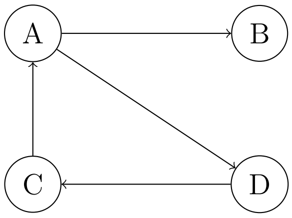
Coloreo de grafos

Lautaro Luna

Contents

1 Coloreo de grafos

Considerando el siguiente grafo:



1.1 Reestricciones del problema

1.1.1 Las aristas son sólo entre nodos

$$(\forall s, t \ :: \ edge_2(s,t) \rightarrow node_1(s) \wedge node_1(t)) \tag{1}$$

1.1.2 El coloreo es entre nodo y color

$$(\forall n :: (\forall c :: coloring_2(n,c) \rightarrow node_1(n) \wedge color_1(c))) \tag{2}$$

1.1.3 Todo nodo tiene un único color

$$(\forall n, c, c' :: (coloring_2(n,c) \wedge coloring_2(n,c')) \rightarrow eq_2(c,c')) \tag{3}$$

1.1.4 No hay nodos adyacentes con el mismo color

$$\neg(\exists s, t, c :: edge_2(s,t) \wedge coloring_2(s,c) \wedge coloring_2(t,c)) \tag{4}$$

1.1.5 Los nodos no son colores y los colores no son nodos

$$(\forall x :: node_1(x) \vee color_1(x)) \wedge \neg(\exists x :: node_1(x) \wedge color_1(x)) \tag{5}$$

1.1.6 Tengo sólo 3 colores

$$\begin{gathered} color_1(C1) \wedge color_1(C2) \wedge color_1(C3) \\ \wedge (C1 \neq C2) \wedge (C2 \neq C3) \wedge (C1 \neq C3) \\ (\forall c :: color_1(c) \rightarrow c = C1 \vee c = C2 \vee c = C3) \end{gathered} \tag{6}$$

	$node_1$
0	1
1	1
2	1
3	1
4	0
5	0
6	0

2 Club de lectura

Se analiza un modelo lógico para representar la estructura de un club de lectura, utilizando predicados que distinguen entre miembros, novelas de misterio y novelas de ciencia ficción, así como la relación de gusto entre ellos.

2.1 Modelo que no debería ser permitido

$member_1$ (ϕ)

0	1
1	1
2	0
3	0

$mysteryNovel_1$ (ψ)

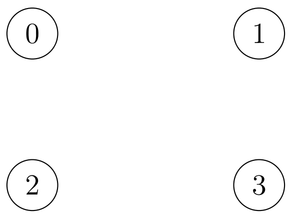
0	0
1	1
2	1
3	0

$scifiNovel_1$ (ω)

0	0
1	0
2	0
3	1

$likes_2$

	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0



2.2 Valuación

$$\llbracket\ (\forall x(\text{isMember}(x) \rightarrow \neg(\text{isMysteryNovel}(x) \lor \text{isSciFiNovel}(x)))\ \land (\forall x((\text{isMysteryNovel}(x) \lor \text{isSciFiNovel}(x)) \rightarrow \neg\text{isMember}(x)))\ \rrbracket = 0$$

Para todo x, si x es un miembro, entonces x no es una novela de misterio o una novela de ciencia ficción. Y para todo x, si x es una novela de misterio o una novela de ciencia ficción, entonces x no es un miembro. En otras palabras, esta fórmula indica que un miembro no puede ser ningún tipo de novela, y si es alguno de los tipos de novelas, no es un miembro.

2.3 Justificación en modelo no permitido

1	$[\![(\forall x(\phi(x) \to \neg(\psi(x) \vee \omega(x))) \wedge (\forall x((\psi(x) \vee \omega(x)) \to \neg\phi(x)))]\!]$
2	$min([\![\phi]\!], [\![\psi]\!])$
3	$[\![(\forall x(\phi(x) \to \neg(\psi(x) \vee \omega(x)))]\!]$
4	min
5	$[\![\phi(x) \to \neg(\psi(x) \vee \omega(x)]\!]$ **cuando x = 1**
6	$max(1 - [\![\phi(x)]\!], [\![\neg(\psi(x) \vee \omega(x)]\!])$
7	$[\![\phi(x)]\!]$
8	1
9	$[\![\neg(\psi(x) \vee \omega(x))]\!]$
10	$1 - [\![(\psi(x) \vee \omega(x))]\!]$
11	$[\![\psi(x) \vee \omega(x)]\!]$
12	$max([\![(\psi(x)]\!], [\![\omega(x)]\!]$
13	$[\![\psi(x)]\!]$
14	1
15	$[\![\omega(x)]\!]$
16	0
17	1
18	0
19	$max(1 - 1, 0)$
20	$max(0, 0)$
21	0
22	0
23	$[\![\phi]\!]$
24	0

En este caso, tomamos x = 1. La fórmula que propusimos da falsa; con x = 1, x es en este modelo a la vez, un miembro y una novela de misterio, pero establecimos formalmente que este caso no puede darse.

