

1. Mathematische Grundlagen

1.1. Sinus, Cosinus $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\frac{1}{2}\pi$	π	$1\frac{1}{2}\pi$	2π
φ	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	0	$\mp\infty$	0

Additionstheoreme	Stammfunktionen
$\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x$	$\int x \cos(x) dx = \cos(x) + x \sin(x)$
$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$	$\int x \sin(x) dx = \sin(x) - x \cos(x)$
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$	$\int \sin^2(x) dx = \frac{1}{2}(x - \sin(x) \cos(x))$
$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$	$\int \cos^2(x) dx = \frac{1}{2}(x + \sin(x) \cos(x))$
$\sin(x) = \tan(x) \cos(x)$	$\int \cos(x) \sin(x) dx = -\frac{1}{2} \cos^2(x)$
$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x$	
$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$	

1.2. Integrale $\int e^x dx = e^x = (e^x)'$

$F(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$\frac{1}{q+1} x^{q+1}$	x^q	qx^{q-1}
$\frac{2\sqrt{ax^3}}{3}$	\sqrt{ax}	$\frac{a}{2\sqrt{ax}}$
$x \ln(ax) - x$	$\ln(ax)$	$\frac{a}{x}$
$\frac{1}{a^2} e^{ax} (ax - 1)$	$x \cdot e^{ax}$	$e^{ax} (ax + 1)$
$\frac{a^x}{\ln(a)}$	a^x	$a^x \ln(a)$
$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$

$$\int e^{at} \sin(bt) dt = e^{at} \frac{a \sin(bt) + b \cos(bt)}{a^2 + b^2}$$

$$\int \frac{dt}{\sqrt{at+b}} = \frac{2\sqrt{at+b}}{a}$$

$$\int t^2 e^{at} dt = \frac{t^2 e^{at}}{a} - \frac{2t e^{at}}{a^2} + \frac{2 e^{at}}{a^3}$$

$$\int t e^{at} dt = \frac{at-1}{a^2} e^{at}$$

$$\int x e^{ax^2} dx = \frac{1}{2a} e^{ax^2}$$

1.3. Exponentialfunktion und Logarithmus

$a^x = e^{x \ln a}$	$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$	$\ln x \leq x - 1$
$\ln(x^a) = a \ln(x)$	$\ln(\frac{x}{a}) = \ln x - \ln a$	$\log(1) = 0$

2. Einheiten

SI-Präfixe

Symbol	Vorsatz	Faktor	Symbol	Vorsatz	Faktor
Y	Yotta	10^{24}	d	Dezi	10^{-1}
Z	Zetta	10^{21}	c	Zenti	10^{-2}
E	Exa	10^{18}	m	Milli	10^{-3}
P	Peta	10^{15}	μ	Mikro	10^{-6}
T	Tera	10^{12}	n	Nano	10^{-9}
G	Giga	10^9	p	Piko	10^{-12}
M	Mega	10^6	f	Femto	10^{-15}
k	Kilo	10^3	a	Atto	10^{-18}
h	Hekto	10^2	z	Zepto	10^{-21}
da	Deka	10^1	y	Yokto	10^{-24}

3. Aufbau der Materie

Planck'sches Postulat In der Quantenmechanik kann der harmonische Oszillator mit der Schwingungsfrequenz f nur diskrete Energiewerte annehmen:
 $E_n = hf \left(n + \frac{1}{2}\right) = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right)$

Heisenberg'sche Unschärferelation Ort und Impuls (bzw. Energie und Zeit) können nicht gleichzeitig scharf definiert werden.
 $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ und $\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$

Welle-Teilchen-Dualismus Materie kann sowohl Eigenschaften von Teilchen als auch von Wellen haben.

3.1. Quanten

Hierbei wird die Materie als Menge von Teilchen betrachtet. Sie haben eine Energie E und einen Impuls p sowie eine Masse m .

