

## 1. Klassische Mechanik

### 1.1. Bewegungen

Strecke	Geschwindigkeit
$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$	$v = a \cdot t + v_0$
$x = \text{const.} \Rightarrow v = 0$	$v = \text{const.} \Rightarrow a = 0$

$x$ : Strecke,  $v$ : Geschwindigkeit,  $a$ : Beschleunigung;  $\dot{x} = v$   $\ddot{x} = a$

#### 1.1.1. Freier Fall

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad v_E = \sqrt{2gh}$$

$$\Delta t = \sqrt{2h/g}$$

#### 1.1.2. Ebene

$$a = g \sin \alpha \quad \Delta s = \frac{1}{2}gt^2 \sin \alpha$$

$$v_E = \sqrt{2gh}$$

#### 1.1.3. Senkrechter Wurf

$$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 + h_0$$

$$v_M = \sqrt{\frac{1}{2}v_0^2} \quad v^2 = v_0^2 - 2g(h_0 - h)$$

$$v = v_0 - g \cdot t$$

$$t_h = \frac{v_0}{g} \quad x_h = \frac{v_0^2}{2g}$$

#### 1.1.4. Waagrechtlicher Wurf

$$v_y = gt \quad v_x = v_0$$

$$s_y = h_0 - \frac{1}{2}gt^2 \quad s_x = v_0 \cdot t_F$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}$$

$$s_y = h_0 - \frac{g \cdot s_x^2}{2v_0^2}$$

#### 1.1.5. Schräger Wurf

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$v_h = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

$$s_x = v_0 \cos \alpha t \quad s_y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2 + h_0$$

$$s_{x,\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$t_w = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + h_0$$

Newton'sche Axiome
1. Masse ist träge. Jeder Körper behält seinen Bewegungszustand bei.
2. $F = m \cdot a = \frac{dp}{dt} = \dot{p}$
3. $F_{12} = -F_{21}$

**Intertialsystem:** Koordinatensysteme die sich mit  $v = \text{const.}$  zueinander bewegen.

### 1.2. Kraft, Energie, Impuls

#### 1.2.1. Kraft

Federkraft	$F_F = -k(x - x_0)$
Gewichtskraft	$F_G = mg$
	$F_N = mg \cos \alpha$
	$F_H = mg \sin \alpha$
Zentripetalkraft	$F_Z = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = p\omega$
Reibungskraft	$F_R = \mu F_{(N)} = \mu mg \cdot \cos \alpha$

#### 1.2.2. Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$E_{\text{pot}} = mgh$$

$$E_F = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$$

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

#### 1.2.3. Arbeit

$$W = \Delta E = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

#### 1.2.4. Leistung

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

mittlere Leistung                      momentane Leistung

$$\eta = \frac{E_{\text{Nutz}}}{E_{\text{Zu}}} = \frac{P}{P}$$

#### 1.2.5. Impuls

$$p_{\text{vorher}} = p_{\text{nachher}}$$

$$p = m \cdot v$$

Mittlere Kraft	$\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$
Elastischer Stoß	$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$
Unelastischer Stoß	$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$

#### 1.2.6. Raketengleichung

$$F = ma = \frac{dm}{dt} v_a + F_{\text{ext}}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_a \ln \left| \frac{M_0}{m} \right|$$

$$m_0 = M + m_a$$

### 1.3. Planetenbewegungen

#### 1.3.1. Gravitation

$$U_{\text{pot}} = -G \frac{m_E \cdot m}{r} \quad r > r_E$$

$$\vec{F}_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

$$g = G \cdot \frac{m}{r^2}$$

$$W_G = Gm_1 m_2 \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$F_G || r \rightarrow M = r \times F = 0$$

$$\text{Satellit-Erde: } \frac{1}{2}mv_S v^2 = G \frac{m_S m_E}{R_E}$$

$$\text{Stabile Umlaufbahn: } \omega_S = \sqrt{\frac{G \cdot m_E}{R_E^3}} \quad v = \omega R_E$$

$$\text{Geostat. Umlaufbahn: } r_g = \sqrt[3]{G \cdot m_E \cdot \frac{T_g^2}{4\pi^2}} \quad h_g = r_g - R_E$$

