Physik

I. Physikalische Größen und Einheiten

I.1. Messgenauigkeit und Messfehler

Systematischer Fehler: Abw. einer Messung von ihrem Erwartungswert
Statistischer Fehler: Entstehung durch zufällige Abweichungen

Arithmetischer Mittelwert: $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Standardabweichung: $s = \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$

Standardabweichung mit TR: $s_{\text{Rechner}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i)}{n-1}}$

Normalverteilung/Gauß-Funktion: $g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma^2})$

Näherungsweise gilt:

- 68(95)[99.8]% aller Messwerte haben eine Abweichung $< \pm 1(2)[3]\sigma$ vom Mittelwert.

I.2. Konstanten

Elektrische Feldkonstante $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{12}\frac{C^2}{Nm^2}$
Vakuumlichtgeschwindigkeit $c_0 = 299792458\frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$
Gravitationskonstante $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg}$
Boltzmannkonstante $k_B = \frac{R}{N_{Av}} = 1.381 \cdot 10^{-23}$
Plank'sches Wirkungsquantum h $= 6.626 \cdot 10^{-34} Js = 4.136 \cdot 10^{-15} eVs$
Avogadrokonstante $N_A = 6.022 \cdot 10^{-23}\frac{1}{mol}$
Gaskonstante $R = N_A \cdot k_B = C_{\text{p(mol)}} - C_{\text{v(mol)}} = 8.314\frac{J}{mol \cdot K}$

I.3. Trigonometrische Funktionen

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	$-\infty$	0

I.4. Quadratische Gleichung

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ oder $P_{1,2} = \frac{-p}{2} \cdot \sqrt{\frac{p}{2}^2 - q}$

II. Klassische Mechanik

II.1. Kinematik

momentane Geschwindigkeit: $v = \dot{r}$
mittlere Geschwindigkeit: $v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t}$

II.1.1 Galilei Transformation

Gilt nur für $v << c$
$x' = x - ut$ und $t' = t$ mit der Geschwindigkeit u des bewegten Systems $\rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + u$
Transformation erleichtert Bezugssystem mit konstanter Geschwindigkeit $\rightarrow$ Berechnung im Schwerpunktsystem

II.1.2 Eindimensionale Bewegungen

Mittlere Beschleunigung: $a = \frac{dv}{dt}$
Gleichförmige, geradlinige Bewegung: $x(t) = v_0 t + c$
Gleichförmig beschleunigte Bewegung: $x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + x_0$
Momentane Geschwindigkeit: $v = \frac{dr}{dt}$

II.1.3 Zweidimensionale Bewegungen

Unabhängige Bewegungen in den einzelnen Raumrichtungen
Schiefer Wurf: Berechnung von z(x) durch Eliminieren von t:
$x(t) = v_{0x}t \Rightarrow t = \frac{x}{v_{0x}}$
$z(x) = -\frac{1}{2}g(\frac{x}{v_{0x}})^2 + \frac{v_{0z}}{v_{0x}}x = -\frac{g}{2v_{x0}^2}x^2 + tan\theta x$

II.2. Dynamik für Punktmassen

II.2.1 Schiefe Ebene

Gewichtskraft: $F_G = mg$
Normalkraft: $F_N = mg\cos\alpha$
Hangabtriebskraft: $F_H = F_A = mg\sin\alpha$
Reibung: Körper steht, falls $F_{\text{Haft}} = F_{\text{Hang}}$
kritischer Neigungswinkel: $tan\alpha = \mu_h$

II.2.2 Kreisbewegung

Winkel $\phi = \frac{s}{r}$, mit Bogenlänge s, Radius r
Kreisfrequenz $\omega = \frac{d\phi}{dt} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$, mit Umlaufdauer T, Frequenz f
Krummlinige Bewegung: $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_{zp}$, mit Tangentialbeschl. a_t

II.3. Kräfte, Arbeit, Energie, Leistung

II.3.1 Kraft

Für $m_t \neq$ const: $\mathbf{F} = m_t\frac{d}{dt}\mathbf{v} + \mathbf{v}\frac{d}{dt}{,t}$

Kräfte werden vektoriell addiert: $\mathbf{F}_{ges} = \sum_{i=1}^{n}\mathbf{F}_i$

Gravitationskraft: $F_G = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$, mit $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}$

Zentripetalkraft: $F_Z = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$

Federkraft (Hooke'sches Gesetz): $\mathbf{F}_F = -k\mathbf{x}$
mittlere Kraft: $|<\mathbf{F}>| = \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = \left|\frac{m(v_E - v_A)}{\Delta t}\right|$
Coulombkraft: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

Reibungskräfte allgemein: $\mathbf{F}_R = \mu\mathbf{F}$,z.B. Haft-, Gleit- und Rollreibung
Körper beginnt zu rutschen, wenn $\mu_H \geq \tan\theta$

