

1) Selesaikan soal berikut:

$$\int_1^5 x^{-3} + \cos(x) dx$$

- Menggunakan metode eksak
  - Menggunakan metode trapezoid
  - Menggunakan metode simpson
- 2) Jelaskan hasil dari setiap metode yang telah dikerjakan dengan bahasa sendiri!
- 3) Apa saja perbedaan dari setiap metode tersebut, mana yang menurutmu lebih efektif untuk digunakan?

Jawaban !

- 1) Pertama Menulis kode program meliputi Import library, menulis fungsi yang diintegrasikan, dan menentukan batas integrasi.

```
1. # Mengimport Library
2. import numpy as np
3. import matplotlib.pyplot as plt
4.
5. # Fungsi yang akan diintegrasikan
6. def func(x):
7.     return (x**(-3)) + np.cos(x)
8.
9. # Batas Integrasi
10.     a = 1.0 # Batas bawah
11.     b = 5.0 # Batas atas
12.     n = 10 # Jumlah grid
```

- a) Menggunakan metode Eksak

$$\int_1^5 x^{-3} + \cos(x) dx$$

$$\begin{aligned} \int_1^5 x^{-3} dx &= -\frac{1}{2x^2} \\ &= -\frac{1}{2x^2} \Big|_1^5 \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2(5)^2} + \frac{1}{2(1)^2} = -\frac{1}{50} + \frac{1}{2} = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$$

Misal:

$$u = \cos(x), \quad dv = dx$$

$$\int_1^5 \cos(x) dx = \sin(x)$$

$$\sin(x)|_1^5 = \sin(5) - \sin(1)$$

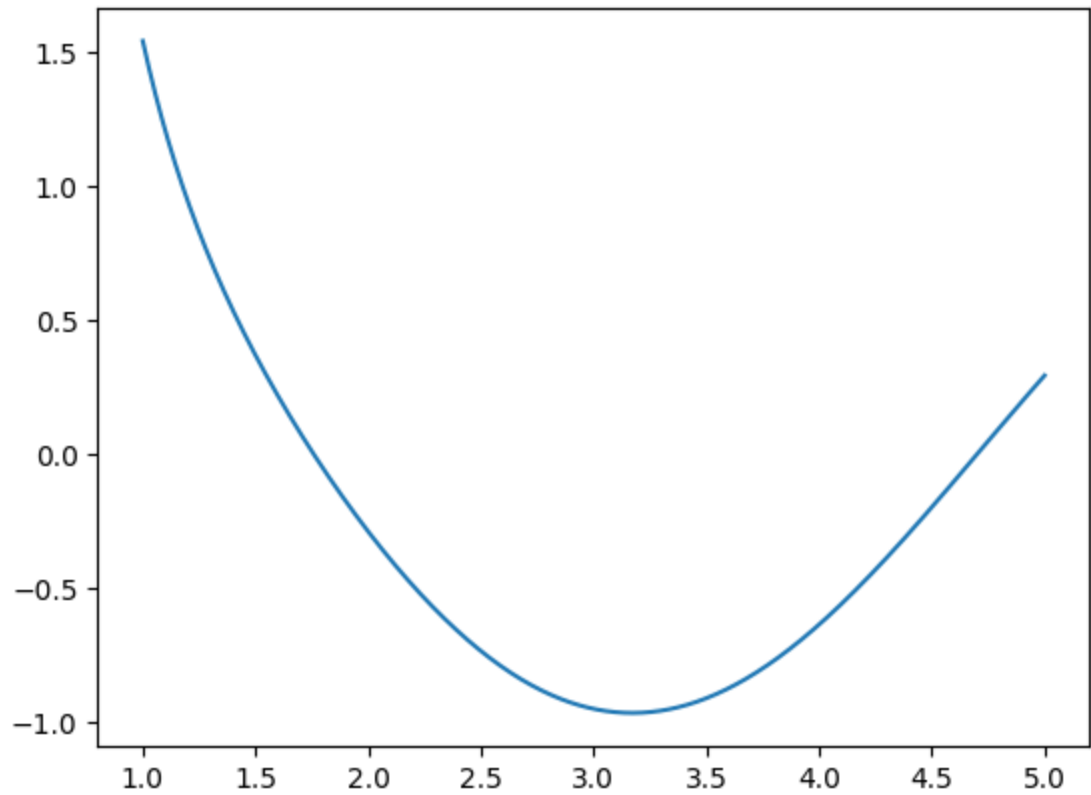
$$\begin{aligned} \int_1^5 x^{-3} + \cos(x) dx &= \frac{12}{25} + (\sin(5) - \sin(1)) \\ &= \frac{12}{25} + (-0,9589 - 0,8415) \\ &= 0,48 - 1,8004 \\ &= -1,3204 \end{aligned}$$

