

Wärmeleitfähigkeit

David Gutnikov Lasse Sternemann
david.gutnikov@udo.edu lasse.sternemann@udo.edu

Durchführung am 10.12.2019

Inhaltsverzeichnis

1 Durchführung

1.1 Allgemeines Vorgehen

Der allgemeine Messvorgang zur Bestimmung der zu messenden Größen beruht darauf, dass in der Schaltung abgesehen von der Eigenschaft, des zu messenden Bauteils, alle anderen Bauteilwerte bekannt sind. Die in der Theorie erläuterten Formeln können dann Anwendung finden, wenn die minimale Brückenspannung ermittelt worden ist. Dazu werden variable Widerstände verstellt. Diese variablen Widerstände werden durch Potentiometer realisiert, die einen Gesamtwiderstand von $1k\Omega$ inne haben und diesen entweder auf zwei Widerstände distributieren oder als einzelner Widerstand fungieren können.

1.2 Wheatonsche Brücke

Bei der Wheatonschen Brücke wird nur ein Potentiometer genutzt, um die Widerstände R_3 und R_4 zu variieren. Dies wird solange durchgeführt bis die Brückenspannung ihr Minimum erreicht. Dieses Minimum wird über ein Oszilloskop, das parallel zur "Brücke" geschaltet ist, ermittelt. Ein Minimum liegt vor, wenn die Amplitude des Wechselstroms bei Widerstandsänderung in beide Richtungen ansteigen würde. Das Schaltbild ist bereits in der Theorie aufgeführt.

1.3 Kapazitätsbrücke

Wie in dem zugehörigen Schaltbild zu sehen, werden bei der Brücke zur Kapazitätsbestimmung nun die drei variablen Widerstände R_2 , R_3 und R_4 genutzt. Diese müssen immer wieder unabhängig voneinander variiert werden, bis auch hier ein Minimum der Brückenspannung ermittelt wird. Da der Kondensator ja auch einen Innenwiderstand besitzt, ist dieser im Schaltbild als RC-Glied dargestellt. Mit dem zum Minimum gehörenden Widerstandswerten können dann der Innenwiderstand und die Kapazität des RC-Glieds berechnet werden.

1.4 Induktivitätsbrücke

Auch bei der in Abbildung xx zu sehenden Induktionsbrücke sind wieder die drei variablen Widerstände R_2 , R_3 und R_4 vorhanden. Das Minimum der Brückenspannung wird nach dem selben Vorgehen wie bei der Kapazitätsbrücke bestimmt. Auch die Spule hat einen Innenwiderstand, sodass sie ähnlich zum Kondensator im Schaltbild als LC-Glied dargestellt ist.

1.5 Maxwellbrücke

Bei der in Abbildung xx dargestellten Maxwellbrücke wird wieder die Induktivität und der Innenwiderstand derselben Spule bestimmt. Der Unterschied zur Messung mit der Induktivitätsbrücke liegt darin, dass R_2 nun ein bekannter, nicht variabler Widerstand ist. R_3 und R_4 stehen durch das Potentiometer im selben Zusammenhang wie in den

vorherigen Schaltungen. Auch hier wird das Minimum der Brückenspannung wieder durch Variieren der beiden variablen Widerstände bestimmt.

1.6 Wien-Robinson-Brücke

Bie der in Abbildung xx zu sehenden Wien-Robinson-Brücke soll nun kein Wert eines Bauteils bestimmt, sondern die Frequenzabhängigkeit der Schaltung betrachtet werden. Dazu wird die Frequenz des Wechselstroms variiert. Zunächst soll die Frequenz gefunden werden bei der die Brückenspannung minimal wird und dann wird die Frequenz von diesem Wert aus um maximal 500 Hz erhöht und gesenkt, während die zugehörigen Spannungen notiert werden. Auch die Speisespannung wird für die spätere Auswertung notiert.

2 Auswertung

2.1 Anmerkungen zu Rechengvorgängen

Die in diesen Messungen entstandenen Fehler, wurden bereits als relative Fehler angegeben. Dadurch lassen sich die fortgepflanzten Fehler wie folgt beschreiben:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2} \quad (1)$$

Zudem werden Mittelwerte über den Mittelwertssatz berechnet:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i \quad (2)$$

Aufgrund des Bildens der Mittelwerte lässt sich der Fehler auch über die Standardabweichung des Mittelwerts angeben. Diese wird über folgende Formel berechnet:

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{df}{dy_i} \cdot \Delta y_i \right)^2} \quad (3)$$

Als Fehler wird letztendlich der größere der beiden Fehler angegeben.