Keplersche Gesetze
1. Keplersches Gesetz: Planetenbahnen sind Ellipsen um Stern in einem der beiden Brennpunkte
2. Keplersches Gesetz: In gleicher Zeit wird die gleiche Fläche an einer Bahn aufgespannt $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \vec{r} \cdot \vec{v} \sin \alpha = \frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{v} = \frac{1}{2} m  \vec{L}  \Rightarrow$ Der Drehimpuls ist zeitlich konstant
3. Keplersches Gesetz: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ mit T: Umlaufzeit, a: Große Halbachse

### 1.4. Drehungen

#### 1.4.1. Drehmoment

$$M = F \times r = F \cdot r \cdot \sin \alpha$$

$$M = I \cdot \dot{\omega} = \frac{dL}{dt}$$

#### 1.4.2. Trägheitsmomente

Zylindermantel	$J = m r^2$	Drehachse ist Körperachse
Hohlzylinder	$J = \frac{1}{2} m (r_a^2 + r_i^2)$	Drehachse ist Körperachse
Massive Kugel	$J = \frac{2}{5} m r^2$	Drehachse durch Mittelpunkt

#### 1.4.3. Drehimpuls

$$L = r \times p = I \cdot \omega = mrv$$

### 1.5. Corioliskraft

$$\vec{F}_c = 2m(v \times \omega) = 2mvv \cdot \sin(v \angle \omega)$$

Rechte-Hand-Regel: Daumen ist  $\vec{v}$ , Zeigefinger ist  $\vec{\omega}$  (von Süden nach Norden)

$$a_c = -2(\omega \times v) = 2v\omega$$

$$\Delta x = \frac{2}{3} \cos \beta \omega h \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\Delta y = -\omega^2 R \cos \beta \sin \beta \frac{h}{g}$$

$$R_E = 6370 \text{ km} \quad r = R_E \cos \varphi \quad \omega_E = \frac{2\pi}{86400 \text{ s}}$$

$F_C$ : Auf der Nordhalbkugel nach rechts. Auf der Südhalbkugel nach links.

## 2. Harmonische Schwingungen

### 2.1. Schwingungsgleichung

$$x(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{x}(t) = -A_0 \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\ddot{x}(t) = -A_0 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

### 2.2. Frei ungedämpft

$$\text{Bewegungsgleichung: } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \quad y_0 = \frac{mg}{k} \quad v_0 = \dot{x} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

#### 2.2.1. Federpendel

$$\omega_0^2 = \frac{\text{Rücktreibende Kraft}}{\text{Einheitsmasse} \times \text{Einheitsauslenkung}} = \frac{k}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$A_0 = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{v_0}{\omega_0}$$

$$\text{Bewegungsgleichung: } \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

#### 2.2.2. Fadenpendel

$$\text{Kleinwinkelnäherung: } \alpha \ll 1$$

$$\omega_0 = \sqrt{g/l}$$

$$l = \frac{T_0^2 g}{4\pi^2} \quad h = l - l \cos \alpha$$

$$A_0 = v_0 \sqrt{\frac{l}{g}} \quad E_{\text{ges}} = mgl \left( \frac{3}{2} - \cos \alpha \right)$$

$$\text{Bewegungsgleichung: } \ddot{x} + \frac{g}{l} x = 0$$

#### 2.2.3. Torsionsschwingungen

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_t}{I}} = \sqrt{\frac{k_t}{m r^2}}$$

$$I = \frac{T_0^2}{4\pi^2} k_t \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k_t}}$$

$$\text{Bewegungsgleichung: } \ddot{x} + \frac{k_t}{I} x = 0$$

### 2.3. Frei gedämpft

Stokesche Reibungskraft	$F_R = -6\pi\eta R \vec{v} = -2m\delta \vec{v}$
Resonanzfrequenz	$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$
Bewegungsgleichung	$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

$$\delta = \frac{b}{2m} = \frac{3\pi\eta R}{m}$$

#### 2.3.1. Schwingfall

$$\omega_0^2 > \delta^2$$

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} < \omega_0$$

$$x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega' t)$$

#### 2.3.2. Aperiodischer Grenzfall

$$\omega_0^2 = \delta^2$$

$$\omega' = 0$$

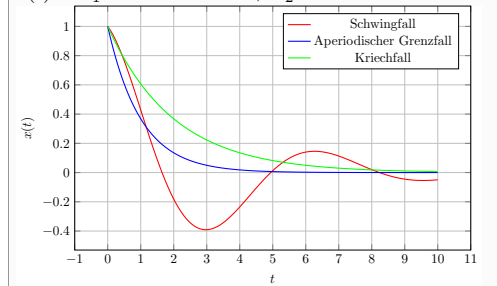
$$x(t) = A e^{-\delta t} \cdot (1 + \delta t)$$

