

Modelar constelaciones como grafos

Una constelación es un conjunto de estrellas que, mediante trazos imaginarios, forman un dibujo que evoca una figura determinada: como un animal, un objeto, o una persona. Estas figuras se basan en cómo percibimos las posiciones relativas de las estrellas en el cielo, aunque en realidad pueden estar muy alejadas entre sí en el espacio. Podemos representar una constelación como un grafo, donde cada nodo es una estrella y cada arista es un trazo imaginario entre dos estrellas. Dado que los trazos que forman una constelación no tienen una dirección particular, el grafo resultante de la constelación es un grafo no dirigido, es decir, las aristas se representan como líneas sin dirección

Pregunta (a) [2.5 puntos]

Proponga una constelación con al menos 4 (cuatro) aristas. Presente dicha constelación no sólo en forma gráfica, sino también como un modelo de la lógica (arreglos y matrices). No es necesario que la constelación propuesta sea una constelación oficialmente aceptada como tal; pueden inventar su propia constelación, siempre y cuando cumpla con el requisito de cantidad de aristas.

Requisitos: Explicar la construcción del modelo y qué representa cada elemento. Elegir una constelación que tenga un número razonable de estrellas. Usar en la construcción del modelo predicados $star_1$ y $constellation_2$ los cuales tienen su significado obvio.

Pregunta (b) [2.5 puntos]

Describir la constelación propuesta en el punto (a) usando fórmulas. Justificar que el conjunto de fórmulas describe exactamente la constelación evaluando las fórmulas en el modelo propuesto en el punto (a).

Requisitos: Tener en cuenta que las conexiones son sólo entre estrellas, que hay una cantidad precisa de estrellas en una constelación, y que los trazos en una constelación son únicamente los definidos en la pregunta (a).

Pregunta (c) [2.5 puntos]

Supongamos que tenemos un símbolo de predicado $dreieck_2$, y símbolos de constante a, b, y c. ¿Qué tipo de modelos hace verdadero el siguiente conjunto de fórmulas? Justificar la respuesta con un modelo concreto.

(1) $(a \neq b) \wedge (b \neq c) \wedge (a \neq c)$

(2) $(\forall s, t :: dreieck_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a) \vee (s = b) \vee (s = c)) \wedge ((t = a) \vee (t = b) \vee (t = c)))$

Requisitos: El modelo debe ser el más chico posible que haga verdaderas las fórmulas (1) y (2).

Pregunta (d) [2.5 puntos]

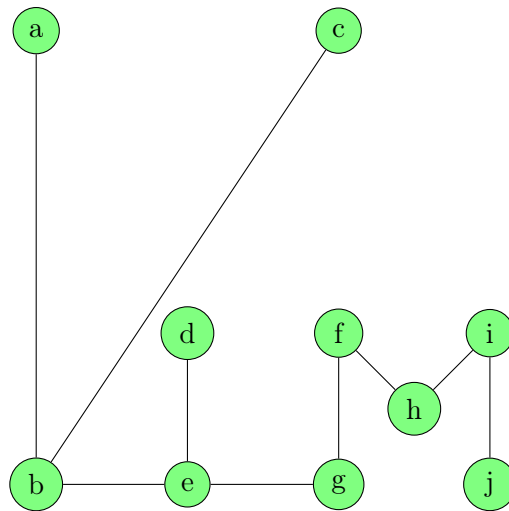
¿Es posible hacer verdaderas las fórmulas (1) y (2) de la pregunta (c) en el modelo de la pregunta (a) si además agregamos la siguiente fórmula?

(3) $(\forall s, t :: dreieck_2(s, t) \rightarrow constellation_2(s, t))$

Requisitos: Mostrar el resultado de extender el modelo de la pregunta (a) con la interpretación del símbolo de predicado dreieck2 , y los símbolos de constante a , b , y c . Justificar la respuesta evaluando el conjunto de formulas en el nuevo modelo.

1 Pregunta (a)

Proponemos el siguiente grafo, compuesto por 10 nodos y 18 aristas. Representa el logo del editor de texto Vim.



Este grafo se representa a través del siguiente modelo de la lógica.

[illegible]

Cuenta con un universo Δ de 10 elementos, enumerados del 0 al 9.

