

**Matemática Discreta - Año 2025**  
**Facultad de Ciencias Exactas UNRC**  
**Práctico 3**

§ **Ejercicios de repaso.** Los ejercicios marcados con (\*) son para resolver como práctica para el parcial.

- (1) Hallar el cociente y el resto de la división de:  
a) 135 por 23.                      b)  $-135$  por 23.                      c) 135 por  $-23$ .  
d)  $-135$  por  $-23$ .                      e) 127 por 99.                      f)  $-98$  por  $-73$ .
- (2) a) Si  $a = b \cdot q + r$ , con  $b \leq r < 2b$ , hallar el cociente y el resto de la división de  $a$  por  $b$ .  
b) Repetir el ejercicio anterior, suponiendo ahora que  $-b \leq r < 0$ .
- (3) Dado  $m \in \mathbb{N}$  hallar los restos posibles de  $m^2$  y  $m^3$  en la división por 3, 4, 5, 7, 8, 11.
- (4) Expresar en base 10 los siguientes enteros:  
a)  $(1503)_6$                       b)  $(1111)_2$                       c)  $(1111)_{12}$   
d)  $(123)_4$                       e) (\*)  $(12121)_3$                       f) (\*)  $(1111)_5$
- (5) Convertir  
a)  $(133)_4$  a base 8,                      b)  $(B38)_{16}$  a base 8,  
c) (\*)  $(3506)_7$  a base 2,                      d) (\*)  $(1541)_6$  a base 4.
- (6) Calcular:  
a)  $(2234)_5 + (2310)_5$ ,                      b)  $(10101101)_2 + (10011)_2$ .
- (7) Expresar en base 5:  $(1503)_6 + (1111)_2$ .
- (8) Sean  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Demostrar las siguientes afirmaciones:  
a) Si  $ab = 1$ , entonces  $a = b = 1$  ó  $a = b = -1$ .  
b) Si  $a, b \neq 0$ ,  $a|b$  y  $b|a$ , entonces  $a = b$  ó  $a = -b$ .  
c) Si  $a|1$ , entonces  $a = 1$  ó  $a = -1$ .  
d) Si  $a \neq 0$ ,  $a|b$  y  $a|c$ , entonces  $a|(b + c)$  y  $a|(b - c)$ .  
e) Si  $a \neq 0$ ,  $a|b$  y  $a|(b + c)$ , entonces  $a|c$ .  
f) Si  $a \neq 0$  y  $a|b$ , entonces  $a|b \cdot c$ .
- (9) Dados  $b, c$  enteros, probar las siguientes propiedades:

- a) 0 es par y 1 es impar.
- b) Si  $b$  es par y  $b \mid c$ , entonces  $c$  es par. (Por lo tanto, si  $b$  es par, también lo es  $-b$ ).
- c) Si  $b$  y  $c$  son pares, entonces  $b + c$  también lo es.
- d) La suma de un número par y uno impar es impar.
- e)  $b + c$  es par si y sólo si  $b$  y  $c$  son ambos pares o ambos impares.
- (10) Probar que  $n(n + 1)$  es par para todo  $n$  entero.
- (11) (\*) Probar que todo entero impar que no es múltiplo de 3, es de la forma  $6m \pm 1$ , con  $m$  entero.
- (12) a) Usando el Binomio de Newton demostrar que  $5^n - 1$  es divisible por 4.  
b) (\*) Probar que el producto de cuatro enteros consecutivos es divisible por 24 (ayuda: el número combinatorio  $\binom{n}{4}$  es entero).
- (13) Calcular el máximo común divisor y expresarlo como combinación lineal de los números dados, para cada uno de los siguientes pares de números:  
a) 14 y 35,                      b) 12 y 52,  
c) 725 y 441,                      d) (\*) 606 y 108,
- (14) Encontrar el máximo común divisor entre 12 y 14. Demostrar por definición que el número encontrado satisface las dos propiedades del máximo común divisor.
- (15) Probar que no existen enteros  $x$  e  $y$  que satisfagan  $x + y = 100$  y  $(x, y) = 3$ .
- (16) a) Sean  $a$  y  $b$  coprimos. Probar que si  $a \mid b \cdot c$  entonces  $a \mid c$ .  
b) Sean  $a$  y  $b$  coprimos. Probar que si  $a \mid c$  y  $b \mid c$ , entonces  $a \cdot b \mid c$ .
- (17) Encontrar todos los enteros positivos  $a$  y  $b$  tales que  $(a, b) = 10$  y  $[a, b] = 100$ .
- (18) Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números usando la descomposición en números primos.  
a)  $a = 12$  y  $b = 15$ .                      b)  $a = 11$  y  $b = 13$ .  
c)  $a = 140$  y  $b = 150$ .                      d)  $a = 3^2 \cdot 5^2$  y  $b = 2^2 \cdot 11$ .
- (19) Encontrar todos los enteros positivos  $n$  y  $m$  que satisfagan la ecuación:

$$49n^3 = 30m^2$$