PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA

Rodolfo Alvarado García

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA

DIRECTORIO

JOSÉ ENRIQUE VILLA RIVERA
Director General

EFRÉN PARADA ARIAS
Secretario General

YOLOXÓCHITL BUSTAMANTE DÍEZ
Secretaria Académica

JOSÉ MADRID FLORES
Secretario de Extensión e Integración Social

LUIS HUMBERTO FABILA CASTILLO
Secretario de Investigación y Posgrado

HÉCTOR MARTÍNEZ CASTUERA
Secretario de Servicios Educativos

MARIO ALBERTO RODRÍGUEZ CASAS
Secretario de Administración

LUIS ANTONIO RÍOS CÁRDENAS
Secretario Técnico

LUIS EDUARDO ZEDILLO PONCE DE LEÓN
Secretario Ejecutivo de la Comisión de Operación
y Fomento de Actividades Académicas

JESÚS ORTIZ GUTIÉRREZ
Secretario Ejecutivo del Patronato
de Obras e Instalaciones

FERNANDO SARIÑANA MÁRQUEZ
Director de XE-IPN TV Canal 11

LUIS ALBERTO CORTÉS ORTIZ
Abogado General

ARTURO SALCIDO BELTRÁN
Director de Publicaciones

PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA

Rodolfo Alvarado García

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
– MÉXICO –

Principios de termodinámica
Rodolfo Alvarado García

Primera edición: 1992
Primera reimpresión: 2008

Dirección de Publicaciones
Tresguerras 27, Col. Centro Histórico
06040 México, DF

ISBN 968-29-4495-3

Impreso en México/*Printed in Mexico*

PRÓLOGO

El título de esta obra "PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA", se ha elegido con la intención deliberada de subrayar la importancia concedida a estos principios, que son la base fundamental para el estudio de otras materias afines como son Refrigeración y Aire Acondicionado, Motores de Combustión Interna, Plantas Térmicas, Generadores de Vapor, etc., que el mismo Instituto Politécnico Nacional imparte en sus distintos niveles y especialidades.

El presente volumen inicia en su Capítulo I con conceptos teóricos que se deben tener como antecedente para el estudio de Termodinámica como son: Presiones, Temperaturas, Gravedad, Tipos de Energía, etc., así como sistemas de unidades empleados en la materia. Posteriormente en el Capítulo II se tocan temas como son: Procesos Termodinámicos, Gases Perfectos etc., así como la deducción de algunas ecuaciones por las cuales se rigen las Leyes de la Termodinámica, considerando que el alumno de Nivel Medio Superior, tiene los suficientes conocimientos de Física y Matemáticas, para entender las deducciones, demostraciones y argumentos Termodinámicos que aquí se plantean.

Finalmente en los dos últimos Capítulos se ven temas como Mezcla de Gases y Procesos Termodinámicos de los Gases, se hace especial énfasis al aspecto práctico, es decir, a la solución de problemas los cuales se ha tratado de que sean reales, por estar convencido de que mientras más problemas se resuelvan, más fácil es comprender, razonar y dominar las Leyes Termodinámicas; siendo esta una de las razones por lo cual se desarrollan paso a paso los problemas hasta la solución completa, otra de las razones es hacer ver al alumno la importancia que tiene llevar un orden lógico en la solución de problemas de cualquier índole o asignatura, bajo el principio del razonamiento.

El autor desea expresar su agradecimiento al INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, así como a sus autoridades el permitir al personal docente gozar de la prestación de año sabático, para de esta forma se tenga interés en la superación académica y la motivación suficiente para lograr una preparación mejor cada día, que coadyuve al Instituto a seguir siendo quien rija la Educación Técnica del País, teniendo en cada generación mejores egresados.

RODOLFO ALVARADO GARCÍA

CONTENIDO

NOTACIÓN

Aceleración de la Gravedad
Aceleración Estándar de la Gravedad
Volumen Específico
Densidad
Densidad Relativa
Energía
Energía Potencial
Energía Cinética
Energía Interna
Variación de Energía Interna
Trabajo
Trabajo Específico
Trabajo de Circulación
Trabajo de Flujo
Calor
Potencia
Calor Específico
Calor Específico a Presión Constante
Calor Específico a Volumen Constante
Calor Específico del Proceso Politrópico
Energía Interna Específica
Equivalente Mecánico del Calor
Equivalente Térmico del Trabajo Mecánico
Rendimiento Térmico
Calor Específico
Entalpía
Entalpía Específica
Presión
Volumen
Temperatura Absoluta °K ó °R
Temperatura °C ó °F
Variación de Temperatura
Presión Barométrica
Presión Manométrica
Presión Absoluta
Masa o Cantidad de Materia
Constante Específica de los Gases Perfectos
Constante Universal de los Gases Perfectos
Peso Molecular
Entropía
Variación de Entropía
Constante de Proporcionalidad del Proceso Politrópico
Peso Específico

CAPÍTULO I
DEFINICIONES Y CONCEPTOS UTILIZADOS EN TERMODINÁMICA

CAPÍTULO I
DEFINICIONES Y CONCEPTOS UTILIZADOS EN TERMODINÁMICA

TERMODINÁMICA

Es la rama de la física que estudia la transformación de la energía y en particular la transformación de la energía calorífica (calor) en otras formas de energía y viceversa.

En general puede decirse que energía es la capacidad que posee un cuerpo o un sistema de cuerpos para poder desarrollar un trabajo.

Algunos ejemplos de la transformación de energía que se estudiarán pueden ser:

- La transformación de calor en trabajo mecánico, mediante una máquina térmica.
- La conversión de energía eléctrica en calor, por medio de una resistencia.
- La conversión de trabajo mecánico para obtener refrigeración.

El estudio de termodinámica, se basa en dos principios fundamentales, los cuales son los siguientes:

1. El primer principio o "PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA", conocido también como "PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA DEL CALOR EN TRABAJO MECÁNICO", el cual es una consecuencia del principio de la conservación de la energía, que además establece la relación entre el calor y el trabajo mecánico.
2. El segundo principio o "SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA", conocido también como "PRINCIPIO DE CARNOT CLASIUS", que se refiere al grado de facilidad o dificultad para la conversión del calor en trabajo, o del trabajo en calor.

Algunos términos utilizados en el estudio de la termodinámica son los siguientes:

ESTADO

Las diversas características que describen el estado o condición en que se encuentra una masa dada, de una substancia, o el estado o condición de un sistema se llaman propiedades.

PROPIEDADES

Como propiedades se entiende a cualquiera de las características observables de la substancia o del sistema, tales como la presión, el volumen, la temperatura, etc.

PROCESO O TRANSFORMACIÓN

Si una substancia sufre un cambio de estado o sea el cambio de alguna de sus propiedades, se dice que ha experimentado un proceso, una transformación.

CICLO

Cuando una substancia pasa a través de una serie de procesos y su estado final es idéntico al estado inicial, se dice que dicha substancia ha experimentado un ciclo.

SISTEMA

En termodinámica se entiende por sistema a una porción de materia, que está separada del medio exterior que lo rodea.

MEDIO EXTERIOR

Por medio exterior, se entiende a todo lo que está fuera de los puntos del sistema, pero que afecta al comportamiento de dicho sistema.

FASE

Las diversas formas en que se puede encontrar una substancia tales como líquida, sólida, gaseosa, son llamadas fases.

ATMÓSFERA ESTÁNDAR O ATMÓSFERA NORMAL

Es una unidad de presión correspondiente al peso de una columna de aire, de altura igual a la de la masa del aire al nivel del mar y a la latitud 45°.

Equivale a la presión ejercida por una columna de mercurio (Hg) de 760 mm. de altura, cuya densidad sea de 13.596 gr/cm^3, en un lugar donde la intensidad de la gravedad equivale a una aceleración de 980.665 cm/seg^2.

Las equivalencias de una atmósfera estándar o atmósfera normal en las diferentes unidades utilizadas en termodinámica son las siguientes:

1 Atmósfera Estándar o Normal	=	1.033228	Kg/cm^2
	=	14.6959	Lb/pulg^2
	=	760	mm.Hg (a 0°C)
	=	29.921	pulg. Hg (a 32°F)
	=	33.934	pies H_2O (a 60°F)

PRESIÓN BAROMÉTRICA O PRESIÓN ATMOSFÉRICA

Es la presión que ejerce la atmósfera sobre la superficie, en un lugar determinado y varía de acuerdo con la altura sobre el nivel del mar.

"AL NIVEL DEL MAR SE CONSIDERA QUE LA PRESIÓN BAROMÉTRICA, ES IGUAL A UNA ATMÓSFERA ESTÁNDAR O NORMAL"

En la Cd. de México, tomando en cuenta que está a una altura de 2,240 m. sobre el nivel del mar, la presión barométrica tiene un valor en las diferentes unidades utilizadas en termodinámica de:

0.7953	Kg/cm^2
11.3114	$Lb/pulg^2$
585	mm.Hg (a 0°C)
23.03	pulg.Hg (a 32°F)
26.119	pies H_2O (a 60°F)

Conociendo los valores de la presión barométrica al nivel del mar en diferentes unidades, se puede determinar la presión barométrica en un lugar determinado sobre el nivel del mar, del cual conocemos su valor en ciertas unidades y nos interesa determinarlo en otras unidades.

Ejemplo 1

Determinar la presión barométrica para la Cd. de México, expresándola en Kg/cm^2, suponiendo que el único valor que de ella conocemos es el de 11.3114 $Lb/pulg^2$.

Datos

$P_{bar.}$ al N.M. = 14.6959 $Lb/pulg^2$
$P_{bar.}$ Cd. Méx. = 11.3114 $Lb/pulg^2$
$P_{bar.}$ Cd. Méx. = ? Kg/cm^2

SOLUCIÓN

$$\frac{11.3114\ Lb/pulg^2}{14.6959\ Lb/pulg^2} = \frac{X\ Kg/cm^2}{1.033\ Kg/cm^2}$$

$$X = \frac{11.3114\ Lb/pulg^2 \times 1.033\ Kg/cm^2}{14.6959\ Lb/pulg^2}$$

$$X = \frac{11.684676}{14.6959}$$

$$\underline{X = 0.795\ Kg/cm^2}$$

Ejemplo 2

Determinar la presión barométrica expresándola en pies H_2O para un lugar determinado, en que se conoce que su presión barométrica tiene un valor de 22.44 pulg. Hg.

Datos:

$P_{bar.}$ al N.M. = 29.921 pulg.Hg.
$P_{bar.}$ = 22.44 pulg.Hg.
$P_{bar.}$ en pies H_2O = ?

SOLUCIÓN

$$\frac{22.44\ pulg.Hg.}{29.921\ pulg.Hg.} = \frac{X\ pies\ H_2O}{33.934\ pies\ H_2O}$$

$$X = \frac{22.44 \times 33.934}{29.921}$$

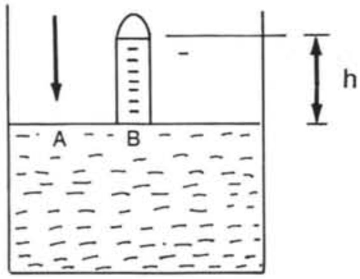
$$X = 25.449 \text{ pies } H_2O$$

Ejemplo 3

De la siguiente figura determinar la presión barométrica en Kg./cm² en el punto "A", teniéndose como dato que h = 760 mm.Hg., y el recipiente se encuentra al nivel del mar.

Datos:

h = 760 mm.Hg. al nivel del mar



$$P_A = P_B$$

FÓRMULA

$$P_B = h \times w$$

Donde:

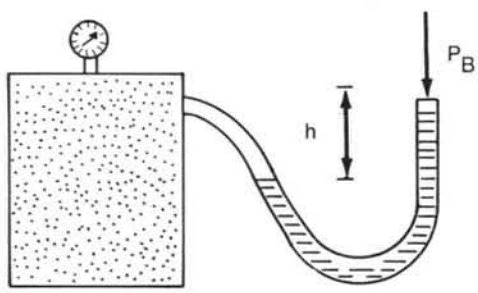
h = Altura de la columna de mercurio en el barómetro al N.M.
h = 760 mm.Hg. = 7.6 dm. Hg.
w = Peso específico del mercurio
w = 13.596 Kg./dm³

$$P_B = P_A = 7.6 \text{ dm.Hg.} \times 13.596 \frac{Kg}{dm^3}$$

$$P_B = P_A = 103.3 \frac{Kg}{dm^2}$$

$$P_B = P_A = 1.033 \frac{Kg}{cm^2}$$

PRESIÓN RELATIVA O PRESIÓN MANOMÉTRICA



$$P = h \times w$$

Si el experimento se realiza al nivel del mar la presión será 1.033 Kg./cm^2.

Los manómetros nos indican la presión relativa (conocida también como presión manométrica), a la cual se encuentra un fluido en un recipiente, con respecto a la presión exterior, o sea con respecto a la "PRESIÓN ATMOSFÉRICA O BAROMÉTRICA DEL LUGAR DONDE SE ESTA EFECTUANDO LA MEDICIÓN".

PRESIÓN ABSOLUTA

La presión absoluta en un punto es la presión total que existe en dicho punto, debido a todas las causas que están influyendo para producirla; dichas causas son:

- La presión atmosférica o barométrica.
- La presión relativa o manométrica.

Por lo que podemos establecer la siguiente fórmula:

$$\boxed{P_{ABS} = P_{BAR} + P_{MAN}}$$

"A LA PRESIÓN NEGATIVA SE LE CONOCE COMO VACÍO"

"LA PRESIÓN ABSOLUTA NUNCA PUEDE SER MENOR QUE CERO"

"LA PRESIÓN MANOMÉTRICA PUEDE SER POSITIVA O NEGATIVA"

Ejemplo 4

El manómetro de una caldera de vapor indica una presión de 5 Kg./cm^2; determínese la presión absoluta en Kg./cm^2 si:

a) La caldera se encuentra en un lugar al nivel del mar.

b) La caldera se encuentra situada en la Ciudad de México.

Datos:

P_{MAN} = 5 Kg./cm^2
P_{BAR} = 1.033 Kg./cm^2 al nivel del mar
P_{BAR} = 0.7953 Kg./cm^2 en la Ciudad de México.

Fórmula:

$P_{ABS} = P_{BAR} + P_{MAN}$

Solución:

a) $P_{ABS} = 1.033 + 5 = 6.033$ Kg./cm^2

b) $P_{ABS} = 0.7953 + 5 = 5.7953$ Kg./cm^2

Ejemplo 5

El manómetro de un condensador indica 20 pulg.Hg. de vacío (presión negativa). Determínese la presión absoluta en pulg. de Hg. si:

a) El condensador se encuentra al nivel del mar.
b) El condensador se encuentra en la Ciudad de México.
c) El condensador se encuentra en un lugar donde la presión barométrica es de 13 Lb./pulg.^{2}

a) Datos:

P_{MAN} = 20 pulg.Hg. de vacío = −20 pulg.Hg.
P_{BAR} = 29.921 pulg.Hg.

Fórmula:

$$P_{ABS} = P_{BAR} + P_{MAN}$$

Solución:

$$P_{ABS} = 29.921 - 20 = 9.921 \text{ pulg.Hg.}$$
$$\underline{P_{ABS} = 9.921 \text{ pulg.Hg. ABS.}}$$

b) Datos:

P_{MAN} = 20 pulg.Hg. de vacío = −20 pulg.Hg.
P_{BAR} = 23.03 pulg.Hg.

Fórmula:

$$P_{ABS} = P_{BAR} + P_{MAN}$$

Solución:

$$P_{ABS} = 23.03 - 20 = 3.03$$
$$\underline{P_{ABS} = 3.03 \text{ pulg.Hg. ABS.}}$$

c) Datos:

P_{MAN} = 20 pulg.Hg. de vacío = −20 pulg.Hg.
P_{BAR} = 13 Lb./pulg^2

Solución:

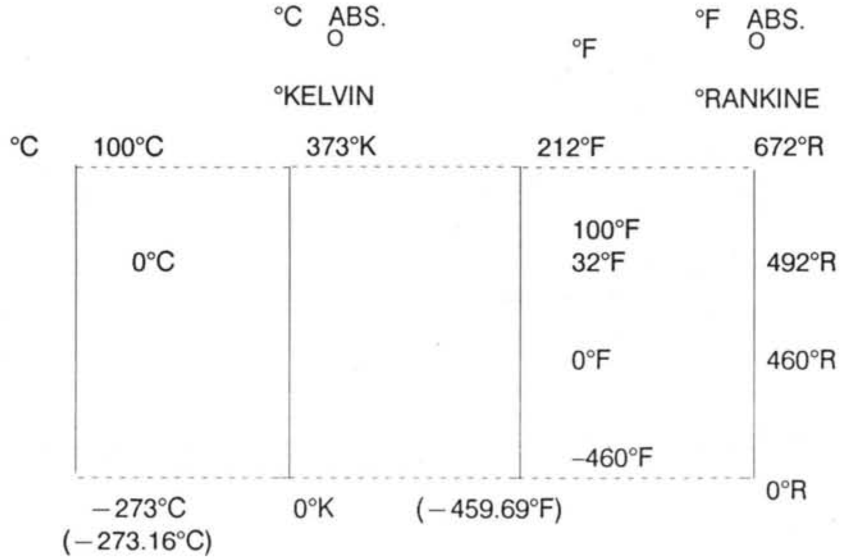
$$\frac{13 \dfrac{\text{Lb}}{\text{pulg.}^2}}{14.6959 \dfrac{\text{Lb}}{\text{pulg.}^2}} = \frac{x \text{ pulg.Hg.}}{29.921 \text{ pulg.Hg.}}$$

$$x = \frac{29.921 \times 13}{14.6959} = 26.468$$

$$P_{BAR} = 26.468 \text{ pulg.Hg.}$$
$$P_{ABS} = P_{BAR} + P_{MAN}$$
$$P_{ABS} = 26.468 - 20 = 6.468$$
$$\underline{P_{ABS} = 6.468 \text{ pulg.Hg.}}$$

TEMPERATURA

Es la energía cinética que tienen los cuerpos y es una medida de la actividad molecular.



Fórmulas para la conversión de temperaturas en las distintas escalas:

$$t°F = (1.8\ t°C) + 32$$
$$t°C = \frac{t°F - 32}{1.8}$$
$$T°K = t°C + 273$$
$$T°R = t°F + 460$$
$$T°R = 1.8 \times T°K$$

$$O°K = \text{Cero Absoluto}$$
$$O°K = -273°C$$
$$O°K = -460°F$$
$$O°K = O°R$$

$$\frac{180°F}{100°C} = 1.8\ \frac{°F}{°C}$$

$$1°C = 1.8°F$$
$$1°C = 1°K$$
$$1\ \frac{°K}{°C}$$
$$1°F = 1°R$$
$$1\ \frac{°R}{°F}$$
$$1°K = 1.8°R$$
$$1.8\ \frac{°R}{°K}$$

Ejemplo 6

Se tiene una temperatura de –54°C y se desea conocer la temperatura en las otras tres escalas termométricas.

Solución:

$$t°F = 1.8\ t°C + 32$$
$$t°F = 1.8\ (-54) + 32$$
$$\underline{t°F = -65.2\ °F}$$

$$T°K = t°C = 273$$
$$T°K = -54 + 273$$
$$\underline{T°K = 219\ °K}$$

$$T°R = t°F + 460$$
$$T°R = -65.2 + 460$$
$$\underline{T°R = 394.8°R}$$

Ejemplo 7

Se tiene una temperatura de O°F y se desea conocerla en las otras tres escalas termométricas.

Solución:

$$t°C = \frac{t°F - 32}{1.8}$$
$$t°C = \frac{0 - 32}{1.8} = \frac{-32}{1.8}$$
$$\underline{t°C = -17.77°C}$$
$$T°R = t°F + 460$$
$$T°R = 0 + 460$$
$$\underline{T°R = 460\ °R}$$
$$T°K = t°C + 273$$
$$T°K = -17.77 + 273$$
$$\underline{T°K = 255.23\ °K}$$

Ejemplo 8

Si se tiene una temperatura de 500°R, ¿cuál será la temperatura en las otras tres escalas termométricas?.

Solución:

$$t°F = T°R - 460$$
$$t°F = 500 - 460$$
$$\underline{t°F = 40°F}$$
$$t°C = \frac{t°F - 32}{1.8}$$
$$t°C = \frac{40 - 32}{1.8} = \frac{8}{1.8}$$
$$\underline{t°C = 4.44°C}$$
$$T°K = t°C + 273$$
$$T°K = 4.44 + 273$$
$$\underline{T°K = 277.44°K}$$

Ejemplo 9

Si se tiene un recipiente con agua a −10°C. ¿Cuál será su temperatura en °F, °R y °K?

Solución:

$$T°K = t°C + 273$$
$$T°K = -10 + 273$$
$$\underline{T°K = 263°K}$$

$$t°F = (1.8 \times t°C) + 32$$
$$t°F = (1.8 \times -10) + 32$$
$$t°F = -18 + 32$$
$$\underline{t°F = 14°F}$$

$$T°R = t°F + 460$$
$$T°R = 14 + 460$$
$$\underline{T°R = 474°R}$$

Ejemplo 10

Se tiene una temperatura de −60°F, calcular la temperatura en las otras tres escalas temométricas.

Solución:

$$t°C = \frac{t°F - 32}{1.8}$$
$$t°C = \frac{-60 - 32}{1.8}$$
$$t°C = \frac{-92}{1.8}$$
$$\underline{t°C = -51.11°C}$$
$$T°K = t°C + 273$$
$$T°K = -51.11 + 273$$
$$\underline{T°K = 221.89°K}$$
$$T°R = 1.8 \times T°K$$
$$T°R = 1.8 \times 221.89$$
$$\underline{T°R = 399.402°R}$$

GRAVEDAD

Es la fuerza que ejerce la tierra sobre los cuerpos hacia el centro y se le designa por la letra "g".

Sobre la superficie de la tierra la acción de la gravedad varía según el lugar, siendo mayor en los polos que en el Ecuador.

Se ha adoptado como "ACELERACIÓN ESTÁNDAR DE LA GRAVEDAD" a la atracción de la gravedad que corresponde a un lugar situado a la latitud 45° y al nivel del mar se le denomina como "g_o".

Siendo el valor de esta aceleración tanto en el sistema métrico como en el sistema inglés el siguiente:

SISTEMA MÉTRICO	*SISTEMA INGLÉS*
$g_o = 9.80665$ m./seg^2	$g_o = 32.174$ pies/seg^2

En la siguiente tabla se indican diferentes valores de la aceleración de la gravedad al nivel del mar, para diferentes latitudes de la tierra.

ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD AL NIVEL DEL MAR

LATITUD EN GRADOS		g		$\frac{g}{g_o}$
		cm./seg^2	pies/seg^2	
Ecuador	0	978.0	32.088	0.9973
	10	978.2	32.093	0.9975
	20	978.6	32.108	0.9979
	30	979.3	32.130	0.9986
	40	980.2	32.158	0.9995
	45	980.665	32.174	1.0000
	50	981.1	32.187	1.0004
	60	981.9	32.215	1.0013
	70	983.6	32.238	1.0020
	80	983.1	32.253	1.0024
Polos	90	983.2	32.258	1.0026

Corrección por altitud sobre el nivel del mar:
Restar 0.3 cm/seg^2 por cada 1,000 metros
Restar 0.003 pies/seg^2 por cada 1,000 pies

Ejemplo 11

Calcular el valor de la aceleración de la gravedad en la Ciudad de México, D.F., sabiendo que se encuentra situada a 19°25' (aproximadamente 20°) de latitud norte y a una altura sobre el nivel del mar de 2,240 metros.

Datos:

$g_{20°} = 978.6$ cm/seg^2

Solución

Haciendo la corrección por la altitud tenemos:

$$\frac{0.3 \times 2,240}{1,000} = 0.672 \text{ cm/seg}^2$$

$$g_T = 978.6 - 0.672 = 977.928$$

$$\underline{g_T = 978 \text{ cm/seg}^2}$$

En el sistema inglés tenemos:

$g_T = ?$
D.F. 20°
$H_M = 2{,}240 \text{ m} = 7{,}347.2 \text{ pies}$

Solución

$$\begin{aligned} 1\text{m} &- 3.28 \text{ pies} \\ 2{,}240\text{m} &- x \end{aligned}$$

$$x = \frac{2{,}240 \times 3.28}{1}$$

$$x = 7{,}347.2 \text{ pies}$$

Haciendo la corrección por altitud tenemos:

$$\frac{0.003 \times 7{,}347.2}{1{,}000} = 0.0220416 \text{ pies/seg}^2$$

$$g_{20^\circ} = 32.108 \text{ pies/seg}^2$$

$$g_T = 32.108 - 0.0220416$$

$$\underline{g_T = 32.0859 \text{ pies/seg}^2}$$

MASA Y FUERZA

MASA: Es la cantidad de materia que tiene todo cuerpo. También puede decirse es todo aquello que ocupa un lugar en el espacio.

UNIDADES DE MASA

SISTEMA GRAVITACIONAL

U.T.M.: Es por definición la masa que será acelerada a razón de 1 m/seg^2, bajo la acción de una fuerza de 1 Kg_f.

$$1 \text{ Kg} = 1 \text{ U.T.M.} \times 1 \text{ m/seg}^2$$

$$1 \text{ U.T.M.} = \frac{1 \text{ Kg}}{1 \ \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}}$$

$$\boxed{1 \text{ U.T.M.} = 1 \text{ Kg} \times \text{seg}^2/\text{m}}$$

SLUG: Es por definición la masa que será acelerada a razón de 1 pie/seg^2, bajo la acción de una fuerza de 1 libra.

$$1 \text{ Lb} = 1 \text{ SLUG} \times 1 \text{ pie/seg}^2$$

$$1 \text{ SLUG} = \frac{1 \text{ Lb}}{1 \ \frac{\text{pie}}{\text{seg}^2}}$$

$$\boxed{1 \text{ SLUG} = 1 \text{ Lb} \times \text{seg}^2/\text{pie}}$$

SISTEMA ABSOLUTO Y SISTEMA INCONSISTENTE

Un kilogramo masa estándar, es la cantidad de materia que posee un cuerpo cilíndrico de platino, que se encuentra cuidadosamente guardado en París. A dicho cuerpo se le ha designado como unidad de kilogramo masa.

Una libra masa estándar, es la cantidad de materia que posee un cuerpo cilíndrico de platino, que se encuentra guardado en Londres. Dicho cuerpo tiene una masa de 0.453592477 Kgr y se le ha designado como unidad de libra masa.

Tanto en kilogramo masa como la libra masa son cantidades absolutas de materia o sea que cada uno de ellos sigue siendo la misma cantidad en cualquier lugar donde se encuentren, sin importar cual sea la aceleración de la gravedad.

FUERZA

Es cualquier agente externo capaz de alterar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo.

PESO

El peso de un cuerpo es la medida de la fuerza por la cual es atraído por la gravedad terrestre.

El peso de un cuerpo en un lugar determinado, equivale a la fuerza requerida para soportar dicho cuerpo contra la gravedad "g" del lugar.

En un lugar donde se tenga la aceleración estándar de la gravedad (g_o), un Kgr. estará sujeto a una fuerza de la gravedad de 1 Kg. o sea su peso será de 1 Kg.

UNIDAD DE FUERZA

Cuando se opera con sistemas consistentes (gravitacional o absoluto), la unidad de fuerza será aquella que imprima a la unidad de masa una aceleración estándar.

Cuando se opera con el sistema inconsistente (sistemas gravitacional y absoluto mezclados), la unidad de fuerza es aquella que imprime a la unidad de masa "g_o" unidades de aceleración estándar.

SISTEMA CONSISTENTES

GRAVITACIONAL

Kilogramo Fuerza: ES LA FUERZA QUE APLICADA A UN CUERPO DE 1 U.T.M., LE PRODUCIRÁ UNA ACELERACIÓN DE 1 m/seg^2.

$$\boxed{Kg_f = 1 \text{ U.T.M.} \times 1 \text{ m/seg}^2}$$

Libra Fuerza: ES LA FUERZA QUE APLICADA A UN CUERPO DE UNA MASA DE 1 SLUG, LE PRODUCIRA UNA ACELERACIÓN DE 1 pie/seg^2.

$$\boxed{Lb_f = 1 \text{ SLUG} \times 1 \text{ pie/seg}^2}$$

ABSOLUTO

DINA: ES LA FUERZA QUE APLICADA A UN CUERPO DE UN GRAMO MASA, LE PRODUCIRÁ UNA ACELERACIÓN DE 1 cm/seg.^{2}

$$\boxed{1 \text{ DINA} = 1 \text{ gr.} \times 1 \text{ cm/seg}^2}$$

NEWTON: ES LA FUERZA QUE APLICADA A UN CUERPO DE 1 Kgr. LE PRODUCIRÁ UNA ACELERACIÓN DE 1 cm/seg.^{2}

$$\boxed{1 \text{ NEWTON} = 1 \text{ Kgr.} \times 1 \text{ m/seg.}^2}$$

POUNDAL: ES LA FUERZA QUE APLICADA A UN CUERPO DE UNA LIBRA MASA LE PRODUCIRÁ UNA ACELERACIÓN DE 1 pie/seg.^{2}

$$\boxed{1 \text{ POUNDAL} = 1 \text{ Lbr.} \times 1 \text{ pie/seg.}^2}$$

SISTEMA INCONSISTENTE

Kilogramo Fuerza: ES LA FUERZA QUE APLICADA A UN CUERPO DE UN KILOGRAMO MASA, SUPUESTO LIBRE DE MOVIMIENTO LE PRODUCIRÁ UNA ACELERACIÓN DE g_o m/seg.^{2}

$$1 \text{ Kg} = 1\text{Kgr.} \times g_o \text{ m/seg}^2$$
$$1 \text{ Kg} = 9.80665 \frac{\text{Kgr.} \times \text{m}}{\text{seg}^2}$$

$$\boxed{1 \text{ Kg.} = 9.80665 \text{ NEWTONS}}$$

Libra Fuerza: ES LA FUERZA QUE APLICADA A UN CUERPO DE UNA LIBRA MASA, LE PRODUCIRÁ UNA ACELERACIÓN DE g_o pies/seg.^{2}

$$1 \text{ Lb} = 1 \text{ Lbr.} \times g_o \text{ pies/seg.}^2$$
$$1 \text{ Lb} = 32.174 \frac{\text{Lbr.} \times \text{pie}}{\text{seg}^2}$$

$$\boxed{1 \text{ Lb} = 32.174 \text{ POUNDALS}}$$

El peso de un cuerpo tanto en kilogramos como en libras fuerza, varía de acuerdo con la aceleración de la gravedad "g" del lugar donde se encuentra y sólo se tendrá que un cuerpo con masa de un Kgr, pesará exactamente 1 Kg, cuando el cuerpo se encuentre en un lugar de aceleración de la gravedad estándar (g_o).

UNIDADES DE FUERZA Y MASA

La fuerza, la masa, la longitud y el tiempo, están relacionados por la segunda ley de NEWTON la cual establece que:

"LA FUERZA SOBRE UN CUERPO DETERMINADO DE MASA CONOCIDA ES PROPORCIONAL AL PRODUCTO DE LA MASA POR LA ACELERACIÓN".

$$\boxed{F \approx m \times a}$$

Si queremos escribir la proporción anterior como una igualdad, deberemos hacer intervenir una CONSTANTE, la cual tendrá una magnitud y dimensión que dependerá de las unidades que seleccionemos para masa, longitud y tiempo.

En el sistema inconsistente de unidades, esta constante la designaremos como $\dfrac{\text{“}1\text{”}}{g_c}$.

Por lo tanto, la igualdad que relaciona fuerza y masa será:

$$F = \frac{m \times a}{g_c} \quad \therefore$$

$$g_c = \frac{m \times a}{F}$$

Dimensionalmente tenemos:

$$g_c = \frac{Kgr \dfrac{m}{seg^2}}{Kg}$$

$$g_c = \frac{Kgr \times m}{Kg \times seg^2}$$

$$F = \frac{m \times g}{g_c}$$

Pero:

$$g = g_o \quad \therefore$$

$$F = \frac{m \times g_o}{g_c} \quad \therefore$$

$$\boxed{g_c = \frac{m \times g_o}{F}}$$

Si:

$m = 1$ Kgr.
$g_o = 9.80665$ m/seg^2
$F = 1$ Kg
$g_c = ?$

Tenemos:

$$g_c = \frac{1\text{Kgr} \times 9.80665 \dfrac{\text{m}}{\text{seg}^2}}{1 \text{ Kg}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} gc &= 9.80665 \ \frac{\text{Kgr} \times \text{m}}{\text{Kg} \times \text{seg}^2} \\ gc &= 32.174 \ \frac{\text{Lbr} \times \text{pie}}{\text{Lb} \times \text{seg}^2} \end{aligned}}$$

Debe ser notado con toda claridad que "g_c" es una constante, que depende únicamente del sistema de unidades que se emplee. NO SE TRATA NI DEBE SER CONFUNDIDA CON LA ACELERACIÓN DEBIDA A LA GRAVEDAD "g" DE UN LUGAR DETERMINADO.

En conclusión de un sistema inconsistente de unidades, que es el que empleamos como Sistema de Ingeniería.

Para la aceleración cualquiera "a":

$$\boxed{F = \frac{m \times a}{g_c}}$$

Cuando interviene la aceleración de la gravedad "g" como en caída libre:

$$\boxed{F = \frac{m \times g}{g_c}}$$

Donde:

$m = W_m$
$F = W_F \therefore$

$$\boxed{W_F = \frac{W_m \times g}{g_c}}$$

Siendo:

	SISTEMA INCONSISTENTE	
	MÉTRICO	INGLÉS
W_F = F = FUERZA EN	Kg_F	Lb_F
W_m = m = MASA en	Kgr_m	Lbr_m
a = ACELERACIÓN EN	m/seg^2	$pies/seg^2$
g = ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD EN UN LUGAR DETERMINADO EN	m/seg^2	$pies/seg^2$
g_c = CONSTANTE DIMENSIONAL	9.80665	32.174
EN	$\frac{Kgr_m \times m}{Kg_F \times seg^2}$	$\frac{Lbr_m \times pie}{Lb_F \times seg^2}$

Ejemplo 12

Determinar el peso en Kg de un cuerpo con masa de 1 Kgr, cuando es pesado en una báscula de resortes en la Cd. de México, D.F.

Datos:

$g = 9.78\ m/seg^2$ (Cd. México, D.F.)

$g_c = 9.80665\ \frac{Kgr \times m}{Kg \times seg^2}$

$W_m = 1\ Kgr$

INCOGNITA

$W_F = ?$

Fórmula

$$W_F = \frac{W_m \times g}{g_c}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$W_F = \frac{1 Kgr \times 9.78 \frac{m}{seg^2}}{9.80665 \frac{Kgr \times m}{Kg \times seg^2}}$$

$$\underline{W_F = 0.9973\ Kg_F}$$

"El peso de un cuerpo es en realidad una medida de la fuerza con la cual es atraído por la gravedad terrestre".

En el ejemplo anterior, donde se consideró un lugar donde la aceleración de la gravedad es $g = 9.78$ m/seg^2, dicho cuerpo tiene un peso de 0.9973 Kg y sin embargo conserva una masa de 1 Kgr.

Cuando no se trata de grandes altitudes sobre el nivel del mar, la variación del valor de la aceleración de la gravedad "g", frecuentemente no es de tomarse en consideración, en la mayoría de los cálculos de Ingeniería puede tomarse como valor de "g" el de la aceleración de la gravedad estándar (9.81 m/seg^2 = 32.2 pies/seg^2).

FLUIDOS

Los fluidos son substancias capaces de escurrir o fluir, están constituidos por partículas que pueden fácilmente ser movidas y cambiar su posición relativa, sin una separación de la masa.

Los fluidos prácticamente no ofrecen resistencia al cambio de forma, sino por el contrario se caracterizan porque pueden adoptar la forma del cuerpo sólido (recipiente) que los contiene.

Los fluidos pueden dividirse en líquidos y gases, cuyas principales diferencias entre ellos son:

1. Un líquido tiene superficie libre, una masa de un líquido ocupa solamente un volumen dado del recipiente que lo contiene, mientras que un gas no tiene superficie libre, y una masa de un gas ocupa "TODO EL VOLUMEN DEL RECIPIENTE QUE LO CONTENGA, SIN IMPORTAR SU TAMAÑO".

2. Los líquidos son prácticamente incompresibles y normalmente deben ser considerados como tales.

VOLUMEN ESPECÍFICO $\overline{V}$

Volumen específico de una substancia es el volumen que ocupa la unidad de masa de dicha substancia.

$$\boxed{\overline{V} = \frac{V}{Vm}}$$

Sus unidades son:

SISTEMA MÉTRICO	SISTEMA INGLÉS
$\frac{m^3}{Kgr}$	$\frac{ft^3}{Lbr}$

Así mismo, el volumen específico es igual a la inversa de la densidad es decir:

$$\boxed{\overline{V} = \frac{1}{\rho}}$$

DENSIDAD

Es la masa de la unidad de volumen de una substancia.

$$\boxed{\rho = \frac{1}{\bar{V}}}$$

$$\rho = \frac{1}{\frac{V}{W_m}}$$

$$\boxed{\rho = \frac{W_m}{V}}$$

Sus unidades son:

SISTEMA MÉTRICO	SISTEMA INGLÉS
$\frac{Kgr}{m^3}$	$\frac{Lbr}{ft^3}$

El valor de la densidad de los gases resulta considerablemente modificada al variar la presión o la temperatura, por lo que al especificar la densidad de un gas, hay también la necesidad de especificar la presión y la temperatura a las cuales se encuentra.

Generalmente los valores tabulados de las densidades de los gases están referidos a condiciones estándar o sea a una atmósfera estándar y 0°C.

PESO ESPECÍFICO w

Es el peso de la unidad de volumen de una substancia.

$$\boxed{w = \frac{W_F}{V}}$$

Sus unidades son:

SISTEMA MÉTRICO	SISTEMA INGLÉS
$\frac{Kg}{m^3}$	$\frac{Lb}{ft^3}$

Relación entre densidad y peso específico

$$\rho = \frac{W_m}{V} \qquad (1)$$

$$w = \frac{W_F}{V} \qquad (2)$$

Sabemos que:

$$W_F = \frac{W_m\, g}{g_c} \tag{3}$$

Substituyendo la ecuación 3 en la ecuación 2 tenemos:

$$w = \frac{W_m\, g}{g_c\, V} \tag{4}$$

Pero:

$$\frac{W_m}{V} = \rho \quad \therefore$$

$$w = \rho \frac{g}{g_c} \quad \therefore$$

$$\boxed{\rho = w \frac{g_c}{g}}$$

Ecuación Dimensional:

$$\rho = \frac{Kg}{m^3} \frac{\dfrac{Kgr \times m}{Kg \times seg^2}}{\dfrac{m}{seg^2}} \quad \therefore$$

$$\boxed{\rho = \frac{Kgr}{m^3}}$$

Cuando la masa se encuentra en un lugar de la tierra donde $g = g_o$, o bien $g \approx g_o$, el valor del peso específico expresado en Kg/m^3 resulta "NUMERICAMENTE" igual al de la densidad expresada en Kg/m^3, o sea que cuando la masa es atraída por la aceleración de la gravedad estándar, el valor del peso específico es igual al de la densidad cuando se emplea el sistema de unidades inconsistente o de Ingeniería.