#### 2.3.3. Kriechfall

$$\omega_0^2 < \delta^2$$

$$\omega' = i\delta \pm i\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$x(t) = A_1 e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} + A_2 e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}$$



### 2.4. Erzwungen gedämpft

$$\text{Bewegungsgleichung: } \ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = F_0 e^{-i\Omega t}$$

$$\hat{x}(t) = A e^{i(\Omega t + \varphi)}$$

$$A(\Omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (\frac{b\Omega}{m})^2}}$$

Resonanzfälle
1. $\Omega < \omega_0$ $A \rightarrow \frac{F_0 m}{\omega_0^2 - 1} = \frac{F_0}{k} \quad \Delta\varphi = 0 \quad \Omega \rightarrow 0$
2. $\Omega \approx \omega_0$ (Katastrophe) $A_{\max} = \frac{F_0}{b\omega_0} = \frac{F_0/m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} \rightarrow \infty$
$\Omega_{\max} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}(\frac{b}{m})^2} = \sqrt{\omega_0^2 - 2(\frac{3\pi\eta R}{m})^2} \rightarrow \omega_0$
$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \delta \rightarrow 0$
3. $\Omega > \omega_0$ $A \rightarrow 0 \quad \Delta\varphi = \pi \quad \Omega \rightarrow \infty$

3. Wellen

3.1. Allgemeines

Allgemeine Wellengleichung:  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \Delta u$

$c = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k} = \frac{x}{\Delta t}$   
 $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$       $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$

Funktion:  $y(x, t) = \hat{y} \sin(kx - \omega t + \phi)$

3.2. Doppler-Effekt

1. Beobachter bewegt, Quelle ruht

→ Annäherung:  $f_B = f_Q(1 + \frac{v_B}{c})$

→ Entfernung:  $f_B = f_Q(1 - \frac{v_B}{c})$

2. Beobachter ruht, Quelle bewegt

→ Annäherung:  $f_B = \frac{f_Q}{1 - v_Q/c}$

→ Entfernung:  $f_B = \frac{f_Q}{1 + v_Q/c}$

3. Beobachter bewegt, Quelle bewegt

$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c - v_Q}$       $Q \rightarrow \leftarrow B$

$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c + v_Q}$       $Q \leftarrow \rightarrow B$

4. Quelle bewegt ( $v > 1 \text{ Ma}$ )

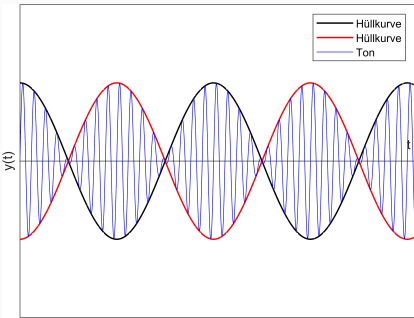
$\sin \alpha = \frac{dw}{ds} = \frac{c_{st}}{v_Q t} = \frac{1}{\text{Ma}}$

3.3. Schwebung

Tritt auf bei  $f_1 \approx f_2$  ( $f_1 \neq f_2$ )

$f_S = |f_1 - f_2|$       $f_R = \frac{f_1 + f_2}{2}$   
 $y(t) = 2\hat{y} \cos(2\pi \cdot \frac{f_1 - f_2}{2} \cdot t) \cdot \sin(2\pi \cdot \frac{f_1 + f_2}{2} \cdot t)$   
Amplitudenfaktor      $f_R$

Graph:



Die blaue Kurve ist die hochfrequente Schwingung (Ton), und die roten und schwarzen Kurven repräsentieren die Hüllkurven der Schwebung (Lautstärke).

3.4. Gekoppelte Wellen

1. Gleichphasig ( $x_1 = x_2$ ) :  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{K}{m}}$
2. Gegenphasig ( $x_1 \neq x_2$ ) :  $\omega_2 = \sqrt{\omega_1 + \frac{2K_{12}}{m}}$
3. Allgemein  
 $x_1(t) = x_0 \cos(\frac{\omega_0 + \omega_2}{2} t) \cos(\frac{\omega_0 - \omega_2}{2} t)$   
 $x_2(t) = x_0 \sin(\frac{\omega_0 + \omega_2}{2} t) \sin(\frac{\omega_0 - \omega_2}{2} t)$

