

EMT4Plot3D_23030630077_Lathif Nur Rahman

Nama: Lathif Nur Rahman
Kelas: Matematika E
NIM: 23030630077

Menggambar Plot 3D dengan EMT

Ini adalah pengenalan plot 3D di Euler. Kita memerlukan plot 3D untuk memvisualisasikan fungsi dua variabel.

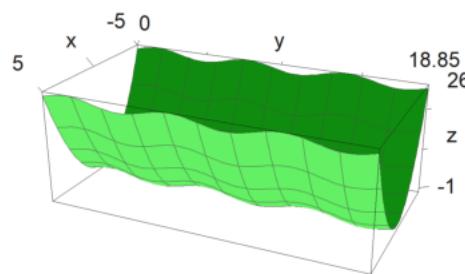
Euler menggambar fungsi tersebut menggunakan algoritma pengurutan untuk menyembunyikan bagian di latar belakang. Secara umum Euler menggunakan proyeksi sentral. Defaultnya adalah dari kuadran x-y positif menuju titik asal $x=y=z=0$, tetapi sudut= 0° dilihat dari arah sumbu y. Sudut pandang dan ketinggian dapat diubah.

Euler bisa memplotkan

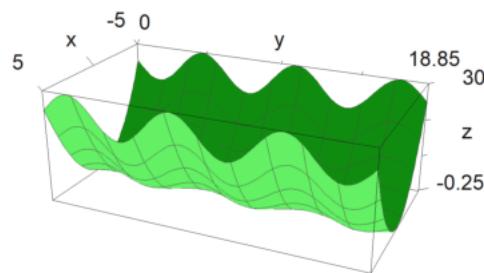
- permukaan dengan garis penetasan dan level atau rentang level,
- kumpulan titik-titik,
- kurva parametrik,
- permukaan implisit.

Plot 3D suatu fungsi menggunakan plot3d. Cara termudah adalah dengan memplot ekspresi dalam x dan y. Parameter r mengatur rentang plot sekitar (0,0).

```
>aspect(1.5); plot3d("x^2+sin(y)",-5,5,0,6*pi):
```

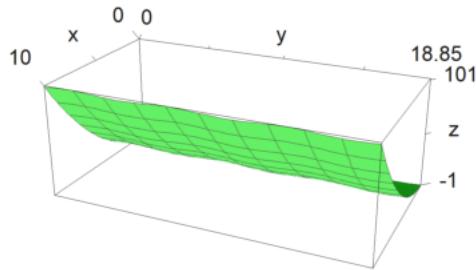


```
>plot3d("x^2+x*sin(y)",-5,5,0,6*pi):
```



Silakan lakukan modifikasi agar gambar "talang bergelombang" tersebut tidak lurus melainkan melengkung/melingkar, baik melingkar secara mendatar maupun melingkar turun-naik (seperti papan peluncur pada kolam renang). Temukan rumusnya.

```
>plot3d("x^2+sin(y)",0,10,0,6*pi):
```



Fungsi dua Variabel

Untuk grafik suatu fungsi, gunakan

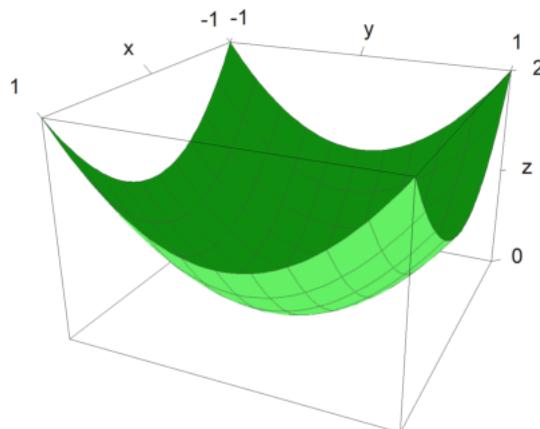
- ekspresi sederhana dalam x dan y,
- nama fungsi dari dua variabel
- atau matriks data.

Standarnya adalah kisi-kisi kawat berisi dengan warna berbeda di kedua sisi. Perhatikan bahwa jumlah interval kisi default adalah 10, tetapi plot menggunakan jumlah default persegi panjang 40x40 untuk membuat permukaannya. Ini bisa diubah.

- n=40, n=[40,40]: jumlah garis grid di setiap arah
- grid=10, grid=[10,10]: jumlah garis grid di setiap arah.

Kami menggunakan default n=40 dan grid=10.

```
>plot3d("x^2+y^2"):
```



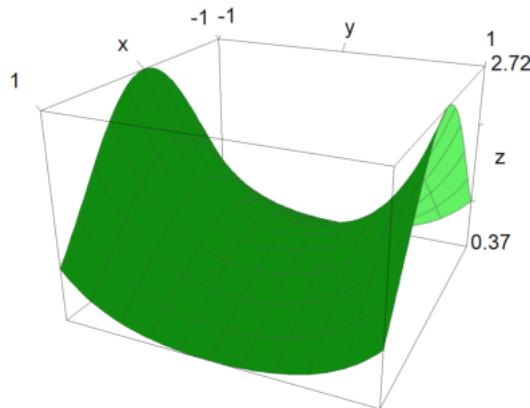
Interaksi pengguna dimungkinkan dengan >user parameter. Pengguna dapat menekan tombol berikut.

- kiri,kanan,atas,bawah: putar sudut pandang
- +,-: memperbesar atau memperkecil
- a: menghasilkan anaglyph (lihat di bawah)
- l: beralih memutar sumber cahaya (lihat di bawah)

- space: reset to default
- return: mengakhiri interaksi

```
>plot3d("exp(-x^2+y^2)",>user, ...
title="Turn with the vector keys (press return to finish)":
```

Turn with the vector keys (press return to finish)



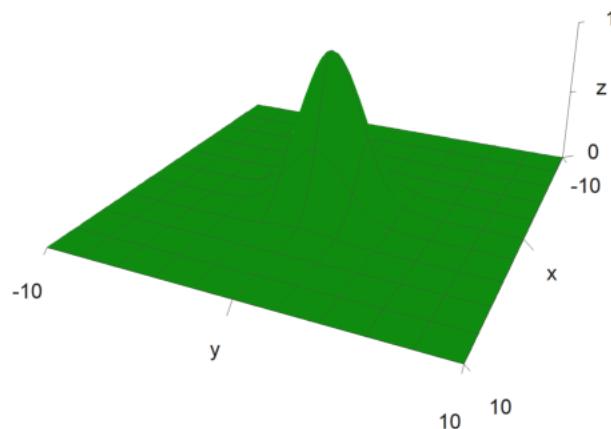
Rentang plot untuk fungsi dapat ditentukan dengan

- a,b: rentang x
- c,d: rentang y
- r: persegi simetris di sekitar (0,0).
- n: jumlah subinterval untuk plot.

Ada beberapa parameter untuk menskalakan fungsi atau mengubah tampilan grafik.

fscale: menskalakan ke nilai fungsi (defaultnya adalah <fscale>).
scale: angka atau vektor 1x2 untuk menskalakan ke arah x dan y.
frame: jenis bingkai (default 1).

```
>plot3d("exp(-(x^2+y^2)/5)",r=10,n=80,fscale=4,scale=1.2,frame=3,>user):
```



Tampilan dapat diubah dengan berbagai cara.

- distance: jarak pandang ke plot.
- zoom: nilai zoomnya.
- angle: sudut terhadap sumbu y negatif dalam radian.
- height: ketinggian pandangan dalam radian.

Nilai default dapat diperiksa atau diubah dengan fungsi view(). Ini mengembalikan parameter dalam urutan di atas.

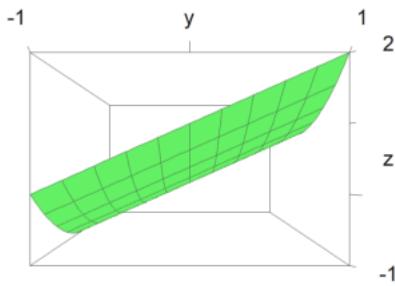
```
>view
```

```
[5, 2.6, 2, 0.4]
```

Jarak yang lebih dekat membutuhkan lebih sedikit zoom. Efeknya lebih seperti lensa sudut lebar.

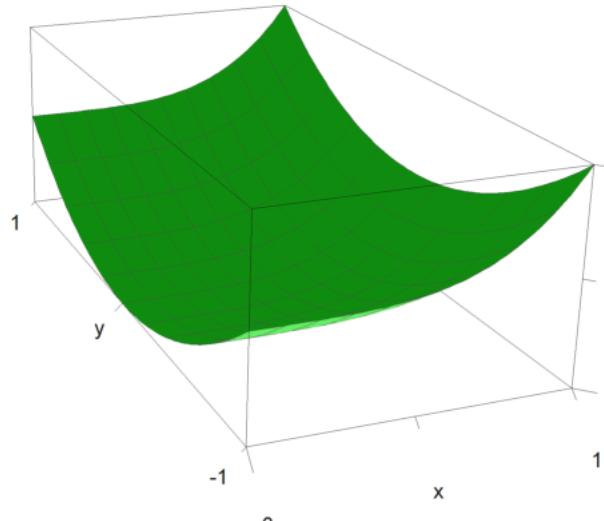
Pada contoh berikut, sudut=0 dan tinggi=0 dilihat dari sumbu y negatif. Label sumbu untuk y disembunyikan dalam kasus ini.

```
>plot3d("x^2+y",distance=3,zoom=1,angle=pi/2,height=0):
```



Plot selalu terlihat berada di tengah kubus plot. Anda dapat memindahkan bagian tengah dengan parameter tengah.

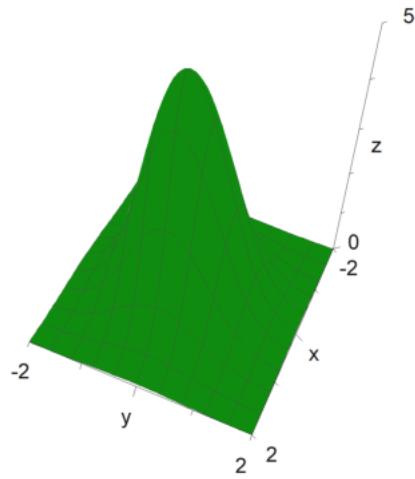
```
>plot3d("x^4+y^2",a=0,b=1,c=-1,d=1,angle=-20°,height=20°, ...
center=[0.4,0,0],zoom=5):
```



Plotnya diskalakan agar sesuai dengan unit kubus untuk dilihat. Jadi tidak perlu mengubah jarak atau zoom tergantung ukuran plot. Namun labelnya mengacu pada ukuran sebenarnya.

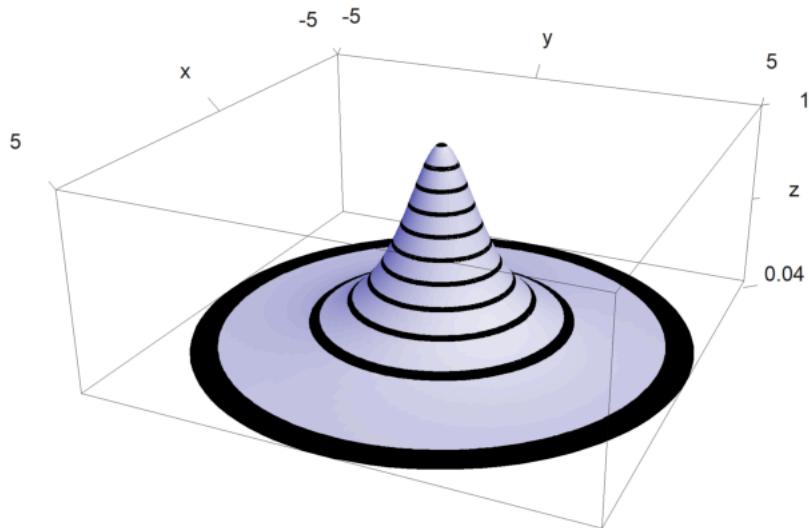
Jika Anda menonaktifkannya dengan scale=false, Anda harus berhati-hati agar plot tetap sesuai dengan jendela plotting, dengan mengubah jarak pandang atau zoom, dan memindahkan bagian tengah.

```
>plot3d("5*exp(-x^2-y^2)",r=2,<fscale,<scale,distance=13,height=50°, ...
center=[0,0,-2],frame=3):
```

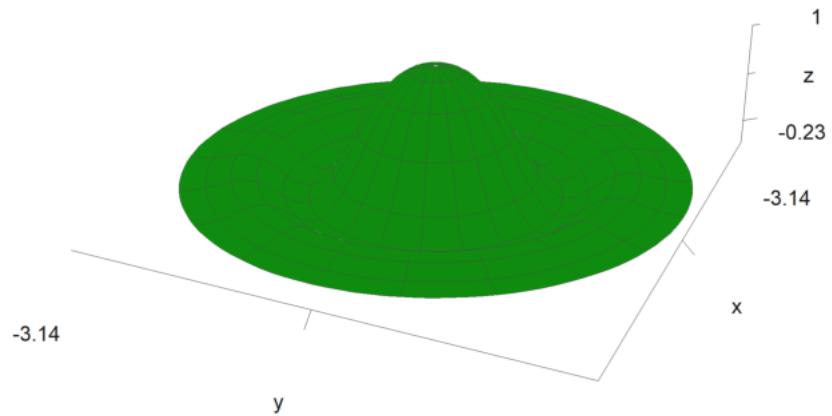


Plot kutub juga tersedia. Parameter polar=true menggambar plot kutub. Fungsi tersebut harus tetap merupakan fungsi dari x dan y. Parameter "fscale" menskalakan fungsi dengan skalanya sendiri. Kalau tidak, fungsinya akan diskalakan agar sesuai dengan kubus.

```
>plot3d("1/(x^2+y^2+1)",r=5,>polar, ...
  fscale=2,>hue,n=100,zoom=4,>contour,color=blue):
```



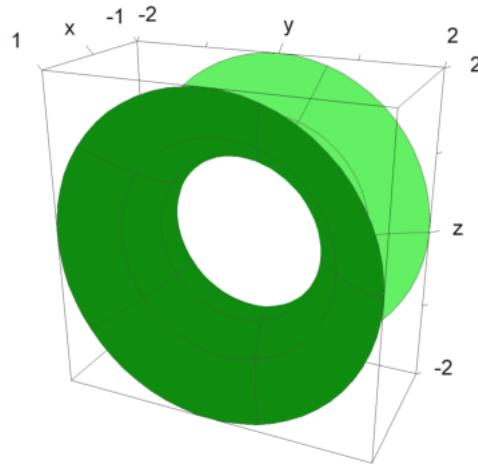
```
>function f(r) := exp(-r/2)*cos(r); ...
plot3d("f(x^2+y^2)",>polar,scale=[1,1,0.4],r=pi,frame=3,zoom=4):
```



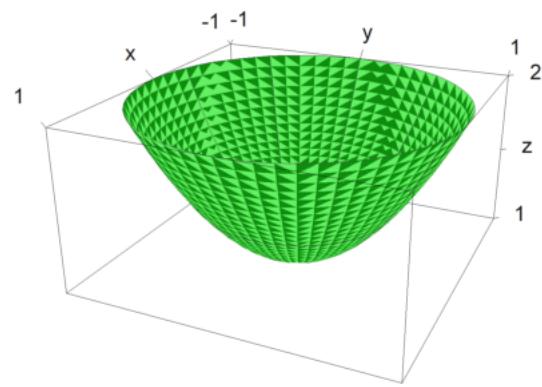
Parameter memutar memutar fungsi di x di sekitar sumbu x.

- rotate=1: Menggunakan sumbu x
- rotate=2: Menggunakan sumbu z

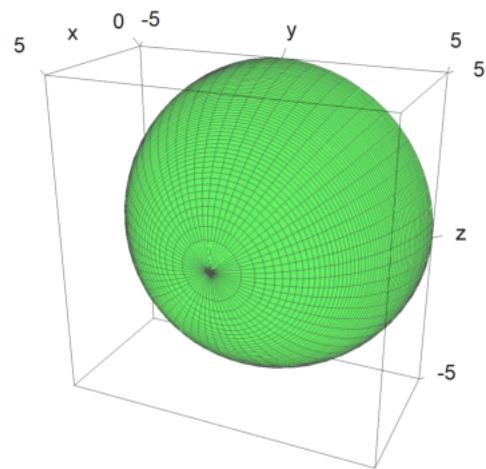
```
>plot3d("x^2+1",a=-1,b=1,rotate=true,grid=5):
```



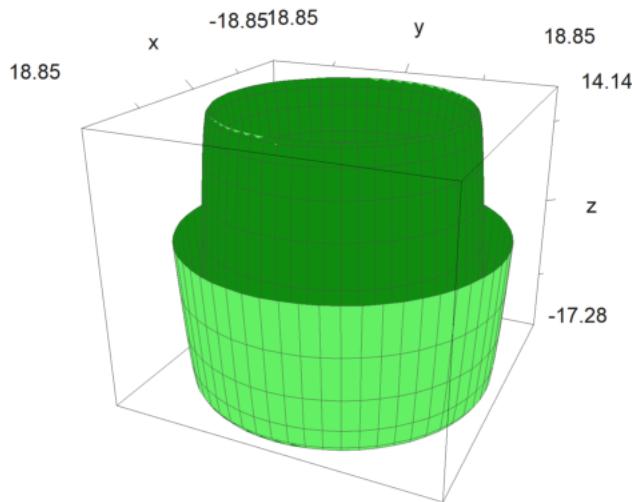
```
>plot3d("x^2+1",a=-1,b=1,rotate=2,grid=5):
```



```
>plot3d("sqrt(25-x^2)",a=0,b=5,rotate=1):
```

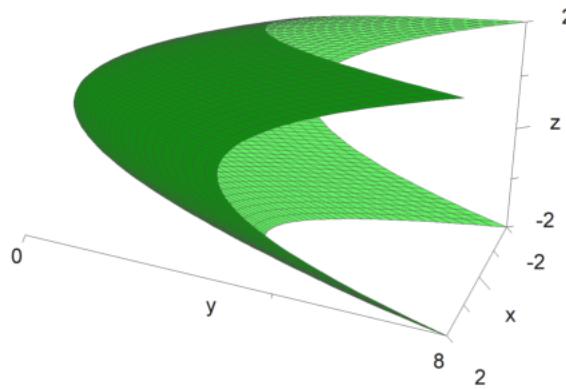


```
>plot3d("x*sin(x)",a=0,b=6pi,rotate=2):
```



Berikut adalah plot dengan tiga fungsi.

```
>plot3d("x", "x^2+y^2", "y", r=2, zoom=3.5, frame=3) :
```



Plot Kontur

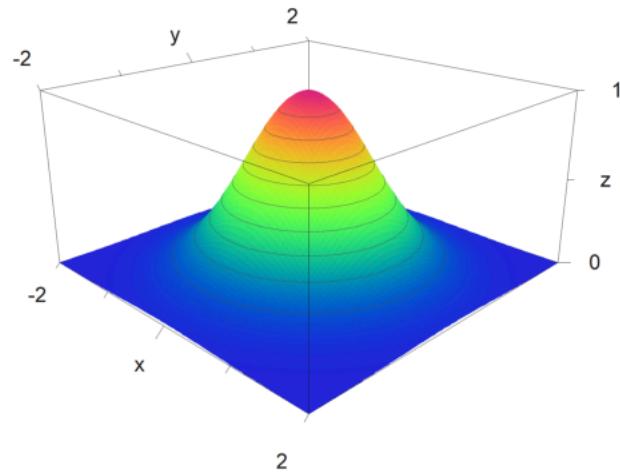
Untuk plotnya, Euler menambahkan garis grid. Sebaliknya, dimungkinkan untuk menggunakan garis datar dan rona satu warna atau rona warna spektral. Euler dapat menggambar ketinggian fungsi pada plot dengan arsiran. Di semua plot 3D, Euler dapat menghasilkan anaglyph merah/cyan.

- >hue: Mengaktifkan bayangan cahaya, bukan kabel.
- >contour: Membuat plot garis kontur otomatis pada plot.
- level=... (atau levels): Vektor nilai garis kontur.

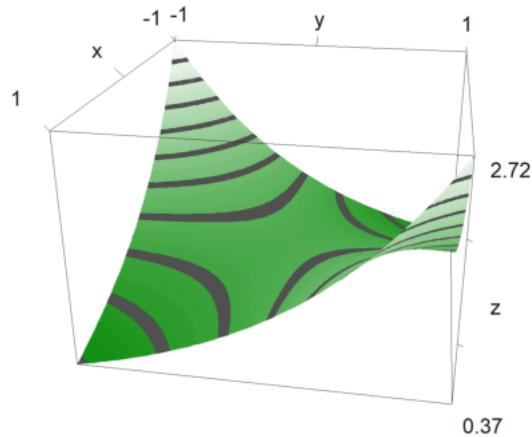
Standarnya adalah level="auto", yang menghitung beberapa garis level secara otomatis. Seperti yang Anda lihat di plot, level-level tersebut sebenarnya adalah rentang level.

Gaya default dapat diubah. Untuk plot kontur berikut, kami menggunakan grid yang lebih halus berukuran 100x100 poin, menskalakan fungsi dan plot, dan menggunakan sudut pandang yang berbeda.

```
>plot3d("exp(-x^2-y^2)", r=2, n=100, level="thin", ...
>contour, >spectral, fscale=1, scale=1.1, angle=45°, height=20°) :
```



```
>plot3d("exp(x*y)",angle=100°,>contour,color=green):
```

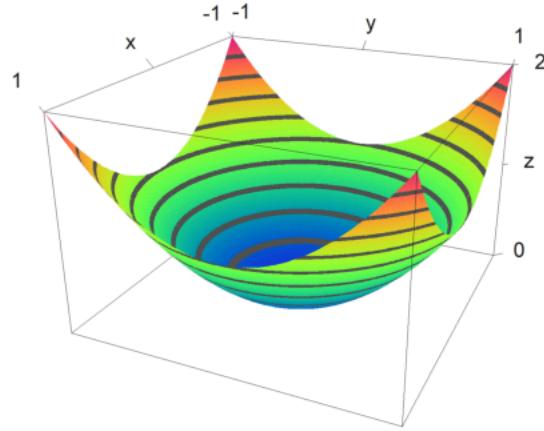


Bayangan defaultnya menggunakan warna abu-abu. Namun rentang warna spektral juga tersedia.

- >spectral: Menggunakan skema spektral default
- color=...: Menggunakan warna khusus atau skema spektral

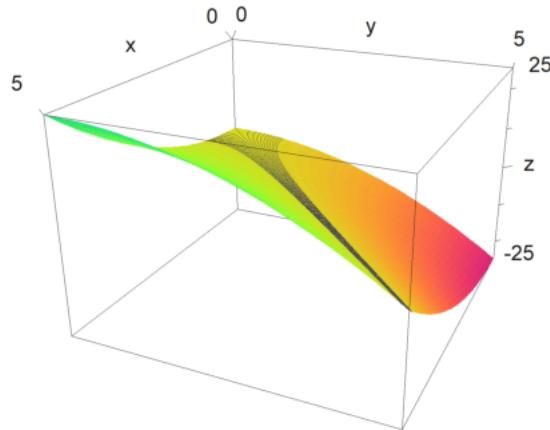
Untuk plot berikut, kami menggunakan skema spektral default dan menambah jumlah titik untuk mendapatkan tampilan yang sangat mulus.

```
>plot3d("x^2+y^2",>spectral,>contour,n=100):
```



Selain garis level otomatis, kita juga dapat menetapkan nilai garis level. Ini akan menghasilkan garis level yang tipis, bukan rentang level.

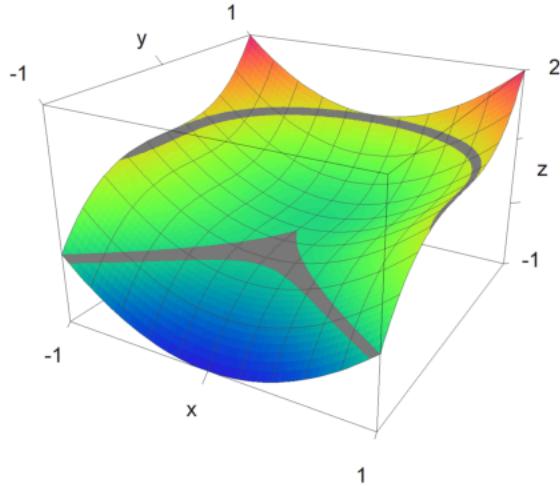
```
>plot3d("x^2-y^2",0,5,0,5,level=-1:0.1:1,color=redgreen):
```



Dalam plot berikut, kita menggunakan dua pita level yang sangat lebar dari -0,1 hingga 1, dan dari 0,9 hingga 1. Ini dimasukkan sebagai matriks dengan batas level sebagai kolom.

Selain itu, kami melapisi grid dengan 10 interval di setiap arah.

```
>plot3d("x^2+y^3",level=[-0.1,0.9;0,1], ...
>spectral,angle=30°,grid=10,contourcolor=gray):
```

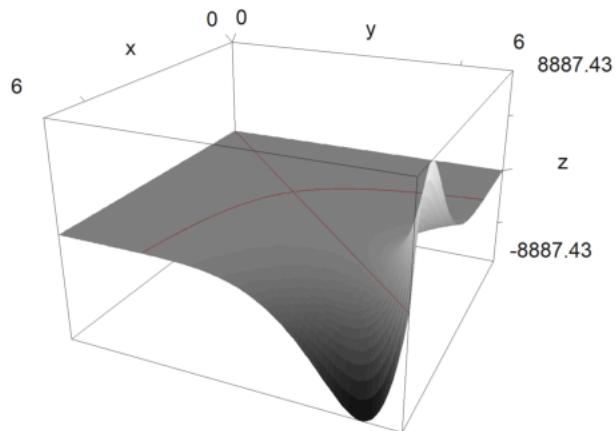


Dalam contoh berikut, kita memplot himpunan tersebut, dimana

$$f(x, y) = x^y - y^x = 0$$

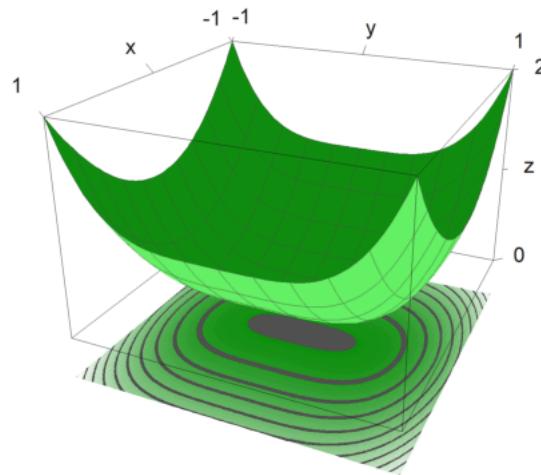
Kita menggunakan satu garis tipis untuk garis level.

```
>plot3d("x^y-y^x",level=0,a=0,b=6,c=0,d=6,contourcolor=red,n=100):
```



Dimungkinkan untuk menampilkan bidang kontur di bawah plot. Warna dan jarak ke plot dapat ditentukan.

```
>plot3d("x^2+y^4",>cp,cpcolor=green,cpdelta=0.2):
```



Berikut beberapa gaya lainnya. Kami selalu mematikan bingkai, dan menggunakan berbagai skema warna untuk plot dan kisi.

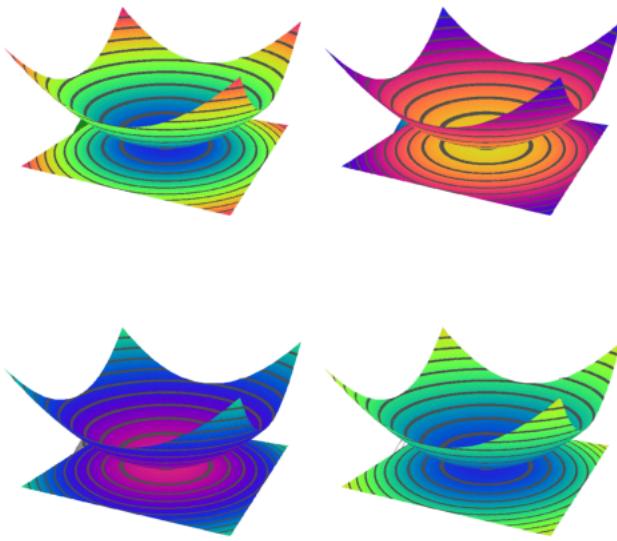
```
>figure(2,2); ...
expr="y^3-x^2"; ...
figure(1); ...
plot3d(expr,<frame,>cp,cpcolor=spectral); ...
figure(2); ...
plot3d(expr,<frame,>spectral,grid=10,cp=2); ...
figure(3); ...
plot3d(expr,<frame,>contour,color=gray,nc=5,cp=3,cpcolor=greenred); ...
figure(4); ...
plot3d(expr,<frame,>hue,grid=10,>transparent,>cp,cpcolor=gray); ...
figure(0):
```



Ada beberapa skema spektral lainnya, yang diberi nomor dari 1 hingga 9. Namun Anda juga dapat menggunakan warna=nilai, di mana nilai

- spectral: untuk rentang dari biru ke merah
- white: untuk rentang yang lebih redup
- yellowblue,purplegreen,blueyellow,greenred
- blueyellow, greenpurple, yellowblue, redgreen

```
>for i=1:9; ...
figure(i); plot3d("x^2+y^2",spectral=i,>contour,>cp,<frame,zoom=4); ...
end; ...
figure(0):
```



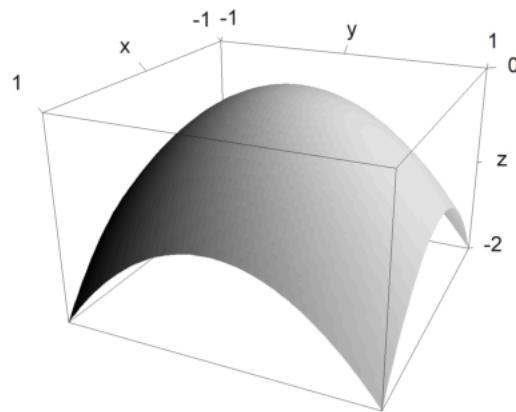
Sumber cahaya dapat diubah dengan I dan tombol kursor selama interaksi pengguna. Itu juga dapat diatur dengan parameter.

- light: arah datangnya cahaya
- amb: cahaya sekitar antara 0 dan 1

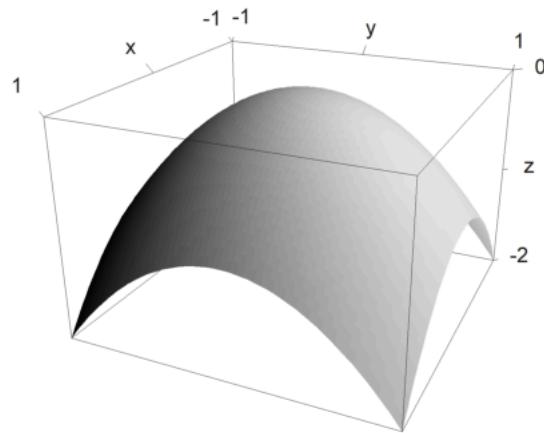
Perhatikan bahwa program ini tidak membuat perbedaan antara sisi plot. Tidak ada bayangan. Untuk ini, Anda memerlukan Povray.

```
>plot3d("-x^2-y^2", ...
hue=true,light=[0,1,1],amb=0,user=true, ...
title="Press 1 and cursor keys (return to exit)":
```

Press I and cursor keys (return to exit)



```
>plot3d("-x^2-y^2", ...
hue=true,light=[0,1,1],amb=0):
```



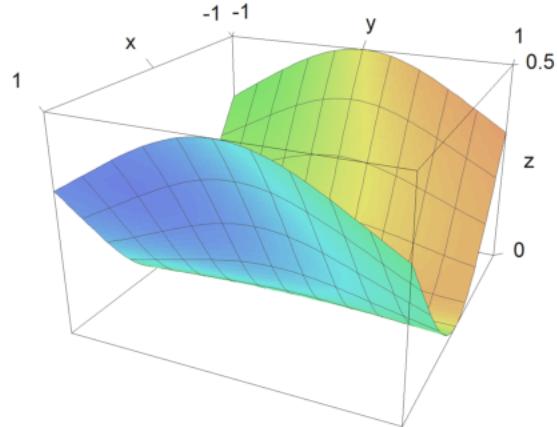
Parameter warna mengubah warna permukaan. Warna garis level juga bisa diubah.

```
>plot3d("-x^2-y^2",color=rgb(0.2,0.2,0),hue=true,frame=false, ...
zoom=3,contourcolor=red,level=-2:0.1:1,d1=0.01);
```



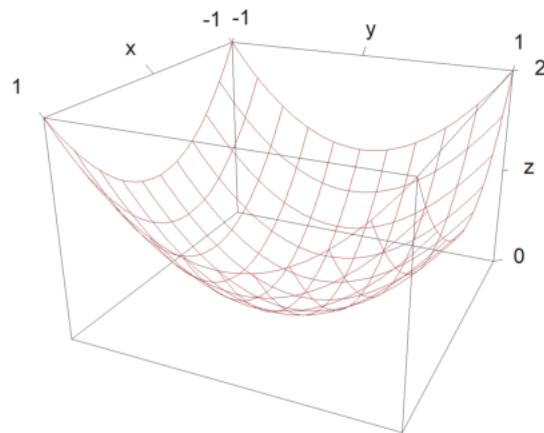
Warna 0 memberikan efek pelangi yang istimewa.

```
>plot3d("x^2/(x^2+y^2+1)",color=0,hue=true,grid=10);
```



Permukaannya juga bisa transparan.

```
>plot3d("x^2+y^2", >transparent, grid=10, wirecolor=red):
```



Plot Implisit

Ada juga plot implisit dalam tiga dimensi. Euler menghasilkan pemotongan melalui objek. Fitur plot3d mencakup plot implisit. Plot ini menunjukkan himpunan nol suatu fungsi dalam tiga variabel.
Solusi dari

$$f(x, y, z) = 0$$

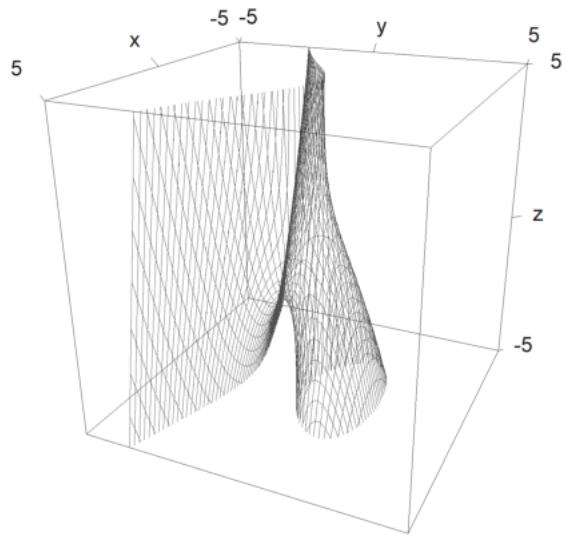
dapat divisualisasikan dalam potongan yang sejajar dengan bidang x-y-, x-z- dan y-z.

- implicit=1: potong sejajar bidang y-z
- implicit=2: dipotong sejajar dengan bidang x-z
- implicit=4: potong sejajar bidang x-y

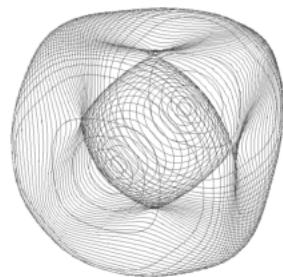
Tambahkan nilai-nilai ini, jika Anda mau. Dalam contoh kita memplot

$$M = \{(x, y, z) : x^2 + y^3 + zy = 1\}$$

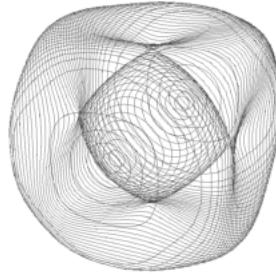
```
>plot3d("x^2+y^3+z*y-1", r=5, implicit=3):
```



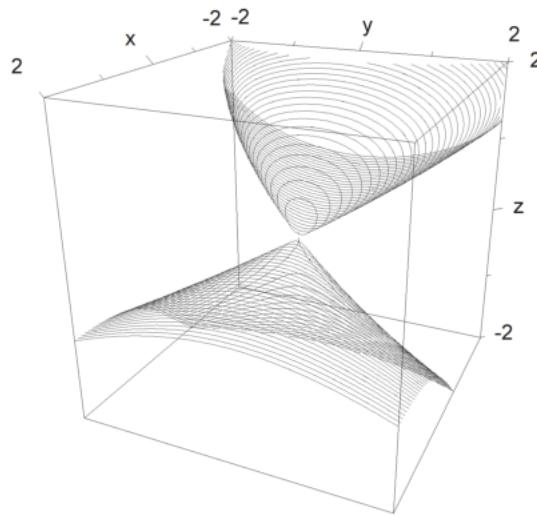
```
>c=1; d=1;
>plot3d("((x^2+y^2-c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-c^2)^2+(y^2-1)^2)-d",r=2,<frame,>implicit,>user):
```



```
>plot3d("((x^2+y^2-c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-c^2)^2+(y^2-1)^2)-d",r=2,<frame,>implicit):
```



```
>plot3d("x^2+y^2+4*x*z+z^3",>implicit,r=2,zoom=2.5):
```



Memplot Data 3D

Sama seperti plot2d, plot3d menerima data. Untuk objek 3D, Anda perlu menyediakan matriks nilai x-, y- dan z, atau tiga fungsi atau ekspresi $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$, $f_z(x,y)$.

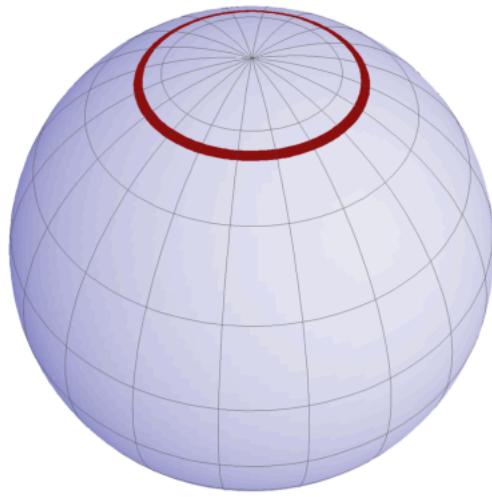
$$\gamma(t, s) = (x(t, s), y(t, s), z(t, s))$$

Karena x,y,z adalah matriks, kita asumsikan bahwa (t,s) melewati grid persegi. Hasilnya, Anda dapat memplot gambar persegi panjang di ruang angkasa.

Anda dapat menggunakan bahasa matriks Euler untuk menghasilkan koordinat secara efektif.

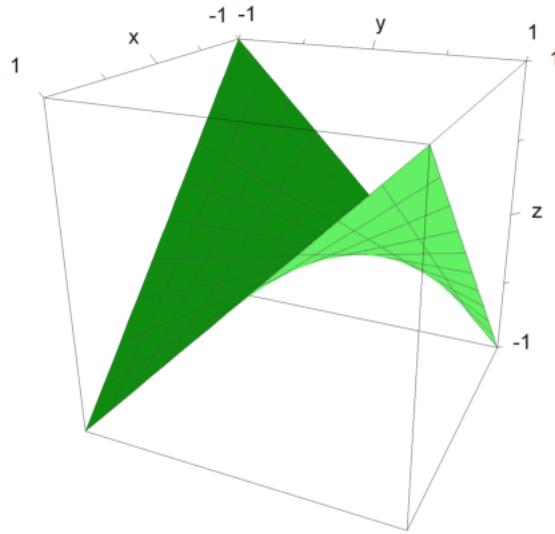
Dalam contoh berikut, kita menggunakan vektor nilai t dan vektor kolom nilai s untuk membuat parameter permukaan bola. Dalam gambar kita dapat menandai wilayah, dalam kasus kita wilayah kutub.

```
>t=linspace(0,2pi,180); s=linspace(-pi/2,pi/2,90)'; ...
x=cos(s)*cos(t); y=cos(s)*sin(t); z=sin(s); ...
plot3d(x,y,z,>hue, ...
color=blue,<frame,grid=[10,20], ...
values=s,contourcolor=red,level=[90°-24°;90°-22°], ...
scale=1.4,height=50°):
```



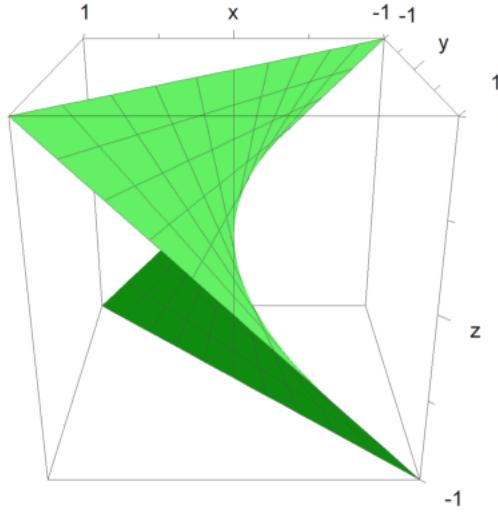
Berikut ini contohnya yaitu grafik suatu fungsi.

```
>t=-1:0.1:1; s=(-1:0.1:1)'; plot3d(t,s,t*s,grid=10):
```



Namun, kita bisa membuat berbagai macam permukaan. Berikut adalah permukaan yang sama sebagai suatu fungsi

```
>plot3d(t*s,t,s,angle=180°,grid=10):
```



Dengan lebih banyak usaha, kita dapat menghasilkan banyak permukaan.

Dalam contoh berikut kita membuat tampilan bayangan dari bola yang terdistorsi. Koordinat bola yang biasa adalah

$$\gamma(t, s) = (\cos(t) \cos(s), \sin(t) \sin(s), \cos(s))$$

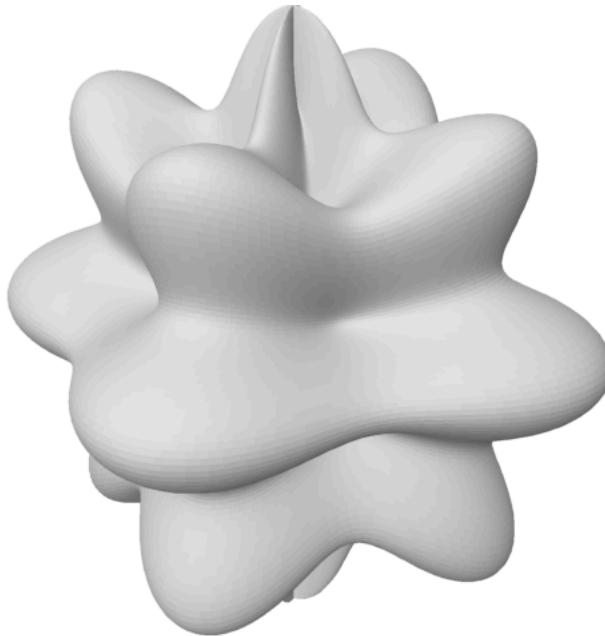
dengan

$$0 \leq t \leq 2\pi, \quad -\frac{\pi}{2} \leq s \leq \frac{\pi}{2}.$$

Kami mendistorsi ini dengan sebuah faktor

$$d(t, s) = \frac{\cos(4t) + \cos(8s)}{4}.$$

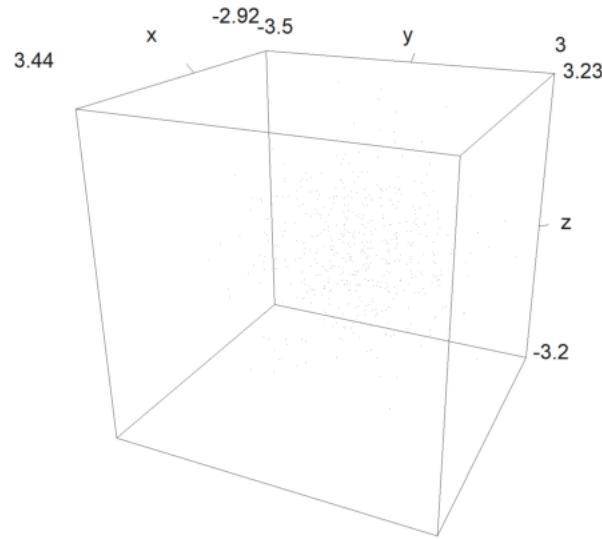
```
>t=linspace(0,2pi,320); s=linspace(-pi/2,pi/2,160)';
d=1+0.2*(cos(4*t)+cos(8*s)); ...
plot3d(cos(t)*cos(s)*d,sin(t)*cos(s)*d,sin(s)*d,hue=1,
light=[1,0,1],frame=0,zoom=5):
```



Tentu saja, point cloud juga dimungkinkan. Untuk memplot data titik dalam ruang, kita memerlukan tiga vektor untuk koordinat titik-titik tersebut.

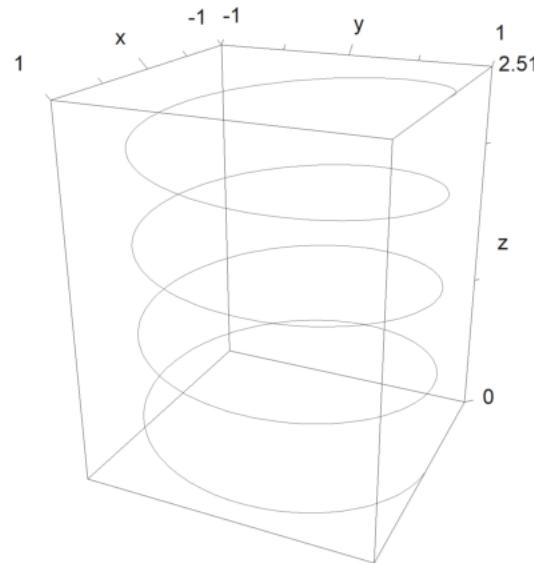
Gayanya sama seperti di plot2d dengan points=true;

```
>n=500; ...
plot3d(normal(1,n),normal(1,n),normal(1,n),points=true,style="."):
```

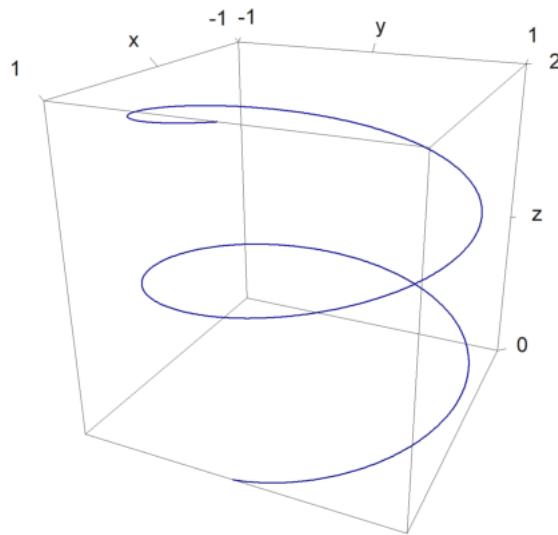


Dimungkinkan juga untuk memplot kurva dalam 3D. Dalam hal ini, lebih mudah untuk menghitung terlebih dahulu titik-titik kurva. Untuk kurva pada bidang kita menggunakan barisan koordinat dan parameter wire=true.

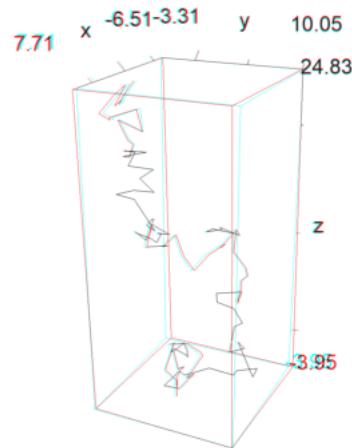
```
>t=linspace(0,8pi,500); ...
plot3d(sin(t),cos(t),t/10,>wire,zoom=3):
```



```
>t=linspace(0,4pi,1000); plot3d(cos(t),sin(t),t/2pi,>wire, ...
linewidth=3, wirecolor=blue):
```

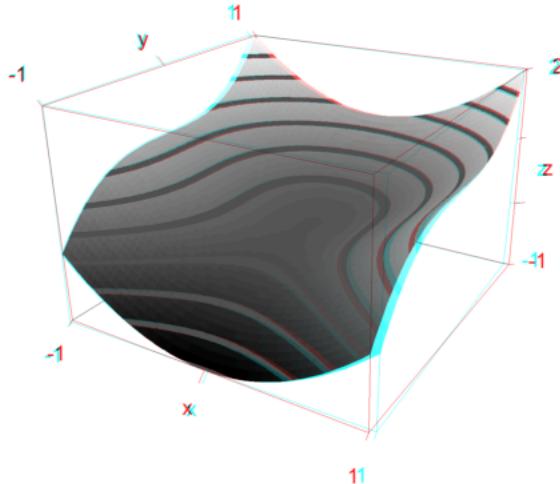


```
>X=cumsum(normal(3,100)); ...
plot3d(X[1],X[2],X[3],>anaglyph,>wire):
```



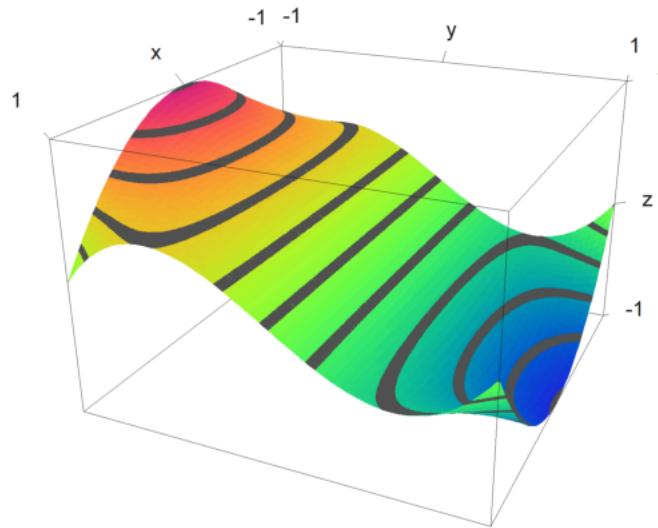
EMT juga dapat membuat plot dalam mode anaglyph. Untuk melihat plot seperti itu, Anda memerlukan kacamata berwarna merah/cyan.

```
> plot3d("x^2+y^3",>anaglyph,>contour,angle=30°):
```



Seringkali skema warna spektral digunakan untuk plot. Ini menekankan ketinggian fungsinya.

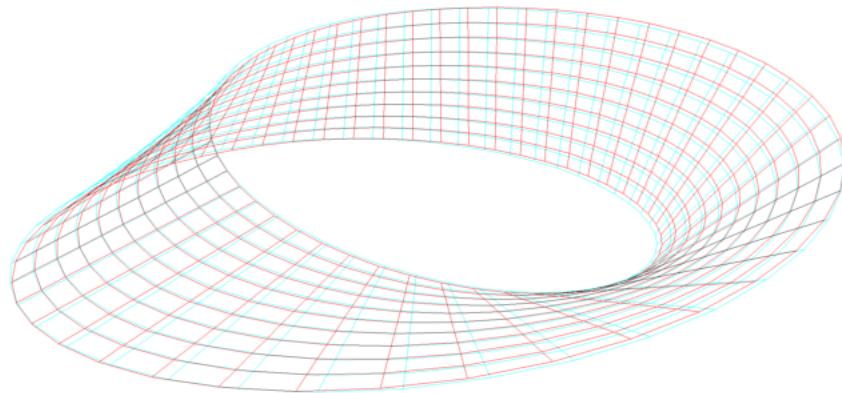
```
>plot3d("x^2*y^3-y",>spectral,>contour,zoom=3.2):
```



Euler juga dapat memplot permukaan yang diparameterisasi, jika parameteranya adalah nilai x, y, dan z dari gambar kotak persegi panjang di ruang tersebut.

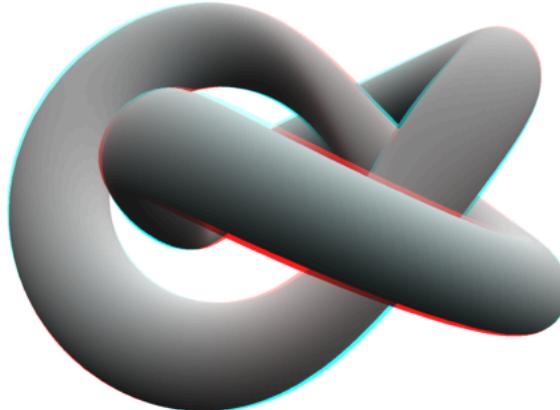
Untuk demo berikut, kami menyiapkan parameter u- dan v-, dan menghasilkan koordinat ruang dari parameter tersebut.

```
>u=linspace(-1,1,10); v=linspace(0,2*pi,50)'; ...
X=(3+u*cos(v/2))*cos(v); Y=(3+u*cos(v/2))*sin(v); Z=u*sin(v/2); ...
plot3d(X,Y,Z,>anaglyph,<frame,>wire,scale=2.3):
```



Berikut adalah contoh yang lebih rumit, yang megah dengan kacamata merah/cyan.

```
>u:=linspace(-pi,pi,160); v:=linspace(-pi,pi,400)'; ...
x:=(4*(1+2.25*sin(3*v))+cos(u))*cos(2*v); ...
y:=(4*(1+2.25*sin(3*v))+cos(u))*sin(2*v); ...
z=sin(u)+2*cos(3*v); ...
plot3d(x,y,z,frame=0,scale=1.5,hue=1,light=[1,0,-1],zoom=2.8,>anaglyph):
```



Plot Statistik

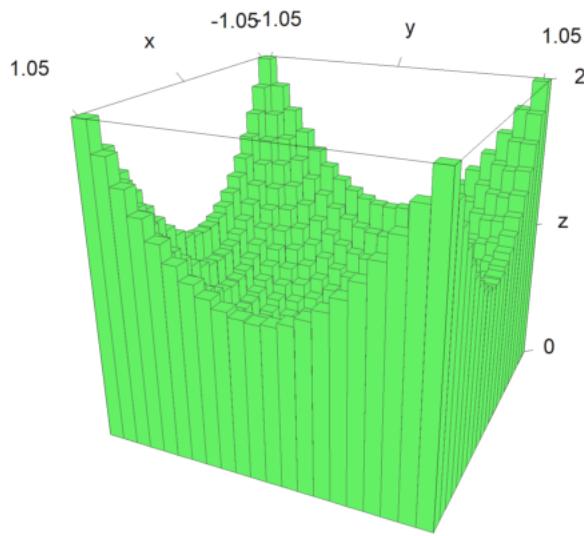
Plot batang juga dimungkinkan. Untuk itu, kita harus menyediakannya

- x: vektor baris dengan n+1 elemen
- y: vektor kolom dengan n+1 elemen
- z: matriks nilai nxn.

z bisa lebih besar, tetapi hanya nilai nxn yang akan digunakan.

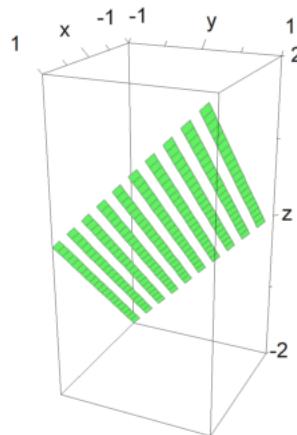
Dalam contoh ini, pertama-tama kita menghitung nilainya. Kemudian kita sesuaikan x dan y, sehingga vektor-vektornya berpusat pada nilai yang digunakan.

```
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=x^2+y^2; ...
xa=(x|1.1)-0.05; ya=(y_1.1)-0.05; ...
plot3d(xa,ya,z,bar=true):
```



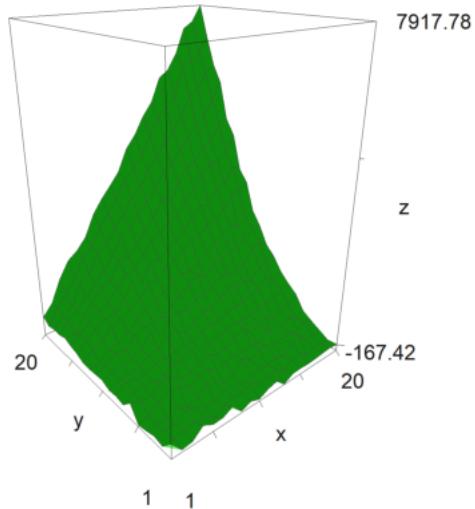
Dimungkinkan untuk membagi plot suatu permukaan menjadi dua bagian atau lebih.

```
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=x+y; d=zeros(size(x)); ...
plot3d(x,y,z,disconnect=2:2:20);
```

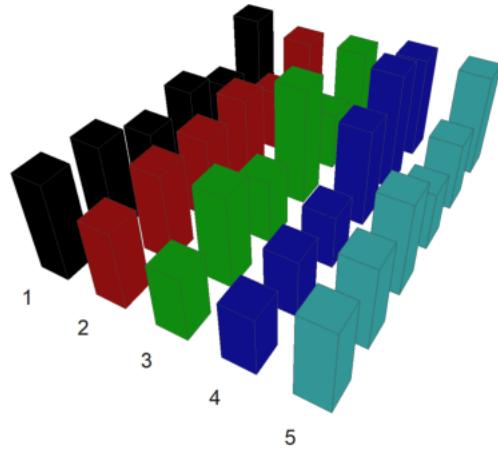


Jika memuat atau menghasilkan matriks data M dari file dan perlu memplotnya dalam 3D, Anda dapat menskalakan matriks ke [-1,1] dengan scale(M), atau menskalakan matriks dengan >zscale. Hal ini dapat dikombinasikan dengan faktor penskalaan individual yang diterapkan sebagai tambahan.

```
>i=1:20; j=i'; ...
plot3d(i*j^2+100*normal(20,20),>zscale,scale=[1,1,1.5],angle=-40°,zoom=1.8);
```

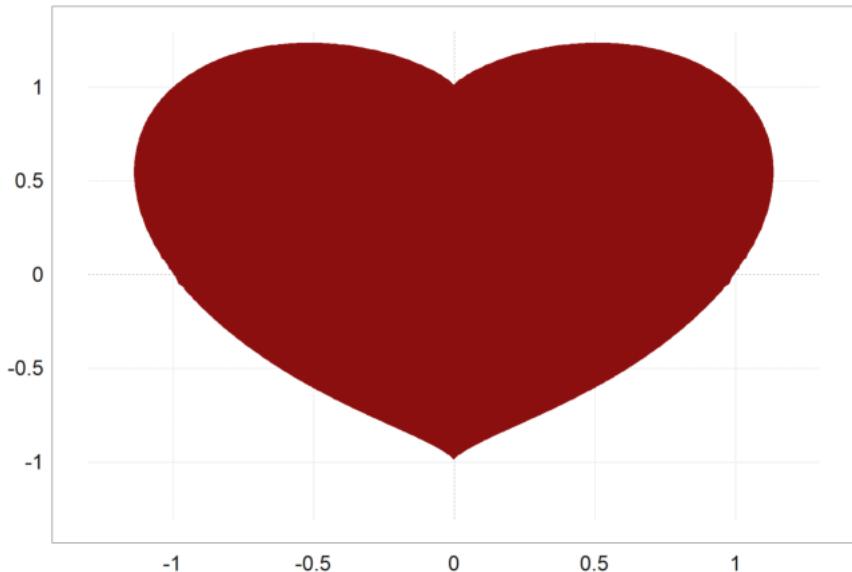


```
>Z=intrandom(5,100,6); v=zeros(5,6); ...
loop 1 to 5; v[#]=getmultiplicities(1:6,Z[#]); end; ...
columnsplot3d(v',scols=1:5,ccols=[1:5]):
```



Permukaan Benda Putar

```
>plot2d("(x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3",r=1.3, ...
style="#",color=red,<outline, ...
level=[-2;0],n=100):
```



```
>ekspressi &= (x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3; $ekspressi
```

$$(y^2 + x^2 - 1)^3 - x^2 y^3$$

Kami ingin memutar kurva hati di sekitar sumbu y. Inilah ungkapan yang mendefinisikan hati:

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)^3 - x^2 \cdot y^3.$$

Selanjutnya kita atur

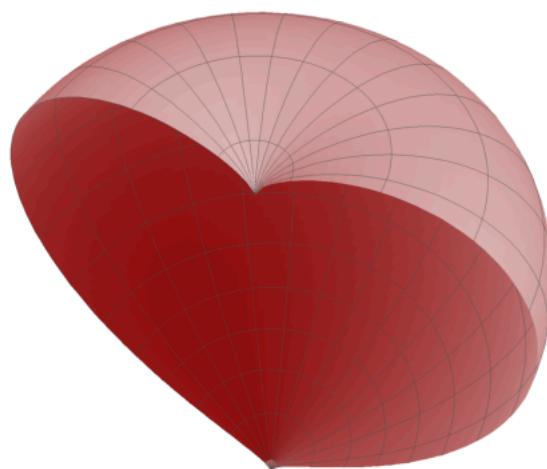
$$x = r \cos(a), \quad y = r \sin(a).$$

```
>function fr(r,a) &= ekspressi with [x=r*cos(a),y=r*sin(a)] | trigreduce; $fr(r,a)
```

$$(r^2 - 1)^3 + \frac{(\sin(5a) - \sin(3a) - 2 \sin a) r^5}{16}$$

Hal ini memungkinkan untuk mendefinisikan fungsi numerik, yang menyelesaikan r, jika a diberikan. Dengan fungsi tersebut kita dapat memplot hati yang diputar sebagai permukaan parametrik.

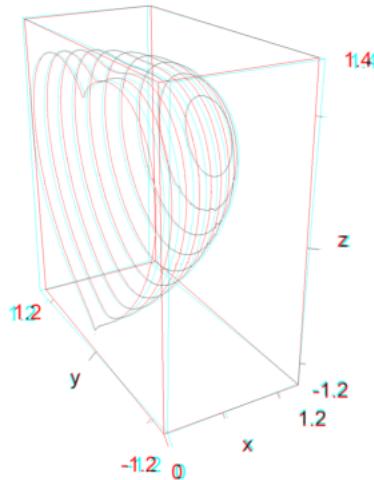
```
>function map f(a) := bisect("fr",0,2;a); ...
t=linspace(-pi/2,pi/2,100); r=f(t); ...
s=linspace(pi,2pi,100)'; ...
plot3d(r*cos(t)*sin(s),r*cos(t)*cos(s),r*sin(t), ...
>hue,<frame,color=red,zoom=4,amb=0,max=0.7,grid=12,height=50°):
```



Berikut ini adalah plot 3D dari gambar di atas yang diputar mengelilingi sumbu z. Kami mendefinisikan fungsi yang mendeskripsikan objek.

```
>function f(x,y,z) ...
r=x^2+y^2;
return (r+z^2-1)^3-r*z^3;
endfunction
```

```
>plot3d("f(x,y,z)", ...
xmin=0,xmax=1.2,ymin=-1.2,ymax=1.2,zmin=-1.2,zmax=1.4, ...
implicit=1,angle=-30°,zoom=2.5,n=[10,100,60],>anaglyph):
```



Plot 3D Khusus

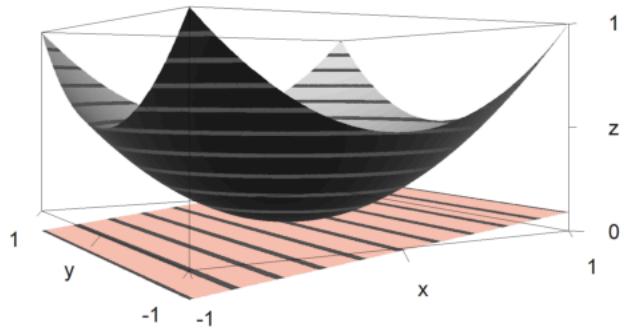
Fungsi plot3d bagus untuk dimiliki, tetapi tidak memenuhi semua kebutuhan. Selain rutinitas yang lebih mendasar, dimungkinkan untuk mendapatkan plot berbingkai dari objek apa pun yang Anda suka.

Meskipun Euler bukan program 3D, ia dapat menggabungkan beberapa objek dasar. Kami mencoba memvisualisasikan paraboloid dan garis singgungnya.

```
>function myplot ...
y=-1:0.01:1; x=(-1:0.01:1)';
plot3d(x,y,0.2*(x-0.1)/2,<scale,<frame,>hue, ..
hues=0.5,>contour,color=orange);
h=holding(1);
plot3d(x,y,(x^2+y^2)/2,<scale,<frame,>contour,>hue);
holding(h);
endfunction
```

Sekarang framedplot() menyediakan bingkai, dan mengatur tampilan.

```
>framedplot("myplot",[-1,1,-1,1,0,1],height=0,angle=-30°, ...
center=[0,0,-0.7],zoom=3):
```

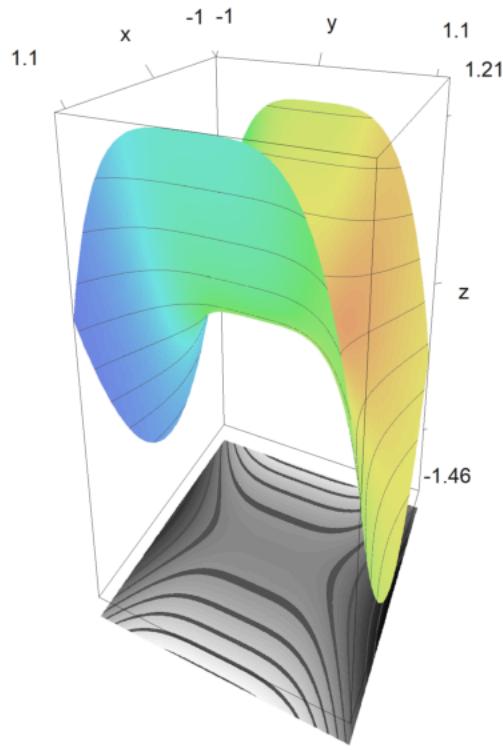


Dengan cara yang sama, Anda dapat memplot bidang kontur secara manual. Perhatikan bahwa `plot3d()` menyetel jendela ke `fullwindow()` secara default, tetapi `plotcontourplane()` berasumsi demikian.

```
>x=-1:0.02:1.1; y=x'; z=x^2-y^4;
>function myplot (x,y,z) ...
```

```
zoom(2);
wi=fullwindow();
plotcontourplane(x,y,z,level="auto",<scale>;
plot3d(x,y,z,>hue,<scale>+add,color=white,level="thin");
window(wi);
reset();
endfunction
```

```
>myplot(x,y,z);
```



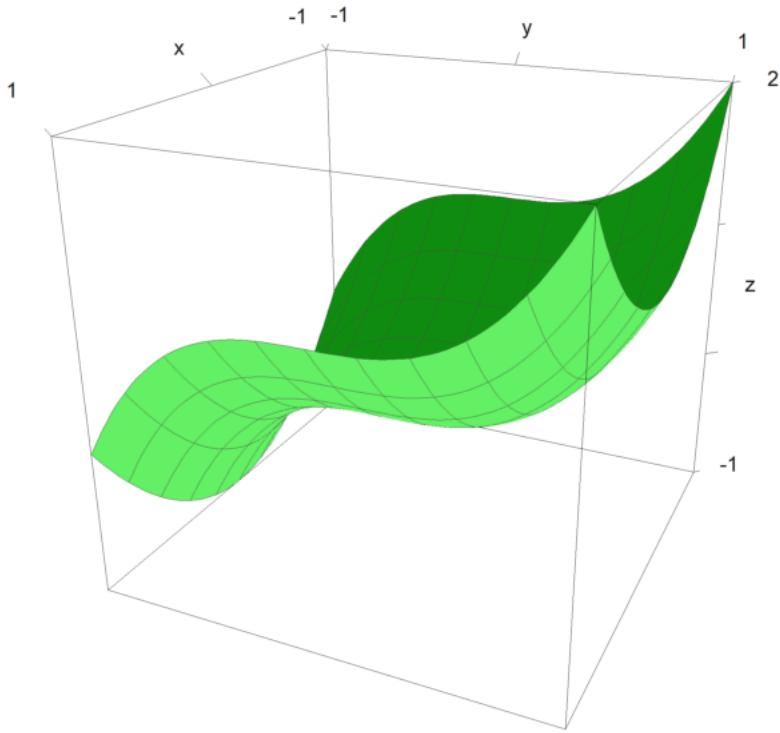
Animasi

Euler dapat menggunakan frame untuk melakukan pra-komputasi animasi.

Salah satu fungsi yang memanfaatkan teknik ini adalah memutar. Itu dapat mengubah sudut pandang dan menggambar ulang plot 3D. Fungsi ini memanggil addpage() untuk setiap plot baru. Akhirnya ia menganimasikan plotnya.

Silakan pelajari sumber rotasi untuk melihat lebih detail.

```
>function testplot () := plot3d("x^2+y^3"); ...
  rotate("testplot"); testplot();
```



Menggambar Povray

Dengan bantuan file Euler povray.e, Euler dapat menghasilkan file Povray. Hasilnya sangat bagus untuk dilihat.

Anda perlu menginstal Povray (32bit atau 64bit) dari <http://www.povray.org/>, dan meletakkan sub-direktori "bin" Povray ke jalur lingkungan, atau mengatur variabel "defaultpovray" dengan jalur lengkap yang mengarah ke "pvengine.exe".

Antarmuka Povray Euler menghasilkan file Povray di direktori home pengguna, dan memanggil Povray untuk menguraikan file-file ini. Nama file default adalah current.pov, dan direktori default adalah eulerhome(), biasanya c:\Users\Username\Euler. Povray menghasilkan file PNG, yang dapat dimuat oleh Euler ke dalam notebook. Untuk membersihkan file-file ini, gunakan povclear().

Fungsi pov3d memiliki semangat yang sama dengan plot3d. Ini dapat menghasilkan grafik fungsi $f(x,y)$, atau permukaan dengan koordinat X,Y,Z dalam matriks, termasuk garis level opsional. Fungsi ini memulai raytracer secara otomatis, dan memuat adegan ke dalam notebook Euler.

Selain pov3d(), ada banyak fungsi yang menghasilkan objek Povray. Fungsi-fungsi ini mengembalikan string, yang berisi kode Povray untuk objek. Untuk menggunakan fungsi ini, mulai file Povray dengan povstart(). Kemudian gunakan writeln(...) untuk menulis objek ke file adegan. Terakhir, akhiri file dengan povend(). Secara default, raytracer akan dimulai, dan PNG akan dimasukkan ke dalam notebook Euler.

Fungsi objek memiliki parameter yang disebut "tampilan", yang memerlukan string dengan kode Povray untuk tekstur dan penyelesaian objek. Fungsi povlook() dapat digunakan untuk menghasilkan string ini. Ini memiliki parameter untuk warna, transparansi, Phong Shading dll.

Perhatikan bahwa alam semesta Povray memiliki sistem koordinat lain. Antarmuka ini menerjemahkan semua koordinat ke sistem Povray. Jadi Anda dapat terus berpikir dalam sistem koordinat Euler dengan z menunjuk vertikal ke atas, dan sumbu x,y,z di tangan kanan.
Anda perlu memuat file povray.

```
>load povray;
```

Pastikan, direktori Povray bin ada di jalurnya. Jika tidak, edit variabel berikut sehingga berisi jalur ke povray yang dapat dieksekusi.

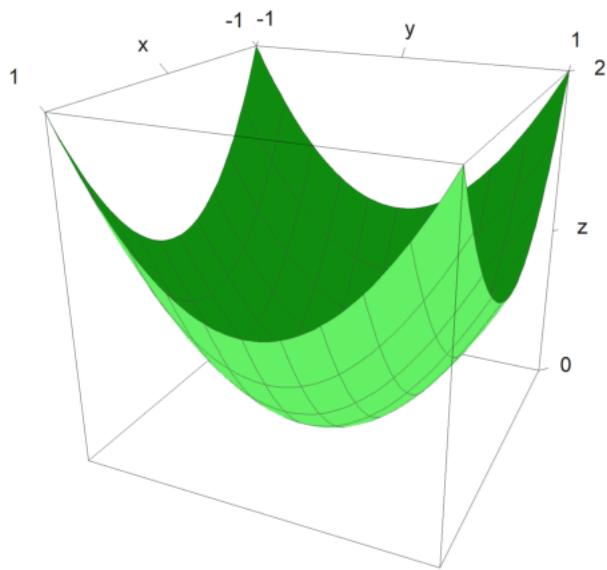
```
>defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"
```

```
C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe
```

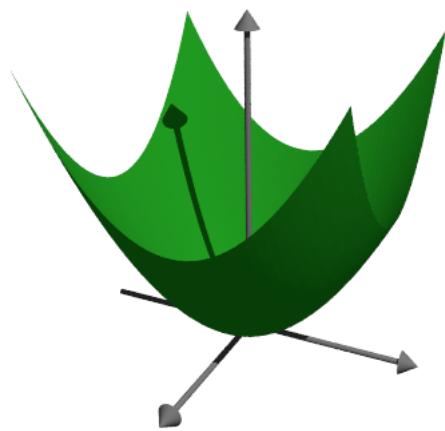
Untuk kesan pertama, kami memplot fungsi sederhana. Perintah berikut menghasilkan file povray di direktori pengguna Anda, dan menjalankan Povray untuk penelusuran sinar file ini.

Jika Anda memulai perintah berikut, GUI Povray akan terbuka, menjalankan file, dan menutup secara otomatis. Karena alasan keamanan, Anda akan ditanya apakah Anda ingin mengizinkan file exe dijalankan. Anda dapat menekan batal untuk menghentikan pertanyaan lebih lanjut. Anda mungkin harus menekan OK di jendela Povray untuk mengonfirmasi dialog pengaktifan Povray.

```
>plot3d("x^2+y^2", zoom=2);
```

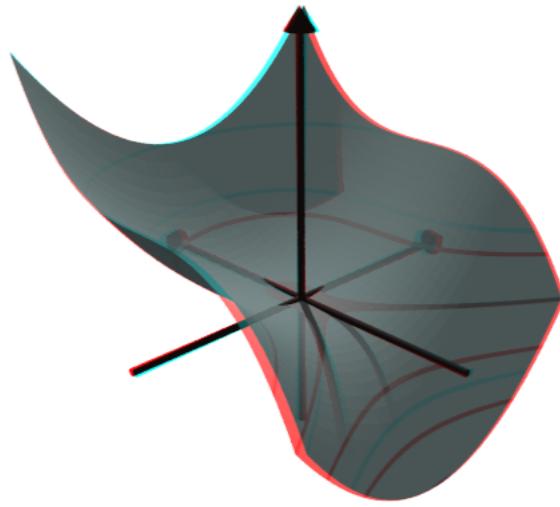


```
>pov3d("x^2+y^2", zoom=3);
```



Kita dapat membuat fungsinya transparan dan menambahkan penyelesaian lainnya. Kita juga dapat menambahkan garis level ke plot fungsi.

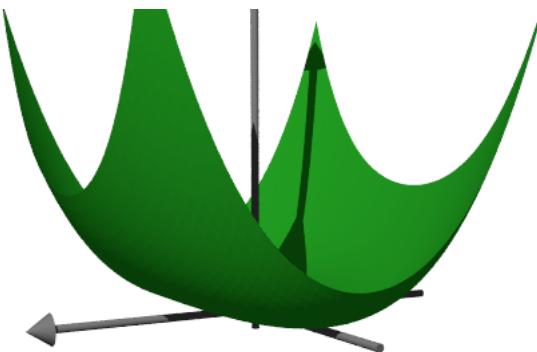
```
>pov3d("x^2+y^3",axiscolor=red,angle=-45°,>anaglyph, ...
look=povlook(cyan,0.2),level=-1:0.5:1,zoom=3.8);
```



Terkadang perlu untuk mencegah penskalaan fungsi, dan menskalakan fungsi secara manual.

Kita memplot himpunan titik pada bidang kompleks, dimana hasil kali jarak ke 1 dan -1 sama dengan 1.

```
>pov3d("((x-1)^2+y^2)*((x+1)^2+y^2)/40",r=2, ...
angle=-120°,level=1/40,dlevel=0.005,light=[-1,1,1],height=10°,n=50, ...
<fscale,zoom=3.8);
```

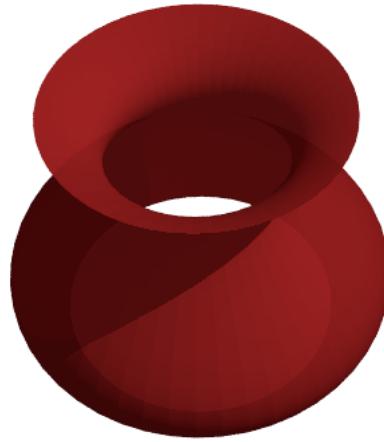


Memplot dengan Koordinat

Daripada menggunakan fungsi, kita bisa memplotnya dengan koordinat. Seperti di plot3d, kita memerlukan tiga matriks untuk mendefinisikan objek.

Dalam contoh ini kita memutar suatu fungsi di sekitar sumbu z.

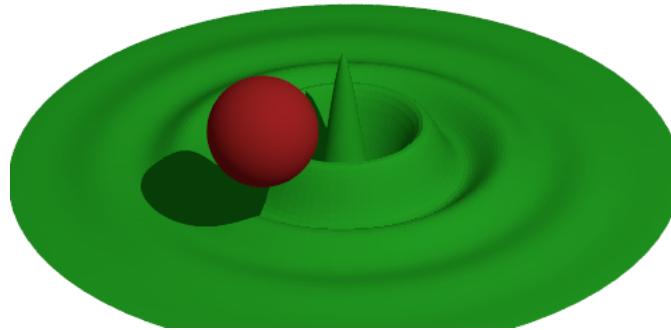
```
> function f(x) := x^3-x+1; ...
x=-1:0.01:1; t=linspace(0,2pi,50)'; ...
Z=x; X=cos(t)*f(x); Y=sin(t)*f(x); ...
pov3d(X,Y,Z,angle=40°,look=povlook(red,0.1),height=50°,axis=0,zoom=4,light=[10,5,15]);
```



Pada contoh berikut, kita memplot gelombang teredam. Kami menghasilkan gelombang dengan bahasa matriks Euler.

Kami juga menunjukkan, bagaimana objek tambahan dapat ditambahkan ke adegan pov3d. Untuk pembuatan objek, lihat contoh berikut. Perhatikan bahwa plot3d menskalakan plot, sehingga cocok dengan kubus satuan.

```
>r=linspace(0,1,80); phi=linspace(0,2pi,80)'; ...
x=r*cos(phi); y=r*sin(phi); z=exp(-5*r)*cos(8*pi*r)/3; ...
pov3d(x,y,z,zoom=6,axis=0,height=30°,add=povsphere([0.5,0,0.25],0.15,povlook(red)), ...
w=500,h=300);
```



Dengan metode peneduh canggih Povray, sangat sedikit titik yang dapat menghasilkan permukaan yang sangat halus. Hanya pada batas-batas dan dalam bayangan, triknya mungkin terlihat jelas.

Untuk ini, kita perlu menjumlahkan vektor normal di setiap titik matriks.

```
>Z &= x^2*y^3; $$Z
```

$$x^2 y^3$$

Persamaan permukaannya adalah $[x,y,Z]$. Kami menghitung dua turunan dari x dan y dan mengambil perkalian silangnya sebagai normal.

```
>dx &= diff([x,y,Z],x); dy &= diff([x,y,Z],y);
```

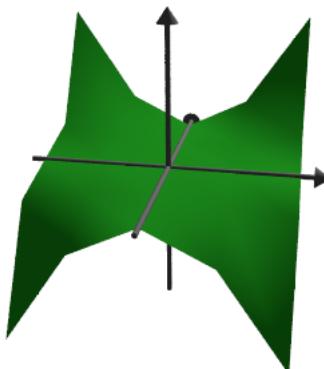
Kami mendefinisikan normal sebagai produk silang dari turunan ini, dan mendefinisikan fungsi koordinat.

```
>N &= crossproduct(dx,dy); NX &= N[1]; NY &= N[2]; NZ &= N[3]; $&N,
```

$$[-2 x y^3, -3 x^2 y^2, 1]$$

Kami hanya menggunakan 25 poin.

```
>x=-1:0.5:1; y=x';
>pov3d(x,y,Z(x,y),angle=10°, ...
xv=NX(x,y),yv=NY(x,y),zv=NZ(x,y),<shadow);
```



Berikut ini adalah simpul Trefoil yang dilakukan oleh A. Busser di Povray. Ada versi yang lebih baik dalam contoh ini.

Trefoil Knot

Untuk tampilan yang bagus dengan poin yang tidak terlalu banyak, kami menambahkan vektor normal di sini. Kami menggunakan Maxima untuk menghitung normalnya bagi kami. Pertama, tiga fungsi koordinat sebagai ekspresi simbolik.

```
>X &= ((4+sin(3*y))+cos(x))*cos(2*y); ...
Y &= ((4+sin(3*y))+cos(x))*sin(2*y); ...
Z &= sin(x)+2*cos(3*y);
```

Kemudian dua vektor turunan ke x dan y.

```
>dx &= diff([X,Y,Z],x); dy &= diff([X,Y,Z],y);
```

Sekarang normalnya, yaitu perkalian silang kedua turunannya.

```
>dn &= crossproduct(dx,dy);
```

Kami sekarang mengevaluasi semua ini secara numerik.

```
>x:=linspace(-%pi,%pi,40); y:=linspace(-%pi,%pi,100)';
```

Vektor normal adalah evaluasi ekspresi simbolik dn[i] untuk i=1,2,3. Sintaksnya adalah &"expression"(parameters). Ini adalah alternatif dari metode pada contoh sebelumnya, di mana kita mendefinisikan ekspresi simbolik NX, NY, NZ terlebih dahulu.

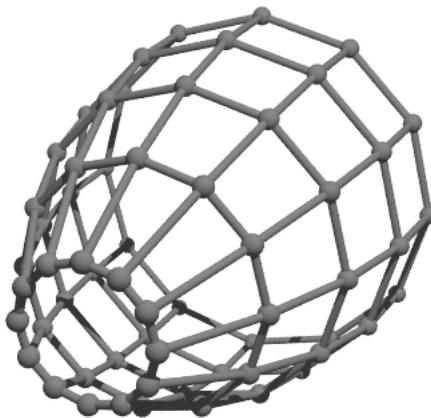
```
>pov3d(X(x,y),Y(x,y),Z(x,y),>anaglyph,axis=0,zoom=5,w=450,h=350, ...
<shadow,look=povlook(blue), ...
xv=&"dn[1]"(x,y), yv=&"dn[2]"(x,y), zv=&"dn[3]"(x,y));
```



Kami juga dapat menghasilkan grid dalam 3D.

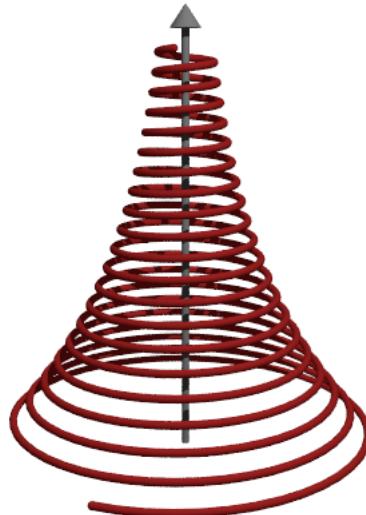
```
>povstart(zoom=4); ...
x=-1:0.5:1; r=1-(x+1)^2/6; ...
t=(0°:30°:360°)'; y=r*cos(t); z=r*sin(t); ...
```

```
writeln(povgrid(x,y,z,d=0.02,dballs=0.05)); ...
povend();
```



Dengan povgrid(), dapat dibentuk kurva.

```
>povstart(center=[0,0,1],zoom=3.6); ...
t=linspace(0,2,1000); r=exp(-t); ...
x=cos(2*pi*10*t)*r; y=sin(2*pi*10*t)*r; z=t; ...
writeln(povgrid(x,y,z,povlook(red))); ...
writeAxis(0,2,axis=3); ...
povend();
```



Objek Povray

Di atas, kami menggunakan pov3d untuk memplot permukaan. Antarmuka povray di Euler juga dapat menghasilkan objek Povray. Objek ini disimpan sebagai string di Euler, dan perlu ditulis ke file Povray.

Kami memulai output dengan povstart().

```
>povstart(zoom=4);
```

Pertama kita mendefinisikan tiga silinder, dan menyimpannya dalam string di Euler.

Fungsi povx() dll. hanya mengembalikan vektor [1,0,0], yang dapat digunakan sebagai gantinya.

```
>c1=povcylinder(-povx,povx,1,povlook(red)); ...
c2=povcylinder(-povy,povy,1,povlook(yellow)); ...
c3=povcylinder(-povz,povz,1,povlook(blue)); ...
```

String tersebut berisi kode Povray, yang tidak perlu kita pahami pada saat itu.

```
>c2
```

```
cylinder { <0,0,-1>, <0,0,1>, 1
  texture { pigment { color rgb <0.941176,0.941176,0.392157> }  }
  finish { ambient 0.2 }
}
```

Seperti yang Anda lihat, kami menambahkan tekstur pada objek dalam tiga warna berbeda.

Hal ini dilakukan oleh povlook(), yang mengembalikan string dengan kode Povray yang relevan. Kita dapat menggunakan warna default Euler, atau menentukan warna kita sendiri. Kita juga dapat menambahkan transparansi, atau mengubah cahaya sekitar.

```
>povlook(rgb(0.1,0.2,0.3),0.1,0.5)
```

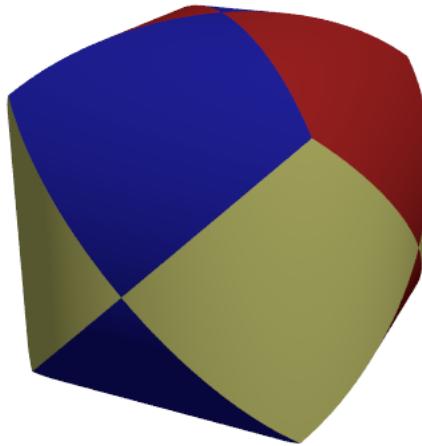
```
texture { pigment { color rgbf <0.101961,0.2,0.301961,0.1> }  }
finish { ambient 0.5 }
```

Sekarang kita mendefinisikan objek persimpangan, dan menulis hasilnya ke file.

```
>writeln(povintersection([c1,c2,c3]));
```

Persimpangan tiga silinder sulit untuk divisualisasikan jika Anda belum pernah melihatnya sebelumnya.

```
>povend;
```



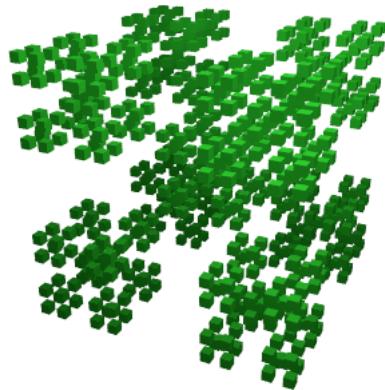
Fungsi berikut menghasilkan fraktal secara rekursif.

Fungsi pertama menunjukkan bagaimana Euler menangani objek Povray sederhana. Fungsi povbox() mengembalikan string, yang berisi koordinat kotak, tekstur, dan hasil akhir.

```
>function onebox(x,y,z,d) := povbox([x,y,z],[x+d,y+d,z+d],povlook());
>function fractal (x,y,z,h,n) ...
```

```
if n==1 then writeln(onebox(x,y,z,h));
else
  h=h/3;
  fractal(x,y,z,h,n-1);
  fractal(x+2*h,y,z,h,n-1);
  fractal(x,y+2*h,z,h,n-1);
  fractal(x,y,z+2*h,h,n-1);
  fractal(x+2*h,y+2*h,z,h,n-1);
  fractal(x+2*h,y,z+2*h,h,n-1);
  fractal(x,y+2*h,z+2*h,h,n-1);
  fractal(x+2*h,y+2*h,z+2*h,h,n-1);
  fractal(x+h,y+h,z+h,h,n-1);
endif;
endfunction
```

```
>povstart(fade=10,<shadow>);
>fractal(-1,-1,-1,2,4);
>povend();
```



Perbedaan memungkinkan pemisahan satu objek dari objek lainnya. Seperti persimpangan, ada bagian dari objek CSG di Povray.

```
>povstart(light=[5,-5,5],fade=10);
```

Untuk demonstrasi ini, kami mendefinisikan objek di Povray, alih-alih menggunakan string di Euler. Definisi segera ditulis ke file.

Koordinat kotak -1 berarti [-1,-1,-1].

```
>povdefine("mycube",povbox(-1,1));
```

Kita bisa menggunakan objek ini di povobject(), yang mengembalikan string seperti biasa.

```
>c1=povobject("mycube",povlook(red));
```

Kami membuat kubus kedua, dan memutar serta menskalakannya sedikit.

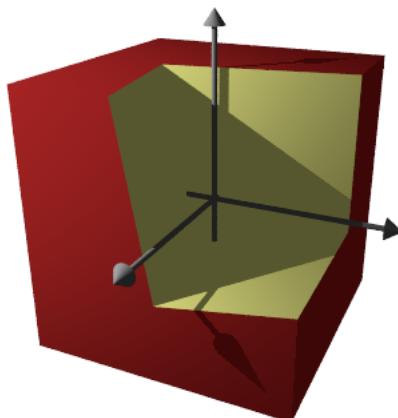
```
>c2=povobject("mycube",povlook(yellow),translate=[1,1,1], ...  
rotate=xrotate(10°)+yrotate(10°), scale=1.2);
```

Lalu kita ambil selisih kedua benda tersebut.

```
>writeln(povdifference(c1,c2));
```

Sekarang tambahkan tiga sumbu.

```
>writeAxis(-1.2,1.2,axis=1); ...  
writeAxis(-1.2,1.2,axis=2); ...  
writeAxis(-1.2,1.2,axis=4); ...  
povend();
```



Povray dapat memplot himpunan di mana $f(x,y,z)=0$, seperti parameter implisit di plot3d. Namun hasilnya terlihat jauh lebih baik.

Sintaks untuk fungsinya sedikit berbeda. Anda tidak dapat menggunakan keluaran ekspresi Maxima atau Euler.

$$((x^2+y^2-c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-c^2)^2+(y^2-1)^2) = d$$

```
>povstart(angle=70°,height=50°,zoom=4);
>c=0.1; d=0.1; ...
>writeln(povsurface("(pow(pow(x,2)+pow(y,2)-pow(c,2),2)+pow(pow(z,2)-1,2))* (pow(pow(y,2)+pow(z,2)-pow(c,2),2)+pow(pow(x,2)-1,2))* (pow(pow(povend());
```

```
Error : Povray error!
Error generated by error() command
povray:
    error("Povray error!");
Try "trace errors" to inspect local variables after errors.
povend:
    povray(file,w,h,aspect,exit);
```

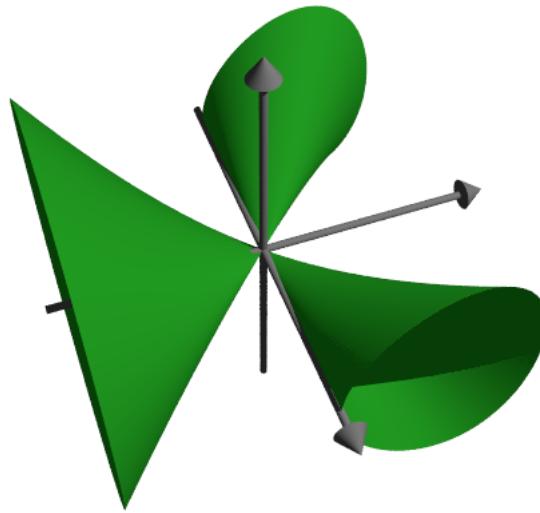
```
>povstart(angle=25°,height=10°);
>writeln(povsurface("pow(x,2)+pow(y,2)*pow(z,2)-1",povlook(blue),povbox(-2,2,"")));
>povend();
```



```
>povstart(angle=70°,height=50°,zoom=4);
```

Buat permukaan implisit. Perhatikan sintaksis yang berbeda dalam ekspresi.

```
>writeln(povsurface("pow(x,2)*y-pow(y,3)-pow(z,2)",povlook(green))); ...
writeAxes(); ...
povend();
```



Objek Jaring

Dalam contoh ini, kami menunjukkan cara membuat objek mesh, dan menggambarnya dengan informasi tambahan.

Kita ingin memaksimalkan xy pada kondisi $x+y=1$ dan mendemonstrasikan sentuhan tangensial garis datar.

```
>povstart(angle=-10°,center=[0.5,0.5,0.5],zoom=7);
```

Kita tidak dapat menyimpan objek dalam string seperti sebelumnya, karena terlalu besar. Jadi kita mendefinisikan objek dalam file Povray menggunakan #declare. Fungsi povtriangle() melakukan ini secara otomatis. Ia dapat menerima vektor normal seperti pov3d().

Berikut ini definisi objek mesh, dan segera menuliskannya ke dalam file.

```
>x=0:0.02:1; y=x'; z=x*y; vx=-y; vy=-x; vz=1;  
>mesh=povtriangles(x,y,z,"",vx,vy,vz);
```

Sekarang kita mendefinisikan dua cakram, yang akan berpotongan dengan permukaan.

```
>cl=povdisc([0.5,0.5,0],[1,1,0],2); ...  
ll=povdisc([0,0,1/4],[0,0,1],2);
```

Tulis permukaannya dikurangi kedua cakram.

```
>writeln(povdifference(mesh,povunion([cl,ll]),povlook(green)));
```

Tuliskan kedua perpotongan tersebut.

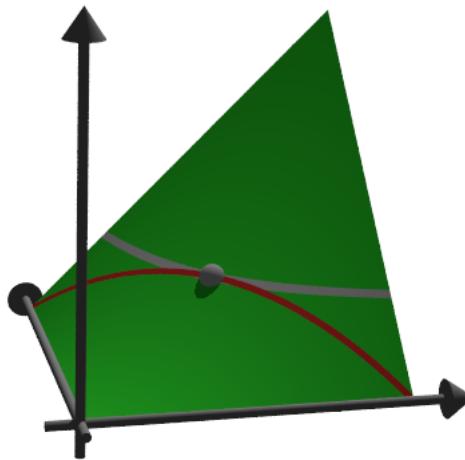
```
>writeln(povintersection([mesh,cl],povlook(red))); ...  
writeln(povintersection([mesh,ll],povlook(gray)));
```

Write a point at the maximum.

```
>writeln(povpoint([1/2,1/2,1/4],povlook(gray),size=2*defaultpointsize));
```

Tambahkan sumbu dan selesai.

```
>writeAxes(0,1,0,1,0,1,d=0.015); ...  
povend();
```



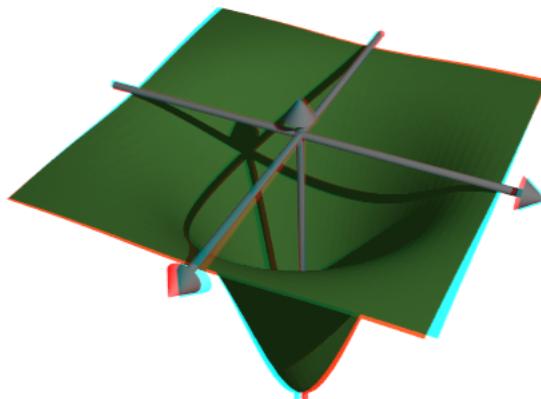
Anaglyph di Povray

Untuk menghasilkan anaglyph untuk kacamata merah/cyan, Povray harus dijalankan dua kali dari posisi kamera berbeda. Ini menghasilkan dua file Povray dan dua file PNG, yang dimuat dengan fungsi loadanaglyph().

Tentu saja, Anda memerlukan kacamata berwarna merah/cyan untuk melihat contoh berikut dengan benar.

Fungsi pov3d() memiliki saklar sederhana untuk menghasilkan anaglyph.

```
>pov3d("-exp(-x^2-y^2)/2",r=2,height=45°,>anaglyph, ...
       center=[0,0,0.5],zoom=3.5);
```

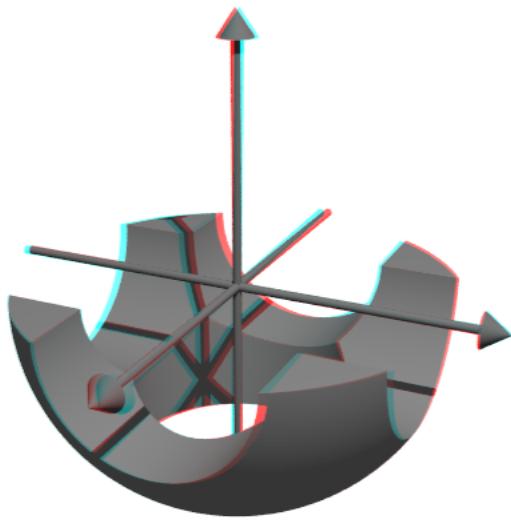


Jika Anda membuat adegan dengan objek, Anda perlu memasukkan pembuatan adegan ke dalam fungsi, dan menjalankannya dua kali dengan nilai berbeda untuk parameter anaglyph.

```
>function myscene ...
  s=povsphere(povc,1);
  cl=povcylinder(-povz,povz,0.5);
  c1x=povobject(cl,rotate=xrotate(90°));
  c1y=povobject(cl,rotate=yrotate(90°));
  c=povbox([-1,-1,0],1);
  un=povunion([cl,c1x,c1y,c]);
  obj=povdifference(s,un,povlook(red));
  writeln(obj);
  writeAxes();
endfunction
```

Fungsi povanaglyph() melakukan semua ini. Parameternya seperti gabungan povstart() dan povend().

```
>povanaglyph("myscene",zoom=4.5);
```



Mendefinisikan Objek sendiri

Antarmuka povray Euler berisi banyak objek. Namun Anda tidak dibatasi pada hal ini. Anda dapat membuat objek sendiri, yang menggabungkan objek lain, atau merupakan objek yang benar-benar baru.

Kami mendemonstrasikan torus. Perintah Povray untuk ini adalah "torus". Jadi kami mengembalikan string dengan perintah ini dan parameternya. Perhatikan bahwa torus selalu berpusat pada titik asal.

```
>function povdonut (r1,r2,look="")
    return "torus {" + r1 + "," + r2 + look + "}";
endfunction
```

Here is our first torus.

```
>t1=povdonut (0.8,0.2)
```

```
torus {0.8,0.2}
```

Mari kita gunakan objek ini untuk membuat torus kedua, diterjemahkan dan diputar.

```
>t2=povobject(t1,rotate=xrotate(90°),translate=[0.8,0,0])
```

```
object { torus {0.8,0.2}
    rotate 90 *x
    translate <0.8,0,0>
}
```

Sekarang kita tempatkan objek-objek tersebut ke dalam sebuah adegan. Untuk tampilannya kami menggunakan Phong Shading.

```
>povstart(center=[0.4,0,0],angle=0°,zoom=3.8,aspect=1.5); ...
writeln(povobject(t1,povlook(green,phong=1))); ...
writeln(povobject(t2,povlook(green,phong=1))); ...
```

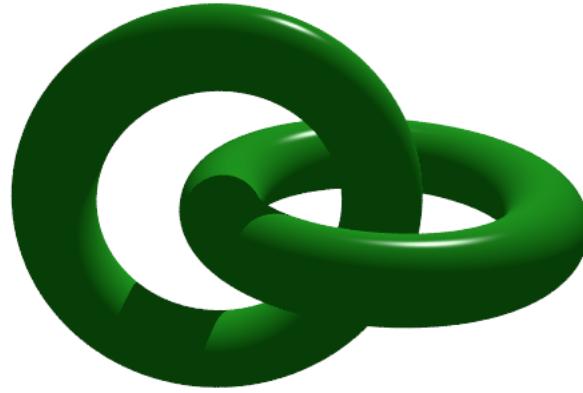
```
>povend();
```

memanggil program Povray. Namun, jika terjadi kesalahan, kesalahan tersebut tidak ditampilkan. Oleh karena itu Anda harus menggunakan

```
>povend(<exit>);
```

jika ada yang tidak berhasil. Ini akan membiarkan jendela Povray terbuka.

```
>povend(h=320,w=480);
```



Berikut adalah contoh yang lebih rumit. Kita menyelesaikan

$$Ax \leq b, \quad x \geq 0, \quad c \cdot x \rightarrow \text{Max.}$$

dan menunjukkan titik-titik yang layak dan optimal dalam plot 3D.

```
>A=[10,8,4;5,6,8;6,3,2;9,5,6];
>b=[10,10,10,10]';
>c=[1,1,1];
```

Pertama, mari kita periksa, apakah contoh ini punya solusinya.

```
>x=simplex(A,b,c,>max,>check)'
```

```
[0, 1, 0.5]
```

Ya, sudah.

Selanjutnya kita mendefinisikan dua objek. Yang pertama adalah pesawat

$$a \cdot x \leq b$$

```
>function oneplane (a,b,look="")
  return povplane(a,b,look)
endfunction
```

Kemudian kita mendefinisikan perpotongan semua setengah ruang dan sebuah kubus.

```
>function adm (A, b, r, look="")
  ol=[];
  loop 1 to rows(A); ol=ol|oneplane(A[#],b[#]); end;
  ol=ol|povbox([0,0,0],[r,r,r]);
  return povintersection(ol,look);
endfunction
```

Sekarang kita dapat memplot pandangannya.

```
>povstart(angle=120°,center=[0.5,0.5,0.5],zoom=3.5); ...
writeln(adm(A,b,2,povlook(green,0.4))); ...
writeAxes(0,1.3,0,1.6,0,1.5); ...
```

Berikut ini adalah lingkaran di sekitar optimal.

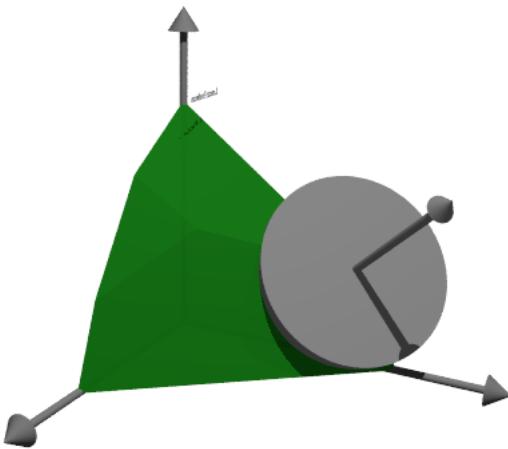
```
>writeln(povintersection([povsphere(x,0.5),povplane(c,c.x')], ...
povlook(red,0.9)));
```

Dan kesalahan ke arah optimal.

```
>writeln(povarrow(x,c*0.5,povlook(red)));
```

Kami menambahkan teks ke layar. Teks hanyalah objek 3D. Kita perlu menempatkannya sesuai dengan pandangan kita.

```
>writeln(povtext("Linear Problem", [0,0.2,1.3],size=0.05,rotate=5°)); ...
povend();
```



Contoh Lainnya

Anda dapat menemukan beberapa contoh Povray di Euler di file berikut.

[Examples/Dandelin Spheres](#)
[Examples/Donut Math](#)
[Examples/Trefoil Knot](#)
[Examples/Optimization by Affine Scaling](#)

Dandelin Spheres dengan Povray

Anda dapat menjalankan demonstrasi ini, jika Anda telah menginstal Povray, dan pengine.exe di jalur program. Simpan buku catatan ke File Euler Anda terlebih dahulu.

Pertama kita hitung jari-jari bola.

Jika diperhatikan gambar di bawah, terlihat bahwa kita membutuhkan dua lingkaran yang menyentuh dua garis yang membentuk kerucut, dan satu garis yang membentuk bidang yang memotong kerucut.

Kami menggunakan file geometri Euler untuk ini.

```
>load geometry;
```

Pertama dua garis membentuk kerucut.

```
>g1 &= lineThrough([0,0],[1,a])
```

```
[- a, 1, 0]
```

```
>g2 &= lineThrough([0,0],[-1,a])
```

```
[- a, - 1, 0]
```

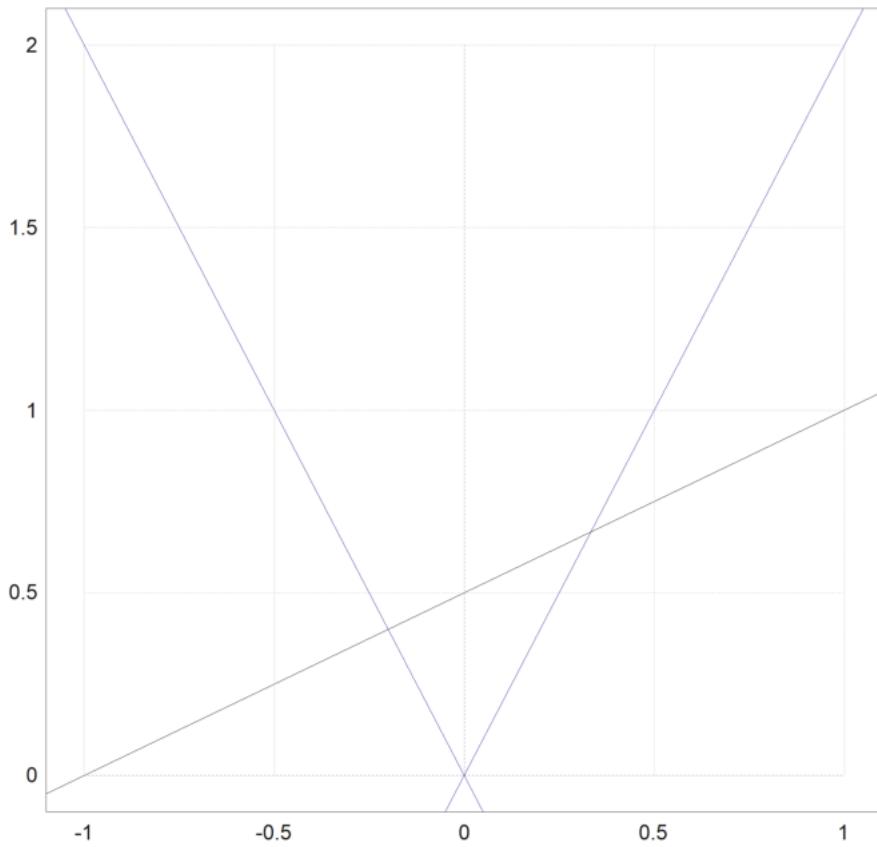
Lalu baris ketiga.

```
>g &= lineThrough([-1,0],[1,1])
```

```
[- 1, 2, 1]
```

Kami merencanakan semuanya sejauh ini.

```
>setPlotRange(-1,1,0,2);
>color(black); plotLine(g(),"")
>a:=2; color(blue); plotLine(g1(),""), plotLine(g2(),""):
```



Sekarang kita ambil titik umum pada sumbu y.

```
>P &= [0, u]
```

[0, u]

Hitung jarak ke g1.

```
>d1 &= distance(P,projectToLine(P,g1)); $&d1
```

$$\sqrt{\left(\frac{a^2 u}{a^2 + 1} - u\right)^2 + \frac{a^2 u^2}{(a^2 + 1)^2}}$$

Hitung jarak ke g.

```
>d &= distance(P,projectToLine(P,g)); $&d
```

$$\sqrt{\left(\frac{u+2}{5} - u\right)^2 + \frac{(2u-1)^2}{25}}$$

Dan tentukan pusat kedua lingkaran yang jaraknya sama.

```
>sol &= solve(d1^2=d^2,u); $&sol
```

$$\left[u = \frac{-\sqrt{5}\sqrt{a^2 + 1} + 2a^2 + 2}{4a^2 - 1}, u = \frac{\sqrt{5}\sqrt{a^2 + 1} + 2a^2 + 2}{4a^2 - 1} \right]$$

Ada dua solusi.

Kami mengevaluasi solusi simbolis, dan menemukan kedua pusat, dan kedua jarak.

```
>u := sol()
```

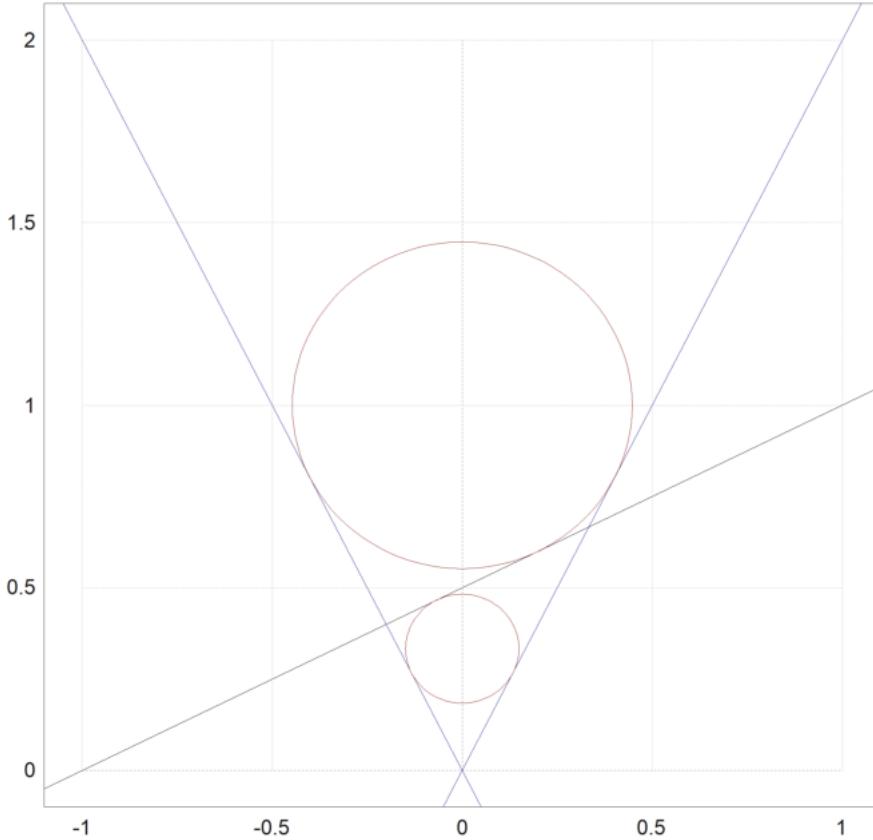
[0.333333, 1]

```
>dd := d()
```

```
[0.149071, 0.447214]
```

Plot lingkaran ke dalam gambar.

```
>color(red);
>plotCircle(circleWithCenter([0,u[1]],dd[1]), "");
>plotCircle(circleWithCenter([0,u[2]],dd[2]), "");
>insimg;
```



Plot dengan Povray

Selanjutnya kita plot semuanya dengan Povray. Perhatikan bahwa Anda mengubah perintah apa pun dalam urutan perintah Povray berikut, dan menjalankan kembali semua perintah dengan Shift-Return.

Pertama kita memuat fungsi povray

Kami mengatur adegan dengan tepat.

```
>povstart(zoom=11,center=[0,0,0.5],height=10°,angle=140°);
```

Selanjutnya kita menulis kedua bola tersebut ke file Povray.

```
>writeln(povsphere([0,0,u[1]],dd[1],povlook(red)));
>writeln(povsphere([0,0,u[2]],dd[2],povlook(red)));
```

Dan kerucutnya, transparan.

```
>writeln(povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1,povlook(lightgray,1)));
```

Kami menghasilkan bidang yang dibatasi pada kerucut.

```
>gp=g();
>pc=povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1,"");
>vp=[gp[1],0,gp[2]]; dp=gp[3];
>writeln(povplane(vp,dp,povlook(blue,0.5),pc));
```

Sekarang kita buat dua titik pada lingkaran, dimana bola menyentuh kerucut.

```
>function turnz(v) := return [-v[2],v[1],v[3]];
>P1=projectToLine([0,u[1]],g1()); P1=turnz([P1[1],0,P1[2]]);
```

```
>writeln(povpoint(P1,povlook(yellow)));
>P2=projectToLine([0,u[2]],g1()); P2=turnz([P2[1],0,P2[2]]);
>writeln(povpoint(P2,povlook(yellow))');
```

Lalu kita buat dua titik di mana bola menyentuh bidang. Ini adalah fokus elips.

```
>P3=projectToLine([0,u[1]],g()); P3=[P3[1],0,P3[2]];
>writeln(povpoint(P3,povlook(yellow)));
>P4=projectToLine([0,u[2]],g()); P4=[P4[1],0,P4[2]];
>writeln(povpoint(P4,povlook(yellow))');
```

Selanjutnya kita hitung perpotongan P1P2 dengan bidang.

```
>t1=scalp(vp,P1)-dp; t2=scalp(vp,P2)-dp; P5=P1+t1/(t1-t2)*(P2-P1);
>writeln(povpoint(P5,povlook(yellow)));
```

Kami menghubungkan titik-titik dengan segmen garis.

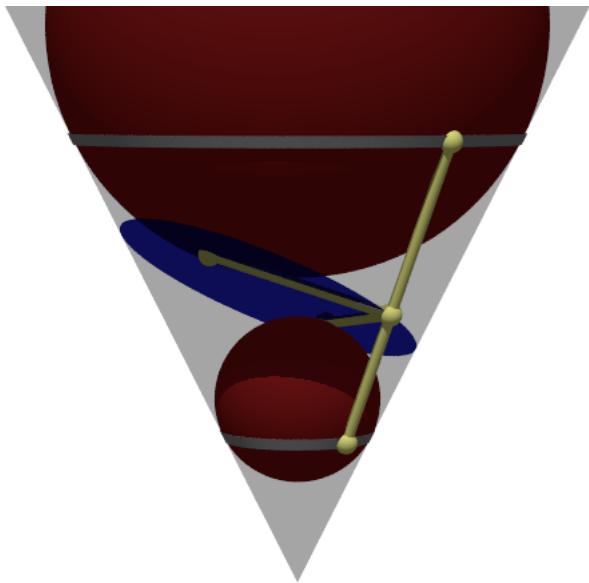
```
>writeln(povsegment(P1,P2,povlook(yellow)));
>writeln(povsegment(P5,P3,povlook(yellow)));
>writeln(povsegment(P5,P4,povlook(yellow))');
```

Sekarang kita menghasilkan pita abu-abu, dimana bola menyentuh kerucut

```
>pcw=povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1.01);
>pc1=povcylinder([0,0,P1[3]-defaultpointsiz/2],[0,0,P1[3]+defaultpointsiz/2],1);
>writeln(povintersection([pcw,pc1],povlook(gray)));
>pc2=povcylinder([0,0,P2[3]-defaultpointsiz/2],[0,0,P2[3]+defaultpointsiz/2],1);
>writeln(povintersection([pcw,pc2],povlook(gray))');
```

Akhiri file, dan mulai program Povray.

```
>povend();
```



>

```
endfunction
```

>

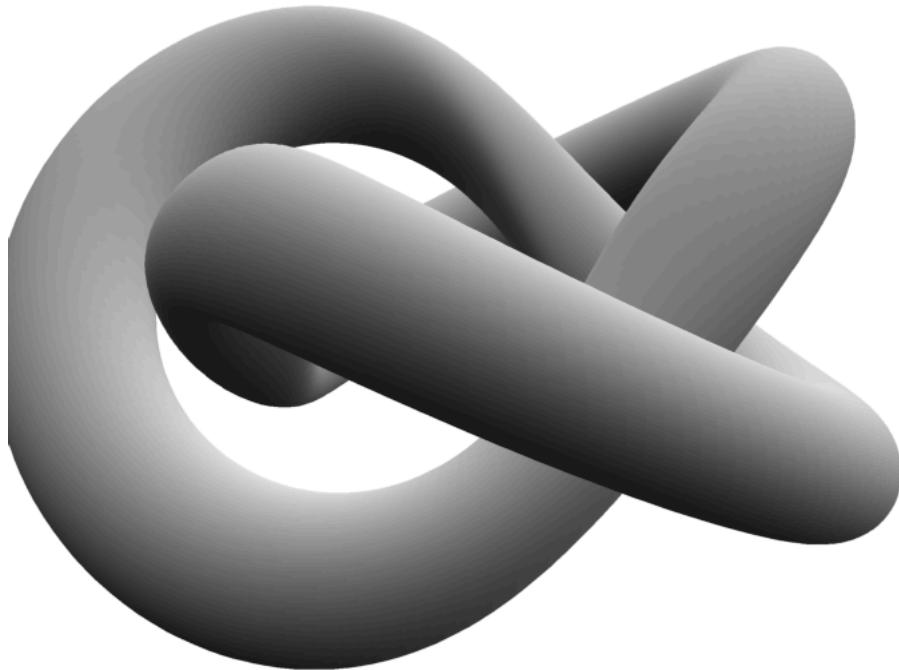
Simpul Trefoil

oleh R. Grothmann

berdasarkan buku catatan oleh A. Basser

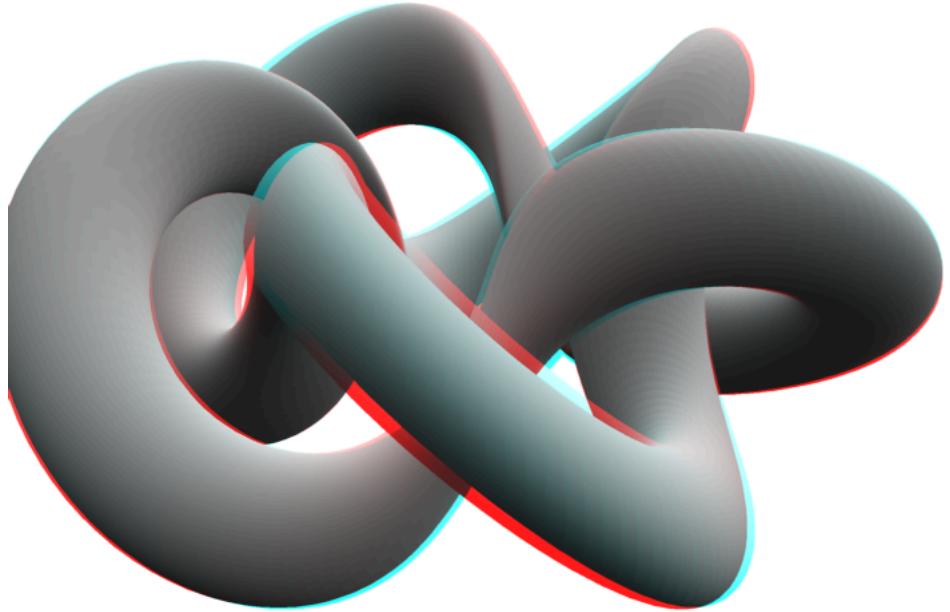
Simpul trefoil hampir bergaya tubeplot (jari-jarinya kurang seragam).

```
>u:=linspace(-pi,pi,160); v:=linspace(-pi,pi,400)'; ...
x:=(4*(1+.25*sin(3*v))+cos(u))*cos(2*v); ...
y:=(4*(1+.25*sin(3*v))+cos(u))*sin(2*v); z=sin(u)+2*cos(3*v); ...
plot3d(x,y,z,frame=0,scale=1.5,hue=1,light=[1,0,-1],zoom=3.2):
```



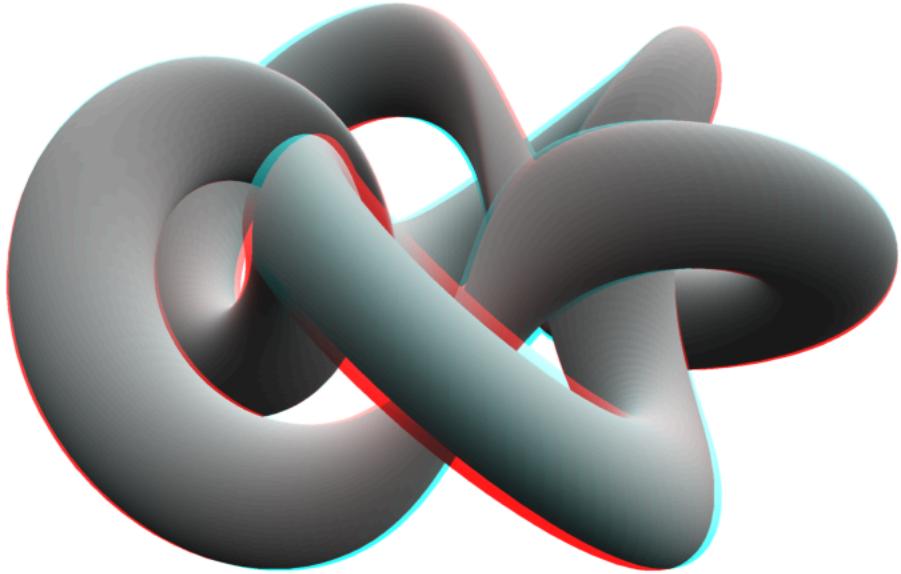
Tampilan anaglyph 3D dari simpul ini.

```
>plot3d(x,y,z,frame=0,scale=1.5,hue=1,light=[1,0,-1],anaglyph=1,zoom=3.2):
```



Gunakan kacamata merah/cyan untuk melihatnya.

```
>x:=(4*(1+.4*sin(5*v))+cos(u))*cos(2*v); ...
y:=(4*(1+.4*sin(5*v))+cos(u))*sin(2*v); z=sin(u)+2*cos(5*v); ...
plot3d(x,y,z,frame=0,scale=1.5,hue=1,light=[1,0,-1],zoom=3,anaglyph=1):
```



Penjelasan

Saya mencoba menjelaskan hal ini, dan meningkatkan tampilan dengan membuat radius tabung lebih konsisten.

Pertama kurva tersebut didasarkan pada kurva dengan koordinat sebagai berikut.

```
>function fx (t) &= 4*(1+sin(3*t)/3)*sin(2*t); $&fx(t)
```

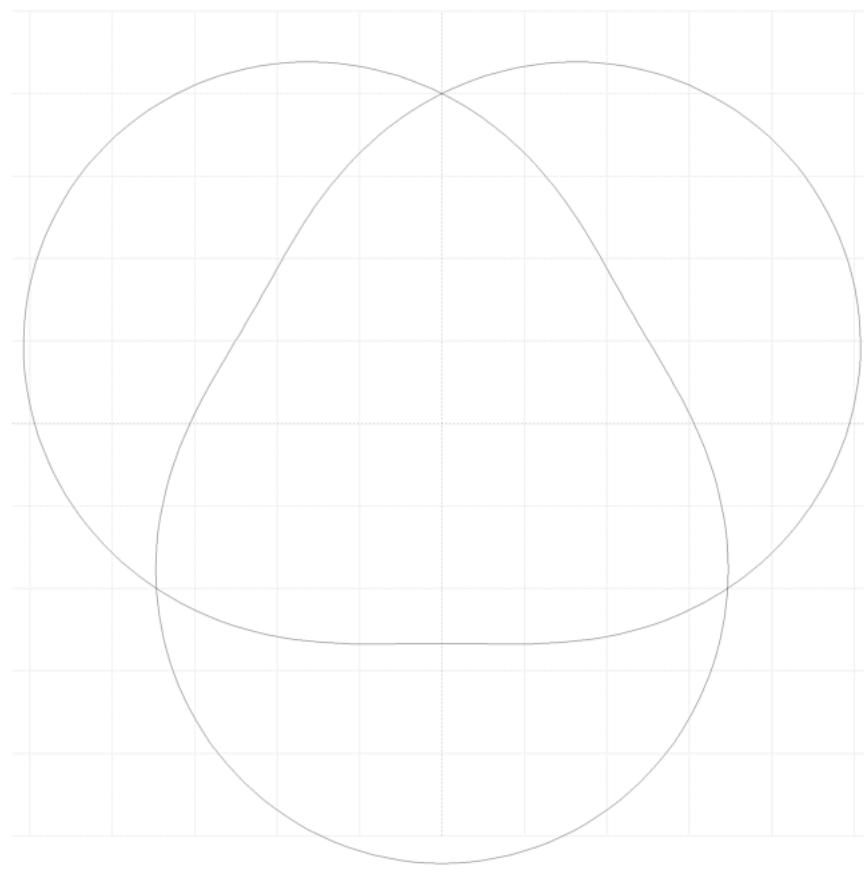
$$4 \sin (2 t) \left(\frac{\sin (3 t)}{3}+1\right)$$

```
>function fy (t) &= 4*(1+sin(3*t)/3)*cos(2*t); $&fy(t)
```

$$4 \cos (2 t) \left(\frac{\sin (3 t)}{3}+1\right)$$

Kurva ini berjalan dua kali mengelilingi lingkaran satuan dengan radius bergantian secara periodik.

```
>t=linspace(-pi,pi,400); ...
plot2d(fx(t),fy(t),r=5):
```



Jika kita menambahkan tinggi pada kurva ini, kita mendapatkan kurva yang membentuk simpul 3D.

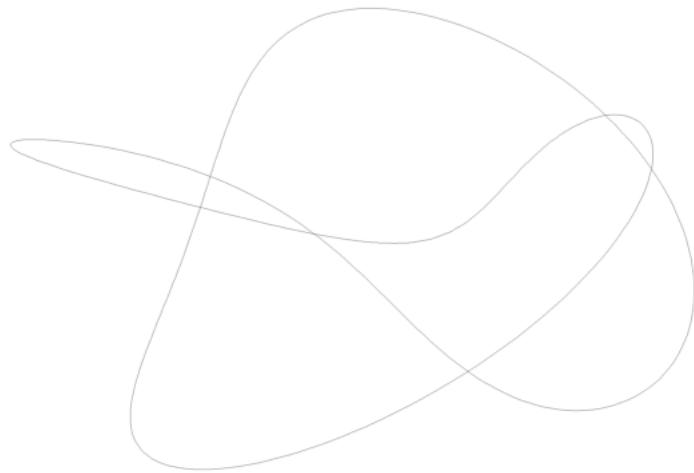
```
>function fz(t) &= 2*cos(3*t); $&fz(t)
```

$$2 \cos(3t)$$

Putar gambar dengan tombol cursor untuk mendapatkan kesan simpul. Atau tekan a untuk menghasilkan anaglyph, jika Anda memiliki kacamata merah/cyan.

```
>plot3d(fx(t),fy(t),fz(t),wire=1,>user,zoom=4,<frame, ...  
title=" Press cursor keys, a, space, or return.":
```

Press cursor keys, a, space, or return.



```
>function f(t) &= [fx(t),fy(t),fz(t)]; $&f(t)
```

$$\left[4 \sin(2t) \left(\frac{\sin(3t)}{3} + 1 \right), 4 \cos(2t) \left(\frac{\sin(3t)}{3} + 1 \right), 2 \cos(3t) \right]$$

Selanjutnya kita menambahkan tabung ke kurva.

Daripada memutar lingkaran sederhana di sekitar sumbu x, kita menghitung vektor turunan dari kurva.

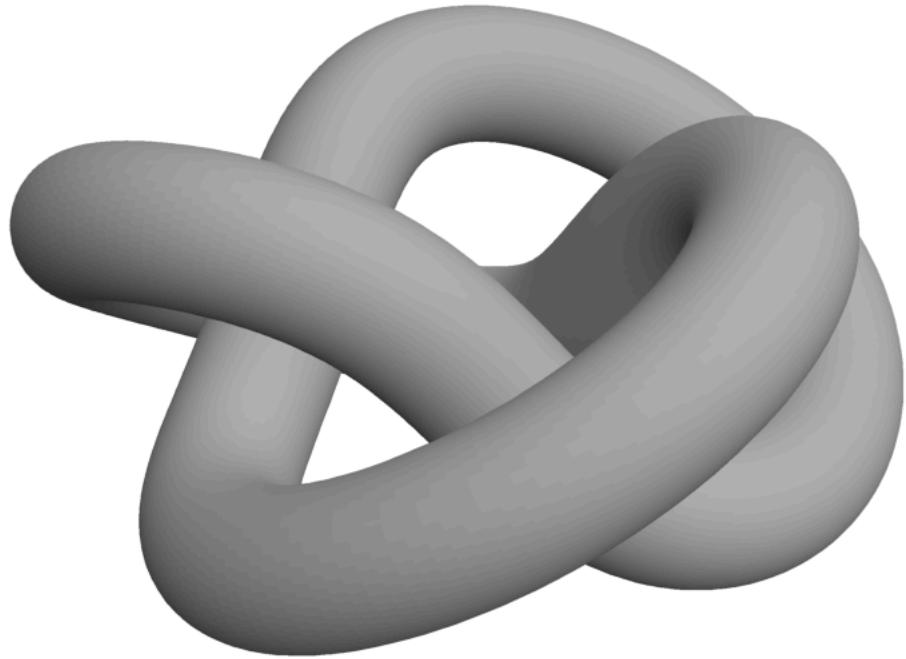
```
>function df(t) &= diff(f(t),t); $&df(t)
```

$$\left[8 \cos(2t) \left(\frac{\sin(3t)}{3} + 1 \right) + 4 \sin(2t) \cos(3t), 4 \cos(2t) \cos(3t) - 8 \sin(2t) \left(\frac{\sin(3t)}{3} + 1 \right), -6 \sin(3t) \right]$$

```
>function w1(t) &= [df(t)[2],-df(t)[1],0]; $&w1(t)
```

$$\left[4 \cos(2t) \cos(3t) - 8 \sin(2t) \left(\frac{\sin(3t)}{3} + 1 \right), -8 \cos(2t) \left(\frac{\sin(3t)}{3} + 1 \right) - 4 \sin(2t) \cos(3t), 0 \right]$$

```
>function w2(t) &= crossproduct(df(t),w1(t));
>function g(s,t,r) &= f(t)+r*(cos(s)*w1(t)/norm(w1(t))+sin(s)*w2(t)/norm(w2(t)));
>function gx(s,t) &= g(s,t,r)[1];
>function gy(s,t) &= g(s,t,r)[2];
>function gz(s,t) &= g(s,t,r)[3];
>s=linspace(pi,-pi,160)';
>r=1;
>fullwindow; plot3d(gx(s,t),gy(s,t),gz(s,t),>hue,<frame,zoom=5,max=0.7,amb=0):
```



Pengoptimalan dengan Affine Scaling

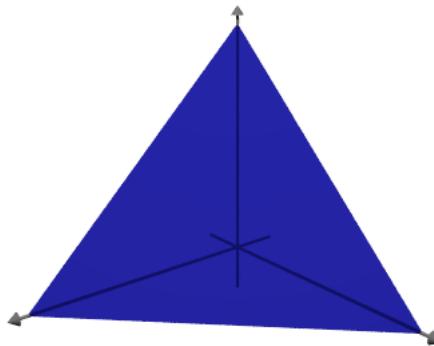
oleh R. Grothmann

Kami mendemonstrasikan metode yang dilakukan Vanderbei dan penulis lain dari tahun 1985-1986 untuk optimasi. Ada implementasi metode ini di Euler, yang mungkin berguna.

```
>povstart(distance=9,center=[0,0,1],angle=140°);
>loop 1 to 8; writeln(povpoint(X[:,#]',povlook(red),0.05)); end;
```

```
Can only use one index for strings or string vectors!
Error in:
loop 1 to 8; writeln(povpoint(X[:,#]',povlook(red),0.05)); end; ...  
^
```

```
>writeAxes(-0.5,3,-0.5,3,-0.5,3);
>writeln(povplane([1,1,1],3,povlook(blue,0.5),povbox([0,0,0],[4,4,4],look="")));
>povend();
```



Donat Matematika

Pertama mari kita membuat donasi yang sangat bagus. Kami menggunakan Povray untuk itu dengan bayangan Phong. Perintah ini hanya berfungsi jika Anda telah menginstal Povray dengan benar.

```
>povstart(angle=0,height=40°);
>function povdonat (r1,r2,look="") := "torus {" + r1 + "," + r2 + "look+"} ";
>writeln(povobject(povdonat(1,0.5),povlook(red,>phong),xrotate(90°)));
>povend();
```



Torus adalah bayangan silinder pada pemetaan berikut.

```
>function phi(x,t,z) &= [x*cos(t),x*sin(t),z]; $&phi(x,t,z)
[cos t x, sin t x, z]
```

Untuk Euler, kita memerlukan koordinat x, y, dan z dari pemetaan ini.

```
>function phix(x,t,z) &= phi(x,t,z)[1]; $&phix(x,t,z)
cos t x
```

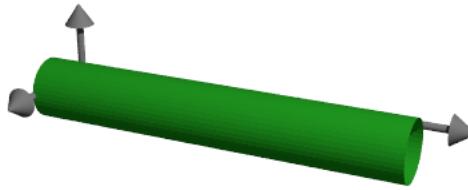
```
>function phiy(x,t,z) &= phi(x,t,z)[2]; $&phi(y(x,t,z))
sin t x
```

```
>function phiz(x,t,z) &= phi(x,t,z)[3]; $&phiz(x,t,z)
```

z

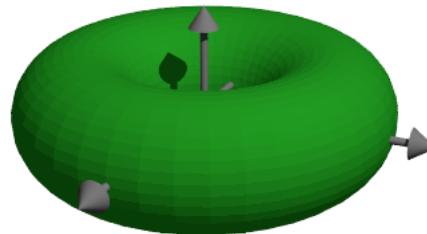
Sekarang kita membuat sebuah silinder dengan lingkaran yang berpusat di $x=R$, $y=0$, $z=0$ dengan tinggi 2π .

```
>s=linspace(0,2pi,40); t=s';
>R=1; r=0.5;
>x=R+r*cos(s); y=t; z=r*sin(s);
>pov3d(x,y,z,zoom=4);
```



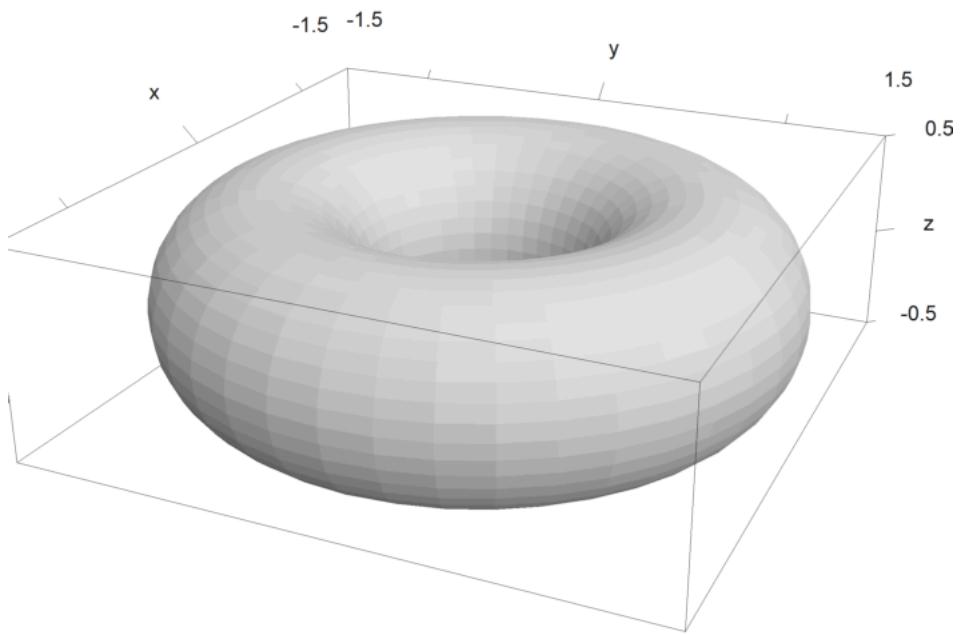
Transformasi phi memetakan silinder ini ke donat. Setiap titik dipetakan dengan phi.

```
>X=phix(x,y,z); Y=phiy(x,y,z); Z=phiz(x,y,z);
>pov3d(X,Y,Z,zoom=3.8);
```



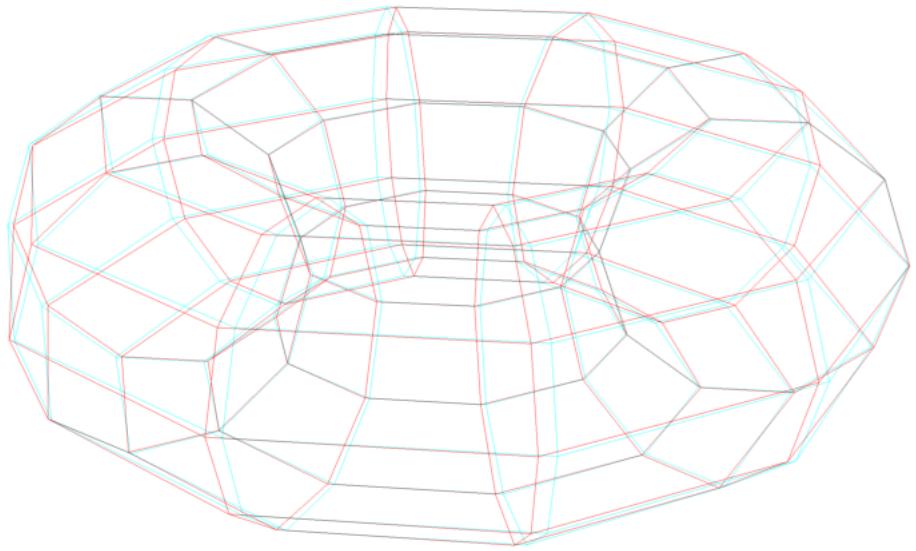
Berikut adalah gambar yang sama di Euler. Kita ambil $-Z$, karena bayangan Euler default didasarkan pada sisi permukaan yang benar.

```
>plot3d(X,Y,-Z,>hue,zoom=3.6):
```



Gambar berikut adalah Anaglyph untuk kacamata merah/cyan yang menunjukkan bingkai kawat torus dengan lebih sedikit detail

```
>s=linspace(0,2pi,10); t=s'; ...
R=1; r=0.5; ...
X=phix(R+r*cos(s),t,r*sin(s)); ...
Y=phiy(R+r*cos(s),t,r*sin(s)); ...
Z=phiz(R+r*cos(s),t,r*sin(s)); ...
plot3d(X,Y,Z,>wire,zoom=5,<frame,>anaglyph):
```



You need red/cyan glasses to appreciate the image.