Das Dulong-Petitsche-Gesetz

David Gutnikov
david.gutnikov@udo.edu

Lasse Sternemann
lasse.sternemann@udo.edu

Durchführung am 03.12.2019

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

sss

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Wärmekapazität

Wenn ein Stoff, erhitzt wird und im Prozess keine andere Energie aufnimmt oder abgibt,

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta A = \Delta Q$$

nimmt er die Wärmemenge ΔQ auf. Die aufgenommene Wärmemenge ΔQ hängt dabei von der Änderung der Temperatur ΔT, der Masse des Körpers m, sowie der spezifischen Wärmekapazität des Elements c ab. Dieser Zusammenhang definiert die spezifische Wärmekapazität eines Stoffes, wie in Formel (1) beschrieben.

$$c = \frac{\Delta Q}{\Delta T \cdot m} \tag{1}$$

2.2 Molwärme nach dem Dulong-Petitschen-Gesetz

Das Dulong-Petitsche-Gesetz geht davon aus, dass alle Festkörper die gleiche spezifische Wärmekapazität inne habe. Dies wird aus der Teilchenenergie, der im Körper gebunden Atome hergeleitet, indem davon ausgegangen wird, dass sie sich in einer festen Position innerhalb einer Gitterstruktur befinden. Ihre einzig mögliche Bewegung ist eine harmonische Schwingung um ihre Ruheposition. Wie für harmonische üblich ist die kinetische Energie der Teilchen gleich der potentiellen Energie, sodass sich für die gesamte innere Energie eines Teilchens im Festkörper pro Freiheitsgrad Formel (2) ergibt, in der k_b für die Boltzmann-Konstante steht.

$$U_\text{Teilchen pro Freiheitsgrad} = 2 \cdot E_\text{Kin} = k_\mathrm{b} \cdot T \quad \xrightarrow[\text{3 Freiheitsgrade}]{} \quad U_\text{Teilchen} = 3 \cdot k_\mathrm{b} \cdot T \tag{2}$$

Da der Festkörper natürlich aus mehreren Teilchen besteht, wird die gesamte innere Energie des Festkörpers durch Formel (3) beschrieben, wobei N_A die Avogrado-Konstante ist, die multipliziert mit der Boltzmann-Konstante die allgemeine Gaskonstante R ergibt.

$$U_\text{Körper} = 3 \cdot N_\mathrm{A} \cdot k_\mathrm{b} = 3 \cdot R \cdot T := Q \tag{3}$$

Über diese Energie lässt sich die spezifische Molwärme beschreiben, die beschreibt wie viel Wärmemenge hinzugefügt werden muss, um ein Mol eines Elements um eine Temperatur ΔT zu erhitzen, sofern der Druck konstant ist. Es ergibt sich für alle Festkörper aus einem Element

$$c_\mathrm{v} = \frac{dU}{dT} = 3R \qquad \text{mit} \qquad dU = dQ + dA = dQ. \tag{4}$$

2.3 Einschränkung des Dulong-Petitschen-Gesetz

Während der über das Dulong-Petit-Gesetz gegebene Wert von 3R bei hohen Temperatur von ca. 20°C und höher gut mit gemessenen Werten übereinstimmt, fallen die Messwerte für niedrige Temperaturen stark ab. Dies liegt an der Verquantelung der harmonischen Schwingungen in der Gitterstruktur. Durch diese können die einzelnen Energien nur Vielfache des Produkts der Schwingfrequenz und des Planckschen Wirkungsquantum annehmen. Wenn die Schwingungen bei kleinen Temperaturen immer kleiner werden, kann es passieren, dass die Schwingungen so gering werden, dass ihre Energie kleiner als das $1 \cdot \hbar\omega$ und sie liefern garkeinen Beitrag mehr, sodass die Molwärme gegen 0 geht. Dieses Verhalten kann man aus Formel xxx entnehmen, die dem gerade beschriebenen quantenmechanischen Ansatz entspricht und die innere Energie eines schwingenden Teilchens beschreibt.