Das Photon Für das Photon gilt:
 $E_{ph} = f \cdot h = \hbar \cdot \omega = \frac{\hbar c}{\lambda} = m_{ph} c^2$
 $m_{ph} = \frac{\hbar \omega}{c^2}$ $p_{ph} = m_{ph} \cdot c = \frac{\hbar}{\lambda}$

3.2. Materiewellen

3.2.1 Allgemeine Wellenfunktion $\Psi(\mathbf{r}, t) = C \cdot e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

Im eindimensionalen Fall: $\Psi(x, t) = C \cdot e^{i(\omega t - kx)}$

Größe	Beziehung
Energie	$E = \frac{1}{2} m v^2 = \hbar \omega$
De-Broglie-Wellenlänge	$\lambda = \frac{h}{p}$
Impuls	$\mathbf{p} = m \mathbf{v} = \hbar \mathbf{k}$
Kreisfrequenz	$\omega = 2\pi f = \frac{h}{2m} k^2$
Phasengeschwindigkeit	$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar k}{2m} = \frac{v_{Teilchen}}{2}$
Wellenzahl	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

3.2.2 Das Wellenpaket

Der bewegten Korpuskel wird eine im Raum begrenzte Wellenfunktion zugeordnet, die sich aus der Überlagerung einzelner Wellen zu einem Wellenpaket ergibt. Ein Teilchenstrom entspricht der Folge einzelner Wellenpakete.

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} C(k) \cdot e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} dk$$

Gruppengeschwindigkeit des Wellenpakets:

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p}{m} = v_{Teilchen}$$

$$\text{Phasengeschwindigkeit } v_{ph} = \frac{\omega}{k}$$

3.3. Die Schrödingergleichung

Beschreibt die Dynamik der quantenmech. Zustände eines Systems.

Allgemeine Schrödingergleichung:

$$E = E_{kin} + V_{pot} = \frac{p^2}{2m} + V \quad \text{mit } p = i\hbar \nabla \Psi$$

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}, t) \cdot \Psi(\mathbf{r}, t)$$

Zeitunabhängige Schrödingergleichung:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}) = (E - V) \Psi(\mathbf{r})$$

Herleitung Durch den Separationsansatz $\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi(\mathbf{r})\Phi(t)$ lässt sich die Zeitabhängigkeit abtrennen.

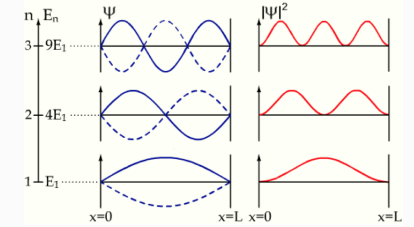
Aufenthaltswahrscheinlichkeit $d w(\mathbf{r}) = \Psi^*(\mathbf{r}, t) \cdot \Psi(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{r}$

Normierungsbedingung: $\int_{\text{Volumen}} \Psi^* \Psi d\mathbf{r}' = 1 \Rightarrow C_i = \sqrt{\frac{2}{L_i}}$

Herleitung der Schrödingergleichung

- Aus De-Broglie-Beziehungen: $\omega = \frac{\hbar}{2m} k^2 \rightarrow \hbar \omega = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$
- Multipliziere beide Seiten mit Ψ und ersetze $\omega \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}$ sowie $k^2 \rightarrow \text{div grad}$ es folgt: $-i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$
- In einem Kraftfeld $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)$ mit $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = -\text{grad } V(\mathbf{r}, t)$ gilt:
 $E = \frac{p^2}{2m} + V(\mathbf{r}, t)$ mit $p = i\hbar \nabla \Psi$
- Die allg. Schrödingergleichung folgt aus Multiplikation mit Ψ und den Operatoren $E \rightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ und $\frac{p^2}{2m} \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta$

3.4. Potentialtopf



Schrödingergleichung (im eindimensionalen Potentialtopf)