2.4 Modelo bueno

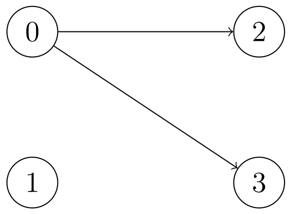
	$member_1$ (ϕ)
0	1
1	1
2	0
3	0

	$mysteryNovel_1$ (ψ)
0	0
1	0
2	1
3	0

	$scifiNovel_1$ (ω)
0	0
1	0
2	0
3	1

$likes_2$

	0	1	2	3
0	0	0	1	1
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0



2.4.1 Evitar reflexión

$(\forall x :: \neg likes_2(x, x))$

2.4.2 A ningún miembro le puede gustar otro miembro

$(\forall P1, P2 :: member_1(P1) \wedge member_1(P2) \wedge P1 \neq P2 \rightarrow \neg likes_2(P1, P2))$

2.4.3 A ninguna novela le puede gustar otra novela

$(\forall x, y :: (mysteryNovel_1(x) \vee scifiNovel_1(x)) \wedge (mysteryNovel_1(y) \vee scifiNovel_1(y))$
$\rightarrow \neg likes_2(x, y))$

2.4.4 A ninguna novela le puede gustar un miembro

$(\forall x, p :: (mysteryNovel_1(x) \vee scifiNovel_1(x)) \wedge member_1(p) \rightarrow \neg likes_2(x, p))$

2.4.5 Existe un miembro que le gusta una de cada tipo de novela

$(\exists p, m, s :: member_1(p) \wedge mysteryNovel_1(m) \wedge scifiNovel_1(s) \wedge likes_2(p, m) \wedge likes_2(p, s))$

Universo: 1, 2, 3

G_2

	1	2	3
1	1	1	0
2	1	1	1
3	0	1	1

2.5 Lol

Probar que:
$(\forall x, y :: G_2(x, y) \to G_2(x, y)$

1	$[\![(\forall x, y :: G_2(x, y) \to G_2(x, y)]\!]$
2	min
3	$\quad [\![G_2(x, y) \to G_2(x, y)]\!]$
4	$\quad max(1 - [\![G_2(x, y)]\!], [\![G_2(y, x)]\!]$
5	$\quad\quad [\![G_2(x, y)]\!]$
6	$\quad\quad ?$
7	$\quad\quad [\![G_2(y, y)]\!]$
8	$\quad\quad ?$
9	$\quad ?$
10	$?$

3 Problema de materias y franjas horarias

Se presenta la siguiente situación problemática:

En la universidad, cursamos cinco materias: **Lógica**, **Algoritmos (Naza)**, **Algoritmos (Ariel)**, **Matemática para Computación** y **Matemática para Agronomía**. Disponemos de tres franjas horarias posibles: **Mañana**, **Mediodía** y **Tarde**. El objetivo es asignar cada materia a una franja horaria, de forma tal que no se produzcan conflictos. ictos dados en el problema: materia 0 con 1, 0 c Modelaremos esta situación como un **problema de coloreo de grafos**, lo cual nos permitirá aplicar técnicas formales para encontrar una solución válida.

- Cada **materia** será representada por un **nodo**.
- Cada **franja horaria** será representada por un **color**.
- Cada **conflicto** entre materias será representado por una **arista** entre nodos.

Definimos que existe un **conflicto** entre dos materias si:

- Comparten estudiantes, o
- Son dictadas por el mismo docente.

Por ejemplo, si **Lógica** y **Matemática para Computación** son dictadas por el mismo profesor, entonces hay un conflicto entre ambas, por lo que deben asignarse a franjas horarias distintas.

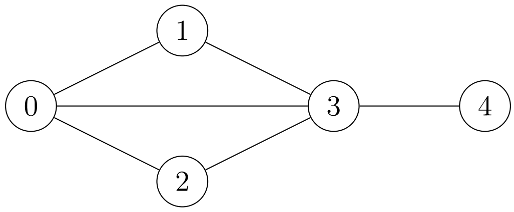
La estructura concreta de los conflictos es la siguiente:

- **Lógica** está en conflicto con **Algoritmos (Naza)** (comparten alumnos).
- **Lógica** está en conflicto con **Algoritmos (Ariel)** (comparten alumnos).
- **Lógica** está en conflicto con **Matemática para Computación** (comparten alumnos).
- **Algoritmos (Naza)** está en conflicto con **Matemática para Computación** (comparten alumnos).
- **Algoritmos (Ariel)** está en conflicto con **Matemática para Computación** (comparten alumnos).
- **Matemática para Computación** está en conflicto con **Matemática para Agronomía** (comparten docente).

3.1 Grafo sin colorear

Para representar esta situación, usamos un grafo sin colorear, donde los nodos corresponden a las materias de la siguiente manera:

- 0: Lógica
- 1: Algoritmos (Naza)
- 2: Algoritmos (Ariel)
- 3: Matemática para Computación
- 4: Matemática para Agronomía



De esta manera, podemos representar visualmente la situación, mostando las materias y los conflictos entre ellas.

3.2 Modelo base

El grafo anterior se representa con este modelo:
Notar que la matriz $assignedTo_2$ está vacía porque aún no tenemos materias asignadas.
(El grafo no tiene colores).

Δ
0
1
2
3
4
5
6
7

Constantes	
L	0
AN	1
AA	2
MC	3
MA	4
Manana	5
Mediodia	6
Tarde	7

	$subject_1$
0	1
1	1
2	1
3	1
4	1
5	0
6	0
7	0

	$timeSlot_1$
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	1
6	1
7	1

Franjas	
Mañana	5
Mediodía	6
Tarde	7

$inConflict_2$

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0
2	1	0	0	1	0	0	0	0
3	1	1	1	0	1	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

$assignedTo_2$

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

3.3 Restricciones

Debemos considerar ciertas reestricciones para poder construir modelos válidos.