Las constantes para referirse a los nodos son letras de la a a la j . Siendo referenciadas de la siguiente manera:

$$\begin{array}{cccccc} a \rightarrow 0 & b \rightarrow 1 & c \rightarrow 2 & d \rightarrow 3 & e \rightarrow 4 \\ f \rightarrow 5 & g \rightarrow 6 & h \rightarrow 7 & i \rightarrow 8 & j \rightarrow 9 \end{array}$$

El arreglo $star_1$ indica si un elemento es una estrella, en este caso, todos los elementos del universo son estrellas.

La matriz $constellation_2$ es la matriz de adyacencia, es decir, representa las aristas del grafo. En ella podemos notar que las conexiones entre las estrellas son:

$$\begin{array}{ll} \mathbf{a} \leftrightarrow \mathbf{b} & \mathbf{b} \leftrightarrow \mathbf{c} \\ \mathbf{b} \leftrightarrow \mathbf{e} & \mathbf{d} \leftrightarrow \mathbf{e} \\ \mathbf{e} \leftrightarrow \mathbf{g} & \mathbf{f} \leftrightarrow \mathbf{g} \\ \mathbf{f} \leftrightarrow \mathbf{h} & \mathbf{h} \leftrightarrow \mathbf{i} \\ \mathbf{i} \leftrightarrow \mathbf{j} & \end{array}$$

La matriz eq_2 representa la relación de igualdad entre elementos del universo. Contiene unos sólo en la diagonal principal, indicando que cada nodo es igual únicamente a sí mismo.

2 Pregunta (b)

2.1 Conexiones sólo entre estrellas

$$(\forall s, t :: \text{constellation}_2(s, t) \rightarrow (\text{star}_1(s) \wedge \text{star}_1(t)))$$

2.2 Hay exactamente 10 estrellas

$$(\exists a, b, c, d, e, f, g, h, i, j :: \text{star}_1(a) \wedge \text{star}_1(b) \wedge \text{star}_1(c) \wedge \text{star}_1(d) \wedge \text{star}_1(e) \wedge \text{star}_1(f) \wedge \text{star}_1(g) \wedge \text{star}_1(h) \wedge \text{star}_1(i) \wedge \text{star}_1(j))$$

$$\begin{aligned} &(\exists a, b, c, d, e, f, g, h, i, j :: a \neq b \wedge a \neq c \wedge a \neq d \wedge a \neq e \wedge a \neq f \wedge a \neq g \wedge a \neq h \wedge a \neq i \wedge a \neq j \wedge \\ &b \neq c \wedge b \neq d \wedge b \neq e \wedge b \neq f \wedge b \neq g \wedge b \neq h \wedge b \neq i \wedge b \neq j \wedge \\ &c \neq d \wedge c \neq e \wedge c \neq f \wedge c \neq g \wedge c \neq h \wedge c \neq i \wedge c \neq j \wedge \\ &d \neq e \wedge d \neq f \wedge d \neq g \wedge d \neq h \wedge d \neq i \wedge d \neq j \wedge \\ &e \neq f \wedge e \neq g \wedge e \neq h \wedge e \neq i \wedge e \neq j \wedge \\ &f \neq g \wedge f \neq h \wedge f \neq i \wedge f \neq j \wedge \\ &g \neq h \wedge g \neq i \wedge g \neq j \wedge \\ &h \neq i \wedge h \neq j \wedge \\ &i \neq j) \end{aligned}$$

$$(\forall x :: \text{star}_1(x) \Rightarrow (x = a \vee x = b \vee x = c \vee x = d \vee x = e \vee x = f \vee x = g \vee x = h \vee x = i \vee x = j)))$$

2.3 Conexiones (aristas) entre estrellas

$$\begin{aligned} &(\exists a, b, c, d, e, f, g, h, i, j :: \\ &\text{constellation}_2(a, b) \wedge \text{constellation}_2(b, a) \wedge \\ &\text{constellation}_2(b, c) \wedge \text{constellation}_2(c, b) \wedge \\ &\text{constellation}_2(b, e) \wedge \text{constellation}_2(e, b) \wedge \\ &\text{constellation}_2(d, e) \wedge \text{constellation}_2(e, d) \wedge \\ &\text{constellation}_2(e, g) \wedge \text{constellation}_2(g, e) \wedge \\ &\text{constellation}_2(f, g) \wedge \text{constellation}_2(g, f) \wedge \\ &\text{constellation}_2(f, h) \wedge \text{constellation}_2(h, f) \wedge \\ &\text{constellation}_2(h, i) \wedge \text{constellation}_2(i, h) \wedge \\ &\text{constellation}_2(i, j) \wedge \text{constellation}_2(j, i)) \end{aligned}$$