3.5. Interferenz

$f_1 = f_2$       $A_1 = A_2$       $\varphi_1 \neq \varphi_2$

Konstruktiv:  $\Delta\varphi = 2\pi \cdot n$

Destruktiv:  $\Delta\varphi = (2n + 1)\pi$

Allgemein:

- Gangunterschied  $\Delta s = a \sin \alpha = \frac{x}{n} \sin \alpha$
- Phasendifferenz  $\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi a \frac{\sin \alpha}{n \lambda}$
- Winkel Max:  $\sin \alpha_n = \pm n \cdot \frac{\Delta}{a}$
- Winkel Min:  $\sin \alpha_n = \pm (n + \frac{1}{2}) \cdot \frac{\Delta}{a}$

3.5.1. Doppelspalt

Int max:  $\Delta s = \lambda n$  (Konstruktiv)

Int min:  $\Delta s = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$  (Destruktiv)

$\Delta s = a \sin \alpha' \approx a \frac{x}{d}$

Kleinwinkelnäherung:  $\frac{x}{d} \approx \tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha \approx \alpha'$

⇒  $\frac{\Delta s}{a} \approx \frac{x}{d}$

3.5.2. Gitter

Hauptmaximum:  $\sin \alpha_{\max} = m \frac{\lambda}{d}$

Einfachspalt:  $\sin \alpha_{\min} = \pm m \frac{\lambda}{a}$

3.6. Reflexion und Wellen in einem Medium

Art	Skizze	Phase
Festes Ende	Knoten am Ende	$\varphi = \pi$
Loses Ende	Bauch am Ende	$\varphi = 0$

Bei jeder zusätzlichen Oberschwingung wird die Welle gestaucht. Die obigen Bedingungen müssen dabei aber weiterhin gelten! Tipp: Skizze der Welle im Medium zeichnen

4. Optik

4.1. Reflexion und Brechung

$f_m \cdot \lambda_m = c_m$       $\lambda_m = \frac{\lambda_0}{m}$

Brechungsindex  $n = \frac{c_0}{c_m}$

4.1.1. Brechung

Gesetz von Snellius:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2}$

- A) zum Lot (dünn nach dicht)  
 $\sin \alpha > \sin \beta$       $c_1 > c_2$   
B) vom Lot (dicht nach dünn)  
 $\sin \alpha < \sin \beta$       $c_1 < c_2$

4.1.2. Totalreflexion

Nur möglich wenn  $n_1 > n_2$  und  $\theta > \theta_{\text{krit}}$

$\theta_{\text{krit}} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

Einfallswinkel = Ausfallswinkel

4.2. Linsen

Linsengleichung:  $D = \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$   
Vergrößerung:  $V = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g} = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0}$

Linsenform						
Bezeichnung	bikonvex	plankonvex	konkav-konvex	bikonkav	plankonkav	konvex-konkav
Radien	$r_1 > 0$ $r_2 < 0$	$r_1 = \infty$ $r_2 < 0$	$r_1 < 0$ $r_2 < 0$	$r_1 < 0$ $r_2 > 0$	$r_1 = \infty$ $r_2 > 0$	$r_2 < r_1 < 0$
Brennweite	$f > 0$	$f > 0$	$f > 0$	$f < 0$	$f < 0$	$f < 0$

4.2.1. Hohlspiegel

$f = \frac{r}{2}$       $V = \frac{B}{G} = -\frac{n_1 b}{n_2 g}$

$D = \frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r}$

$g \rightarrow \infty : b = f_B = \frac{n_2 r}{n_1 r}$

$b \rightarrow \infty : g = f_G = \frac{n_1 r}{n_2 - n_1}$

4.2.2. Dünne Linsen

$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = (\frac{n_2}{n_1} - 1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$

Konvexe Linse (Sammellinse)

Korrektur von Weitsichtigkeit

$V_{\text{sammel}} = \frac{b}{g} = \frac{b-f}{f}$

Abbildung:

$\infty > g > 2f \Rightarrow 2f > b > f$       $G > B$      real und invertiert  
 $g = 2f \Rightarrow 2f = b$       $G = B$      real und invertiert  
 $2f > g > f \Rightarrow \infty > b > 2f$       $G < B$      real und invertiert  
 $0 < g < f \Rightarrow -b > g$       $G < B$      virtuell und aufrecht

Konkave Linse (Zerstreuungslinse)

Korrektur von Weitsichtigkeit

Abbildung:

→ Bild immer zwischen Brennpunkt und Linse

→ Bild immer verkleinert ( $G > B$ )