3.3.1 Irreflexividad (Conflictos)

Si tenemos bucles (nodos autorreflexivos), será imposible colorear el grafo. Por lo tanto, los nodos (materias) no pueden estar en conflicto consigo mismas.

$$(\forall s :: \neg inConflict_2(s, s))$$

3.3.2 Irreflexividad (Franjas horarias)

Los franjas horarias no pueden estar asignadas a sí mismas ni a otras franjas horarias.

$$(\forall c :: \neg assignedTo_2(c, c)) \wedge \neg(\exists c' :: assignedTo_2(c, c') \vee assignedTo_2(c, c')))$$

3.3.3 Los conflictos son sólo entre materias

No tiene sentido dos franjas horarias estén en conflicto, tampoco que una materia esté en conflicto con una franja horaria y viceversa.

$$(\forall s, t :: inConflict_2(s, t) \Rightarrow subject_1(s) \wedge subject_1(t))$$

3.3.4 La asignación es entre materias y franjas horarias

No tendría sentido que se asigne una franja horaria a una franja horaria, ni tampoco asignar una materia a otra.

$$(\forall s, c :: assignedTo_2(s, c) \Rightarrow subject_1(s) \wedge timeSlot_1(c))$$

3.3.5 Simetría de conflictos

Si una materia s está en conflicto con una materia t, entonces t está en conflicto con s.

$$(\forall s, t :: inConflict_2(s, t) \Leftrightarrow inConflict_2(t, s))$$

3.3.6 Todas las materias tienen una única franja horaria

No queremos que se pueda asignar la misma materia a dos franjas horarias diferentes. En coloreo de grafos, es el equivalente a decir: "Los nodos sólo pueden estar pintados de un solo color".

$$(\forall s :: subject_1(s) \Rightarrow (\exists c :: assignedTo_2(s, c) \wedge \ (\forall x, x' :: \\ (assignedTo_2(s, x) \wedge assignedTo_2(s, x')) \Rightarrow x = x')))$$

3.3.7 No hay materias en conflicto en la misma franja horaria

Supongamos en caso en que dos materias están en conflicto porque comparten estudiantes, si se ponen en la misma franja horaria, los estudiantes no podrán asistir a las dos clases al mismo tiempo.

$$\neg(\exists s, t, c :: inConflict_2(s,t) \wedge assignedTo_2(s,c) \wedge assignedTo_2(t,c))$$

3.3.8 Las materias no son franjas horarias y las franjas horarias no son materias

$$(\forall x :: subject_1(x) \vee timeSlot_1(x)) \wedge \neg(\exists x :: subject_1(x) \wedge timeSlot_1(x))$$

3.3.9 Hay exactamente 3 franjas horarias

$$\begin{aligned}
& timeSlot_1(\text{Manana}) \wedge timeSlot_1(\text{Mediodia}) \wedge timeSlot_1(\text{Tarde}) \\
\wedge\ \ & (\text{Manana} \neq \text{Mediodia}) \wedge (\text{Mediodia} \neq \text{Tarde}) \wedge (\text{Manana} \neq \text{Tarde}) \\
\wedge\ \ & (\forall x :: timeSlot_1(x) \Rightarrow (x = \text{Manana} \vee x = \text{Mediodia} \vee x = \text{Tarde}))
\end{aligned}$$

3.3.10 Hay exactamente 5 materias

$$\begin{aligned}
& subject_1(\text{L}) \wedge subject_1(\text{AN}) \wedge subject_1(\text{AA}) \wedge subject_1(\text{MC}) \wedge subject_1(\text{MA}) \\
\wedge\ \ & (\text{L} \neq \text{AN}) \wedge (\text{L} \neq \text{AA}) \wedge (\text{L} \neq \text{MC}) \wedge (\text{L} \neq \text{MA}) \\
\wedge\ \ & (\text{AN} \neq \text{AA}) \wedge (\text{AN} \neq \text{MC}) \wedge (\text{AN} \neq \text{MA}) \\
\wedge\ \ & (\text{AA} \neq \text{MC}) \wedge (\text{AA} \neq \text{MA}) \wedge (\text{MC} \neq \text{MA}) \\
\wedge\ \ & (\forall x :: subject_1(x) \Rightarrow (x = \text{L} \vee x = \text{AN} \vee x = \text{AA} \vee x = \text{MC} \vee x = \text{MA}))
\end{aligned}$$

3.3.11 Los conflictos de mi problema son:

$$\begin{aligned}
& inConflict_2(L, AN) \wedge inConflict_2(AN, L) \\
& inConflict_2(L, AA) \wedge inConflict_2(AA, L) \\
& inConflict_2(AN, MC) \wedge inConflict_2(MC, AN) \\
& inConflict_2(AA, MC) \wedge inConflict_2(MC, AA) \\
& inConflict_2(MC, MA) \wedge inConflict_2(MA, MC)
\end{aligned}$$

