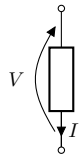


## Bipolo

### Utilizzatori

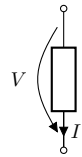


$$V = R \times I \text{ [V]}$$

$$P_{Ass} = V \times I \text{ [W]}$$

$$P_{Ero} = -V \times I \text{ [W]}$$

### Generatori



$$V = -R \times I \text{ [V]}$$

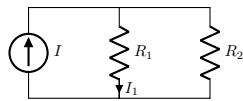
$$P_{Ass} = -V \times I \text{ [W]}$$

$$P_{Ero} = V \times I \text{ [W]}$$

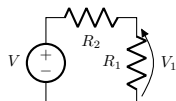
### Teorema di Tellegen

$$\sum V_n \times I_n = 0$$

## Partitori



$$I_1 = I \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



$$V_1 = V \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

**Nota:** Dove è presente una maggiore resistenza, sarà presente una minore intensità di corrente ed una maggiore tensione.

	Serie	Parallelo
Corrente	$I = I_1 = \dots = I_n$	$I = \sum I_n$
Tensione	$V = \sum V_n$	$V = V_1 = \dots = V_n$

## Trasformazioni

### Stella → triangolo

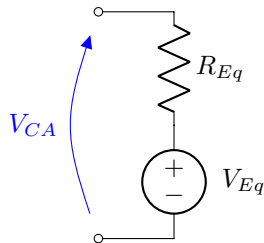
$$G_{12} = \frac{G_1 \times G_2}{\sum G_n}$$

### Triangolo → stella

$$R_1 = \frac{R_{12} \times R_{13}}{\sum R_n}$$

## Equivalenti

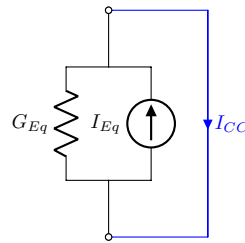
### Thévenin



$$V_{Eq} = V_{CA}$$

$$R_{Eq} = \frac{1}{G_{Eq}}$$

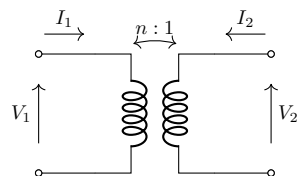
### Norton



$$I_{Eq} = I_{CC}$$

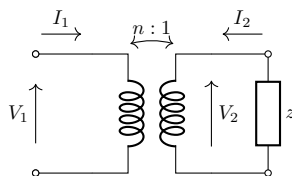
$$R_{Eq} = \frac{1}{G_{Eq}}$$

## Trasformatore ideale



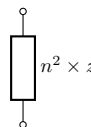
$$V_1 = n \times V_2$$

$$I_1 = -\frac{1}{n} \times I_2$$



$$z_{AB} = n^2 \times z$$

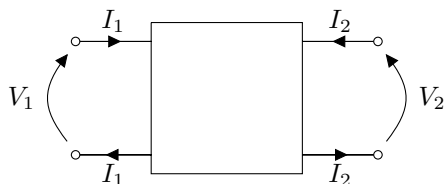
$$\iff$$



## Doppi bipoli

$$R: \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$G: \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$



## Ibride

$$H1: \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$H2: \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}$$

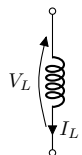
## Trasmissione

$$\text{Diretta: } \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Inversa: } \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_{11} & t'_{12} \\ t'_{21} & t'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_2 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

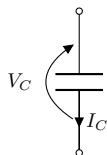
**Nota:** se le relazioni non vengono trovate risolvendo il circuito, bisogna utilizzare il metodo delle prove semplici, spegnendo i generatori secondo necessità, risolvendo i risultanti circuiti.

## Induttori e generatori



$$V_L = L \times \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$[L] = [H]$$



$$I_C = C \times \frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$[C] = [F]$$

$$R = \frac{\overbrace{l}^{\text{lunghezza}}}{\underbrace{s}_{\text{sezione}} \times \underbrace{c}_{\text{conducibilità}}}$$

## Generatori trifase

$$|\bar{V}_L| = \sqrt{3} V_{Fase} \quad |\bar{I}_L| = \sqrt{3} I_{Fase} \quad V_{Fase} = |\bar{E}_1| \quad I_{Fase} = |\bar{I}_{f31}|$$

## Analisi nodale Semplice

LKC ai nodi con le correnti in funzione dei potenziali di nodo (verso positivo uscente). Risolvo poi il sistema risultante.

