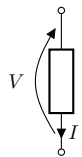


## Bipolo

### Utilizzatori

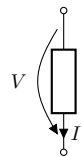


$$V = R \times I \text{ [V]}$$

$$P_{Ass} = V \times I \text{ [W]}$$

$$P_{Ero} = -V \times I \text{ [W]}$$

### Generatori



$$V = -R \times I \text{ [V]}$$

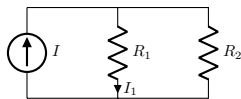
$$P_{Ass} = -V \times I \text{ [W]}$$

$$P_{Ero} = V \times I \text{ [W]}$$

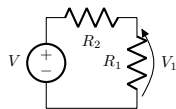
### Teorema di Tellegen

$$\sum V_n \times I_n = 0$$

## Partitori



$$I_1 = I \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I \times \frac{G_1}{\sum G_N}$$



$$V_1 = V \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} = V \times \frac{R_1}{\sum R_n}$$

**Nota:** Dove è presente una maggiore resistenza, sarà presente una minore intensità di corrente ed una maggiore tensione.

	Serie	Parallelo
Corrente	$I = I_1 = \dots = I_n$	$I = \sum I_n$
Tensione	$V = \sum V_n$	$V = V_1 = \dots = V_n$

## Trasformazioni

### Stella → triangolo

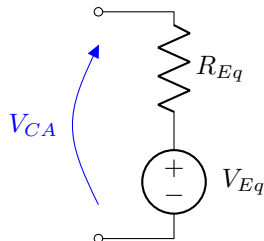
$$G_{12} = \frac{G_1 \times G_2}{\sum G_n}$$

### Triangolo → stella

$$R_1 = \frac{R_{12} \times R_{13}}{\sum R_n}$$

## Equivalenti

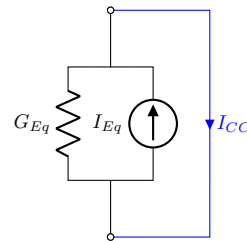
### Thévenin



$$V_{Eq} = V_{CA}$$

$$R_{Eq} = \frac{1}{G_{Eq}}$$

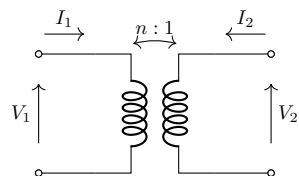
### Norton



$$I_{Eq} = I_{CC}$$

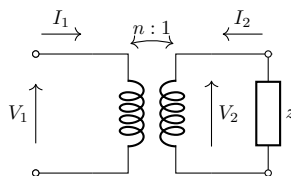
$$G_{Eq} = \frac{1}{R_{Eq}}$$

## Trasformatore ideale



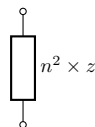
$$V_1 = n \times V_2$$

$$I_1 = -\frac{1}{n} \times I_2$$



$$z_{AB} = n^2 \times z$$

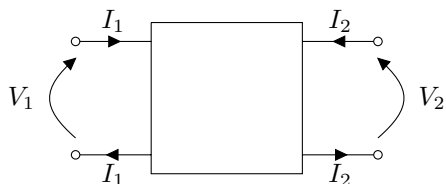
$$\iff$$



## Doppi bipoli

$$R: \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$G: \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$



### Ibride

$$\text{Diretta: } \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Inversa: } \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}$$

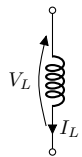
### Trasmissione

$$\text{Diretta: } \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Inversa: } \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_{11} & t'_{12} \\ t'_{21} & t'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_2 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

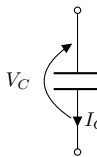
**Nota:** se le relazioni non vengono trovate risolvendo il circuito, bisogna utilizzare il metodo delle prove semplici, spegnendo i generatori secondo necessità, risolvendo i risultanti circuiti.