$$U_{\text{Teilchen}} = \frac{3N_{\text{A}}\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_b T}} - 1} \tag{5}$$

Der Exponentialterm geht für $T \to 0$ gegen ∞ und die Molwärme dementsprechend gegen 0. Um die Molwärme für Große Temperaturen zu betrachten wird die Taylor-Entwicklung des Exponentialterms (Formel (6)) genutzt. Mit dieser geht die Molwärme für hohe Temperaturen gegen den klassischen Wert von $3R$.

$$U_{\text{Teilchen}} \approx \frac{3N_{\text{A}}\hbar\omega}{1 + \frac{\hbar\omega}{k_{\text{b}T}}} \tag{6}$$

3 Versuchsdurchführung

Das konstante Volumen einer Körperprobe ist bei Durchführung eines Versuches schwierig zu erhalten. Deshalb arbeitet man hier mit einer anderen konstanten Größe, dem konstanten Druck, welcher hier der Atmosphärendruck ist. Es werden Körper aus verschiedenen Materialien der Massen m_k in Wasser eingetaucht und das Wasser wird auf die Temperatur T_k erhitzt. Dabei nimmt der Körper die Temperatur T_k an. Ab einer genügend hohen Temperatur wird der Körper aus dem Gefäß entfernt und in ein mit Wasser mit Zimmertemperatur T_w gefülltes Dewar-Gefäß getaucht. Nach ca. 2 Minuten des Wartens ergibt sich eine Mischtemperatur T_m im Gefäß. Die verschiedenen Temperaturen werden mit einem Thermometer gemessen. Die spezifischen Wärmekapazitäten werden, dann mit der spezifischen Wärmekapazität des Körpers c_k, des Wassers im Dewar-Gefäß bei ca. Zimmertemperatur c_w, der Wärmekapazität des Dewar-Gefäßes $c_\mathrm{g} m_\mathrm{g}$ und der Masse des Wasser im Dewar-Gefäß m_w nach Formel (8) bestimmt.

Um die Wärmekapazität des Dewar-Gefäßes zu bestimmen ist ein weiteres Experiment nötig. Anstatt einer Körperprobe wird nun Wasser der Masse m_y auf eine Temperatur T_y erhitzt und es wird damit genauso verfahren wie mit den Körpern. D.h. es wird in das Dewar-Gefäß gegossen, worin sich schon Wasser der Masse m_x und der Temperatur T_x befindet und mit welchem sich eine Mischtemperatur $T_\mathrm{m}^{'}$ ergibt. Analog zu Formel (8) gilt für die Wärmekapazität des Dewar-Gefäßesnach Formel (7).

4 Auswertung

4.1 Spezifische Wärmekapazität bei konstentem Druck

Die Körperprobe gibt beim eintauchen in das Wasser im Dewar-Gefäß die Wärmemenge Q_1

$$Q_1 = c_\mathrm{k} m_\mathrm{k} (T_\mathrm{k} - T_\mathrm{m})$$

ab, wobei das Wasser und das Dewar-Gefäß die Wärmemenge Q_2 aufnimmt.

$$Q_2 = (c_\mathrm{w} m_\mathrm{w}) + c_\mathrm{g} m_\mathrm{g})(T_\mathrm{k} - T_\mathrm{m})$$

$$c_\mathrm{g} m_\mathrm{g} = \frac{c_\mathrm{w} m_\mathrm{y} (T_\mathrm{y} - T_\mathrm{m}^{'}) - c_\mathrm{w} m_\mathrm{x} (T_\mathrm{m}^{'} - T_\mathrm{x})}{(T_\mathrm{m}^{'} - T_\mathrm{x})} \tag{7}$$

$$c_\mathrm{k} = \frac{(c_\mathrm{w} m_\mathrm{w} + c_\mathrm{g} m_\mathrm{g})(T_\mathrm{m} - T_\mathrm{w})}{m_\mathrm{k} (T_\mathrm{k} - T_\mathrm{m})} \tag{8}$$

5 Diskussion