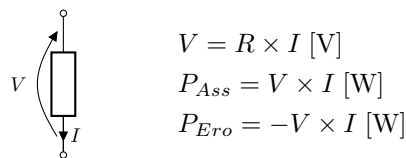
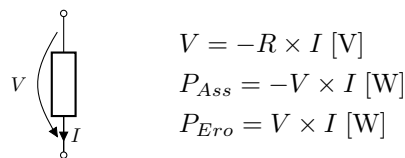


## Bipolo

### Utilizzatori



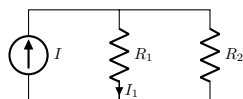
### Generatori



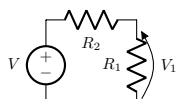
### Teorema di Tellegen

$$\sum V_n \times I_n = 0$$

## Partitori



$$I_1 = I \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



$$V_1 = V \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

**Nota:** Dove è presente una maggiore resistenza, sarà presente una minore intensità di corrente ed una maggiore tensione.

	Serie	Parallelo
Corrente	$I = I_1 = \dots = I_n$	$I = \sum I_n$
Tensione	$V = \sum V_n$	$V = V_1 = \dots = V_n$

## Trasformazioni

### Stella → triangolo

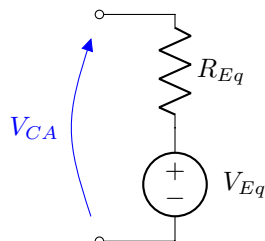
$$G_{12} = \frac{G_1 \times G_2}{\sum G_n}$$

### Triangolo → stella

$$R_1 = \frac{R_{12} \times R_{13}}{\sum R_n}$$

## Equivalenti

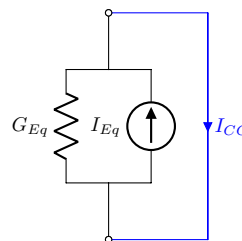
### Thévenin



$$V_{Eq} = V_{CA}$$

$$R_{Eq} = \frac{1}{G_{Eq}}$$

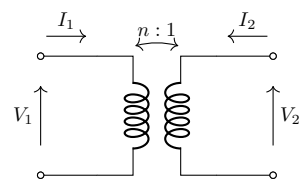
### Norton



$$I_{Eq} = I_{CC}$$

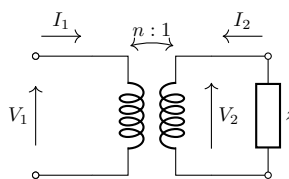
$$R_{Eq} = \frac{1}{G_{Eq}}$$

## Trasformatore ideale



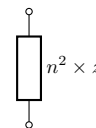
$$V_1 = n \times V_2$$

$$I_1 = -\frac{1}{n} \times V_2$$



$$z_{AB} = n^2 \times z$$

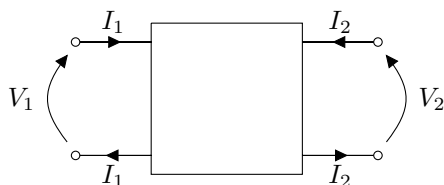
$$\iff$$



## Doppi bipoli

$$R: \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$G: \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$



### Ibride

$$H1: \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$H2: \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}$$

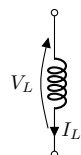
### Trasmissione

$$\text{Diretta: } \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Inversa: } \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_{11} & t'_{12} \\ t'_{21} & t'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_2 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

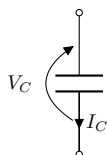
**Nota:** se le relazioni non vengono trovate risolvendo il circuito, bisogna utilizzare il metodo delle prove semplici, spegnendo i generatori secondo necessità, risolvendo i risultanti circuiti.

## Induttori e generatori



$$V_L = L \times \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$[L] = [H]$$



$$I_C = C \times \frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$[C] = [F]$$

$$R = \frac{\overbrace{l}^{\text{lunghezza}}}{\underbrace{s}_{\text{sezione}} \times \underbrace{c}_{\text{conducibilità}}}$$

# Analisi nodale

## Semplice

LKC ai nodi con le correnti in funzione dei ponziali di nodo (verso positivo uscente). Risolvo poi il sistema risultante.