DENSIDAD RELATIVA
(RELATIVE DENSITY O SPECIFIC GRAVITY)

La densidad relativa es la relación que existe entre la densidad de una substancia y la densidad de otra, tomada como base de comparación, la cual debe estar a las mismas condiciones de presión y temperatura que la substancia que se desea comparar.

En base a lo anterior la densidad relativa:

"NO TIENE UNIDADES"

$$\boxed{\begin{gathered}\delta = \frac{\rho_c}{\rho} \\ \delta = \frac{\dfrac{Kgr}{m^3}}{\dfrac{Kgr}{m^3}}\end{gathered}}$$

Para los SÓLIDOS y LÍQUIDOS se acostumbra tomar como base de comparación el agua a 4°C, por lo que se dice que la densidad relativa del agua a 4°C es igual a uno.

Para los GASES la densidad relativa se acostumbra referirla a la densidad del aire en condiciones normales, tomada como unidad, aunque frecuentemente también es referida al aire en otras condiciones (algunas veces aire de 70°F y 29.92 pulg.Hg.). En algunas ocasiones también es usual referirla a la densidad de otro gas, como por ejemplo el hidrógeno.

$$\rho_{AIRE} = 0.001205 \frac{Kgr}{dm^3} \text{ a 70°F y 29.92 pulg.Hg. ABS.}$$

$$\rho_{AIRE} = 1.205 \frac{Kgr}{m^3} \text{ a 70°F y 29.92 pulg.Hg. ABS}$$

$$\rho_{AGUA} = 1 \frac{Kgr}{dm^3} \; ; \; \rho_{AIRE} = 1 \; ; \; \rho_{AGUA} = 1$$

ENERGÍA

Es la capacidad que posee un cuerpo o un sistema de cuerpos para poder desarrollar actividad en la materia, o sea, para poder desarrollar un trabajo.

La energía está presente en la naturaleza bajo muchos aspectos diferentes y resulta evidente que la materia y la energía son fundamentalmente la misma cosa, o, por lo menos que la masa puede ser transformada en energía y la energía en masa.

De acuerdo con la teoría de la relatividad de "EINSTEIN" la cual ha venido a modificar la teoría "MEWTONIANA" de la gravitación universal, la relación entre la masa y la energía es la siguiente:

$$\text{ENERGÍA} = \text{MASA} \times (\text{velocidad de la luz})^2$$

$$E = m\, C^2$$

$$E = \frac{W_m \times C^2}{g_c}$$

Donde:

C = Velocidad de la luz

$$C = 299{,}860 \frac{Km}{seg}$$

Según lo anterior la energía de una masa en particular resulta ser muy grande, por ejemplo:

Una libra masa de materia es equivalente aproximadamente a 39×10^{12} B.T.U., pero esto no quiere decir que siempre sea posible convertir toda la masa de una substancia totalmente en energía.

Por ejemplo: Un reactor atómico, aproximadamente el 0.09% de la masa de un combustible nuclear es transformado en energía.

FORMAS DE LA ENERGÍA

En el estudio de termodinámica aplicado a la ingeniería, en ningún caso es necesario determinar la cantidad total de energía de un cuerpo o de un sistema, sino que únicamente se requiere conocer los cambios de la energía.

La energía de un sistema de cuerpos es resultado de la suma de las diferentes formas de energía de los cuerpos que constituyen el sistema, tales formas de energía son las siguientes:

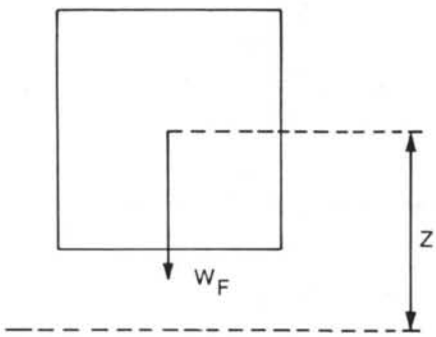
- Energía Mecánica (Potencial) _ E_p
- Energía Mecánica (Cinética) _ E_c
- Energía Interna _ U
  - a) Trabajo _ τ
  - b) Trabajo de Circulación ó Energía de Circulación _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ τ_c
  - c) Trabajo de Flujo ó Energía de Flujo _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ τ_f ó $(P \times V)$
- Energía Térmica ó Calor _ Q

ENERGÍA MÉCANICA POTENCIAL (E_p)

Es la energía que posee un cuerpo, debido a su posición o elevación, con respecto a un punto determinado.

Sus unidades son:

SISTEMA MÉTRICO	SISTEMA INGLÉS
$E_p = Kg \times m$	$E_p = Lb \times ft$



De la figura anterior tenemos:

$$E_p = W_F \times z \tag{1}$$

Pero:

$$W_F = \frac{W_m \times g}{gc} \tag{2}$$

Sustituyendo la ecuación 2 en la ecuación 1 tenemos:

$$\boxed{E_p = \frac{W_m \times g \times z}{g_c}}$$

Ecuación Dimensional:

$$E_p = Kgr \frac{\frac{m}{seg^2}}{\frac{Kgr \times m}{Kg \times seg^2}} \times m$$

$$\boxed{E_p = Kg \times m}$$

ENERGÍA MECÁNICA CINÉTICA (E_c)

Es la energía de un cuerpo en movimiento en virtud de su masa y de la velocidad que posee, o sea, debido a su cambio de posición o movimiento.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \qquad (1)$$

$$E_c = \frac{1}{2} W_m v^2 \qquad (2)$$

Pero:

$$m = \frac{F}{g}$$

$$W_m = \frac{W_F}{g} \qquad (3)$$

Sustituyendo la ecuación 3 en la ecuación 2 tenemos:

$$E_c = W_F \frac{v^2}{2g} \qquad (4)$$

Pero:

$$W_F = W^m \frac{g}{g_c} \qquad (5)$$

Sustituyendo la ecuación 5 en la 4 tenemos:

$$E_c = W^m \frac{g}{g_c} \times \frac{v^2}{2g}$$

$$\boxed{E_c = W_m \frac{v^2}{2g_c}}$$

Ecuación Dimensional:

$$E_c = Kgr \frac{\frac{m}{seg^2}}{\frac{Kgr \times m}{Kg \times seg^2}} \times m$$

$$\boxed{\begin{array}{l} E_c = Kg \times m \\ E_c = Lb \times ft \end{array}}$$

ENERGÍA INTERNA (U)

Es una forma de la energía que poseen las substancias en virtud de su actividad molecular. Se encuentra almacenada en los cuerpos debido a la actividad y configuración de sus moléculas y a la actividad de los átomos en las moléculas.

Se compone de:

- La energía interna cinética debida a la velocidad con que se mueven las moléculas y se manifiesta por la temperatura.
- La energía interna potencial debida a la disgregación molecular.

En el estudio de termodinámica no se requiere calcular la cantidad total de energía interna, sino únicamente las variaciones de energía interna.

$$\boxed{\Delta U = U_2 - U_1}$$

Sus unidades son:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Sistema Métrico: } U = \text{Kilocaloría} \\ \\ \text{Sistema Inglés: } U = \text{B.T.U.} \end{array}}$$

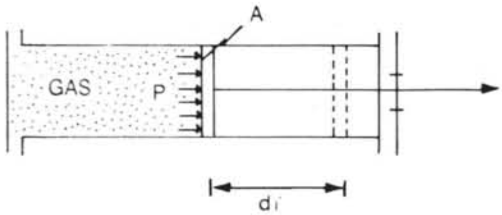
TRABAJO MECÁNICO

En los sistemas termoelásticos, o sea en los que se efectúan cambios de calor con el medio exterior y experimentan variaciones de volumen al variar su presión o temperatura, se consideran tres clases de trabajo mecánico los cuales son los siguientes:

a) El trabajo de expansión o de comprensión, o el trabajo de flecha o simplemente trabajo. (τ).
b) El trabajo de flujo o energía de flujo (τ_f).
c) El trabajo de circulación o energía de circulación (τ_c).

a) *TRABAJO* τ

Cuando una fuerza es aplicada a un cuerpo y lo desplaza un cierto espacio, realiza un trabajo, el cual será tanto mayor cuanto más extensa es la fuerza y mayor el espacio recorrido.



$$F = P \times A$$

$$A = \frac{dv}{dl} \quad \therefore$$

$$F = P\,\frac{dv}{dl}$$

$$d\tau = F\,dl$$

$$d\tau = P\,\frac{dv}{dl} \times dl$$

$$d\tau = P\,dv$$

$$\int_1^2 d\,t = \int_1^2 P\,dv$$

$$\boxed{\tau = \int_{v_1}^{v_2} P\,dv}$$

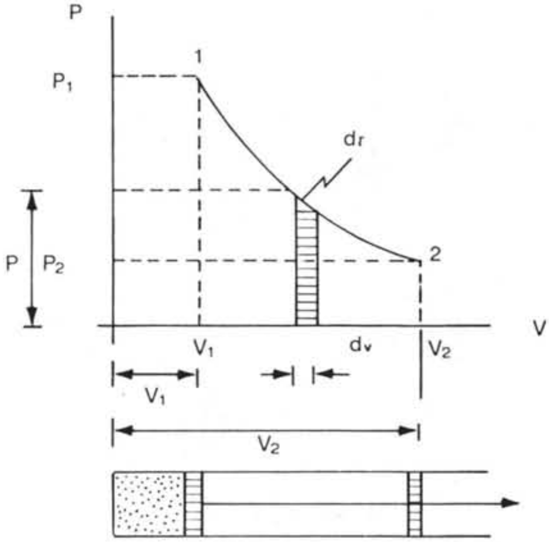
ECUACIÓN GENERAL PARA CALCULAR EL TRABAJO EN CUALQUIER PROCESO

Unidades:

$$\tau = \frac{Kg}{m^2} \times m^3$$

$\tau = Kg \times m$	Sistema Métrico
$\tau = Lb \times ft$	Sistema Inglés

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL TRABAJO



$$d\,\tau = P\,dv$$

$$\int_1^2 d\,\tau = \int_1^2 P\,dv$$

$$\tau_1^2 = \int_{v_1}^{v_2} P\,dv$$

En termodinámica el trabajo $\tau_1^2 = \int_{v_1}^{v_2} P\,dv$ se considera:

1.- *POSITIVO* (+): Cuando el trabajo lo efectúa el sistema contra el medio exterior.

2.- *NEGATIVO* (–): Cuando el trabajo lo recibe el sistema del medio exterior o sea lo efectua el MEDIO EXTERIOR CONTRA EL SISTEMA.

POTENCIA

La potencia es el trabajo desarrollado en la unidad de tiempo.

$$\boxed{N = \frac{\tau}{t}}$$

$$1 \text{ C.V.} = 75 \frac{\text{Kg m}}{\text{seg}} \quad \therefore$$

$$75 \frac{\frac{\text{Kg m}}{\text{seg}}}{\text{C.V.}}$$

$$1 \text{ H.P.} = 76 \frac{\text{Kg m}}{\text{seg}} \quad \therefore$$

$$76 \frac{\frac{\text{Kg m}}{\text{seg}}}{\text{H.P.}}$$

RELACIÓN ENTRE H.P. y C.V.

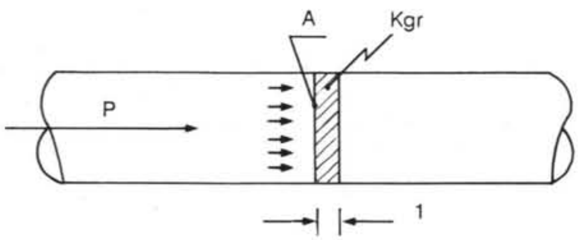
$$\frac{76}{75}\,\frac{\dfrac{\dfrac{\text{Kg m}}{\text{seg}}}{\text{H.P.}}}{\dfrac{\dfrac{\text{Kg m}}{\text{seg}}}{\text{C.V.}}} = 1.01333\,\frac{\text{C.V.}}{\text{H.P}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} 1\ \text{H.P.} &= 1.01333\ \text{C.V.} \\ 1\ \text{H.P.} &= 550\ \frac{\text{lb ft}}{\text{seg}} \\ 1\ \text{H.P.} &= 33000\ \frac{\text{Lb ft}}{\text{min}} \end{aligned}}$$

b) *ENERGÍA DE FLUJO O TRABAJO DE FLUJO* (τ_f) ó ($P \times V$)

Es el trabajo requerido para forzar a un fluido a entrar o salir de un aparato o sistema y es debido al desplazamiento del fluido.

Es la energía necesaria para mover una determinada masa de fluido a lo largo de cierto espacio.



$$\tau_f = F \times l\,;\ F = P \times A \qquad \therefore$$
$$\tau_f = P \times A \times l$$

Pero:

$$A \times 1 = V \qquad \therefore$$

$$\boxed{\tau_f = P \times V}$$

UNIDADES

Sistema Métrico	Kg × m
Sistema Inglés	Lb × ft

c) *ENERGÍA DE CIRCULACIÓN O TRABAJO DE CIRCULACIÓN* (τ_c)

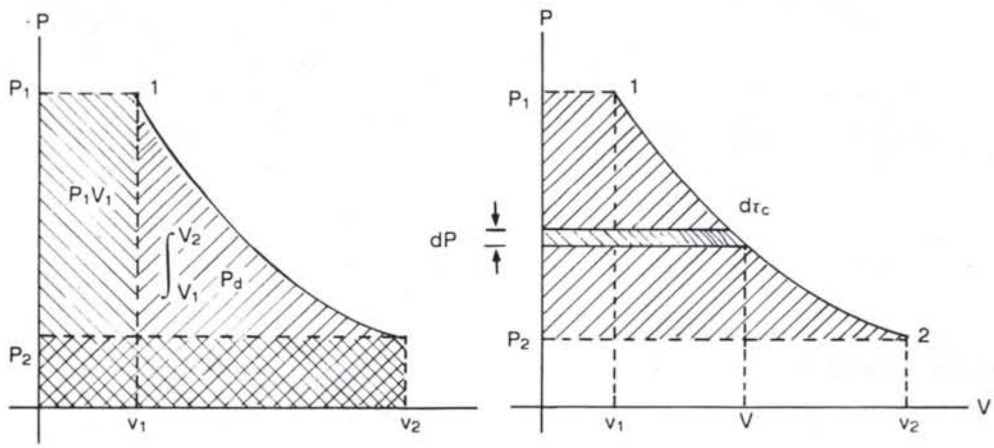
Esta forma de energía se presenta en los cuerpos o sistemas que operan con flujo uniforme y continuo (como en las turbinas de vapor, compresoras de aire, etc.), en las que además del trabajo de expansión, de comprensión o de flecha, interviene un trabajo que realiza la masa que circula.

El valor del trabajo de circulación (τ_c) es igual al trabajo mecánico (τ) MAS el trabajo de flujo (τ_f) que el fluido suministra al entrar al sistema, MENOS el trabajo de flujo (τ_f) que el sistema debe realizar para expulsar al fluido o sea al salir del sistema.

$$\tau_c = \tau_{f1} + \underset{\substack{\text{Expansión}\\ \text{o}\\ \text{Compresión}\\ \text{o}\\ \text{Flecha}}}{\tau} - \tau_{f2}$$

$$\boxed{\tau_c = P_1 V_1 + \int_{V_1}^{V_2} P\, dv - P_2 V_2}$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



$$\boxed{\tau_c = \int_{P_1}^{P_2} V\, dP}$$

$$d\,\tau_c = V\, dP$$

$$\tau_c = \int_{P_1}^{P_2} V\, dP$$

ENERGÍA TÉRMICA O CALOR (Q)

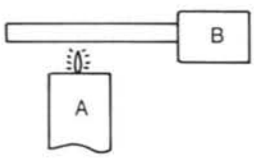
Todas las substancias están formadas por moléculas, las cuales están en constante movimiento. El calor de un cuerpo depende del movimiento vibratorio de dichas moléculas, el cual será mayor cuando el cuerpo se encuentre a mayor temperatura.

El calor es una forma de la energía y no debe confundirse su concepto con el de temperatura, la cual constituye uno de sus posibles efectos. PASA DE LOS CUERPOS O SISTEMAS QUE SE ENCUENTRAN A MAYOR TEMPERATURA, A LOS CUERPOS O SISTEMAS QUE SE ENCUENTRAN A MENOR TEMPERATURA, HASTA IGUALAR SUS TEMPERATURAS EN LO QUE ES CONOCIDO COMO "EQUILIBRIO TÉRMICO".

TRANSFERENCIA DE CALOR

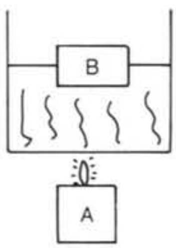
El calor puede ser transferido de los cuerpos de mayor temperatura a los de menor temperatura por:

1. Conducción (sólidos, líquidos o gaseosos)
2. Radiación (Ondas electromagnéticas)
3. Convección

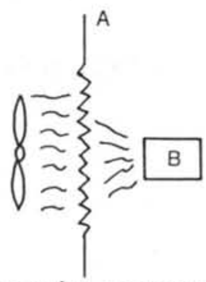


1. CONDUCCIÓN

2. RADIACIÓN



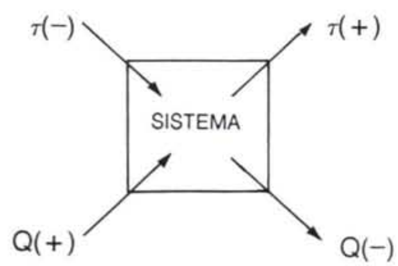
3. CONVECCIÓN NATURAL



3. CONVECCIÓN FORZADA

En termodinámica la cantidad de calor Q se considera:

1. POSITIVA (+): Cuando el calor es suministrado por el medio exterior al sistema o sea cuando lo recibe el sistema.
2. NEGATIVA (–): Cuando el calor es cedido por el sistema al medio exterior.



CAPACIDAD TÉRMICA

La capacidad térmica de una substancia es la cantidad de calor requerido para elevar 1° de temperatura a la unidad de masa de la substancia.

CALOR ESPECÍFICO (C)

El calor específico de una substancia es la relación entre la cantidad de calor requerido para elevar 1° de temperatura a la unidad de masa de dicha substancia y la cantidad de calor requerido para elevar la misma temperatura a la unidad de masa del agua.

Para propósitos de Ingeniería los valores de la capacidad térmica pueden considerarse numéricamente iguales a los del calor específico y se expresan en:

$$\frac{Kcal}{Kgr \times °C} = \frac{Kcal}{Kgr \times °K} = \frac{B.T.U.}{Lbr \times °F} = \frac{B.T.U.}{Lbr \times °R}$$

$$C = \frac{dQ}{W_m \times dt}$$

$$dQ = W_m \times C \times dt$$

$$Q = W_m \times \int_{T_1}^{T_2} C\, dt$$

$$\boxed{Q = W_m \times C\,(T_2 - T_1)} \qquad \boxed{Q = W_m \times C \times \Delta T}$$

Donde:

C = Calor Específico

UNIDADES DE CALOR

En el sistema Métrico se emplea la Caloría:

CALORÍA = Gramo Caloría = Pequeña Caloría

KCALORÍA = Kilogramo Caloría = Gran Caloría = K Cal.

En el sistema Inglés se emplea el B.T.U. (BRITISH THERMAL UNIT).

KCal. = Cantidad de calor que es necesario suministrar a 1 Kgr. de H_2O para aumentar su temperatura en 1°C a presión atmosférica Estándar.

1 KCal. = 1,000 Cal.

B.T.U. = Cantidad de calor necesario para elevar la temperatura de 1 Lbr. de H_2O en 1°F en condiciones atmosféricas estándar.

1 KCal. = 3.968 B.T.U.

Las diferentes formas de energía pueden expresarse específicamente, o sea, por cada unidad de masa del fluido.

1. *ENERGÍA POTENCIAL ESPECÍFICA*:

$$\frac{E_p}{W_m} = \frac{W_m \times g}{W_m\, g_c} \times z = \frac{W_m}{W_m}\ \frac{g}{g_c} \times z$$

$$\boxed{\frac{E_p}{W_m} = \frac{g}{g_c}\, z}$$

UNIDADES

SISTEMA MÉTRICO

$$\boxed{\frac{Kg \times m}{Kgr}}$$

SISTEMA INGLÉS

$$\boxed{\frac{Lb \times ft}{Lbr}}$$

2. *ENERGÍA CINÉTICA ESPECÍFICA*

$$\frac{E_c}{W_m} = \frac{W_m}{W_m} \times \frac{v^2}{2g_c}$$

$$\boxed{\frac{E_c}{W_m} = \frac{v^2}{2g_c}}$$

UNIDADES

SISTEMA MÉTRICO

$$\boxed{\frac{Kg \times m}{Kgr}}$$

SISTEMA INGLÉS

$$\boxed{\frac{Lb \times ft}{Lbr}}$$

3. *ENERGÍA INTERNA ESPECÍFICA*

$$\boxed{\frac{U}{W_m} = u}$$

UNIDADES

SISTEMA MÉTRICO

$$\boxed{\frac{Kcal}{Kgr}}$$

SISTEMA INGLÉS

$$\boxed{\frac{B.T.U.}{Lbr}}$$

4. *TRABAJO ESPECÍFICO*

$$\boxed{\frac{\tau}{W_m} = \tau}$$

UNIDADES

SISTEMA MÉTRICO

$$\boxed{\frac{Kg \times m}{Kgr}}$$

SISTEMA INGLÉS

$$\boxed{\frac{Lb \times ft}{Lbr}}$$

b) *TRABAJO DE FLUJO ESPECÍFICO*

$$\boxed{\frac{PV}{W_m} = P\overline{V}}$$

UNIDADES

SISTEMA MÉTRICO

$$\boxed{\frac{Kg \times m}{Kgr}}$$

SISTEMA INGLÉS

$$\boxed{\frac{Lb \times ft}{Lbr}}$$

c) *TRABAJO DE CIRCULACIÓN ESPECÍFICO*

$$\boxed{\frac{\tau}{W_m} = \bar{\tau}_c}$$

UNIDADES

SISTEMA MÉTRICO

$$\boxed{\frac{Kg \times m}{Kgr}}$$

SISTEMA INGLÉS

$$\boxed{\frac{Lb \times ft}{Lbr}}$$

5. *CALOR POR UNIDAD DE MASA O EN FORMA ESPECÍFICA*

$$\boxed{\frac{Q}{W_m} = q}$$

UNIDADES

SISTEMA MÉTRICO

$$\boxed{\frac{Kcal}{Kgr}}$$

SISTEMA INGLÉS

$$\boxed{\frac{B.T.U.}{Lbr}}$$

EQUIVALENTE MECÁNICO DEL CALOR (J)

A la relación entre la energía en forma de calor (una Kcal) y la energía en forma de trabajo mecánico (427 Kg × m) para producir el mismo cambio de temperatura en la unidad de masa del agua se le denomina EQUIVALENTE MECANICO DEL CALOR y se le designa por la letra "J".

$$1 \text{ Kcal} = 427 \text{ Kg} \times \text{m}$$

$$J = 427 \frac{Kg \times m}{Kcal}$$

$$A = \frac{1}{J} = \frac{1}{427} \frac{Kcal}{Kg \times m}$$

Donde:

A = EQUIVALENTE TÉRMICO DEL TRABAJO MECÁNICO

UNIDADES

SISTEMA INGLÉS

$$\boxed{J = 778 \frac{\text{Lb} \times \text{ft}}{\text{B.T.U.}}}$$

$$\boxed{\frac{1}{J} = \frac{1}{778} \frac{\text{B.T.U.}}{\text{Lb} \times \text{ft}}}$$

MÁQUINA TÉRMICA

Las máquinas térmicas tienen como propósito la conversión del calor en trabajo mecánico.

Se denominan máquinas térmicas o motores térmicos al conjunto de dispositivos y mecanismos mediante los cuales se obtiene un trabajo mecánico (τ), haciendo que un fluido recorra un ciclo periódico y suministrándole una cantidad de calor Q.

RENDIMIENTO TÉRMICO DE LA MÁQUINA TÉRMICA (ηt)

Se define como el trabajo neto desarrollado o entregado por la máquina, dividido entre el calor suministrado a ella, a partir de alguna fuente de temperatura elevada.

$$\eta t = \frac{\frac{\tau_n}{J}}{Q_s}$$

$$\boxed{\eta t = \frac{\tau_n}{J\,Q_s}}$$

Pero:

$$\frac{\tau_n}{J} = Q_s - Q_R$$

$$\eta t = \frac{Q_s - Q_R}{Q_s}$$

$$\boxed{\eta t = 1 - \frac{Q_s}{Q_R}}$$

CAPÍTULO II
PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA

CAPÍTULO II
PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA

Esta ley es una consecuencia del principio de la conservación de la energía y puede establecerse diciendo que:

"El calor puede ser transformado en trabajo mecánico, o, el trabajo mecánico puede ser transformado en calor, existiendo una relación constante entre la cantidad de calorías suministrada y el trabajo producido y viceversa".

Esta relación constante es el equivalente mecánico del calor "J"

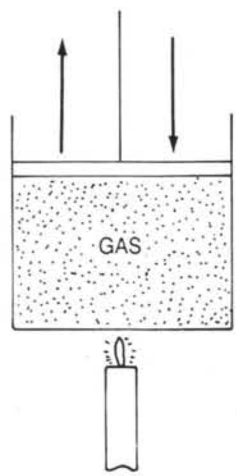
PROCESOS O TRANSFORMACIONES

Al cambiar un sistema de un estado a otro se dice que experimenta un proceso o una transformación.

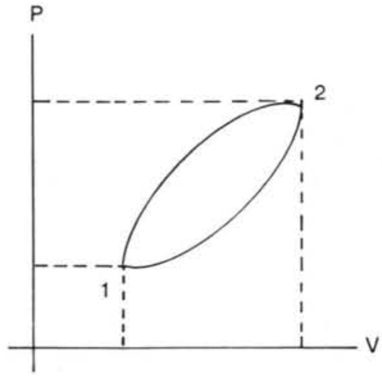
PROCESOS SIN FLUJO

Cuando durante un proceso, la cantidad de substancia o fluido no varía, o sea, que ninguna cantidad de fluido es añadido ni removido, ni tampoco se encuentra en movimiento al iniciarse o terminar el proceso se dice que se está efectuando un proceso sin flujo.

PROCESO SIN FLUJO CERRADO



REPRESENTACIÓN GRÁFICA



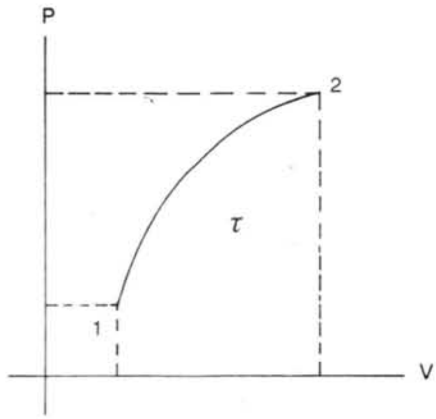
$$Q = \frac{\tau}{J}$$

$$q = \frac{\tau}{J}$$

Expresión de la Primera Ley de la Termodinámica en un proceso sin flujo cerrado.

PROCESO SIN FLUJO ABIERTO

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



$$Q = \frac{\tau}{J} + (U_2 - U_1)$$

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta u$$

$$q = \frac{\tau}{J} + (u_2 - u_1)$$

$$q = \frac{\tau}{J} + \Delta u$$

PROCESO CON FLUJO UNIFORME Y CONTINUO
(STEADY FLOW PROCESS)

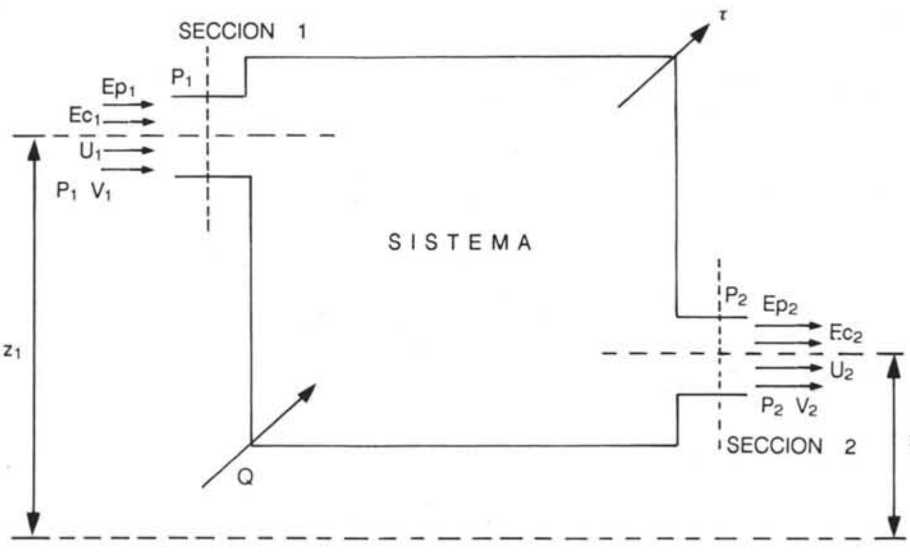
Es el proceso durante el cual uno o más fluidos circulan a través de un aparato o sistema, llenándose las siguientes condiciones:

1. El estado y la velocidad de cada fluido son uniformes y permanecen constantes en cada sección donde el fluido entra o sale del sistema.

2. El estado y la velocidad de los fluidos permanecen constantes en cada punto dentro del sistema o aparato, o bien, retornan periódicamente a los mismos valores.

3. Las cantidades de calor y de trabajo que entran o salen del sistema, permanecen constantes.

RELACIONES DE ENERGÍA EN UN PROCESO CON FLUJO UNIFORME



La aplicación de la Primera Ley de la Termodinámica en un proceso con flujo uniforme se expresará de acuerdo con la siguiente ecuación de continuidad de la energía:

$$\frac{E_{p.}}{J} + \frac{E_{c.}}{J} + U_1 + \frac{P_1 V_1}{J} + Q = \frac{E_{p.}}{J} + \frac{E_{c.}}{J} + U_2 + \frac{P_2 V_2}{J} + \frac{\tau}{J}$$

$$W_m \frac{g}{g_c}\frac{z_1}{J} + \frac{W_m \times V^2}{J \times 2g_c} + \underbrace{U_1 + \frac{P_1 V_1}{J}}_{H_1} + Q = W_m \frac{g}{g_c}\frac{z_2}{J} +$$

$$+ \frac{W_m \times V_2^2}{2g_c\, J} + \underbrace{U_2 + \frac{P_2 \times V_2}{J}}_{H_2} + \frac{\tau}{J} \qquad (1)$$

La ecuación anterior en forma específica sera:

Dividiendo entre la masa tenemos:

$$\frac{g}{g_c}\frac{z_1}{J} + \frac{V_1^2}{2g_c J} + u_1 + \frac{P_1\bar{V}_1}{J} + q = \frac{g}{g_c}\frac{z_2}{J} + $$

$$+ \frac{V_2^2}{2g_c J} + u_2 + \frac{P_2\bar{V}_2}{J} + \frac{\bar{\tau}}{J}.$$

ENTALPÍA H

La entalpía es una propiedad termodinámica que resulta de la suma de la energía interna más la energía o trabajo de flujo.

$$H = U + \frac{PV}{J}$$

En forma específica se tiene:

$$h = u + \frac{PV}{J}$$

UNIDADES

SISTEMA MÉTRICO

$$H = Kcal$$

$$h = \frac{Kcal}{Kgr}$$

SISTEMA INGLÉS

$$H = B.T.U.$$

$$h = \frac{B.T.U.}{Lbr}$$

$$h = \frac{H}{W_m}$$

GASES PERFECTOS

Gas perfecto o gas ideal es un gas hipotético cuyo comportamiento cumple exactamente con la Ley de "BOYLE-MARIOTTE" y las Leyes de "CHARLES GAY LUSSAC", además de cumplir con la Ley de "JOULE".

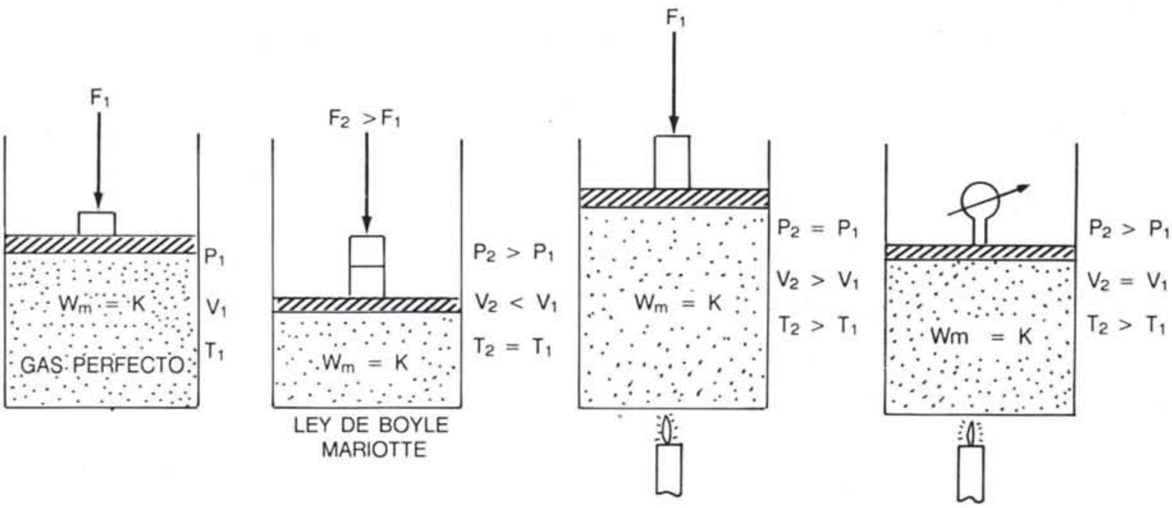
Ningún gas real obedece con exactitud estas leyes a todas las presiones, pero todos los gases las obedecen en forma aproximada a temperaturas relativamente altas, con respecto a la temperatura crítica del gas.

Gases reales son los que existen en la naturaleza y según sea su comportamiento con relación a las leyes de los gases perfectos, se aproximarán más o menos al estado del gas perfecto.

En cálculos de Termodinámica todos los gases son frecuentemente considerados como gases perfectos.

Un gas se define con las tres propiedades siguientes:

- Presión
- Volumen
- Temperatura



LEY DE BOYLE MARIOTTE

PRIMERA LEY DE GAY LUSSAC

SEGUNDA LEY DE GAY LUSSAC

PRIMERA LEY DE CHARLES GAY LUSSAC

Si la presión de una determinada cantidad de un gas permanece constante (Proceso Isobárico), su volumen variará directamente proporcional con las variaciones de la temperatura *Absoluta* y viceversa.

Cuando:

$$P_1 = P_2$$

o sea:

$$P = \text{Constante}$$

Si la $W_m = K$

$$\boxed{\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}}$$

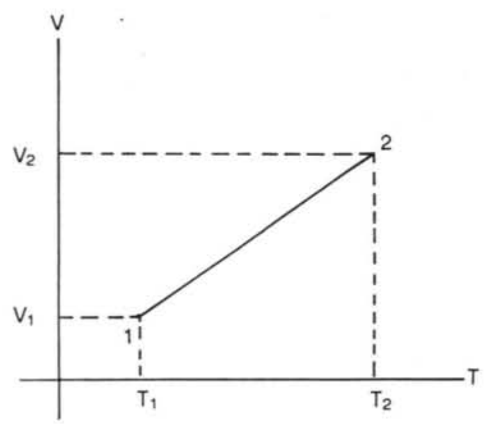
O sea:

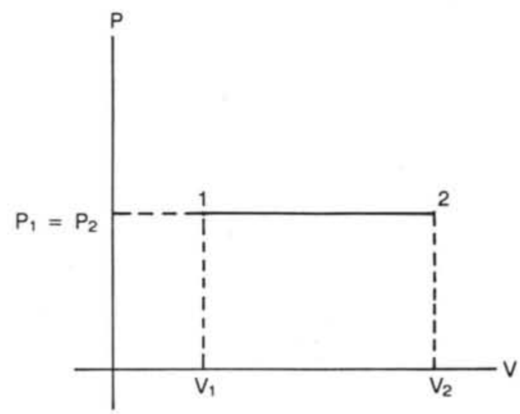
$$\frac{V}{T} = K$$

Donde:

T = Temperatura en grados absolutos

REPRESENTACIÓN GRÁFICA





SEGUNDA LEY DE CHARLES GAY LUSSAC

Si el volumen de una masa constante de gas, permanece constante (Proceso Isométrico), su *presión absoluta* variará directamente proporcional con las variaciones de la Temperatura Absoluta y viceversa.

Cuando:

$$V_1 = V_2$$

O sea:

$$V = \text{Constante}$$

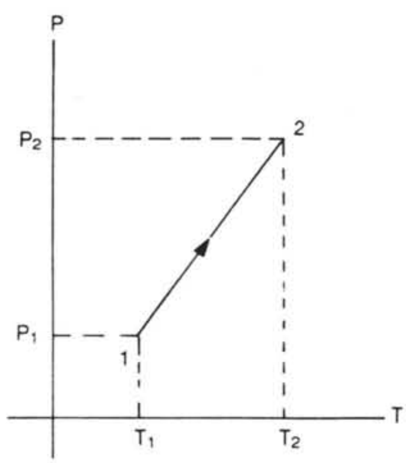
Si la masa $W_m = K$

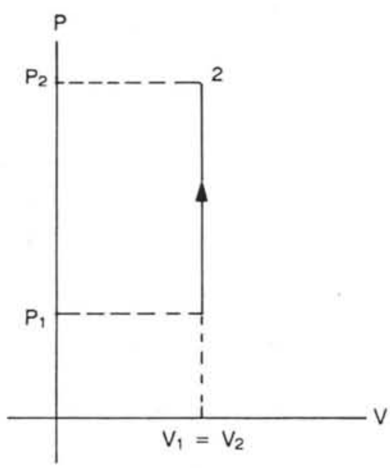
$$\boxed{\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}}$$

O sea:

$$\frac{P}{T} = K$$

PRESENTACIÓN GRÁFICA





LEY DE BOYLE MARIOTTE

Si la temperatura de una masa constante de gas, permanece constante (Proceso Isotérmico), su volumen variará inversamente proporcional con las variaciones de la *Presión Absoluta* y viceversa.

Cuando:

$$T_1 = T_2$$

O sea:

$$T = \text{Constante}$$

Si la masa $W_m = K$

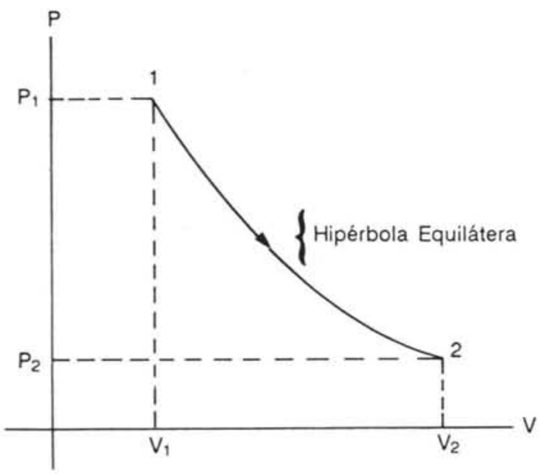
$$\boxed{P_1 V_1 = P_2 V_2}$$

O sea que:

$$PV = K$$

$$\boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}}$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



Ejemplo 13

Una masa de un gas ocupa un volumen de 30 m^3 cuando se encuentra a una temperatura de 24°C. Determínese el volumen que ocupará si la temperatura es abatida hasta alcanzar 0°C. Manteniendo constante la presión (Proceso Isobárico), represéntese gráficamente este proceso en diagramas V-T y P-V, desde el estado inicial hasta el estado final.