Luftwiderstand: $\mathbf{F}_W = \frac{1}{2}\rho c_W A v^2$, mit ρ: Luftdichte

II.3.2 Arbeit

Generell: $W = \int_{r_1}^{r_2} F dr$ bzw. $W = Fs\cos\alpha$
Spannarbeit an einer Feder: $W = \frac{1}{2}k(x - x_a)^2$

II.3.3 Energie

Energieerhaltung: Grundprinzip: $E_{\text{vorher}} = E_{\text{nachher}}$
potentielle Energie: $E_{\text{pot}} = mgh$
kinetische Energie: $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$

Gesamte Rotationsenergie: $E_{rot} = \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}\Delta m_i r_{i\perp}^2\omega^2$

II.3.4 Leistung

$P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{FV} = \frac{dE}{dt}$

II.4. Scheinkräfte

Zentrifugalkraft $\mathbf{F}_f = -\mathbf{F}_z$, Kompensation zur Zentripetalkraft
Corioliskraft $\mathbf{F}_c = m\mathbf{a}_c = 2m\mathbf{v} \times \mathbf{w}$

II.4.1 Stöße

Impuls: $p = mv$, $F = \dot{p}$

II.4.2 Inelastischer Stoß

Massen bilden gemeinsame Masse: $v_1' = v_2' = v'$

II.4.3 Elastischer Stoß

Fall $m_1 = m_2$: $v_1' = v_2, v_2' = v_1$
Fall $m_1 = m_2, v_1 \neq 0, v_2 = 0$: $v_1' = 0, v_2' = v_1$
Fall $m_1 \neq m_2$: $\mathbf{v}_{\text{1,end}} = \frac{1}{m_1 + m_2}((m_1 - m_2)\mathbf{v}_{\text{1,anf}} + 2m_1\mathbf{v}_{\text{2,anf}})$

II.4.4 Drehungen

Drehmoment: $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
Drehimpuls: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$
Trägheitsmoment: $J = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 = \int_V r_\perp^2 \rho dV$

Satz von Steiner: $J = J_S + Md^2$, Bei bel. Achse A: Summe vom J_S der Rotation durch Schwerpunkt $+ Md^2$ von Schwerpunkt um A
$E_{kin}(\Delta m_i) = \frac{1}{2}\Delta m_i v_i^2 = \frac{1}{2}\Delta m_i r_{i\perp}^2\omega^2$

Gesamte Rotationsenergie: $E_{\text{rot}} = \lim_{N\to\infty}(\sum_i^N \frac{1}{2}\Delta m_i r_{i\perp}^2\omega^2) = \frac{1}{2}\omega^2\int_V r_\perp^2 dm$
Für ein Teilchensystem: $J = \sum_i m_i r_{i\perp}^2 \Rightarrow E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}J\omega^2$

II.5. Dynamik des starren Körpers

Massenschwerpunkt $\mathbf{R}_s = \frac{1}{M}\sum_i m_i\mathbf{r}_i$

II.5.1 Trägheitsmomente

Drehachse ist Körperachse:
Vollzylinder: $J = \frac{1}{2}m_{\text{ges}}r^2$
Zylindermantel: $J = m_{\text{ges}}r^2$
Hohlzylinder: $J = \frac{1}{2}m_{\text{ges}}(r_1^2 + r_2^2)$

Drehachse durch Mittelpunkt $\perp$ Körperachse:
Zylindermantel: $J = \frac{1}{2}m_{\text{ges}}r^2 + \frac{1}{12}m_{\text{ges}}l^2$
Vollzylinder: $J = \frac{1}{4}m_{\text{ges}}r^2 + \frac{1}{12}m_{\text{ges}}l^2$
Dünner Stab: $J = \frac{1}{12}m_{\text{ges}}l^2$ (Drehachse durch Mittelpunkt)
Dünner Stab: $J = \frac{1}{3}m_{\text{ges}}l^2$ (Drehachse durch ein Ende)
Dünne Kugelschale: $J = \frac{2}{3}m_{\text{ges}}r^2$ (Drehachse durch Mittelpunkt)
Massive Kugel: $J = \frac{2}{5}m_{\text{ges}}r^2$ (Drehachse durch Mittelpunkt)
Massiver Quader: $J = \frac{1}{12}m_{\text{ges}}(a^2 + b^2)$ (Drehachse durch Oberfläche)

Masse des Zylindermantel: $M \approx 2\pi Rhd\rho$
Energieerhalt. rollender Zylinder: $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin,translation}} + E_{\text{rotation}} \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_s^2 + \frac{1}{2}J\omega^2; s = r\alpha, v = r\omega$