#### b) Menggunakan metode Trapezoid

```
1. # ----- Metode Trapezoid -----
2. dx = (b-a) / (n-1)
3. x = np.linspace(a,b,n)
4.
5. sigma = 0
6. for i in range(1, n-1):
7.     sigma += func(x[i])
8.
9. hasil = 0.5*dx*(func(x[0])+2*sigma+func(x[-1]))
10.
11. print(hasil)
```

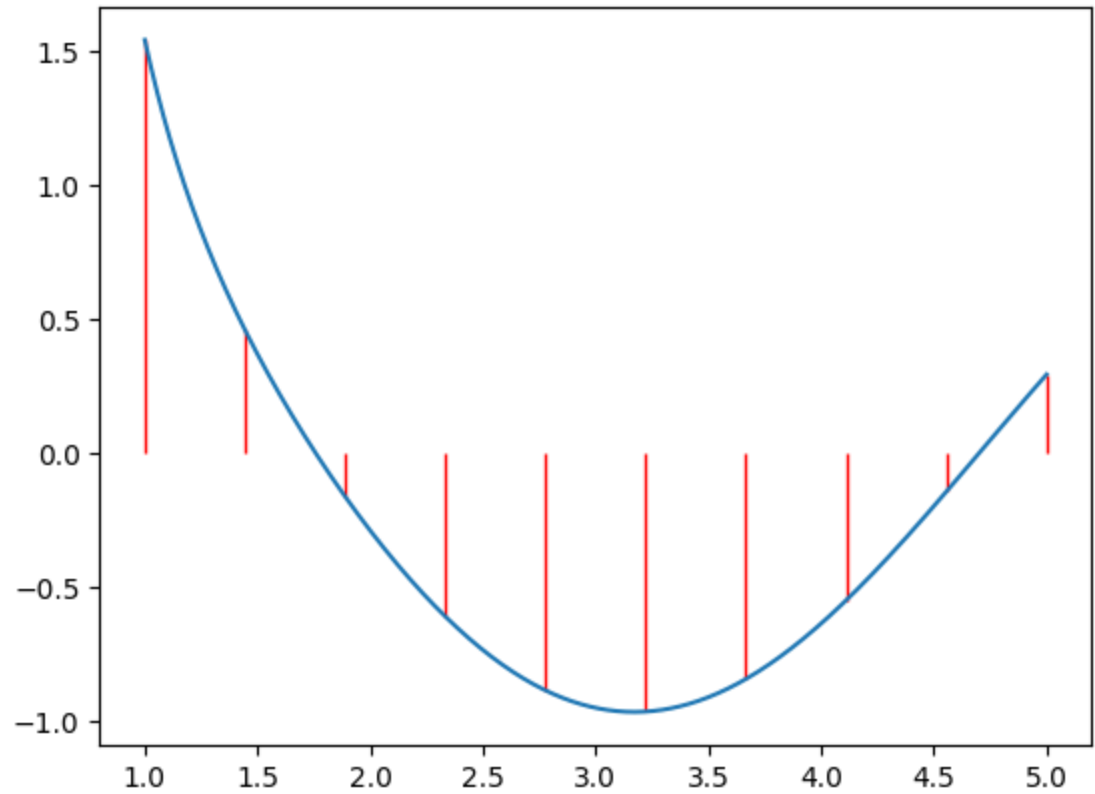
- Menampilkan grafik 1

```
1. xp = np.linspace(a, b, 1000)
2. plt.plot(xp, func(xp), label="Fungsi (x**(-3) + np.cos(x))")
3. plt.show()
```



