winkel von $(28,2 \pm 0,1)°$.

4.2 Emissionspektrum

Zunächst werden die gesamten Messdaten der Messung zur Intensität in Abhängigkeit vom Bragg-Winkel in einer Grafik

Abbildung 6: In dem Graphen ist der gesamte Bereich des aufgenommen Röntgenspektrums der Kupferröntgenröhre, in Form der Impulsrate in Imp/s in Abhängigkeit vom Bragg-Winkel aufgetragen. Neben dem kontinuierlichen Bremsspektrum sind auch die $K_\alpha-$ und $K_\beta-$ Peaks deutlich zu erkennen.

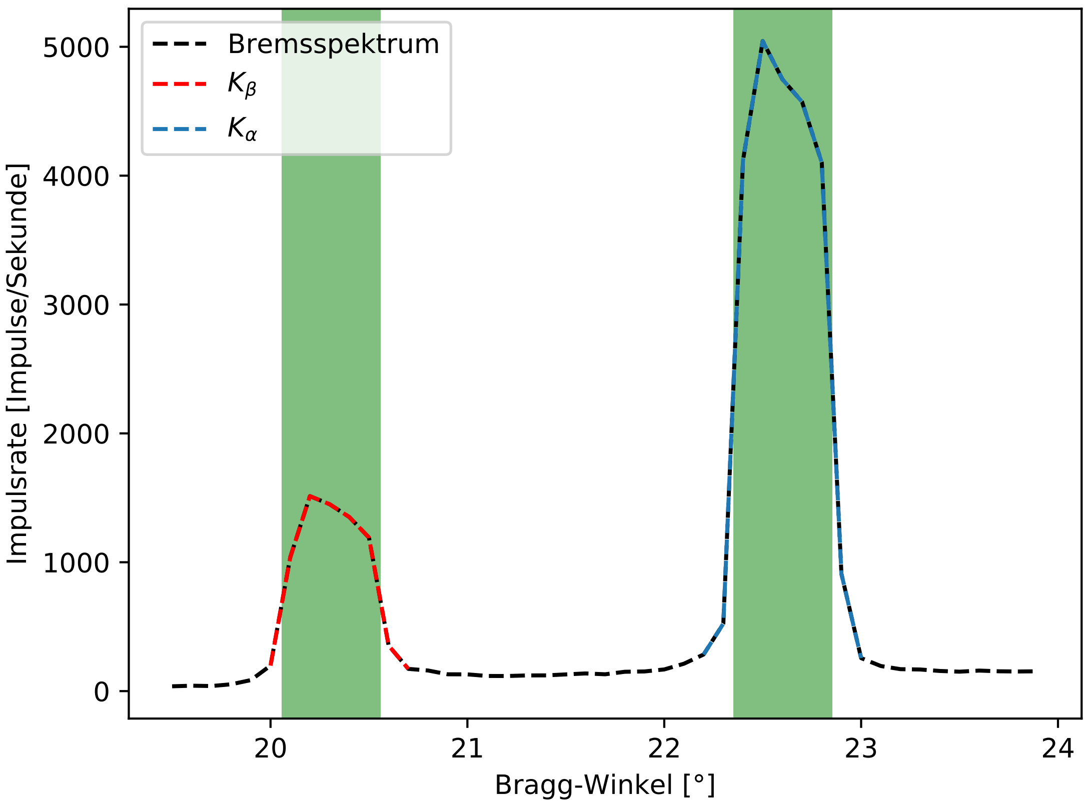


Zur genaueren Betrachtung der charakteristischen Strahlung wird zudem ein Detailspektrum der $K_\alpha-$ und $K_\beta-$ Peaks angefertigt. In diesem Detailspektrum wird der durch die Bremstrahlung erzeugte Untegrund über folgende Geradengleichung abgezogen.

$$y = -35,10 \cdot x + 795,04$$

So ergibt sich folgende Grafik, die nur noch die Peaks enthält.

Abbildung 7: In dem Graphen sind nun nur noch die charakteristischen Peaks des Röntgenspektrums der Kupferröntgenröhre, in Form der Impulsrate in Imp/s in Abhängigkeit vom Bragg-Winkel aufgetragen, da der Untegrund des Bremsspektrums abgezogen wurde. Die Halbwertsbreite des $K_\beta-$ Peaks (links) und des $K_\alpha-$ Peaks (rechts) sind durch die Grünen Boxen gekennzeichnet.



Die Halbwertsbreiten der Peaks des angepassten Spektrums wird über einen Spline berechnet und ist in Grafik als grüne Box eingezeichnet. Über Formel 11 mit n=1 in die Energie umgerechnet, ergeben sie sich als

$$\Delta E_\beta = 210\,\mathrm{eV} \qquad \text{und} \qquad \Delta E_\alpha = 170\,\mathrm{eV}$$

Aus diesen Energien und den Energien der charakteristischen Peaks, die aus den Winkeln

$$\theta_\beta = 20,1 \pm 0,1 \qquad \theta_\alpha = 22,4 \pm 0,1$$

über Formel 11, bei n=1, und deren Fehler über folgende Formel berechnet wird:

$$\Delta E = \frac{hcn}{2d} \cdot \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\cos(2\theta) - 1}$$

$$E_\beta = 8910 \pm 40\,\mathrm{eV} \qquad \text{und} \qquad E_\alpha = 8043 \pm 34\,\mathrm{eV} \tag{12}$$

werden die Auflösungen der Peaks berechnet:

$$\text{Auflösung} = \frac{E_{\text{Peak}}}{\Delta E_{\text{Peak}}} \qquad \longrightarrow \qquad \text{Auflösung}_\beta = 42,55 \pm 0,20, \qquad \text{Auflösung}_\alpha = 47,85 \pm 0,20 \tag{13}$$