II.6. Planetenbewegung

1. Keplersches Gesetz: Planetenbahnen sind Ellipsen um Stern in einem der beiden Brennpunkte
2. Keplersches Gesetz: In gleicher Zeit wird die gleiche Fläche an einer Bahn aufgespannt
   $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}\mathbf{r}vsin\alpha = \frac{1}{2}\mathbf{r} \times \mathbf{v} = \frac{1}{2}m|\mathbf{L}| \Rightarrow$ Der Drehimpuls ist zeitlich konstant
3. Keplersches Gesetz: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ mit T: Umlaufzeit, a: Große Halbachse

III. Wellenlehre und Optik

III.1. Schwingungen

Erzwungen: Amplitude $A(\omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$

mit Resonanzfrequenz ω_0, Abklingkonstante $\gamma = \frac{2b}{m}$

Logarithmisches Dekrement $\Lambda = \ln\frac{x_m}{x_n} = \gamma \cdot T = \frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}$ (Maß für Dämpfungsverhalten)
Dämpfungsgrad $D = \frac{\gamma}{\omega_0}$
Gütefaktor Q eines Oszillators: $Q = \frac{\omega_0}{2\gamma}$

Falls von Reibung dominiert: $A = \frac{F_0}{b\sqrt{\frac{k}{m}}}$

Überlagerung von Schwingungen: $x(t) = \sum_n x_n(t) = \sum_n a_n\cos\omega_n t + \delta_n$

III.2. Harmonische Schwingungen

$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \Phi)$
mit Amplitude A, Kreisfrequenz ω $[\frac{rad}{s}]$, Frequenz f $[\frac{1}{s}]$
Schwingungsdauer T $= \frac{1}{f}$, Phasenkonstante ϕ

III.2.1 Federpendel

$\omega^2 = \frac{\text{Rücktreibende Kraft}}{\text{Einheitsmasse} \times \text{Einheitsauslenkung}} = \frac{k}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
$\omega = 2\pi f \rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$
Energiebilanz: $E_{\text{ges}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$

III.2.2 Mathematisches Pendel

$F = -mg\sin\theta \approx -mg\theta$
Oft Kleinwinkelnäherung: Bis $15°$: Fehler $< 0.01\%$
$x = l\theta; F = -\frac{mg}{l}x$
Hooke'sches Gesetz: Kraft proportional zur Auslenkung
$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

III.2.3 Torsionsschwingungen

Elastisches Rückstelldrehmoment $M = -D\theta = J\alpha$
mit Torsionskonstante D und $\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
$\ddot{\theta} + \frac{D}{J}\theta = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{J}}$

III.2.4 Gedämpfter harmonischer Oszillator

Stoke'sche Reibungskraft: $F_R = -bv = -b\dot{x}$
Bewegungsgleichung: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$; mit $2\gamma = \frac{b}{m}$
Lösungsansatz mit Cosinus: $x = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega' t)$
mit $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}, \gamma = \frac{b}{2m}, \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

schwache Dämpfung: $\gamma < \omega_0 \rightarrow x = Ae^{-\frac{t}{t_L}}\cos(\omega' t)$
aperiodischer Grenzfall: $\gamma = \omega_0 \rightarrow \omega' = 0$
überkritische Dämpfung: $\gamma \gg \omega_0 \rightarrow \omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} =$ img.
$\rightarrow$ Das System schwingt nicht, kehrt langsam in GGP zurück
$t_L =$ mittlere Lebensdauer, Zeit um auf $\frac{1}{e}$ der Amplitude zurückzukehren

III.3. Wellen

Allgemeine Wellengleichung: $\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u = 0$
Polarisation in Materie: $\mathbf{P} = \chi_e\varepsilon_0\mathbf{E}$, mit χ_e: Elektrische Suszeptibilität, Materialeigenschaft, i.A. komplex
Longitudinale Welle: Auslenkung in Ausbreitungsrichtung
Transversale Welle: Auslenkung normal zur Ausbreitungsrichtung

Geschwindigkeit Seilwelle: $\nu = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$
mit $F_T =$ Zugspannung, μ spezifische Masse
Masse $m = \mu \cdot vt \rightarrow \mu = \frac{m}{vt}$
Elastizitätsmodul: $E = \frac{F/A}{\Delta l/l}$
Kompressionsmodul: $K = \frac{-p}{\Delta V/V}$
Ausbreitungsgeschw. $\nu_{\text{Transv.}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, $\nu_{\text{Longi.}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, $\nu_{\text{l,Gas}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$
Schwingungsenergie des Teilchens: $E = \frac{1}{2}kD_M^2$
$k = 4\pi^2 mf^2; E = 2\pi^2 mf^2 D_M^2$
$m = \rho V = \rho Avt; \Delta E = 2\pi^2\rho Av\Delta t f^2 D_M^2$

Durchschnittliche Leistung: $\overline{P} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = 2\pi^2 \rho a v f^2 D_M^2$

Intensität: $I = \frac{\overline{P}}{A} = 2\pi^2 \rho v f^2 D_M^2$

Intensität sphärische Welle: $I = \frac{\hat{P}}{q\pi r^2}$, mit $D_M \propto \frac{1}{r}$