→ Bild immer virtuell und aufrecht

4.2.3. Dicke Linsen

$\frac{1}{f} = (\frac{n}{n_0} - 1) \cdot (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n - n_0)d}{n \cdot r_1 r_2})$

$h_1 = -\frac{f(n-1)d}{n \cdot r_2}$       $h_2 = -\frac{f(n-1)d}{n \cdot r_1}$

4.2.4. Linsensysteme

- Lochkamera

$S = \frac{D(b+g)}{g}$

- Lupe

$V = \frac{\tan \alpha_L}{\alpha_0} = \frac{G/f}{G/s_0} = \frac{s_0}{f}$  mit  $s_0 = 25 \text{ cm}$

- Fernrohr

$V = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}$ ,  $g \approx \infty$ ,  $b \approx f$

$V_T = \frac{f}{g-f} = \frac{b-f}{f} \approx 0$

- Mikroskop

$V = V_{ok} \cdot V_{ob} = \frac{(d-f_{ob})s_0}{f_{ob} \cdot f_{ok}} = -\frac{l}{f_{ob}} \cdot \frac{s_0}{f_{ok}}$

- Auflösung Mikroskop

mit Spalt b:  $\delta_{\min} = \alpha = \arcsin \frac{\lambda}{b} \approx \frac{\lambda}{b}$  (Abbé Limit)

für runde Linse mit Durchmesser D:  $\delta_{\min} = D \cdot \sin \alpha = 1,22 \frac{\lambda}{D}$  (Rayleigh-Kriterium)

4.3. Absorption und Polarisation

4.3.1. Absorption

Brechungsindex mit Absorption:  $n \rightarrow \tilde{n} = n - i\kappa$

$\text{Re}(\tilde{n}) = n$ : Brechung

$\text{Im}(\tilde{n}) = \kappa$ : Absorption

Absorptionsgesetz von Lambert-Beer:

$I = I_0 e^{-\alpha \cdot d} = I_0 e^{-\frac{2\omega}{c} \kappa d}$

4.3.2. Polarisation

Gesetz von Malus (für polarisiertes Licht):  $I = I_0 \cos^2 \alpha$

Für unpolarisiertes Licht gilt nach einem Polarisationsfilter:  $I = \frac{I_0}{2}$

5. Hydromechanik

5.1. Allgemein

Dichte:  $\rho = \frac{m}{V}$   
Homogener Druck:  $P = \frac{F_N}{A}$   
Kompressibilität:  $\kappa = -\frac{1}{\Delta P} \cdot \frac{\Delta V}{V}$   
Kompressionsmodul:  $K = \frac{1}{\kappa}$   
Reynolds-Zahl:  $Re = \frac{V \cdot \rho \cdot L}{\eta}$

5.2. Hydraulische Presse

$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$

5.3. Kontinuitätsgleichung

$\dot{m} = \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$

$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = A v$

5.4. Bernoulli Gleichung

$p_B = \underbrace{p}_{\text{statischer Druck}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho v^2}_{\text{dynamischer Druck}} + \underbrace{\rho g h}_{\text{hydrostatischer Druck}} = \text{const.}$

$p_{B,1} \stackrel{!}{=} p_{B,2}$  (Energieerhaltung der Hydromechanik)

5.5. Gesetz von Hagen-Poiseulle

Strömung durch ein Rohr

$\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{\pi(P_1 - P_2)}{8\eta \cdot l} R^4$

$v(r) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta \cdot l} (R^2 - r^2)$

5.6. Torricelli

$v_2 = \sqrt{2(gh + \frac{P_1 - P_2}{\rho})}$

$P_1 = P_2 = P_\infty = 10 \times 10^5 \text{ Pa}$

5.7. Strömungen

1. **Turbulente Strömung:**  
Größe Geschwindigkeiten, geringe innere Reibung, hohe Reibung an den Wänden.  
**Newtonsches Reibungsgesetz:**  
 $F_R = \eta A \frac{dv}{dx}$   
 $\eta = \eta_0 e^{T/T_0}$   
 $R_e \gg 1: F_w = F_R + F_D = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho v^2}{2}$

2. **Laminare Strömung:**  
 $R_e < 1$ : Stokesche Reibung  
 $F = b \cdot v = 6\pi\eta r v$

Hydrostatisches Paradoxon: Druck am Boden hängt nur von Füllhöhe, nicht Form/Menge ab.