Zuletzt werden aus den Formeln 9 die Abschirmkonstanten σ_1, σ_2 und σ_3 des Kupferatoms bestimmt, dazu werden die bestimmten Energien der Peaks 12 und das $E_{\text{k, abs}}$ aus der Eigenschaftentabelle der Elemente verwendet. Da σ_1 über Literaturwerte berechnet wird, bleibt es fehlerfrei. Die Fehler zu σ_2 und σ_3 ergeb sich wiefolgt:

$$\Delta\sigma_2 = \frac{2}{R_\infty \cdot \sqrt{4 \cdot (Z - \sigma_1)^2 - \frac{4E_K}{R_\infty}}} \cdot \Delta E_K$$
$$\Delta\sigma_3 = \frac{9}{2 \cdot R_\infty \cdot \sqrt{9 \cdot (Z - \sigma_1)^2 - \frac{9E_K}{R_\infty}}} \cdot \Delta E_K$$

$$\sigma_1 = 3,31$$
$$\sigma_2 = 12,41 \pm 0,30$$
$$\sigma_3 = 22,40 \pm 2,1$$

4.3 Absorptionsspektren

Die gemessenen Absorptionsspektren der Absorbermaterialien Zink 9, Gallium 10, Brom 11, Rubidium 12, Strontium 13 und Zirkonium 14 werden dargestellt, indem die Impulsrate der absorbierten Strahlung gegen den zugehörigen Bragg-Winkel aufgetragen wird. Aus diesen Absorptionsspektren, die die K-Kante enthalten, werden die zur K-Kante gehörigen Energien bestimmt. Um zunächst die Mitte der gemessenen Kante zu bestimmen, wird der Intensitätswert der Mitte zwischen dem Maximum und Minimum der Kante berechnet, indem eine Gerade zwischen den Punkten gelegt wird und die Intensität in der Mitte dieser berechnet wird.

$$I_{\mathrm{K}} = I_{\mathrm{K}}^{\mathrm{min}} + \frac{I_{\mathrm{K}}^{\mathrm{min}} + I_{\mathrm{K}}^{\mathrm{max}}}{2} \tag{14}$$

Daraufhin wird der dieser Intensität zugehörige Wert aus dem Datensatz der Intensitäten und zugehörigen Winkel berechnet. Aus diesem Winkel wird die, der Kante zugehörige, Energie über Formel 11 und der Fehler wieder über 14 berechnet. Aus diesen Energien wiederum werden die den K-Schalen zugehörigen Abschirmkonstanten σ_{k} über Formel 6 berechnet. Der zugehörige Fehler berechnet sich über folgende Gleichung.

$$\Delta\sigma_k = \frac{1}{2 \cdot R_\infty \cdot \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 \cdot Z^4}{4}}}$$

Die Datensätze der Absorber Zinn, Gallium, Brom, Rubidium, Strontium und Zirkonium ergeben folgende Werte.

Tabelle 2: In der Tabelle sind die abgelesenen Maxima und Minima der Intensität vor $I_{\mathrm{K}}^{\mathrm{min}}$ und nach $I_{\mathrm{K}}^{\mathrm{max}}$ der Kante sowie die daraus bestimmte mittlere Intensität der Kante dargestellt. Der dieser Intensität zugehörige Winkel θ, sowie die daraus berechnete Energie E_{K} und Abschirmkonstante σ_k sind ebenfalls für alle Materialien eingetragen.

Material	$I_{\mathrm{K}}^{\mathrm{min}}$ [Imp/s]	$I_{\mathrm{K}}^{\mathrm{max}}$ [Imp/s]	I_{K} [Imp/s]	θ [°]	E_{K}[eV]	σ_k
Zn	54	102	78	18,7 ± 0,1	9600 ± 50	3,64 ± 0,07
Ga	66	122	94	17,3 ± 0,1	10350± 60	3,64 ± 0,08
Br	9	27	18	13,2 ± 0,1	13480± 100	3,84 ± 0,12
Rb	12	64	38	11,8 ± 0,1	15050± 130	4,12 ± 0,14
Sr	40	196	118	11,1 ± 0,1	15990± 140	4,13 ± 0,15
Zr	112	301	206,5	10 ± 0,1	17730± 180	4,38 ± 0,18

