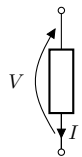


## Bipolo

### Utilizzatori

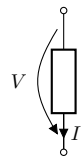


$$V = R \times I \text{ [V]}$$

$$P_{Ass} = V \times I \text{ [W]}$$

$$P_{Ero} = -V \times I \text{ [W]}$$

### Generatori



$$V = -R \times I \text{ [V]}$$

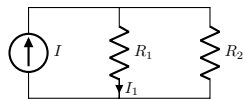
$$P_{Ass} = -V \times I \text{ [W]}$$

$$P_{Ero} = V \times I \text{ [W]}$$

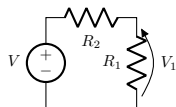
### Teorema di Tellegen

$$\sum V_n \times I_n = 0$$

## Partitori



$$I_1 = I \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



$$V_1 = V \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

**Nota:** Dove è presente una maggiore resistenza, sarà presente una minore intensità di corrente ed una maggiore tensione.

	Serie	Parallelo
Corrente	$I = I_1 = \dots = I_n$	$I = \sum I_n$
Tensione	$V = \sum V_n$	$V = V_1 = \dots = V_n$

## Trasformazioni

### Stella → triangolo

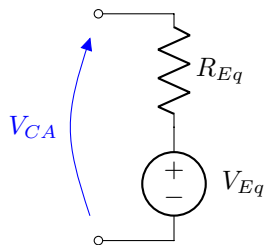
$$G_{12} = \frac{G_1 \times G_2}{\sum G_n}$$

### Triangolo → stella

$$R_1 = \frac{R_{12} \times R_{13}}{\sum R_n}$$

## Equivalenti

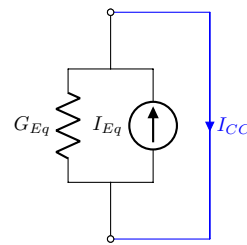
### Thévenin



$$V_{Eq} = V_{CA}$$

$$R_{Eq} = \frac{1}{G_{Eq}}$$

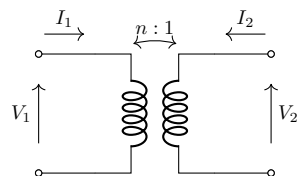
### Norton



$$I_{Eq} = I_{CC}$$

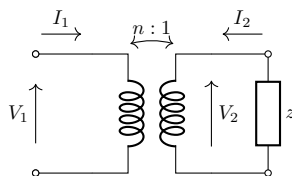
$$R_{Eq} = \frac{1}{G_{Eq}}$$

## Trasformatore ideale



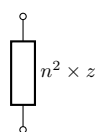
$$V_1 = n \times V_2$$

$$I_1 = -\frac{1}{n} \times I_2$$



$$z_{AB} = n^2 \times z$$

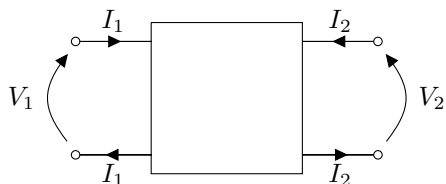
$$\iff$$



## Doppi bipoli

$$R : \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$G : \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$



### Ibride

$$H1 : \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$H2 : \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}$$

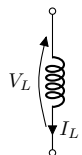
### Trasmissione

$$\text{Diretta} : \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Inversa} : \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_{11} & t'_{12} \\ t'_{21} & t'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_2 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

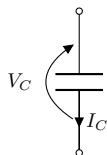
**Nota:** se le relazioni non vengono trovate risolvendo il circuito, bisogna utilizzare il metodo delle prove semplici, spegnendo i generatori secondo necessità, risolvendo i risultanti circuiti.

## Induttori e generatori



$$V_L = L \times \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$[L] = [H]$$



$$I_C = C \times \frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$[C] = [F]$$

$$R = \frac{\overbrace{l}^{\text{lunghezza}}}{\underbrace{s}_{\text{sezione}} \times \underbrace{c}_{\text{conducibilità}}}$$

## Generatori trifase

$$|\bar{V}_L| = \sqrt{3} V_{Fase} \quad |\bar{I}_L| = \sqrt{3} I_{Fase} \quad V_{Fase} = |\bar{E}_1| \quad I_{Fase} = |\bar{I}_{f31}|$$

Analisi nodale  
Semplice

LKC ai nodi con le correnti in funzione dei pontuali di nodo (verso positivo uscente). Risolvo poi il sistema risultante.