- Separation: Ist das Potential zeitunabhängig? Wenn ja $\Rightarrow v(\mathbf{r}, t) \rightarrow v(\mathbf{r})$
- Bereichseinteilung:
 $x < a$
 $a < x < b$ (im Topf)
 $b < x$
- Aufstellen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung
- Ansatz: $\Psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$ oder $A \sin(kx) + B \cos(kx)$
- Bestimme Koeffizienten A, B und k über die Randbedingungen
- Amplitude aus der Normierungsbedingung bestimmen
- Einsetzen und Umformen $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2ma^2} n^2$ mit $k = \frac{\pi}{a} n$

δ -Dim., unendl., zeitinvar. Potentialtopf: $i = \{x, y, \dots, \delta\}$

$$\text{Lösung der DGL: } \Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2^\delta}{\prod L_i}} \prod_{i=1}^{\delta} \sin(k_i \cdot r_i)$$

$$\text{Energie: } E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \sum k_i^2$$

für $\delta = 1$ (eindimensionaler PT)

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} k_n^2 = \frac{\hbar^2 n^2}{8mL^2} = E_1 n^2 \quad k_n = \frac{n\pi}{L}$$

$$E_{nml} = \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} (n^2 + m^2 + l^2)$$

Bindung	Eigenschaften	Energie
Ionisch	Elektronenaustausch, stark, starr	3.4 eV
Kovalent	Gemeinsame Elektronen	
Metallisch	„Elektronensee“	
Dipol	Coulombkräfte von Partialladungen	

- Anion und Kation ziehen sich an bis auf einen Abstand der Ionenmittelpunkte: $r_0 = (r_Y^- + r_X^+)$
- Dabei wird die Energie frei: $E_{\text{el}} = \int_{\infty}^{r_0} \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0}$
- Coulombanziehung nicht gerichtet → positive und negative Ionen lagern so dicht aneinander wie möglich → Ionenkristall (nicht verformbar)
- Elektronen liegen an den Ionen lokalisiert → keine freien Elektronen vorhanden → Isolator
- Differenz der Elektronegativität meist $\Delta E > 1.7$
- Gesamtbilanz der der ionischen Bindung

$$X + E_X \rightarrow X^+ + e^-$$

$$Y + e^- \rightarrow Y^- + E_Y$$

$$X^+ + Y^- \rightarrow XY + E_{\text{el}}$$

$$E_{\text{ges}} = -E_X + E_Y + E_{\text{el}}$$

6. Elektrische Eigenschaften von Festkörpern

Spez. Wid. $[\rho] = \Omega \text{ m}$ Leitföh. $[\sigma] = \frac{1}{\Omega \text{ m}}$ $[\mu] = \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$

6.1. Ladungstransport

Je kleiner α_0 , desto flacher die Potentialbarrieren zwischen den Atomen, desto breiter werden die Energiebänder.

	Freies Teilchen	Eingesperstes Teilchen
v_{gr}	$\frac{h}{m} k$	$\frac{1}{h} \frac{dE(k)}{dk}$
v_{ph}	$\frac{E}{p}$	

6.2. Drude-Modell

$j = -en\mathbf{v}_d = \sigma \mathbf{E} = \mu \mathbf{E}$
 $\sigma = ne\mu$ mit Beweglichkeit $\mu = \frac{e\tau}{m}$
 $R = \rho \frac{L}{A} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{A}$

6.3. Halleffekt

$m\dot{\mathbf{v}} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_d \times \mathbf{B}) - m\frac{v_d}{r}$
Zyklotronfrequenz: $\omega_c = \frac{eB}{m}$
Hallkonstante: $R_H = \frac{ey}{j_x B} = -\frac{1}{ne}$
Hallspannung: $U_H = R_H B j_x b = R_H B \frac{I_x}{b}$

Elektronen verbinden sich zu Cooper-Paaren

Piezoelektrizität: Mechanische Verformung erzeugt elektrische Spannung in Kristallen.