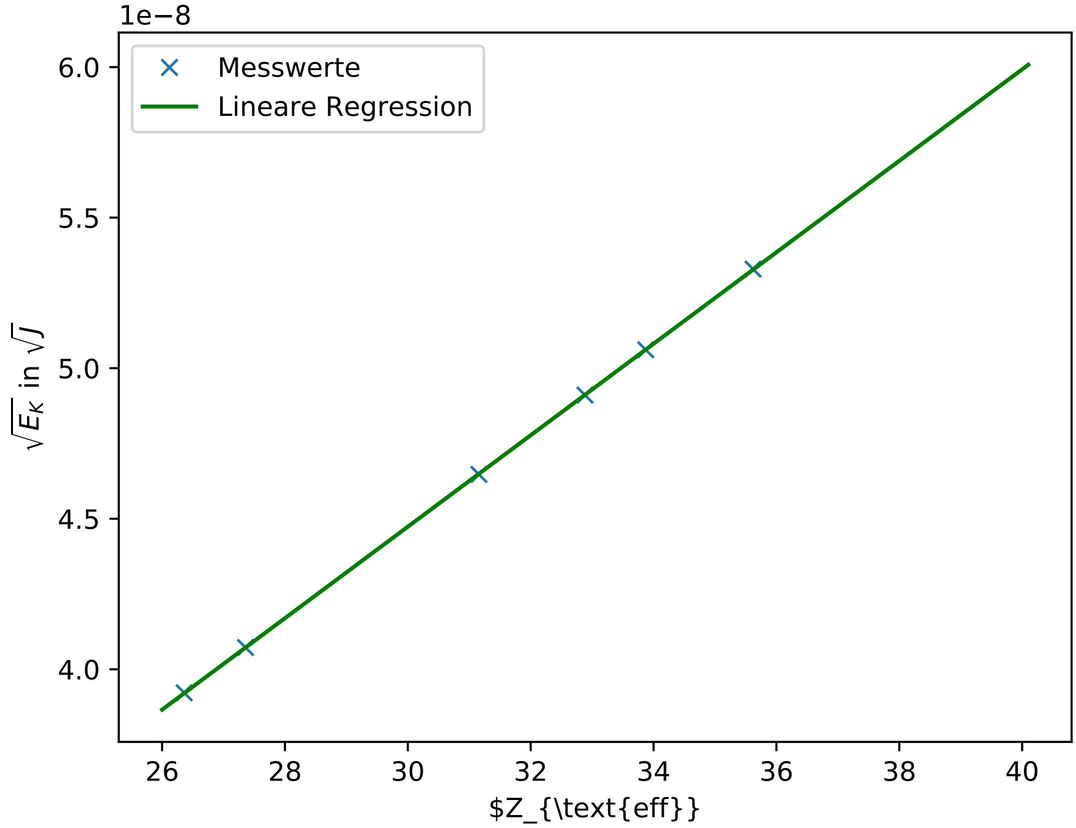
Zuletzt wird die Rydbergenergie R_{inf} mit Hilfe des Moseley´schen Gesetz bestimmt. Diese besagt, dass die Wurzel der K-Kantenenergie der Elemente gegen die effektive Kernladungszahl des Elements eine Gerade ergeben, deren Steigung die Wurzel der Rydbergenergie ergibt. Dazu werden eben diese Werte per Matplotlib in Grafik 8 aufgetragen und mit der Funktion Curvefit eine lineare Regression angefertigt, die folgende Parameter hat:

$$y = mx + b$$
$$m = (1518,91 \pm 2,03) \cdot 10^{-12} \qquad b = (-831,75 \pm 63,60) \cdot 10^{-12}$$

Aus der Steigung m wird dann die Rydbergenergie R_{inf} bestimmt:

$$R_{\text{inf}} = m^2 = (14,40 \pm 0,04)\,\text{eV}$$

Abbildung 8: In dem Graphen sind die Wurzeln der K-Kantenenergien gegen die effekktiven Kernladungszahlen der Elemente $(Z - \sigma)$ aufgetragen.



5 Diskussion

Die zunächst durchgeführte Überprüfung der Bragg-Bedingung hat einen Winkel ergeben, der um 0,2° vom Literaturwert abweicht. Die kleine Abweichung lässt sich womöglich durch Unebenheiten in der kristallinen Struktur erklären. Dennoch ist der Wert aussagekräftig genug, um die Theorie zur Lage des Intensitätmaxium bei der Bragg-Reflexion zu bestätigen. Die Literaturenergien der Peaks des charakteristischen Spektrums liegen beide im 1σ-Bereich der Messwerte. Dementsprechend decken sich diese Messwerte mit der Theorie. Auch die Literaturwerte der Abschirmkonstanten σ_1, σ_2 und σ_3 liegen im 1σ-Bereich der Messwerte, sodass die Messwerte ein gutes Bild der Theorie abbilden. Daraufhin wurden die Absorptionskantenenergien der Materialien Zink, Gallium, Brom, Rubidium, Strontium und Zirkonium bestimmt. Während die Energien von Zink, Gallium, Brom und Strontium innerhalb der 1σ-Umgebung liegen und somit sehr gut mit den Experimentalwerten übereinstimmen, liegen die Literaturenergien von Rubidium und Zirkonium leicht außerhalb des 1σ-Bereichs. Die Abweichung ist jedoch gering und auch diese Werte können über die Literaturenergien bestätigt werden. Da die Abschirmkonstanten der einzelnen Materialien aus den zuvor bestimmten Absorptionskantenenergien berechnet werden, deckt sich das beobachtete Fehlerbild mit dem der Energien. Die Literaturwerte von Zink, Gallium, Brom und Strontium liegen wieder im 1σ-Bereich der Messwerte und die Literaturwerte von Rubidium und Zirkonium wieder knapp außerhalb. Die Abschirmkonstante von Zirkonium liegt am weitesten vom Literaturwert entfernt und ist nur schwer durch diesen zu bestätigen. Die anderen Abschirmkonstanten decken sich alle gute mit den zugehörigen Literaturwerten. Der 1σ-Bereich des zuletzt bestimmten Wert der Rydbergenergie R_∞ enthält nicht den LIteraturwert. Dennoch ist die Messung als erfolgreich zu beschreiben, da der Experimentalwert um 5,8 % vom Literaturwert abweicht und so eine gegnügende Genauigkeit besitzt.