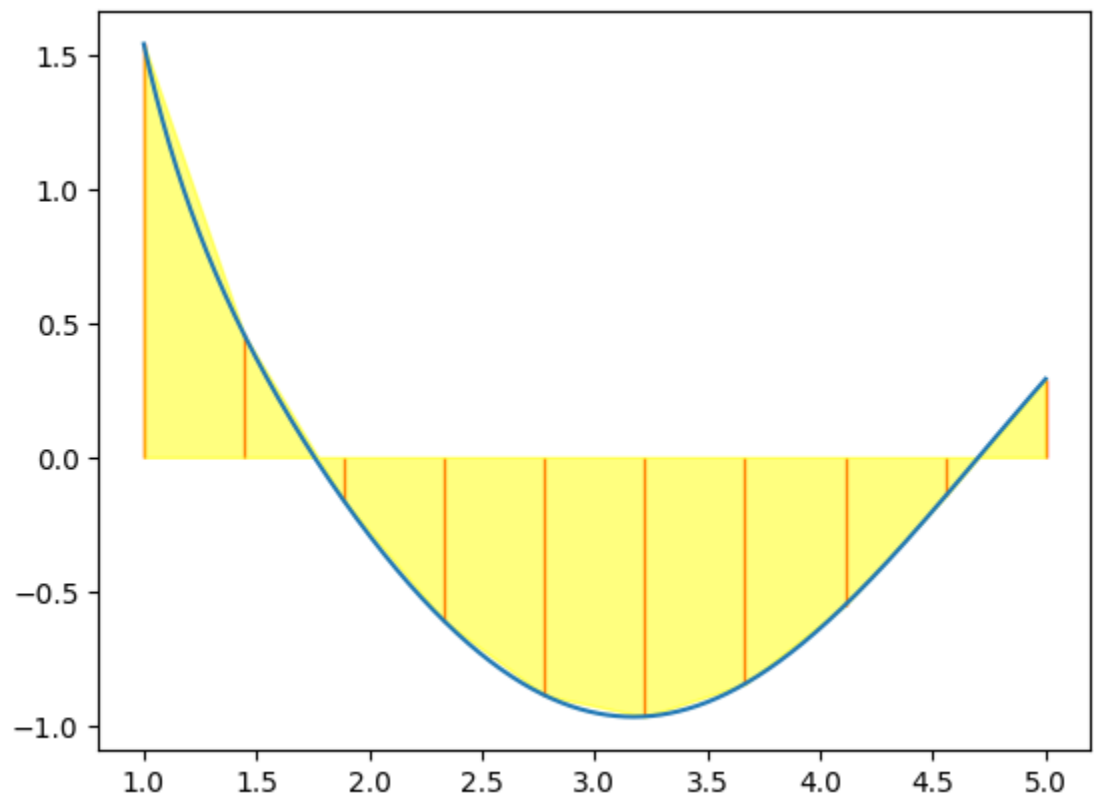
- Menampilkan grafik 2

```
1. xp = np.linspace(a, b, 1000)
2. plt.plot(xp, func(xp))
3. for i in range(n):
4.     plt.bar(x[i], func(x[i]), align='edge', width=0.000001,
               edgecolor='red')
5. plt.show()
```



- Menampilkan grafik 3

```
1. xp = np.linspace(a, b, 1000)
2. plt.plot(xp, func(xp))
3. for i in range(n):
4.     plt.bar(x[i], func(x[i]), align='edge', width=0.000001,
5.             edgecolor='red')
6. plt.fill_between(x, func(x), color='yellow', alpha=0.5)
7. plt.show()
```



c) Menggunakan metode Trapezoid

```
# ----- Metode Simpson -----
# Jika n genap, tambah 1 agar menjadi ganjil
if n % 2 == 0:
    n += 1 #Jika n genap, tambah 1 agar menjadi ganjil

x = np.linspace(a, b, n)
dx = (x[-1] - x[0]) / (n - 1)
```

```

# Menghitung integral menggunakan metode simpson
hasil = func(x[0]) + func(x[-1]) # Tambah f(a) dan f(b)

for i in range(1, n-1, 2):
    hasil += 4 * func(x[i]) # Untuk Indeks ganjil

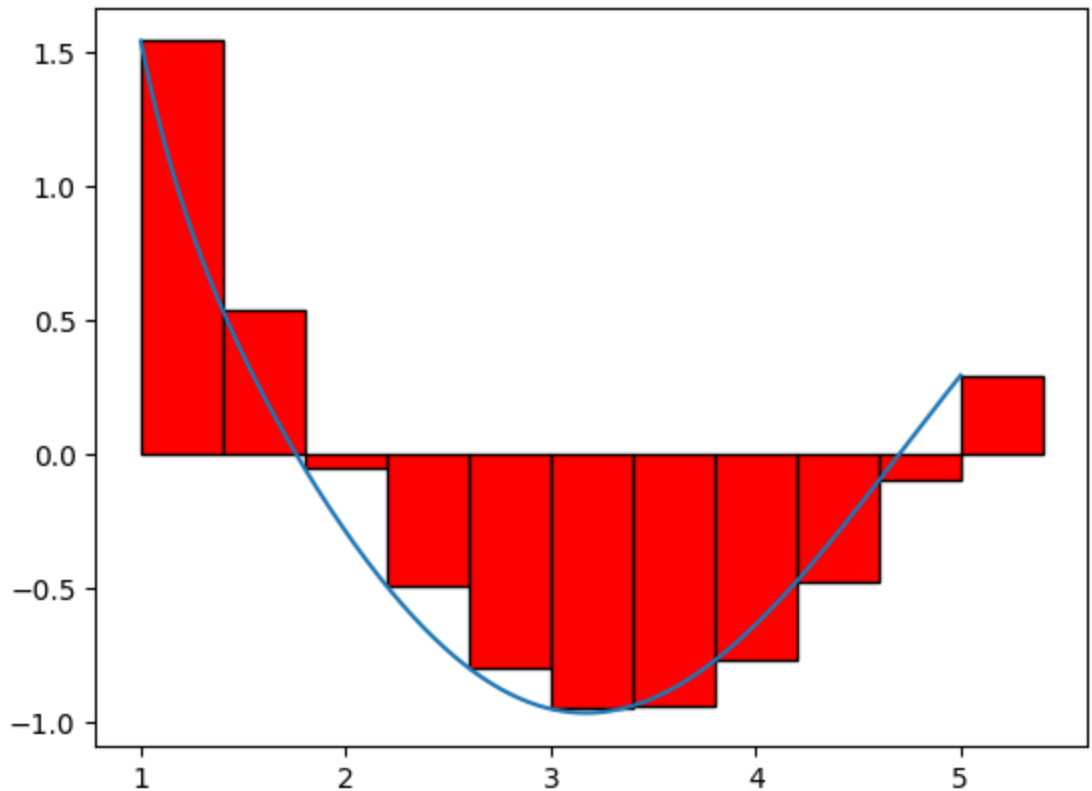
for i in range(2, n-2, 2):
    hasil += 2 * func(x[i]) # Untuk Indeks genap

hasil *= dx / 3 # Fahtor dx/3
# Visualisasi grafik dan bar
xp = np.linspace(a, b, 1000)
plt.plot(xp, func(xp))

for i in range(n):
    plt.bar(x[i], func(x[i]), align='edge',
width=dx,color='red', edgecolor='black')

plt.show()
print(hasil)