Schallpegel $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$dB mit $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$, mit 1dB = 10Bel

Reflexion bei elektrischen Leitungen: $r = \frac{Z_{\text{Last}} - Z_{\text{Kabel}}}{Z_{\text{Last}} + Z_{\text{Kabel}}}$

III.4. Geometrische Optik

$f \cdot \lambda = c$
Vakuumlichtgeschwindigkeit $c_0 = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$
Energie Photonen: $h \cdot c$, mit Plank'schem Wirkungsquantum h
Brechungsindex $n = \frac{c}{v}$
Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = n^2$
Brechungsgesetz von Snellius: $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$
Licht bricht immer zum Medium mit dem höheren Index hin
Fermatsches Prinzip: Licht folgt dem Weg mit der kürzesten Laufzeit: $\frac{dt}{dx} = 0$; Optischer Weg: $\int_\gamma n$
Optische Wand, parallelverschiebung um Δd :

$d = t \cdot \sin(\alpha) \cdot \left[1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}}\right]$

Totalreflexion: falls $\theta > \theta_g$: $\sin(\theta_g) = \frac{n_2}{n_1}$

Brechungsindex n ist frequenzabh. $n(\omega)$
Ausbreitungsgeschw. ist frequenzabh. $v(\omega)$ heißt Dispersion
Maxwell Relation: $n = \sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r} \approx \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{1 + \chi_e}$
Elektrische Suszeptibilität: $\mathbf{P} = N \cdot \mathbf{p}$
$x_0 = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$
$\omega < \omega_0$: Auslenkung in Phase, $\omega > \omega_0$: Auslenkung gegen Phase F_{el}
Dipolmoment: $|\mathbf{p}(t)| = e \cdot x(t) = \left|\frac{e^2 E_0 \cdot sin(\omega t)}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\right|$

$\chi_e(\omega) = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}$

Sellmeier Gleichung: $n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3}$
mit B_i und C_i (i $\in$ 1-3) Sellmeier Koeffizienten, experimentell ermittelt
Anormale Dispersion: n steigt mit λ
Normale Dispersion: n fällt mit λ

III.5. Abbildung

Entweder reales Bild oder virtuelles Bild (z.B. Spiegel)
Strahlenkonstruktion allgemein: $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g}$
fokale Länge f = $\frac{r}{2}$, mit Gegenstandsweite g; Bildweite b
Vorzeichen korrekt wählen: +: g, b, Krummungsmittelp. vor dem Spiegel
Abbildungsmaßstab $V = \frac{B}{G} = \frac{-b}{g}$
bei V negativ: Bild umgekehrt

III.5.1 Linsen

Linsengleichung: Gegenstandseite: $\frac{f}{g} = \frac{B}{B+G}$, Bildseite: $\frac{f}{b} = \frac{G}{G+B}$
Dicke Linsen: 2 Hauptebenen mit eigenem f, b, g, Bi-konvex: $\frac{f}{2n}$
Reziproke Brennweite = Brechkraft $\rightarrow$ Einheit Dioptrie [D]= 1dpt = $\frac{1}{m}$
$g > f$: Reelles Bild; $g < f$: Virtuelles Bild
Berechnung Brennweite: $\frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$
mit n = Brechungsindex der Linse, r Radien

III.5.2 Auge

Weitsichtigkeit: Bild naher Gegenstände hinter Netzhaut
$\rightarrow$ Korrektur durch Sammellinse
Kurzsichtigkeit: Bild weiter Gegenstände vor Netzhaut
$\rightarrow$ Korrektur durch Zerstreuungslinse
Stabsichtiges Auge (Astigmatismus): abnormale Hornhautverkrümmung
$\rightarrow$ Korrektur durch Zylinderlinsen

Sehwinkel/räumliche Auflösung des Auges: $\varepsilon_0^{min} \approx 1"$
$\Rightarrow \Delta x_{\text{min}} = S_0 \cdot \varepsilon_o^{min} \approx 70\mu m$

Mikroskop: $V_{\text{Mikroskop}} = \frac{(l - f_e) \cdot L_d}{d_0 \cdot f_e} = \beta_{\text{Objektiv}} \cdot V_{\text{Okular}}$
Vergrößerung Okular: $V_{\text{Okular}} = \frac{L_d}{F_e}$
L_d = deutliche Sehweite des Menschen, ca 250mm
Auflösungsgrenze bei ca 1000-facher Vergrößerung

III.6. Abbildungsfehler (Abberationen)