7. Thermoelektrische Effekte

elektrische Leitfähigkeit	$[\sigma]$	$\frac{S}{m \cdot K}$
Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda]$	$\frac{W}{m \cdot K}$
Seebeck-Koeffizient	$[S]$	$\frac{V}{K}$

Durch thermische Teilchenbewegung entsteht eine Diffusionsstromdichte:

$j_{diff} = -e(n_1 v_{1x} - n_2 v_{2x}) = e \frac{d}{dT} (D_n \cdot n) \frac{dT}{dx}$

Diffusionskoeffizient $D_n = v_x l_x = v_x^2 \tau$, Fermigeschw. $v_x^2 = \frac{1}{3} v_F^2$
Effektive Teilchengeschw. $\frac{1}{2} m^* v^2 = \frac{1}{2} k_B T$ $n_{eff} = D(E_F) \cdot 2k_B T$
Seebeck Koeffizient:

$S := -\frac{e}{\sigma} \frac{d}{dT} (D_n \cdot n)$ $\Delta U = S \cdot \Delta T$

7.1. Peltier-Effekt

Aufgeprägter Strom wird benutzt, um Wärme zu transportieren
Wärmestromdichte $w = \Pi \cdot j$ Peltierkonstante: $\Pi = S \cdot T$
Gütezahl $Z = |\Delta S|^2 \cdot \frac{\sigma}{\lambda}$ mit Gütefaktor $\Delta S = \Pi_1 - \Pi_2$

7.2. Supraleitung

Starke Abnahme des Widerstands um Faktor $\leq 10^{-14}$ bei einer Sprungtemperatur T_c
Kritisches Magnetisches Feld: $H_c = H_0(1 - (\frac{T}{T_C})^2)$
Londongl. $\mathbf{E} = \lambda_L \mathbf{j}_s$ $\text{rot } \mathbf{j}_s = -\frac{1}{\lambda_L} \mathbf{B}$
Londonsche Eindringtiefe $\Lambda_L = \sqrt{\frac{\lambda_L}{\mu_0}}$ $\lambda_L = \frac{m}{n_s e^2}$

8. Halbleiter

Definition: Festkörper, der bei $T = 0K$ ein Isolator ist, aber unterhalb der Schmelztemperatur eine endliche Leitfähigkeit hat
Extrinsischer HL: Elektronische Eigenschaften dominiert durch e^- bzw. p^+ , welche durch Fremdatome zugeführt werden (Dotierung)
Intrinsischer HL: Elektronische Eigenschaften durch thermisch generierte Ladungsträger bestimmt

Valenzbandenergie	E_V
Leitungsbandenergie	E_L
Bandlückenenergie	$E_G = E_L - E_V$
Fermi-Energie	$E_F = k_B T_F = \frac{h^2}{2m_e} (3\pi^2 n)^{2/3}$
Fermi-Temperatur	$T_F = \frac{h^2}{2m_e k_B} (3\pi^2 n)^{2/3}$

Fermi-Verteilung für Elektronen:

$f_e(E, T) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)}$ $v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m}}$

$f_h(E, T) = 1 - f_e(E, T)$
 E_F : Energieniveau mit Besetzungswahrsch. 0.5 im thermischen Gleichgewicht. Bei $T = 0K$ entspricht E_F dem maximalen Energiezustand eines Elektrons.
 $E_i = \frac{E_V + E_L}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln\left(\frac{N_V^*}{N_L^*}\right)$ (intrinsisches Fermi-niveau)
 $E_F = E_L - k_B T \ln\left(\frac{N_L}{N_D}\right)$ (vollständige Ionisierung)

$\sigma = n_i e \mu_n + p_i e \mu_p$ $\mathbf{v} = \pm \mu \mathbf{E}$ $n - n_0 = p - p_0$ Ladungsneutralität
mit $n p = n_i^2$ gilt: $0 = n^2 e \mu_n - \sigma n + n_i^2 e \mu_p$ GGW