Datos:

$V_1 = 30\ m^3$
$t_1 = 24°C = 24 + 273 = 297°K$
$V_2 = ?$
$t_2 = 0°C = 0 + 273 + 273°K$
$P = K$

Fórmula

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Solución:

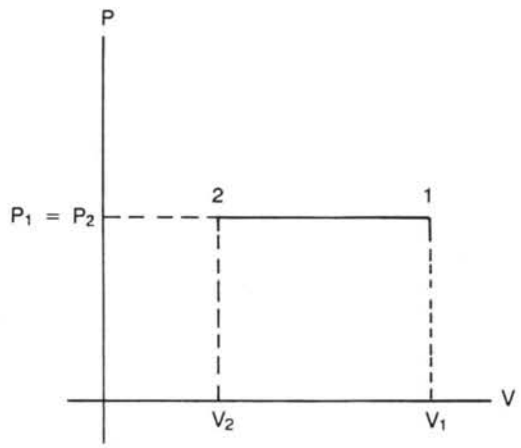
$$V_2 = \frac{V_1\,T_2}{T_1}$$

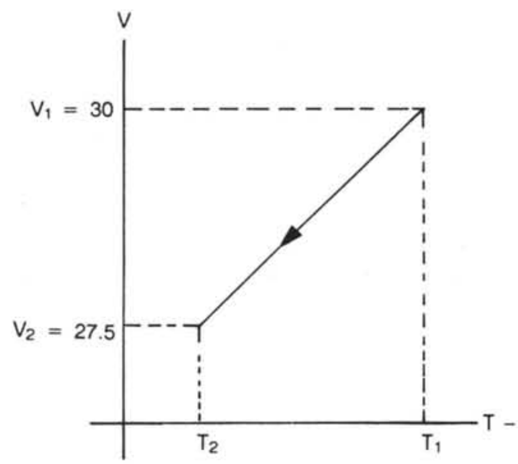
$$V_2 = \frac{30 \times 273}{297}$$

$$V_2 = \frac{8190}{297}$$

$$\underline{V_2 = 27.575\ m^3}$$

Representación Gráfica





Ejemplo 14

La temperatura de una masa de aire permanece constante (Proceso Isotérmico), mientras que la presión es aumentada desde 15 Lb/pulg^2 absolutas hasta 255.3 Lb/pulg^2 manométricas. Si el volumen inicial es de 4.8 ft^3, determínese el volumen final conociendo que este proceso se efectúa al nivel del mar. Represéntese gráficamente todo el proceso en un diagrama P-V.

Datos:

$$T = K$$

$$P_1 = 15 \ \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \ \text{ABS.}$$

$$P_2 = 255.3 \ \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \ \text{MAN.}$$

$$V_1 = 4.8 \ \text{ft}^3$$

$$V_2 = ?$$

$$P_{BAR} = 14.6959 \ \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \ \text{ABS} \approx 14.7 \ \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \ \text{ABS.}$$

Fórmulas

$$P_{ABS} = P_{MAN} + P_{BAR.} \qquad (1)$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \qquad (2)$$

De la fórmula 1 tenemos:

$$P_2 = 255.3 + 14.7$$

$$P_2 = 270 \ \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2}$$

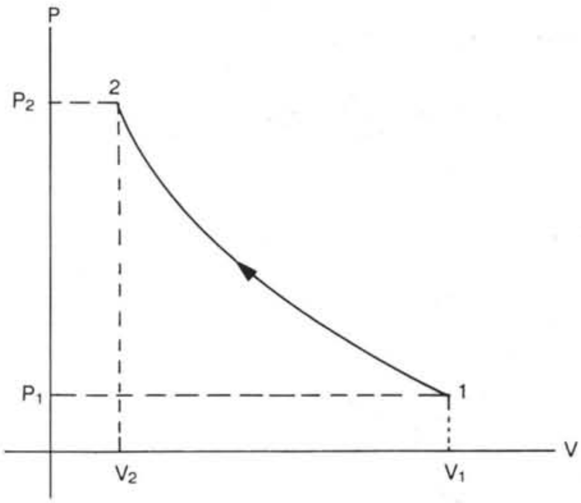
De la fórmula 2 tenemos:

$$V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2}$$

$$V_2 = \frac{15 \times 4.8}{270}$$

$$\underline{V_2 = 0.266 \ \text{ft}^3}$$

Representación Gráfica



Ejemplo 15

En el interior de un recipiente metálico herméticamente cerrado, que tiene 15 ft^3 de volumen, se tiene una masa de oxígeno. Si por medio de un termómetro se determina que se encuentra a una temperatura de 75°F y un manómetro nos indica 0.45 $Lb/pulg^2$. Si este proceso se efectúa al nivel del mar, ¿que presión nos indicará el manómetro al final del proceso si la temperatura final del oxígeno es de 100°F.

Represéntese gráficamente el proceso en diagramas P-V y P-T.

Datos:

$V = 15\ ft^3 = K$
$t_1 = 75°F \ \therefore\ T_1 = 75 + 460$
$T_1 = 535°R$
$P_1 = 0.45\ Lb/pulg^2$
$t_2 = 100°F \ \therefore\ T_2 = 100 + 460$
$T_2 = 560°R$
$P_{Bar.} = 14.7\ Lb/pulg^2$

Fórmulas

$$P_{ABS.} = P_{MAN} + P_{BAR.} \qquad (1)$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \qquad (2)$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$P_{ABS} = 0.45 + 14.7$$

$$P_{ABS} = 15.15 \frac{Lb}{pulg^2} \text{ ABS.}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$P_2 = \frac{P_1 T_2}{T_1}$$

$$P_2 = \frac{15.15 \times 560}{535}$$

$$P_2 = \frac{8,484}{535}$$

$$\underline{P_2 = 15.857 \frac{Lb}{pulg^2} \text{ABS.}}$$

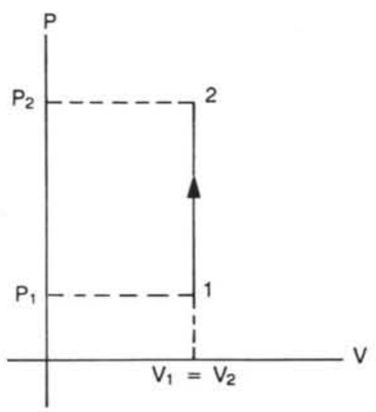
De la fórmula 1 tenemos:

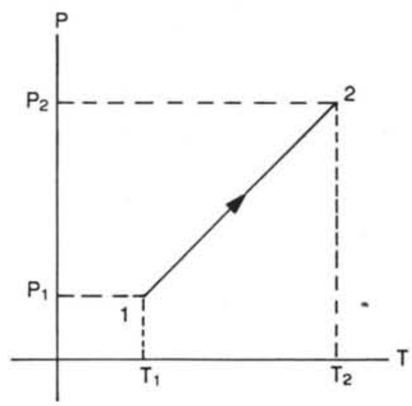
$$P_{MAN} = P_{ABS} - P_{BAR}$$

$$P_{MAN} = 15.857 - 14.7$$

$$\underline{P_{MAN} = 1.157 \frac{Lb}{pulg^2}}$$

Representación Gráfica:





Ejemplo 16

En un lugar situado al nivel del mar, una llanta de automóvil contiene un determinado volumen de aire, a una presión manométrica de 28 Lb/pulg^2 MAN. y temperatura de 80°F. Debido al recorrido del auto desde dicho lugar hasta la Cd. de México, D.F., la temperatura del aire contenido en la llanta se eleva hasta 50°C. En estas condiciones, determine la lectura que indicará un manómetro graduado en Lb/pulg^2, colocado en la válvula de la llanta y que lectura indicará otro graduado en Kg/cm^2. Supóngase que la llanta no sufre ninguna dilatación y represéntese gráficamente el proceso en diagramas P-V y P-T.

Datos:

$P_1 = 28$ Lb/pulg^2 MAN
$t_1 = 80°F$
$t_2 = 50°C$
$P_2 = ?$ Lb/pulg^2
$P_2 = ?$ Kg/cm^2
$V = K$
$P_{BAR} = 14.7$ Lb/pulg^2 al N.M.
$P_{BAR} = 11.3114$ Lb/pulg^2 Cd. México, D.F.
$P_{BAR} = 0.795$ Kg/cm^2 Cd. México, D.F.

Fórmulas

$$P_{ABS} = P_{BAR} + P_{MAN} \qquad (1)$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \qquad (2)$$

$$t°F = 1.8\ °C + 32 \qquad (3)$$

$$T = t\ °F + 460 \qquad (4)$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$P_{ABS} = 14.7 + 28$$

$$\underline{P_{ABS1} = 42.7 \text{ Lb/pulg}^2}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$T_1 = 80 + 460$$

$$\underline{T_1 = 540°R}$$

De las fórmulas 3 y 4 tenemos:

$$t_2\ °F = 1.8 \times 50 + 32$$

$$t_2 = 122°F$$

$$T_2 = 122 + 460$$

$$\underline{T_2 = 582°R}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$P_2 = \frac{P_1 T_2}{T_1}$$

$$P_2 = \frac{42.7 \times 582}{540}$$

$$\underline{P_2 = 46.021 \text{ Lb/pulg}^2 \text{ ABS.}}$$

De la fórmula 1 tenemos:

$$P_{MAN} = P_{ABS} - P_{BAR}$$

$$P_{2MAN} = 46.021 - 11.3114$$

$$\underline{P_{2MAN} = 34.7096 \text{ Lb/pulg}^2 \text{ MAN.}}$$

En la Ciudad de México, la presión en Kg/cm² será:

$$P_{BAR} = P_{ABS} - P_{MAN}$$

$$P_{BAR} = 46.021 - 34.7096$$

$$P_{BAR} = 11.3114 \text{ Lb/pulg}_2 \quad \therefore$$

$$\frac{11.3114}{14.7} = \frac{x}{1.033}$$

$$x = \frac{1.033 \times 11.3114}{14.7}$$

$$\underline{x = 0.795 \text{ Kg/cm}^2}$$

$$\frac{46.021}{14.7} = \frac{x}{1.033}$$

$$x = \frac{46.021 \times 1.033}{14.7}$$

$$x = 3.233$$

$$\underline{P_{ABS} = 3.233 \text{ Kg/cm}^2 \text{ ABS}}$$

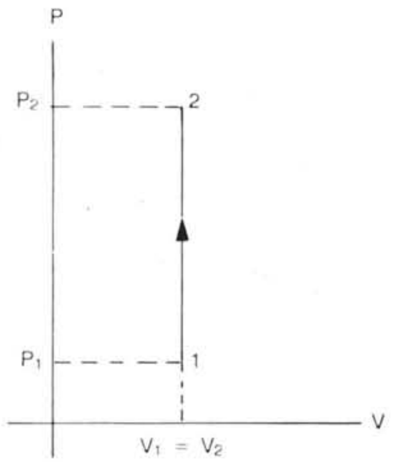
De la fórmula 1 tenemos:

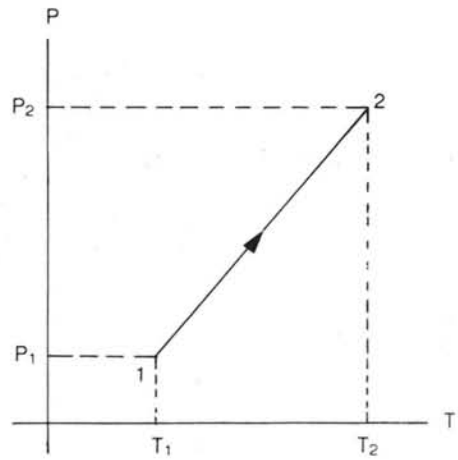
$$P_{MAN} = P_{ABS} - P_{BAR}$$

$$P_{MAN} = 3.233 - 0.795$$

$$\underline{P_{MAN} = 2.438 \text{ Kg/cm}^2}$$

Representación Gráfica:

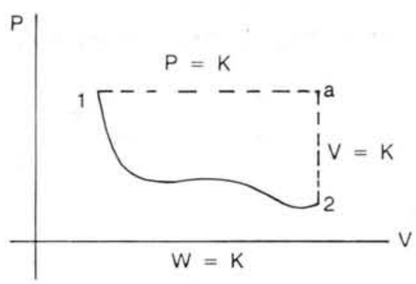




ECUACIÓN DE ESTADO DE LOS GASES PERFECTOS

La ecuación de estado de una substancia es aquella que relaciona tres de sus propiedades, como por ejemplo: La presión en función de la temperatura y el volumen.

Puede obtenerse una relación entre P, V y T de un gas perfecto, combinando las tres Leyes anteriores de los gases perfectos.



De la gráfica anterior tenemos que:

$$Pa = P_1$$

$$Va = V_2 \quad \therefore$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_a}{T_a} \qquad \text{de donde:}$$

$$T_a = \frac{V_a T_1}{V_1} \qquad (1)$$

Desde "a" hasta "2" tenemos:

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_a}{T_a} \quad \therefore$$

$$T_a = \frac{P_a T_2}{P_2} \tag{2}$$

De la ecuación 1 tenemos:

$$T_a = \frac{V_a T_1}{V_1}$$

Pero:

$$V_a = V_2 \quad \therefore$$

$$T_a = \frac{V_2}{V_1} T_1 \tag{1'}$$

De la ecuación 2 tenemos:

$$Ta = \frac{P_a}{P_2} T_2$$

Pero:

$$P_a = P_1 \quad \therefore$$

$$T_a = \frac{P_1}{P_2} T_2 \tag{2'}$$

Igualando los segundos miembros de las ecuaciones 1' y 2' obtenemos:

$$\frac{V_2}{V_1} T_1 = \frac{P_1}{P_2} T_2$$

Simplificando tenemos:

$$\boxed{\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}}$$ "ECUACIÓN DE TRAYECTORIA"

Si:

$$V = K$$

O sea:

$V_1 = V_2$ (Proceso Isométrico) tenemos:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Si:

$$T = K$$

O sea:

$T_1 = T_2$ (Proceso Isotérmico) tenemos:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

Dividiendo entre W la ecuación de trayectoria tenemos:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1 W} = \frac{P_2 V_2}{T_2 W} = \frac{P_3 V_3}{T_3 W} = R \qquad \text{(A)}$$

Sabemos que el volumen específico es igual a:

$$\bar{V} = \frac{V}{W}$$

Por lo que la ecuación "A" quedará en la siguiente forma:

$$\boxed{\frac{P_1 \bar{V}_1}{T_1} = \frac{P_2 \bar{V}_2}{T_2} = \frac{P_3 \bar{V}_3}{T_3} = \frac{P_n \bar{V}_n}{T_n} = R} \qquad \text{(B)}$$

Donde:

R = Constante Específica de un gas, conocida también como "*CONSTANTE DEL GAS*"

La constante R depende de la naturaleza del gas y del sistema de unidades que se empleen.

Para cada gas hay una "CONSTANTE ESPECÍFICA R".

De la ecuación B tenemos:

$$\boxed{\frac{P\bar{V}}{T} = R} \qquad \text{(C)}$$

Pero:

$$V = \frac{V}{W}$$

Si la ecuación "C" la multiplicamos por "W" y substituimos el valor de $\bar{V}$ tenemos:

$$\frac{P\,V}{T\,W} \times W = WR$$

$$\boxed{\frac{P\,V}{T} = WR} \qquad \text{(D)}$$

Siendo las ecuaciones "C" y "D" las ecuaciones características de los gases perfectos. (Ley de los Gases Perfectos).

El valor de la constante "R" para cada gas, puede ser determinada mediante observaciones experimentales de los valores simultáneos de la presión, el volumen específico y la temperatura para cada gas.

Ejemplo 17

Una determinada masa de gas ocupa un volumen de 15 m³ y se encuentra a una temperatura de 30°C y a una presión de 8 Kg/cm² ABS., si la presión del gas es aumentada hasta alcanzar un valor de 27 Kg/cm² ABS., y al mismo tiempo es calentado hasta alcanzar una temperatura de 120°C, determinar el volumen final expresado en m³.

Datos:

$$V_1 = 15 \text{ m}^3$$
$$t_1 = 30°C$$
$$P_1 = 8 \text{ Kg/cm}^2 \text{ ABS.}$$
$$P_2 = 27 \text{ Kg/cm}^2 \text{ ABS.}$$
$$t_2 = 120°C$$
$$V_2 = ?$$

Fórmulas

$$T = t\,°C + 273 \qquad (1)$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \qquad (2)$$

Solución:

De la fórmula No. 1 tenemos:

$$T_1 = 30 + 273$$
$$T_1 = 303°K$$
$$T_2 = 120 + 273$$
$$T_2 = 393°K$$

De la fórmula No. 2 tenemos:

$$V_2 = \frac{P_1 V_1 T_2}{T_1 P_2}$$

$$V_2 = \frac{8 \times 15 \times 393}{303 \times 27}$$

$$V_2 = \frac{47160}{8181}$$

$$\underline{V_2 = 5.764 \text{ m}^3}$$

Ejemplo 18

Cinco kilogramos de aire se encuentran a las siguientes condiciones iniciales: $P_1 = 8$ Kg/cm^2, $t_1 = 115°C$. Este aire sufre una expansión hasta alcanzar tres veces su volumen inicial y tener una temperatura de 35°C.

Determínese las propiedades iniciales y finales faltantes.

Datos:

Aire:

$$R = 29.27 \frac{Kg\ m}{Kgr\ °K}$$

$$P_1 = 8\ Kg/cm^2 = 80{,}000\ Kg/m^2$$

$$w = 5\ Kgr.$$

$$t_1 = 115°C$$

$$3V_1 = V_2$$

$$t_2 = 35°C$$

$$V_1 = ?$$

$$V_2 = ?$$

$$P_2 = ?$$

Fórmulas

$$T = t\ °C + 273 \quad (1)$$

$$\frac{PV}{T} = R\ w \quad (2)$$

Solución:

De la fórmula No. 1 tenemos:

$$T_1 = 115 + 273$$

$$\underline{T_1 = 388\ °K}$$

$$T_2 = 35 + 273$$

$$\underline{T_2 = 308\ °K}$$

De la fórmula No. 2 tenemos:

$$V_1 = \frac{R\,w\,T_1}{P_1}$$

$$V_1 = \frac{29.27\,\frac{Kg\,m}{Kgr^{\circ}} \times 5kgr \times 388\,^{\circ}K}{80{,}000\,\frac{Kg}{m^2}}$$

$$\underline{V_1 = 0.709\ m^3}$$

Si sabemos que:

$$3V_1 = V_2$$

Tenemos:

$$V_2 = 3 \times 0.709$$

$$\underline{V_2 = 2.127\ m^3}$$

De la fórmula No. 2 tenemos:

$$P_2 = \frac{w\,R\,T_2}{V_2}$$

$$P_2 = \frac{5\ Kgr \times 29.27\frac{Kg\,m}{Kgr\,^{\circ}K} \times 308\,^{\circ}K}{2.127m^3}$$

$$P_2 = 21{,}192.196\ Kg/m^2$$

$$P_2 = \frac{21{,}192.196\,\frac{Kg}{m^2}}{10{,}000\,\frac{cm^2}{m^2}}$$

$$\underline{P_2 = 2.1192\ \frac{Kg}{cm^2}}$$

VALORES DE LA CONSTANTE R DE LOS GASES PERFECTOS

GAS	$\frac{Kg \times m}{Kgr \times {}^{\circ}K}$	$\frac{Lb \times ft}{Lbr \times {}^{\circ}R}$
AIRE	29.27	53.342
AMONÍACO (NH_3)	49.79	90.730
ANHÍDRIDO SULFUROSO (SO_2)	13.24	24.120
HELIO (He)	212.00	386.400
HIDRÓGENO (H_2)	420.60	766.540
MONÓXIDO DE CARBONO (CO)	30.29	55.170
NITRÓGENO (N_2)	30.26	55.158
OXÍGENO (O_2)	26.50	48.291
VAPOR DE AGUA (H_2O)	42.14	85.770
ACETILENO (C_2H_2)	32.59	59.350
ANHÍDRIDO CARBÓNICO (Co_2)	19.27	35.110

Ejemplo 19

Un recipiente cerrado "A" con un volumen de 5 ft^3, contiene aire a una presión de 550 Lb/pulg^2 ABS. y una temperatura de 150°F. Otro recipiente "B" de volumen desconocido, también contiene aire a una presión de 20 Lb/pulg^2 ABS., y a una temperatura de 60°F. Ambos recipientes están conectados entre sí por una tubería de volumen despreciable, que tiene una válvula en POSICION cerrada.

Si se abre la válvula, se mezclan las dos masas de aire y se puede determinar una presión resultante de 180 Lb/pulg^2 ABS. y una temperatura resultante de 80°F. Determine el volumen del recipiente B.

Datos:

Aire

$V_A = 5 \text{ ft}^3$

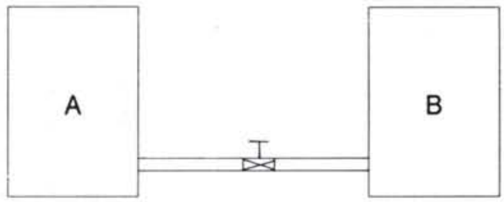
$P_A = 550 \text{ Lb/pulg}^2 \text{ ABS.}$

$t_A = 150°F$

$P_B = 20 \text{ Lb/pulg}_2 \text{ ABS.}$

$t_B = 60°F$

$V_B = ?$



Con válvula abierta:

$P_r = 180 \text{ Lb/pulg}^2 \text{ ABS.}$

$t_r = 80°F$

Fórmulas

$$T = t\,°F + 460 \quad (1)$$

$$W_r = W_A + W_B \quad (2)$$

$$V_r = V_A + V_B \quad (3)$$

$$W_r = \frac{P_r V_r}{T_r R} \quad (4)$$

$$W_A = \frac{P_A V_A}{T_A R} \quad (5)$$

$$W_B = \frac{P_B V_B}{T_B R} \quad (6)$$

Solución:

De la fórmula No. 1 tenemos:

$T_A = 150 + 460$

$T_A = 610\ °R$

$T_B = 60 + 460$

$T_B = 520\ °R$

$T_r = 80 + 460$

$T_r = 540\ °R$

Sustituyendo las fórmulas 4, 5 y 6 en la fórmula 2 tenemos:

$$\frac{P_r V_r}{T_r R} = \frac{P_A V_A}{T_A R} + \frac{P_B V_B}{T_B R}$$

Si sabemos que $V_r = V_A + V_B$ (Fórmula 3) tenemos:

$$\frac{P_r (V_A + V_B)}{T_r} = \frac{P_A V_A}{T_A} + \frac{P_B V_B}{T_B}$$

Desarrollando y simplificando esta ecuación tenemos:

$$\frac{P_r V_A + P_r V_B}{T_r} = \frac{P_A V_A}{T_A} + \frac{P_B V_B}{T_B}$$

$$\frac{P_r V_B}{T_r} - \frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_A V_A}{T_A} - \frac{P_r V_A}{T_r}$$

$$V_B \left(\frac{P_r}{T_r} - \frac{P_B}{T_B}\right) = V_A \left(\frac{P_A}{T_A} - \frac{P_r}{T_r}\right)$$

$$V_B \left(\frac{P_r T_B - P_B T_r}{T_r T_B}\right) = V_A \left(\frac{P_A T_r - P_r T_A}{T_A T_r}\right)$$

$$V_B = \frac{\dfrac{(P_A T_r - P_r T_A)}{V_A \quad T_A T_r}}{\dfrac{P_r T_B - P_B T_r}{T_r T_B}}$$

$$V_B = \frac{T_r T_B (P_A T_r - P_r T_A) V_A}{T_r T_A (P_r T_B - P_B T_r)}$$

$$V_B = \frac{V_A T_B (P_A T_r - P_r T_A)}{T_A (P_r T_B - P_B T_r)}$$

Substituyendo valores tenemos:

$$V_B = \frac{5\ \text{ft}^3 \times 520\ °\text{R}(550\ \dfrac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 540\ °\text{R} - 180\ \dfrac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 610\ °\text{R})}{610\ °\text{R}\ (180\ \dfrac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 520\ °\text{R} - 20 \dfrac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 540\ °\text{R})}$$

$$V_B = 2{,}600\ \frac{(297{,}000 - 109{,}800)}{610\ (93{,}600 - 10{,}800)}$$

$$V_B = \frac{2{,}600\ (187{,}200)}{610\ (82{,}800)}$$

$$V_B = \frac{486{,}720{,}000}{50{,}508{,}000}$$

$$\underline{V_B = 9.636\ \text{ft}^3}$$

Ejemplo 20

Una botella cilíndrica de 8 pulgadas de diámetro y 44 pulgadas de altura contiene acetileno (C_2H_2) a 300 Lb/pulg^2 ABS. y 80°F.

Determínese:

a) La masa de acetileno contenido en la botella.

b) Si después de que cierta cantidad de acetileno ha sido usada y se observa que la presión en la botella disminuye hasta 250 Lb/pulg^2 ABS. y la temperatura hasta 70°F, determínese la masa de acetileno que queda en el tanque.

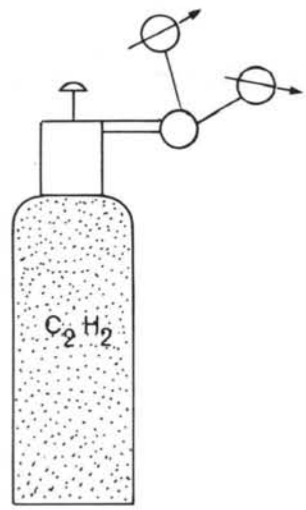
c) Determínese la masa de acetileno usado.

d) Determínese el volumen que ocuparía el acetileno usado si pudiera someterse a una presión de 14.7 Lb/pulg^2 ABS. y 60°F de temperatura (acetileno libre)

Datos:

$D = 8$ pulgadas
$h = 44$ pulgadas
C_2H_2 (acetileno)
$R = 59.350 \dfrac{\text{Lb ft}}{\text{Lbr °R}}$
$P_1 = 300$ Lb/pulg^2 ABS.
$t_1 = 80°F$
$P_2 = 250$ Lb/pulg^2 ABS.
$t_2 = 70°F$
$P_3 = 14.7$ Lb/pulg^2 ABS.
$t_3 = 60°F$

a) $W_1 = ?$
b) $W_2 = ?$
c) $W_3 = W_1 - W_2$
d) $V_3 = ?$



Fórmulas

$$T = t\,°F + 460 \quad (1)$$
$$V = r^2\, h\, \pi \quad (2)$$
$$\frac{PV}{T} = WR \quad (3)$$

Solución:

De la fórmula No. 1 tenemos:

$T_1 = 80 + 460$

$T_1 = 540°R$

$T_2 = 70 + 460$

$T_2 = 530°R$

$T_3 = 60 + 460$

$T_3 = 520°R$

De la fórmula No. 2 tenemos:

$$V_1 = 3.1416 \times 16 \text{ pulg}^2 \times 44 \text{ pulg.}$$
$$\underline{V_1 = 2211.686 \text{ pulg}^3}$$

Si sabemos que:

$$1 \text{ ft}^3 = 1728 \text{ pulg}^3$$

Tenemos:

$$V_1 = \frac{2211.686 \text{ pulg}^3}{1728 \dfrac{\text{pulg}^3}{\text{ft}^3}}$$

$$\underline{V_1 = 1.279 \text{ ft}^3}$$

a) De la fórmula No. 3 tenemos:

$$W_1 = \frac{P_1 \; V_1}{T_1 \; R}$$

$$W_1 = \frac{300 \text{ Lb/pulg}^2 \times 144 \text{ pulg}^2/\text{ft}^2 \times 1.279 \text{ ft}^3}{540 \text{ °R} \times 59.350 \dfrac{\text{Lb ft}}{\text{Lbr °R}}}$$

$$W_1 = \frac{55252.8}{32049}$$

$$W_1 = 1.724 \text{ Lbr.}$$

De la fórmula No. 3 tenemos:

$$W_2 = \frac{P_2 \, V_2}{T_2 \, R}$$

$$W_2 = \frac{250 \text{ Lb/pulg}^2 \times 144 \text{ pulg}^2/\text{ft}^2 \times 1.279 \text{ ft}^3}{530 \text{ °R} \times 59.350 \dfrac{\text{Lb ft}}{\text{Lbr °R}}}$$

$$W_2 = \frac{46044}{31455.5}$$

$$\underline{W_2 = 1.463 \text{ Lbr.}}$$

c) $W_3 = W_1 - W_2$

$$W_3 = 1.724 - 1.463$$

$$\underline{W_3 = 0.261 \text{ Lbr.}}$$

d) De la fórmula No. 3 tenemos:

$$\frac{P_3 V_3}{T_3} = WR$$

$$V_3 = \frac{W_3 R T_3}{P_3}$$

$$V_3 = \frac{0.261 \text{ Lbr} \times 59.350 \frac{\text{Lb ft}}{\text{Lbr °R}} \times 520 \text{ °R}}{14.7 \text{ Lb/pulg}^2 \times 144 \text{ pulg}^2/\text{ft}^2}$$

$$V_3 = \frac{8054.982}{2116.8}$$

$$\underline{V_3 = 3.805 \text{ ft}^3}$$

Ejemplo 21

En un tanque cilíndrico vertical herméticamente cerrado, cuya altura es el triple de su diámetro, se tienen 8 Lbr. de nitrógeno sometidas a una presión de 80 Lb/pulg^2 MAN., y a una temperatura de 80°F en un lugar localizado al nivel del mar.

a) Determínese la altura y el diámetro del tanque expresados en pies.

b) Determínese la temperatura en °F que deberá alcanzar el nitrógeno contenido en el tanque para elevar su presión hasta 120 Lb/pulg^2 MAN.

Datos:

Nitrógeno al nivel del mar:

$$R = 55.158 \frac{\text{Lb ft}}{\text{Lbr °R}}$$

$$V_1 = V_2$$

$$h = 3D$$

$$W = 8 \text{ Lbr.}$$

$$P_1 = 80 \text{ Lb/pulg}^2 \text{ MAN.}$$

$$t_1 = 80\text{°F}$$

$$P_2 = 120 \text{ Lb/pulg}^2 \text{ MAN.}$$

Fórmulas

$$P_{ABS} = P_{BAR} + P_{MAN} \qquad (1)$$

$$\frac{P V}{T} = WR \qquad (2)$$

$$V = r^2 h \pi \qquad (3)$$

$$T = t \text{ °F} + 460 \qquad (4)$$

Solución:

De la fórmula No. 1 tenemos:

$$P_1 = 80 + 14.7$$

$$\underline{P_1 = 94.7 \ \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \ \text{ABS}}$$

$$P_2 = 120 + 14.7$$

$$\underline{P_2 = 134.7 \ \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \ \text{ABS.}}$$

De la fórmula No. 4 tenemos:

$$T_1 = 80 + 460$$

$$\underline{T_1 = 540°\text{R}}$$

a) De la fórmula No. 2 tenemos:

$$V_1 = \frac{W\,R\,T_1}{P_1}$$

$$V_1 = \frac{8 \text{ Lbr} \times 55.158 \ \frac{\text{Lb ft}}{\text{Lbr °R}} \times 540 \text{ °R}}{94.7 \ \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 144 \ \frac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2}}$$

$$V_1 = \frac{238282}{13636.8}$$

$$\underline{V_1 = 17.473 \text{ ft}^3}$$

De la fórmula No. 3 tenemos:

$$V = \pi r^2 h$$

Pero:

$$h = 3D \text{ y } D = 2r$$
$$h = 6r$$
$$V = \pi r^2 \times 6r$$
$$V = 6 \pi r^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{V}{6 \pi}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{17.473 \text{ ft}^3}{6 \pi}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{17.473}{18.8496}}$$

$$r = \sqrt[3]{0.9269692}$$

$$\underline{r = 0.9759385 \text{ ft}}$$

Como:

$$D = 2\ r$$
$$h = 6\ r$$

Tenemos:

$$D = 0.9759385 \times 2$$

$$\underline{D = 1.950\ ft}$$

$$h = 6 \times 0.9759385$$

$$\underline{h = 5.850\ ft}$$

b) De la fórmula No. 2 tenemos:

$$T_2 = \frac{P_2\,T_2}{WR}$$

$$T_2 = \frac{134.7\ \frac{Lb}{pulg^2} \times 17.473\ ft^3 \times 144\ \frac{pulg^2}{ft^2}}{8\ Lbr \times 55.158\ \frac{Lb\ ft}{Lbr\ °R}}$$

$$T_2 = \frac{338920.29}{441.264}$$

$$\underline{T_2 = 768.066\ °R}$$

De la fórmula No. 4 tenemos:

$$t\ °F = T_2 - 460$$
$$t\ °F = 768.066 - 460$$
$$\underline{t_2\ °F = 308.066\ °F}$$

La cantidad de masa de una substancia también puede expresarse en "MOLS".

MOL

"Se denomina Mol de una substancia a la cantidad de dicha substancia que tiene un número de unidades de masa igual al peso molecular de la substancia".

$$W = \text{Masa (Kgr ó Lbr)}$$

$$M = \text{Peso Molecular} \left(\frac{Kgr}{mol.Kgr} \text{ ó } \frac{Lbr}{mol.\ Lbr}\right)$$

$$\frac{W}{M} = n \qquad \therefore$$

$$\boxed{M = \frac{W}{n}}$$

De donde:

$$n = \text{Número de MOLS (mol-Kgr) ó (mol-Lbr)}$$

"Se denomina mol-Kgr o molécula kilogramo de un gas a una masa del mismo, igual a su peso molecular expresado en kilogramos (Kgr)".

"Se denomina mol-Lbr o molécula libra de un gas a una masa del mismo, igual a su peso molecular expresado en libras (Lbr)".

$$1 \text{ mol-Lbr} = 2.205 \text{ Kgr} \quad \therefore$$

$$\boxed{2.205 \ \frac{\text{mol}-\text{Kgr}}{\text{mol}-\text{Lbr}}}$$

Por ejemplo, un MOL de oxígeno equivale a 32 Kgr de O_2, puesto que el peso molecular del oxígeno es de 32. Por lo mismo un MOL Lbr de oxígeno equivale a 32 Lbr de O_2.

VOLUMEN DE UN MOL

El volumen de un mol es el mismo para todos los gases considerados como perfectos, bajo las mismas condiciones de presión y temperatura.

En la siguiente tabla se indica el volumen de un mol para diferentes gases a 0°C y presión atmosférica estándar.

GAS	PESO MOLECULAR	VOLUMEN		DENSIDAD
	$\frac{\text{Lbr}}{\text{mol Lbr}}$ ó $\frac{\text{Kgr}}{\text{mol Kgr}}$ M	$\frac{m^3}{\text{mol Kgr}}$ A 0°C y 1.033 Kg/cm² ABS.	$\frac{ft^3}{\text{mol Lbr}}$ A 32°F y 14.7 Lb/pulg² ABS.	$\frac{\text{Kg}}{m^3}$ A 0°C y 1.033 Kg/cm² ABS.
AMONÍACO (NH_3)	17.03	22.4	1744.03	0.771
ANHÍDRIDO CARBÓNICO (CO_2)	44.01	22.4	1744.03	1.977
ANHÍDRIDO SULFUROSO (SO_2)	64.06	22.4	1744.03	520
HIDRÓGENO (H_2)	2.016	22.4	1744.03	0.090
MONÓXIDO DE CARBONO (CO)	28	22.4	1744.03	311
NITRÓGENO (N_2)	28.016	22.4	1744.03	1.251
OXÍGENO (O_2)	32	22.4	1744.03	1.429

En la tabla anterior se aprecia que el volumen de un mol prácticamente tiene el mismo valor para todos los gases reales.

LEY DE AVOGADRO

La ley de AVOGADRO establece:

"QUE A IGUALDAD DE VOLUMEN Y A LAS MISMAS CONDICIONES DE PRESIÓN Y TEMPERATURA, TODOS LOS GASES CONSIDERADOS COMO PERFECTOS TIENEN EL MISMO NÚMERO DE MOLÉCULAS".

Cuando:

$$n_1 = n_2$$

$$V_1 = V_2$$

La densidad entre dos gases es directamente proporcional a sus respectivos pesos moleculares a igualdad de presión y temperatura.

$$\boxed{\frac{\rho 1}{\rho 2} = \frac{M_1}{M_2}}$$

Sabemos que:

$$\rho = \frac{W}{V} \quad \therefore$$

$$\frac{\frac{W_1}{V_1}}{\frac{W_2}{V_2}} = \frac{M_1}{M_2}$$

Si:

$$V_1 = V_2$$

Tenemos:

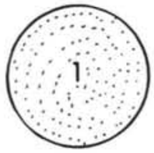
$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{M_1}{M_2} \quad \therefore$$

$$\frac{W_1}{M_1} = \frac{W_2}{M_2}$$

Pero:

$$\frac{W}{M} = n \quad \therefore$$

$$\boxed{n_1 = n_2}$$

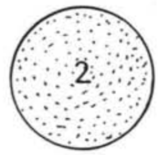


$P_1\ V_1\ T_1$

W_1

M_1

R_1



$P_2\ V_2\ T_2$

W_2

M_2

R_2

$$\frac{P_1\,V_1}{T_1} = W_1\,R_1 \qquad\qquad \frac{P_2\,V_2}{T_2} = W_2\,R_2$$

Si:

$$V_1 = V_2\ ;\ P_1 = P_2\ :\ T_1 = T_2$$

$$W_1\,R_1 = W_2\,R_2 \qquad \therefore$$

$$\frac{W_1}{W_2}\,R_1 = R_2$$

Pero:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{M_1}{M_2} \qquad \therefore$$

$$\frac{M_1}{M_2}\,R_1 = R_2$$

$$M_1\,R_1 = M_2\,R_2 = M_3\,R_3$$

M R = CONSTANTE

$$\boxed{\begin{array}{c} M\,R = R_u \\[1em] R = \dfrac{R_u}{M} \end{array}}$$

Donde:

R_u = CONSTANTE UNIVERSAL DE LOS GASES PERFECTOS

Esta constante universal es la misma para todos los gases y depende exclusivamente del sistema de unidades empleado.

ECUACIÓN DE ESTADO EN FUNCIÓN DE LA CONSTANTE UNIVERSAL DE LOS GASES PERFECTOS (R_u)

$$\frac{P\,V}{T} = W\,R$$

Pero:

$$R = \frac{R_u}{M} \qquad \therefore$$

$$\boxed{\frac{P\,V}{T} = \frac{W}{M} R_u} \qquad (1)$$

Si sabemos que:

$$\frac{W}{M} = n$$

Tenemos:

$$\boxed{\frac{P\,V}{T} = n\,R_u} \qquad (2)$$

Las fórmulas 1 y 2 son las ecuaciones de estado en función de la constante universal de los gases perfectos.

Ejemplo 22

Una botella de gas de 3 ft^3 contiene bióxido de carbono (CO_2) y está a una presión de 250 $Lb/pulg^2$ ABS. y temperatura de 120°F, determínese la masa de CO_2 que se encuentra en la botella.