2.4 Valuaciones

2.4.1 Hay exactamente 10 estrellas

1	$(\exists a, b, c, d, e, f, g, h, i, j :: star_1(a) \wedge star_1(b) \wedge star_1(c) \wedge star_1(d) \wedge star_1(e) \wedge star_1(f) \wedge star_1(g) \wedge star_1(h) \wedge star_1(i) \wedge star_1(j))$
2	max
3	$star_1(a) \wedge star_1(b) \wedge star_1(c) \wedge star_1(d) \wedge star_1(e) \wedge star_1(f) \wedge star_1(g) \wedge star_1(h) \wedge star_1(i) \wedge star_1(j)$ $cuando[a = 0, b = 1, c = 2, d = 3, e = 4, f = 5, g = 6, h = 7, i = 8, j = 9]$
4	$min(\llbracket star_1(a) \rrbracket, \llbracket star_1(b) \rrbracket, \llbracket star_1(c) \rrbracket, \llbracket star_1(d) \rrbracket, \llbracket star_1(e) \rrbracket, \llbracket star_1(f) \rrbracket, \llbracket star_1(g) \rrbracket, \llbracket star_1(h) \rrbracket, \llbracket star_1(i) \rrbracket, \llbracket star_1(j) \rrbracket,)$
5	$\llbracket star_1(a) \rrbracket$
6	1
7	$\llbracket star_1(b) \rrbracket$
8	1
9	$\llbracket star_1(c) \rrbracket$
10	1
11	$\llbracket star_1(d) \rrbracket$
12	1
13	$\llbracket star_1(e) \rrbracket$
14	1
15	$\llbracket star_1(f) \rrbracket$
16	1
17	$\llbracket star_1(g) \rrbracket$
18	1
19	$\llbracket star_1(h) \rrbracket$
20	1
21	$\llbracket star_1(i) \rrbracket$
22	1
23	$\llbracket star_1(j) \rrbracket$
24	1
25	1
26	1

1	$(\exists a, b, c, d, e, f, g, h, i, j :: a \neq b \wedge a \neq c \wedge a \neq d \wedge a \neq e \wedge a \neq f \wedge a \neq g \wedge a \neq h \wedge a \neq i \wedge a \neq j \wedge$ $b \neq c \wedge b \neq d \wedge b \neq e \wedge b \neq f \wedge b \neq g \wedge b \neq h \wedge b \neq i \wedge b \neq j \wedge$ $c \neq d \wedge c \neq e \wedge c \neq f \wedge c \neq g \wedge c \neq h \wedge c \neq i \wedge c \neq j \wedge$ $d \neq e \wedge d \neq f \wedge d \neq g \wedge d \neq h \wedge d \neq i \wedge d \neq j \wedge$ $e \neq f \wedge e \neq g \wedge e \neq h \wedge e \neq i \wedge e \neq j \wedge$ $f \neq g \wedge f \neq h \wedge f \neq i \wedge f \neq j \wedge$ $g \neq h \wedge g \neq i \wedge g \neq j \wedge$ $h \neq i \wedge h \neq j \wedge$ $i \neq j)$
2	max
3	$a \neq b \wedge a \neq c \wedge a \neq d \wedge a \neq e \wedge a \neq f \wedge a \neq g \wedge a \neq h \wedge a \neq i \wedge a \neq j \wedge$ $b \neq c \wedge b \neq d \wedge b \neq e \wedge b \neq f \wedge b \neq g \wedge b \neq h \wedge b \neq i \wedge b \neq j \wedge$ $c \neq d \wedge c \neq e \wedge c \neq f \wedge c \neq g \wedge c \neq h \wedge c \neq i \wedge c \neq j \wedge$ $d \neq e \wedge d \neq f \wedge d \neq g \wedge d \neq h \wedge d \neq i \wedge d \neq j \wedge$ $e \neq f \wedge e \neq g \wedge e \neq h \wedge e \neq i \wedge e \neq j \wedge$ $f \neq g \wedge f \neq h \wedge f \neq i \wedge f \neq j \wedge$ $g \neq h \wedge g \neq i \wedge g \neq j \wedge$ $h \neq i \wedge h \neq j \wedge$ $i \neq j$ $cuando[a = 0, b = 1, c = 2, d = 3, e = 4, f = 5, g = 6, h = 7, i = 8, j = 9]$
4	$min(\llbracket a \neq b \rrbracket, \llbracket a \neq c \rrbracket, \llbracket a \neq d \rrbracket, \llbracket a \neq e \rrbracket, \llbracket a \neq f \rrbracket, \llbracket a \neq g \rrbracket, \llbracket a \neq h \rrbracket, \llbracket a \neq i \rrbracket, \llbracket a \neq j \rrbracket,$ $\llbracket b \neq c \rrbracket, \llbracket b \neq d \rrbracket, \llbracket b \neq e \rrbracket, \llbracket b \neq f \rrbracket, \llbracket b \neq g \rrbracket, \llbracket b \neq h \rrbracket, \llbracket b \neq i \rrbracket, \llbracket b \neq j \rrbracket,$ $\llbracket c \neq d \rrbracket, \llbracket c \neq e \rrbracket, \llbracket c \neq f \rrbracket, \llbracket c \neq g \rrbracket, \llbracket c \neq h \rrbracket, \llbracket c \neq i \rrbracket, \llbracket c \neq j \rrbracket,$ $\llbracket d \neq e \rrbracket, \llbracket d \neq f \rrbracket, \llbracket d \neq g \rrbracket, \llbracket d \neq h \rrbracket, \llbracket d \neq i \rrbracket, \llbracket d \neq j \rrbracket,$ $\llbracket e \neq f \rrbracket, \llbracket e \neq g \rrbracket, \llbracket e \neq h \rrbracket, \llbracket e \neq i \rrbracket, \llbracket e \neq j \rrbracket,$ $\llbracket f \neq g \rrbracket, \llbracket f \neq h \rrbracket, \llbracket f \neq i \rrbracket, \llbracket f \neq j \rrbracket,$ $\llbracket g \neq h \rrbracket, \llbracket g \neq i \rrbracket, \llbracket g \neq j \rrbracket,$ $\llbracket h \neq i \rrbracket, \llbracket h \neq j \rrbracket,$ $\llbracket i \neq j \rrbracket)$
5	$\llbracket a \neq b \rrbracket$
6	1
7	$\llbracket a \neq c \rrbracket$
8	1
9	$\llbracket a \neq d \rrbracket$
10	1