8.1. Effektive Masse

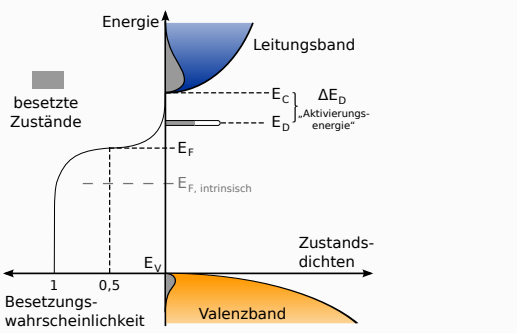
$m^* = \frac{h^2}{d^2 E(k)} = \sqrt[3]{m_{||}^* m_{\perp}^{*2}}$ $m_{hh}^* = \left(m_{hl}^{* \frac{3}{2}} + m_{hh}^{* \frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$

Fermi-Verteilung	f_e	$\left[\frac{1}{\text{cm}^3}\right]$
Elektronen/Löcherdichte	n, p	$\left[\frac{1}{\text{cm}^3}\right]$
Zustandsdichte	$D_{L/V}$	$\left[\frac{1}{\text{cm}^3 \text{ eV}}\right]$
effkt. Zustandsdichte Leitungsband	N_L^*	$\left[\frac{1}{\text{cm}^3}\right]$
effkt. Zustandsdichte Valenzband	N_V^*	$\left[\frac{1}{\text{cm}^3}\right]$
Intrinsische Ladungsträgerdichte	$n_i = \sqrt{N_L^* N_V^*} e^{-\frac{E_G}{2k_B T}}$	

Leitungsband	Valenzband
Elektronendichte	Löcherdichte
$n = \int_{E_L}^{\infty} D_L \cdot f_e dE$	$p = \int_{-\infty}^{E_V} D_V \cdot f_h dE$
Zustandsdichte	Zustandsdichte
$D_L = \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E - E_L}$	$D_V = \frac{(2m_h^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E_V - E}$
Effektive Zustandsdichte	Effektive Zustandsdichte
$N_L^* = 2 \left(\frac{m_n^* k_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2}$	$N_V^* = 2 \left(\frac{m_p^* k_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2}$
$n = N_L^* \exp\left(-\frac{E_L - E_F}{k_B T}\right)$	$p = N_V^* \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{k_B T}\right)$

Boltzmann-Näherung: $f_e(E, T) \approx \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_B T}\right)$
Damit gilt: $n \cdot p = n_i^2 = N_L^* \cdot N_V^* \cdot e^{-\frac{E_G}{k_B T}}$
Dotierungs-Bilanzgleichung: $n + N_A^- = p + N_D^+$
Leitfähigkeit: $\sigma = n \cdot e \cdot \mu_n + p \cdot e \cdot \mu_p$

8.2. Dotierung von Halbleitern



n-Dotierung $+1e^-$	p-Dotierung $+1h^+$
Donator aus \overline{V} (-wertig)	Akzeptor aus \overline{III} (-wertig)
$N_A = 0$	$N_D = 0$
$N_D^+ = \frac{N_D}{g \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_B T}\right) + 1}$	$N_A^- = \frac{N_A}{g \exp\left(\frac{E_A - E_F}{k_B T}\right) + 1}$
$N_D^+ \approx N_D$ (vollständig ionisiert)	$g = 2, e^-; g = 4, p^+$

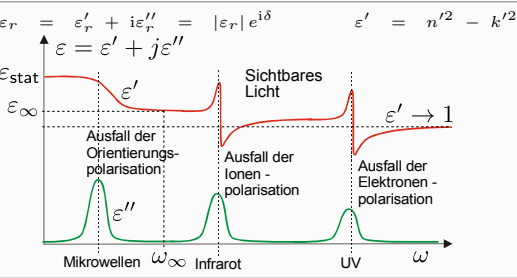
Amphoter: Sowohl n- als auch p-Dotierung. Bei $\overline{III-V}$ HL: \overline{IV}