Tabelle 3: In der Tabelle werden die Messwerte mit den Literaturwerten verglichen. Da lediglich ein Vergleich des Wertes von Nöten ist, werden die Einheiten nicht mit aufgeschrieben und die Exponenten möglichst gekürzt.

Messgröße	Messwert	Literaturwert	Messgröße	Messwert	Literaturwert
E_{K_α} [eV]	8043±34	8038	$\sigma_{\mathrm{K,\ Zn}}$	3,64 ± 0,07	3,57
E_{K_β} [eV]	8910±40	8905	$\sigma_{\mathrm{K,\ Ga}}$	3,64 ± 0,08	3,62
σ_{K1}	3,31 ± 0	3,31	$\sigma_{\mathrm{K,\ Br}}$	3,84 ± 0,12	3,85
σ_{K2}	12.41 ± 0,30	12,36	$\sigma_{\mathrm{K,\ Rb}}$	4,12 ± 0,14	3,95
σ_{K3}	22,40 ± 2,10	21,96	$\sigma_{\mathrm{K,\ Sr}}$	4,13 ± 0,15	4,01
$E_{\mathrm{K,\ Zn}}$ [eV]	9600 ± 50	9650	$\sigma_{\mathrm{K,\ Zr}}$	4,38 ± 0,18	4,11
$E_{\mathrm{K,\ Ga}}$ [eV]	10350 ± 60	10370	R_∞ [eV]	14,40 ± 0,04	13,61
$E_{\mathrm{K,\ Br}}$ [eV]	13480 ± 100	13470			
$E_{\mathrm{K,\ Rb}}$ [eV]	15050 ± 130	15200			
$E_{\mathrm{K,\ Sr}}$ [eV]	15990 ± 140	16100			
$E_{\mathrm{K,\ Zr}}$ [eV]	17730 ± 180	17990			

6 Anhang

6.1 Wertetabelle - Bragg-Reflexion

Tabelle 4: In der Tabelle sind die Wertepaare der Intensität und des Reflexionswinkels bei Bragg-Reflexion an einem Lif-Kristall eingetragen.

θ [°]	I [Imp/s]
26,0± 0,1	56,0
26,1± 0,1	58,0
26,2± 0,1	54,0
26,3± 0,1	62,0
26,4± 0,1	58,0
26,5± 0,1	68,0
26,6± 0,1	72,0
26,7± 0,1	83,0
26,8± 0,1	89,0
26,9± 0,1	95,0
27,0± 0,1	105,0
27,1± 0,1	119,0
27,2± 0,1	125,0
27,3± 0,1	141,0
27,4± 0,1	154,0
27,5± 0,1	157,0
27,6± 0,1	166,0
27,7± 0,1	180,0
27,8± 0,1	188,0
27,9± 0,1	211,0
28,0± 0,1	212,0
28,1± 0,1	215,0
28,2± 0,1	218,0
28,3± 0,1	215,0
28,4± 0,1	208,0
28,5± 0,1	189,0
28,6± 0,1	189,0
28,7± 0,1	176,0
28,8± 0,1	164,0
28,9± 0,1	149,0
29,0± 0,1	138,0
29,1± 0,1	125,0
29,2± 0,1	111,0
29,3± 0,1	107,0
29,4± 0,1	95,0
29,5± 0,1	77,0
29,6± 0,1	73,0
29,7± 0,1	58,0
29,8± 0,1	56,0
29,9± 0,1	53,0
30,0± 0,1	53,0

6.2 Wertetabelle - Absorptionsspektren

In den Tabellen sind die zu den einzelnen Materialien gehörigen Wertepaare zur Messung der Absorptionskanten eingetragen.

Tabelle 5: In der Tabelle sind die Wertepaare der Materialien Zink, Gallium und Brom eingetragen.

θ_{Zn} [°]	I_{Zn} [Imp/s]	θ_{Ga} [°]	I_{Ga} [Imp/s]	θ_{Br} [°]	I_{Br} [Imp/s]
18,0 ± 0,1	58,0	17,0 ± 0,1	66,0	12,8± 0,1	10,0
18,1 ± 0,1	54,0	17,1 ± 0,1	66,0	12,9± 0,1	12,0
18,2 ± 0,1	55,0	17,2 ± 0,1	78,0	13,0± 0,1	9,0
18,3 ± 0,1	54,0	17,3 ± 0,1	88,0	13,1± 0,1	13,0
18,4 ± 0,1	54,0	17,4 ± 0,1	102,0	13,2± 0,1	18,0
18,5 ± 0,1	55,0	17,5 ± 0,1	116,0	13,3± 0,1	21,0
18,6 ± 0,1	65,0	17,6 ± 0,1	121,0	13,4± 0,1	25,0
18,7 ± 0,1	84,0	17,7 ± 0,1	121,0	13,5± 0,1	27,0
18,8 ± 0,1	91,0	17,8 ± 0,1	122,0	13,6± 0,1	27,0
18,9 ± 0,1	100,0	17,9 ± 0,1	122,0	13,7± 0,1	22,0
19,0 ± 0,1	102,0	18,0 ± 0,1	119,0	13,8± 0,1	25,0
19,1 ± 0,1	100,0	18,1 ± 0,1	114,0	13,9± 0,1	21,0
19,2 ± 0,1	98,0	18,2 ± 0,1	110,0	14,0± 0,1	23,0
19,3 ± 0,1	100,0	18,3 ± 0,1	108,0	14,1± 0,1	20,0
19,4 ± 0,1	95,0	18,4 ± 0,1	104,0	14,2± 0,1	21,0
19,5 ± 0,1	98,0	18,5 ± 0,1	110,0	14,3± 0,1	19,0
		18,6 ± 0,1	110,0		
		18,7 ± 0,1	109,0		
		18,8 ± 0,1	99,0		
		18,9 ± 0,1	100,0		
		19,0 ± 0,1	98,0		