1	$\llbracket a \neq e \rrbracket$
2	1
3	$\llbracket a \neq f \rrbracket$
4	1
5	$\llbracket a \neq g \rrbracket$
6	1
7	$\llbracket a \neq h \rrbracket$
8	1
9	$\llbracket a \neq i \rrbracket$
10	1
11	$\llbracket a \neq j \rrbracket$
12	1
13	$\llbracket b \neq c \rrbracket$
14	1
15	$\llbracket b \neq d \rrbracket$
16	1
17	$\llbracket b \neq e \rrbracket$
18	1
19	$\llbracket b \neq f \rrbracket$
20	1
21	$\llbracket b \neq g \rrbracket$
22	1
23	$\llbracket b \neq h \rrbracket$
24	1
25	$\llbracket b \neq i \rrbracket$
26	1
27	$\llbracket b \neq j \rrbracket$
28	1
29	$\llbracket c \neq d \rrbracket$
30	1
31	$\llbracket c \neq e \rrbracket$
32	1
33	$\llbracket c \neq f \rrbracket$
34	1

1	$\llbracket c \neq g \rrbracket$
2	1
3	$\llbracket c \neq h \rrbracket$
4	1
5	$\llbracket c \neq i \rrbracket$
6	1
7	$\llbracket c \neq j \rrbracket$
8	1
9	$\llbracket d \neq e \rrbracket$
10	1
11	$\llbracket d \neq f \rrbracket$
12	1
13	$\llbracket d \neq g \rrbracket$
14	1
15	$\llbracket d \neq h \rrbracket$
16	1
17	$\llbracket d \neq i \rrbracket$
18	1
19	$\llbracket d \neq j \rrbracket$
20	1
21	$\llbracket e \neq f \rrbracket$
22	1
23	$\llbracket e \neq g \rrbracket$
24	1
25	$\llbracket e \neq h \rrbracket$
26	1
27	$\llbracket e \neq i \rrbracket$
28	1
29	$\llbracket e \neq j \rrbracket$
30	1
31	$\llbracket f \neq g \rrbracket$
32	1
33	$\llbracket f \neq h \rrbracket$
34	1
35	$\llbracket f \neq i \rrbracket$
36	1