Modificata

Aggiungo un'equazione per ogni variabile aggiunta non controllabile in tensione. Risolvo poi il sistema risultante.

**Nota:** Ogni generatore si deve presentare due volte con segno opposto nel vettore dei termini noti od una sola volta se collegato al nodo di riferimento.

Regime alternato sinusoidale

$$v(t) = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \times \cos \left( \underbrace{\omega}_{\text{pulsazione}} t + \underbrace{\varphi}_{\text{fase}} \right) \iff \underbrace{\bar{V}}_{\text{fasore}} = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \times e^{j \overbrace{\varphi}^{\text{fase}}} = a + jb$$
$$\underbrace{\omega}_{\text{pulsazione}} = 2\pi \underbrace{\nu}_{\text{frequenza}} \quad A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \phi = \arctan \frac{b}{a}$$
$$\underbrace{Z}_{\text{impedenza}} = \underbrace{R}_{\text{resistenza}} + j \underbrace{X}_{\text{reattanza}} \quad \underbrace{Y}_{\text{ammettenza}} = \underbrace{G}_{\text{conduttanza}} + j \underbrace{B}_{\text{suscettanza}} \quad \angle Z = -\angle Y$$

**Nota:** attenzione al quadrante.      **Nota:**  $\bar{V} \in \mathbb{C}$ .

Resistori, condensatori ed induttori in RAS

Resistori	Condensatori	Induttori	
$Z_R = R$ $Y_R = \frac{1}{R}$	$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{1}{\omega C} \times j$ $Y_C = j\omega C$	$Z_L = j\omega L$ $Y_L = \frac{1}{j\omega L} = -\frac{1}{\omega L} \times j$	L'immettenza è un termine generico per indicare l'impedenza o l'ammettenza.

Potenza in RAS

$$\underbrace{S}_{\text{potenza complessa [VA]}} = \underbrace{P}_{\text{potenza attiva [W]}} + j \underbrace{Q}_{\text{potenza reattiva [VAR]}}$$
$$S = |S| \times \underbrace{\cos \varphi}_{\text{fattore di potenza}} + j |S| \times \sin \varphi \quad \cos \varphi = \frac{P}{|S|}$$

$$S = \left\{ \bar{V}_{Eff} \times \bar{I}_{Eff}^* \right. \quad \bar{V}_{Eff} = \frac{\bar{V}}{\sqrt{2}} \quad \bar{I}_{Eff} = \frac{\bar{I}}{\sqrt{2}}$$

Notiamo che  $\angle \bar{I} = -\angle \bar{I}^*$ , quindi  $\varphi = \varphi_{Tensione} - \varphi_{Corrente}$

Massimo trasferimento di potenza:  $Z_{Sorgente} = Z_{Carico}^*$

Bipoli passivi

- Bipoli passivi:  $R \geq 0, G \geq 0, P \geq 0, -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$
  - Bipoli resistivi:  $X = B = 0, Q = 0, \varphi = 0^\circ$
  - Bipoli reattivi:  $R = G = 0, P = 0, \varphi = \pm 90^\circ$
- Bipoli induttivi:  $X > 0, B < 0, Q > 0, 0^\circ < \varphi \leq 90^\circ$
  - Bipoli capacitivi:  $X < 0, B > 0, Q < 0, -90^\circ \leq \varphi < 0^\circ$

Induttori mutuamente accoppiati

$$\text{Tempo: } \begin{cases} v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt} \\ v_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \end{cases} \iff \text{Fasori: } \begin{cases} \bar{V}_1 = j\omega L_1 \bar{I}_1 + j\omega M \bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 = j\omega M \bar{I}_1 + j\omega L_2 \bar{I}_2 \end{cases}$$

$$\underbrace{k}_{\text{coefficiente di accoppiamento}} = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}}$$