## Modificata

Aggiungo un'equazione per ogni variabile aggiunta non controllabile in tensione. Risolvo poi il sistema risultante.

**Nota:** Ogni generatore si deve presentare due volte con segno opposto nel vettore dei termini noti od una sola volta se collegato al nodo di riferimento.

## Regime alternato sinusoidale

$$v(t) = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \times \cos \left( \underbrace{\omega}_{\text{pulsazione}} t + \underbrace{\varphi}_{\text{fase}} \right) \iff \underbrace{\bar{V}}_{\text{fasore}} = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \times e^{j \overbrace{\varphi}^{\text{fase}}} = a + jb$$
$$\underbrace{\omega}_{\text{pulsazione}} = 2\pi \underbrace{\nu}_{\text{frequenza}} \quad A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \phi = \arctan \frac{b}{a}$$
$$\underbrace{Z}_{\text{impedenza}} = \underbrace{R}_{\text{resistenza}} + j \underbrace{X}_{\text{reattanza}} \quad \underbrace{Y}_{\text{ammettenza}} = \underbrace{G}_{\text{conduttanza}} + j \underbrace{B}_{\text{suscettanza}} \quad \angle Z = -\angle Y$$

**Nota:** attenzione al quadrante.      **Nota:**  $\bar{V} \in \mathbb{C}$ .

# Resistori, condensatori ed induttori in RAS

Resisori	Condensatori	Induttori	L'immettenza è un termine generico per indicare l'impedenza o l'ammettenza.
$Z_R = R$ $Y_R = \frac{1}{R}$	$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{1}{\omega C} \times j$ $Y_C = j\omega C$	$Z_L = j\omega L$ $Y_L = \frac{1}{j\omega L} = -\frac{1}{\omega L} \times j$	

## Potenza in RAS

$$\underbrace{S}_{\text{potenza complessa [VA]}} = \underbrace{P}_{\text{potenza attiva [W]}} + j \underbrace{Q}_{\text{potenza reattiva [VAR]}}$$
$$S = |S| \times \underbrace{\cos \varphi}_{\text{fattore di potenza}} + j |S| \times \sin \varphi \quad \cos \varphi = \frac{P}{|S|}$$

$$S = \begin{cases} \bar{V}_{Eff} \times \bar{I}_{Eff}^* \\ \frac{1}{2} \times \bar{V} \times \bar{I}^* \end{cases} \quad \bar{V}_{Eff} = \frac{\bar{V}}{\sqrt{2}} \quad \bar{I}_{Eff} = \frac{\bar{I}}{\sqrt{2}}$$

Notiamo che  $\angle \bar{I} = -\angle \bar{I}^*$ , quindi  $\varphi = \varphi_{Tensione} - \varphi_{Corrente}$

**Massimo trasferimento di potenza:**  $Z_{Sorgente} = Z_{Carico}^*$

## Bipoli passivi

- Bipoli passivi:  $R \geq 0, G \geq 0, P \geq 0, -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$
  - Bipoli resistivi:  $X = B = 0, Q = 0, \varphi = 0^\circ$
  - Bipoli reattivi:  $R = G = 0, P = 0, \varphi = \pm 90^\circ$
- Bipoli induttivi:  $X > 0, B < 0, Q > 0, 0^\circ < \varphi \leq 90^\circ$
  - Bipoli capacitivi:  $X < 0, B > 0, Q < 0, -90^\circ \leq \varphi < 0^\circ$

## Induttori mutuamente accoppiati

Tempo:  $\begin{cases} v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt} \\ v_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \end{cases} \iff$  Fasori:  $\begin{cases} \bar{V}_1 = j\omega L_1 \bar{I}_1 + j\omega M \bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 = j\omega M \bar{I}_1 + j\omega L_2 \bar{I}_2 \end{cases}$

$$\underbrace{k}_{\text{coefficiente di accoppiamento}} = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}}$$