2.2 Wheatonsche Brücke

Mit den in Tabelle ?? gegebenen Werten lassen sich über Formel xx mehrere Werte für die beiden Widerstände berechnen. Aus diesen wird über Formel ?? ein Mittelwert berechnet. Der zugehörige Fehler ergibt sich aus Formel ?? und den folgenden prozentualen Fehlern:

$$\begin{aligned} \sigma_{R2} &= 0,2\% \\ \sigma_{R3/R4} &= 0,5\% \end{aligned}$$

So ergeben sich folgende Werte für die Widerstände:

$$\begin{aligned} R_{14} &= (894 \pm 7) \Omega \\ R_{13} &= (314 \pm 3) \Omega \end{aligned}$$

2.3 Kapazitätsbrücke

Nun werden Formel xx mit den Werten aus Tabelle ?? und wieder die angegebenen relativen Fehler genutzt, um die Kapazität zu bestimmen.

$$\begin{aligned} \sigma_{R2} &= 3\% \\ \sigma_{R3/R4} &= 0,5\% \\ \sigma_{C2} &= 0,2\% \\ R_9 &= (463 \pm 15) \Omega \\ C_9 &= (435 \pm 4) \cdot 10^{-9} F \end{aligned}$$

Tabelle 1: In der Tabelle sind die für die Rechnung notwendigen Widerstände für beide Widerstände angegeben.

Wert	$R_x[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$
14	894	1000	472	528
	891	664	573	427
	897	332	730	270
13	309	1000	236	764
	317	664	323	677
	318	332	489	511

Tabelle 2: In der Tabelle sind die für die Rechnung notwendigen Widerstände für beide Widerstände angegeben.

Wert	$C_9[nF]$	$R_9[\Omega]$	$C_2[nF]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$
9	432	462	399	500	480	520
	432	468	597	339	580	420
	439	460	992	204	693	307

2.4 Induktivitätsbrücke

Auch bei der Induktivitätsbrücke wird die Formel der Wheaton-Brücke wieder verwendet, um den Widerstand zu bestimmen. Die Induktivität der Spule 16 wird über Formel xx berechnet. Der zugehörige Fehler aus den angegebenen relativen Fehlern ist diese mal kleiner als der des bestimmten Mittelwerts, sodass die Standardabweichung des Mittelwerts als Fehler angegeben wird.

$$\begin{aligned}\sigma_{R2} &= 3\% \\ \sigma_{R3/R4} &= 0,5\% \\ \sigma_{L2} &= 0,2\% \\ R_{16} &= (405 \pm 25)\Omega \\ L_{16} &= (58 \pm 16) \cdot 10^{-3}H\end{aligned}$$

Tabelle 3: In der Tabelle sind die für die Rechnung notwendigen Widerstände für beide Widerstände angegeben.

Wert	$L_{16}[mH]$	$R_{16}[\Omega]$	$L_2[mH]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$
16	86	380	27,5	122	757	243
	55	430	24,6	115	789	211

2.5 Maxwellbrücke

Zur Bestimmung des Innenwiderstands wird wieder die Formel der Wheaton-Brücke genutzt. Die Induktivität der Spule wird über Formel xx berechnet. Auch hier ist der relative Gesamtfehler aus den angegebenen Realivfehlern kleiner als die Standardabweichung, sodass diese auch hier als Fehler angegeben wird.

$$\begin{aligned}\sigma_{R2} &= 3\% \\ \sigma_{R3/R4} &= 3\% \\ \sigma_{L2} &= 0,2\% \\ R_{16,2} &= (416 \pm 25)\Omega \\ L_{16,2} &= (93 \pm 10) \cdot 10^{-3}H\end{aligned}$$

Tabelle 4: In der Tabelle sind die für die Rechnung notwendigen Widerstände für beide Widerstände angegeben.

Wert	$L_{16}[mH]$	$R_{16}[\Omega]$	$C_4[nF]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$
16	117	414	399	1000	293	707
	74	417	399	332	557	443
	102	417	399	664	386	614
	83	414	450	332	555	445

2.6 Wien-Robinson-Brücke

Bei der Wien-Robinson-Brücke soll die Abhängigkeit der Brückenspannung von der Frequenz betrachtet werden. Dazu wurde als Ausgangspunkt die Frequenz bestimmt, bei der die Brückenspannung minimal wird.

$$\begin{aligned}R' &= 332\Omega & R &= 1000\Omega & C &= 660nF \\ \nu &= 241Hz & U_0 &= 4mV & U_S &= 500mV\end{aligned}$$

Von diesem Minimum aus wird die Frequenz variiert. Zum einem wird in Zehnerschritten 5 Schritte in beide Richtungen gegangen und zum anderen in Hunderterschritten 5 Schritte in beide Richtungen. Daraus ergeben sich die in Tabelle ?? eingetragenen Werte. Die Frequenzabhängigkeit wird in Grafik ?? dargestellt. In diesem Plot wird das Verhältnis zwischen der Brückenspannung und der Speisespannung $\frac{U_{Br}}{U_{Speise}}$ gegen das Verhältnis zwischen der Frequenz und der Frequenz bei minimaler Spannung $\frac{\nu}{\nu_0}$ aufgetragen. Die berechnete Kurve und die Kurve der Messwerte weisen eine annähernd gleiche Form auf und auch die Minima stimmen überein.

