Das Dulong-Petitsche-Gesetz

David Gutnikov
david.gutnikov@udo.edu

Lasse Sternemann
lasse.sternemann@udo.edu

Durchführung am 03.12.2019

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

sss

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Wärmekapazität

Wenn ein Stoff, erhitzt wird und im Prozess keine andere Energie aufnimmt oder abgibt,

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta A = \Delta Q$$

nimmt er die Wärmemenge ΔQ auf. Die aufgenommene Wärmemenge ΔQ hängt dabei von der Änderung der Temperatur ΔT, der Masse des Körpers m, sowie der spezifischen Wärmekapazität des Elements c ab. Dieser Zusammenhang definiert die spezifische Wärmekapazität eines Stoffes, wie in Formel (1) beschrieben.

$$c = \frac{\Delta Q}{\Delta T \cdot m} \tag{1}$$

2.2 Molwärme nach dem Dulong-Petitschen-Gesetz

Das Dulong-Petitsche-Gesetz geht davon aus, dass alle Festkörper die gleiche spezifische Wärmekapazität inne habe. Dies wird aus der Teilchenenergie, der im Körper gebunden Atome hergeleitet, indem davon ausgegangen wird, dass sie sich in einer festen Position innerhalb einer Gitterstruktur befinden. Ihre einzig mögliche Bewegung ist eine harmonische Schwingung um ihre Ruheposition. Wie für harmonische üblich ist die kinetische Energie der Teilchen gleich der potentiellen Energie, sodass sich für die gesamte innere Energie eines Teilchens im Festkörper pro Freiheitsgrad Formel (2) ergibt, in der k_b für die Boltzmann-Konstante steht.

$$U_\text{Teilchen pro Freiheitsgrad} = 2 \cdot E_\text{Kin} = k_\mathrm{b} \cdot T \longrightarrow_{3 Freiheitsgrade} U_\text{Teilchen} = 3 \cdot k_{/textb} \cdot T \tag{2}$$

Da der Festkörper natürlich aus mehreren Teilchen besteht, wird die gesamte innere Energie des Festkörpers durch Formel (3) beschrieben, wobei N_A die Avogrado-Konstante ist, die multipliziert mit der Boltzmann-Konstante die allgemeine Gaskonstante R ergibt.

$$U_\text{Körper} = 3 \cdot N_\mathrm{A} \cdot k_\mathrm{b} = 3 \cdot R \cdot T := Q \tag{3}$$

Über diese Energie lässt sich die spezifische Molwärme beschreiben, die beschreibt wie viel Wärmemenge hinzugefügt werden muss, um ein Mol eines Elements um eine Temperatur ΔT zu erhitzen, sofern der Druck konstant ist. Es ergibt sich für alle Festkörper aus einem Element

$$c_\mathrm{v} = \frac{dU}{dT} = 3R \qquad \text{mit} \qquad dU = dQ + dA = dQ. \tag{4}$$

2.3 Einschränkung des Dulong-Petitschen-Gesetz

Während der über das Dulong-Petit-Gesetz gegebene Wert von 3R bei hohen Temperatur von ca. 20°C und höher gut mit gemessenen Werten übereinstimmt, fallen die Messwerte für niedrige Temperaturen stark ab. Dies liegt an der Verquantelung der harmonischen Schwingungen in der Gitterstruktur. Durch diese können die einzelnen Energien nur Vielfache des Produkts der Schwingfrequenz und des Planckschen Wirkungsquantum annehmen. Wenn die Schwingungen bei kleinen Temperaturen immer kleiner werden, kann es passieren, dass die Schwingungen so gering werden, dass ihre Energie kleiner als das $1 \cdot \hbar\omega$ und sie liefern garkeinen Beitrag mehr, sodass die Molwärme gegen 0 geht. Dieses Verhalten kann man aus Formel xxx entnehmen, die dem gerade beschriebenen quantenmechanischen Ansatz entspricht und die innere Energie eines schwingenden Teilchens beschreibt.

$$U_{\text{Teilchen}} = \frac{3N_{\text{A}}\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_b T}} - 1} \tag{5}$$

Der Exponentialterm geht für $T \to 0$ gegen ∞ und die Molwärme dementsprechend gegen 0. Um die Molwärme für Große Temperaturen zu betrachten wird die Taylor-Entwicklung des Exponentialterms (Formel (6)) genutzt. Mit dieser geht die Molwärme für hohe Temperaturen gegen den klassischen Wert von $3R$.

$$U_{\text{Teilchen}} \approx \frac{3N_{\text{A}}\hbar\omega}{1 + \frac{\hbar\omega}{k_{\text{b}}T}} \tag{6}$$