Datos:

$$V = 3\ ft^3$$

$$GAS = CO_2 \qquad \therefore$$

$$R_u = 1{,}545\ \frac{Lb\ ft}{°R(mol-Lbr)}$$

$$P = 250\ \frac{Lb}{pulg^2}\ ABS.$$

$$t = 120°F$$

$$M = 44.010\ \frac{Lbr}{mol\ Lbr}$$

Fórmulas

$$T°R = t\ °F + 460 \tag{1}$$

$$\frac{P\,V}{T} = \frac{W}{M} R_u \tag{2}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$T = 120 + 460$$

$$\underline{T = 580°R}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$W = \frac{P\,V\,M}{T\,R_u}$$

Substituyendo valores tenemos:

$$W = \frac{250\ \frac{Lb}{pulg^2} \times 144\ \frac{pulg^2}{ft^2} \times 3\ ft^3 \times 44.010\ \frac{Lbr}{mol\ Lbr}}{580\ °R \times 1{,}545\ \frac{Lb\ ft}{°R\ (mol\ Lbr)}}$$

$$W = \frac{4{,}753{,}080}{896{,}100}$$

$$\underline{W = 5.304\ Lbr}$$

LEY DE JOULE

Un gas para que pueda considerarse como perfecto, además de cumplir con las Leyes de Boyle y Charles Gay Lussac, debe cumplir con la Ley de Joule, la cual establece:

"LA ENERGÍA INTERNA DE UN GAS PERFECTO DEPENDE EXCLUSIVAMENTE DE LA TEMPERATURA".

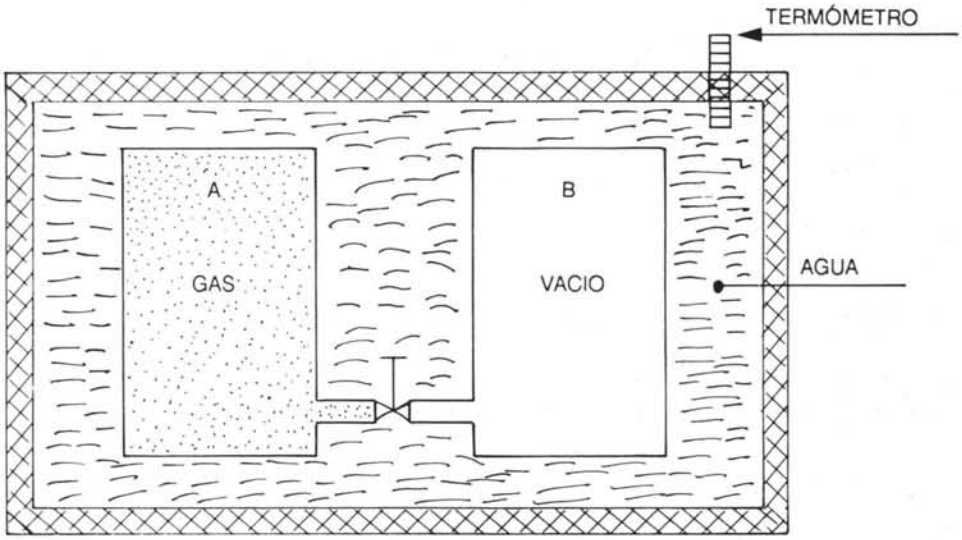
$$U = f(t)$$

"NO DEPENDE DE LA PRESIÓN NI DEL VOLUMEN".

Esta Ley es aplicable a los gases perfectos y también a los gases reales, cuando por las condiciones de sus procesos cumplen sensiblemente con las mencionadas leyes de Gay Lussac y Boyle Mariotte.

"NO ES APLICABLE A SÓLIDOS, LÍQUIDOS, NI VAPORES".

EXPERIMENTO DE JOULE



CALORIMETRO

VÁLVULA CERRADA	VÁLVULA ABIERTA
Recipiente A	Recipiente A + B
P_1	$P_2 = \frac{P_1}{2}$
V_1	$V_2 = 2\,V_1$
T_1	$T_2 = T_1$
	$Q = 0$
	$\tau = 0$

Para un proceso abierto sin flujo:

$$Q = \frac{\tau}{J} + (U_2 - U_1)$$

Pero:

$$Q = 0$$

$$t = 0 \quad \therefore$$

$$U_2 = U_1 \quad \therefore$$

$$U = f(t)$$

EFECTO JOULE — THOMSON

Joule y Thomson perfeccionaron el experimento anterior y encontraron, que para los gases reales y a presiones relativamente altas, sí se producía una ligera disminución de temperatura y consecuentemente de energía interna.

Por lo tanto, la Ley de Joule es válida para los gases perfectos; puede considerarse como válida en forma aproximada para los gases reales con características cercanas a los gases perfectos y es decididamente incierta para vapores.

La variación de temperatura encontrada en este último experimento es conocida como "EFECTO JOULE-THOMSON" y sirve para determinar el grado de proximidad de un gas real con respecto a un gas perfecto.

CALOR ESPECÍFICO A PRESIÓN CONSTANTE C_p

Calor específico a presión constante C_p, es la cantidad de calor que es necesario suministrar a la unidad de masa del gas, para elevar su temperatura un grado, efectuándose este proceso a presión constante.

CALOR ESPECÍFICO A VOLUMEN CONSTANTE C_V

Calor específico a volumen constante C_V, es la cantidad de calor que es necesario suministrar a la unidad de masa del gas, para elevar su temperatura un grado, efectuándose este proceso a volumen constante.

UNIDADES:

Sistema Métrico

$$C_P = \frac{\text{Kcal}}{°\text{C Kgr}} = \frac{\text{Kcal}}{°\text{K Kgr}}$$

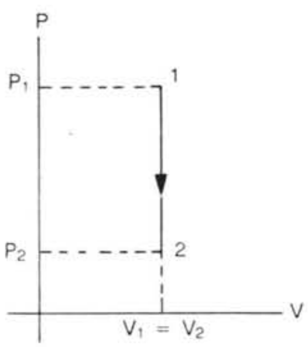
$$C_V = \frac{\text{Kcal}}{°\text{C Kgr}} = \frac{\text{Kcal}}{°\text{K Kgr}}$$

Sistema Inglés

$$C_P = \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{F Lbr}} = \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R Lbr}}$$

$$C_V = \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{F Lbr}} = \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R Lbr}}$$

ENERGÍA INTERNA DE UN GAS PERFECTO



$$Q = W\,C\,(T_2 - T_1) \qquad (1)$$

$$Q = \frac{\tau}{J} + (U_2 - U_1)$$

Si:

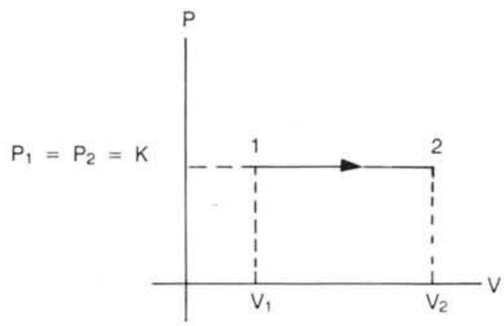
$$V = K$$
$$\tau = 0$$
$$Q = U_2 - U_1$$

Sustituyendo en la ecuación 1 tenemos:

$$\boxed{\begin{gathered} U_2 - U_1 = W\, C_V\, (T_2 - T_1) \\ \Delta U = W\, C_V\, (T_2 - T_1) \end{gathered}}$$

"ESTA EXPRESIÓN ES APLICABLE A TODOS LOS PROCESOS"

ENTALPÍA DE UN GAS PERFECTO



$$Q = W\, C\, (T_2 - T_1) \qquad (1)$$

$$Q = \frac{\tau}{J} + (U_2 - U_1) \qquad (2)$$

Sustituyendo la ecuación 2 en la ecuación 1 tenemos:

$$W\, C_p\, (T_2 - T_1) = \frac{\tau}{J} + (U_2 - U_1)$$

Pero:

$$\tau = P\, (V_2 - V_1) \qquad \therefore$$

$$W\, C_P\, (T_2 - T_1) = \frac{P\, (V_2 - V_1)}{J} + (U_2 - U_1)$$

$$\boxed{Q = H_2 - H_1 = \Delta H = W\, C_P\, (T_2 - T_1)}$$

"ECUACIÓN PARA CALCULAR LA VARIACIÓN DE ENTALPÍA EN CUALQUIER PROCESO"

RELACIÓN ENTRE C_P Y C_V PARA GASES PERFECTOS

$$H_2 - H_1 = W\, C_P\, (T_2 - T_1) \qquad (1)$$

$$U_2 - U_1 = W\, C_V\, (T_2 - T_1) \qquad (2)$$

Si:

$$H = U + \frac{PV}{J}$$

Tenemos:

$$H_2 - H_1 = U_2 + \frac{P_2 V_2}{J} - \left(U_1 + \frac{P_1 V_1}{J} \right)$$

Simplificando tenemos:

$$H_2 - H_1 = U_2 - U_1 + \frac{P_2 V_2}{J} - \frac{P_1 V_1}{J} \qquad (3)$$

Pero:

$$\frac{P\,V}{J} = WR$$

Para:

$$P_1\, V_1 = WRT_1$$

Y

$$P_2\, V_2 = WRT_2$$

Sustituyendo estas ecuaciones en la ecuación 3 tenemos:

$$H_2 - H_1 = U_2 - U_1 + \frac{WRT_2}{J} - \frac{WRT_1}{J}$$

Simplificando:

$$H_2 - H_1 = U_2 - U_1 + \frac{WR}{J}\,(T_2 - T_1) \qquad (4)$$

Sustituyendo las ecuaciones 1 y 2 en la ecuación 4 tenemos:

$$W\, C_P\, (T_2 - T_1) - W\, C_V\, (T_2 - T_1) + \frac{WR}{J}\,(T_2 - T_1)$$

Sabemos que:

$$C_P = C_V + \frac{R}{J}$$

ó

$$\boxed{C_P - C_V = \frac{R}{J}}$$ "ECUACIÓN DE MAYER"

Ejemplo 23

Sabiendo que para el aire $C_P = 0.24 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K Kgr}}$ y $R = 29.27 \frac{\text{Kg m}}{°\text{K Kgr}}$ calcúlese su calor específico a volumen constante (C_V).

Datos:

$$C_P = 0.24 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K Kgr}}$$

$$R = 29.27 \frac{\text{Kg m}}{°\text{K Kgr}}$$

$$J = 427 \frac{\text{Kg m}}{\text{Kcal}}$$

$$C_V = ?$$

Fórmula:

$$C_V = C_P - \frac{R}{J}$$

Solución:

$$C_V = 0.24 \frac{\text{Kcal}}{°\text{ Kgr}} - \frac{29.27 \frac{\text{Kg m}}{°\text{K Kgr}}}{427 \frac{\text{Kg m}}{\text{Kcal}}}$$

$$C_V = 0.24 - 0.068548$$

$$\underline{C_V = 0.1714 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K Kgr}}}$$

RELACION ENTRE C_P Y C_V

$$\frac{C_P}{C_V} = \gamma$$

$$\gamma \text{ Siempre} > 1$$

Para el aire tenemos:

Datos:

$$C_P = 0.24 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K Kgr}}$$

$$C_V = 0.1714 \frac{\text{Kcal}}{°\text{ Kgr}}$$

$$\gamma = \frac{0.24}{0.1714}$$

$$\underline{\gamma = 1.4}$$

Si sabemos que:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \text{ y } C_V = C_P - \frac{R}{J}$$

Tenemos:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_p - \frac{R}{J}}$$

Dividiendo numerador y denominador entre C_P tenemos:

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{1 - \frac{R}{J\,C_P}}}$$

Ahora bien:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

Pero:

$$C_P = C_V + \frac{R}{J} \quad \therefore$$

$$\gamma = \frac{C_V + \frac{R}{J}}{C_V}$$

Dividiendo numerador y denominador entre C_V tenemos:

$$\gamma = \frac{1 + \frac{R}{J\,C_V}}{1}$$

Simplificando tenemos:

$$\boxed{\gamma = 1 + \frac{R}{J\,C_V}}$$

"γ NO TIENE UNIDADES"

Ejemplo 24

Determínese el valor de γ para el aire sabiendo que $C_P - 0.24 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K Kgr}}$ y conociendo únicamente su constante específica $R = 29.27 \frac{\text{Kg m}}{°\text{K Kgr}}$

Datos:

$$C_P = 0.24 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K Kgr}}$$

$$R = 29.27 \frac{\text{Kg m}}{°\text{K Kgr}}$$

$$J = 424 \frac{\text{Kg m}}{\text{Kcal}}$$

Fórmula

$$\gamma = \frac{1}{1 - \frac{R}{J\,C_P}}$$

Solución:

$$\gamma = \frac{1}{1 - \frac{29.27 \frac{\text{Kg m}}{°\text{ K Kgr}}}{427 \frac{\text{Kg m}}{\text{Kcal}} \times 0.24 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K Kgr}}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{1 - 0.285}$$

$$\gamma = \frac{1}{0.714}$$

$$\underline{\gamma = 1.4}$$

Ejemplo 25

Calcular la densidad del oxígeno cuando se encuentra a una presión de 4.5 Kg/cm² ABS. y una temperatura de 30°C.

Datos:

Oxígeno

$$R = 26.5 \frac{Kg\ m}{°K - Kgr}$$

$$P_1 = 4.5\ Kg/cm^2\ ABS.$$

$$t_1 = 30°C$$

Fórmulas

$$\frac{P\,V}{T} = WR \quad \therefore$$

$$\frac{W}{V} = \frac{P}{R\,T}$$

Pero:

$$\frac{W}{V} = \rho \quad \therefore$$

$$\rho = \frac{P}{R\,T} \qquad (1)$$

$$T = t\ °C + 273 \qquad (2)$$

Solución:

De la fórmula 2 tenemos:

$$T = 30 + 273$$

$$\underline{T = 303\ °K}$$

De la fórmula No. 1 tenemos:

$$\rho = \frac{4.5 \frac{Kg}{cm^2} \times 10000 \frac{cm^2}{m_2}}{26.5 \frac{Kg\ m}{°K\ Kgr} \times 303\ °K}$$

$$\rho = \frac{45000}{8029.5}$$

$$\underline{\rho = 5.604 \frac{Kgr}{m^3} \text{ (A } 4.5 \frac{Kg}{cm^2} \text{ ABS. y } 30°C)}$$

Si sabemos que:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = W_1 R \qquad \text{y} \qquad \frac{P_2 V_2}{T_2} = W_2 R$$

$$R = \frac{P_1 V_1}{T_1 W_1} \tag{1}$$

$$R = \frac{P_2 V_2}{T_2 W_2} \tag{2}$$

Igualando los segundos miembros de las ecuaciones 1 y 2 tenemos:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1 W_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2 W_2}$$

Pasando al primer miembro a V_2 y W_2 y al segundo miembro a P_1 V_1 T_1 y W_1 tenemos:

$$\frac{W_2}{V_2} = \frac{W_1}{V_1} \quad \frac{P_2}{P_1} \; \frac{T_1}{T_2}$$

Pero:

$$\frac{W}{V} = \rho \quad \therefore$$

$$\boxed{\rho_2 = \rho_1 \frac{P_2}{P_1} \; \frac{T_1}{T_2}}$$

ó

$$\boxed{\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \; \frac{T_1}{T_2}}$$

Ejemplo 26

Calcular la densidad del metano (CH_4) cuando se encuentra a 25°C y 2 Kg/cm² ABS., sabiendo que cuando se encuentra a 0°C y 1.033 Kg/cm² ABS. La densidad tiene un valor de 0.717 Kgr/m³

Datos:

$\rho_1 = 0.717$ Kgr/m³

$P_1 = 1.033$ Kg/cm² ABS.

$t_1 = 0°C$

$P_2 = 2$ Kg/cm² ABS.

$t_2 = 25°C$

Fórmulas

$$T = t\ °C + 273 \qquad (1)$$

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{P_2}{P_1} \frac{T_1}{T_2} \qquad (2)$$

De la fórmula No. 1 tenemos:

$$T_1 = 0 + 273$$

$$\underline{T_1 = 273°K}$$

$$T_2 = 25 + 273$$

$$\underline{T_2 = 298°K}$$

De la fórmula No. 2 tenemos:

$$\rho = 0.717 \frac{Kgr}{m^3} \frac{273°K}{298°K} \frac{2 \frac{Kg}{cm^2}}{1.033 \frac{Kg}{cm^2}}$$

$$\rho = 0.717 \times 1.936 \times 0.916$$

$$\underline{\rho_2 = 1.271 \frac{Kgr}{m^3} \text{ (A 2 } \frac{Kg}{cm^2} \text{ ABS. y 25° C)}}$$

CAPÍTULO III
MEZCLA DE GASES

CAPÍTULO III
MEZCLA DE GASES

$\boxed{W_1}$
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = W_1 R_1 \qquad (1)$$

$\boxed{W_2}$
$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = W_2 R_2 \qquad (2)$$

$\boxed{W_n}$
$$\frac{P_n V_n}{T_n} = W_n R_n \qquad (3)$$

$\boxed{W_m}$
$$\frac{P_m V_m}{T_m} = W_m R_m \qquad (4)$$

$$W_m = W_1 + W_2 + W_n \qquad (a)$$

Despejando cada una de las masas de las ecuaciones 1, 2, 3 y 4 y sustituyendo sus valores en la ecuación "a" tenemos:

$$\boxed{\frac{P_m V_m}{T_m R_m} = \frac{P_1 V_1}{T_1 R_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2 R_2} + \ldots\ldots \frac{P_n V_n}{T_n R_n}}$$

Si P_1, P_2, P_n, V_1, V_2 V_n, T_1, T_2, T_n, son las propiedades totales de cada gas individual "ANTES" de efectuar la mezcla, "Esta expresión no es aplicable al final de la mezcla", puesto que dichas propiedades no nos representan las propiedades "Parciales" de cada gas en la mezcla.

Para poder aplicar la expresión anterior a una mezcla de gases perfectos deben cumplirse los requisitos de la Ley de "AMAGAT" que establece lo siguiente:

LEY DE AMAGAT

"El volumen total (V_m) de una mezcla de gases perfectos es igual a la suma de los volúmenes parciales individuales ($V_1 + V_2 + \ldots\ldots V_n$) que cada gas *OCUPARIA*, si cada uno de ellos se encontrara a la misma presión (P_m) y temperatura (T_m) de la mezcla".

Por lo tanto, sólo en este caso se podrá decir que $V_m = V_1 + V_2 + \ldots + V_n$.

El estudio de la mezcla de gases se basa en los principios establecidos por las Leyes de *DALTON*, las cuales son aplicables siempre y cuando los gases que constituyen la mezcla no tengan afinidad química.

PRIMERA LEY DE DALTON

"La presión total de una mezcla de gases, es igual a la suma de las presiones parciales de cada gas en la mezcla".

$$\boxed{P_m = P_1 + P_2 + \ldots\ldots + P_n = \Sigma P}$$

Siendo P_m la presión total de la mezcla de gases y P_1, P_2 y P_n son las presiones parciales de cada gas en la mezcla.

Una vez efectuada la mezcla, deben tomarse encuenta las siguientes consideraciones:

De acuerdo con la Primera Ley de Dalton:

$$P_m = P_1 + P_2 + \ldots\ldots + P_n \qquad (1)$$

De acuerdo con la Segunda Ley de Dalton:

– Cada gas ocupará el volumen total V_m.

– Cada gas se encontrará a la misma temperatura T_m.

Por lo tanto, al final de la mezcla las expresiones anotadas anteriormente quedarán modificadas en la siguiente forma:

$$\frac{P_1 V_m}{T_m} = W_1 R_1 \qquad (2)$$

$$\frac{P_2 V_m}{T_m} = W_2 R_2 \qquad (3)$$

$$\frac{P_n V_m}{T_m} = W_n R_n \qquad (4)$$

$$\frac{P_m V_m}{T_m} = W_m R_m \qquad (5)$$

SEGUNDA LEY DE DALTON

"Cada gas se comporta como si los demás gases no estuvieran presentes, pudiendo considerarse que cada gas ocupa por si solo el volumen total de la mezcla, sometido a la presión parcial".

La composición de una mezcla de gases puede representarse en masa (frecuentemente se acostumbra decir un peso), o bien en volumen:

$$W_m = W_1 + W_2 + \ldots\ldots + W_n = \Sigma W$$

$$V_m = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n = \Sigma V \qquad \text{LEY DE AMAGAT}$$

Se acostumbra representarlos también en el llamado porcentaje en "PESO" o el porcentaje en "VOLUMEN"

% EN PESO O ANÁLISIS GRAVIMÉTRICO

$$\Sigma \frac{W}{W_m} = \frac{W_1}{W_m} + \frac{W_2}{W_m} + \ldots\ldots + \frac{W_n}{W_m} = 1$$

% EN VOLUMEN O ANÁLISIS VOLUMÉTRICO

$$\Sigma \frac{V}{V_m} = \frac{V_1}{V_m} + \frac{V_2}{V_m} + \ldots\ldots + \frac{V_n}{V_m} = 1$$

Despejando las masas (W) de las ecuaciones 2, 3, 4 y 5 y sustituyendo en la ecuación $W_m = W_1 + W_2 + \ldots\ldots + W_n$ tenemos:

$$\frac{P_m V_m}{T_m R_m} = \frac{P_1 V_m}{T_m R_1} + \frac{P_2 V_m}{T_m R_2} + \ldots\ldots + \frac{P_n V_m}{T_m R_n}$$

Esta expresión es aplicable al final de la mezcla

Simplificando tenemos:

$$\frac{P_m}{R_m} = \frac{P_1}{R_1} + \frac{P_2}{R_2} + \ldots\ldots + \frac{P_n}{R_n}$$

Siendo P_1, P_2 P_n, las presiones parciales de cada gas al final de la mezcla, (NO LAS PRESIONES DE CADA GAS ANTES DE EFECTUAR LA MEZCLA).

Despejando P de las ecuaciones 2, 3, 4 y 5 y sustituyendo en la ecuación 1 tenemos:

$$\frac{W_m R_m T_m}{V_m} = \frac{W_1 R_1 T_m}{V_m} + \frac{W_2 R_2 T_m}{V_m} + \ldots\ldots + \frac{W_n R_n T_m}{V_m}$$

Simplificando tenemos:

$$W_m R_m = W_1 R_1 + W_2 R_2 + \ldots\ldots + W_n R_n$$

Despejando R_m se tiene:

$$R_m = \frac{W_1}{W_m} R_1 + \frac{W_2}{W_m} R_2 + \ldots\ldots + \frac{W_n}{W_m} R_n$$

Donde:

R_m = Constante Específica de la Mezcla de Gases Perfectos.

$\frac{W_1}{W_m}$, $\frac{W_2}{W_m}$ etc. = Porcentaje en Peso ó Análisis Gravimétrico de cada gas de la mezcla

DENSIDAD DE UNA MEZCLA DE GASES PERFECTOS

$$\rho = \frac{W}{V} \tag{1}$$

$$\boxed{\rho_m = \frac{W_m}{V_m}} \tag{2}$$

Pero:

$$W_m = W_1 + W_2 + \ldots\ldots + W_n \tag{3}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación 2 tenemos:

$$\boxed{\rho_m = \frac{W_m}{V_m} = \frac{W_1 + W_2 + \ldots\ldots + W_n}{V_m}}$$

Simplificando tenemos:

$$\rho_m = \frac{W_1}{V_m} + \frac{W_2}{V_m} + \ldots\ldots + \frac{W_n}{V_m}$$

Multiplicando esta ecuación por V_1, V_2, V_n etc. y dividiendo entre V_1, V_2, V_n etc. tenemos:

$$\rho_m = \frac{W_1 V_1}{V_m V_1} + \frac{W_2 V_2}{V_m V_2} + \ldots\ldots + \frac{W_n V_n}{V_m V_n} \tag{4}$$

Pero:

$$\frac{W_1}{V_1} = \rho_1 \; ; \; \frac{W_2}{V_2} = \rho_2 \; ; \; \frac{W_n}{V_n} = \rho_n$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación 4 tenemos:

$$\boxed{\rho_m = \rho_1 \frac{V_1}{V_m} + \rho_2 \frac{V_2}{V_m} + \ldots\ldots + \rho_n \frac{V_n}{V_m}}$$

"Las densidades ρ_1; ρ_2, ρ_n, deberán estar a las mismas condiciones de presión y temperatura. La densidad de la mezcla ρ_m, lógicamente estará a dichas condiciones de presión y temperatura".

$$\frac{P_m V_m}{T_m} = n_m R_u \qquad (1)$$

$$\frac{P_1 V_m}{T_m} = n_1 R_u \qquad (2)$$

$$n_m = \frac{W_m}{M_m}$$

Dividiendo miembro a miembro la ecuación 1 en la ecuación 2 tenemos:

$$\frac{\dfrac{P_m V_m}{T_m}}{\dfrac{P_1 V_m}{T_m}} = \frac{n_m R_u}{n_1 R_u}$$

Simplificando tenemos:

$$\boxed{\frac{P_m}{P_1} = \frac{n_m}{n_1}}$$

Despejando a P_1 de esta ecuación se tiene:

$$\boxed{P_1 = \frac{P_m n_1}{n_m}}$$

Y

$$\boxed{P_2 = \frac{P_m n_2}{n_m}}$$

DETERMINACIÓN DEL PESO MOLECULAR DE LA MEZCLA DE GASES (M_m)

$$W_m = W_1 + W_2 + ... + W_n \qquad (1)$$

Sabemos que:

$$\frac{W}{M} = n \qquad \therefore$$

$$W = n\,M$$

$$W_m = n_m\,M_m \tag{2}$$

$$W_1 = n_1\,M_1 \tag{3}$$

Sustituyendo las ecuaciones 2 y 3 en la ecuación 1 tenemos:

$$n_m\,M_m = n_1\,M_1 + n_2\,M_2 + \ldots\ldots + n_n\,M_n \tag{4}$$

Despejando a M_m tenemos:

$$\boxed{M_m = \frac{n_1}{n_m}\,M_1 + \frac{n_2}{n_m}\,M_2 + \ldots\ldots + \frac{n_n}{n_m}\,M_n}$$

En función del análisis volumétrico tenemos:

$$\boxed{M_m = \frac{V_1}{V_m}\,M_1 + \frac{V_2}{V_m}\,M_2 + \ldots\ldots + \frac{V_n}{V_m}\,M_n}$$

Recordando que:

$$M\,R = R_u$$

Y

$$M_m\,R_m = R_u$$

Tenemos:

$$\boxed{M_m = \frac{R_u}{R_m}}$$

$$\boxed{n_m = n_1 + n_2 + \ldots\ldots + n_n}$$

Dividiendo esta última ecuación entre n_m tenemos:

$$\boxed{\frac{n_1}{n_m} + \frac{n_2}{n_m} + \ldots\ldots + \frac{n_n}{n_m} = 1}$$

Pero:

$$n_m = \frac{W_m}{M_m}$$

Por lo que tenemos:

$$\boxed{\frac{W_m}{M_m} = \frac{W_1}{M_1} + \frac{W_2}{M_2} + ... + \frac{W_n}{M_n}}$$

MÉTODO PARA PASAR DEL ANÁLISIS VOLUMÉTRICO (PORCENTAJE EN VOLUMEN) AL ANÁLISIS GRAVIMÉTRICO (PORCENTAJE EN PESO), O VICEVERSA

Sabemos que:

$$n = \frac{W}{M}$$

ó

$$W = n\,M$$

Por lo que se tiene:

$$W_1 = n_1\,M_1 \tag{1}$$

$$W_2 = n_2\,M_2 \tag{2}$$

$$W_n = n_n\,M_n \tag{3}$$

$$W_m = n_m\,M_m \tag{4}$$

Dividiendo las ecuaciones 1 en 4, 2 en 4 y 3 en 4 miembro a miembro y aplicando:

$$\frac{n_1}{n_m} = \frac{V_1}{V_m}$$

Tenemos:

$$\frac{W_1}{W_m} = \frac{n_1}{n_m}\,\frac{M_1}{M_m} \quad \therefore \quad \boxed{\frac{W_1}{W_m} = \frac{V_1}{V_m}\,\frac{M_1}{M_m}} \tag{A}$$

$$\frac{W_2}{W_m} = \frac{n_2}{n_m}\,\frac{M_2}{M_m} \quad \therefore \quad \boxed{\frac{W_2}{W_m} = \frac{V_2}{V_m}\,\frac{M_2}{M_m}} \tag{B}$$

$$\frac{W_n}{W_m} = \frac{n_n}{n_m}\,\frac{M_n}{M_m} \quad \therefore \quad \boxed{\frac{W_n}{W_m} = \frac{V_n}{V_m}\,\frac{M_n}{M_m}} \tag{C}$$

Despejando a $\frac{V}{V_m}$ tenemos:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{V_1}{V_m} &= \frac{W_1}{W_m}\ \frac{M_m}{M_1} && \text{(D)} \\ \frac{V_2}{V_m} &= \frac{W_2}{W_m}\ \frac{M_m}{M_2} && \text{(E)} \\ \frac{V_n}{V_m} &= \frac{W_n}{W_m}\ \frac{M_m}{M_n} && \text{(F)} \end{aligned}}$$

Donde:

$$\frac{V}{V_m} = \%\ \text{EN VOLUMEN}$$

$$\frac{W}{W_m} = \%\ \text{EN PESO}$$

Pero:

$$\frac{W}{W_m} = \frac{V}{V_m}\ \frac{M}{M_m}$$

Despejando a $\frac{M}{M_m}$ tenemos:

$$\frac{M}{M_m} = \frac{W}{W_m}\ \frac{V_m}{V}$$

Simplificando tenemos:

$$\frac{\frac{W}{V}}{\frac{W_m}{V_m}} = \frac{M}{M_m} \qquad (5)$$

Pero:

$$\frac{W}{V} = \rho$$

Por lo que tenemos de la ecuación 5:

$$\boxed{\frac{\rho}{\rho_m} = \frac{M}{M_m}}$$

Sustituyendo en las ecuaciones A, B, C, D, E, y F, tenemos:

$$\boxed{\frac{W_1}{W_m} = \frac{V_1}{V_m}\frac{\rho_1}{\rho_m}} \qquad \boxed{\frac{W_2}{W_m} = \frac{V_2}{V_m}\frac{\rho_2}{\rho_m}}$$

$$\boxed{\frac{W_n}{W_m} = \frac{V_n}{V_m}\frac{\rho_n}{\rho_m}}$$

$$\boxed{\frac{V_1}{V_m} = \frac{W_1}{W_m}\frac{\rho_m}{\rho_1}} \qquad \boxed{\frac{V_2}{V_m} = \frac{W_2}{W_m}\frac{\rho_m}{\rho_2}}$$

$$\boxed{\frac{V_n}{V_m} = \frac{W_n}{W_m}\frac{\rho_m}{\rho_n}}$$

"Es importante recordar que todas las densidades deben ser a la misma presión y a la misma temperatura"

CALORES ESPECÍFICOS DE UNA MEZCLA DE GASES

$$Q = W_m\, C_P\, \Delta T_m \qquad (1)$$

Esta cantidad de calor se distribuirá en cada gas que se compone la mezcla según su capacidad térmica.

$$Q = W_1\, C_{P1}\, \Delta T_m + W_2\, C_{P2}\, \Delta T_m + ... + W_n\, C_{Pn}\, \Delta T_m \qquad (2)$$

$$\Delta T_m = T_{m2} - T_{ml}$$

Igualando y simplificando las ecuaciones 1 y 2 tenemos:

$$W_m\, C_{Pm} = W_1\, C_{P1} + W_2\, C_{P2} + ... + W_n\, C_{Pn}$$

Despejando a C_{Pm} de la ecuación anterior tenemos:

$$\boxed{C_{Pm} = \frac{W_1}{W_m} C_{P1} + \frac{W_2}{W_m} C_{P2} + ... + \frac{W_n}{W_m} C_{Pn}}$$

Haciendo las mismas operaciones para C_{Vm} tenemos:

$$\boxed{C_{Vm} = \frac{W_1}{W_m} C_{V1} + \frac{W_2}{W_m} C_{V2} + ... + \frac{W_n}{W_m} C_{Vn}}$$

Antes de efectuar la mezcla tenemos:

$$Q = W\,C_P\,\Delta T$$

$$\Delta T = T - 0$$

Por lo que se tiene:

$$Q = W\,C_P\,T$$

Para los gases 1, 2, 3, etc., tenemos:

$$Q_1 = W_1\,C_{P1}\,T_1 \tag{1}$$

$$Q_2 = W_2\,C_{P2}\,T_2 \tag{2}$$

$$Q_n = W_n\,C_{Pn}\,T_n \tag{3}$$

$$Q_m = W_m\,C_{Pm}\,T_m \tag{4}$$

$$Q_m = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n \tag{5}$$

Sustituyendo las ecuaciones 1, 2, 3, 4, en la ecuación 5 tenemos:

$$W_m\,C_{Pm}\,T_m = W_1\,C_{P1}\,T_1 + W_2\,C_{P2}\,T_2 + \ldots. + W_n\,C_{Pn}\,T_n$$

Despejando a T_m tenemos:

$$\boxed{T_m = \frac{W_1}{W_m}\,\frac{C_{P1}}{C_{Pm}}\,T_1 + \frac{W_2}{W_m}\,\frac{C_{P2}}{C_{Pm}}\,T_2 + \ldots. + \frac{W_n}{W_m}\,\frac{C_{Pn}}{C_{Pm}}\,T_n}$$

Pero:

$$C_{Pm} = \frac{W_1}{W_m}\,C_{P1} + \frac{W_2}{W_m}\,C_{P2} + \ldots. + \frac{W_n}{W_m}\,C_{Pn}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación anterior tenemos:

$$T_m = \frac{W_1\,C_{P1}\,T_1 + W_2\,C_{P2}\,T_2 + \ldots. + W_n\,C_{Pn}\,T_n}{W_m\left(\frac{W_1}{W_m}\,C_{P1} + \frac{W_2}{W_m}\,C_{P2} + \ldots. + \frac{W_n}{W_m}\,C_{Pn}\right)}$$

Simplificando tenemos:

$$\boxed{T_m = \frac{W_1\,C_{P1}\,T_1 + W_2\,C_{P2}\,T_2 + \ldots. + W_n\,C_{Pn}\,T_n}{W_1\,C_{P1} + W_2\,C_{P2} + \ldots\ldots. + W_n\,C_{Pn}}}$$

Utilizando:

$$Q = W\, C_V\, \Delta T$$

Tenemos:

$$T_m = \frac{W_1\, C_{V1}\, T_1 + W_2\, C_{V2}\, T_2 + \ldots + W_n\, C_{Vn}\, T_n}{W_1\, C_{V1} + W_2\, C_{V2} + \ldots\ldots + W_n\, C_{Vn}}$$

$$T_m = \frac{W_1}{W_m}\frac{C_{V1}}{C_{Vm}} T_1 + \frac{W_2}{W_m}\frac{C_{V2}}{C_{Vm}} T_2 + \ldots + \frac{W_n}{W_m}\frac{C_{Vn}}{C_{Vm}} T_n$$

Ejemplo 27

Determinar la temperatura resultante T_m de la mezcla de 15 Lbr de oxígeno y 25 Lbr de nitrógeno, si sabemos que antes de efectuar la mezcla, el oxígeno se encuentra a una temperatura de 100°R y el nitrógeno a 300°R.

Datos:

$W_1 = 15$ Lbr de O_2

$W_2 = 25$ Lbr de N_2

$T_1 = 100°R$

$T_2 = 300°R$

$$\left.\begin{aligned} C_{V1} &= 0.1572 \\ C_{V2} &= 0.1775 \end{aligned}\right\} \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R Lbr}}$$

Fórmulas

$$W_m = W_1 + W_2 \tag{1}$$

$$C_{Vm} = \frac{W_1}{W_m} C_{V1} + \frac{W_2}{W_m} C_2 \tag{2}$$

$$T_m = \frac{W_1}{W_m}\frac{C_{V1}}{C_{Vm}} T_1 + \frac{W_2}{W_m}\frac{C_{V2}}{C_{Vm}} T_2 \tag{3}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$W_m = W_1 + W_2$

$W_m = 15$ Lbr $+ 25$ Lbr

$\underline{W_m = 40 \text{ Lbr}}$

De la fórmula 2 tenemos:

$$C_{Vm} = \frac{15}{40}\, 0.1572 + \frac{25}{40}\, 0.1775$$

$$C_{Vm} = 0.05895 + 0.11093$$

$$\underline{C_{Vm} = 0.1698 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R Lbr}}}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$T_m = \frac{15 \text{ Lbr}}{40\text{Lbr}} \frac{0.1572 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R Lbr}}}{0.1698 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R Lbr}}} \times 100\ °\text{R} + \frac{25 \text{ Lbr}}{40 \text{ Lbr}} \frac{0.1775 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R Lbr}}}{0.1698 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R Lbr}}} \times 300°\text{R}$$

$$T_m = 34.717 + 196.002$$

$$\underline{T_m = 230.719\ °\text{R}}$$

Ejemplo 28

Conociendo el análisis gravimétrico del aire calcular el análisis volumétrico:

Datos:

$$\frac{W_1}{W_m} = 77\% \text{ de } N_2 = 0.77 \text{ de } N_2$$

$$\frac{W_2}{W_m} = 23\% \text{ de } O_2 = 0.23 \text{ de } O_2$$

$$M_1 = 28.016 \frac{\text{Kgr}}{(\text{ mol Kgr })}$$

$$M_2 = 32 \frac{\text{Kgr}}{(\text{ mol Kgr })}$$

$$R_u = 846 \frac{\text{Kg m}}{(\text{ mol Kgr })°\text{K}}$$

$$\left.\begin{array}{l} R_1 = 30.26 \\ \\ R_2 = 26.5 \end{array}\right\} \frac{\text{Kg m}}{°\text{K Kgr}}$$

Fórmulas

$$R_m = \frac{W_1}{W_m} R_1 + \frac{W_2}{W_m} R_2 \qquad (1)$$

$$M_m = \frac{R_u}{R_m} \qquad (2)$$

$$\frac{V_1}{V_m} = \frac{W_1}{W_m} \frac{M_m}{M_1} \qquad (3)$$

$$\frac{V_2}{V_m} = \frac{W_2}{W_m} \frac{M_m}{M_2} \qquad (4)$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$R_m = 0.77 \times 30.26 \frac{\text{Kg m}}{°\text{K Kgr}} + 0\ .23 \times 26.5 \frac{\text{Kg m}}{°\text{K kgr}}$$

$$R_m = 23.3002 + 6.095$$

$$\underline{R_m = 29.3952 \frac{\text{Kg m}}{°\text{K kgr}}}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$M_m = \frac{846 \dfrac{\text{Kg m}}{°\text{K (mol Kgr)}}}{29.3952 \dfrac{\text{Kg m}}{°\text{K kgr}}}$$

$$\underline{M_m = 28.780 \frac{\text{Kgr}}{\text{(mol Kgr)}}}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$\frac{V_1}{V_m} = 0.77 \times \frac{28.780 \dfrac{\text{Kgr}}{\text{(mol Kgr)}}}{28.016 \dfrac{\text{Kgr}}{\text{(mol Kgr)}}}$$

$$\frac{V_1}{V_m} = 0.77 \times 1.027$$

$$\underline{\frac{V_1}{V_m} = 0.79}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$\frac{V_2}{V_m} = 0.23 \times \frac{28.780 \frac{Kgr}{(mol\ Kgr)}}{32.000 \frac{Kgr}{(mol\ Kgr)}}$$

$$\frac{V_2}{V_m} = 0.23 \times 0.899$$

$$\frac{V_2}{V_m} = 0.206$$

Ejemplo 29

En un recipiente de 1.5 m^3 de capacidad, se encuentran 0.6 Kgr de oxígeno, 0.2 Kgr de hidrógeno y 0.5 Kgr de nitrógeno, mezclados a una temperatura de 60°C.