8.3. Diffusionsströme
 $j_{n/p}^{diff} = e D_{n/p} \frac{dn/p}{dx}$ Einstein Beziehung: $D_{n/p} = \frac{k_B T}{e} \mu_{n/p}$
 $j_{drift} = -en v_{drift} = \sigma_n p e$ $I = A j$

9. Dielektrische Eigenschaften

Polarisation $[P] = \frac{As}{m^2}$ Polarisierbarkeit $[\alpha] = m^3$
Äußeres Feld \mathbf{E}_{lok} Induziertes Gegenfeld \mathbf{E}_{in}

Unter Einfluss eines elektr. Feldes werden positive und negative Ladungen in entgegengesetzte Richtungen verschoben.



9.1. Polarisation (S. 144)

Dielektr. Verschiebung $\underline{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \underline{E} = \epsilon_0 \underline{E} (1 + \chi^{el}) = \epsilon_0 \underline{E} + \underline{P}$
Dipolmoment $\underline{p} = \epsilon_0 \alpha \underline{E}_{lok}$ Polarisation $\underline{P} = n \underline{p}$
Claudius-Mosotti-Gleichung: $\frac{\alpha N}{3} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \Rightarrow \epsilon_r = 1 + \frac{\alpha N}{1 - \frac{\alpha N}{3}}$
Suszeptibilität $\chi^{el} = \epsilon_r - 1 = \frac{\alpha N}{1 - \frac{\alpha N}{3}}$

Elektronische Polarisation
Elektronenhülle verschiebt sich durch äußeres Feld
 $p = \epsilon_0 \alpha \epsilon_{lok} = \frac{e^2}{\mu} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \epsilon_{lok}$ mit $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$
 $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{ne^2}{3\epsilon_0 m}}$ $\epsilon'(w) = 1 + \frac{ne^2}{\epsilon_0 m} \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{(\omega_1^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$

Ionische Polarisation
Ionen werden durch äußeres Feld verschoben
 $p = qu(t) = \frac{q^2}{\mu} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} \epsilon_{lok}$ $\epsilon(w) = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 \epsilon}$
Gesamtpolarisation: $P(t) = nqu(t) + n\epsilon_0 \alpha \epsilon_{lok}(t)$

Orientierungspolarisation
Permanente Dipole werden durch E-Feld ausgerichtet.
statisch: $p_0 = n p \cdot \cos \Theta \approx n p \frac{p \epsilon}{3 k_B T}$

10. Magnetische Eigenschaften

Magnetische Flussdichte	\underline{B}	$[T = \frac{Vs}{m^2}]$
Magnetische Feldstärke	$\underline{H} = \underline{M}$	$[\frac{A}{m}]$
Bahndrehimpuls	\underline{L}	$[V A s^2]$
Magnetisches Moment	\underline{m}	$[A m^2]$
magn. Quantenzahl	m od. M	
Spinquantenzahl	S	
gyromagnetisches Verhältnis	g	
Gesamtdrehimpuls	\underline{J}	$[T = \frac{Vs}{m^2}]$
Magnetische Suszeptibilität	χ^m	

Bohrsches Magneton: $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.274 \times 10^{-24} A m^2$

Dielektrika	Magnetika
Polarisation $\underline{P} = \epsilon_0 \chi \underline{E}_{netto}$	$\underline{J} = \mu_0 \underline{M}$
Flussdichte $\underline{D} = \epsilon_0 \underline{E}_{netto} + \underline{P}$	$\underline{B} = \mu_0 \underline{H} + \underline{J}$

