# 1 Physikalische Grundlagen

 $P = M \cdot \omega$  $\omega = 2\pi n$ 

# 2 Lastganglinien

 $T_n$ : Nennbetriebsdauer  $T_a$  Ausnutzungsadauer  $T_{ben}$ : Benutzungsdauer  $P_{max}$ : Höchstalast  $W = \int_0^{T_n} P(t) \; \mathrm{d}t = P_{mittel} T_n = P_n T_a = P_{max} T_{ben}$ 

# 3 Wechel-/Drehstromsystem

#### 3.1 Wechselstromsystem

Phasenwinkel  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$  Kreisfrequenz:  $\omega = 2\pi f$ 

Physikalische Zeitsignale: 
$$\begin{split} u(t) &= \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_u) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_u) \\ i(t) &= \hat{i}\cos(\omega t + \varphi_i) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_i) \end{split}$$

Komplexes Zeitsignal(Drehzeiger):  $\underline{u}(t) = \hat{u} \exp (\mathrm{j}(\omega t + \varphi_u)),$   $u(t) = \Re(u(t))$ 

Scheitelwert  $\hat{u}$ , Effektivwert  $U=\sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}u^2(\tau)\;\mathrm{d}\tau}$ , bei Sinus  $U=\frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$  Effektiver Zeiger:  $\underline{U}=U\exp(\mathrm{j}\varphi_u)$ 

$$U \cdot \sqrt{2} \exp(j\omega t) = u(t)$$

# 3.2 Komplexe Leistung

$$\begin{split} P &= \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \; \mathrm{d}t = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) \; \mathrm{d}t \\ \text{Wirkleistung} \qquad P &= \Re(\underline{S}) = UI \cdot \cos(\varphi) \qquad [\mathrm{W}] \\ \text{Blindleistung} \qquad Q &= \Im(\underline{S}) = UI \cdot \sin(\varphi) \qquad [\mathrm{Var}] \\ \text{Scheinleistung} \qquad S &= U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad [\mathrm{VA}] \end{split}$$

 $\begin{array}{l} \text{Scheinleistung: } \underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \\ \|\underline{S}\| = S = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \text{Leistungsfaktor } \lambda = \frac{|P|}{S} = \cos(\varphi) \end{array}$ 



Scheinleistung schwingt mit doppelter Netzfrequenz!  $p(t) = P + S \cdot \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$   $\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I}$ 

$$\begin{split} & \text{Impedanz}(\text{Scheinwiderstand}) \\ & \underline{Z} = R + \mathrm{j}X = \exp(\mathrm{j}\varphi_Z) \\ & Z(j\omega) = R(j\omega) + jX(j\omega) \\ & \text{Impedanz} \quad \text{Resistanz} \quad \text{Reaktanz} \end{split}$$

 $\begin{array}{ccc} & & & & & & & & \\ & & & I^b = \\ \underline{Y} = G + \mathrm{j}B = \exp(\mathrm{j}\varphi_Y) & & Z^b = \\ Y(j\omega) = G(j\omega) + jB(j\omega) & \ddot{u} = \frac{V}{V} \\ \mathrm{Admittan} & \mathrm{Konduktanz} & \mathrm{Suszeptanz} \\ I = Y \cdot U & & & u_r = \\ \end{array}$ 

# $\underline{U} = \underline{Z} \cdot I$ 3.3 Drehstromsystem

Drehoperator: 
$$\underline{a} = \exp(j\frac{2}{2}\pi)$$
  $\underline{a}^0 = \underline{a}^3 = 1$   $\underline{a}^* = \underline{a}$ 

Effektive Leiter-Erdspannungen:  $\underline{U}_1,\underline{U}_2,\underline{U}_3$  Effektive Außenleiterspannungen:  $\underline{U}_{12},\underline{U}_{23},\underline{U}_{31}$  symmetrischer Betrieb:  $U=|U_1|=|U_2|=|U_3|$ 

Netznennspannung:  $U_n = |U_{12}| = |U_{23}| = |U_{32}| = \sqrt{3}U$  Gesamte Leistung:  $\underline{S} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_n \cdot \underline{I}^*$  bei symmetrischem Betrieb:  $\underline{S} = 3 \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}$  bei unsymmetrischem Betrieb:

$$\underline{S} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^{\star} + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^{\star} + \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3^{\star}$$

Komplexe Wechselleistung:

$$\underline{\tilde{S}} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2 + \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3$$

Tatsächlicher Leistungsfluss

$$p(t) = \operatorname{Re} \left\{ \underline{\underline{S}} \right\} + \operatorname{Re} \left\{ \underline{\underline{\tilde{S}}} e^{j2\omega t} \right\}$$