```



## 2) Jelaskan hasil dari setiap metode yang telah dikerjakan dengan bahasa sendiri!

Metode Eksak merupakan metode manual secara matematis yang berisi tentang perhitungan secara parsial maupun biasa. Perhitungan dengan metode eksak mungkin lebih baik digunakan hanya saat menyelesaikan persamaan differensial yang tidak terlalu sulit. Metode ini juga sedikit terlalu banyak langkah sehingga memerlukan ketelitian jika terlewat maka hasilnya akan salah. Hasil yang diperoleh dari perhitungan ini sebesar  $\approx -1,3204$ .

Metode Trapezoid merupakan Teknik perhitungan numerik dengan menggunakan aproksimasi daerah bawah fungsi grafik yang dimisalkan sebagai trapesium dengan lebar dan panjang yang sama. Kemudian selanjutnya dihitung luasnya tiap trapesium dan menjumlahkan seluruh trapesiumnya untuk mendapatkan hasil integralnya. Metode ini menghasilkan perhitungan integral sebesar  $\approx -1.24412040603867$ .

Integral metode Simpson 1/3 disebut sebagai metode untuk memperkirakan nilai integral tertentu dengan menggunakan persamaan polinomial berderajat dua. Misal nilai n atau jumlah grid atau banyaknya data yang harus direkam tiap skala harus ganjil. Hal ini merupakan

aturan Simpson. Kemudian memasukkan fungsi polynomial tiap n untuk ganjil dan n fungsi genap. Nilai n digunakan untuk menentukan besar dx :

$$dx = \frac{(x[-1] - x[0])}{(n - 1)}$$

Dengan evaluasi x dengan batas a = batas atas, b = batas bawah, dan n = jumlah grid yang harus ganjil untuk polynomial. Terakhir jika nilai dx sudah diketahui kemudian dikali  $\frac{1}{3}$  sehingga didapatkan hasil sebesar  $\approx -1.3155721992540337$ . Metode ini merupakan perluasan dari aturan trapesium.

**3) Apa saja perbedaan dari setiap metode tersebut, mana yang menurutmu lebih efektif untuk digunakan?**

Dari metode diatas memiliki perbedaan dalam cara pengerjaannya, metode eksak menggunakan prinsip kalkulus integral. Sedangkan metode trapezium menggunakan perhitungan geometri, dan metode simpson membutuhkan perhitungan secara polynomial. Dari tiga metode diatas metode yang lebih efektif adalah metode Simpson 1/3, karena nilai yang dihasilkan lebih teliti dan mendekati metode eksak. Metode Simpson sebesar  $\approx -1.3155721992540337$ , dan metode eksak sebesar  $\approx -1,3204$ .