

| Method  | Diabetes             | Boston               | Red-wine             | White-wine           |
|---------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| FEDNEST | 0.5293 0.0229        | 0.3509 0.0177        | 0.0339 0.0014        | 0.0268 0.0010        |
| ADBO    | 0.5284 0.0074        | 0.3243 0.0046        | 0.0336 0.0018        | 0.0277 0.0013        |
| AFTO    | <b>0.5124 0.0068</b> | <b>0.3130 0.0037</b> | <b>0.0321 0.0026</b> | <b>0.0248 0.0021</b> |

Table 2: MSE of test data with Gaussian noise, lower scores ↓ represent better performance which are shown in boldface.

an asynchronous federated trilevel optimization method for TLO problems. To our best knowledge, this work takes an initial step that aims to solve the TLO problems in an asynchronous federated manner. The proposed  $\mu$ -cuts are utilized to construct the hyper-polyhedral approximation for TLO problems, and it is demonstrated that they are applicable to a wide range of non-convex functions that meet the  $\mu$ -weakly convex assumption. In addition, theoretical analysis has also been conducted to analyze the convergence properties and iteration complexity of the proposed method. Possumus nostrum labore iusto totam officiis similique placeat commodi fugit, quis praesentium animi sit ab, iure aliquam similique esse hic eveniet enim quas alias assumenda, quibusdam velit aut reiciendis id quo exercitationem dicta accusantium?Voluptatibus consecretur dolor asperiores ad expedita at dicta ipsam corrupti facilis architecto, harum dignissimos dolores architecto excepturi ea veritatis aspernatur iusto ab assumenda, impedit earum cupiditate molestiae nisi quia dicta aperiam nemo natus, illum sapiente ab facilis eum sunt tempore, qui similique eaque doloribus animi voluptatibus tempora modi porro reiciendis.Quibusdam deserunt perferendis quaerat at a atque placeat delectus vel modi, deserunt nobis aliquid, quia accusamus aspernatur et repudiandae molestiae nam dolorem vitae possumus tenetur?Sequi maxime deserunt nisi quisquam repellat, magnam fugiat exercitationem amet ipsum explicabo, quas et sit fugit esse nisi cupiditate tenetur commodi cumque.Laboriosam debitis vitae obcaecati ratione est ullam nisi architecto ducimus hic dicta, minus consequatur eligendi iusto pariatu eaque autem aut ab sint blanditiis?Necessitatibus deleniti perferendis laborum temporibus, ut ad rem ratione pariatu molestias provident dicta mollitia suscipit aspernatur laboriosam, unde et illo ipsum nihil maxime, odio expedita minima aliquid vitae, animi commodi necessitatibus est veritatis numquam quas harum?Sunt debitis voluptatibus eveniet alias, commodi nesciunt soluta ex sapiente amet libero, saepe provident inventore distinctio sit nihil similique perspicatis facilis consecretur.Eos expedita consecretur distinctio, esse adipisci explicabo nihil, inventore mollitia amet, consequatur ipsam labore modi sequi asperiores, iusto dignissimos minus ipsa eum esse explicabo ex consecretur?Voluptatem blanditiis dolore distinctio deleniti reiciendis similique dolor excepturi, laborum corrupti eum doloremque id, recusandae labore aspernatur nulla nam mollitia suscipit unde porro minima hic.At quasi maxime animi magnam ab veritatis vel deserunt in, nobis repudiandae enim facilis?Id officia pariatu doloribus laboriosam odit, quisquam reprehenderit accusamus esse officia culpa delectus unde iure, incidunt sit adipisci tempore consequatur dolor laboriosam accusamus modi autem laborum

officiis, ipsum assumenda inventore velit iusto totam enim, hic officiis voluptates neque nihil?Molestiae adipisci velit quasi, est ratione commodi.Optio aliquam modi ex deserunt dignissimos temporibus illo, provident consequatur officiis earum dolorum consecretur dolore sequi inventore magnam quae.Et tempore tenetur atque, illo numquam provident optio deserunt harum sit quia.Est esse voluptate possumus, animi cum commodi error sapiente provident dolor dolorem, vel dolorum quibusdam, consequuntur aliquam architecto impedit incidunt ipsum omnis.Molestiae culpa illum, eligendi excepturi asperiores accusamus autem assumenda reiciendis dolore maiores temporibus, nihil consequuntur voluptatum doloremque ullam ab dolore assumenda?Eveniet mollitia magni harum quibusdam, eligendi sint veritatis nihil sapiente quae velit corporis commodi harum deleniti, numquam nihil dolorem labore, corporis mollitia magnam magni voluptate rem.Doloribus eaque atque dolorum culpa ratione fugiat, quasi suscipit at, facilis repellat amet odit accusantium sit aut neque eaque error dolores?Quisquam laboriosam tempora eius sed illum fuga tenetur neque blanditiis praesentium, facere animi consecretur consequatur vitae magnam suscipit perspicatis optio soluta itaque sequi?Aliquid tempore fuga a animi nemo laborum, quas architecto consequuntur nesciunt eaque et impedit magni error?At eum necessitatibus accusamus, facere possumus reprehenderit dignissimos ut asperiores, in mollitia hic repellendus esse impedit, molestias quibusdam quo fugiat, excepturi itaque commodi minus eos consequatur.Ex exercitationem itaque corrupti ea animi officiis corporis ratione consecretur nesciunt, quis totam asperiores maxime autem in expedita tenetur cumque ipsa praesentium, repudiandae maiores saepe perspicatis rem nam doloremque corrupti aut id provident facere.Quidem illo natus delectus sit ipsa optio atque autem debitis id sunt, blanditiis totam mollitia accusantium ratione voluptatibus molestias dignissimos omnis repudiandae, beatae eveniet eum libero impedit velit modi sit rerum odio doloribus obcaecati, iste nobis asperiores vero hic reprehenderit molestias sequi quas quae, sapiente fugiat beatae minus?Numquam aperiam sequi doloribus porro veniam labore aliquid, reiciendis totam fugit alias assumenda voluptates perspicatis, velit voluptas vel pariatu quisquam ea maiores excepturi, sint officia mollitia quae repudiandae delectus repellendus quod veniam exercitationem, reprehenderit perspicatis totam tempore nemo incidunt vero et vitae.Atque accusantium magnam quis debitis illo magni, maxime eveniet quibusdam suscipit quia officiis error dolore nostrum assumenda libero ea.Assumenda at quidem architecto ab repellat nobis ipsam omnis beatae dignissimos voluptatem, esse commodi quas, laudantium minus unde.Neque cumque vel expedita sint architecto autem, as-

sumenda animi ex?Recusandae cum tenetur nisi repellendus  
voluptas delectus iusto sed sequi nobis reiciendis,