3.4 Modelo que plantea una solución

Δ
0
1
2
3
4
5
6
7

Constantes	
L	0
AN	1
AA	2
MC	3
MA	4
Manana	5
Mediodia	6
Tarde	7

	$subject_1$
0	1
1	1
2	1
3	1
4	1
5	0
6	0
7	0

	$timeSlot_1$
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	1
6	1
7	1

Franjas	
Mañana	5
Mediodía	6
Tarde	7

$inConflict_2$

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0
2	1	0	0	1	0	0	0	0
3	1	1	1	0	1	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

$assignedTo_2$

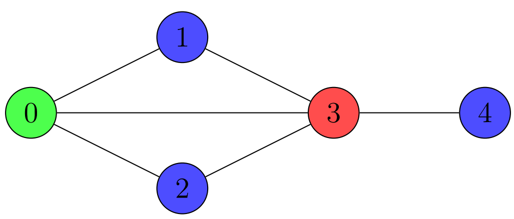
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

$state_2$ **(fusionado)**

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
0	0	1	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0	0
2	1	0	0	1	0	1	0	0
3	1	1	1	0	1	0	1	0
4	0	0	0	1	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

Leyenda:

0	Vacío
1	En conflicto ($inConflict_2$)
1	Asignado ($assignedTo_2$)



Este modelo presenta una solución al problema asignando:

- Mañana (Azul): Algoritmos Naza, Algoritmos Ariel, Matemática para Agronomía.
- Mediodia (Rojo): Matemática para Computación.
- Tarde (Verde): Lógica.

3.5 Satisfacibilidad del modelo solución propuesto

4 Asignación de materias a franjas horarias (Usando una sola matriz)

Se presenta la siguiente situación problemática:

En la universidad, cursamos cinco materias: **Lógica**, **Algoritmos (Naza)**, **Algoritmos (Ariel)**, **Matemática para Computación** y **Matemática para Agronomía**. Disponemos de tres franjas horarias posibles: **Mañana**, **Mediodía** y **Tarde**. El objetivo es asignar cada materia a una franja horaria, de forma tal que no se produzcan conflictos.

Modelaremos esta situación como un **problema de coloreo de grafos**, lo cual nos permitirá aplicar técnicas formales para encontrar una solución válida.

- Cada **materia** será representada por un **nodo**.
- Cada **franja horaria** será representada por un **color**.
- Cada **conflicto** entre materias será representado por una **arista** entre nodos.

Definimos que existe un **conflicto** entre dos materias si:

- Comparten estudiantes, o
- Son dictadas por el mismo docente.

Por ejemplo, si **Lógica** y **Matemática para Computación** son dictadas por el mismo profesor, entonces hay un conflicto entre ambas, por lo que deben asignarse a franjas horarias distintas.

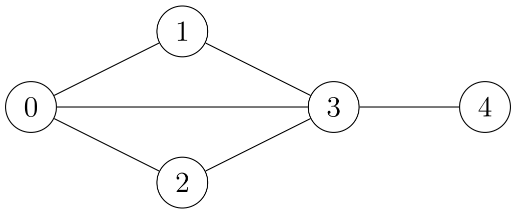
La estructura concreta de los conflictos es la siguiente:

- **Lógica** está en conflicto con **Algoritmos (Naza)** (comparten alumnos).
- **Lógica** está en conflicto con **Algoritmos (Ariel)** (comparten alumnos).
- **Lógica** está en conflicto con **Matemática para Computación** (comparten alumnos).
- **Algoritmos (Naza)** está en conflicto con **Matemática para Computación** (comparten alumnos).
- **Algoritmos (Ariel)** está en conflicto con **Matemática para Computación** (comparten alumnos).
- **Matemática para Computación** está en conflicto con **Matemática para Agronomía** (comparten docente).

4.1 Grafo sin colorear

Para representar esta situación, usamos un grafo sin colorear, donde los nodos corresponden a las materias de la siguiente manera:

- 0: Lógica
- 1: Algoritmos (Naza)
- 2: Algoritmos (Ariel)
- 3: Matemática para Computación
- 4: Matemática para Agronomía



De esta manera, podemos representar visualmente la situación, mostando las materias y los conflictos entre ellas.

4.2 Modelo base

El grafo anterior se representa con este modelo:
Notar que la matriz $assignedTo_2$ está vacía porque aún no tenemos materias asignadas.
(El grafo no tiene colores).

Δ
0
1
2
3
4
5
6
7

Constantes

L	0
AN	1
AA	2
MC	3
MA	4
Manana	5
Mediodia	6
Tarde	7

$subject_1$

0	1
1	1
2	1
3	1
4	1
5	0
6	0
7	0

$timeSlot_1$

0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	1
6	1
7	1

Franjas

Mañana	5
Mediodía	6
Tarde	7

$state_2$

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0
2	1	0	0	1	0	0	0	0
3	1	1	1	0	1	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

Leyenda:

0	Vacío
1	En conflicto (‘$inConflict_2$‘)
1	Asignado (‘$assignedTo_2$‘)

4.3 Reestricciones

Debemos considerar ciertas reestricciones para poder construir modelos válidos.

4.3.1 Irreflexividad (φ_1):

$$(\forall s :: \neg\, state_2(s,s))$$

Ninguna materia está en conflicto consigo misma. Ni Ninguna franja se asigna a sí misma.