1		$\llbracket f \neq j \rrbracket$
2		1
3		$\llbracket g \neq h \rrbracket$
4		1
5		$\llbracket g \neq i \rrbracket$
6		1
7		$\llbracket g \neq j \rrbracket$
8		1
9		$\llbracket h \neq i \rrbracket$
10		1
11		$\llbracket h \neq j \rrbracket$
12		1
13		$\llbracket i \neq j \rrbracket$
14		1
15	1	
16	1	

1	$(\forall x :: \text{star}_1(x) \Rightarrow (x = a \vee x = b \vee x = c \vee x = d \vee x = e \vee x = f \vee x = g \vee x = h \vee x = i \vee x = j))$
2	\min
3	$\begin{array}{ l} \llbracket \text{star}_1(x) \Rightarrow (x = a \vee x = b \vee x = c \vee x = d \vee x = e \vee x = f \vee x = g \vee x = h \vee x = i \vee x = j) \rrbracket \\ \text{cuando } [x \in [0, 9]] \end{array}$
4	$\begin{array}{ l} \max(1 - \llbracket \text{star}_1(x) \rrbracket, (x = a \vee x = b \vee x = c \vee x = d \vee x = e \vee x = f \vee x = g \\ \vee x = h \vee x = i \vee x = j)) \end{array}$
5	$\begin{array}{ l} \llbracket \text{star}_1(x) \rrbracket \end{array}$
6	$\begin{array}{ l} 1 \end{array}$
7	$\begin{array}{ l} x = a \vee x = b \vee x = c \vee x = d \vee x = e \vee x = f \vee x = g \vee x = h \vee x = i \vee x = j \end{array}$
8	$\begin{array}{ l} \max(\llbracket x = a \rrbracket, \llbracket x = b \rrbracket, \llbracket x = c \rrbracket, \llbracket x = d \rrbracket, \llbracket x = e \rrbracket, \llbracket x = f \rrbracket, \llbracket x = g \rrbracket, \llbracket x = h \rrbracket, \llbracket x = i \rrbracket, \llbracket x = j \rrbracket) \end{array}$
9	$\begin{array}{ l} 1 \end{array}$
10	1
11	1

2.4.2 Conexiones (aristas) entre estrellas

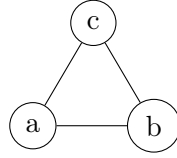
1	$(\exists a, b, c, d, e, f, g, h, i, j. :: (\exists a, b, c, d, e, f, g, h, i, j. ::$ $constellation_2(a, b) \wedge constellation_2(b, a) \wedge constellation_2(b, c) \wedge$ $constellation_2(c, b) \wedge constellation_2(b, e) \wedge constellation_2(e, b) \wedge$ $constellation_2(d, e) \wedge constellation_2(e, d) \wedge constellation_2(e, g) \wedge$ $constellation_2(g, e) \wedge constellation_2(f, g) \wedge constellation_2(g, f) \wedge$ $constellation_2(f, h) \wedge constellation_2(h, f) \wedge constellation_2(h, i) \wedge$ $constellation_2(i, h) \wedge constellation_2(i, j) \wedge constellation_2(j, i))$
2	max
3	$constellation_2(a, b) \wedge constellation_2(b, a) \wedge constellation_2(b, c) \wedge$ $constellation_2(c, b) \wedge constellation_2(b, e) \wedge constellation_2(e, b) \wedge$ $constellation_2(d, e) \wedge constellation_2(e, d) \wedge constellation_2(e, g) \wedge$ $constellation_2(g, e) \wedge constellation_2(f, g) \wedge constellation_2(g, f) \wedge$ $constellation_2(f, h) \wedge constellation_2(h, f) \wedge constellation_2(h, i) \wedge$ $constellation_2(i, h) \wedge constellation_2(i, j) \wedge constellation_2(j, i))$ $cuando[a = 0, b = 1, c = 2, d = 3, e = 4, f = 5, g = 6, h = 7, i = 8, j = 9]$
4	$min(\llbracket constellation_2(a, b) \rrbracket, \llbracket constellation_2(b, a) \rrbracket, \llbracket constellation_2(b, c) \rrbracket, \llbracket constellation_2(c, b) \rrbracket,$ $\llbracket constellation_2(b, e) \rrbracket, \llbracket constellation_2(e, b) \rrbracket, \llbracket constellation_2(d, e) \rrbracket, \llbracket constellation_2(e, d) \rrbracket,$ $\llbracket constellation_2(e, g) \rrbracket, \llbracket constellation_2(g, e) \rrbracket, \llbracket constellation_2(f, g) \rrbracket, \llbracket constellation_2(g, f) \rrbracket,$ $\llbracket constellation_2(f, h) \rrbracket, \llbracket constellation_2(h, f) \rrbracket, \llbracket constellation_2(h, i) \rrbracket, \llbracket constellation_2(i, h) \rrbracket,$ $\llbracket constellation_2(i, j) \rrbracket, \llbracket constellation_2(j, i) \rrbracket)$
5	$\llbracket constellation_2(a, b) \rrbracket$
6	1
7	$\llbracket constellation_2(b, a) \rrbracket$
8	1
9	$\llbracket constellation_2(b, c) \rrbracket$
10	1
11	$\llbracket constellation_2(c, b) \rrbracket$
12	1
13	$\llbracket constellation_2(b, e) \rrbracket$
14	1
15	$\llbracket constellation_2(e, b) \rrbracket$
16	1