# 4 Elektrische Energieübertragung

## 4.1 Drehstromleitung

$$\begin{pmatrix} \underline{\boldsymbol{U}}_1 \\ \underline{\boldsymbol{U}}_2 \\ \underline{\boldsymbol{U}}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\boldsymbol{Z}}_d & \underline{\boldsymbol{Z}}_k & \underline{\boldsymbol{Z}}_k \\ \underline{\boldsymbol{Z}}_k & \underline{\boldsymbol{Z}}_d & \underline{\boldsymbol{Z}}_k \\ \underline{\boldsymbol{Z}}_k & \underline{\boldsymbol{Z}}_k & \underline{\boldsymbol{Z}}_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\boldsymbol{I}}_1 \\ \underline{\boldsymbol{I}}_2 \\ \underline{\boldsymbol{I}}_3 \end{pmatrix}$$

Im symmetrischen Betrieb kann im einphasigen ESB  $Z_b$  als Leitungsimpedanz eingesetzt werden:  $\underline{Z}_b = \underline{Z}_d - \underline{Z}_k$ 

# 5 Elektrische Maschinen

können als Motoren oder Generatoren benutzt werden. ( $\eta>90\%$ ) Besteht aus Stator(Ständer),Rotor(Läufer), Anker und Welle. n: Drehzahl; M: magn. Moment

#### 5.1 Der Transformator

| ü                         | Übersetzung                   |
|---------------------------|-------------------------------|
| $\boldsymbol{\ddot{u}}_r$ | Bemessungsübersetzung         |
| $U_{r1T}$ , $U_{r2T}$     | Bemessungsspannungen          |
| $S_{rT}$                  | Bemessungsleistung            |
| $U_K$                     | Kurzschlussspannung           |
| $u_k$                     | bezogene Kurzschlussspannung  |
| $u_r$                     | bezogener Wirkspannungsabfall |
| $P_{Cu}$                  | Kupferverluste                |
| $P_{Fe}$                  | Eisenverluste                 |
| $Z_k$                     | Kurzschlussimpedanz           |

Zur Berechnung wird oft  $u_r$  anstelle von u eingesetzt, da ersteres meist unbekannt ist. Die Bemessungsübersetzung findet sich aber auf dem Typeschild

$$\begin{split} & \underline{U}^b = \mathbf{i} \underline{U} \\ & \underline{I}^b = \frac{1}{\mathbf{i}} \underline{I} \\ & \underline{I}^b = \frac{1}{\mathbf{i}} \underline{I} \\ & \underline{Z}^b = \mathbf{i}^2 \underline{Z} \\ & ) & \mathbf{i}^2 & \underline{W}_1 \\ & ) & \mathbf{i}^2 & \underline{W}_2 \\ & \mathbf{i}_r = \frac{U_{r1T}}{U_{r2T}} \\ & u_k = \frac{U_K}{U_{r1T}} \\ & Z_k = u_k \frac{U_{r1T}^2}{S_{rT}} \\ & u_r = \frac{U_{rT}}{U_{r1T}} \\ & u_r = \frac{U_{rT}}{U_{r1T}} \\ & R_k = P_{Cu} \left( \frac{U_{r1T}}{S_{rT}} \right)^2 \\ & R_k = u_r \frac{U_{r1T}^2}{S_{rT}} \end{split}$$

$$\begin{split} Z_k &= \sqrt{R_k^2 + X_k^2} \\ R_{Fe} &= \frac{U_{P1T}^2}{P_{Fe}} \\ I_{W0} &= \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3}U_{r1T}} \\ I_h &= \sqrt{I_{10}^2 - I_{W0}^2} \\ X_h &= \frac{U_{r1T}}{\sqrt{3}I_r} \end{split}$$

#### 5.2 Gleichstrommaschine

| p             | Polpaarzahl                        |
|---------------|------------------------------------|
| z             | Anzahl der Schaltstufen            |
| $\lambda$     | Schaltverhältnis                   |
| U             | Ankerklemmenspannung               |
| $U_i$         | Im Anker induzierte Spannung       |
| $K_1$ , $K_2$ | Maschinenkonstanten                |
| Φ             | magnetischer Fluss durch den Anker |
| $I_A$         | Ankerstrom                         |
| $R_A$         | Widerstand der Ankerwicklungen     |
| $I_{F}$       | Erregerstrom                       |

#### 5.2.1 Grundgleichungen

$$\begin{array}{l} U=U_i+(R_A+R_v)I_A=U_i+RI\\ U_i=K_1\Phi n\\ M=K_2\Phi I_A\\ \Phi=f(I_E)\\ \text{falls verlustfrei: } K_1=2\pi K_2\\ n=\frac{U}{K_1\cdot\Phi}-\frac{K_1\cdot K_2\cdot\phi^2}{K_1\cdot K_2\cdot\phi^2}M \end{array}$$

