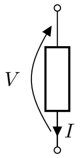
# Bipolo

### Utilizzatori

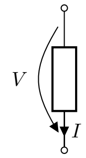



$V = R \times I$ [V]

$P_{Ass} = V \times I$ [W]

$P_{Ero} = -V \times I$ [W]

### Generatori




$V = -R \times I$ [V]

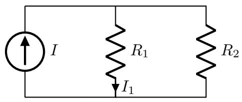
$P_{Ass} = -V \times I$ [W]

$P_{Ero} = V \times I$ [W]

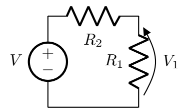
### Teorema di Tellegen

$$\sum V_n \times I_n = 0$$

# Partitori




$$I_1 = I \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$




$$V_1 = V \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

**Nota**: Dovre è presente una maggiore resistenza, sarà presente una minore intensità di corrente ed una maggiore tensione.

| | **Serie** | **Parallelo** |
|---|---|---|
| **Corrente** | $I = I_1 = \ldots = I_n$ | $I = \sum I_n$ |
| **Tensione** | $V = \sum V_n$ | $V = V_1 = \ldots = V_n$ |

# Trasformazioni

### Stella $\rightarrow$ triangolo

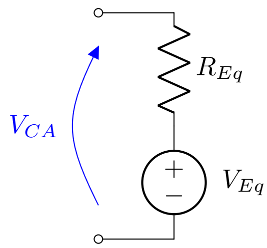
$$G_{12} = \frac{G_1 \times G_2}{\sum G_n}$$

### Triangolo $\rightarrow$ stella

$$R_1 = \frac{R_{12} \times R_{13}}{\sum R_n}$$

# Equivalenti

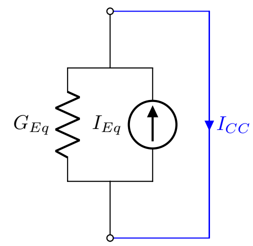
### Thévenin




$$V_{Eq} = V_{CA}$$

$$R_{Eq} = \frac{1}{G_{Eq}}$$

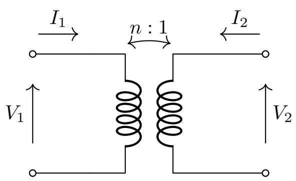
### Norton




$$I_{Eq} = I_{CC}$$

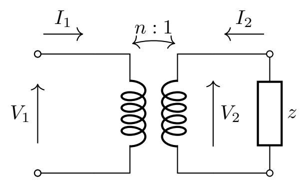
$$G_{Eq} = \frac{1}{R_{Eq}}$$

# Trasformatore ideale

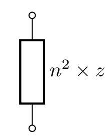



$$V_1 = n \times V_2$$

$$I_1 = -\frac{1}{n} \times I_2$$



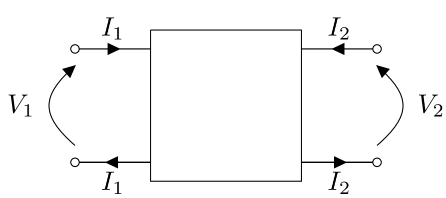

$$z_{AB} = n^2 \times z \qquad \Longleftrightarrow$$




# Doppi bipoli

$$R : \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$G : \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$




### Ibride

$$\text{Diretta} : \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Inversa} : \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}$$

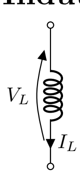
### Trasmissione

$$\text{Diretta} : \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Inversa} : \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_{11} & t'_{12} \\ t'_{21} & t'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_2 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

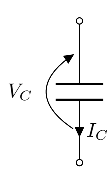
**Nota**: se le relazioni non vengono trovate risolvendo il circuito, bisogna utilizzare il metodo delle prove semplici, spegnendo i generatori secondo necessità , risolvendo i risultanti circuiti.

# Induttori e generatori




$$V_L = L \times \frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$[L] = [H]$$




$$I_C = C \times \frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$[C] = [F]$$

$$R = \frac{\overbrace{l}^{\text{lunghezza}}}{\underbrace{s}_{\text{sezione}} \times \underbrace{c}_{\text{conducibilità}}}$$

# Generatori trifase

$$|\overline{V}_L| = \sqrt{3} V_{Fase} \qquad |\overline{I}_L| = \sqrt{3} I_{Fase} \qquad V_{Fase} = |\overline{E}_1| \qquad I_{Fase} = |\overline{I}_{f31}|$$

# Analisi nodale

### Semplice

LKC ai nodi con le correnti in funzione dei ponziali di nodo (verso positivo uscente). Risolvo poi il sistema risultante.

### Modificata

Aggiungo un'equazione per ogni variabile aggiunta non controllabile in tensione. Risolvo poi il sistema risultante.

### Per ispezione

- Matrice dei coefficienti:
  - Diagonale principale posizione $(x, x)$: somma delle conduttanze che arrivano al nodo $x$.
  - Fuori dalla diagonale principale posizione $(i, j)$: la conduttanza tra i nodi $i$ e $j$ con segno meno.
- Vettore dei termini noti riga $i$: valore del generatore di corrente entrante nel nodo $i$.

**Nota**: Ogni generatore si deve presentare due volte con segno opposto nel vettore dei termini noti od una sola volta se collegato al nodo di riferimento.