1		$\llbracket constellation_2(d, e) \rrbracket$
2		1
3		$\llbracket constellation_2(e, d) \rrbracket$
4		1
5		$\llbracket constellation_2(e, g) \rrbracket$
6		1
7		$\llbracket constellation_2(g, e) \rrbracket$
8		1
9		$\llbracket constellation_2(f, g) \rrbracket$
10		1
11		$\llbracket constellation_2(g, f) \rrbracket$
12		1
13		$\llbracket constellation_2(f, h) \rrbracket$
14		1
15		$\llbracket constellation_2(h, f) \rrbracket$
16		1
17		$\llbracket constellation_2(h, i) \rrbracket$
18		1
19		$\llbracket constellation_2(i, h) \rrbracket$
20		1
21		$\llbracket constellation_2(i, j) \rrbracket$
22		1
23		$\llbracket constellation_2(j, i) \rrbracket$
24		1
25	1	
26	1	

3 Pregunta (c)

3.1 $((a \neq b) \wedge (b \neq c) \wedge (a \neq c))$

3.2 $(\forall s, t :: \text{dreieck}_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t \wedge (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)))$



Constantes

a	0
b	1
c	2

dreieck₂

	0	1	2
0	0	1	1
1	1	0	1
2	1	1	0

eq₂

	0	1	2
0	1	0	0
1	0	1	0
2	0	0	1

3.3 $((a \neq b) \wedge (b \neq c) \wedge (a \neq c))$

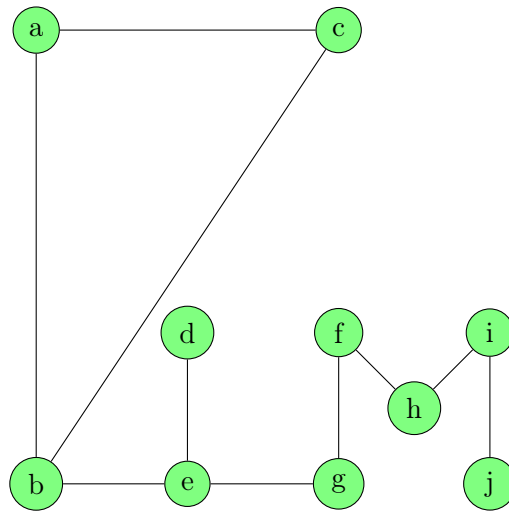
1	$\llbracket (a \neq b) \wedge (b \neq c) \wedge (a \neq c) \rrbracket$
2	$\min(\llbracket a \neq b \rrbracket, \llbracket b \neq c \rrbracket, \llbracket a \neq c \rrbracket)$
3	$\llbracket (a \neq b) \rrbracket$
4	1
5	$\llbracket (b \neq c) \rrbracket$
6	1
7	$\llbracket (a \neq c) \rrbracket$
8	1
9	1

3.4 $(\forall s, t :: \text{dreieck}_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)))$

1	$\llbracket (\forall s, t :: \text{dreieck}_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c))) \rrbracket$
2	\min
3	$\llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$ $\text{cuando } [s \in [0, 2] \text{ y } t = s]$
4	$1 - \llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \rrbracket - \llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$
5	$\llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \rrbracket$
6	0
7	$\llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$
8	$\min(\llbracket (s \neq t) \rrbracket, \llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket)$
9	$\llbracket (s \neq t) \rrbracket$
10	0
11	0
12	1