Determínese la presión parcial de cada gas y la total de la mezcla, calcúlese también la constante específica R_m.

Datos:

$$W_1 = 0.6 \text{ Kgr de } O_2$$

$$W_2 = 0.2 \text{ Kgr de } H_2$$

$$W_3 = 0.5 \text{ Kgr de } N_2$$

$$R_1 = 26.5 \frac{Kg\ m}{°K\ Kgr}$$

$$R_2 = 420.6 \frac{Kg\ m}{°K\ Kgr}$$

$$R_3 = 30.26 \frac{Kg\ m}{°K\ Kgr}$$

$$M_1 = 32 \frac{Kgr}{(mol\ Kgr)}$$

$$M_2 = 2.016 \frac{Kgr}{(mol\ Kgr)}$$

$$M_3 = 28.016 \frac{Kgr}{(mol\ Kgr)}$$

$$t_m = 60°C$$

$$V_m = 1.5\ m^3$$

$$R_u = 846 \frac{Kg\ m}{°K\ (mol\ Kgr)}$$

Fórmulas

$$W_m = W_1 + W_2 + W_3 \qquad (1)$$

$$T = t\,°C + 273 \qquad (2)$$

$$\frac{PV_m}{T} = W\,R \qquad (3)$$

$$\frac{V}{V_m} = \frac{W}{W_m}\;\frac{M_m}{M} \qquad (4)$$

$$P = P_m\,\frac{V_1}{V_m} \qquad (5)$$

$$M_m = \frac{R_u}{R_m} \qquad (6)$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$W_m = W_1 + W_2 + W_3$$

$$W_m = 0.6 + 0.2 + 0.5$$

$$\underline{W_m = 1.3 \text{ Kgr.}}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$T_m = t\,°C + 273$$

$$T_m = 60 + 273$$

$$\underline{T_m = 333°K}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$\frac{PV_m}{T_m} = W\,R$$

De donde:

$$P = \frac{VRT_m}{V_m}$$

$$P_1 = \frac{0.6\ \text{Kgr} \times 26.5\ \frac{\text{Kg m}}{°\text{K Kgr}} \times 300\ °\text{K}}{1.5\ \text{m}^3 \times 10000\ \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}}$$

$$P_1 = \frac{5294.7}{15000}$$

$$\underline{P_1 = 0.3529\ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}\ \text{ABS.}}$$

$$P_2 = \frac{0.2\ \text{Kgr} \times 420\ \frac{\text{Kg m}}{°\text{K Kgr}} \times 333\ °\text{K}}{1.5\ \text{m}^3 \times 10000\ \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}}$$

$$P_2 = \frac{28011.96}{15000}$$

$$\underline{P_2 = 1.8674\ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}\ \text{ABS.}}$$

$$P_3 = \frac{0.5\ \text{Kgr} \times 30.26\ \frac{\text{Kg m}}{°\text{K Kgr}} \times 333\ °\text{K}}{1.5\ \text{m}^3 \times 10000\ \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}}$$

$$P_3 = \frac{5{,}038.29}{15000}$$

$$\underline{P_3 = 0.3358\ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}\ \text{ABS.}}$$

$$P_m = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_m = 0.3529 + 1.8674 + 0.3358$$

$$\underline{P_m = 2.5561\ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}\ \text{ABS.}}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$\frac{PV_m}{T_m} = W\ R$$

De donde:

$$R_m = \frac{P_m V_m}{T_m W_m}$$

$$R_m = \frac{2.5561 \dfrac{Kg}{cm^2} \times 1.5\ m^3 \times 10000 \dfrac{cm^2}{m^2}}{333\ °K \times 1.3\ Kgr}$$

$$R_m = \frac{38341.5}{432.9}$$

$$R_m = 88.568 \frac{Kg\ m}{°K\ Kgr}$$

De la fórmula 6 tenemos:

$$M_m = \frac{R_u}{R_m}$$

$$M_m = \frac{846 \dfrac{Kg\ m}{°K\ (mol\ Kgr)}}{88.568 \dfrac{Kg\ m}{°K\ Kgr}}$$

$$\underline{M_m = 9.551 \frac{Kgr}{(mol\ Kgr)}}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$\frac{V}{V_m} = \frac{W}{W_m} \frac{M_m}{M}$$

$$\frac{V_1}{V_m} = \frac{0.6}{1.3} \frac{9.551}{32}$$

$$\frac{V_1}{V_m} = 0.461 \times 0.298$$

$$\underline{\frac{V_1}{V_m} = 0.137}$$

$$\frac{V_2}{V_m} = \frac{0.2}{1.3} \frac{9.551}{2.016}$$

$$\frac{V_2}{V_m} = 0.153 \times 4.737$$

$$\underline{\frac{V_2}{V_m} = 0.724}$$

$$\frac{V_3}{V_m} = \frac{0.5}{1.3} \frac{9.551}{28.016}$$

$$\frac{V_3}{V_m} = 0.384 \times 0.34$$

$$\frac{V_2}{V_m} = 0.130$$

De la fórmula 5 tenemos:

$$P = P_m \frac{V_1}{V_m}$$

$$P_1 = 2.5561 \times 0.137$$

$$\underline{P_1 = 0.350 \frac{Kg}{cm^2} \text{ ABS.}}$$

$$P_2 = 2.5561 \times 0.724$$

$$\underline{P_2 = 1.850 \frac{Kg}{cm^2} \text{ ABS.}}$$

$$P_3 = 2.5561 \times 0.13$$

$$\underline{P_3 = 0.332 \frac{Kg}{cm^2} \text{ ABS.}}$$

$$P_m = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_m = 0.350 + 1.850 + 0.332$$

$$\underline{P_m = 2.532 \frac{Kg}{cm^2} \text{ ABS.}}$$

Ejemplo 30

Una determinada mezcla de gases contiene, 5 (mol-Lbr) de oxígeno, 6 (mol-Lbr) de monóxido de carbono y 8 (mol-Lbr) de hidrógeno, a 50°F y 250 Lb/pulg^2 ABS., determinar:

a) El análisis Volumétrico.

b) El análisis Gravimétrico.

c) La presión parcial de cada gas en la mezcla.

d) El volumen ocupado por la mezcla.

Datos:

$n_1 = 5$ (mol-Lbr) de O_2

$n_2 = 6$ (mol-Lbr) de CO

$n_3 = 8$ (mol-Lbr) de H_2

$t_m = 50°F$

Incógnitas

a) $\frac{V_1}{V_m} = ?, \frac{V_2}{V_m} = ?, \frac{V_3}{V_m} = ?$

b) $\frac{W_1}{W_m} = ?, \frac{W_2}{W_m} = ?, \frac{W_3}{W_m} = ?$

$P_m = 250$ Lb/pulg^2 ABS.

$R_u = 1545 \dfrac{\text{Lb-ft}}{°\text{R (mol-Lbr)}}$

c) $P_1 = ?,\ P_2 = ?,\ P_3 = ?$

$M_1 = 32 \dfrac{\text{Lbr}}{\text{(mol-Lbr)}}$

d) $V_m = ?$

$M_2 = 28.010 \dfrac{\text{Lbr}}{\text{(mol-Lbr)}}$

$M_3 = 2.016 \dfrac{\text{Lbr}}{\text{(mol-Lbr)}}$

Fórmulas

$$n_m = n_1 + n_2 + n_3 \tag{1}$$

$$T = t\,°F + 460 \tag{2}$$

$$P = \frac{P_m \times n}{n_m} \tag{3}$$

$$\frac{P_m V_m}{T_m} = n_m R_u \tag{4}$$

$$W = M\,n \tag{5}$$

$$W_m = W_1 + W_2 + W_3 \tag{6}$$

$$M_m = \frac{n_1}{n_m} M_1 + \frac{n_2}{n_m} M_2 + \frac{n_3}{n_m} M_3 \tag{7}$$

$$\frac{V}{V_m} = \frac{W}{W_m}\,\frac{M_m}{M} \tag{8}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$n_m = n_1 + n_2 + n_3$$

$$n_m = 5 + 6 + 8$$

$$\underline{n_m = 19 \text{ (mol-Lbr)}}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$T = t\,°F + 460$$

$$T = 50 + 460$$

$$\underline{T = 510°R}$$

c) De la fórmula 3 tenemos:

$$P = \frac{P_m \times n}{n_m}$$

$$P_1 = \frac{250 \frac{Lb}{pulg^2} \times 5 \text{ (mol}-\text{Lbr)}}{19 \text{ (mol}-\text{Lbr)}}$$

$$P_1 = \frac{1250}{19}$$

$$\underline{P_1 = 65.789 \frac{Lb}{pulg^2} \text{ ABS.}}$$

$$P_2 = \frac{250 \frac{Lb}{pulg^2} \times 6 \text{ (mol}-\text{Lbr)}}{19 \text{ (mol}-\text{Lbr)}}$$

$$P_2 = \frac{1500}{19}$$

$$\underline{P_2 = 78.947 \frac{Lb}{pulg^2} \text{ ABS.}}$$

$$P_3 = \frac{250 \frac{Lb}{pulg^2} \times 8 \text{ (mol}-\text{Lbr)}}{19 \text{ (mol}-\text{Lbr)}}$$

$$P_3 = \frac{2000}{19}$$

$$\underline{P_3 = 105.263 \frac{Lb}{pulg^2} \text{ ABS.}}$$

d) De la fórmula 4 tenemos:

$$\frac{P_m V_m}{T_m} = n_m R_u$$

De donde:

$$V_m = \frac{n_m R_u T_m}{P_m}$$

$$V_m = \frac{19 \text{ (mol}-\text{Lbr)} \times 1545 \frac{Lb-ft}{°R \text{ (mol}-\text{Lbr)}} \times 510 \text{ °R}}{250 \frac{Lb}{pulg^2} \times 144 \frac{pulg^2}{ft^2}}$$

$$V_m = \frac{14{,}971{,}050}{36000}$$

$$\underline{V_m = 415.862 \text{ ft}^3}$$

b) De la fórmula 5 tenemos:

$$W = M\, n$$

$$W_1 = 32 \frac{\text{Lbr}}{(\text{mol}-\text{Lbr})} \times 5 \text{ (mol-Lbr)}$$

$$\underline{W_1 = 160 \text{ Lbr}}$$

$$W_2 = 28.010 \frac{\text{Lbr}}{(\text{mol}-\text{Lbr})} \times 6 \text{ (mol-Lbr)}$$

$$\underline{W_2 = 168.06 \text{ Lbr}}$$

$$W_3 = 2.016 \frac{\text{Lbr}}{(\text{mol}-\text{Lbr})} \times 8 \text{ (mol-Lbr)}$$

$$\underline{W_3 = 16.128 \text{ Lbr}}$$

De la fórmula 6 tenemos:

$$W_m = W_1 + .W_2 + W_3$$

$$W_m = 160 + 168.06 + 16.128$$

$$\underline{W_m = 344.188 \text{ Lbr}}$$

$$\frac{W_1}{W_m} = \frac{160}{344.188} = 0.464 \qquad \frac{W_1}{W_m} = 46.4\%$$

$$\frac{W_2}{W_m} = \frac{168.06}{344.188} = 0.488 \qquad \frac{W_2}{W_m} = 48.8\%$$

$$\frac{W_3}{W_m} = \frac{16.128}{344.188} = 0.046 \qquad \frac{W_3}{W_m} = 4.6\%$$

$$\frac{W}{W_m} = \frac{W_1}{W_m} + \frac{W_2}{W_m} + \frac{W_3}{W_m}$$

$$\frac{W}{W_m} = 0.464 + 0.488 + 0.046$$

$$\underline{\frac{W}{W_m} = 99.8\%}$$

a) De la fórmula 7 tenemos:

$$M_n = \frac{n_1}{n_m} M_1 + \frac{n_2}{n_m} M_2 + \frac{n_3}{n_m} M_3$$

$$M_m = \frac{5\ (mol-Lbr)}{19\ (mol-Lbr)}\ 32\ \frac{Lbr}{(mol-Lbr)} + \frac{6\ (mol-Lbr)}{19\ (mol-Lbr)}\ 28.010\ \frac{Lbr}{(mol-Lbr)} +$$

$$+ \frac{8\ (mol-Lbr)}{19\ (mol-Lbr)} \times 2.016\ \frac{Lbr}{(mol-Lbr)}$$

$$M_m = 8.421 + 8.845 + 0.848$$

$$\underline{M_m = 18.114\ \frac{Lbr}{(mol-Lbr)}}$$

De la fórmula 8 tenemos:

$$\frac{V}{V_m} = \frac{W}{W_m}\ \frac{M_m}{M}$$

$$\frac{V_1}{V_m} = 0.464\ \frac{18.114\ \frac{Lbr}{(mol-Lbr)}}{32\ \frac{Lbr}{(mol-Lbr)}}$$

$$\frac{V_1}{V_m} = \frac{8.404}{32}$$

$$\frac{V_1}{V_m} = 0.262 \qquad \underline{\frac{V_1}{V_m} = 26.2\%}$$

$$\frac{V_2}{V_m} = 0.488\ \frac{18.114\ \frac{Lbr}{(mol-Lbr)}}{28.010\ \frac{Lbr}{(mol-Lbr)}}$$

$$\frac{V_2}{V_m} = \frac{8.839}{28.010}$$

$$\frac{V_2}{V_m} = 0.315 \qquad \underline{\frac{V_2}{V_m} = 31.5\%}$$

$$\frac{V_3}{V_m} = 0.046\ \frac{18.114\ \frac{Lbr}{(mol-Lbr)}}{2.016\ \frac{Lbr}{(mol-Lbr)}}$$

$$\frac{V_3}{V_m} = \frac{0.833}{2.016}$$

$$\frac{V_3}{V_m} = 0.413 \qquad \frac{V_3}{V_m} = 41.3\%$$

$$\frac{V}{V_m} = \frac{V_1}{V_m} + \frac{V_2}{V_m} + \frac{V_3}{V_m}$$

$$\frac{V}{V_m} = 0.262 + 0.315 + 0.413$$

$$\frac{V}{V_m} = 99\%$$

Ejemplo 31

En un recipiente cerrado, se encuentra una mezcla formada por 5 Lbr. de CO y 6 Lbr. de Nitrógeno a una presión de 30.7 Lb/pulg² MAN., y 110°F de temperatura, encontrándose la mezcla en la Ciudad de México.

Calcular:

a) La presión parcial de cada gas en la mezcla.

b) El volumen del recipiente.

c) El volumen que cada gas ocuparía si fueran separados de la mezcla, pero mantenidos a 30.7 Lb/pulg² MAN. en la Ciudad de México y 100°F de temperatura.

Datos:

W_1 = 5 Lbr de CO

W_2 = 6 Lbr de N_2

P_m = 30.7 Lb/pulg² MAN.

P_B = 11.3 Lb/pulg² BAR.

$$\left.\begin{array}{l} R_1 = 55.17 \\ R_2 = 55.158 \end{array}\right\} \frac{\text{Lb-ft}}{\text{°R-Lbr}}$$

t_m = 110°F

Incognitas

a) P_1 = ?, P_2 = ?

b) V_m = ?

c) V_1 = ?, V_2 = ?

Fórmulas

$$W_m = W_1 + W_2 \tag{1}$$

$$P_{ABS} = P_{MAN} + P_{BAR} \tag{2}$$

$$T = t\,°F + 460 \tag{3}$$

$$R_m = \frac{W_1}{W_m} R_1 + \frac{W_2}{W_m} R_2 \tag{4}$$

$$\frac{P\,V}{T} = W\,R \tag{5}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$W_m = W_1 + W_2$$

$$W_m = 5 \text{ Lbr} + 6 \text{ Lbr}$$

$$\underline{W_m = 11 \text{ Lbr.}}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$P_{ABS} = P_{MAN} + P_{BAR}$$

$$P_{ABS} = 30.7 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} + 11.3 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2}$$

$$\underline{P_{ABS} = 42 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2}}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$T = t\ °F + 460$$

$$T = 110 + 460$$

$$\underline{T = 570°R}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$R_m = \frac{W_1}{W_m} R_1 + \frac{W_2}{W_m} R_2$$

$$R_m = \frac{5 \text{ Lbr}}{11 \text{ Lbr}} \times 55.17 \frac{\text{Lb-ft}}{°\text{R-Lbr}} + \frac{6 \text{ Lbr}}{11 \text{ Lbr}} \times 55.158 \frac{\text{Lb-ft}}{°\text{R-Lbr}}$$

$$R_m = 25.077 + 30.086$$

$$\underline{R_m = 55.163 \frac{\text{Lb-ft}}{°\text{R-Lbr}}}$$

b) De la fórmula 5 tenemos:

$$\frac{P\,V}{T} = W\,R$$

De donde:

$$V_m = \frac{W_m\, R_m\, T_m}{P_m}$$

$$V_m = \frac{11 \text{ Lbr} \times 55.163 \dfrac{\text{Lb-ft}}{°\text{R-Lbr}} \times 570\ °\text{R}}{42 \dfrac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 144 \dfrac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2}}$$

$$V_m = \frac{345872.01}{6048}$$

$$\underline{V_m = 57.187 \text{ ft}^3}$$

a) De la fórmula 5 tenemos:

$$\frac{PV}{T} = WR$$

Despejando a P tenemos:

$$P = \frac{W\,R\,T}{V}$$

$$P_1 = \frac{W_1\, R_1\, T_m}{V_m}$$

$$P_1 = \frac{5 \text{ Lbr} \times 55.17 \dfrac{\text{Lb-ft}}{°\text{R-Lbr}} \times 570\ °\text{R}}{57.187\text{ft}^3 \times 144 \dfrac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2}}$$

$$P_1 = \frac{157234.5}{8234.92}$$

$$\underline{P_1 = 19.093 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \text{ ABS.}}$$

$$P_2 = \frac{W_2\, R_2\, T_m}{V_m}$$

$$P_2 = \frac{6 \text{ Lbr} \times 55.158 \dfrac{\text{Lb-ft}}{°\text{R-Lbr}} \times 570\ °\text{R}}{57.187\text{ft}^3 \times 144 \dfrac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2}}$$

$$P_2 = \frac{188640.36}{8234.92}$$

$$\underline{P_2 = 22.907 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \text{ ABS}}$$

$$P_m = P_1 + P_2$$

$$P_m = 19.093 + 22.907$$

$$\underline{P_m = 42 \frac{Lb}{pulg^2} \text{ ABS.}}$$

c) De la fórmula 5 tenemos:

$$\frac{P\,V}{T} = W\,R$$

Despejando a V tenemos:

$$V_1 = \frac{W_1\,R_1\,T_m}{P_m}$$

$$V_1 = \frac{5 \text{ Lbr} \times 55.17 \frac{Lb-ft}{°R-Lbr} \times 570\ °R}{42 \frac{Lb}{pulg^2} \times 144 \frac{pulg^2}{ft^2}}$$

$$V_1 = \frac{157234.5}{6048}$$

$$\underline{V_1 = 25.997 \text{ ft}^3}$$

$$V_2 = \frac{W_2\,R_2\,T_m}{P_m}$$

$$V_2 = \frac{6 \text{ Lbr} \times 55.158 \frac{Lb-ft}{°R-Lbr} \times 570\ °R}{42 \frac{Lb}{pulg^2} \times 144 \frac{pulg^2}{ft^2}}$$

$$V_2 = \frac{188640.36}{6048}$$

$$\underline{V_2 = 31.190 \text{ ft}^3}$$

$$V_m = V_1 + V_2$$

$$V_m = 25.997 + 31.190$$

$$\underline{V_m = 57.187 \text{ ft}^3}$$

CAPITULO IV
PROCESOS TERMODINÁMICOS DE LOS GASES

CAPÍTULO IV
PROCESOS TERMODINÁMICOS DE LOS GASES

PROCESOS REVERSIBLES Y PROCESOS IRREVERSIBLES

Si después de haberse efectuado una transformación en un fluido, tanto el propio fluido, como el medio que lo rodea pueden volverse a las condiciones iniciales en que se encontraban, transformándose nuevamente todas las cantidades de energía en la misma forma de energía original, se dice que se ha efectuado un PROCESO REVERSIBLE, si no puede volverse a las condiciones iniciales, se tratará de un PROCESO IRREVERSIBLE.

Todo proceso donde se efectúa una fricción, o una pérdida o ganancia de calor que no puede restituirse, efectuando el proceso en sentido inverso, se denomina como "PROCESO IRREVERSIBLE".

Por el contrario todo proceso reversible puede realizarse también en sentido inverso de tal manera que el fluido y el medio que lo rodea, se vuelven a encontrar en el mismo estado inicial.

"*TODOS LOS PROCESOS REALES SON IRREVERSIBLES*"

ENTROPÍA

"Es una magnitud que tiene todo cuerpo y sólo puede medirse por comparación".

Para procesos reversibles la Entropía se define como:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Para procesos irreversibles la Entropía se define como:

$$dS > \frac{dQ}{dT}$$

Donde:

S = ENTROPÍA en $\frac{B.T.U.}{°R}$, $\frac{Kcal}{°K}$

T = TEMPERATURA en °R , °K

Q = CALOR en B.T.U. , Kcal

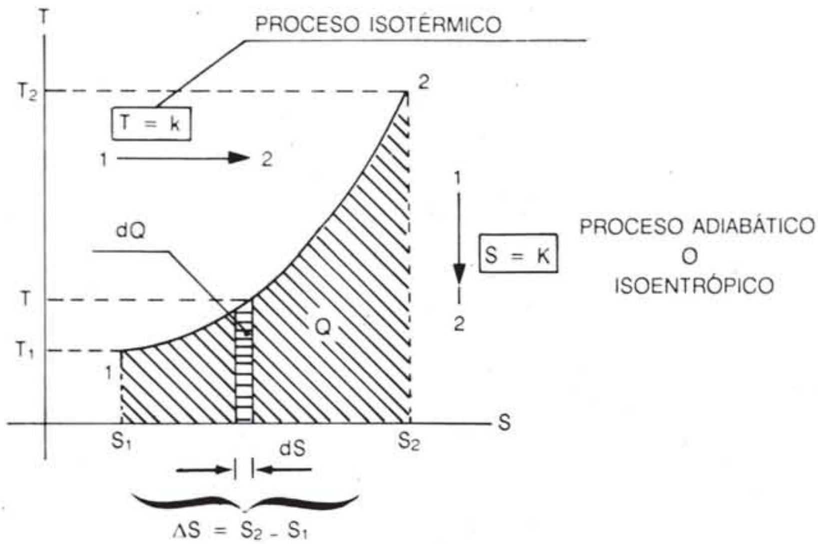
$$\Delta^S = {}^S_2 - S_1 = \text{VARIACIÓN DE ENTROPÍA}$$

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

La entropía tiene dos aplicaciones fundamentales las cuales son:

1.-Tener un índice de la forma en que la energía calorífica puede transformarse en trabajo.

2.-Poder representar gráficamente en un diagrama T-S, la transferencia de calor Q.



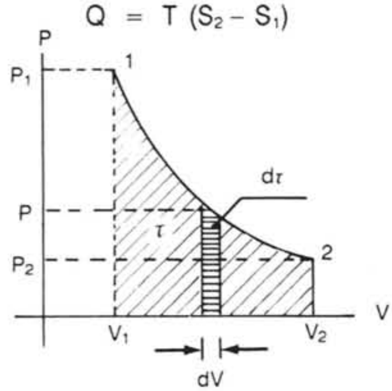
$$dQ = T\,dS$$

Integrando tenemos:

$$\boxed{Q = \int_{S1}^{S2} T\,dS}$$

Para un proceso isotérmico tenemos:

$$Q = T\,(S_2 - S_1)$$



$$d\tau = P\,dV$$

Integrando tenemos:

$$\tau = \int_{V_1}^{V_2} P\, dV$$

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta^U$$

$$dQ = \frac{d\tau}{J} + dU \qquad \text{(a)}$$

Pero:

$$d\tau = P\, dV$$

Dividiendo entre J tenemos:

$$\frac{d\tau}{J} = \frac{P\, dV}{J} \qquad \text{(b)}$$

$$dU = W\, C_V\, dT \qquad \text{(c)}$$

Sustituyendo las ecuaciones b y c en la ecuación a tenemos:

$$\boxed{dQ = \frac{P\, dV}{J} + W\, C_V\, dT}$$

Siendo esta "La expresión diferencial de la Primera Ley de la Termodinámica, para procesos sin flujo".

Dividiendo ésta expresión entre T tenemos:

$$\frac{dQ}{T} = \frac{P\, dV}{JT} + \frac{W\, C_V\, dT}{T}$$

Pero:

$$\frac{dQ}{T} = dS$$

Por lo que tenemos:

$$dS = \frac{P\, dV}{JT} + \frac{W\, C_V\, dt}{T} \qquad \text{(d)}$$

Sabemos que:

$$\frac{PV}{T} = WR$$

Por lo que:

$$\frac{P}{T} = \frac{WR}{V}$$

Sustituyendo en la ecuación d tenemos:

$$\boxed{dS = \frac{WR}{J}\frac{dV}{V} + \frac{W\,C_V\,dT}{T}} \qquad (A)$$

Integrando la ecuación A tenemos:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{WR}{J}\frac{dV}{V} + \int_1^2 \frac{W\,C_V\,dT}{T}$$

$$\Delta S = \left[\frac{WR}{J}(L_n V + W\,C_v\,L_n T\right]_1^2$$

$$\Delta S = \frac{WR}{J}(L_n V_2 - L_n V_1) + W\,C_V\,(L_n T_2 - L_n T_1)$$

$$\boxed{\Delta S = \frac{WR}{J} L_n \frac{V_2}{V_1} + W\,C_V\,L_n \frac{T_2}{T_1}}$$

"ECUACIÓN GENERAL DE LA VARIACIÓN DE ENTROPÍA PARA GASES PERFECTOS EN FUNCIÓN DE T y V"

Pero:

$$\frac{R}{J}\ C_P - C_V$$

Por lo que tenemos:

$$\Delta S = W(C_P - C_V)\,L_n \frac{V_2}{V_1} + W\,C_V\,L_n \frac{T_2}{T_1}$$

Desarrollando esta ecuación se tiene:

$$\Delta S = W\,C_P\,L_n \frac{V_2}{V_1} - W\,C_V\,L_n \frac{V_2}{V_1} + W\,C_V\,L_n \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta S = W\,C_P\,L_n \frac{V_2}{V_1} + W\,C_V\,(L_n \frac{T_2}{T_1} - L_n \frac{V_2}{V_1}) \qquad (1)$$

Pero:

$$L_n \frac{T_2}{T_1} - L_n \frac{V_2}{V_1} = L_n \frac{\frac{T_2}{T_1}}{\frac{V_2}{V_1}}$$

$$L_n \frac{T_2}{T_1} - L_n \frac{V_2}{V_1} = L_n \frac{T_2\,V_1}{T_1\,V_2}$$

Sustituyendo en la ecuación 1 tenemos:

$$\Delta S = W\ C_P\ L_n \frac{V_2}{V_1} + W\ C_V\ L_n \frac{T_2 V_1}{T_1 V_2} \qquad (2)$$

Aplicando la ecuación de trayectoria se tiene:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

De donde:

$$\frac{T_2 V_1}{T_1 V_2} = \frac{P_2}{P_1}$$

Sustituyendo en la ecuación 2 tenemos:

$$\boxed{\Delta S = W\ C_P\ L_n \frac{V_2}{V_1} + W\ C_V\ L_n \frac{P_2}{P_1}}$$

"ECUACIÓN GENERAL DE LA VARIACIÓN DE ENTROPÍA PARA LOS GASES PERFECTOS EN FUNCIÓN DE P y V"

$$\frac{P\,V}{T} = W\,R$$

$$\boxed{\frac{Pdv + VdP}{dT} = W\,R}$$

Expresión diferencial de la ecuación de estado de los gases perfectos.

$$\boxed{\Delta S = W\ C_P\ L_n \frac{T_2}{T_1} - \frac{WR}{J}\ L_n \frac{P_2}{P_1}}$$

"ECUACIÓN GENERAL DE LA VARIACIÓN DE ENTROPÍA PARA GASES PERFECTOS EN FUNCIÓN DE T y P".

Ejemplo 32

Se tienen 18 Lbr de hidrógeno ocupando un volumen de 6 ft^3 a una temperatura de 80°F. Si después de sufrir un proceso el volumen final es de 16 ft^3 y la temperatura de 160°F. Determínese la variación de entropía.

Datos:

$$W = 18 \text{ Lbr de } H_2$$

$$V_1 = 6 \text{ ft}^3$$

$$t_1 = 80°F$$

$$V_2 = 16 \text{ ft}^3$$

$$t_2 = 160°F$$

$$R = 766.54 \ \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$$

$$C_V = 2.4340 \ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$$

$$J = 778 \ \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{\text{B.T.U.}}$$

Fórmulas

$$T = t \ °F + 460 \qquad (1)$$

$$\Delta S = \frac{WR}{J} L_n \frac{V_2}{V_1} + WC_V \, L_n \frac{T_2}{T_1} \qquad (2)$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$T = t \ °F + 460$$

$$T_1 = 80 + 460$$

$$\underline{T_1 = 540 \ °R}$$

$$T_2 = 160 + 460$$

$$\underline{T_2 = 620 \ °R}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$\Delta S = \frac{WR}{J} L_n \frac{V_2}{V_1} + W \, C_V \, L_n \frac{T_2}{T_1}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\Delta S = \frac{18 \text{ Lbr} \times 766.54 \ \dfrac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}}}{778 \ \dfrac{\text{Lb}-\text{ft}}{\text{B.T.U.}}} L_n \frac{16 \text{ ft}^3}{6 \text{ ft}^3} + 18\text{Lbr} \times 2.434 \ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}} \times L_n \frac{620 \ °\text{R}}{540 \ °\text{R}}$$

$$\Delta S = 17.734 \times L_n\ 2.666 + 43.812 \times L_n\ 1.148$$

$$\Delta S = 17.734 \times 0.980 + 43.812 \times 0.138$$

$$\Delta S = 17.379 + 6.046$$

$$\underline{\Delta S = 23.425\ \frac{B.T.U.}{°R}}$$

Ejemplo 33

Calcular la variación de entropía conociendo los siguientes datos:

Datos:

$$W = 16\ Lbr$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 0.5$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 0.5$$

$$C_P = 0.2484\ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr}$$

$$C_V + 0.1775\ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr}$$

$$\Delta S = ?$$

Fórmula

$$\Delta S = WC_P\ L_n\ \frac{V_2}{V_1} + WC_V\ L_n\ \frac{P_2}{P_1}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\Delta S = 16\ Lbr \times 0.2484\ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr} \times L_n\ 0.5 + 16\ Lbr \times 0.1775\ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr} \times L_n\ 0.5$$

$$\Delta S = 3.9744 \times (-0.693) + 2.84\ (-0.693)$$

$$\Delta S = -2.754 - 1.968$$

$$\underline{\Delta S = -4.722\ \frac{B.T.U.}{°R}}$$

PROCESOS O TRANSFORMACIONES SIN FLUJO PARA GASES PERFECTOS

Para un gas o una mezcla de gases, los procesos o transformaciones se clasifican según su evolución en:

1.-Proceso Isométrico ($V = K$)
2.-Proceso Isobárico ($P = K$)
3.-Proceso Isotérmico ($T = K$) ; ($PV = K$)
4.-Proceso Adiabático
Reversible o Isoentrópico. ($S = K$) ; ($PV^{\gamma} = K$)
5.-Proceso Politrópico ($PV^{n} = K$)

En el proceso No. 4, se supone que el fluido no efectúa ningún cambio de calor con el medio exterior.

El proceso No. 5, comprende todos los procesos anteriores y proviene de una variación del Adiabático y del Isotérmico y se define por $PV^{n} = K$, en donde n es una constante llamada:

"ÍNDICE DEL PROCESO POLITRÓPICO"

PROCESO ISOMÉTRICO SIN FLUJO

Definición:

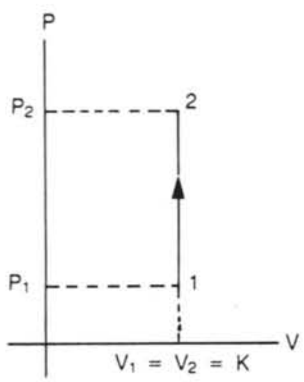
$$\boxed{V = K}$$

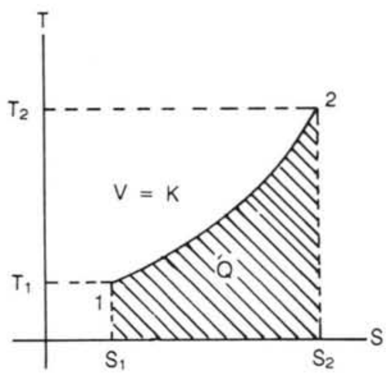
Ecuación característica:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{P}{T} = K$$

Representación Gráfica:





$$d\tau = P\,dV$$

$$\tau = \int_1^2 PdV$$

Pero:

$$dV = 0 \quad \therefore$$

$$\boxed{\tau = 0}$$

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta U$$

Pero:

$$\tau = O$$

$$\boxed{\begin{array}{c} Q = \Delta U \\ \Delta U = W\,C_V\,(T_2 - T_1) \\ Q = W\,C_V\,(T_2 - T_1) \end{array}}$$

$$T_2 - T_1 = \Delta T$$

$$dQ = T\,dS$$

$$Q = \int_1^2 TdS$$

$$\Delta S = \frac{WR}{J} L_n \frac{V_2}{V_1} + WC_V\,L_n \frac{T_2}{T_1}$$

$$V_2 = V_1$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 1 \qquad L_n\,1 = 0 \quad \therefore$$

$$\boxed{\Delta S = W\,C_V\,L_n \frac{T_2}{T_1}}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1$$

Pero:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \quad \therefore$$

$$\boxed{\Delta S = W\,C_V\,L_n \frac{P_2}{P_1}}$$

$$\boxed{\Delta S = W\,C_P\,L_n \frac{T_2}{T_1} - \frac{W\,R}{J} L_n \frac{P_2}{P_1}}$$

Ejemplo 34

Se tienen 45 Kgr de aire sometidos a una presión de 1.033 Kg/cm^2 ABS. y 0°C de temperatura, determinar:

La presión final, la variación de energía interna, el trabajo efectuado, el calor puesto en juego y la variación de entropía. Represéntese gráficamente el proceso en diagramas P-V y T-S

Si la temperatura al final del proceso es de 150° C.