III.6.1 Schärfefehler

Sphärische Abberationen; Koma; Astigmatismus $\rightarrow$ Sinus ist nichtlinear

III.6.2 Lagefehler

Bildfeldwölbung; Verzeichnung $\rightarrow$ Sinus ist nichtlinear

III.6.3 Farbfehler/Chromatische Abberationen

Farblängsfehler; Farbquerfehler $\rightarrow$ Dispersion

III.7. Welleneigenschaft des Lichts

$W_{\text{Welle}} = W_{\text{el}} + W_{\text{magn}} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2 + \frac{1}{2\mu_0} \cdot B^2$

mit $E = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \cdot B = c \cdot B \rightarrow W_{\text{Welle}} = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$
Permittivität ε: Durchlässigkeit eines Materials für el. Felder
magn. Permittivität μ: Durchlässigkeit von Materie für magn. Felder
$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0; \mu = \mu_r \mu_0$

Welleneigenschaften: Pointingvektor $\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \mathbf{E} \times \mathbf{B} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$
zeigt in Ausbreitungsrichtung, Betrag = Intensität der Strahlung
Intensität S = Energiedichte $\times$ Ausbreitungsgeschw., $[S] = \frac{W}{m^2}$
Lichtwellen sind transversale e-m-Wellen mit $\mathbf{E} \perp \mathbf{B} \perp \mathbf{k}$, mit $\mathbf{k} \parallel$ Achse
$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cdot \cos(k \cdot z - \omega \cdot t - \Phi) = \mathbf{E}_0 \cdot \cos(\frac{2\pi}{\lambda}(z - c \cdot t) - \Phi)$
$\mathbf{B}$ ist direkt mit $\mathbf{E}$ verknüpft

III.7.1 Kohärenz

Gleiche Frequenz und eine feste Phasendifferenz ermöglicht die Interferenz
Die meisten Lichtquellen sind inkohärent. Laser stellen eine Ausnahme dar
Bei inkohärentem Licht mittelt sich die Interferenz zu null.

Leistung eines Dipols (max 10^{-10}m): $P = \frac{2}{3} \cdot \frac{e^2 \cdot \omega^4 \cdot d^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3}$
mit $\omega^2 \cdot d = a \equiv$ Beschleunigung bei zirkularer Frequenz ω
Lebensdauer atomare Schwingung: 1ns bis 10ns
Kohärenzlänge (Wegstrecke in 1ns): 30cm
Fabry-Perot-Interferometer: Wellenlängenauflösung: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{n}{N}$

Huygens-Fresnel-Prinzip: jeder Raumpunkt ist Ausgangspunkt für eine neue Kugelwelle (Elementarwelle)

III.7.2 Beugung am Einfachspalt

Interferenz falls Spalt breiter als λ
Bedingung für Minima: $a \cdot \sin\theta = Z \cdot \lambda$, mit Z $\in 1, 2, 3, \dots$
Bedingung für Maxima: $a \cdot \sin\theta = (Z + \frac{1}{2}) \cdot \lambda$, mit Z $\in -\frac{1}{2}, 1, 2, 3, \dots$

III.7.3 Beugung am Doppelspalt

Gangunterschied $\Delta s = q \cdot \sin\alpha$
Konstruktive Interferenz für Richtungen mit: $\Delta s = Z \cdot \lambda$
Destruktive Interferenz für Richtungen mit: $\Delta s = (Z + \frac{1}{2})\lambda$

III.8. Mikroskop

Auflösungsvermögen Mikroskop mit Spalt b: $\Psi_{\text{min}} = \alpha = \arcsin\frac{\lambda}{b} \approx \frac{\lambda}{b}$ (Abbé Limit)
für runde Linse mit Durchmesser D: $\Psi_{\text{min}} = D \cdot \sin\alpha = 1,22 \frac{\lambda}{D}$

III.8.1 Röntgenbeugung

Bragg-Bedingung für konstruktive Interferenz: $n\lambda = 2d\sin\theta$, n$\in \mathbb{N}$

III.8.2 Polarisation von Licht

E-M-Welle ist transversal, also $\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$ bzw $\mathbf{B} \perp \mathbf{k}$
linear polarisiert $\rightarrow$ E-Feld steht nur in eine Richtung
Die Richtung von **E** ist die Polarisationsrichtung
und die von k,E aufgespannte Ebene die Polarisationsebene

Emmissionsakt eines einzelnen Atoms i.d.R. polarisiert, ungeregelte Überlagerung $\rightarrow$ unpolarisiert
Zwei Polarisationen: **S** (Senkrecht) oder **P** (Parallel) zur Einfallsebene
Einfallsebene: **k** und $\hat{n}$ spannen Ebene auf
Für Interferenz gilt: Beide Quellen müssen die gleiche Polarisation haben
Polarisation ist linear, elliptisch und zirkular möglich und auch eine Superposition mehrerer ist möglich

