Wiederholungsaufgaben

Lasse Sternemann
lasse.sternemann@udo.edu

Bearbeitet am 20.04.2020

Inhaltsverzeichnis

1 Begriffswiederholung

1.1 Mittelwert

Der Mittelwert ist der Durschnitt der Werte einer Wertereihe, die zum Beispiel Messwerte beinhalten kann. Der Mittelwert $\langle x \rangle$ einer Messgröße wird dann berechnet, indem alle Messwerte x_i aufsummiert werden und diese Summe durch die Anzahl N der Messwerte geteilt wird.

$$\text{Mittelwert:} \qquad \langle x \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i \tag{1}$$

1.2 Standardabweichung

Die Standardabweichung σ einer Messreihe wird berechnet, um die Streuung der einzelnen Messwerte anzugeben.

$$\text{Standardabweichung:} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \cdot \sum_{i=1}^{N} (x_i - \langle x \rangle)^2} \tag{2}$$

Wenn die Standardabweichung groß ist, sind die Messwerte weit um den Mittelwert gestreut. Ist die Standardabweichung jedoch gering, sind die Messwerte eng um den Mittelwert verteilt.

1.3 Streuung der Messwerte und Fehler des Mittelwerts

Die Streuung der Messwerte kann durch die Standardabweichung betrachtet werden, da diese angibt, wie weit die einzelnen Werte durchschnittlich vom Mittelwert entfernt sind. Der Fehler des Mittelwerts s unterscheidet sich durch den Faktor $N^{-\left(\frac{1}{2}\right)}$ von der Standardabweichung. Dabei ist N wieder der Umfang der Probe.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \langle x \rangle)^2}{N(N-1)}} \tag{3}$$

2 Volumen eines Hohlzylinders

Um das Volumen eines Hohlzylinders mit einem Innenradius R_I und Außenradius R_A zu berechnen, muss das Volumen des kleineren Zylinders von dem des Größeren abgezogen werden. Dies wird in Formel 4 getan.

$$V = \pi h \cdot (R_\mathrm{A}^2 - R_\mathrm{I}^2) \tag{4}$$

Da die gegebenen Werte 7 fehlerbehaftet sind, muss über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung 5 auch der Fehler des Volumens berechnet werden.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{df}{dy_i} \cdot \Delta y_i \right)^2} \tag{5}$$

Wird die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung 5 auf die Formel des Volumens 4 unter Berücksichtigung der fehlerbehafteten Größen R_I, R_A und h angewendet ergibt sich folgende Formel für den fortgepflanzten Fehler:

$$\Delta V = \sqrt{(\pi \cdot (R_\mathrm{A}^2 - R_\mathrm{I}^2) \cdot \Delta h)^2 + (2\pi h \cdot \Delta R_\mathrm{A}^2)^2 + (-2\pi h \cdot \Delta R_\mathrm{I}^2)^2} \tag{6}$$

Wenn die gegebenen Werte

$$R_\mathrm{I} = (10 \pm 1)cm \qquad R_\mathrm{A} = (15 \pm 1)cm \qquad h = (20 \pm 1)cm \tag{7}$$

nun in die Formeln 4 und 6 eingesetzt werden, ergibt sich das Volumen des Hohlzylinders als

$$V = (7900 \pm 2300)cm^3.$$

Dies entspricht einem prozentualen Fehler von ca. $\pm 29\%$.

3 Lineare Regression

Bei einem Experiment wurde an verschiedenen Linien eine Spannung gemessen. Aus dieser Messreihe soll ein Diagramm angefertigt werden. Zunächst werden dazu die Linien durch Formel 8 in Abstände in mm umgerechnet.

$$D = (N_{\text{Linie}} - 1) \cdot 6\text{mm} \tag{8}$$

Linie	D [mm]	U [V]
0	0	-19,4
1	6	-16,1
2	12	-12.4
3	18	-9.6
4	24	-6.2
5	30	-2.4
6	36	1.2
7	42	5.1
8	48	8.3

Tabelle 1: Der direkten Messung entsprechen die Wertepaare aus Linie und Spannung U. Die mittlere Zeile D wurde über Formel 8 aus den Werten der Liniensäule berechnet und gibt einen Abstand an.

Nun werden die Werte von D gegen die von U aufgetragen und eine lineare Regression angefertigt. Diese beruht auf der Geradengleichung

$$D = m \cdot U + b$$

mit den Parametern

$$m = (1,72 \pm 0,02)\frac{mm}{V} \tag{9}$$

$$b = (33,86 \pm 0,22)mm. \tag{10}$$

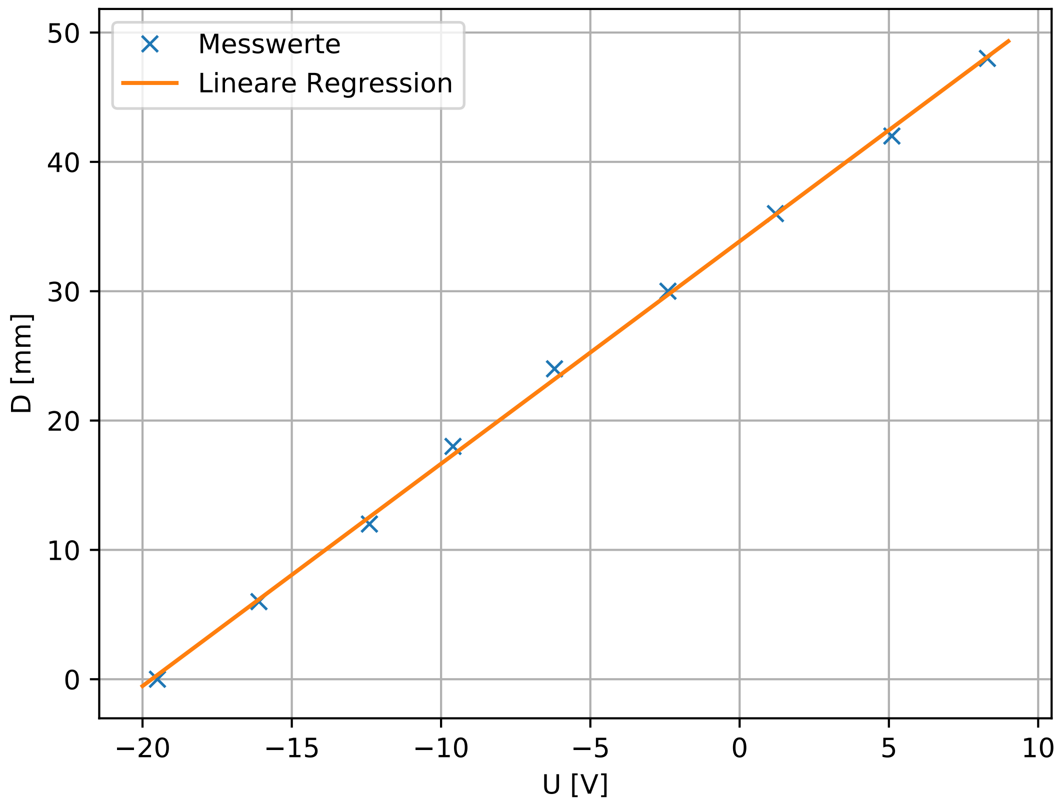

Abbildung 1: In der Grafik sind die Abstände D gegen die Spannungen U aufgetragen. Zudem wird eine linerae Regression aus den Wertepaaren gebildet und über die Messwerte gelegt. Die Parameter der linearen Regression 10 sind oben aufgeführt.