Tabelle 6: In der Tabelle sind die Wertepaare der Materialien Rubidium, Strontium und Zirkonium eingetragen.

θ_{Rb} [°]	I_{Rb} [Imp/s]	θ_{Sr} [°]	I_{Sr} [Imp/s]	θ_{Zr} [°]	I_{Zr} [Imp/s]
11,2 ± 0,1	11,0	10,5 ± 0,1	43,0	9,5± 0,1	112,0
11,3 ± 0,1	10,0	10,6 ± 0,1	41,0	9,6± 0,1	120,0
11,4 ± 0,1	10,0	10,7 ± 0,1	40,0	9,7± 0,1	126,0
11,5 ± 0,1	12,0	10,8 ± 0,1	44,0	9,8± 0,1	147,0
11,6 ± 0,1	17,0	10,9 ± 0,1	50,0	9,9± 0,1	180,0
11,7 ± 0,1	32,0	11,0 ± 0,1	89,0	10,0± 0,1	225,0
11,8 ± 0,1	39,0	11,1 ± 0,1	120,0	10,1± 0,1	266,0
11,9 ± 0,1	47,0	11,2 ± 0,1	152,0	10,2± 0,1	282,0
12,0 ± 0,1	57,0	11,3 ± 0,1	181,0	10,3± 0,1	290,0
12,1 ± 0,1	64,0	11,4 ± 0,1	193,0	10,4± 0,1	301,0
12,2 ± 0,1	61,0	11,5 ± 0,1	181,0	10,5± 0,1	295,0
12,3 ± 0,1	57,0	11,6 ± 0,1	196,0	10,6± 0,1	283,0
12,4 ± 0,1	54,0	11,7 ± 0,1	181,0	10,7± 0,1	296,0
12,5 ± 0,1	54,0	11,8 ± 0,1	173,0	10,8± 0,1	283,0
		11,9 ± 0,1	166,0	10,9± 0,1	286,0
		12,0 ± 0,1	159,0	11,0± 0,1	286,0

6.3 Absorptionsspektren

In den Grafiken sind die Absorptionsspektren der einzelnen Absorbermaterialien dargestellt, wobei die Winkel indirket die Energie der absorbierten Strahlung und die Impulsrate die Intensität der absorbierten Strahlung wiedergibt. Der plötzliche Anstieg in den Graphen markiert dabei die K-Kante.