Intensität in bestimmter Polarisationsrichtung: $I' = I \cdot \cos^2\alpha$

IV. Hydromechanik

IV.1. Flüssigkeiten und Gase

Dichte $\rho = \frac{m}{V}$
Normalkraft $\mathbf{F}_N$ senkrecht zur Oberfläche A erzeugt Druck $p = \frac{F_N}{A}$
Schweredruck: $p_s = \rho_{\text{Fl}} \cdot h \cdot g$
Kompressibilität $\kappa = -\frac{1}{p} \cdot \frac{\Delta V}{V} \rightarrow \frac{\delta V}{V} = -\kappa \cdot \delta p$
Kompressionsmodul K = $\frac{1}{\kappa}$
Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeit: $v_0 = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\rho\kappa}}$
Gewicht pro Volumen $\gamma = \rho g$, Einheit $[\gamma] = [\frac{N}{m^3}]$
zum Beispiel: $\gamma_{\text{Wasser}} = 998 \frac{kg}{m^3} \cdot 9.807 \frac{m}{s^2} = 9790 \frac{N}{m^2}$
Auftriebskraft: $F_A = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot V_K$ mit Volumen V_K
$V_{\text{Verdrängt}} = \frac{\rho_K}{\rho_{Fl}} \cdot V_K$; Einsinken bis $m_v = m_k$
$\rho_k < (=) [>] \rho_{\text{Fl}}$: Körper schwimmt (schwebt) [sinkt]
Oberflächenspannung $\sigma = \frac{F}{L} = \frac{dE}{dA}$ (auch γ)
zum Beispiel $\sigma_{\text{Wasser}} = 0.073 \frac{N}{m}$
Kapillarspannung $p_{\text{kap}} = \sigma(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2})$
kreisrunde Kapillare: $p_{\text{kap}} = \frac{2\sigma}{r}\cos(\phi)$, mit Kontaktwinkel ϕ $\Leftrightarrow p_S = \rho \cdot g \cdot h_{\text{kap}}$

IV.2. Strömende Flüssigkeiten

laminare Strömung: kleine Geschwindigkeiten, große innere Reibung, geringe Reibung mit Wänden
turbulente Strömung: große Geschwindigkeiten, geringe innere Reibung, hohe Reibung mit Wänden
Kontinuitätsgleichung für inkompressible Flüssigkeit: $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$, mit Querschnittsfläche A
Volumenstrom $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = A \cdot v$ ist konstant
Bernoulligleichung: $p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$ = const., mit geodätischer Höhe h
Hydrodynamisches Paradoxon: Gleichgewicht bei $mg = \frac{1}{2}\rho v^2 A$

ideale Gasgleichung: $\frac{\rho_0}{P_0} = \frac{M}{RT}$
Luftdruck: $p(h) = 1013hPa \cdot \exp -\frac{h}{h_s}$, mit $h_s = \frac{RT}{Mg} = 8428m$

Kraft bei linearem Geschwindigkeitsprofil: $F = \eta \cdot A \cdot \frac{v}{z}$, mit Abstand z
Viskosität η $[Pa \cdot s]$ (stark Temperaturabhängig)

Strömung einer viskosen Flüssigkeit durch ein Rohr:
$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4 \cdot \eta \cdot l} \cdot (R^2 - r^2)$, v steigt parabelförmig zur Mitte hin an
Gesetz von Hagen-Poiseuille: $\dot{V} = \frac{\pi \cdot (p_1 - p_2)}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot R^4$ (Volumenstrom für laminare Strömung)

Reynolds Zahl: $R_e = \frac{v \cdot \rho \cdot L}{\eta}$ mit L: char. Länge/Durchm. des Körpers:
1) für $R_e >> 1$: Newtonsches Reibungsgesetz $F = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}$
2) für $R_e < 1$: Stokessches Reibungsgesetz $F = b \cdot v$
Rein laminare Strömung bei $R_e \leq 0.1$

V. Thermodynamik

Beschreibung von Vielteilchensystemen durch Mittelung

Wärmemenge Q bei Erwärmung: $Q = C_p \cdot (T_2 - T_1)$
mit C_p = Wärmekapazität in $\frac{J}{K}$
Gaskonstante: $R = C_{\text{p(mol)}} - C_{\text{v(mol)}}$, bzw. $nR = C_p - C_p$
mit Wärmekapazität C_p bei isobarer, C_v bei isochorer Zustandsänderung
spezifische Wärmekapazität $c = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{\Delta T \cdot m}$, mit Wärmezufuhr ΔQ, Temperaturerhöhung ΔT, Masse des Körpers m

Zustandsgleichung des idealen Gases: $\rho \cdot V = n \cdot R \cdot T = N \cdot k_B \cdot T$, mit n Stoffmenge in Mol, Gaskonstante R , Anzahl der Gasatome N

Kinetische Gastheorie $pV = Nm\langle v_z^2 \rangle$
mittlere kin. Energie der Teilchen eines idealen Gases $\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{3}{2} k_B T$
Gesamte Translationsenergie eines idealen Gases: $\frac{3}{2} \frac{RT}{M}$
$W = -\int_{V_1}^{V_2} pdV \qquad \Delta U = \int_{T_1}^{T_2} CdT$