4.3.2 No hay conflictos o asignacion entre dos franjas distintas (φ_2)

$$\neg(\exists s, t\ ::\ timeSlot_1(s) \wedge timeSlot_1(t) \wedge s \neq t \wedge state_2(s,t))$$

No hay conflicto ni asignación de una franja a otra franja diferente (no hay conflicto o asignación franja–franja)

4.3.3 Conflictos solo entre materias (φ_3):

$$(\forall s, t\ ::\ subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \rightarrow subject_1(s))$$

Si $state_2(s,t)$ representa un conflicto (y t es una materia), entonces s también debe ser una materia.

4.3.4 Asignación entre materia y franja (φ_4):

$$(\forall s, t\ ::\ timeSlot_1(t) \wedge state_2(s,t) \rightarrow subject_1(s))$$

Si $state_2(s,t)$ representa una asignación (y t es una franja horaria), entonces s debe ser una materia.

4.3.5 Simetría de conflictos (φ_5):

$$(\forall s, t\ ::\ subject_1(s) \wedge subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \Rightarrow state_2(t,s))$$

El conflicto es bidireccional: si s y t son materias y s está en conflicto con t, entonces t debería estar en conflicto con s.

4.3.6 Única franja por materia (φ_6):

$$(\forall s :: subject_1(s) \Rightarrow (\exists t :: assignedTo_2(s,t) \wedge (\forall t' :: assignedTo_2(s,t) \wedge assignedTo_2(s,t') \Rightarrow t = t')))$$

Cada materia s tiene sólo una materia t asignada.

4.3.7 No hay materias en conflicto en la misma franja (φ_7):

$$(\forall s, s' :: subject_1(s) \wedge subject_1(s') \wedge state_2(s, s') \Rightarrow (\forall t :: timeSlot_1(t) \Rightarrow \neg(state_2(s, t) \wedge state_2(s', t)))$$

Si s' y s' son materias en conflicto ($state_2(s, s')$), no pueden compartir la misma franja t.

4.3.8 Materias y franjas disjuntas (φ_8):

$$(\forall x :: subject_1(x) \vee timeSlot_1(x)) \wedge \neg(\exists x :: subject_1(x) \wedge timeSlot_1(x))$$

Todo elemento es una materia o una franja horaria y ningún elemento corresponde simultáneamente a materia y a franja.

4.3.9 Exactamente 3 franjas horarias (φ_9):

$$(\forall t :: 5 \leq t \leq 7 \Leftrightarrow t = 5 \vee t = 6 \vee t = 7)$$

Solo existen tres valores para franjas: 5, 6 y 7.

4.3.10 Exactamente 5 materias (φ_{10}):

$$(\forall s :: 0 \leq s \leq 4 \Leftrightarrow s = 0 \vee s = 1 \vee s = 2 \vee s = 3 \vee s = 4)$$

Solo existen cinco valores para materias: 0, 1, 2, 3 y 4.

4.3.11 Conflictos explícitos del problema (φ_{11}):

$$state_2(0,1) \wedge state_2(0,2) \wedge state_2(0,3) \wedge state_2(1,0) \wedge state_2(1,3) \wedge state_2(2,0) \wedge state_2(2,3) \wedge state_2(3,0) \wedge state_2(3,1) \wedge state_2(3,2) \wedge state_2(3,4) \wedge state_2(4,3)$$

4.4 Modelo que plantea una solución

Δ
0
1
2
3
4
5
6
7

Constantes	
L	0
AN	1
AA	2
MC	3
MA	4
Manana	5
Mediodia	6
Tarde	7

	$subject_1$
0	1
1	1
2	1
3	1
4	1
5	0
6	0
7	0

	$timeSlot_1$
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	1
6	1
7	1

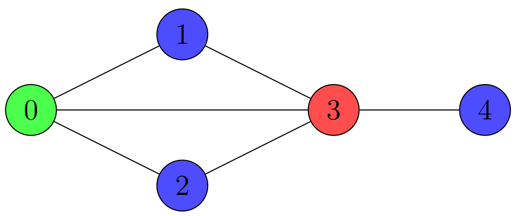
Franjas	
Mañana	5
Mediodía	6
Tarde	7

$state_2$

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
0	0	1	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0	0
2	1	0	0	1	0	1	0	0
3	1	1	1	0	1	0	1	0
4	0	0	0	1	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0

Leyenda:

0	Vacío
1	En conflicto (‘$inConflict_2$‘)
1	Asignado (‘$assignedTo_2$‘)



Este modelo presenta una solución al problema asignando:

- Mañana (Azul): Algoritmos Naza, Algoritmos Ariel, Matemática para Agronomía.
- Mediodia (Rojo): Matemática para Computación.
- Tarde (Verde): Lógica.