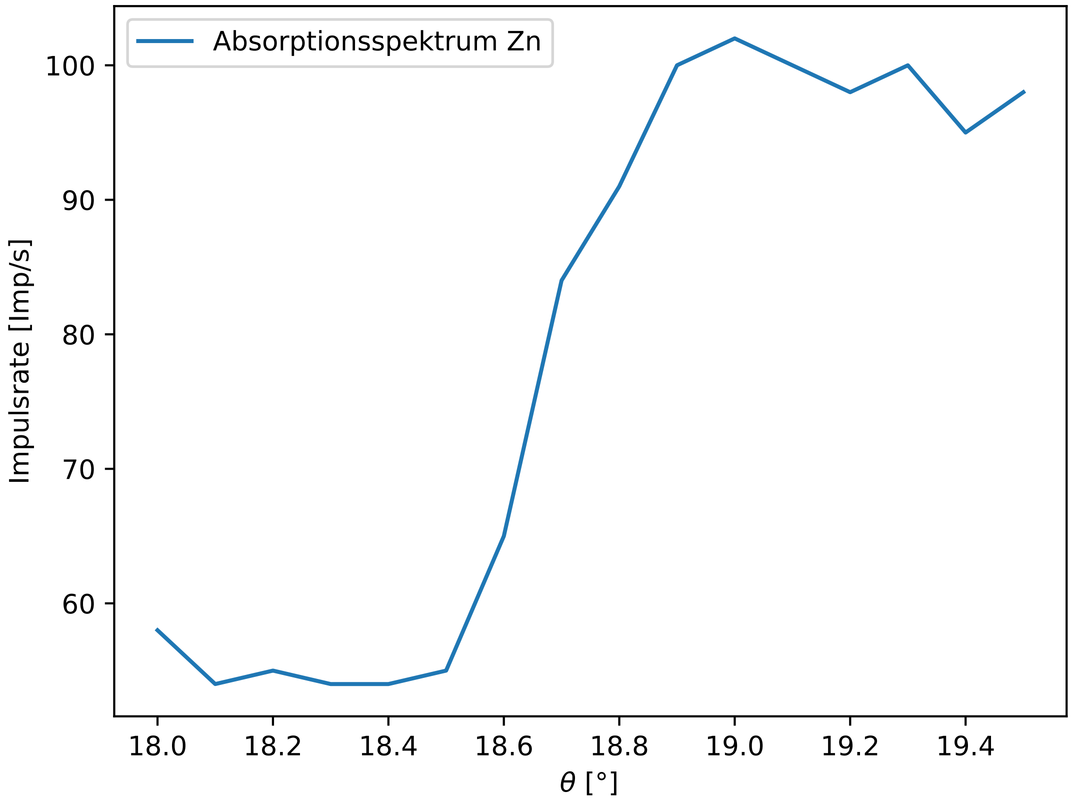


Abbildung 9: In der Abbildung ist das Absorptionsspektrum des Zink-Absorbers aufgetragen.

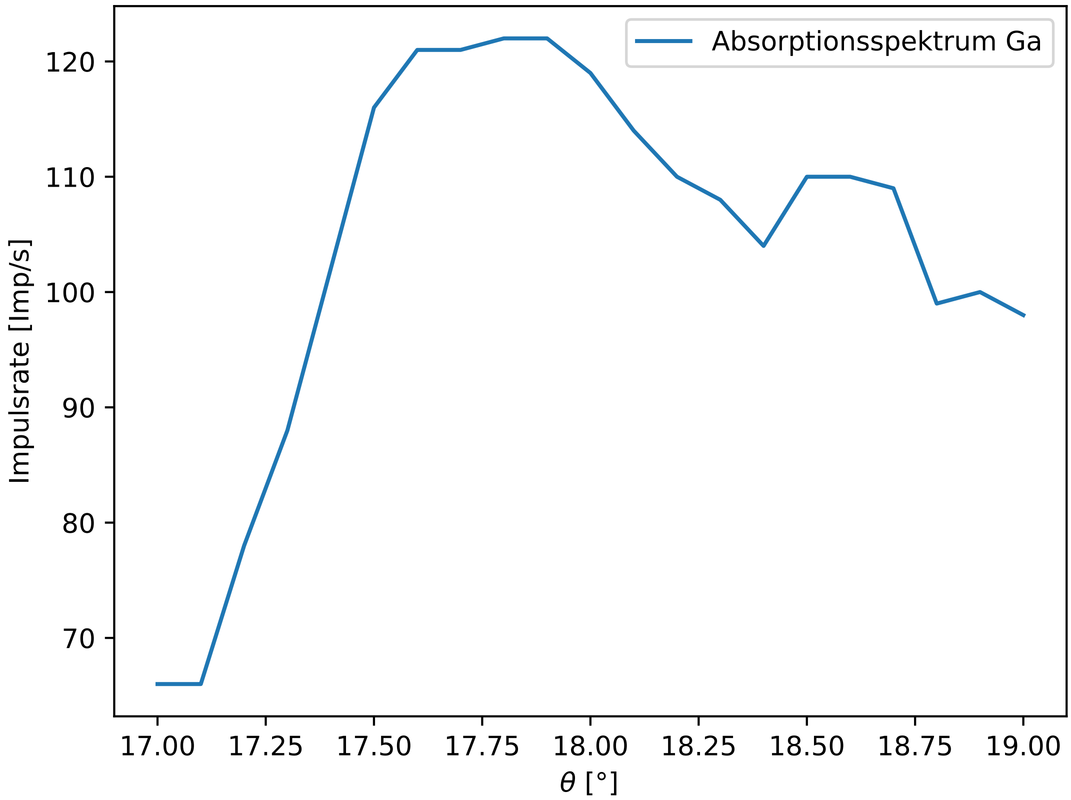


Abbildung 10: In der Abbildung ist das Absorptionsspektrum des Gallium-Absorbers aufgetragen.