V.1. Hauptsätze der Thermodynamik

0. Zwei Körper im thermischen Gleichgewicht zu einem dritten
$\rightarrow$ Alle stehen untereinander im Gleichgewicht

1. $\Delta U = \Delta Q + \Delta W \rightarrow$ Es gibt kein Perpetuum mobile erster Art - Maschine mit >100% Wirkungsgrad
Verschiedene Möglichkeiten für Zustandsänderung:
a) Isobarer Prozess, p = const.
$\rightarrow$ im idealen Gas ist C_p konstant $\Rightarrow Q_{12} = C_p \Delta T$
b) Isochorer Prozess: V = const.
$\rightarrow$ im idealen Gas ist C_v konstant $\Rightarrow Q_{12} = \Delta U$
c) Isothermer Prozess: T = const.
$\Rightarrow W_{12} = -Q_{12} = nRT\ln\frac{V_1}{V_2}$
Freiwerdende Wärme: $Q_{12} = -W_{12}$
d) Adiabatischer Prozess: $\Delta Q = 0$
In differentieller Schreibweise: $\partial U = \partial W + \partial Q$

2. Thermische Energie ist nicht in beliebigem Maße in andere Energiearten umwandelbar. $\eta < 1$
3. Nernst'sches Theorem: $\lim_{T \to 0} S(T) = 0$ (Entropie bei 0 K ist 0)

V.2. Zustandsänderungen, Thermodynamische Systeme

Vom System geleistete Arbeit: $\partial W = -F \cdot ds = -p \cdot A \cdot ds = -p \cdot dV$
Adiabatengleichung $p \cdot V^\kappa$ = const., mit Adiabatenexponent $\kappa = (\frac{C_p}{C_v})$
isotherme Zustandsänderung: $p \cdot V$ = const.
Carnotscher Kreisprozess: Idee der Wärmekraftmaschine
Wirkungsgrad $\eta = \frac{|W|}{Q_{12}}$, $\eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} < 1$

V.3. Reversible und irreversible Prozesse

Reversibler Prozess: z.B. Carnot- oder Stirling- Motor $\rightarrow$ Abwechselnde Kompression/Expansion eines Gases führt zu Temperaturveränderungen
Irreversibler Prozess: $\eta_{\text{irreversibel}} < \eta_{\text{Carnot}} \rightarrow$ Es kann nicht mehr in den Ausganszustand zurückgegangen werden

Entropie S: $\partial S = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \qquad \Delta S = \int \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$
Für ideales Gas: $\Delta S = n \cdot C_v \cdot \ln\frac{T_2}{T_1} + n \cdot R \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}$

V.3.1 Das reale Gas

1. Endliche Ausdehnung der Moleküle: $V_{\text{real}} = V_{\text{ideal}} + nb$
mit Eigenvolumen von 1 Mol: b
2. Anziehung: van-der-Waals-Kraft: $p_{\text{real}} = p_{\text{ideal}} - a(\frac{n^2}{V^2})$
mit Materialkonstante a, welche die vdW-Kräfte berücksichtigt
$\rightarrow$ Druckreduktion

van-der-Waals-Gasgleichung: $(p + a\frac{n^2}{V^2}) \cdot (V - nb) = n \cdot R \cdot T$

Wärmeleitung: $\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = -\lambda A \frac{dT}{dx}$

VI. Quantenmechanik

Wärmestrahlung: Gesetz von Stefan und Boltzmann: Strahlungsleistung Schwarzkörper P_s eines schwarzen Körpers $= P_S = \sigma \cdot A \cdot T^4$
Stefan-Boltzmann-Konstante: $\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$
effektiv abgestrahlte Leistung: $\Delta P_s = \sigma \cdot A(T_1^4 - T_2^4)$

Für nichtideale Körper $\Delta P_s = \varepsilon\sigma \cdot A(T_1^4 - T_2^4)$
Wien'scher Verschiebungssatz: $\lambda_{max} = \frac{2897{,}8\mu \cdot K}{T}$

VI.1. Welle-Teilchen-Dualismus

Der Photoeffekt: Metallplatte entlädt sich durch Beleuchtung mit kurzwelligem Licht
Um ein Elektron abzulösen ist Austrittsarbeit $W_A = E_{\text{ph}} - E_{\text{kin}}$ nötig

Teilchen haben Welleneigenschaften
de Broglie-Wellenlänge $p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$
Materialwellen: $\hbar = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow p = \hbar 2\pi \frac{1}{\lambda}$
aus der Wellenmechanik: $2\pi \frac{1}{\lambda} = k \rightarrow \mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$
Impuls des Teilchens wird mit der Wellenzahl verknüpft