Datos:

$$V = K$$

$$W = 45 \text{ Kgr de aire}$$

$$P_1 = 1.033 \frac{Kg}{cm^2} \text{ ABS.}$$

$t_1 = 0°C$

$t_2 = 150°C$

$P_2 = ?$

$\Delta U = ?$

$\tau = 0$

$Q = ?$

$\Delta S = ?$

$$C_V = 0.1714 \frac{Kcal}{°K - Kgr}$$

Fórmulas

$$T = t\,°C + 273 \tag{1}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \tag{2}$$

$$\Delta U = W\, C_V (T_2 - T_1) \tag{3}$$

$$\Delta S = W\, C_V\, L_n \frac{T_2}{T_1} \tag{4}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$T = t\,°C + 273$

$T_1 = 0 + 273$

$\underline{T_1 = 273\ °K}$

$T_2 = 150 + 273$

$\underline{T_2 = 423\ °K}$

De la fórmula 2 tenemos:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

Pero:

$V_1 = V_2 = K$

Por lo que se tiene:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Despejando a P_2 tenemos:

$$P_2 = \frac{P_1 T_2}{T_1}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$P_2 = \frac{1.033 \frac{Kg}{cm^2} \times 423\ °K}{273\ °K}$$

$$P_2 = \frac{436.959}{273}$$

$$\underline{P_2 = 1.6 \frac{Kg}{cm^2}}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$\Delta U = W\ C_V\ (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = 45\ Kgr \times 0.1714 \frac{Kcal}{°K-Kgr} (423 - 273)$$

$$\Delta U = 7.713 \times 150$$

$$\underline{\Delta U = 1156.95\ Kcal = Q}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$\Delta S = W\ C_V\ L_n \frac{T_2}{T_1}$$

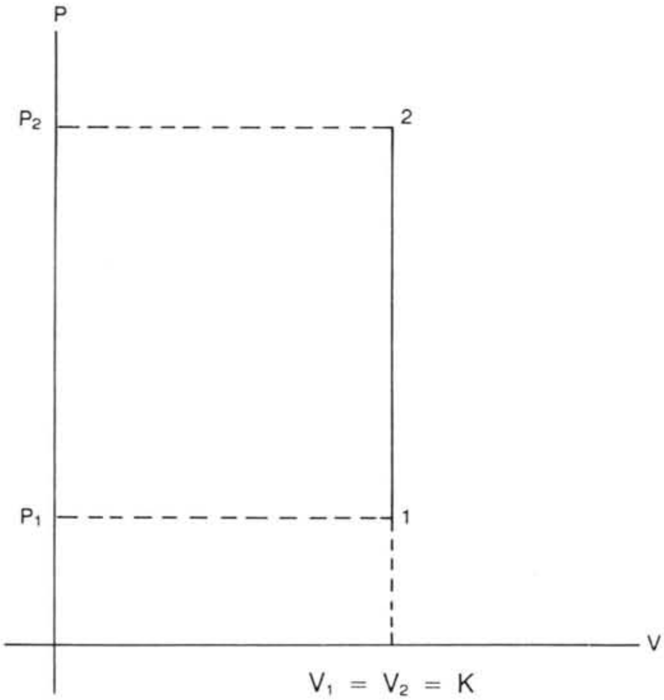
$$\Delta S = 45\ K\gamma\rho \times 0.1714 \frac{Kcal}{°K-Kgr} \frac{423\ °K}{273\ °K}$$

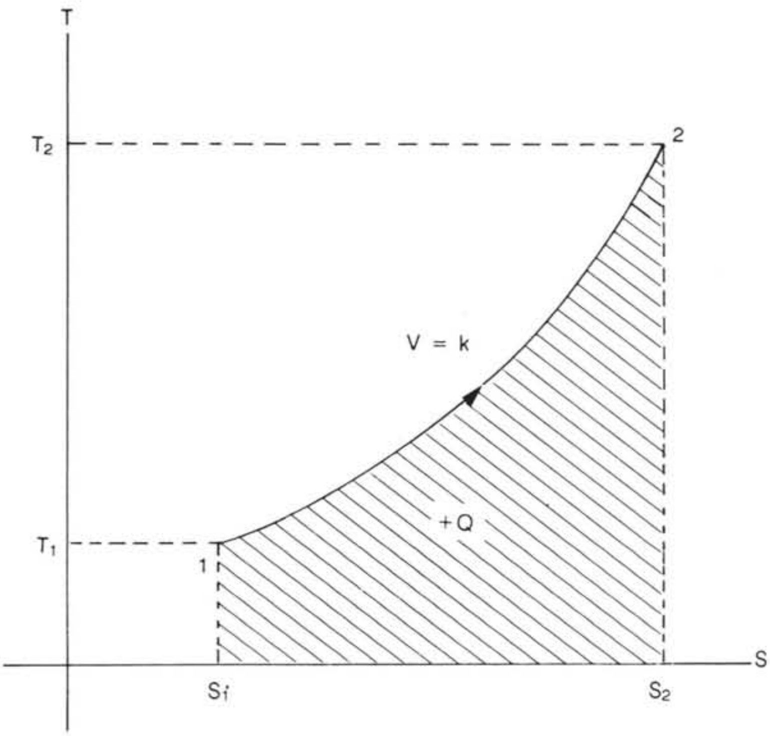
$$\Delta S = 7.713 \times L_n\ 1.549$$

$$\Delta S = 7.713 \times 0.437$$

$$\underline{\Delta S = 3.370 \frac{Kcal}{°K}}$$

Representación Gráfica





PROCESO ISOBÁRICO SIN FLUJO

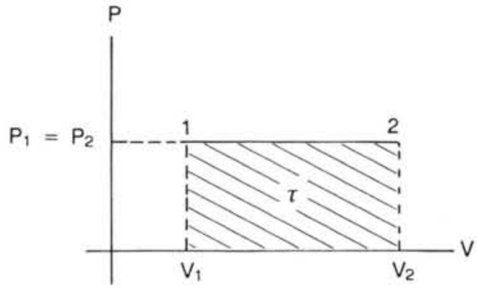
Definición:

$$\boxed{P = K}$$

Ecuación característica:

$$\boxed{\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \qquad \frac{V}{T} = K}$$

Representación: Gráfica:



$$d\tau = P\ dV$$

$$\tau = \int_1^2 P\ dV$$

$$\boxed{\begin{gathered} \tau = P\ (V_2 - V_1) \\ \tau = P\ \Delta V \\ \Delta U = W\ C_V\ (T_2 - T_1) \\ Q = W\ C_P\ (T_2 - T_1) \end{gathered}}$$

De la Primera Ley de la Termodinámica tenemos:

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta U$$

$$W\ C_P\ \Delta T = \frac{\tau}{J} + W\ C_V\ \Delta T$$

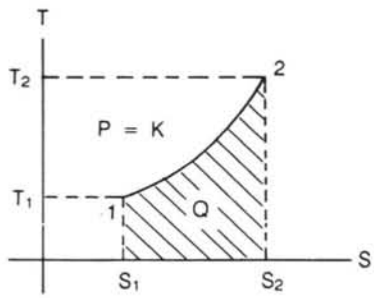
$$\boxed{\tau = J\ W\ \Delta T\ (C_P - C_V)}$$

Pero:

$$J\ (C_P - C_V) = R$$

$$\boxed{\tau = W\ R\ \Delta T}$$

$$\boxed{\tau = W\ R\ (T_2 - T_1)}$$



$$dQ = T\ dS$$

$$Q = \int_1^2 T\ dS$$

$$\Delta S = W\ C_P\ L_n \frac{V_2}{V_1} + W\ C_V\ L_n \frac{P_2}{P_1}$$

Pero:

$$\frac{P_2}{P_1} = K$$

De donde:

$$L_n \frac{P_2}{P_1} = 0$$

Por lo que:

$$\boxed{\Delta S - W\ C_P\ L_n \frac{V_2}{V_1}}$$

Pero:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\boxed{\Delta S = W\ C_P\ L_n\ \frac{T_2}{T_1}}$$

$$\boxed{\Delta S = \frac{WR}{J}\ L_n\ \frac{V_2}{V_1} + W\ C_V\ L_n\ \frac{T_2}{T_1}}$$

Ejemplo 35

Se tienen 15 Lbr de Helio a una temperatura inicial de 120°F, que son sometidos a un proceso Isobárico sin flujo, durante el cual se le agrega una cantidad de calor de 800 B.T.U., determínese:

a) La temperatura final T_2 en °F y °R
b) La variación de energía interna
c) El trabajo efectuado
d) La variación de entropía

Represéntese gráficamente el proceso en diagramas P-V y T-S

Datos:

$W = 15$ Lbr de Helio

$$R = 386.04\ \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$$

$$C_P = 1.2416\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$$

$$C_V = 0.7455\ \frac{\text{BTU}}{°\text{R-Lbr}}$$

$t_1 = 120°F$

$Q = 800$ B.T.U.

a) $t_2 = ?$ °F y °R

b) $\Delta U = ?$

c) $\tau = ?$

d) $\Delta S = ?$

Fórmulas

$$T = t\ °F + 460 \qquad (1)$$

$$Q = W\ C_P\ (T_2 - T_1) \qquad (2)$$

$$\Delta U = W\ C_V\ (T_2 - T_1) \qquad (3)$$

$$\tau = W\ R\ (T_2 - T_1) \qquad (4)$$

$$\Delta S = W\ C_P\ L_n\ \frac{T_2}{T_1} \qquad (5)$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$T = t\ °F + 460$$

$$T = 120 + 460$$

$$\underline{T_1 = 580\ °R}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$Q = W\ C_P\ (T_2 - T_1)$$

Desarrollando esta fórmula se obtiene:

$$Q = W\ C_P\ T_2 - W\ C_P\ T_1$$

Despejando a T_2 tenemos:

$$W\ C_P\ T_2 = Q + W\ C_P\ T_1$$

$$T_2 = \frac{Q}{W\ C_P} + \frac{W\ C_P\ T_1}{W\ C_P}$$

$$T_2 = \frac{Q}{W\ C_P} + T_1$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$T_2 = \frac{800\ B.T.U.}{15\ Lbr \times 1.2416\ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr}} + 580\ °R$$

$$T_2 = 42.955 + 580$$

$$\underline{T_2 = 622.955\ °R}$$

De la fórmula 1 tenemos:

$$T = t\ °F + 460$$

Despejando a t °F se tiene:

$$t\ °F = T - 460$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$t_2 = 622.955 - 460$$

$$\underline{T_2 = 162.955\ °F}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$\Delta U = W\ C_V\ (T_2 - T_1)$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$\Delta U = 15\ \text{Lbr} \times 0.7455\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}\ (622.955 - 580)\ °\text{R}$$

$$\Delta U = 11.182 \times 42.955$$

$$\underline{\Delta U = 480.322\ \text{B.T.U.}}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$\tau = W\ R\ (T_2 - T_1)$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\tau = 15\ \text{Lbr} \times 386.04\ \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}}\ (622.955 - 580)$$

$$\tau = 5790.6 \times 42.955$$

$$\underline{\tau = 248735.22\ \text{Lb-ft}}$$

De la fórmula 5 tenemos:

$$\Delta S = W\ C_P\ L_n\ \frac{T_2}{T_1}$$

Sustituyendo valores tenemos:

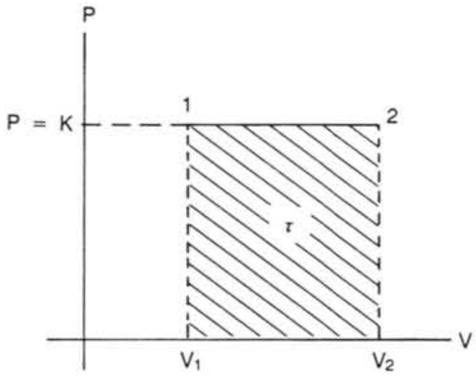
$$\Delta S = 15\ \text{Lbr} \times 1.2416\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}\ L_n\ \frac{622.955\ °\text{R}}{580\ °\text{R}}$$

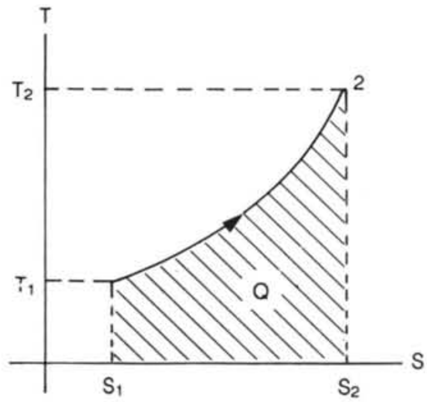
$$\Delta S = 18.624 \times L_n\ 1.074$$

$$\Delta S = 18.624 \times 0.071$$

$$\Delta S = 1.322\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}}$$

Representación Gráfica:





Ejemplo 36

Se tiene 8 Kgr de nitrógeno a una presión de 1 Kg/cm² ABS. y 0°C de temperatura, este gas es calentado y sometido a una expansión isobárica sin flujo hasta alcanzar una temperatura de 800°C.

Calcular:

a) El volumen inicial expresado en m^3
b) El volumen final expresado en m^3
c) El trabajo desarrollado en Kg-m
d) La variación de energía interna en Kcal
e) El calor suministrado en Kcal.
f) La variación de entropía en Kcal/°K
g) Represéntese gráficamente el proceso en diagramas P-V y T-S

Datos	Incognitas
$W = 8$ Kgr de N_2	a) $V_1 = ?\ m^3$
$R = 30.26\ \dfrac{Kg-m}{°K-Kgr}$	b) $V_2 = ?\ m^3$
$C_V = 0.1775\ \dfrac{Kcal}{°K-Kgr}$	c) $\tau = ?$ Kg-m
$C_P = 0.2484\ \dfrac{Kcal}{°K-Kgr}$	d) $\Delta U = ?$ Kcal
$t_1 = 0°C$	e) $Q = ?$ Kcal
$t_2 = 800°C$	f) $\Delta S = ?\ \dfrac{Kcal}{°K}$

$$P_1 = 1\ \frac{Kg}{cm^2}\ \text{ABS.} = P_2 = K$$

Fórmulas

$$T = t\ °C + 273 \qquad (1)$$

$$\frac{PV}{T} = WR \qquad (2)$$

$$\tau = P\ (V_2 - V_1) \qquad (3)$$

$$\Delta U = W\ C_V\ (T_2 - T_1) \qquad (4)$$

$$Q = W\ C_P\ (T_2 - T_1) \qquad (5)$$

$$\Delta S = W\ C_P\ L_n \frac{T_2}{T_1} \qquad (6)$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$T = t\ °C + 273$$

$$T_1 = 0 + 273$$

$$\underline{T_1 = 273\ °K}$$

$$T_2 = 800 + 273$$

$$\underline{T_2 = 1073\ °K}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = W\ R$$

Despejando a V_1 tenemos:

$$V_1 = \frac{W\ R\ T_1}{P_1}$$

Sustituyendo valores:

$$V_1 = \frac{8\ Kgr \times 30.26\ \frac{Kg-m}{°K-Kgr} \times 273°K}{1\ \frac{Kg}{cm^2} \times 10000\ \frac{cm^2}{m^2}}$$

$$V_1 = \frac{66087}{10000}$$

$$\underline{V_1 = 6.608\ m^3}$$

De la misma fórmula se tiene:

$$V_2 = \frac{W R T_2}{P_2}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$V_2 = \frac{8 \text{ Kgr} \times 30.26 \dfrac{\text{Kg}-\text{m}}{°\text{K}-\text{Kgr}} \times 1073°\text{K}}{1 \dfrac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \times 10000 \dfrac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}}$$

$$V_2 = \frac{259{,}751.84}{10{,}000}$$

$$\underline{V_2 = 25.975 \text{ m}^3}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$\tau = P\ (V_2 - V_1)$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\tau = 1 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \times 10000 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2} (25.975 - 6.608) \text{ m}^3$$

$$\tau = 10{,}000 \times 19.367$$

$$\underline{\tau = 193{,}670 \text{ Kg-m}}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$\Delta U = W\ C_V\ (T_2 - T_1)$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$\Delta U = 8 \text{ Kgr} \times 0.1775 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}-\text{Kgr}} (1{,}073 - 273)\ °\text{K}$$

$$\Delta U = 1.42 \times 800$$

$$\underline{\Delta U = 1{,}136 \text{ Kcal}}$$

De la fórmula 5 se tiene:

$$Q = W\ C_P\ (T_2 - T_1)$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$Q = 8 \text{ Kgr} \times 0.2484 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}-\text{Kgr}} (1{,}073 - 273)\ °\text{K}$$

$$Q = 1.9872 \times 800$$

$$\underline{Q = 1{,}589.76 \text{ Kcal}}$$

De la fórmula 6 tenemos:

$$\Delta S = W\ C_P\ L_n \frac{T_2}{T_1}$$

Sustituyendo valores se tiene:

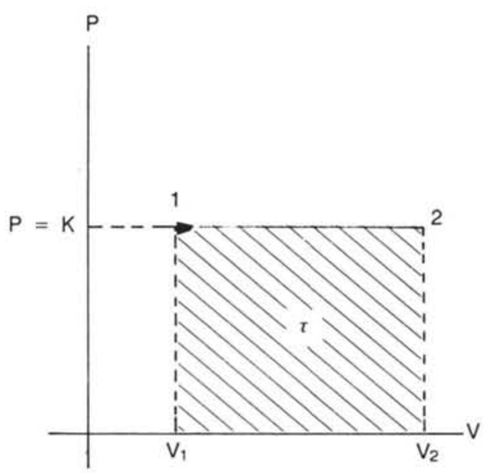
$$\Delta S = 8\ \text{Kgr} \times 0.2484\ \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}-\text{Kgr}} \times L_n \frac{1{,}073\ °\text{K}}{273\ °\text{K}}$$

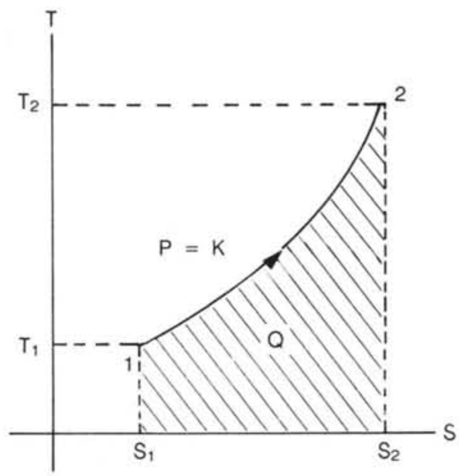
$$\Delta S = 1.9872 \times L_n\ 3.930$$

$$\Delta S = 1.9872 \times 1.368$$

$$\underline{\Delta S = 2.718\ \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}}}$$

Representación Gráfica:





PROCESO ISOTÉRMICO SIN FLUJO

Definición:

$$\boxed{T = K}$$

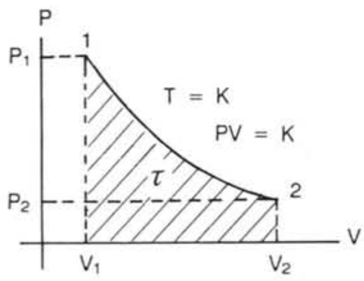
Ecuación característica:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$P_1\ V_1 = P_2\ V_2$$

$$PV = K$$

Representación Gráfica:



$$\tau = \int_1^2 P\,dV$$

Pero:

$$PV = K \quad \therefore \quad P = \frac{K}{V}$$

$$\tau = \int_1^2 \frac{K}{V}\,dV \quad ; \quad \tau = K \int_1^2 \frac{dV}{V}$$

$$\tau = K\,L_n \frac{V_2}{V_1}$$

Pero:

$$K = P\,V \quad \therefore$$

$$\boxed{\tau = P_1\,V_1\,L_n \frac{V_2}{V_1}}$$

Pero:

$$P_1\,V_1 = P_2\,V_2$$

$$\boxed{\tau = P_2\,V_2\,L_n \frac{V_2}{V_1}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \quad \therefore$$

$$\boxed{\begin{aligned} \tau &= P_1\,V_1\,L_n \frac{P_1}{P_2} \\ \tau &= P_2\,V_2\,L_n \frac{P_1}{P_2} \end{aligned}}$$

De la ecuación de estado tenemos:

$$P\,V = W\,R\,T$$

Para el primer estado se tiene:

$$P_1\,V_1 = W\,R\,T_1$$

$$\boxed{\tau = W\,R\,T_1\,L_n\,\frac{P_1}{P_2}}$$

Para el estado 2:

$$P_2\,V_2 = W\,R\,T_2 \quad \therefore$$

$$\boxed{\begin{aligned} \tau &= W\,R\,T_2\,L_n\,\frac{P_1}{P_2} \\ \tau &= W\,R\,T_1\,L_n\,\frac{V_2}{V_1} \\ \tau &= W\,R\,T_2\,L_n\,\frac{V_2}{V_1} \\ \Delta U &= 0 \end{aligned}}$$

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta U$$

Como:

$$\Delta U = 0$$

$$\boxed{Q = \frac{\tau}{J}}$$

$$\boxed{Q = \frac{W\,R\,T}{J}\,L_n\,\frac{P_1}{P_2}}$$

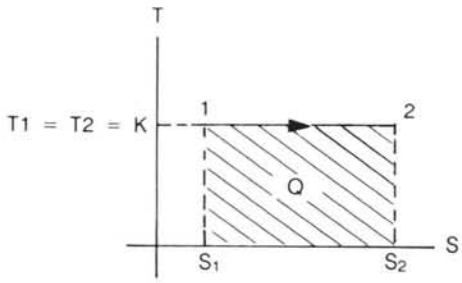
Pero:

$$W\,R\,T = P\,V$$

$$\therefore$$

$$\boxed{\begin{aligned} Q &= \frac{P_1\,V_1}{J}\,L_n\,\frac{V_2}{V_1} \\ Q &= \frac{P_2\,V_2}{J}\,L_n\,\frac{V_2}{V_1} \end{aligned}}$$

$T_1 = T_2 = K$



$$Q = \int_1^2 T\,dS$$

$$Q = T\,(S_2 - S_1)$$

$$Q = T\,\Delta S$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

$$\Delta S = \frac{WR}{J}\,L_n\,\frac{V_2}{V_1} + WC_V\,L_n\,\frac{T_2}{T_1}$$

Como:

$$L_n\,\frac{T_2}{T_1} = 0$$

Tenemos:

$$\Delta S = \frac{W\,R}{J}\,L_n\,\frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S = \frac{W\,R}{J}\,L_n\,\frac{P_1}{P_2}$$

Ejemplo 37

Durante un proceso isotérmico sin flujo 15 Lbr de aire que se encuentran a una temperatura de 50 °F tienen un incremento de Entropía de 0.462 $\frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}}$; calcular:

a) La relación entre el volumen final y el volumen inicial $\frac{V_2}{V_1}$

b) La relación entre la presión final y la presión inicial $\frac{P_2}{P_1}$

c) El trabajo desarrollado

d) El calor puesto en juego

e) La variación de energía interna

f) Represéntese el proceso en diagramas P-V y T-S

Datos:	Incógnitas
$W = 15$ Lbr de aire	a) $\frac{V_2}{V_1}$
$R = 53.342 \ \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$	
$t_1 = 50\ °F$	b) $\frac{P_2}{P_1}$
$\Delta S = 0.462 \ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}}$	c) $\tau = ?$
	d) $Q = ?$
	e) $\Delta U = ? = 0$

Fórmulas

$$T = t\ °F + 460 \tag{1}$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \tag{2}$$

$$\Delta S = \frac{WR}{J}\, L_n \frac{V_2}{V_1} \tag{3}$$

$$Q = \frac{\tau}{J} \tag{4}$$

$$\tau = W\,R\,T\,L_n \frac{P_1}{P_2} \tag{5}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$T = t\ °F + 460$$

$$T = 50 + 460$$

$$\underline{T = 510\ °R}$$

De la fórmula No. 2 tenemos:

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

Despejando a Q tenemos:

$$Q = \Delta S \, T$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$Q = 0.462 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}} \times 510\ °\text{R}$$

$$\underline{Q = 235.62 \text{ B.T.U.}}$$

De la fórmula No. 3 tenemos:

$$\Delta S = \frac{WR}{J} L_n \frac{V_2}{V_1}$$

Despejando a $L_n \frac{V_2}{V_1}$ tenemos:

$$L_n \frac{V_2}{V_1} = \frac{\Delta S J}{WR} \quad \therefore$$

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{\frac{\Delta S J}{WR}} \qquad \text{(A)}$$

Efectuando operaciones tenemos:

$$\frac{\Delta S J}{WR} = \frac{0.462 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}} \times 778 \frac{\text{Lb-ft}}{\text{B.T.U.}}}{15 \text{ Lbr} \times 53.342 \frac{\text{Lb-ft}}{°\text{R-Lbr}}}$$

$$\frac{\Delta S J}{WR} = \frac{359.436}{800.13}$$

$$\underline{\frac{\Delta S J}{WR} = 0.449}$$

Sustituyendo en A tenemos:

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{0.449}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = (2.718)^{0.449}$$

$$\underline{\frac{V_2}{V_1} = 1.566}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$Q = \frac{\tau}{J} \qquad \therefore$$

$$\tau = Q\,J$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$\tau = 235.62 \text{ B.T.U.} \times 778 \ \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{\text{B.T.U.}}$$

$$\underline{\tau = 183{,}312.36 \text{ Lb-ft}}$$

De la fórmula 5 se tiene:

$$\tau = W\,R\,T\,L_n\,\frac{P_1}{P_2}$$

$$\therefore$$

$$\tau = W\,R\,T\,\left(-L_n\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Despejando a $\frac{P_2}{P_1}$ obtenemos:

$$-L_n\,\frac{P_2}{P_1} = e^{\frac{\tau}{W\,R\,T}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = e^{\left(\frac{-\tau}{W\,R\,T}\right)} \qquad \text{(B)}$$

Efectuando operaciones tenemos:

$$\frac{\tau}{WRT} = \frac{183{,}312.36 \text{ Lb}-\text{ft}}{15 \text{ Lbr} \times 53.342 \ \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}} \times 510\ °\text{R}}$$

$$\frac{\tau}{WRT} = \frac{183{,}312.36}{408{,}066.30}$$

$$\underline{\frac{\tau}{WRT} = 0.449}$$

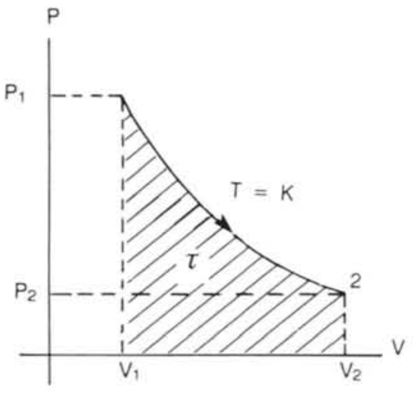
Sustituyendo en "B" tenemos:

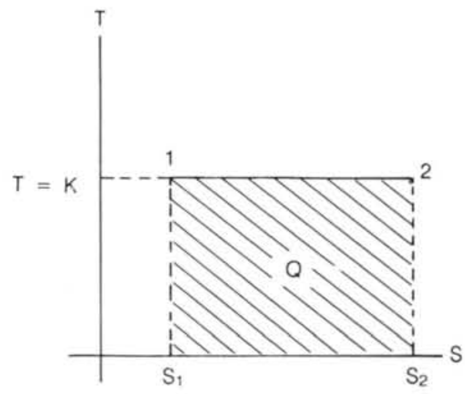
$$\frac{P_2}{P_1} = e^{(-0.449)}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = (2.718)^{-0.449}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 0.638$$

Representación Gráfica:





Ejemplo 38

Un gas desconocido se encuentra ocupando un volumen de 90 dm^3 cuando está sometido a una presión de 6.967 Kg/cm^2 MAN. y 250 °C de temperatura al nivel del mar.

Después de expanderse isotérmicamente sin flujo, la presión se abate hasta 3 Kg/cm^2 ABS. Calcular:

a) El volumen que ocupa el gas al final del proceso expresado en m^3.

b) La temperatura final del gas en °K y en °C.

c) La temperatua final del gas en Kg-m

d) La variación de energía interna en Kcal.

e) La cantidad de calor en Kcal.

f) La variación de entropía en Kcal/°K

g) Represéntese gráficamente el proceso en diagramas P-V y T-S

h) Determinar el trabajo específico en $\frac{Kg-m}{Kgr}$

i) La variación específica de Entropía en $\frac{Kcal}{°K-Kgr}$

Sabiendo que para este gas $C_P = 0.256 \frac{Kcal}{°K-Kgr}$ y $\gamma = 1.39$

Datos:

Proceso Isotérmico sin flujo al nivel del mar:

	Incógnitas
$V_1 = 90\ dm^3 = 0.09\ m^3$	a) $V_2 = ?\ m^3$
$P_1 = 6.967\ Kg/cm^2$ MAN	b) T-2 = ? °K y °C
$t_1 = 250\ °C$	c) $\tau = ?$ Kg-m
$P_2 = 3\ Kg/cm^2$ ABS.	d) $\Delta^{U\,=\,?\,=\,0}$
$P_{BAR} = 1.033\ Kg/cm^2$	e) Q = ? Kcal
$J = 427 \frac{Kg-m}{Kcal}$	f) $\Delta S = ?$ Kcal/°K
$C_P = 0.256 \frac{Kcal}{°K.Kgr}$	h) $\frac{\tau}{W} = ? \frac{Kg-m}{Kgr}$
γ 1.39	i) $\frac{\Delta S}{W} = ? \frac{Kcal}{°K-Kgr}$

Fórmulas

$$P_{ABS} = P_{BAR} + P_{MAN} \tag{1}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \tag{2}$$

$$T\ °K = t\ °C + 273 \tag{3}$$

$$\tau = P_1\ V_1\ L_n \frac{P_1}{P_2} \tag{4}$$

$$Q = \frac{\tau}{J} \tag{5}$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \tag{6}$$

$$\frac{C_P}{C_V} = \gamma \tag{7}$$

$$C_P - C_V = \frac{R}{J} \tag{8}$$

$$\frac{P\,V}{T} = W\,R \tag{9}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$P_{ABS} = P_{BAR} + P_{MAN}$$

$$P_{ABS} = 6.967 + 1.033$$

$$\underline{P_{ABS} = 8\ \frac{Kg}{cm^2}\ ABS}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$\frac{P_1\,V_1}{T_1} = \frac{P_2\,V_2}{T_2}$$

Pero:

$$T_1 = T_2 \text{ (Proceso Isotérmico)} \therefore$$

$$P_1\,V_1 = P_2\,V_2$$

Despejando a V_2 tenemos:

$$V_2 = \frac{P_1\,V_1}{P_2}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$V_2 = \frac{8\ \frac{Kg}{cm^2} \times 0.09 m^3}{3\ \frac{Kg}{cm^2}}$$

$$V_2 = \frac{0.72}{3}$$

$$\underline{V_2 = 0.24\ m^3}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$T\ °K = °C + 273$$

$$T_1 = 250 + 273$$

$$\underline{T_1 = 523\ °K}$$

De la misma fórmula 3 despejamos a t °C y tenemos:

$$T\ °K = t\ °C + 273 \therefore$$

$$t\ °C = T\ °K - 273$$

Como se trata de un proceso Isotérmico $T_1 = T_2 \quad \therefore \quad t_1 = t_2$

$$t\ °C = 523 - 273$$

$$\underline{t_1 = t_2 = 250\ °C}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$\tau = P_1\ V_1\ L_n\ \frac{P_1}{P_2}$$

$$\tau = 8\ \frac{Kg}{cm^2} \times 0.09\ m^3 \times 10{,}000\ \frac{cm^2}{m^2}\ L_n\ \frac{8\ \frac{Kg}{cm^2}}{3\ \frac{Kg}{cm^2}}$$

$$\tau = 7{,}200 \times L_n\ 2.666$$

$$\tau = 7{,}200 \times 0.980$$

$$\underline{\tau = 7{,}056\ Kg\text{-}m}$$

De la fórmula 5 tenemos:

$$Q = \frac{\tau}{J}$$

$$Q = \frac{7{,}056\ Kg-m}{427\ \frac{Kg-m}{Kcal}}$$

$$\underline{Q = 16.524\ Kcal}$$

De la fórmula 6 tenemos:

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

$$\Delta S = \frac{16.524\ Kcal}{523°K}$$

$$\underline{\Delta S = 0.031\ \frac{Kcal}{°K}}$$

De la fórmula 7 tenemos:

$$\frac{C_P}{C_v} = \gamma$$

Despejando a "C_v" tenemos:

$$C_V = \frac{C_P}{\gamma}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$C_V = \frac{0.256 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}-\text{Kgr}}}{1.39}$$

$$\underline{C_v = 0.184 \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}-\text{Kgr}}}$$

De la fórmula 8 tenemos:

$$C_P - C_V = \frac{R}{J}$$

Despejando a "R" tenemos:

$$R = (C_P - C_v)\ J$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$R = (0.256 - 0.184) \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}-\text{Kgr}} \times 427 \frac{\text{Kg.m}}{\text{Kcal}}$$

$$R = 0.072 \times 427$$

$$\underline{R = 30.744 \frac{\text{Kg}-\text{m}}{°\text{K}-\text{Kgr}}}$$

De la fórmula 9 tenemos:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = W\ R$$

Despejando a "W" tenemos:

$$W = \frac{P_1 V_1}{T_1 R}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$W = \frac{8 \frac{Kg}{cm^2} \times 0.09\ m^3 \times 10{,}000 \frac{cm^2}{m^2}}{523\ °K \times 30.744 \frac{Kg-m}{°K-Kgr}}$$

$$W = \frac{7{,}200}{16{,}079.112}$$

$$\underline{W = 0.447\ Kgr.}$$

El trabajo Específico será:

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{W}$$

$$\bar{\tau} = \frac{7{,}056 Kg-m}{0.447 Kgr}$$

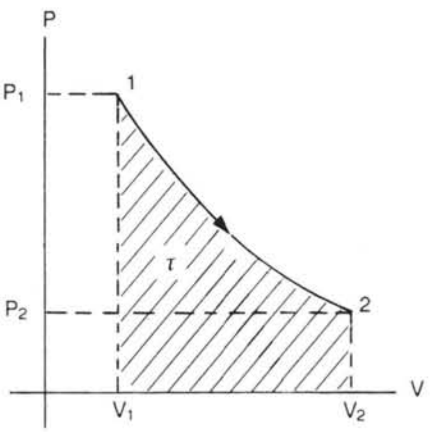
$$\bar{\tau} = 15{,}785\ \frac{Kg-m}{Kgr}$$

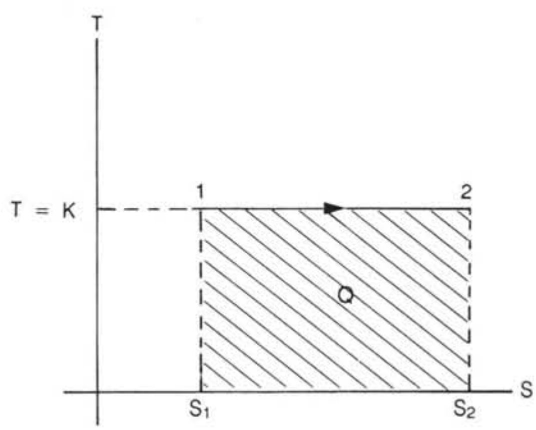
La variación específica de Entropía sera:

$$\frac{\Delta S}{W} = \frac{0.031 \frac{Kcal}{°K}}{0.447\ Kgr}$$

$$\frac{\Delta S}{W} = 0.069\ \frac{Kcal}{°K-Kgr}$$

Representación Gráfica:





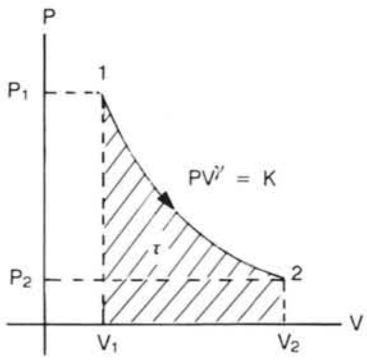
PROCESO ADIABÁTICO SIN FLUJO

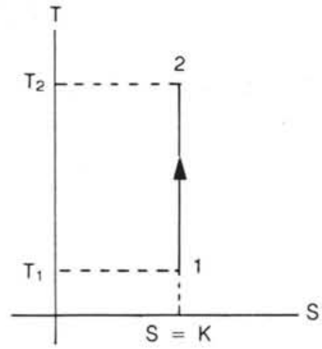
Adiabático Reversible o Isoentrópico

Definición:

$$\boxed{Q = O}$$

Representación Gráfica:





$$\tau = \int_1^2 P\, dV \qquad Q = \int_1^2 T\, dS = O$$

De la Primera Ley de la Termodinámica tenemos:

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta U$$

Como:

$$Q = O$$

$$\boxed{\begin{gathered} \frac{\tau}{J} = -\Delta U \\ \frac{\tau}{J} = U_1 - U_2 \\ \tau = J\,(U_1 - U_2) \\ \tau = -\,J\,\Delta U \end{gathered}}$$

$$\boxed{\begin{gathered} \Delta U = W\, C_V\, (T_2 - T_1) \\ \tau = -\,J\, C_V\, W\, (T_2 - T_1) \\ \tau = J\, W\, C_V\, (T_1 - T_2) \end{gathered}}$$

$$\Delta S = 0$$

Ecuación diferencial de la Primera Ley de la Termodinámica:

$$dQ = \frac{d\tau}{J} + dU$$

Como:

$$Q = 0$$

Tenemos:

$$\frac{d\tau}{J} = -\,dU$$

Pero:

$$d\tau = P\,dV$$

y

$$dU = W\,C_V\,dT$$

$$\therefore$$

$$\frac{P\,dV}{J} = -\,W\,C_V\,dT \tag{A}$$

De la ecuación de estado se tiene:

$$\frac{P\,V}{T} = W\,R$$

$$\frac{PdV + VdP}{dT} = W\,R$$

$$\therefore$$

$$\frac{PdV + VdP}{WR} = dT$$

Sustituyendo en la ecuación "A" tenemos:

$$\frac{PdV}{J} = -\,W\,C_V\,\frac{PdV + VdP}{WR} \tag{B}$$

De la ecuación de Mayer se tiene:

$$R = J\,(C_P - C_V)$$

Sustituyendo en la ecuación "B" tenemos:

$$\frac{PdV}{J} = -\,\frac{C_V\,(PdV + VdP)}{J(C_P - C_V)}$$

Dividiendo ambos miembros de esta ecuación entre PV y simplificando tenemos:

$$\frac{PdV}{PV} = -\frac{C_V\,(PdV + VdP)}{(C_P - C_V)\,PV}$$

$$\frac{dV}{V} = -\frac{C_V\,PdV}{PV(C_P - C_V)} - \frac{C_V\,VdP}{(C_P - C_V)\,PV}$$

$$\frac{dV}{V} + \frac{C_V}{(C_P - C_V)}\frac{dV}{V} = -\frac{C_V}{(C_P - C_V)}\frac{dP}{P} \qquad \text{(C)}$$

Pero:

$$\frac{C_P}{C_V} = \gamma \qquad \therefore$$

$$\frac{C_P}{C_V} - 1 = \gamma - 1$$

$$\frac{C_P - C_V}{C_V} = \gamma - 1$$

Sustituyendo en la ecuación "C" tenemos:

$$\frac{dV}{V} + \frac{1}{\gamma - 1}\frac{dV}{V} = -\frac{1}{\gamma - 1}\frac{dP}{P}$$

Simplificando se tiene:

$$\frac{dv}{V}\left(1 + \frac{1}{\gamma - 1}\right) = -\frac{1}{\gamma - 1}\frac{dp}{P}$$

Pero:

$$1 + \frac{1}{\gamma - 1} = \frac{\gamma - 1 + 1}{\gamma - 1} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \qquad \therefore$$

$$\frac{dV}{V}\frac{\gamma}{\gamma - 1} = \frac{1}{\gamma - 1}\frac{dP}{P}$$

Simplificando:

$$\frac{dV}{V}\gamma = -\frac{dP}{P}$$

Integrando se tiene:

$$\int_1^2 \frac{dV}{V}\gamma = -\int_1^2 \frac{dP}{P} \therefore$$

$$\gamma L_n \frac{V_2}{V_1} = -L_n \frac{P_2}{P_1}$$

$$\gamma L_n \frac{V_2}{V_1} = L_n \frac{P_1}{P_2}$$

$$L_n \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = L_n \frac{P_1}{P_2}$$

Tomando antilogarítmos se tiene:

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = \frac{P_1}{P_2} \qquad \text{(D)}$$

$$\frac{V^{\gamma}{}_2}{V^{\gamma}{}_1} = \frac{P_1}{P_2} \qquad \therefore$$

$$P_1\, V^{\gamma}{}_1 = P_2\, V^{\gamma}{}_2$$

$$PV^{\gamma} = K$$

Ecuación característica del Proceso Adiabático sin flujo en función de P y V

En función de la temperatura tenemos:

De la ecuación de trayectoria tenemos:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \therefore$$

$$\frac{P_2}{P} \quad \frac{V_1 T_2}{V\ T}$$

Sustituyendo en la ecuación "D" se tiene:

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$$

$$\frac{V_1}{V_2}\,\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} \qquad \therefore$$

Despejando a $\frac{T_2}{T_1}$ se tiene:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1} \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$$

Simplificando tenemos:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1} \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} \qquad \therefore$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

Finalmente:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \\ \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1-\gamma} \end{aligned}}$$

Ecuación característica del Proceso Adiabático sin flujo en función de T y V

En función de la presión y la temperatura se tiene:

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

y

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Igualando los segundos miembros se tiene:

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Finalmente se tiene:

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}}$$

Ecuación característica del Proceso Adiabático sin flujo en función de P y T.