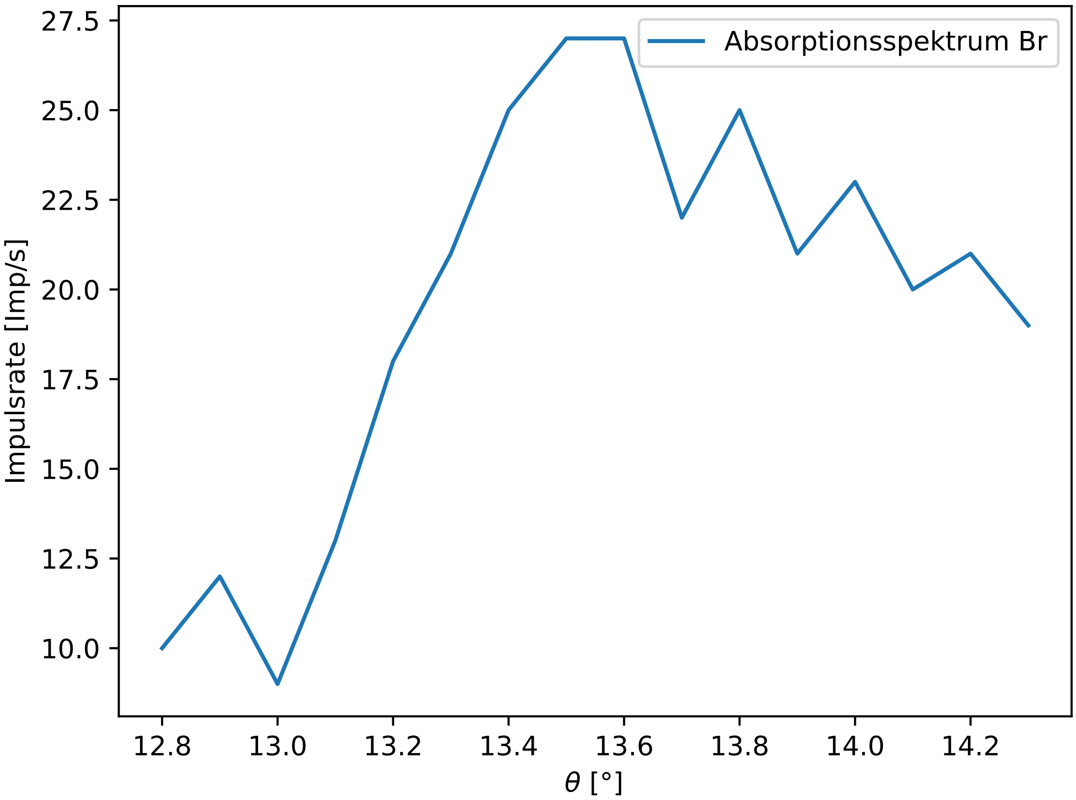


Abbildung 11: In der Abbildung ist das Absorptionsspektrum des Brom-Absorbers aufgetragen.

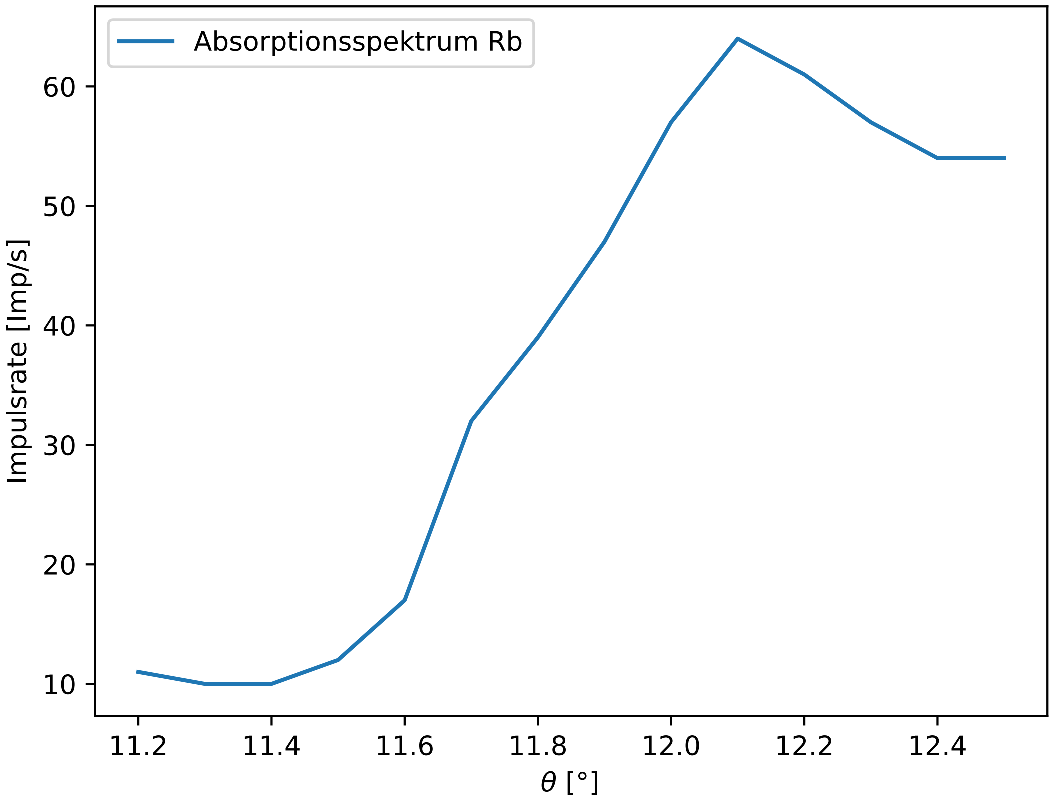


Abbildung 12: In der Abbildung ist das Absorptionsspektrum des Rubidium-Absorbers aufgetragen.