VI.2. Wellenfunktion

Ansatz: eben Welle für ein Teilchen mit Masse m_0, das sich mit der Geschwindigkeit v bewegt: $E = \hbar\omega$, $p = \hbar k \rightarrow \psi(x,t) = Ce^{i(\omega t - kx)}$
$\psi(x,t) = Ce^{i(\frac{E}{\hbar}t - \frac{p}{\hbar}x)}$ Die Phase ist das Argument des Imaginärteils der Exponentialfunktion!
Phasengeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit, bei der die zeitliche Änderung der Phase gleich 0 ist: $\frac{d}{dt}(\omega t - kx) = 0 \Rightarrow \omega - kv_{\text{ph}} = 0 \Rightarrow v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k}$
Phasengeschwindigkeit $V_{\text{ph}} \leftrightarrow$ Ausbreitungsgeschwindigkeit $\frac{1}{2}v_T$
$y(x,t) = 2y_0 \sin(kx - \omega t)\cos(\Delta kx - \Delta\omega t)$

VI.3. Unschärferelation

Ansatz: $\psi(x,t) \int_{k_o - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} C(k)e^{i(\omega t - kx)}dk$ Lösung: $\psi(x,t) = 2C\frac{\sin(u\frac{\Delta k}{2}}{u}$
Teil der Lösung: $u = ((\frac{d\omega}{dk})_{k0} \cdot t - x$ mit $\nu_{gr} = (\frac{d\omega}{dk}{}_{k0}$
$\Delta x \cdot \Delta k = 2\pi$
Breite der Wellenfunktion Δx bei Δk mit $p = \hbar m$
$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$
Genauigkeit der Frequenzmessung hängt von der Lebensdauer des Zustandes ab: $\Delta\omega = \frac{1}{\tau}$
Zur Deutung von $\psi(x,t)$: "Wahrscheinlichkeitsdichte" $|\psi(x,t)|^2$
$\psi(x,t)$ muss NORMIERT werden, da die Summe aller Wahrscheinlichkeiten zum Auftreten des Teilchens an allen Orten x und Zeiten t gleich 1 ist (100% !)

Allgemein im Raum: $\iiint$

VI.4. Schrödingergleichung

Erwin Schrödinger (1887 - 1961)

Räumliche und zeitliche Entwicklung von ψ und damit der Wahrscheinlichkeit $W(\mathbf{x},t) = |\psi(\mathbf{x},t)|^2$
Muss DGL erster Ordnung sein (damit an t_0 durch Anfangsbedingung bestimmt), muss homogen sein, Lösungen sollten harmonische Wellen sein, damit man sie Superpositionieren kann (z.B. für Wellenpakete)

Ansatz: $\psi(x,t) = Ae^{i(kx - \omega t)}$
$\psi(x,t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}(p_x x - E_{\text{kin}} t)}$ Ziel ist DGL für ψ
S Stationärer Fall: E hängt nicht von t ab: $\psi(x) = Ae^{ikx}$
$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = E$ $E_{\text{kin}} = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + E_{\text{pot}} = E$
Zweimaliges Differenzieren von ψ:
$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} = -k^2\psi(x)$

Stationäre Schrödingergl. in einer Dim.: $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + E_{\text{pot}} = E\psi(x)$

Verallgemeinerung auf 3 Dimensionen: $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + E_{\text{pot}}\psi = E\psi$
mit Laplaceoperator $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$
und Hamiltonoperator $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + E_{\text{pot}}$

Zeitabhängigkeit : $\frac{d\psi(x,t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar}E_{\text{kin}}\psi$
Von vorher: $\Rightarrow E_{\text{kin}} = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \cdot (-\frac{\hbar^2}{2m}$

Zeitabhängige Schrödingergleichung: $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi$
$\hat{H}\psi = E\psi$

VI.5. Lösung der Schrödingergleichung für verschiedene Potentiale

Für $E_{\text{pot}} = 0$: $\bar{H}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$
Für unendlichen Potentialtop: $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x} + E_{\text{pot}}\psi = E\psi$
Allgemeiner Lösungsansatz: $\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$
Mit Randbedinungen: $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$ definiert und $\psi = 0$ bei $x = 0 und x = a$

Ergebnis: $0 = 2Ai\sin(ka)$, $ka = n\pi$; $n = 1, 2, 3, \ldots$ und $\psi = 2Ai\sin(\frac{n\pi}{a}x)$

Wichtige Eigenschaft: Die Energien E_n sind diskret

Coulombsches Gesetz: $E_{\text{pot}}(r) = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$

VI.5.1 Unendlicher Potentialtopf

$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$ muss definiert sein
ψ muss stetig und diff'bar sein bei x = a und x = 0
$\rightarrow \psi = 0$ bei x = 0 und x = a

Ergebnis: $0 = 2Ai\sin(ka)$, $ka = n\pi$; n = 1,2,3,...
$\psi = 2Ai\sin(\frac{n\pi}{a}x)$