1	$\llbracket dreieck_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$ <p>cuando $[s = 0 \text{ y } t \in [1, 2]]$, o bien</p> <p>cuando $[s = 1 \text{ y } t \in [0] \cup [2]]$, o bien</p> <p>cuando $[s = 2 \text{ y } t \in [0, 1]]$, o bien</p>
2	$1 - \llbracket dreieck_2(s, t) \rrbracket - \llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket $
3	$\llbracket dreieck_2(s, t) \rrbracket$
4	1
5	$\llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$
6	$\min(\llbracket (s \neq t) \rrbracket, \llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket)$
7	$\llbracket (s \neq t) \rrbracket$
8	1
9	$\llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket$
10	$\min(\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket, \llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket)$
11	$\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket$
12	$\max(\llbracket s = a \rrbracket, \llbracket s = b \rrbracket, \llbracket s = c \rrbracket)$
13	1
14	$\llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket$
15	$\max(\llbracket t = a \rrbracket, \llbracket t = b \rrbracket, \llbracket t = c \rrbracket)$
16	1
17	1
18	1
19	1
20	1

4 Pregunta (d)



Este grafo se representa a través del siguiente modelo de la lógica.

Δ	Constantes	$star_1$	$constellation_2$									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	a	0	0	1								
1	b	1	1	1								
2	c	2	2	1								
3	d	3	3	1								
4	e	4	4	1								
5	f	5	5	1								
6	g	6	6	1								
7	h	7	7	1								
8	i	8	8	1								
9	j	9	9	1								

eq_2									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$dreieck_2$		
0	1	2
0	0	1
1	1	0
2	1	1

4.1 Fórmulas

$(\forall s, t :: \text{dreieck}_2(s, t) \rightarrow \text{constellation}_2(s, t))$

1		$\llbracket (\forall s, t :: \text{dreieck}_2(s, t) \rightarrow \text{constellation}_2(s, t)) \rrbracket$
2		\min
3		$\llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \rightarrow \text{constellation}_2(s, t) \rrbracket$ cuando $[s \in [0, 2] \text{ y } t = s]$
4		$\max(1 - \llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \rrbracket, \llbracket \text{constellation}_2(s, t) \rrbracket)$
5		$\llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \rrbracket$
6		0
7		1
8		$\llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \rightarrow \text{constellation}_2(s, t) \rrbracket$ cuando $[s = 0 \text{ y } t \in [1, 2]]$, o bien cuando $[s = 1 \text{ y } t \in [0] \cup [2]]$, o bien cuando $[s = 2 \text{ y } t \in [0, 1]]$
9		$\max(1 - \llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \rrbracket, \llbracket \text{constellation}_2(s, t) \rrbracket)$
10		$\llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \rrbracket$
11		1
12		$\llbracket \text{constellation}_2(s, t) \rrbracket$
13		1
14		1
15		1

4.2 $((a \neq b) \wedge (b \neq c) \wedge (a \neq c))$

1		$\llbracket (a \neq b) \wedge (b \neq c) \wedge (a \neq c) \rrbracket$
2		$\min(\llbracket a \neq b \rrbracket, \llbracket b \neq c \rrbracket, \llbracket a \neq c \rrbracket)$
3		$\llbracket (a \neq b) \rrbracket$
4		1
5		$\llbracket (b \neq c) \rrbracket$
6		1
7		$\llbracket (a \neq c) \rrbracket$
8		1
9		1

4.3 $(\forall s, t :: \text{dreieck}_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)))$

1	$\llbracket (\forall s, t :: \text{dreieck}_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c))) \rrbracket$
2	\min
3	$\llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$ $\text{cuando } [s \in [0, 2] \text{ y } t = s]$
4	$1 - \llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \rrbracket - \llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$
5	$\llbracket \text{dreieck}_2(s, t) \rrbracket$
6	0
7	$\llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$
8	$\min(\llbracket (s \neq t) \rrbracket, \llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket)$
9	$\llbracket (s \neq t) \rrbracket$
10	0
11	0
12	1