4.5 Satisfacibilidad del modelo solución propuesto

4.5.1 Valuación de φ_1

1	$[\![(\forall s :: \neg\, state_2(s,s))]\!]$
2	min
3	$[\![(\neg\, state_2(s,s))]\!]$
4	$1 - [\![state_2(s,s)]\!]$
5	$[\![state_2(s,s)]\!]$ cuando $s \in [0,7]$
6	0
7	1
8	1

4.5.2 Valuación de φ_2

$[\![\neg(\exists s, t :: \mathit{timeSlot}_1(s) \land \mathit{timeSlot}_1(t) \land s \neq t \land \mathit{state}_2(s,t))]\!]$

$1 - [\![(\exists s, t :: \mathit{timeSlot}_1(s) \land \mathit{timeSlot}_1(t) \land s \neq t \land \mathit{state}_2(s,t))]\!]$

$[\![(\exists s, t :: \mathit{timeSlot}_1(s) \land \mathit{timeSlot}_1(t) \land s \neq t \land \mathit{state}_2(s,t))]\!]$ cuando $s \in [0,4]$

max

$[\![(\exists t :: \mathit{timeSlot}_1(s) \land \mathit{timeSlot}_1(t) \land s \neq t \land \mathit{state}_2(s,t))]\!]$ cuando $t \in [0,4]$

max

$[\![\mathit{timeSlot}_1(s) \land \mathit{timeSlot}_1(t) \land s \neq t \land \mathit{state}_2(s,t)]\!]$

$\mathit{min}([\![\mathit{timeSlot}_1(s)]\!], [\![\mathit{timeSlot}_1(t)]\!], [\![s \neq t]\!], [\![\mathit{state}_2(s,t)]\!])$

$[\![\mathit{timeSlot}_1(s)]\!]$

0

0

0

$[\![(\exists t :: \mathit{timeSlot}_1(s) \land \mathit{timeSlot}_1(t) \land s \neq t \land \mathit{state}_2(s,t))]\!]$ cuando $t \in [5,7]$

max

$[\![\mathit{timeSlot}_1(s) \land \mathit{timeSlot}_1(t) \land s \neq t \land \mathit{state}_2(s,t)]\!]$

$\mathit{min}([\![\mathit{timeSlot}_1(s)]\!], [\![\mathit{timeSlot}_1(t)]\!], [\![s \neq t]\!], [\![\mathit{state}_2(s,t)]\!])$

$[\![\mathit{timeSlot}_1(s)]\!]$

0

0

0

0

continúa en la siguiente página..

1 $[\![(\exists s, t \ :: \ timeSlot_1(s) \wedge timeSlot_1(t) \wedge s \neq t \wedge state_2(s,t))]\!]$ cuando $s \in [5,7]$

2 max

3 $[\![(\exists t \ :: \ timeSlot_1(s) \wedge timeSlot_1(t) \wedge s \neq t \wedge state_2(s,t))]\!]$ cuando $t \in [0,7]$

4 max

5 $[\![timeSlot_1(s) \wedge timeSlot_1(t) \wedge s \neq t \wedge state_2(s,t)]\!]$

6 $min([\![timeSlot_1(s)]\!], [\![timeSlot_1(t)]\!], [\![s \neq t]\!], [\![state_2(s,t)]\!])$

7 $[\![state_2(s,t)]\!]$

8 0

9 0

10 0

11 0

12 $1 - 0$

13 1

4.5.3 Valuación de φ_3

1 $[\![(\forall s, t \ :: \ subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \rightarrow subject_1(s))]\!]$

2 max

3 $[\![subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \rightarrow subject_1(s)]\!]$ cuando $s \in [0,7]$ $\wedge$ t $\in [5,7]$

4 $max(1 - [\![subject_1(t) \wedge state_2(s,t)]\!], [\![subject_1(s)]\!])$

5 $[\![subject_1(t) \wedge state_2(s,t)]\!]$

6 $min([\![subject_1(t)]\!], [\![state_2(s,t)]\!])$

7 $[\![subject_1(t)]\!]$

8 0

9 0

10 1

11 $[\![subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \rightarrow subject_1(s)]\!]$ cuando $s \in [5,7]$ $\wedge$ t $\in [0,4]$

12 $max(1 - [\![subject_1(t) \wedge state_2(s,t)]\!], [\![subject_1(s)]\!])$

13 $[\![subject_1(t) \wedge state_2(s,t)]\!]$

14 $min([\![subject_1(t)]\!], [\![state_2(s,t)]\!])$

15 $[\![state_2(s,t)]\!]$

16 0

17 0

18 1

19 continúa en la siguiente página..

1 $\llbracket subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \rightarrow subject_1(s) \rrbracket$ cuando $[s = t]$, o bien cuando $[s = 1$ y $t = 2]$, o bien cuando $[s = 2$ y $t = 1]$, o bien cuando $[s = 4$ y $t \in [0,2]]$, o bien cuando $[s \in [0,2]$ y $t = 4]$

2 $max(1 - \llbracket subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \rrbracket, \llbracket subject_1(s) \rrbracket)$

3 $\llbracket subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \rrbracket$

4 $min(\llbracket subject_1(t) \rrbracket, \llbracket state_2(s,t) \rrbracket)$

5 $\llbracket state_2(s,t) \rrbracket$

6 0

7 0

8 1

9 $\llbracket subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \rightarrow subject_1(s) \rrbracket$ cuando $[(s,t) \in \{(0,1),(0,2),(0,3),(1,0),(1,3),(2,0),(2,3),(3,0),(3,1),(3,2),(3,4),(4,3)]$

10 $max(1 - \llbracket subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \rrbracket, \llbracket subject_1(s) \rrbracket)$