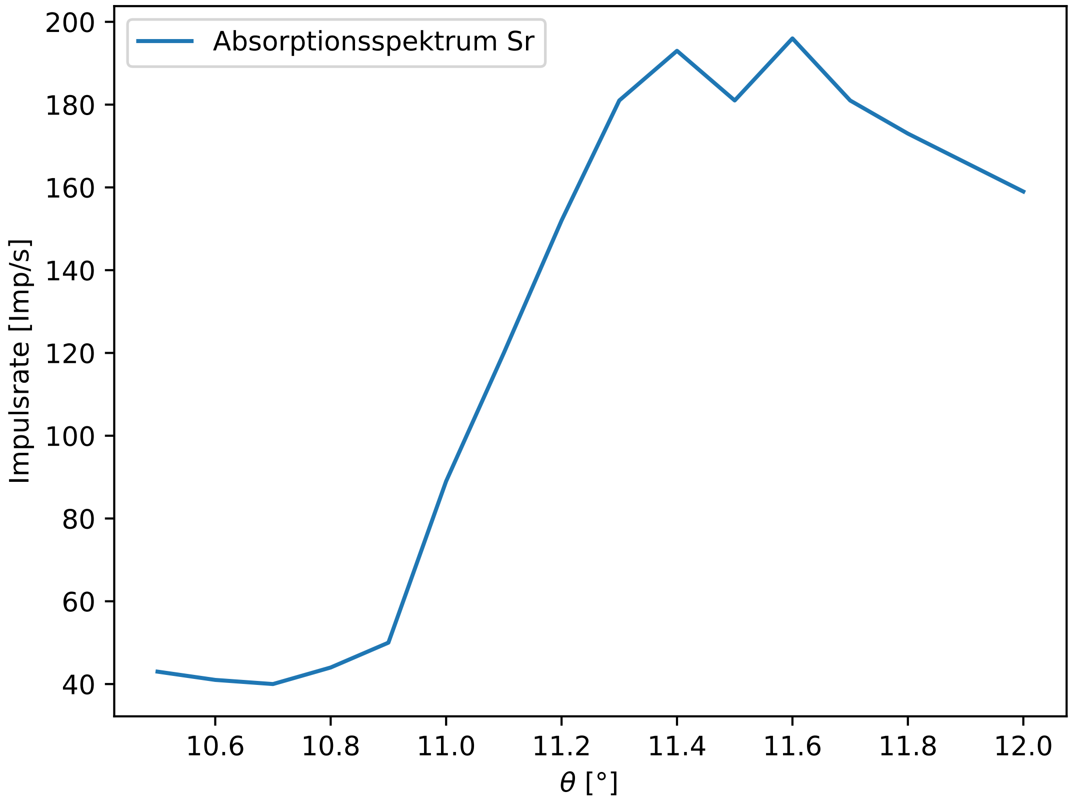


Abbildung 13: In der Abbildung ist das Absorptionsspektrum des Strontium-Absorbers aufgetragen.

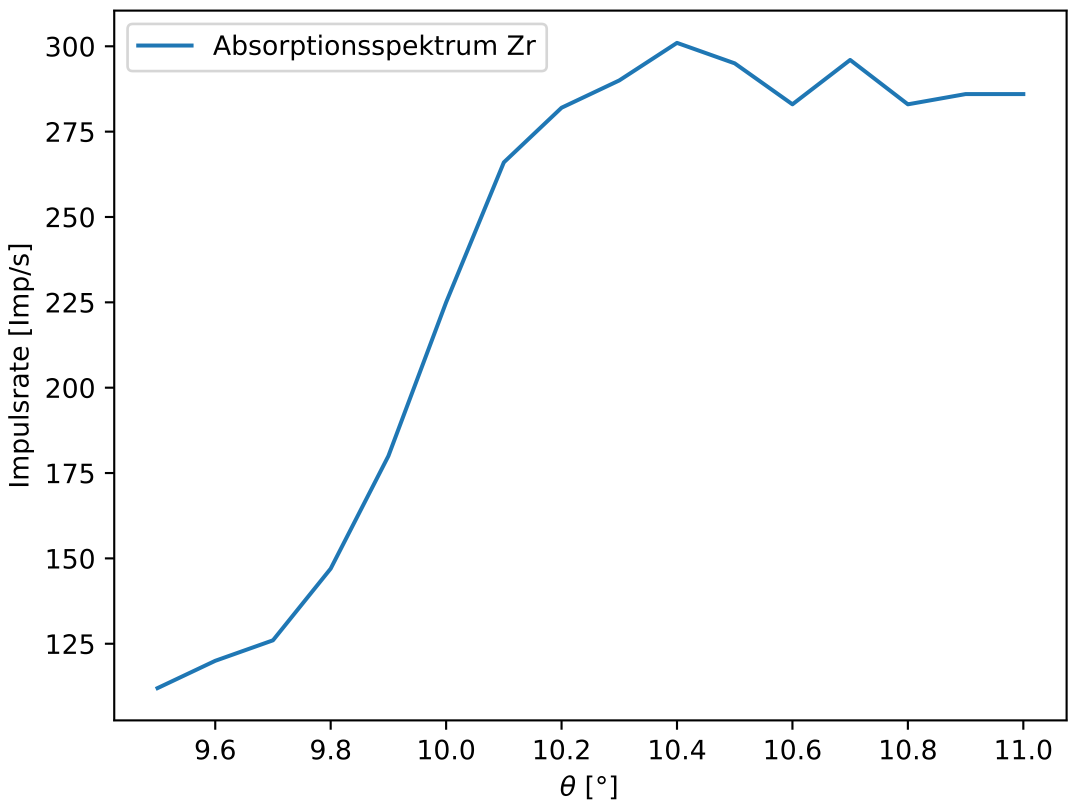


Abbildung 14: In der Abbildung ist das Absorptionsspektrum des Zirkonium-Absorbers aufgetragen.

7 Literaturverzeichnis

[1] *Versuchsanleitung V602 - Röntgenemission und -absorption.* TU Dortmund, 2020
[2] National Institute of Standards and Technology: *Fundamental Physical Constants*
17.Mai.2020 `https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?r`