Tabelle 5: In der Tabelle sind die Brückenspannungsspannungen und die zugehörigen Frequenzen angegeben.

Frequenz [s]	U [mV]
41	440
91	440
141	320
191	128
201	102
211	76
221	52,8
231	28,8
241	4
251	25,6
261	46,4
271	65,6
281	84,8
291	102
341	200
391	280
441	360
491	400
541	440
591	520

2.7 Klirrfaktor

Zuletzt soll noch der Klirrfaktor des Generators theoretisch berechnet werden. Dazu wird folgende Formel verwendet:

$$k = \frac{U_2}{U_1}$$

U_1 entspricht dabei der Speisespannung von 0,5V und U_2 lässt sich wie folgt berechnen:

$$U_2 = \frac{U_0}{\left(\frac{(\Omega^2 - 1)^2}{9 \cdot ((1 - \Omega^2)^2 + 9 \cdot \Omega^2)} \right)} \quad \text{mit } \Omega = 2$$

Somit ergibt sich für den Klirrfaktor k

$$k = \frac{0,004V}{0,014V} = 28,8 \cdot 10^{-3}$$

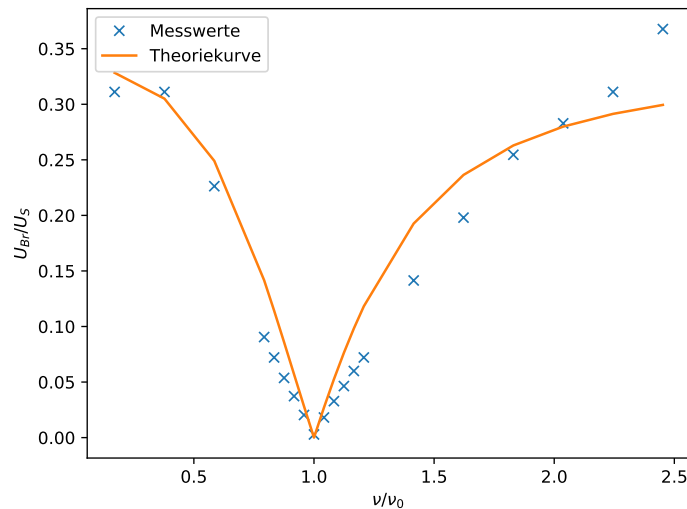


Abbildung 1: In der Grafik ist die Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung zu einem als theoretische Kurve und zum anderen mit den Messwerten dargestellt. Dafür wurde auf der x-Achse das Verhältnis zwischen der Frequenz und der Minusfrequenz und auf die y-Achse das Verhältnis der Brückenspannung zur minimalen Brückenspannung aufgetragen.

3 Diskussion

Über die Genauigkeit der gemessenen Werte lässt sich in dieser Messung nur indirekt schließen, da keine genauen Vergleichswerte vorliegen. Die indirekten Folgerungen beruhen darauf, dass die Standardabweichungen der Mittelwerte bei der Wheatonschen Brücke als auch bei der Kapazitätsbrücke kleiner waren als die relativen Fehler der Bauteile. Dies lässt auf eine gute Messung schließen. Die Genauigkeit der Messung der Induktivität und des Eigenwiderstands der Spule 16 kann durch die verschiedenen Ergebnisse aus den zwei verschiedenen Messmethoden bewertet werden. So weichen die gemessenen Innenwiderstände nur um 2,7 % voneinander ab, wodurch sich die Werte quasi gegenseitig bestätigen. Die beiden gemessenen Induktivitäten hingegen weichen um 37,6 % voneinander ab und bestätigen sich daher nur bedingt gegenseitig. Unterschiede zwischen den beiden Messungen können einerseits durch menschliche Ungenauigkeiten beim bestimmen der Minima und andererseits durch die Unterschiede zwischen den beiden Schaltungen entstehen. So wird in der Maxwellbrücke ein Kondensator eingebaut, der nicht verlustfrei ist, aber als das angenommen wird. Bei der Induktionsbrücke geschieht dasselbe mit der Spule L2. In Bezug auf die Wien-Robinson-Brücke ist eine Bestätigung der Messung besonders schwierig. Die Messwerte befinden sich zwar, abgesehen von sehr großen und sehr kleinen Frequenzverhältnissen, alle nah bei der Theorie. Doch das Problem liegt darin, dass die Speisespannung, die die Korrelation der Messwerte und der Theorie nicht

gemessen worden, sondern nur geschätzt worden ist. Hingegen unabhängig von dieser Schätzung bestätigen sich die Minima der beiden Kurven. Der zuletzt ausgerechnete Klirrfaktor beruht rechnerisch auch auf der Speisespannung und ist daher auch als ungewiss anzusehen.