11 $\llbracket subject_1(t) \wedge state_2(s,t) \rrbracket$

12 $min(\llbracket subject_1(t) \rrbracket, \llbracket state_2(s,t) \rrbracket)$

13 1

14 $max(1 - 1, 1)$

15 $max(0, 1)$

16 1

17 1

4.5.4 Valuación de φ_4

5 Modelo de primer parcial

Δ
1
2
3
4
5
6

	$node_1$
1	1
2	1
3	1
4	1
5	0
6	0

	$color_1$
1	0
2	0
3	0
4	0
5	1
6	1

Constantes	
a	1
proxy	2
c	3
d	4
c_1	5
c_2	6

$edge_2$

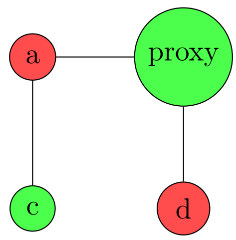
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0	1	1	0	0	0
2	1	0	0	1	0	0
3	1	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

$coloring_2$

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0	0	0	0	1	0
2	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

eq_2

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	1



5.1 Formulas a valuar

- $(\forall n, c :: coloring_2(n, c) \Rightarrow (node_1(n) \wedge color_1(c)))$
- $(\forall n :: node_1(n) \Rightarrow (\exists c :: coloring_2(n, c)))$
- $(\forall n, c, c' :: coloring_2(n, c) \wedge coloring_2(n, c') \Rightarrow eq_2(c, c'))$
- $(\forall n :: node_1(n) \Rightarrow edge_2(n, 2))$
- $(\forall n, m :: node_1(n) \wedge node_1(m) \Rightarrow (\exists p :: edge_2(n, p) \wedge edge_2(p, m)))$
- $(\exists c :: color_1(c) \Rightarrow (\forall n :: coloring_2(n, c)))$

5.1.1 El coloreo es entre nodo y color

1 $[\![(\forall n, c :: coloring_2(n,c) \Rightarrow (node_1(n) \wedge color_1(c)))]\!]$

2 min

3 $\quad [\![coloring_2(n,c) \Rightarrow node_1(n) \wedge color_1(c)]\!]$ cuando $[n = 1$ y $c \in [1,4] \cup [6]]$, o bien
$\quad\quad$ cuando $[n \in [2,3]$ y $c \in [1,5]]$, o bien
$\quad\quad$ cuando $[n = 4$ y $c \in [1,4] \cup [6]]$, o bien
$\quad\quad$ cuando $[n \in [5,6]$ y $c \in [1,6]]$

4 $\quad max(1 - [\![coloring_2(n,c)]\!], [\![node_1(n) \wedge color_1(c)]\!])$

5 $\quad\quad [\![coloring_2(n,c)]\!]$

6 $\quad\quad 0$

7 $\quad 1$

8 $\quad [\![coloring_2(n,c) \Rightarrow node_1(n) \wedge color_1(c)]\!]$ cuando $[n = 1$ y $c = 5]$, o bien
$\quad\quad$ cuando $[n \in [2,3]$ y $c = 6]$, o bien
$\quad\quad$ cuando $[n = 4$ y $c = 5]$

9 $\quad max(1 - [\![coloring_2(n,c)]\!], [\![node_1(n) \wedge color_1(c)]\!])$

10 $\quad\quad [\![coloring_2(n,c)]\!]$

11 $\quad\quad 1$

12 $\quad\quad [\![node_1(n) \wedge color_1(c)]\!]$

13 $\quad\quad min([\![node_1(n)]\!], [\![color_1(c)]\!])$

14 $\quad\quad\quad [\![node_1(n)]\!]$

15 $\quad\quad\quad 1$

16 $\quad\quad [\![color_1(c)]\!]$

17 $\quad\quad 1$

18 $\quad 1$

19 1

5.1.2 Todo nodo tiene al menos un color

1 $[\![(\forall n :: node_1(n) \Rightarrow (\exists c :: coloring_2(n,c)))]\!]$

2 min

3 $[\![node_1(n) \Rightarrow (\exists c :: coloring_2(n,c))]\!]$ cuando $[n \in [5] \cup [6]]$

4 $max(1 - [\![node_1(n)]\!], [\![\exists c :: coloring_2(n,c)]\!])$

5 $[\![node_1(n)]\!]$

6 0

7 1

8 $[\![node_1(n) \Rightarrow (\exists c :: coloring_2(n,c))]\!]$ cuando $[n = 1$ y $c = 5]$, o bien
cuando $[n \in [2,3]$ y $c = 6]$, o bien
cuando $[n = 4$ y $c = 5]$

9 $max(1 - [\![node_1(n)]\!], [\![\exists c :: coloring_2(n,c)]\!])$

10 $[\![node_1(n)]\!]$

11 1

12 $[\![(\exists c :: coloring_2(n,c)]\!]$

13 1

14 1

15 1

5.1.3 Unicidad de colores por nodo

1 $\llbracket(\forall n, c, c' :: coloring_2(n, c) \wedge coloring_2(n, c') \Rightarrow eq_2(c, c'))\rrbracket$

2 min

3 $\llbracket coloring_2(n, c) \wedge coloring_2(n, c') \Rightarrow eq_2(c, c')\rrbracket$ cuando $[n = 1,\ c \in [1, 4] \cup [6]$ y $c' = c]$, o bien
cuando $[n \in [2, 3],\ c \in [1, 5]$ y $c' = c]$, o bien
cuando $[n = 4,\ c \in [1, 4] \cup [6]$ y $c' = c]$, o bien
cuando $[n \in [5, 6],\ c \in [1, 6]$ y $c' = c]$