#### 5.2.2 Anlaufen mit Vorwiderständen

$$\begin{array}{l} R_{A,z-1} = R_A + R_{V1}, \ R_{A,z-1} = R_A + R_{V1} + R_{V2}, \ ..., \\ R_{A,0} = R_A + R_{V1} + ... + R_{Vz} \\ \lambda = \frac{M_{max}}{M_{min}} = \frac{R_{A,Z-1}}{R_{A,Z}} \\ z = \log_{\lambda} \frac{R_{A0}}{R_A} \end{array}$$

#### 5.2.3 Fremderregt

$$n_0 = \frac{U}{K_1 \Phi}$$

$$M_A = \frac{UK_2 \Phi}{R}$$

$$n = n_0 - n_0 \frac{M}{M_A}$$

## 5.2.4 Reihenschluss

$$\begin{split} M &= \frac{K_2}{K_3} \Phi^2 \\ n &= \frac{U}{\sqrt{2\pi K_1 K_2}} \frac{1}{\sqrt{M}} - \frac{R}{K_1 K_2} \end{split}$$

#### 5.3 Synchronmaschine

Synchrone Reaktanz 
$$X_d = \omega \cdot (L_h + L_\sigma)$$
  $X_d \cdot I_w = U_p \sin(\vartheta_M)$   $X_d = x_d \frac{U_r^2}{S_r}$  
$$\ddot{\text{Ubereregung}} \qquad \qquad \text{Untereregung}$$
 
$$\boxed{\text{SMA wirkt wie Kapazität}} \qquad \qquad \text{SMA wirkt wie Induktivität}$$
 gibt induktive Blindleistung ab nimmt induktive Blindleistung auf

### 5.4 Asynchronmaschine

Bemessungsmoment  $M_r=\frac{P_r}{2\pi n_r}$  Kloss'sche Gleichung  $M=\frac{2M_k\cdot s\cdot s_k}{s^2+s_k^2}$  Kippmoment  $M_k$ ; Betrieb bei ca.  $\frac{2}{3}M_k\Rightarrow \vartheta_M<42^\circ$ 

#### 5.5 Asynchronmaschine

$$\begin{split} s &= \frac{n_0 - n}{n_0} \\ M &= \frac{3}{2\pi n_0} \frac{I^2 R_l}{s} \\ n_0 &= \frac{f}{s} \\ M &= \frac{2M_k}{\frac{s}{s_k} + \frac{s}{s}} \end{split}$$

Anlauf nur möglich falls  $M_A < M_{an}$ 

Feldschwächung:  $\Phi_{M} \propto rac{U_{st,r}}{f_{st,r}}$ 

U kann nicht beliebig erhöht werden  $\Rightarrow$  Fluss wird kleiner  $\Rightarrow$  Moment wird kleiner.

## 5.6 elektrische Energieübertragung

Freileiter oder Erdleiter:

- Erdkabel-Isolierung: Papier mit Öl getränkt oder vernetztes PE
- Erdakabel bei gleicher Übertragung etwa 4 7 mal teuerer.
- Störungen bei Freileitern leichter lokalisierbar und behebbar.

Längsimpedanzen (KS) und Queradmittanzen (LL)

$$\begin{array}{cccc} U_n & \text{Leitung} & \text{Leiter} & R & X_b' = \omega L_b' & Y_b = \omega C \\ 30\text{kV} & \text{FL} & \text{Al/St } 95/15 & 0.30 & 0.37 \\ \underline{\underline{U}}_{12} = \Delta U + \mathrm{j} \delta U \\ \text{meist } R << \omega L_b & \Rightarrow \underline{U}_{12} = \omega L_b (I_w + I_b) \end{array}$$

Phasenkonstante 
$$\beta=2\pi f \frac{\sqrt{\varepsilon_T}}{c_0} \qquad \beta(FL) \approx \frac{6^{\circ}}{100 km}$$

$$\begin{array}{c|c} \underline{Z}_l & \frac{\underline{-q}}{2} \\ \\ \text{el. lange Leitung} & \mathrm{j}\underline{Z}_w\sin(\beta l) & \frac{\cos(\beta l)-1}{\mathrm{j}\underline{Z}_w\sin(\beta l)} \\ \\ \text{el. kurze Leitung} & \mathrm{j}\omega L_b'I & \frac{\mathrm{j}\omega C_b'l}{2} \end{array}$$

natürlicher Betrieb(  $\underline{\boldsymbol{Z}}_2 = \underline{\boldsymbol{Z}}_w$  ): Blindleistungsggw

#### 5.7 Vereinfachte Leitungsbetrachtung

Vernachlässigung von Queradmittanzen  $\Rightarrow$   $I_{in} = I_{out}$  Längsspannungsabfall:  $\Delta U = R \cdot I_w + \omega L_b I_b$  Querspannungsabfall:  $\delta U = \omega L_b I_w - R I_b$  Leitungswinkel:  $\vartheta = \varphi_{II1} - \varphi_{II2}$