Gesamtdrehimpuls $\underline{J} = \underline{L} + \underline{S}$
permanentes mag. Dipolmoment $M_z = g(-\mu_B) J$
Magnetische Suszeptibilität $\chi^m = \mu_r - 1 = \frac{1}{\mu_0} \frac{\underline{J}}{\underline{H}} = \frac{\underline{M}}{\underline{H}}$
Magnetische Flussdichte $\underline{B} = \mu_r \mu_0 \underline{H} = \mu_0 \underline{H} + \underline{J} = \mu_0 (\underline{H} + \underline{M})$

Elementare Dipole:

Mechanischer Drehimpuls $\underline{L} = \underline{r} \times m_0 \underline{v} = m_0 r^2 \underline{\omega}$
Magnetisches Moment $\underline{m} = I \underline{A} = -\frac{1}{2} e r^2 \underline{\omega} = -\frac{e}{2m_0} \underline{L}$
g-Faktor: $g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$
Spezial: $S = 0 \Rightarrow g = 1$ (unreal) $L = 0 \Rightarrow g = 2$

Diamagnetismus ($\mu_r < 1$)
Wirkung der Lorentzkraft. Immer aktiv, wird aber von Para- und Ferro-mag. überlagert. Temperaturunabhängig.
 $\chi_{dia}^m = \frac{\underline{M}}{\underline{H}} = -\frac{NZ^* e^2 r^2 \mu_0}{6 m_e} \underline{M} = N \cdot \underline{m}$

<p>Paramagnetismus ($\mu_r > 1$)</p> <p>Material besitzt magnetische Dipolmomente. (Unvollständige Elektronenschalen)</p> <p>Orientierungsstatistische Verteilung durch Temperatur</p> <p>Curiesches Gesetz: $\chi_{\text{para}}^{\text{m}} = \frac{N \mu_0 g^2 J(J+1) \mu_{\text{B}}^2}{3 k_{\text{B}} T}$</p>
<p>Leitungselektronen ($\mu_r \gg 1$)</p> <p>praktisch temperaturabhängig</p> $\left. \begin{aligned} \chi_{\text{para,le}}^{\text{m}} &= \frac{3}{2} \frac{n \mu_0 \mu_{\text{B}}^2}{k_{\text{B}} T_{\text{F}}} \\ \chi_{\text{dia,le}}^{\text{m}} &= -\frac{1}{3} \chi_{\text{para,le}}^{\text{m}} \end{aligned} \right\} \chi_{\text{le}}^{\text{m}} = \chi_{\text{para,le}}^{\text{m}} + \chi_{\text{dia,le}}^{\text{m}} = \frac{n \mu_0 \mu_{\text{B}}^2}{k_{\text{B}} T_{\text{F}}}$ <p>(mit $n = \frac{\text{freie } e}{V_{\text{ez}}}$)</p>
<p>Ferromagnetismus ($\mu_r \gg 1$) $\uparrow\uparrow\uparrow$</p> <p>Ausrichtung der elementaren Dipolmomente im Gitter. Wirkung nur bis Curie-Temp.</p> <p>$E_A = -\mu_0 \int_{V_W} w \underline{H}_G \underline{H}_A \, dV$</p> <p>Curie-Weiss-Gesetz: $\chi^{\text{m}} = \frac{C}{T - \Theta}$ mit $\Theta = \frac{E_{\text{F}}}{k_{\text{b}}} = \frac{\mu_0 \mu}{B_a}$</p> <p>Hystereseverluste $w_v = \oint B \, dH$</p>
<p>Antimagnetismus $\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow$</p> <p>gekoppelte, antiparallele Ausrichtung.</p>
<p>Ferimagnetismus $\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow$</p> <p>In eine Richtung stärkere Magnetisierung</p> <p>hohe Magnetisierung, aber schlechter Leiter.</p> <p>$\underline{m} = I A$ ist antiparallel zu \underline{L}</p>

$$\text{Steilheit: } g_m = -\frac{en\mu_n bd}{l} \left(\sqrt{\frac{U_D + U_{\text{gs}}}{U_p + U_D}} - 1 \right)$$