El trabajo desarrollado y la variación de energía interna será:

$$\tau = \int_1^2 P\, dV$$

Pero:

$$P\, V^{\gamma} = K \qquad \therefore$$

$$P = \frac{K}{V^{\gamma}} \qquad \therefore$$

$$\tau = \int_1^2 \frac{K}{V^{\gamma}}\, dV = K \int_1^2 \frac{dV}{V^{\gamma}} = K \left[\frac{(V)^{-\gamma + 1}}{-\gamma + 1}\right]_1^2$$

$$\tau = K \left[\frac{(V_2)^{1-\gamma} - (V_1)^{1-\gamma}}{1 - \gamma}\right]$$

Pero:

$$P\, V^{\gamma} = K \qquad \therefore$$

$$\tau = \frac{P\, V_2^{\gamma} \; (V_2)^{1-\gamma} - P\, V_1^{\gamma} \; (V_1)^{1-\gamma}}{1 - \gamma}$$

Simplificando se tiene:

$$\boxed{\begin{aligned} \tau &= \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \gamma} \\ \tau &= \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{\gamma - 1} \end{aligned}}$$

Pero:

$$P\, V = W\, R\, T$$

Por lo que:

$$\boxed{\tau = \frac{WR\; (T_1 - T_2)}{\gamma\; 1}}$$

Si:

$$\frac{\tau}{J} = - \Delta U$$

Tenemos:

$$\boxed{\begin{array}{l} \Delta U = - \dfrac{WR\,(T_2 - T_1)}{J(\gamma\ \ 1\,)} \\[2ex] \Delta U = - \dfrac{P_2\,V_2 - P_1\,V_1)}{J(\gamma\ \ 1\,)} \end{array}}$$

Ejemplo 39

30 pies cúbicos de aire que se encuentran a 16 Lb/pulg^2 ABS. de presión y 90°F de temperatura son comprimidos durante un proceso adiabático reversible (ISOENTROPICO), en un proceso sin flujo, hasta una presión final de 150 Lb/pulg^2 ABS. Calcular:

a) El volumen final en pies cúbicos

b) La temperatura final en grados Farenheit

c) El trabajo desarrollado en Lb-ft

d) La variación de energía interna en B.T.U.

e) La cantidad de calor en B.T.U.

f) La variación de Entropía en B.T.U./°R

g) Representar el proceso en diagramas P-V y T-S

Datos:	Incógnitas
V_1 = 30 ft^3	a) V_2 = ? ft^3
P_1 = 16 Lb/pulg^2 ABS	b) T_2 = ? °F
t_1 = 90°F	c) τ = ? Lb-ft
P_2 = 150 Lb/pulg^2 ABS	d) ΔU = ? B.T.U.
AIRE	e) Q = ? B.T.U.
γ = 1.4	f) ΔS = ? B.T.U./°R

Fórmulas

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} \qquad (1)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1} \qquad (2)$$

$$T = t\ ^{\circ}F + 460 \qquad (3)$$

$$\tau = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{\gamma - 1} \qquad (4)$$

$$\Delta U = -\frac{\tau}{J} \qquad (5)$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1} . V_1$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$V_2 = \left(\frac{16\ Lb/pulg^2}{150\ Lb/pulg^2}\right)^{1} \times 30\ ft^3$$

$$V_2 = (0.106)^{0.714} \times 30$$

$$V_2 = 0.201 \times 30$$

$$\underline{V_2 = 6.03\ ft^3}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}$$

$$T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1} . T_1$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$T = t\ °F + 460$$

$$T_1 = 90°F + 460$$

$$\underline{T_1 = 550°R}$$

Para obtener el valor de T_2 tenemos:

$$T_2 = \left(\frac{30\ ft^3}{6.03\ ft^3}\right)^{1.4-1} (550°R)$$

$$T_2 = (4.975)^{0.4}\ (550)$$

$$T_2 = 1.899 \times 550$$

$$\underline{T_2 = 1{,}044.45°R}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$T = t\ °F + 460 \therefore$$

$$t\ °F = T - 460$$

$$t\ °F = 1{,}044.45 - 460$$

$$\underline{t = 584.45°F}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$\tau = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{\gamma - 1}$$

$$\tau = \frac{16 \dfrac{Lb}{pulg^2} \times 144 \dfrac{pulg^2}{ft^2} \times 30\ ft^3 - 150 \dfrac{Lb}{pulg^2} \times 144 \dfrac{pulg^2}{ft^2} \times 6.03\ ft^3}{1.4 - 1}$$

$$\tau = \frac{69{,}120 - 130{,}248}{0.4}$$

$$\tau = \frac{61{,}128}{0.4}$$

$$\underline{\tau = -\ 152{,}820\ Lb\text{-}ft}$$

De la fórmula 5 tenemos:

$$\Delta U = -\frac{\tau}{J}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\Delta U = -\frac{-152{,}820 \text{ Lb}-\text{ft}}{778\,\dfrac{\text{Lb}-\text{ft}}{\text{B.T.U.}}}$$

$$\underline{\Delta U = 196.426 \text{ B.T.U.}}$$

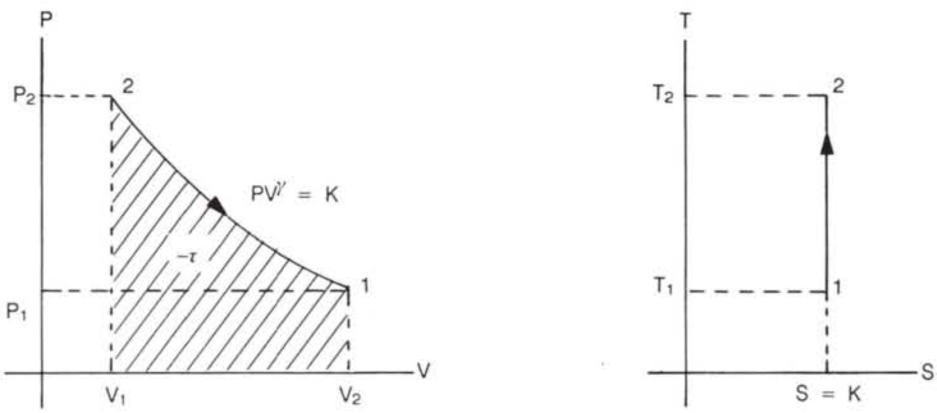
Por definición sabemos que:

$$S = K \therefore$$

$$\underline{\Delta S = 0}$$

$$\underline{Q = 0}$$

Representación Gráfica:



Ejemplo 40

Una determinada cantidad de hidrógeno se encuentra a las siguientes condiciones iniciales:

$P_1 = 116$ Lb/pulg^2 ABS, $V_1 = 5$ ft^3 y $t = 60°$F

Este gas es comprimido según un Proceso adiabático reversible (ISOENTROPICO) hasta alcanzar una presión final de 280 Lb/pulg^2 ABS

Calcular:

a) El volumen final en ft^3
b) La temperatura final en °F
c) El trabajo desarrollado en Lb-ft
d) La variación de energía interna en B.T.U.
e) La cantidad de calor en B.T.U.
f) La variación de Entropía en B.T.U./°R
g) Representar el proceso en diagramas P-V y T-S

Datos	Incógnitas
Hidrógeno	a) $V_2 = ?\ ft^3$
$P_1 = 116\ Lb/pulg^2$ ABS	b) $t_2 = ?\ ^\circ F$
$V_1 = 5\ ft^3$	c) $\tau = ?$ Lb-ft
$t_1 = 60^\circ F$	d) $\Delta U = ?$ B.T.U.
$P_2 = 280\ Lb/pulg^2$ ABS.	e) $Q = ?$ B.T.U.
$\gamma = 1.405$	f) $\Delta S = ?$ B.T.U./°R

Fórmulas

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} = \tag{1}$$

$$T = t\ ^\circ F + 460 \tag{2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1} \tag{3}$$

$$\tau = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{\gamma - 1} \tag{4}$$

$$\Delta U = -\frac{\tau}{J} \tag{5}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} \quad \therefore$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = \frac{P_1}{P_2} \quad \therefore$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$V_2 = 5\ ft^3 \left(\frac{116\ Lb/pulg^2}{280\ Lb/pulg^2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$V_2 = 5\ (0.414)^{0.711}$$

$$V_2 = 5 \times 0.534$$

$$\underline{V_2 = 2.67\ ft^3}$$

De la fórmula 2 se tiene:

$$T_1 = t\ °F + 460$$

$$T_1 = 60 + 460$$

$$\underline{T_1 = 520\ °R}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}$$

$$T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1} (T_1)$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$T_2 = \left(\frac{5\ ft^3}{2.67\ ft^3}\right)^{1.405 - 1} (520°R)$$

$$T_2 = (1.872)^{0.405} \times 520$$

$$T_2 = 1.289 \times 520$$

$$\underline{T_2 = 670.28\ °R}$$

De la fórmula 2 se tiene:

$$T = t\ °F + 460 \therefore$$

$$t\ °F = T - 460$$

$$t_2 = 670.28 - 460$$

$$\underline{t_2 = 210.28\ °F}$$

De la fórmula 4 se tiene:

$$\tau = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{\gamma - 1}$$

$$\tau = \frac{16 \dfrac{Lb}{pulg^2} \times 144 \dfrac{pulg^2}{ft^2} \times 5\ ft^3 - 280 \dfrac{Lb}{pulg^2} \times 144 \dfrac{pulg^2}{ft^2} \times 2.67\ ft^3}{1.405 - 1}$$

$$\tau = \frac{83{,}520 - 107{,}654.4}{0.405}$$

$$\tau = \frac{-24{,}134.4}{0.405}$$

$$\underline{\tau = -\ 59{,}591.11\ Lb\text{-}ft}$$

De la fórmula 5 tenemos:

$$\Delta U = -\frac{\tau}{J}$$

$$\Delta U = -\left(\frac{-59{,}591.11\ Lb-ft}{778\ \dfrac{Lb-ft}{B.T.U.}}\right)$$

$$\underline{\Delta U = 76.59 \text{ B.T.U.}}$$

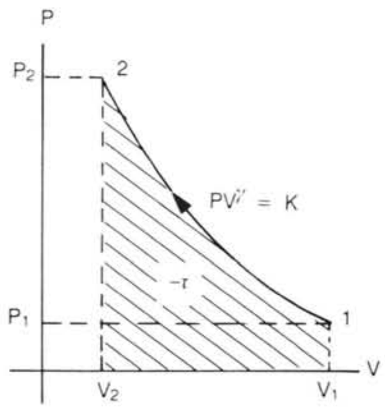
Por definición sabemos que:

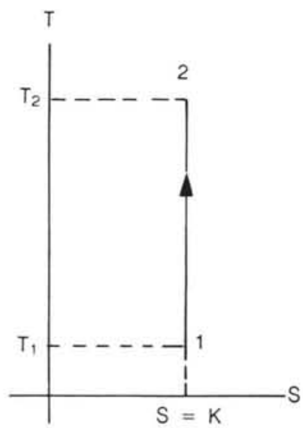
$$S = K$$

$$\underline{\Delta S = 0}$$

$$\underline{Q = 0}$$

Representación Gráfica:

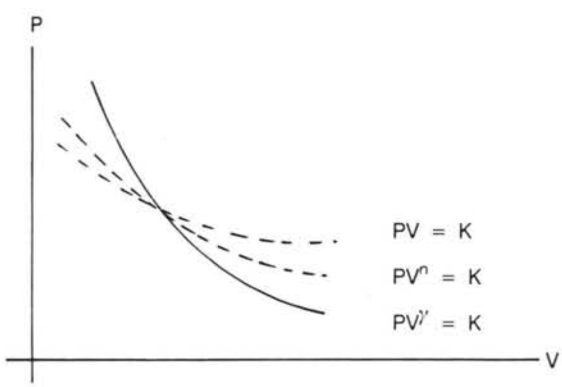




PROCESO POLITRÓPICO SIN FLUJO

Este proceso proviene de una variación de los procesos Isotérmico y Adiabático, considerándose, además como la generalización de todos los procesos.

El proceso Politrópico sin flujo es el que tienden a seguir todos los procesos reales, cuando se efectúa en un fluido una compresión o una expansión.



Se ha encontrado en la mayoría de los procesos reales, que la relación entre P y V puede representarse aproximadamente por la ecuación:

$$P\,V^n = K$$

Donde "n" es una constante llamada:

"INDICE DEL PROCESO POLITRÓPICO"

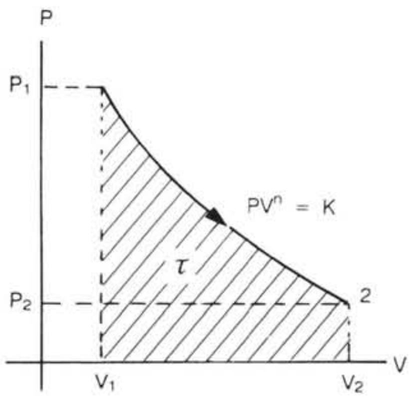
Definición:

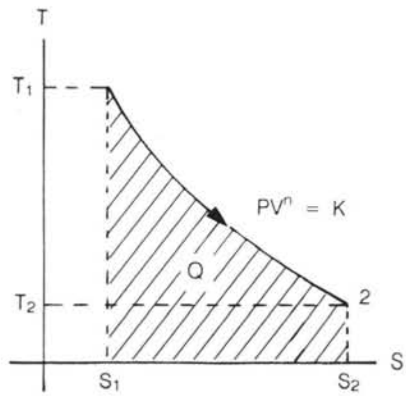
$$\frac{-\dfrac{\tau}{J}}{\Delta U} = a$$

Donde:

"a" Es una constante de proporcionalidad del Proceso Politrópico.

Representación Gráfica:





$$\tau = \int_1^2 P\,dV \qquad\qquad Q = \int_1^2 T\,dS$$

$$\frac{d\tau}{J\,dU} = -\,a \qquad \therefore$$

$$d\tau = -\,a\,J\,dU \tag{1}$$

Pero:

$$d\tau = P\,dV$$

y

$$dU = W\,C_V\,dT$$

Sustituyendo estas ecuaciones en la ecuación 1 tenemos:

$$P\,dV = -\,a\,J\,W\,C_V\,dT \tag{2}$$

Pero:

$$dT = \frac{P\,dV + V\,dP}{W\,R}$$

Sustituyendo en la ecuación 2 tenemos:

$$P\,dV = -\,a\,J\,W\,C_V\,\frac{P\,dV + V\,dP}{W\,R}$$

$$\frac{P\,dV + V\,dP}{P\,dV} = \frac{R}{a\,J\,C_V}$$

Pero:

$$\frac{R}{J} = C_P - C_V \qquad \therefore$$

$$\frac{P\,dV + V\,dP}{P\,dV} = \frac{C_P - C_V}{a\,C_V}$$

$$\frac{P\,dV + V\,dP}{P\,dV} = -\frac{1}{a}\,\frac{C_P - C_V}{C_V}$$

$$\frac{P\,dV + V\,dP}{P\,dV} = -\frac{1}{a}\left(\frac{C_P}{C_V} - \frac{C_V}{C_V}\right)$$

$$\frac{P\,dV + V\,dP}{P\,dV} = -\frac{1}{a}\left(\gamma - 1\right)$$

$$\frac{P\,dV + V\,dP}{P\,dV} = -\gamma\left(-\frac{1}{a}\right)$$

$$1 + \frac{V\,dP}{P\,dV} = -\,\frac{\gamma - 1}{a} \qquad \therefore$$

$$\frac{V\,dP}{P\,dV} = -\,\frac{\gamma - 1}{a} - 1$$

$$\frac{V\,dP}{P\,dV} = -\left(\frac{\gamma - 1}{a}\right) + 1$$

$$\frac{V\,dP}{P\,dV} = -\,\frac{\gamma - 1 + a}{a}$$

Pero:

$$\frac{\gamma - 1 + a}{a} = n \qquad \therefore$$

$$\frac{V\,dP}{P\,dV} = -\,n$$

$$\frac{dP}{P} = -n\,\frac{dV}{V}$$

Integrando tenemos:

$$\int_1^2 \frac{dP}{P} = -\,n \int_1^2 \frac{dV}{V}$$

$$L_n\,\frac{P_2}{P_1} = -\,n\,L_n\,\frac{V_2}{V_1} \qquad \therefore$$

$$-\,n = \frac{L_n\,\dfrac{P_2}{P_1}}{L_n\,\dfrac{V_2}{V_1}} \qquad \therefore$$

$$\boxed{n = \frac{L_n\,\dfrac{P_1}{P_2}}{L_n\,\dfrac{V_2}{V_1}}}$$

Ecuación para calcular "n" en un Proceso Politrópico

Multiplicando numerador y denominador por 2.3 tenemos:

$$\boxed{n = \frac{\log\dfrac{P_1}{P_2}}{\log\dfrac{V_2}{V_1}}}$$

$$L_n\,\frac{P_2}{P_1} = n\,L_n\,\frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n$$

$$\therefore$$

$$P_1 V^n_1 = P_2 V^n_2$$

$$P V^n = K$$

Ecuación característica del Proceso Politrópico

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1-n}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\tau = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - n}$$

$$\tau = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{n - 1} \qquad ; \qquad \tau = \frac{WR\,(T_1 - T_2)}{n - 1}$$

$$\Delta U = -\frac{\tau}{aJ} \qquad \therefore \qquad \tau = a\,J\,W\,C_V\,(T_1 - T_2)$$

$$\Delta U = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{aJ\,(n - 1)} \qquad \Delta U = W\,C_V\,(\sim T_2 - T_1 \sim)$$

Para el calor tenemos:

De la primera Ley de la Termodinámica:

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta U$$

$$Q = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{J\,(1 - n)} + \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{a\,J\,(n - 1)}$$

$$Q = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{J\,(1 - n)} - \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{a\,J\,(1 - n)} \qquad \therefore$$

Simplificando tenemos:

$$\boxed{Q = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{J\,(1-n)} \left(1 - \frac{1}{a}\right)}$$

$$\Delta U = -\frac{\tau}{aJ}$$

Pero:

$$\frac{\tau}{J} = -\,a\,\Delta U$$

$$\therefore$$

Sustituyendo en la ecuación de la primera Ley de la Termodinámica tenemos:

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta U$$

$$Q = -\,a\,\Delta U + \Delta U$$

Simplificando tenemos:

$$\boxed{Q = \Delta U\,(1-a)}$$

Pero:

$$\Delta U = W\,C_V\,(T_2 - T_1)$$

$$\therefore$$

$$\boxed{Q = (1-a)\,W\,C_V\,(T_2 - T_1)}$$

La variación de Entropía será:

$$\Delta S = W\,C_P\,L_n\,\frac{V_2}{V_1} + W\,C_v\,L_n\,\frac{P_2}{P_1}$$

$$\Delta S = W\,C_P\,L_n\,\frac{T_2}{T_1} - \frac{WR}{J}\,L_n\,\frac{P_2}{P_1}$$

$$\Delta S = \frac{WR}{J}\,L_n\,\frac{V_2}{V_1} + W\,C_v\,L_n\,\frac{T_2}{T_1}$$

Para el cálculo de "a" tenemos:

$$n = \frac{\gamma - 1 + a}{a}$$

Despejando a "a" tenemos:

$$\gamma - 1 + a = n\,a$$

$$\gamma - 1 = n\,a - a$$

$$\gamma - 1 = a\,(n - 1) \therefore$$

$$\boxed{a = \frac{\gamma - 1}{n - 1}}$$

CALOR ESPECÍFICO DEL PROCESO POLITRÓPICO

Este calor específico lo designaremos como "C_n"

Definición:

El calor específico del proceso Politrópico: Es la cantidad de calor suministrado o substraído a la unidad de masa del gas para variar en 1° su temperatura durante el proceso.

Sus unidades serán:

SISTEMA MÉTRICO	SISTEMA INGLÉS
$C_n = \frac{Kcal}{°K \times Kgr}$	$C_n = \frac{B.T.U.}{°R \times Lbr}$
$C_n = \frac{Kcal}{°C \times Kgr}$	$C_n = \frac{B.T.U.}{°F \times Lbr}$

$$\boxed{Q = W\,C_n\,(T_2 - T_1)}$$

Si sabemos que:

$$Q = (1 - a)\,W\,C_V\,(T_2 - T_1)$$

y

$$C_n = (1 - a)\,C_V$$

Despejando a "a" de la ecuación anterior tenemos:

$$a = 1 - \frac{C_n}{C_V} \qquad (1)$$

Pero:

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1} \tag{2}$$

Sustituyendo la ecuación 2 en la ecuación 1 y despejando a C_n tenemos:

$$\frac{\gamma - 1}{n - 1} = 1 - \frac{C_n}{C_V}$$

$$C_n = C_V \left(1 - \frac{\gamma - 1}{n - 1}\right)$$

Simplificando se tiene:

$$C_n = C_V \left(\frac{n - \gamma}{n - 1}\right)$$

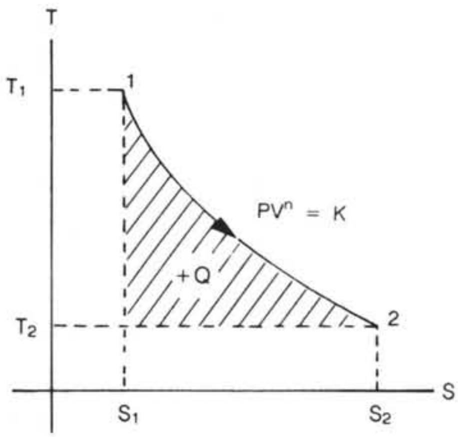
$$\therefore$$

$$\boxed{C_n = C_V \frac{\gamma - n}{1 - n}}$$

"Cuando $\gamma > n > 1$ C_n será negativo"

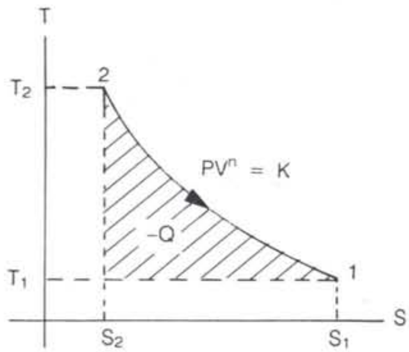
Un valor negativo de C_n significa cualquiera de las dos sigueitnes circunstancias:

1.-



Que el calor Q es suministrado por el medio exterior al gas (+Q) y sin embargo la temperatura del gas disminuye ($T_2 < T_1$)

2.-



Que el calor Q es cedido por el gas al medio exterior (-Q) y sin embargo la temperatura del gas aumenta ($T_2 > T_1$)

Recordando que:

$$S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

Y

$$Q = W\, C_n\, \Delta T$$

$$dQ = W\, C_n\, dT$$

$$\therefore$$

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{W\, C_n\, dT}{T}$$

$$\Delta S = W\, C_n \int_1^2 \frac{dT}{T}$$

$$\therefore$$

$$\boxed{\Delta S = W\, C_n\, L_n \frac{T_2}{T_1}}$$

EFECTO DE LA VARIACIÓN DEL EXPONENTE n DE LOS PROCESOS POLITRÓPICOS

PROCESO ISOMÉTRICO

$$n = \infty \; ; \; a = 0$$

$$P_1V^n{}_1 = P_2V^n{}_2$$

$$\therefore$$

$$(P_1)^{1/n} \, V_1 = (P_2)^{1/n} \, V_2$$

Si:

$$n = \infty \; \therefore \; \frac{1}{n} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$\therefore$$

$$P^{o}{}_1 \, V_1 = P^{o}{}_2 \, V_2$$

Pero:

$$P^{o} = 1$$

Por lo que:

$$V_1 = V_2$$

De la definición de proceso politrópico sin flujo tenemos:

$$\frac{-\dfrac{\tau}{J}}{\Delta U} = a$$

Como:

$$V_1 = V_2 \qquad \therefore$$

$$\tau = 0 \qquad \therefore$$

$$\frac{0}{J \, \Delta U} = 0 = a$$

$$\boxed{a = 0}$$

Cuando:

$$n = \infty \text{ y } a = 0$$

"Todas las fórmulas del Proceso Politrópico se pueden aplicar al Proceso Isométrico"

PROCESO ISOBÁRICO

$$n = 0 \; ; \; a = 1 - \gamma$$

$$P_1 V^n_1 = P_2 V^n_2$$

Si n = 0 Tenemos:

$$P_1 V^o_1 = P_2 V^o_2$$

Pero:

$$V^o = 1$$

Por lo que:

$$P_1 = P_2$$

Si sabemos que:

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1}$$

Sustituyendo el valor de n = 0 tenemos:

$$a = \frac{\gamma - 1}{0 - 1}$$

Desarrollando esta ecuación se tiene:

$$a = -\gamma + 1$$

$$\boxed{a = 1 - \gamma}$$

Cuando:

$$n = 0 \text{ y } a = 1 - \gamma$$

"Todas las fórmulas del Proceso Politrópico se pueden aplicar al Proceso Isobárico"

PROCESO ISOTÉRMICO

$$n = 1 \qquad ; \qquad a = \infty$$

$$P_1 V^n_1 = P_2 V^n_2$$

Si:

$$n = 1$$

$$\boxed{P_1 V_1 = P_2 V_2}$$

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1} = \frac{\gamma - 1}{1 - 1} = \frac{\gamma - 1}{0}$$

$$\boxed{a = \infty}$$

Cuando:

$$n = 1 \text{ y } a = \infty$$

"Todas las fórmulas del Proceso Politrópico se pueden aplicar al Proceso Isotérmico".

PROCESO ADIABÁTICO

$$n = \gamma \qquad \text{y} \qquad a = 1$$

$$P_1 V^n_1 = P_2 V^n_2$$

Si:

$$n = \gamma$$

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}$$

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1}$$

Pero:

$$n = \gamma$$

$$\therefore$$

$$a = \frac{\gamma - 1}{\gamma - 1}$$

$$\boxed{a = 1}$$

Cuando:

$$n = \gamma \qquad \text{y} \qquad a = 1$$

"Todas las fórmulas del Proceso Politrópico se pueden aplicar al Proceso Adiabático".

Ejemplo 41

Si 0.536 Lbr de Hidrógeno se expanden mediante un proceso politrópico, con un indice n = 1.3, desde un estado inicial de 115.4 Lb/pulg² MAN. y 170°F, hasta un estado final en que la presión absoluta es igual a la atmosférica.

SI este proceso se efectúa en un lugar situado al nivel del mar, calcular:

a) Las propiedades faltantes que determinan los estados inicial y final del gas.
b) El trabajo desarrollado
c) El calor puesto en juego
d) La variación de energía interna
e) La variación de Entropía
f) Representar el Proceso en diagramas P-V y T-S

Datos	Incógnitas
Nivel del Mar	
$P_{BAR} = 14.7$ Lb/pulg²	$P_1 = ?$ Lb/pulg² ABS
$W = 0.536$ Lbr	$P_2 = ?$ Lb/pulg² ABS
GAS HIDRÓGENO	$V_1 = ?\ ft^3$
$R = 766.54 \dfrac{Lb-ft}{°R-Lbr}$	$V_2 = ?\ ft^3$
$C_V = 2.434 \dfrac{B.T.U.}{°R-Lbr}$	$T_1 = ?\ °R$
$\gamma = 1.405$	$T_2 = ?\ °R$
$n = 1.3$	$\tau = ?$ Lb-ft
$P_1 = 115.4$ Lb/pulg² MAN.	$Q = ?$ B.T.U.
$t_1 = 170°F$	$\Delta U = ?$ B.T.U.
$P_2 = 14.7$ Lb/pulg² ABS	$\Delta S = ? \dfrac{B.T.U.}{°R}$

Fórmulas

$$P_{ABS} = P_{MAN} + P_{BAR} \tag{1}$$

$$T = t\ °F + 460 \tag{2}$$

$$WR = \frac{P\,V}{T} \tag{3}$$

$$P_1 V^n_1 = P_2 V^n_2 \tag{4}$$

$$\tau = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{n - 1} \tag{5}$$

$$\Delta U = W C_V (T_2 - T_1) \tag{6}$$

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1} \tag{7}$$

$$Q = \Delta U (1 - a) \tag{8}$$

$$C_n = (1 - a) C_V \tag{9}$$

$$\Delta S = W C_n L_n \frac{T_2}{T_1} \tag{10}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$P_{ABS} = P_{MAN} + P_{BAR}$$

$$P_1 = 115.4 + 14.7$$

$$\underline{P_1 = 130.1 \frac{Lb}{pulg^2} \text{ ABS.}}$$

De la fórmula 2 se tiene:

$$T = t\ °F + 460$$

$$T_1 = 170 + 460$$

$$\underline{T_1 = 630°R}$$

De la fórmula 3 se tiene:

$$WR = \frac{PV}{T}$$

Despejando a "V" tenemos:

$$V = \frac{WRT}{P}$$

Sustituyendo valores para obtener V_1 se tiene:

$$V_1 = \frac{0.536 \text{ Lbr} \times 766.54 \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}} \times 630\ °\text{R}}{130.1 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 144 \frac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2}}$$

$$V_1 = \frac{258,845.23}{18,734.4}$$

$$\underline{V_1 = 13.816 \text{ ft}^3}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$P_1 V^n_1 = P_2 V^n_2$$

Despejando a "V_2" tenemos:

$$V^n_2 = \frac{P_1 V^n_1}{P_2}$$

$$V_2 \left(\frac{P_1 V^n_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{n}} V_1$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$V_2 = \left(\frac{130.1 \dfrac{Lb}{pulg^2}}{14.7 \dfrac{Lb}{pulg^2}}\right)^{\frac{1}{1.3}} \times 13.816\, ft^3$$

$$V_2 = (8.850)^{0.769} \times 13.816$$

$$V_2 = 5.348 \times 13.816$$

$$\underline{V_2 = 73.887 \text{ ft}^3}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$W R = \frac{P V}{T}$$

Despejando a "T" se tiene:

$$T = \frac{P V}{W R}$$

Sustituyendo valores para obtener T_2 se tiene:

$$T_2 = \frac{14.7 \dfrac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 144 \dfrac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2} \times 73.887 \text{ ft}^3}{0.536 \text{ Lbr} \times 766.54 \dfrac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}}}$$

$$T_2 = \frac{156{,}404}{410.865}$$

$$\underline{T_2 = 380.67\ °\text{R}}$$

De la fórmula 5 se tiene:

$$\tau = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{n - 1}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\tau = \frac{\left(130.1 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 13.816 \text{ ft}^3 - 14.7 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 73.887 \text{ ft}^3\right) 144 \frac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2}}{1.3 - 1}$$

$$\tau = \frac{102{,}430.47}{0.3}$$

$$\underline{\tau = 341{,}434.89 \text{ Lb-ft}}$$

De la fórmula 6 tenemos:

$$\Delta U = W\ C_V\ (T_2 - T_1)$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\Delta U = 0.536 \text{ Lbr} \times 2.434 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}} (380.67 - 630)\ °\text{R}$$

$$\Delta U = 1.304\ (-249.33)$$

$$\underline{\Delta U = -325.126 \text{ B.T.U.}}$$

De la fórmula 7 tenemos:

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$a = \frac{1.405 - 1}{1.3 - 1}$$

$$a = \frac{0.405}{0.3}$$

$$\underline{a = 1.35}$$

De la fórmula 8 tenemos:

$$Q = \Delta U\ (1 - a)$$

Sustituyendo valores:

$$Q = -325.126 \text{ B.T.U. } (1 - 1.35)$$

$$Q = -325.126\ (-0.35)$$

$$\underline{Q = 113.794 \text{ B.T.U.}}$$

De la fórmula 9 se tiene:

$$C_n = (1 - a)\ C_v$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$C_n = (1 - 1.35)\ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr} \times 2.434$$

$$C_n = (-0.35)\ 2.434$$

$$\underline{C_n = -0.85\ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr}}$$

De la fórmula 10 se tiene:

$$\Delta S = W\ C_n\ L_n\ \frac{T_2}{T_1}$$

Sustituyendo valores:

$$\Delta S = 0.536\ Lbr\ (-0.85\ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr})\ L_n\ \frac{380.6°R}{630°R}$$

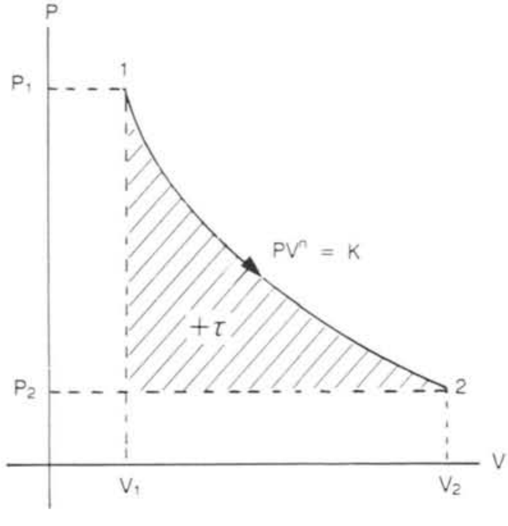
$$\Delta S = (-0.455)\ (-L_n\ \frac{630}{380.67}\ )$$

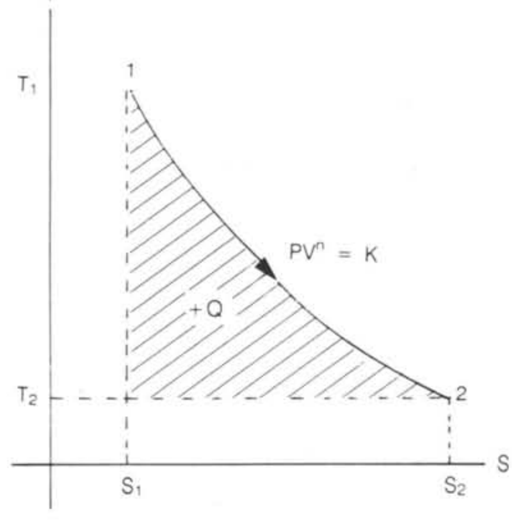
$$\Delta S = (-0.455)\ (-L_n\ 1.654)$$

$$\Delta S = (-0.455)\ (-0.503)$$

$$\underline{\Delta S = 0.228\ \frac{B.T.U.}{°R}}$$

Representación Gráfica:





Ejemplo 42

4 Kgr de aire se encuentran a una presión de 2 Kg/cm² ABS. y a una temperatura de 90°C. Después de sufrir una expansión de acuerdo con un Proceso Politrópico de índice 1.8, su volumen aumenta 30%, calcular:

a) Las propiedades faltantes del estado inicial y final del gas.
b) El trabajo desarrollado
c) La variación de energía interna
d) El calor puesto en juego
e) La variación de Entropía
f) Representar el proceso de diagrams P-V y T-S

Datos:	Incógnitas
$W = 4$ Kgr de aire	$V_1 = ?$
$R = 29.27 \dfrac{Kg-m}{°K-Kgr}$	$P_2 = ?$
$\gamma = 1.4$	$V_2 = ?$
$P_1 = 2$ Kg/cm² ABS.	$T_2 = ?$
$t_1 = 90°C$	$\tau = ?$
$n = 1.8$	$\Delta U = ?$
$V_2 = V_1 + 30\% \, V_1$	$Q = ?$
$J = 427 \dfrac{Kg-m}{Kcal}$	$\Delta S = ?$
$C_V = 0.1714 \dfrac{Kcal}{°K-Kgr}$	

Fórmulas

$$T = t\,°C + 273 \tag{1}$$

$$\frac{PV}{T} = WR \tag{2}$$

$$P_1 V^n_1 = P_2 V^n_2 \tag{3}$$

$$\tau = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{n-1} \tag{4}$$

$$\Delta U = \frac{\tau}{aJ} \tag{5}$$

$$a = \frac{\gamma - 1}{n-1} \tag{6}$$

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta U \tag{7}$$

$$\Delta S = W\, C_n\, L_n \frac{T_2}{T_1} \tag{8}$$

$$C_n = (1 - a)\, C_V \tag{9}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$T = t\,°C + 273$$

$$T_1 = 90 + 273$$

$$\underline{T_1 = 363\ °K}$$

De la fórmula 2 tenemos para el estado inicial:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = W\, R$$

Despejando a V_1 y sustituyendo valores tenemos:

$$V_1 = \frac{W\, R\, T_1}{P_1}$$

$$V_1 = \frac{4\ \text{Kgr} \times 29.27\ \frac{\text{Kg}-\text{m}}{°\text{K}-\text{Kgr}} \times 363\ °\text{K}}{2\ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \times 10{,}000\ \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}}$$

$$V_1 = \frac{42{,}500.04}{20{,}000}$$

$$\underline{V_1 = 2.125\ \text{m}^3}$$

Si sabemos que:

$$V_2 = V_1 + 30\%\ V_1$$

Tenemos:

$$V_2 = 1.3\ V_1$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$V_2 = 1.3 \times 2.125$$

$$\underline{V_2 = 2.762\ \text{m}^3}$$

De la fórmula 3 tenemos:

$$P_1 V^n_1 = P_2 V^n_2$$

Despejando a P_2 y sustituyendo valores se tiene:

$$P_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n P_1$$

$$P_2 = \left(\frac{2.125 \text{ m}^3}{2.762 \text{ m}^3}\right)^{1.8} \times 2 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

$$P_2 = (0.769)^{1.8} \times 2$$

$$P_2 = 0.623 \times 2$$

$$\underline{P_2 = 1.246 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \text{ ABS.}}$$

De la fórmula 2 tenemos para el estado final:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = W R$$

Despejando a T_2 y sustituyendo valores:

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{W R}$$

$$T_2 = \frac{1.246 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \times 2.762 \text{ m}^3 \times 10{,}000 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}}{4 \text{ Kgr} \times 29.27 \frac{\text{Kg-m}}{°\text{K-Kgr}}}$$

$$T_2 = \frac{34{,}414.52}{117.08}$$

$$\underline{T_2 = 293.94\ °\text{K}}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$\tau = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{n - 1}$$

$$\tau = \frac{\left(2 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \times 2.125 \text{ m}^3 - 1.246 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \times 2.762 \text{ m}^3\right) 10000 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}}{1.8 - 1}$$

$$\tau = \frac{(4.25 - 3.44)\ 10{,}000}{0.8}$$

$$\tau = \frac{0.81 \times 10{,}000}{0.8}$$

$$\tau = \frac{8{,}100}{0.8}$$

$$\underline{\tau = 10{,}125 \text{ Kg-m}}$$

De la fórmula 5 tenemos:

$$\Delta U = -\frac{\tau}{a\,J}$$

Pero:

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1} \therefore$$

$$a = \frac{1.4 - 1}{1.8 - 1}$$

$$a = \frac{0.4}{0.8}$$

$$\underline{a = 0.5}$$

Sustituyendo valores en la fórmula 5 se tiene:

$$\Delta U = -\frac{10{,}125 \text{ Kg} - \text{m}}{0.5 \times 427 \dfrac{\text{Kg}-\text{m}}{\text{Kcal}}}$$

$$\Delta U = -\frac{10{,}125}{213.5}$$

$$\underline{\Delta U = -\ 47.42 \text{ Kcal}}$$

De la fórmula 7 tenemos:

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta U$$

$$Q = \frac{10{,}125 \text{ Kg}-\text{m}}{427 \dfrac{\text{Kg}-\text{m}}{\text{Kcal}}} + (-\ 47.42) \text{ Kcal}$$

$$Q = 23.71 - 47.42$$

$$\underline{Q = -\ 23.71 \text{ Kcal}}$$

De la fórmula 8 tenemos:

$$\Delta S = W\ C_n\ L_n\ \frac{T_2}{T_1}$$

Pero:

$$C_n = (1 - a)\ C_v$$

$$C_n = (1 - 0.5)\ 0.1714\ \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}-\text{Kgr}}$$

$$C_n = 0.5 \times 0.1714$$

$$\underline{C_n = 0.0857\ \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}-\text{Kgr}}}$$

Sustituyendo valores en la fórmula 8 tenemos:

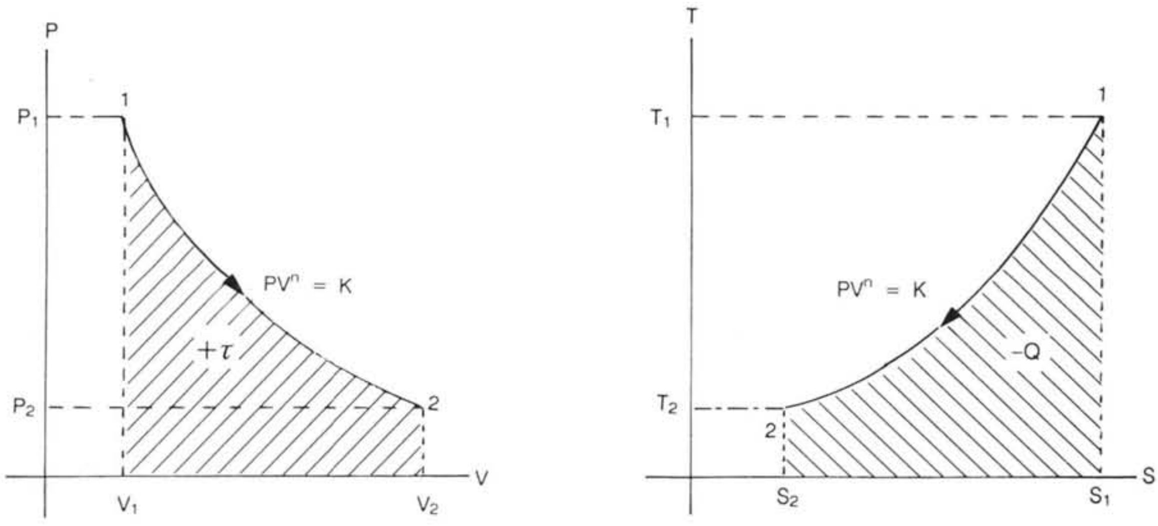
$$\Delta S = 4\ \text{Lbr} \times 0.0857\ \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}-\text{Kgr}} \times L_n\ \frac{293.94\ °\text{K}}{363°\text{K}}$$

$$\Delta S = 0.3428\ (L_n\ 0.809)$$

$$\Delta S = 0.3428\ (-0.211)$$

$$\underline{\Delta S = -0.072\ \frac{\text{Kcal}}{°\text{K}}}$$

Representación Gráfica:



Ejemplo 43

15 Lbr de un gas perfecto son comprimidas politrópicamente desde una presión de 17 Lb/pulg^2 ABS. y temperatura de 60°F, hasta alcanzar una presión de 95.3 Lb/pulg^2 MAN. al nivel del mar. Este proceso se hace de acuerdo con un índice n = 1.5 y el gas tiene las siguientes constantes $C_P = 0.25\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$; $R = 50\ \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$, calcular:

a) Las propiedades faltantes de los estados inicial y final.
b) El trabajo desarrollado.
c) La variación de Entropía.
e) El calor puesto en juego.
f) Representar el proceso en diagramas P-V y T-S

Datos:	Incógnitas:
$W = 15$ Lbr	$V_1 = ?$
$P_1 = 17$ Lb/pulg^2 ABS.	$V_2 = ?$
$t_1 = 60$ °F	$T_2 = ?$
$P_2 = 95.3$ Lb/pulg^2 MAN	$\tau = ?$
$P_{BAR} = 14.7$ Lb/pulg^2 al nivel del mar	$\Delta U = ?$
$n = 1.5$	$\Delta S = ?$
$C_P = 0.25 \dfrac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$	$Q = ?$
$R = 50 \dfrac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$	
$J = 778 \dfrac{\text{Lb}-\text{ft}}{\text{B.T.U.}}$	

Fórmulas

$$T = t\ °F + 460 \tag{1}$$

$$P_{ABS} = P_{MAN} + P_{BAR} \tag{2}$$

$$\frac{PV}{T} = W\,R \tag{3}$$

$$P_1\, V^n{}_1 = P_2\, V^n{}_2 \tag{4}$$

$$\tau = \frac{P_2\, V_2 - P_1\, V_1}{1 - n} \tag{5}$$

$$\Delta U = -\frac{\tau}{a\, J} \tag{6}$$

$$C_P - C_V = \frac{R}{J} \tag{7}$$

$$\frac{C_P}{C_V} = \gamma \tag{8}$$

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1} \qquad (9)$$

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta U \qquad (10)$$

$$\Delta S = W\ C_n\ L_n\ \frac{T_2}{T_1} \qquad (11)$$

$$C_n = (1 - a)\ C_v \qquad (12)$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$T = t\ °F + 460$$

$$T_1 = 60 + 460$$

$$\underline{T_1 = 520\ °R}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$P_{ABS} = P_{MAN} + P_{BAR}$$

$$P_2 = (95.3 + 14.7)\ \frac{Lb}{pulg^2}$$

$$\underline{P_2 = 110\ \frac{Lb}{pulg^2}\ ABS.}$$

De la fórmula 3 para el estado inicial tenemos:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = W\ R$$

Despejando a V_1 y sustituyendo valores tenemos:

$$V_1 = \frac{W\ R\ T_1}{P_1}$$

$$V_1 = \frac{15\ Lbr \times 50\ \frac{Lb-ft}{°R-Lbr} \times 520\ °R}{17\ \frac{Lb}{pulg^2} \times 144\ \frac{pulg^2}{ft^2}}$$

$$V_1 = \frac{390{,}000}{2{,}448}$$

$$\underline{V_1 = 159.31\ ft^3}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$P_1 V^n_1 = P_2 V^n_2$$

Despejando a V_2 y sustituyendo valores se tiene:

$$V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{n}} \times V_1$$

$$V_2 = \left(\frac{17 \dfrac{Lb}{pulg^2}}{110 \dfrac{Lb}{pulg^2}}\right)^{\frac{1}{1.5}} \times 159.31\ ft^3$$

$$V_2 = (0.154)^{0.666} \times 159.31$$

$$V_2 = 0.287 \times 159.31$$

$$\underline{V_2 = 45.72\ ft^3}$$

De la fórmula 3 tenemos para el estado final:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = W R$$

Despejando a T_2 y sustituyendo valores se tiene:

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{WR}$$

$$T_2 = \frac{110 \dfrac{Lb}{pulg^2} \times 144 \dfrac{pulg^2}{ft^2} \times 45.72\ ft^3}{15\ Lbr \times 50 \dfrac{Lb-ft}{°R-Lbr}}$$

$$T_2 = \frac{724{,}204.8}{750}$$

$$\underline{T_2 = 965.6\ °R}$$

De la fórmula 5 se tiene:

$$\tau = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - n}$$

$$\tau = \frac{(110 \dfrac{Lb}{pulg^2}\ 2 \times 45.72\ ft^3 - 17 \dfrac{Lb}{pulg^2} \times 159.31\ ft^3)\ 144 \dfrac{pulg^2}{ft^2}}{1 - 1.5}$$

$$\tau = \frac{(5{,}029.2 \quad 2{,}708.27)144}{-0.5}$$

$$\tau = \frac{2{,}320.93 \times 144}{-0.5}$$

$$\underline{\tau = -\ 668{,}427.84 \text{ Lb-ft}}$$

De la fórmula 7 se tiene:

$$C_P - C_V = \frac{R}{J} \therefore$$

$$C_V = C_P - \frac{R}{J}$$

$$C_V = 0.25 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}} - \frac{50 \dfrac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}}}{778 \dfrac{\text{Lb}-\text{ft}}{\text{B.T.U.}}}$$

$$C_V = 0.25 - 0.0642$$

$$\underline{C_V = 0.1858 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}}$$

Sustituyendo valores en la fórmula 8 tenemos:

$$\frac{C_P}{C_V} = \gamma$$

$$\gamma = \frac{0.25 \dfrac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}}{0.1858 \dfrac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}}$$

$$\underline{\gamma = 1.34}$$

Por lo que:

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1}$$

$$a - \frac{1.34 \quad 1}{1.5 \quad 1}$$

$$a = \frac{0.34}{0.5}$$

$$\underline{a = 0.68}$$

De la fórmula 6 tenemos:

$$\Delta U = -\frac{\tau}{a\,J}$$

$$\Delta U = -\frac{(-668{,}427.84)\ \text{Lb-ft}}{0.68 \times 778\ \dfrac{\text{Lb-ft}}{\text{B.T.U.}}}$$

$$\Delta U = \frac{668{,}427.84}{529.04}$$

$$\underline{\Delta U = 1{,}263.47\ \text{B.T.U.}}$$

De la fórmula 10 tenemos:

$$Q = \frac{\tau}{J} + \Delta U$$

$$Q = \frac{-668{,}427.84\ \text{Lb-ft} + 1{,}263.47\ \text{B.T.U.}}{778\ \dfrac{\text{Lb-ft}}{\text{B.T.U.}}}$$

$$Q = -859.16 + 1{,}263.47$$

$$\underline{Q = 404.31\ \text{B.T.U.}}$$

De la fórmula 11 se tiene:

$$\Delta S = W\ C_n\ L_n\ \frac{T_2}{T_1}$$

Si sabemos que:

$$C_n = (1 - a)\ C_v$$

Tenemos:

$$C_n = (1 - 0.68)\ 0.1858\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R-Lbr}}$$

$$C_n = 0.32 \times 0.1858$$

$$\underline{C_n = 0.059\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R-Lbr}}}$$

Sustituyendo valores en la fórmula 10 se tiene:

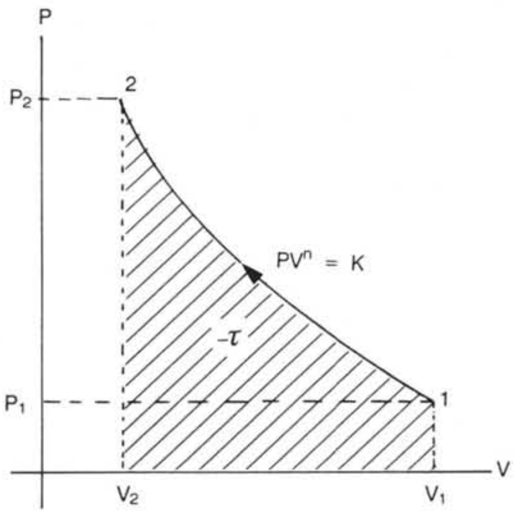
$$\Delta\ S = 15\ \text{Lbr} \times 0.059\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R-Lbr}}\ L_n\ \frac{965.6°\text{R}}{520°\text{R}}$$

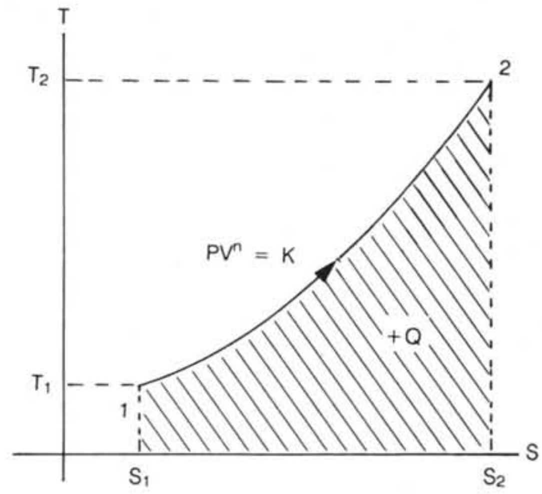
$$\Delta\ S = 0.885\ L_n\ 1.856$$

$$\Delta\ S = 0.885 \times 0.618$$

$$\Delta\ S = 0.5469\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}}$$

Representación Gráfica:





Ejemplo 44

Si 8 Lbr de aire se encuentran inicialmente a 25 Lb/pulg^2 ABS. y 85°F de temperatura, sufren un proceso politrópico, al final del cual la temperatura es de 260°F y el sistema ha expulsado o rechazado 17.3 B.T.U., calcular:

a) El volumen y la presión al final del proceso.
b) El calor específico del proceso.
c) El índice del proceso.
d) El trabajo desarrollado.
e) La variación de Entropía.
f) La variación de Entalpía.
g) Representar el proceso en diagramas P-V y T-S

Datos:	Incógnitas
$W = 8$ Lbr de aire	$P_2 = ?$
$R = 53.342\ \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$	$V_2 = ?$
$C_V = 0.1714\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$	$C_n = ?$
$C_P = 0.24\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$	$n = ?$

$\gamma = 1.4$ $\tau = ?$

$P_1 = 25$ Lb/pulg^2 ABS. $\Delta S = ?$

$t_1 = 85$ °F $\Delta H = ?$

$t_2 = 260$ °F

$Q = -17.3$ B.T.U.

$J = 778 \dfrac{Lb-ft}{B.T.U.}$

Fórmulas

$$T = t\,°F + 460 \tag{1}$$

$$W R = \frac{P V}{T} \tag{2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1-n} \tag{3}$$

$$Q = W C_n (T_2 - T_1) \tag{4}$$

$$\Delta S = W C_n L_n \frac{T_2}{T_1} \tag{5}$$

$$Q = (1-a) WC_V (T_2 - T_1) \tag{6}$$

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1} \tag{7}$$

$$Q = \Delta U (1 - a) \tag{8}$$

$$\Delta U = - \frac{\tau}{a J} \tag{9}$$

$$\Delta H = W C_P (T_2 - T_1) \tag{10}$$

Solución:

De la fórmula 1 tenemos:

$$T = t\,°F + 460$$

Para el estado inicial se tiene:

$$T_1 = 85 + 460$$

$$\underline{T_1 = 545\ °R}$$

Para el estado final:

$$T_2 = 260 + 460$$

$$\underline{T_2 = 720\ °R}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$W\,R = \frac{P\,V}{T}$$

Para el estado inicial tenemos que:

$$V_1 = \frac{W\,R\,T_1}{P_1}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$V_1 = \frac{8\ \text{Lbr} \times 53.342\ \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}} \times 545\ °\text{R}}{25\ \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 144\ \frac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2}}$$

$$V_1 = \frac{232{,}571.12}{3{,}600}$$

$$\underline{V_1 = 64.60\ \text{ft}^3}$$

De la fórmula 4 tenemos:

$$Q = W\,C_n\,(T_2 - T_1)$$

Despejando a C_n y sustituyendo valores se tiene:

$$C_n = \frac{Q}{W\,(T_2 - T_1)}$$

$$C_n = \frac{-\,17.3\ \text{B.T.U.}}{8\ \text{Lbr}\ (720 - 545)\ °\text{R}}$$

$$C_n = \frac{-\,17.3}{8 \times 175}$$

$$C_n = \frac{-\,17.3}{1{,}400}$$

$$\underline{C_n = -\,0.012\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}}$$

Sustituyendo valores en la fórmula 5 tenemos:

$$\Delta\ S = W\ C_n\ L_n\ \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta\ S = 8\ \text{Lbr}\ (-0.012)\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}\ L_n\ \frac{720\ °\text{R}}{545\ °\text{R}}$$

$$\Delta\ S = -\ 0.096\ \times\ L_n\ 1.321$$

$$\Delta\ S = -\ 0.096\ \times\ 0.278$$

$$\underline{\Delta\ S = -\ 0.026\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}}}$$

Despejando el valor de "a" de la fórmula 6 se tiene:

$$Q = (1 - a)\ W\ C_v\ (T_2 - T_1) \therefore$$

$$1 - a = \frac{Q}{W\ C_v\ (T_2 - T_1)}$$

$$a = 1 - \frac{Q}{W\ C_v\ (T_2 - T_1)}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$a = 1 - \frac{-\ 17.3\ \text{B.T.U.}}{8\ \text{Lbr} \times 0.1714\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}\ (720 - 545)\ °\text{R}}$$

$$a = 1 - \frac{-\ 17.3}{1.3712 \times 175}$$

$$a = 1 - \frac{-\ 17.3}{239.96}$$

$$a = 1 + 0.072$$

$$\underline{a = 1.072}$$

De la fórmula 7 sabemos que:

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1}$$

Despejando el valor de "n" se tiene:

$$n - 1 = \frac{\gamma - 1}{a}$$

$$n = \frac{\gamma - 1}{a} + 1$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$n = \frac{1.4 - 1}{1.072} + 1$$

$$n = \frac{0.4}{1.072} + 1$$

$$n = 0.373 + 1$$

$$\underline{n = 1.373}$$

Despejando a Δ U de la fórmula 8 y sustituyendo valores:

$$Q = \Delta U (1 - a)$$

$$\Delta U = \frac{Q}{(1 - a)}$$

$$\Delta U = \frac{-17.3 \text{ B.T.U.}}{(1 - 1.072)}$$

$$\Delta U = \frac{-17.3}{-0.072}$$

$$\underline{\Delta U = 240.27 \text{ B.T.U.}}$$

De la fórmula 9 se tiene:

$$\Delta U = - \frac{\tau}{a J}$$

Despejando a τ y sustituyendo valores se tiene:

$$\tau = - \Delta U a J$$

$$\tau = - 240.27 \text{ B.T.U.} \times 1.072 \times 778 \frac{\text{Lb-ft}}{\text{B.T.U.}}$$

$$\underline{\tau = - 200{,}389.02 \text{ Lb-ft}}$$

La variación de Entalpía (Δ H) la obtenemos sustituyendo valores en la fórmula 10 por lo que:

$$\Delta H = W C_P (T_2 - T_1)$$

$$\Delta H = 8 \text{ Lbr} \times 0.24 \frac{\text{B.T.U.}}{{}^\circ\text{R-Lbr}} (720 - 545)\ {}^\circ\text{R}$$

$$\Delta H = 1.92 \times 175$$

$$\underline{\Delta H = 336 \text{ B.T.U.}}$$

De la fórmula 3 sabemos que:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1-n}$$

Despejando a V_2 y sustituyendo valores se tiene:

$$V_2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{1-n}} \times V_1$$

$$V_2 = \left(\frac{720°R}{545°R}\right)^{\frac{1}{1-1.373}} \times 64.6 \text{ ft}^3$$

$$V_2 = \left(1.321\right)^{\frac{1}{1-1.373}} \times 64.6$$

$$V_2 = (1.321)^{-2.68} \times 64.6$$

$$V_2 = 0.474 \times 64.6$$

$$\underline{V_2 = 30.62 \text{ ft}^3}$$

De la fórmula 2 tenemos:

$$W\,R = \frac{P\,V}{T}$$

Para el estado final tenemos que:

$$P_2 = \frac{W\,R\,T_2}{V_2}$$

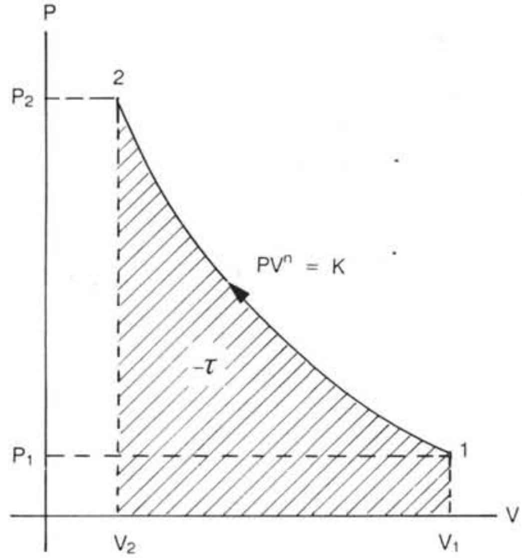
Sustituyendo valores:

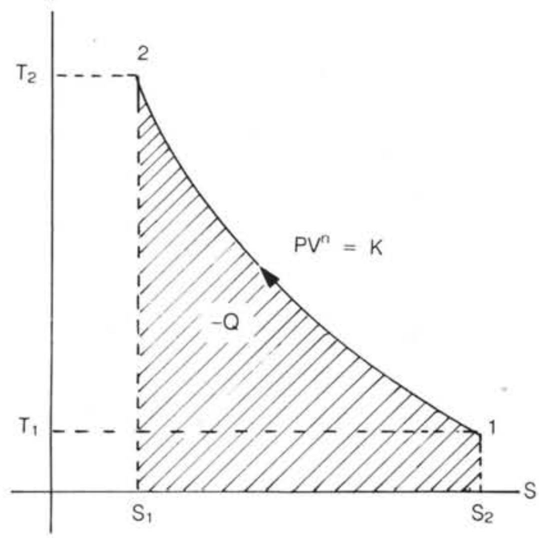
$$P_2 = \frac{8 \text{ Lbr} \times 53.342 \frac{\text{Lb}-\text{ft}}{°\text{R}-\text{Lbr}} \times 720\ °\text{R}}{30.62 \text{ ft}^3 \times 144 \frac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2}}$$

$$P_2 = \frac{307{,}249.92}{4{,}409.28}$$

$$\underline{P_2 = 69.68 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \text{ ABS.}}$$

Representación Gráfica:





Ejemplo 45

Cierto gas del que se conoce que $C_P = 0.25 \dfrac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$ y $C_V = 0.185 \dfrac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}$, se encuentra ocupando un volumen de 1.9 ft^3 cuando está sometido a una presión de 120 Lb/pulg^2 ABS. y 215 °F de temperatura.

Si partiendo de las anteriores condiciones iniciales, este gas sufre una expansión mediante un proceso Politrópico sin flujo con índice $n = 1.3$, hasta que la presión disminuye hasta un valor de 15 Lb/pulg^2 ABS., y a continuación es calentado mediante un proceso Isobárico sin flujo, hasta que vuelva a alcanzar la temperatura inicial, calcular:

a) La masa del gas expresada en Lbr.

b) Las propiedades faltantes de cada uno de los tres procesos, expresados en Lb/pulg^2 ABS., ft^3 y °R.

c) El trabajo desarrollado en Lb-ft en cada proceso.

d) El calor puesto en juego en B.T.U. en cada proceso.

e) La variación de energía interna en B.T.U. en cada proceso.

f) La variación de Entropía en $\dfrac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}}$ en cada proceso.

g) Represéntese gráficamente los procesos que experimenta el gas en diagramas P-V y T-S.

Datos:	Incógnitas
$\left.\begin{array}{l} C_P = 0.25 \\ C_V = 0.185 \end{array}\right\} \dfrac{B.T.U.}{°R - Lbr}$	$\left.\begin{array}{l} W = ? \\ V_2 = ? \\ V_3 = ? \\ T_2 = ? \end{array}\right\}$ en cada proceso
$V_1 = 1.9\ ft^3$	
$P_1 = 120\ Lb/pulg^2$ ABS.	
$t_1 = 215\ °F$	$\tau = ?$
$n = 1.3$	$Q = ?$
1 a 2 Expansión Politrópica	$\Delta\ U = ?$
$P_2 = 15\ Lb/pulg^2$ ABS.	$\Delta\ S = ?$
2 a 3 Calentamiento Isobárico	
$t_3 = 215\ °F = t_1$	
$P_3 = P_2$	
$J = 778\ \dfrac{Lb-ft}{B.T.U.}$	

Fórmulas

$$T = t\ °F + 460 \qquad (1)$$

$$\frac{R}{J} = C_P - C_V \qquad (2)$$

$$WR = \frac{P\,V}{T} \qquad (3)$$

$$P_1\,V^n{}_1 = P_2\,V^n{}_2 \qquad (4)$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \qquad (5)$$

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1} \qquad (6)$$

$$C_n = (1 - a)\,C_V \qquad (7)$$

$$\frac{P_2\,V_2}{T_2} = \frac{P_3\,V_3}{T_3} \qquad (8)\ \text{Proceso Isobárico}$$

$$\tau^2{}_1 = \frac{P_1\,V_1 - P_2\,V_2}{n - 1} \qquad (9)\ \text{Proceso Politrópico}$$

$\tau^3{}_2 = P \Delta V$ (10) Proceso Isobárico

$Q^2{}_1 = W C_n (T_2 - T_1)$ (11) Proceso Politrópico

$Q^3{}_2 = W C_P (T_3 - T_2)$ (12) Proceso Isobárico

$Q^3{}_1 = Q^2{}_1 + Q^3{}_2$ (13)

$Q = \Delta U (1 - a)$ (14) Proceso Politrópico

$\Delta U^3{}_2 = W C_V (T_3 - T_2)$ (15) Proceso Isobárico

$\Delta U^3{}_1 = (\Delta U)^2{}_1 + (\Delta U)^3{}_2$ (16)

$\Delta S^2{}_1 = W C_n L_n \frac{T_2}{T_1}$ (17) Proceso Politrópico

$\Delta S^3{}_2 = W C_P L_n \frac{T_3}{T_2}$ (18) Proceso Isobárico

$\Delta S^3{}_1 = \Delta S^2{}_1 + \Delta S)^3{}_2$ (19)

Solución:

De la fórmula 1 para el estado inicial se tiene:

$$T = t\ °F + 460$$

$$T_1 = 215 + 460$$

$$\underline{T_1 = 675\ °R}$$

Sabemos que:

$$T_1 = T_3 \therefore$$

$$\underline{T_3 = 675\ °R}$$

Despejando a "R" de la fórmula 2 se tiene:

$$\frac{R}{J} = C_P - C_V$$

$$R = J\ (C_P - C_V)$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$R = 778\ \frac{Lb-ft}{B.T.U.}\ (0.25 - 0.185)\ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr}$$

$$R = 778 \times 0.065$$

$$\underline{R = 50.57\ \frac{Lb-ft}{°R-Lbr}}$$

Sustituyendo valores en la fórmula 3 para el estado inicial, tenemos:

$$W\,R = \frac{P_1\,V_1}{T_1}$$

Despejando a "W" se tiene:

$$W = \frac{P_1\,V_1}{R\,T_1}$$

$$W = \frac{120\,\dfrac{Lb}{pulg^2} \times 144\,\dfrac{pulg^2}{ft^2} \times 1.9\ ft^3}{50.57\,\dfrac{Lb-ft}{°R-Lbr} \times 675\ °R}$$

$$W = \frac{32{,}832}{34{,}134.75}$$

$$\underline{W = 0.961\ Lbr}$$

Despejando a "V_2" de la fórmula 4 y sustituyendo valores tenemos:

$$P_1\,V^n{}_1 = P_2\,V^n{}_2$$

$$V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{n}} \times V_1$$

$$V_2 = \left(\frac{120\,\dfrac{Lb}{pulg^2}}{15\,\dfrac{Lb}{pulg^2}}\right)^{\frac{1}{1.3}} \times 1.9\ ft^3$$

$$V_2 = (8)^{0.769} \times 1.9$$

$$V_2 = 4.948 \times 1.9$$

$$\underline{V_2 = 9.4\ ft^3}$$

De la fórmula:

$$\frac{P_1\,V_1}{T_1} = \frac{P_2\,V_2}{T_2}$$

Tenemos:

$$T_2 = \frac{P_2\,V_2\,T_1}{P_1\,V_1}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$T_2 = \frac{15 \dfrac{Lb}{pulg^2} \times 9.4 \text{ ft}^3 \times 675 \text{ °R}}{120 \dfrac{Lb}{pulg^2} \times 1.9 \text{ ft}^3}$$

$$T_2 = \frac{95{,}175}{228}$$

$$\underline{T_2 = 417.43 \text{ °R}}$$

De la fórmula 5 tenemos:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\gamma = \frac{0.25 \dfrac{B.T.U.}{°R-Lbr}}{0.185 \dfrac{B.T.U.}{°R-Lbr}}$$

$$\underline{\gamma = 1.35}$$

Sustituyendo valores en la fórmula 6 tenemos:

$$a = \frac{\gamma - 1}{n - 1}$$

$$a = \frac{1.35 - 1}{1.3 - 1}$$

$$a = \frac{0.35}{0.30}$$

$$\underline{a = 1.1666667}$$

Si sabemos que:

$$C_n = (1 - a)\ C_V$$

Tenemos:

$$C_n = (1 - 1.1666667)\ 0.185 \ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr}$$

$$C_n = (-\ 0.1666667)\ 0.185$$

$$\underline{C_n = -\ 0.0308333 \ \frac{B.T.U.}{°R-Lbr}}$$

Despejando de la fórmula 8 a "V_3" tenemos:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3}$$

$$V_3 = \frac{P_2 V_2 T_3}{P_3 T_2}$$

Pero:

$$P_2 = P_3 \text{ (Proceso Isobárico)}$$

$$\therefore$$

$$V_3 = \frac{V_2 T_3}{T_2}$$

Sustituyendo valores:

$$V_3 = \frac{9.4 \text{ ft}^3 \times 675 \text{ °R}}{417.43 \text{ °R}}$$

$$V_3 = \frac{6{,}345}{417.43}$$

$$\underline{V_3 = 15.2 \text{ ft}^3}$$

De la fórmula 9 el trabajo desarrollado de 1 a 2 será:

$$\tau^2{}_1 = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{n - 1}$$

$$\tau^2_1 = \frac{\left(120 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 1.9 \text{ ft}^3 - 15 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} \times 9.4 \text{ ft}^3\right) 144 \frac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2}}{1.3 - 1}$$

$$\tau^2{}_1 = \frac{(228 - 141)\ 144}{0.3}$$

$$\tau^2{}_1 = \frac{87 \times 144}{0.3}$$

$$\tau^2{}_1 = \frac{12{,}528}{0.3}$$

$$\underline{\tau^2{}_1 = 41{,}760 \text{ Lb-ft}}$$

El trabajo desarrollado de 2 a 3 será:

Aplicando la fórmula 10:

$$\tau^3{}_2 = P_2 \, \Delta V$$

$$\tau^3{}_2 = P_2 (V_3 - V_2)$$

Sustituyendo valores:

$$\tau^3{}_2 = 15 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} (15.2 - 9.4) \text{ ft}^3 \times 144 \frac{\text{pulg}^2}{\text{ft}^2}$$

$$\tau^3{}_2 = 15 \times 5.8 \times 144$$

$$\underline{\tau^3{}_2 = 12{,}528 \text{ Lb-ft}}$$

El trabajo desarrollado durante el proceso será:

$$\tau^3{}_1 = \tau^2{}_1 + \tau^3{}_2$$

Sustituyendo valores:

$$\tau^3{}_1 = (41{,}760 + 12{,}528) \text{ Lb-ft}$$

$$\underline{\tau^3{}_1 = 54{,}288 \text{ Lb-ft}}$$

El calor puesto en juego será:

Aplicando la fórmula 11 tenemos:

$$Q^2{}_1 = W\, C_n\, (T_2 - T_1)$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$Q^2{}_1 = 0.961 \text{ Lbr } (-0.0308333 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}}) \; (417.43 - 675) \; °\text{R}$$

$$Q^2{}_1 = (-0.0296308)\,(-257.57)$$

$$\underline{Q^2{}_1 = 7.6320055 \text{ B.T.U.}}$$

De la fórmula 12 se tiene:

$$Q^3{}_2 = W\, C_P\, (T_3 - T_2)$$

Sustituyendo valores:

$$Q^3{}_2 = 0.961 \text{ Lbr} \times 0.25 \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}-\text{Lbr}} \; (675 - 417.43) \; °\text{R}$$

$$Q^3{}_2 = 0.24 \times 257.57$$

$$\underline{Q^3{}_2 = 61.81 \text{ B.T.U.}}$$

El calor total puesto en juego durante el proceso será:

$$Q^3{}_1 = Q^2{}_1 + Q^3{}_2$$

$$Q^3{}_1 = (7.6320055 + 61.81) \text{ B.T.U.}$$

$$\underline{Q^3{}_1 = 69.442 \text{ B.T.U.}}$$

La variación de energía interna durante el proceso será:

Si sabemos que:

$$Q = \Delta\ U\ (1 - a)$$

Despejando a "Δ U" tenemos que la variación de energía interna de 1 a 2 es:

$$\Delta\ U^2{}_1 = \frac{Q^2{}_1}{(1 - a)}$$

Sustituyendo valores:

$$\Delta\ U^2{}_1 = \frac{7.6320055\ \text{B.T.U.}}{(1 - 1.1666667}$$

$$\Delta\ U^2{}_1 = \frac{7.6320055}{(-0.1666667)}$$

$$\underline{\Delta U^2{}_1 = 45.792\ \text{B.T.U.}}$$

La variación de energía interna de 2 a 3 será:

Aplicando la fórmula 15 se tiene:

$$\Delta U^3{}_2 = W\ C_V\ (\ T3 - T2\ )$$

Sustituyendo valores:

$$\Delta U^3{}_2 = 0.961\ \text{Lbr} \times 0.185\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R} - \text{Lbr}}\ (675 - 417.43\ °\text{R}$$

$$\Delta U^3{}_2 = 0.177785 \times 257.57$$

$$\underline{\Delta U^3{}_2 = 45.792\ \text{B.T.U.}}$$

La variación de energía interna durante el proceso será:

Aplicando la fórmula 16:

$$\Delta U^3{}_1 = \Delta U^2{}_1 + \Delta U^3 2$$

$$\Delta U^3{}_1 = -45.792 + 45.792$$

$$\underline{\Delta U^3{}_1 = 0}$$

Para el cálculo de la variación de Entropía durante el proceso se tiene:

Aplicando la fórmula 19:

$$\Delta S^3{}_1 = \Delta S^2{}_1 + \Delta S^3{}_2$$

Si sabemos que:

$$\Delta S^2{}_1 = W\ C_n\ L_n \frac{T_2}{T_1} \quad \therefore$$

$$\Delta S^2{}_1 = W\ C_n\ (\ L_n \frac{T_1}{T_2}\ )$$

Sustituyendo valores:

$$\Delta S^2{}_1 = 0.961 \text{ Lbr } (-0.0308333)\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R} - \text{Lbr}}\ (-L_n \frac{675\ °\text{R}}{417.43\ °\text{R}})$$

$$\Delta S^2{}_1 = (-0.0296308)\ (-L_n\ 1.617)$$

$$\Delta S^2{}_1 = (-0.0296308)\ (-0.480)$$

$$\underline{\Delta S^2{}_1 = 0.0142\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}}}$$

De la fórmula 18 se tiene:

$$\Delta S^3{}_2 = W\ C_P\ L_n \frac{T_3}{T_2}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$\Delta S^3{}_2 = 0.961 \text{ Lbr} \times 0.25\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R} - \text{Lbr}} \times L_n \frac{675\ °\text{R}}{417.43\ °\text{R}}$$

$$\Delta S^3{}_2 = 0.240 \times \text{Ln } 1.617$$

$$\Delta S^3{}_2 = 0.240 \times 0.480$$

$$\Delta S^3{}_2 = 0.1152\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}}$$

La variación de Entropía durante el proceso será:

Aplicando la fórmula 19:

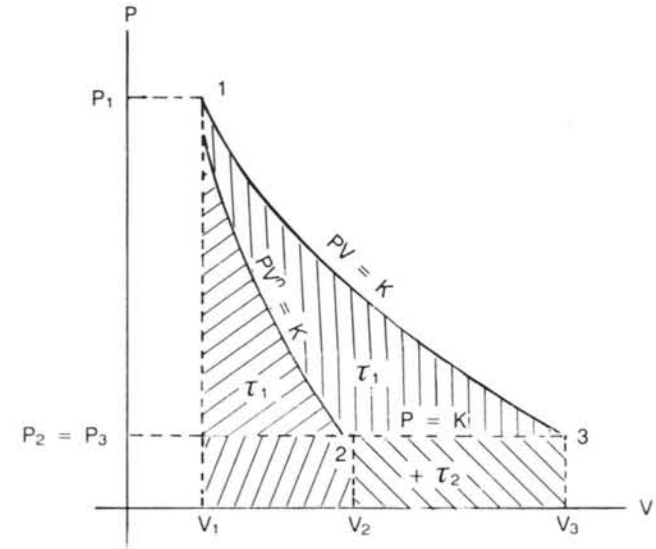
$$\Delta S^3{}_1 = \Delta S^2{}_1 + \Delta S^3{}_2$$

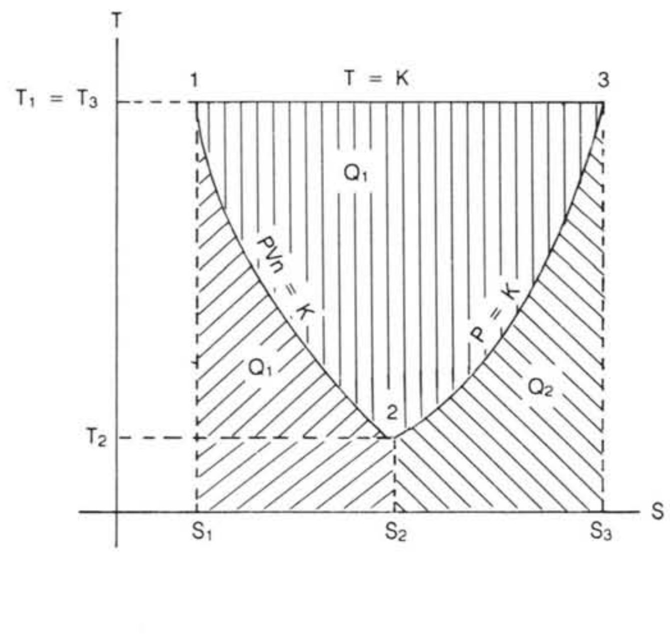
Sustituyendo valores:

$$\Delta S^3{}_1 = (0.0142 + 0.1152)\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}}$$

$$\underline{\Delta S^3{}_1 = 0.1294\ \frac{\text{B.T.U.}}{°\text{R}}}$$

Representación Gráfica:





UNIDADES MÁS USUALES EN EL ESTUDIO DE LA TERMODINÁMICA Y SUS EQUIVALENTES EN LOS SISTEMAS MÉTRICO E INGLÉS.

1.- MASA O CANTIDAD DE MATERIA

Sistema Métrico: Kilogramo (Kgr) o (mol-Kgr)
Sistema Inglés: Libra (lbr) o (mol-Lbr)

2.- FUERZA O PESO

Sistema Métrico: Kilogramo (Kg)
Sistema Inglés: Libra (Lb)

1 Kilogramo = 2.205 Libras $\therefore$ 2.205 Lb/Kg
1 Kgr = 2.205 Lbr

3.- LONGITUD O DESPLAZAMIENTO

Sistema Métrico: m, cm.
Sistema Inglés: Pie, Pulgada

1 M = 100 cm $\therefore$ 100 cm/m
1 m = 3.281 Pies = 39.37 Pulgadas
1 Pulgada = 2.54 cm.
1 Pie = 12 Pulgadas.

4.- SUPERFICIE

Sistema Métrico: m^2, cm^2
Sistema Inglés: Pie^2, $Pulg^2$
1 m^2 = 10,000 cm^2 $\therefore$ 10,000 cm^2/m^2
1 Pie^2 = 144 $Pulg.^2$ $\therefore$ 144 $Pulg.^2/Pie^2$

5.- VOLUMEN

Sistema Métrico: m^3
Sistema Inglés: Pie^3 (ft^3)
1 m^3 = $(3.281)^3$ $Pies^3$ = 35.31 ft^3

6.- PRESIÓN

Sistema Métrico: Kg/cm^2, Kg/m^2, mm,Hg, ATMÓSFERAS
Sistema Inglés: Lb/ft^2, $Lb/Pulg^2$, Pulg.Hg
(P.S.F.) , (P.S.I.)

1 Kg/cm^2	= ATMÓSFERA MÉTRICA
1 Kg/cm^2	= 14.22 $Lb/Pulg.^2$
	= 735.56 mm.Hg (a 0°C)
	= 28.959 Pulg. Hg. (a 32°F)
	= 32.843 Pies H_2O (a 60°F)
	= 10 m de H_2 O (a 15°C)
1 $Lb/Pulg.^2$	= 2.31 Pies de H_2 O (a 60°F)
1 Kg/cm^2	= 10,000 Kg/m^2
1 $Lb/Pulg^2$	= 144 Lb/ft^2

BIBLIOGRAFÍA

- TERMODINÁMICA
  V.M. FAIRES
  U.T.E.H.A.

- ELEMENTS OF ENGINEERING THERMODYNAMICS
  MOYER CALDERWOOD-POTTER
  JOHN WILEY & SONS

- INGENIERÍA TERMODINÁMICA
  H.J. STOEVER
  EDIT. CONTINENTAL

- CALOR Y TERMODINÁMICA
  MARK W. ZEMANSKY
  RICHARD H. DITTMAR
  Mc GRAW HILL

Impreso en los Talleres Gráficos
de la Dirección de Publicaciones del
Instituto Politécnico Nacional,
Tresguerras 27, 06040 México, DF
Junio 2008. Edición: 1 000 ejemplares.

La transformación de la energía mueve al mundo. En un tratado de termodinámica va implícita esa realidad, que de no tratarse de asuntos estrictamente científicos y por lo tanto absolutamente comprobables, se podría decir que lindan con la magia. En este libro se subraya deliberadamente la importancia de los principios que son la base fundamental para el estudio de materias afines como refrigeración, aire acondicionado, motores de combustión interna, plantas térmicas generadoras de vapor, etc., asignaturas que el Instituto Politécnico Nacional imparte en sus distintos niveles y especialidades. Se trata, al final, de concientizar al alumno la importancia que tiene llevar un orden lógico en la solución de problemas de cualquier índole o asignatura, bajo el principio del razonamiento. *Principios de termodinámica* es un libro básico que responde al espíritu técnico y científico en los que se inspira la labor formadora del Instituto Politécnico Nacional

ISBN:968-29-4495-3
9 789682 944956