4 $max(1 - \llbracket coloring_2(n, c) \wedge coloring_2(n, c')\rrbracket, \llbracket eq_2(c, c')\rrbracket)$

5 $\llbracket coloring_2(n, c) \wedge coloring_2(n, c')\rrbracket$

6 $min(\llbracket coloring_2(n, c)\rrbracket, \llbracket coloring_2(n, c')\rrbracket)$

7 $\llbracket coloring_2(n, c)\rrbracket$

8 0

9 0

10 1

11 $\llbracket coloring_2(n, c) \wedge coloring_2(n, c') \Rightarrow eq_2(c, c')\rrbracket$ cuando $[n = 1,\ c = 5,$ y $c' = c]$, o bien
cuando $[n \in [2, 3],\ c = 6$ y $c' = c]$, o bien
cuando $[n = 4,\ c = 5$ y $c' = c]$

12 $max(1 - \llbracket coloring_2(n, c) \wedge coloring_2(n, c')\rrbracket, \llbracket eq_2(c, c')\rrbracket)$

13 $\llbracket coloring_2(n, c) \wedge coloring_2(n, c')\rrbracket$

14 $min(\llbracket coloring_2(n, c)\rrbracket, \llbracket coloring_2(n, c')\rrbracket)$

15 $\llbracket coloring_2(n, c)\rrbracket$

16 1

17 $\llbracket coloring_2(n, c')\rrbracket$

18 1

19 $\llbracket eq_2(c, c')\rrbracket$

20 1

21 1

22 1

5.1.4 Todo nodo es adyacente a un nodo llamado proxy

1 $[\![(\forall n :: node_1(n) \Rightarrow edge_2(n,2))]\!]$ (proxy = 2)

2 min

3 $\quad [\![node_1(n) \Rightarrow edge_2(n,2)]\!]$ cuando $[n = 3]$

4 $\quad max(1 - [\![node_1(n)]\!], [\![edge_2(n,2)]\!])$

5 $\quad\quad [\![node_1(n)]\!]$

6 $\quad\quad 1$

7 $\quad\quad [\![edge_2(n,2)]\!]$

8 $\quad\quad 0$

9 $\quad 0$

10 0

5.1.5 Todo nodo puede alcanzar a cualquier otro nodo en 2 pasos

1 $[\![(\forall n, m :: node_1(n) \wedge node_1(m) \Rightarrow (\exists p :: edge_2(n,p) \wedge edge_2(p,m)))]\!]$

2 min

3 $[\![node_1(n) \wedge node_1(m) \Rightarrow (\exists p :: edge_2(n,p) \wedge edge_2(p,m))]\!]$ cuando $[n = 3$ y $m = 4]$

4 $max(1 - [\![node_1(n) \wedge node_1(m)]\!], [\![(\exists p :: edge_2(n,p) \wedge edge_2(p,m)]\!])$

5 $[\![node_1(n) \wedge node_1(m)]\!]$

6 $min([\![node_1(n)]\!], [\![node_1(m)]\!])$

7 $[\![node_1(n)]\!]$

8 1

9 $[\![node_1(m)]\!]$

10 1

11 $[\![(\exists p :: edge_2(n,p) \wedge edge_2(p,m))]\!]$

12 max

13 $[\![edge_2(n,p) \wedge edge_2(p,m)]\!]$ cuando $[p = 1]$

14 $min([\![edge_2(n,p)]\!], [\![edge_2(p,m)]\!])$

15 $[\![edge_2(n,p)]\!]$

16 1

17 $[\![edge_2(p,m)]\!]$

18 0

19 $[\![edge_2(n,p) \wedge edge_2(p,m)]\!]$ cuando $[p \in [2,6]]$

20 $min([\![edge_2(n,p)]\!], [\![edge_2(p,m)]\!])$

21 $[\![edge_2(n,p)]\!]$

22 0

23 0

24 0

25 0

26 0

5.1.6 Existe un solo color que colorea todos los nodos

1 $[\![(\exists c :: color_1(c) \wedge (\forall n :: coloring_2(n,c)))]\!]$

2 max

3 $[\![color_1(c) \wedge (\forall n :: coloring_2(n,c)]\!]$ cuando $[c \in [1,4]]$

4 $min([\![color_1(c)]\!], [\![(\forall n :: coloring_2(n,c))]\!])$

5 $[\![color_1(c)]\!]$

6 0

7 0

8 $[\![color_1(c) \wedge (\forall n :: coloring_2(n,c)]\!]$ cuando $[c = 5]$

9 $min([\![color_1(c)]\!], [\![(\forall n :: coloring_2(n,c))]\!])$

10 $color_1(c)$

11 1

12 $[\![(\forall n :: coloring_2(n,c))]\!]$

13 min

14 $[\![coloring_2(n,c)]\!]$ cuando $n = 2$

15 0

16 0

17 0

18 $[\![color_1(c) \wedge (\forall n :: coloring_2(n,c)]\!]$ cuando $[c = 6]$

19 $min([\![color_1(c)]\!], [\![(\forall n :: coloring_2(n,c))]\!])$

20 $color_1(c)$

21 1

22 $[\![(\forall n :: coloring_2(n,c))]\!]$

23 min

24 $[\![coloring_2(n,c)]\!]$ cuando $n = 1$

25 0

26 0

27 0

28 0