1	$\llbracket dreieck_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$ <p>cuando $[s = 0 \text{ y } t \in [1, 2]]$, o bien</p> <p>cuando $[s = 1 \text{ y } t \in [0] \cup [2]]$, o bien</p> <p>cuando $[s = 2 \text{ y } t \in [0, 1]]$, o bien</p>
2	$1 - \llbracket dreieck_2(s, t) \rrbracket - \llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket $
3	$\begin{array}{ l} \llbracket dreieck_2(s, t) \rrbracket \end{array}$
4	$\begin{array}{ l} 1 \end{array}$
5	$\begin{array}{ l} \llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket \end{array}$
6	$\min(\llbracket (s \neq t) \rrbracket, \llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket)$
7	$\begin{array}{ l} \llbracket (s \neq t) \rrbracket \end{array}$
8	$\begin{array}{ l} 1 \end{array}$
9	$\begin{array}{ l} \llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket \end{array}$
10	$\min(\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket, \llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket)$
11	$\begin{array}{ l} \llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket \end{array}$
12	$\max(\llbracket s = a \rrbracket, \llbracket s = b \rrbracket, \llbracket s = c \rrbracket)$
13	$\begin{array}{ l} 1 \end{array}$
14	$\begin{array}{ l} \llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket \end{array}$
15	$\max(\llbracket t = a \rrbracket, \llbracket t = b \rrbracket, \llbracket t = c \rrbracket)$
16	$\begin{array}{ l} 1 \end{array}$
17	$\begin{array}{ l} 1 \end{array}$
18	$\begin{array}{ l} 1 \end{array}$
19	1

1	$\llbracket dreieck_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$
	cuando $[s \in [0, 2] \text{ y } t \in [3, 9]]$
2	$1 - \llbracket dreieck_2(s, t) \rrbracket - \llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket $
3	$\frac{\llbracket dreieck_2(s, t) \rrbracket}{0}$
4	$\frac{0}{\llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket}$
5	$\frac{\llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket}{min(\llbracket (s \neq t) \rrbracket, \llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket)}$
6	$\frac{min(\llbracket (s \neq t) \rrbracket, \llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket)}{\llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket}$
7	$\frac{\llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket}{min(\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket, \llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket)}$
8	$\frac{min(\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket, \llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket)}{\llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket}$
9	$\frac{\llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket}{max(\llbracket t = a \rrbracket, \llbracket t = b \rrbracket, \llbracket t = c \rrbracket)}$
10	$\frac{max(\llbracket t = a \rrbracket, \llbracket t = b \rrbracket, \llbracket t = c \rrbracket)}{0}$
11	$\frac{0}{0}$
12	$\frac{0}{0}$
13	$\frac{0}{0}$
14	1
15	$\llbracket dreieck_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$
	cuando $[s \in [3, 9] \text{ y } t \in [0, 2]]$
16	$1 - \llbracket dreieck_2(s, t) \rrbracket - \llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket $
17	$\frac{\llbracket dreieck_2(s, t) \rrbracket}{0}$
18	$\frac{0}{\llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket}$
19	$\frac{\llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket}{min(\llbracket (s \neq t) \rrbracket, \llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket)}$
20	$\frac{min(\llbracket (s \neq t) \rrbracket, \llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket)}{\llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket}$
21	$\frac{\llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket}{min(\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket, \llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket)}$
22	$\frac{min(\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket, \llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket)}{\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket}$
23	$\frac{\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket}{max(\llbracket s = a \rrbracket, \llbracket s = b \rrbracket, \llbracket s = c \rrbracket)}$
24	$\frac{max(\llbracket s = a \rrbracket, \llbracket s = b \rrbracket, \llbracket s = c \rrbracket)}{0}$
25	$\frac{0}{0}$
26	$\frac{0}{0}$
27	$\frac{0}{0}$
28	1

1		$\llbracket dreieck_2(s, t) \leftrightarrow (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$
		cuando $[s \in [3, 9] \text{ y } t \in [3, 9]]$
2		$1 - \llbracket dreieck_2(s, t) \rrbracket - \llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket $
3		$\llbracket dreieck_2(s, t) \rrbracket$
4		0
5		$\llbracket (s \neq t) \wedge ((s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c)) \rrbracket$
6		$\min(\llbracket (s \neq t) \rrbracket, \llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket)$
7		$\llbracket (s = a \vee s = b \vee s = c) \wedge (t = a \vee t = b \vee t = c) \rrbracket$
8		$\min(\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket, \llbracket t = a \vee t = b \vee t = c \rrbracket)$
9		$\llbracket s = a \vee s = b \vee s = c \rrbracket$
10		$\max(\llbracket s = a \rrbracket, \llbracket s = b \rrbracket, \llbracket s = c \rrbracket)$
11		0
12		0
13		0
14		1
15		1