## Modificata

Aggiungo un'equazione per ogni variabile aggiunta non controllabile in tensione. Risolvo poi il sistema risultante.

**Nota:** Ogni generatore si deve presentare due volte con segno opposto nel vettore dei termini noti od una sola volta se collegato al nodo di riferimento.

## Regime alternato sinusoidale

$$v(t) = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \times \cos\left(\underbrace{\omega}_{\text{pulsazione}} t + \underbrace{\varphi}_{\text{fase}}\right) \iff \underbrace{\bar{V}}_{\text{fasore}} = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \times e^{j \overbrace{\varphi}^{\text{fase}}} = a + jb$$

$$\underbrace{\omega}_{\text{pulsazione}} = 2\pi \underbrace{\nu}_{\text{frequenza}} \quad A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \phi = \arctan \frac{b}{a} \quad \textbf{Nota:} \text{ attenzione al quadrante.} \quad \textbf{Nota:} \bar{V} \in \mathbb{C}.$$

$$\underbrace{Z}_{\text{impedenza}} = \underbrace{R}_{\text{resistenza}} + j \underbrace{X}_{\text{reattanza}} \quad \underbrace{Y}_{\text{ammettenza}} = \underbrace{G}_{\text{conduttanza}} + j \underbrace{B}_{\text{suscettanza}} \quad \angle Z = -\angle Y$$

# Resistori, condensatori ed induttori in RAS

$$\begin{aligned} Z_R &= R \\ Y_R &= \frac{1}{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_R &= R \\ Y_R &= \frac{1}{R} \end{aligned}$$

## Potenza in RAS

$$\underbrace{S}_{\text{potenza complessa [VA]}} = \underbrace{P}_{\text{potenza attiva [W]}} + j \underbrace{Q}_{\text{potenza reattiva [VAR]}}$$

$$S = |S| \times \underbrace{\cos \varphi}_{\text{fattore di potenza}} + j |S| \times \sin \varphi \quad \cos \varphi = \frac{P}{|S|} \quad \text{N}$$

## Bipoli passivi

- Bipoli passivi:  $R \geq 0, G \geq 0, P \geq 0, -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$
- Bipoli resistivi:  $X = B = 0, Q = 0, \varphi = 0^\circ$
- Bipoli reattivi:  $R = G = 0, P = 0, \varphi = \pm 90^\circ$

## Induttori mutuamente accoppiati

$$\text{Tempo: } \begin{cases} v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt} \\ v_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \end{cases} \iff \text{Fasori: } \begin{cases} \bar{V}_1 = j\omega L_1 \bar{I}_1 + j\omega M \bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 = j\omega M \bar{I}_1 + j\omega L_2 \bar{I}_2 \end{cases}$$

# Transitorio

## Esponenziale

- $i_L(t) = I_{L\infty} + (i_{L0} - i_{L\infty}) \times e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $v_C(t) = v_{C\infty} + (v_{C0} - v_{C\infty}) \times e^{-\frac{t}{\tau}}$

Rampa

- $i_L(t) = \frac{V_L}{L}(t - T_0) + I_{L0}$
- $v_C(t) = \frac{I_C}{C}(t - T_0) + V_{C0}$

$$\underbrace{k}_{\text{coefficiente di accoppiamento}} = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$$\tau_L = LG = \frac{L}{R} \qquad \tau_C = RC$$

## Circuiti magnetici

$\Psi_B$ : flusso attraverso la sezione

$\phi_B$ : flusso concatenato con l'avvolgimento

$$\Phi_B = n \Psi_B \quad \Re = \frac{l}{S\mu} \quad \mu: \text{permeabilità magnetica} \quad \mathcal{F} = \Re \Psi_B \quad \text{Equivalente ad un generatore di tensione con } V_{Eq} = n I$$

# Induzione magnetica

1. Prendo il verso della sorgente come positivo
2. LKT a sinistra dell'uguale
3. Alla destra dell'uguale  $\rightarrow +\frac{d\phi}{dt}$

Esempio:

$$E - RI = \frac{d\phi}{dt}$$