Hydrodynamisches Paradoxon: Gleichgewicht bei  $mg = \frac{1}{2}\rho v^2 A$ . Wenn  $v$  steigt, dann fällt  $P$ .

6. Thermodynamik

6.1. Allgemein

Ideale Gasgleichung:  $p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$

Stoffmenge  $\nu = \frac{m}{M}$        $M$ : mol. Masse  
**Wärmemenge Q**  
 $Q = C_p(T_2 - T_1) = c \cdot m \cdot \Delta T$   
 $c$ : spez. Wärmekapazität

Gesetz von Boyle + Mariotte  
für  $N = \text{const}$  und  $T = \text{const}$ . gilt:  $p_1 V_1 = p_2 V_2$

2. Gesetz von Gay Lussac  
feste Gasmenge;  $V = \text{const}$ .  
 $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$   
**Thermodynamische Systeme:**

Offen (Verbrennungsmotor)	Austausch von Materie, Arbeit, Wärme
Geschlossen (Stirlingmotor)	Austausch von Arbeit, Wärme
Abgeschlossen (Thermoskanne)	kein Austausch mit der Umgebung

Mittlere kin. Energie eines Gases  
 $E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} k_B \cdot T$

Gesamte Translationsenergie  
 $U = \frac{3RT}{2M}$      $U$ : innere Energie  
**Energien**  
 $\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} c \, dT$   
 $W = - \int_{V_1}^{V_2} p \, dV$        $\partial W = -p \cdot \partial V$

6.2. Hauptsätze der Thermodynamik

0. Zwei Körper im thermischen Gleichgewicht zu einem dritten  
→ Alle stehen untereinander im Gleichgewicht

1.  $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$  → Es gibt kein Perpetuum mobile erster Art  
- Maschine mit >100% Wirkungsgrad  
**Verschiedene Möglichkeiten für Zustandsänderung:**

a) Isobarer Prozess,  $p = \text{const}$ .  
→ im idealen Gas ist  $C_p$  konstant  $\Rightarrow Q_{12} = C_p \Delta T$

b) Isochorer Prozess:  $V = \text{const}$ .  
→ im idealen Gas ist  $C_v$  konstant  $\Rightarrow Q_{12} = \Delta U$

c) Isothermer Prozess:  $T = \text{const}$ .  
 $\Rightarrow W_{12} = -Q_{12} = \nu RT \ln \frac{V_1}{V_2}$   
Freiwerdende Wärme:  $Q_{12} = -W_{12}$

d) Adiabatischer Prozess:  $\Delta Q = 0$   
In differentieller Schreibweise:  $\partial U = \partial W + \partial Q$   
 $\frac{T_2}{T_1} = (\nu_1 \nu_2)^{\gamma-1}$   
 $\Delta W = \Delta U = \eta \cdot C_u (T_2 - T_1)$

2. Thermische Energie ist nicht in beliebigem Maße in andere Energiearten umwandelbar.  $\eta < 1$

3. Nernst'sches Theorem:  $\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = 0$  (Entropie bei 0 K ist 0)

6.3. Adiabatangleichung

$p \cdot V^\kappa = \text{const.}$        $T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const.}$   
Carnotscher Kreisprozess: Idee der Wärmekraftmaschine  
Wirkungsgrad  $\eta = \frac{|W|}{Q_{12}}, \eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} < 1$   
Entropieänderung ist null

6.4. Entropie

Maß der **Unordnung** in einem System

- Es ist wahrscheinlicher, dass die Unordnung zunimmt
- Kann spontan nur in eine Richtung ablaufen

⇒ **Entropie kann nur steigen oder konstant bleiben**

$S = -k_B \sum p_i \ln p_i$   
 $p_i$ : Wahrscheinlichkeiten der Mikrozustände

$\partial S = \frac{\partial Q_{rev}}{T}$

Ideales Gas:  $\Delta S = \int \partial S = n \cdot c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + n \cdot R \ln \frac{V_2}{V_1}$

7. Quantenmechanik

7.1. Stefan Boltzmann

$P = \epsilon \sigma AT^4 = 4\pi r^2 E_0$

Für schwarze Körper gilt:  $\epsilon = 1$   
Wienscher Verschiebungssatz:  $\lambda_{\text{max}} = \frac{2.898 \times 10^{-3} \text{ K m}}{T}$

7.2. Weiteres zur Quantenmechanik

Licht wird abhängig von der Frequenz in Quanten der Energie  $h \cdot f$  emittiert und absorbiert.