# Regime alternato sinusoidale

$$v(t) = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \times \cos\left(\underbrace{\omega}_{\text{pulsazione}} t + \underbrace{\varphi}_{\text{fase}}\right) \iff \underbrace{\overline{V}}_{\text{fasore}} = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \times e^{j\overbrace{\varphi}^{\text{fase}}} = a + jb$$

$$\underbrace{\omega}_{\text{pulsazione}} = 2\pi \underbrace{\nu}_{\text{frequenza}} \qquad A = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \Phi = \arctan\frac{b}{a} \qquad \textbf{Nota}\text{: attenzione al quadrante.} \qquad \textbf{Nota}\text{: } \overline{V} \in \mathbb{C}.$$

$$\underbrace{Z}_{\text{impedenza}} = \underbrace{R}_{\text{resistenza}} + j \underbrace{X}_{\text{reattanza}} \qquad \underbrace{Y}_{\text{ammettenza}} = \underbrace{R}_{\text{conduttanza}} + j \underbrace{B}_{\text{suscettanza}} \qquad \measuredangle Z = -\measuredangle Y$$

# Resistori, condensatori ed induttori in RAS

### Resisori

$$Z_R = R$$
$$Y_R = \frac{1}{R}$$

### Condensatori

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{1}{\omega C} \times j$$
$$Y_C = j\omega C$$

### Induttori

$$Z_L = j\omega L$$
$$Y_L = \frac{1}{j\omega L} = -\frac{1}{\omega L} \times j$$

L'**immettenza** è un termine generico per indicare l'impedenza o l'ammettenza.

# Potenza in RAS

$$\underbrace{S}_{\text{potenza complessa [VA]}} = \underbrace{P}_{\text{potenza attiva [W]}} + j \underbrace{Q}_{\text{potenza reattiva [VAR]}} \qquad S = \begin{cases} \overline{V}_{Eff} \times \overline{I}^*_{Eff} \\ \frac{1}{2} \times \overline{V} \times \overline{I}^* \end{cases} \qquad \overline{V}_{Eff} = \frac{\overline{V}}{\sqrt{2}} \quad \overline{I}_{Eff} = \frac{\overline{I}}{\sqrt{2}}$$

$$S = |S| \times \underbrace{\cos\varphi}_{\text{fattore di potenza}} + j|S| \times \sin\varphi \qquad \cos\varphi = \frac{P}{|S|}$$

Notiamo che $\measuredangle \overline{I} = -\measuredangle \overline{I}^*$, quindi $\varphi = \varphi_{Tensione} - \varphi_{Corrente}$

**Massimo trasferimento di potenza:** $Z_{Sorgente} = Z^*_{Carico}$

# Bipoli passivi

- Bipoli passivi: $R \geqslant 0$, $G \geqslant 0$, $P \geqslant 0$, $-90° \leqslant \varphi \leqslant 90°$
- Bipoli resistivi: $X = B = 0$, $Q = 0$, $\varphi = 0°$
- Bipoli reattivi: $R = G = 0$, $P = 0$, $\varphi = \pm 90°$
- Bipoli induttivi: $X > 0$, $B < 0$, $Q > 0$, $0° < \varphi \leqslant 90°$
- Bipoli capacitivi: $X < 0$, $B > 0$, $Q < 0$, $-90° \leqslant \varphi < 0°$

# Induttori mutuamente accoppiati

$$\text{Tempo:} \begin{cases} v_1(t) = L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} + M \dfrac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t} \\ v_2(t) = M \dfrac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} + L_2 \dfrac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t} \end{cases} \iff \text{Fasori:} \begin{cases} \overline{V}_1 = j\omega L_1 \overline{I}_1 + j\omega M \overline{I}_2 \\ \overline{V}_2 = j\omega M \overline{I}_1 + j\omega L_2 \overline{I}_2 \end{cases}$$

$$\underbrace{k}_{\text{coefficiente di accoppiamento}} = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

# Transitorio

Esponenziale

- $i_L(t) = I_{L\infty} + (i_{L0} - i_{L\infty}) \times e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $v_C(t) = v_{C\infty} + (v_{C0} - v_{C\infty}) \times e^{-\frac{t}{\tau}}$

Rampa

- $i_L(t) = \frac{V_L}{L}(t - T_0) + I_{L0}$
- $v_C(t) = \frac{I_C}{C}(t - T_0) + V_{C0}$

$$\tau_L = LG = \frac{L}{R} \qquad \tau_C = RC$$

# Circuiti magnetici

$\Psi_B$: flusso attraveso la sezione $\qquad$ $\Phi_B$: flusso concatenato con l'avvolgimento

$$v = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \qquad \Phi_B = LI \to v = \frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$$

$$\Phi_B = n\,\Psi_B \qquad \mathfrak{R} = \frac{l}{S\mu}$$

$\mu$: permeabilità magnetica $\qquad$ $\mathcal{F} = \mathfrak{R}\,\Psi_B$ $\qquad$ Equivalente ad un generatore di tensione con $V_{Eq} = n\,I$

# Induzione magnetica

1. Prendo il verso della sorgente come positivo
2. LKT a sinistra dell'uguale
3. Alla destra dell'uguale $\to +\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

Esempio:

$$E - R\,I = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$