11. pn-Übergang

Elektronen- Löcherdichtenstrom: $j_{n,p} = en\mu_{n,p}\varepsilon \pm eD_{n,p} \frac{\partial n,p}{\partial x}$
Drift Diffusion

Diffusionskoeffizient: $D = \frac{k_B T \mu}{e}$ Beweglichkeit: $\mu = \frac{e \tau}{m}$

stromloser Fall \Leftrightarrow konstante Fermienergie: $\frac{\partial E_F}{\partial x}$

$j_n = n \cdot e \cdot \text{grad } E_{f,n}$ $j_p = p \cdot e \cdot \text{grad } E_{f,p}$

Ladungsträgerdichte: siehe 8: Effektive Zustandsdichte

Diffusionsspannung: $U_D = \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{n_{n0}}{n_{p0}} \right) = \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{p_{p0}}{p_{n0}} \right)$

Diffusionsspannung Verarmungszone: $U_D = \frac{1}{2} \varepsilon_m (w_n + w_p)$ mit

$|\varepsilon_m| = \frac{e N_0 \omega_n}{\varepsilon \varepsilon_0}$

$w_n = \sqrt{\frac{2 \varepsilon \varepsilon_0 N_A U_D}{e N_D (N_A + N_D)}}$ $w_p = \sqrt{\frac{2 \varepsilon \varepsilon_0 N_D U_D}{e N_A (N_A + N_D)}}$

unsymmetrischer pn-Übergang - Näherung durch:

p⁺n-Übergang: $N_A \gg N_D$ n⁺p-Übergang: $N_D \gg N_A$

Potentialverlauf: $U(x) = \frac{e N_D}{2 \varepsilon \varepsilon_0} (x - \omega_n)^2$

Anlegen einer Spannung: Ersetzen von U_D durch $U_D - U$

$U > 0$ in "Durchlassrichtung": RLZ verkleinert sich

Sperrschichtkapazität: $c_S = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\omega(x)}$

Quasi-Fermi-Niveau: $E_{F,n}, E_{F,p}$ In RLZ: $eU = E_{F,n} - E_{F,p}$

Profil der Löcherdichte (analog für Elektronendichte):

$p_n(x) - p_{n0} = p_{n0} \left(\exp \left(\frac{eU}{k_B T} \right) - 1 \right) \exp \left(\frac{-(x - w_n)}{\sqrt{D_p \tau_p}} \right)$

12. Feldeffekt-Transistoren (FET-Transistoren)

$\overline{U}(x)$: Spannung ggü. Source (x=0) U_{ds} : Drain-Source-Spannung

$U_{\text{gs}} + U(x) = -U_g(x)$

$$I_d = \frac{en\mu_n bd}{l} \left(U_{\text{ds}} - \frac{2}{3\sqrt{U_p + U_D}} \left[(U_D + U_{\text{gs}} + U_{\text{ds}})^{3/2} - (U_D + U_{\text{gs}})^{3/2} \right] \right)$$

Anlaufbereich:

$$\text{Kanalleitwert: } \frac{\partial I_d}{\partial U_{\text{ds}}} |_{U_{\text{gs}}} = \frac{en\mu_n bd}{l} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{U_p + U_D}} (U_D + U_{\text{gs}} + U_{\text{ds}})^{1/2} \right]$$

$$\text{Steilheit: } g_m = \frac{\partial I_d}{\partial (-U_{\text{gs}})} |_{U_{\text{ds}}} = \frac{en\mu_n bd}{l\sqrt{U_p + U_D}} \left[(U_D + U_{\text{gs}} + U_{\text{ds}})^{1/2} - (U_D + U_{\text{gs}})^{1/2} \right]$$

Sättigungsbereich: