

Matemática Discreta - Año 2025
Facultad de Ciencias Exactas UNRC
Práctico 2

§ **Ejercicios de repaso.** Los ejercicios marcados con (*) son para resolver como práctica para el parcial.

- (1) La cantidad de dígitos o cifras de un número se cuenta a partir del primer dígito distinto de cero. Por ejemplo, 0035010 es un número de 5 dígitos.
 - a) ¿Cuántos números de 5 dígitos hay?
 - b) ¿Cuántos números pares de 5 dígitos hay?
 - c) ¿Cuántos números de 5 dígitos existen con sólo un 3?
 - d) ¿Cuántos números capicúas de 5 dígitos existen?
 - e) ¿Cuántos números capicúas de a lo sumo 5 dígitos hay?
- (2) ¿Cuántos números impares de cuatro cifras hay?
- (3) En los boletos viejos de ómnibus, aparecía un *número* de 5 cifras (en este caso podían empezar con 0), y uno tenía un *boleto capicúa* si el número lo era.
 - a) ¿Cuántos boletos capicúas había?
 - b) ¿Cuántos boletos había en los cuales no hubiera ningún dígito repetido?
- (4) Las antiguas patentes de auto tenían una letra indicativa de la provincia y luego 6 dígitos. (En algunas provincias, Bs. As. y Capital, tenían 7 dígitos, pero ignoremos eso por el momento). Luego vinieron patentes que tienen 3 letras y luego 3 dígitos. Finalmente, ahora las patentes tienen 2 letras, luego 3 dígitos y a continuación dos letras más ¿Cuántas patentes pueden hacerse con cada uno de los sistemas?
- (5)
 - a) ¿De cuántas formas distintas pueden ordenarse las letras de la palabra ALGEBRA
 - b) Ídem con las palabras GEOMETRIA, MATEMATICA.
 - c) ¿De cuántas formas distintas pueden ordenarse las letras de la palabra MATEMATICA si se pide que las consonantes y las vocales se alternen?
- (6) (*) Si uno tiene 8 CD distintos de Rock, 7 CD distintos de Música Clásica y 5 CD distintos de Cuarteto,
 - a) ¿Cuántas formas distintas hay de seleccionar un CD?
 - b) ¿Cuántas formas hay de seleccionar tres CD, uno de cada tipo?

c) Un sonidista en una fiesta de casamientos planea poner 3 CD, uno a continuación de otro. ¿Cuántas formas distintas tiene de hacerlo si le han dicho que no mezcle más de dos estilos?

(7) ¿Cuántos subconjuntos de $\{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$ contienen al menos un impar?

(8) ¿Cuántos comités pueden formarse de un conjunto de 6 mujeres y 4 hombres, si el comité debe estar compuesto por 3 mujeres y 2 hombres?

(9) (*) ¿De cuántas formas puede formarse un comité de 5 personas tomadas de un grupo de 11 personas, entre las cuales hay 4 profesores y 7 estudiantes, si:

a) el comité debe tener exactamente 2 profesores?

b) el comité debe tener al menos 3 profesores?

c) el profesor X y el estudiante Y no pueden estar juntos en el comité?

(10) ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse 8 personas en una mesa circular?

(11) Calcular los $n \in \mathbb{N}$ que satisfacen:

$$\binom{n+1}{2} = \binom{n}{1} + 3$$

(12) Dados m, n y k naturales tales que $m \leq k \leq n$, probar que se verifica

$$\binom{n}{k} \binom{k}{m} = \binom{n}{m} \binom{n-m}{k-m}.$$

(13) (*) Probar que para todo $i, j, k \in \mathbb{N}_0$ vale

$$\binom{i+j+k}{i} \binom{j+k}{j} = \frac{(i+j+k)!}{i!j!k!}$$

(14) Demostrar que para todo $n \in \mathbb{N}$ vale:

$$a) \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n.$$

$$b) \binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \dots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$$

(15) Calcular el coeficiente de la potencia x^{18} en el desarrollo del binomio $(2 + x^3)^{10}$.

(16) Probar que para todo natural n vale que

$$\binom{2n}{2} = 2 \binom{n}{2} + n^2.$$