## Induttori e generatori



$$V_L = L \times \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$[L] = [H]$$



$$I_C = C \times \frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$[C] = [F]$$

### Equazione di stato

1. Trovare la duale della variabile di stato in funzione di quest'ultima
2. Sostituire la duale con la relazione costituente

$$R = \frac{\overbrace{l}^{\text{lunghezza}}}{\underbrace{s}_{\text{sezione}} \times \underbrace{c}_{\text{conducibilità}}}$$

## Generatori trifase

$$|\bar{V}_L| = \sqrt{3} V_{Fase} \quad |\bar{I}_L| = \sqrt{3} I_{Fase} \quad V_{Fase} = |\bar{E}_1| \quad I_{Fase} = |\bar{I}_{f31}|$$

## Induttori accoppiati in serie e parallelo

$$\text{Serie: } L_{Eq} = L_1 + L_2 \pm 2M$$

$$\text{Parallelo: } L_{Eq} = \frac{L_1 L_2 - 2M}{L_1 + L_2 \mp 2M}$$

## Frequenza di risonanza

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

## Rifasamento

$$C = \frac{P \times \tan \varphi - P \times \tan \varphi_{Rifasato}}{\omega \times V^2}$$

$$\text{N.B.: } Q = P \times \tan \varphi$$

Analisi nodale  
Semplice

LKC ai nodi con le correnti in funzione dei potenziali di nodo (verso positivo uscente). Risolvo poi il sistema risultante.

Modificata

Aggiungo un'equazione per ogni variabile aggiunta non controllabile in tensione. Risolvo poi il sistema risultante.

**Nota:** Ogni generatore si deve presentare due volte con segno opposto nel vettore dei termini noti od una sola volta se collegato al nodo di riferimento.

Regime alternato sinusoidale

$$v(t) = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \times \cos\left(\underbrace{\omega}_{\text{pulsazione}} t + \underbrace{\varphi}_{\text{fase}}\right) \iff \underbrace{\bar{V}}_{\text{fasore}} = \underbrace{A}_{\text{ampiezza}} \times e^{j \overbrace{\varphi}^{\text{fase}}} = a + jb$$
$$\underbrace{\omega}_{\text{pulsazione}} = 2\pi \underbrace{\nu}_{\text{frequenza}} \quad A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \varphi = \arctan \frac{b}{a}$$
$$\underbrace{Z}_{\text{impedenza}} = \underbrace{R}_{\text{resistenza}} + j \underbrace{X}_{\text{reattanza}} \quad \underbrace{Y}_{\text{ammettenza}} = \underbrace{G}_{\text{conduttanza}} + j \underbrace{B}_{\text{suscettanza}} \quad \angle Z = -\angle Y$$

**Nota:** attenzione al quadrante.      **Nota:**  $\bar{V} \in \mathbb{C}$ .

Resistori, condensatori ed induttori in RAS  
Resistori                      Condensatori                      Induttori

L'immettenza è un termine generico per indicare l'impedenza o l'ammettenza.

$$Z_R = R$$
$$Y_R = \frac{1}{R}$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{1}{\omega C} \times j$$
$$Y_C = j\omega C$$

$$Z_L = j\omega L$$
$$Y_L = \frac{1}{j\omega L} = -\frac{1}{\omega L} \times j$$

Potenza in RAS

$$\underbrace{S}_{\text{potenza complessa [VA]}} = \underbrace{P}_{\text{potenza attiva [W]}} + j \underbrace{Q}_{\text{potenza reattiva [VAR]}}$$
$$S = |S| \times \underbrace{\cos \varphi}_{\text{fattore di potenza}} + j |S| \times \sin \varphi \quad \cos \varphi = \frac{P}{|S|}$$

$$S = \begin{cases} \bar{V}_{Eff} \times \bar{I}_{Eff}^* \\ \frac{1}{2} \times \bar{V} \times \bar{I}^* \end{cases} \quad \bar{V}_{Eff} = \frac{\bar{V}}{\sqrt{2}} \quad \bar{I}_{Eff} = \frac{\bar{I}}{\sqrt{2}}$$

Notiamo che  $\angle \bar{I} = -\angle \bar{I}^*$ , quindi  $\varphi = \varphi_{Tensione} - \varphi_{Corrente}$

Massimo trasferimento di potenza:  $Z_{Sorgente} = Z_{Carico}^*$       Potenza apparente:  $|S| = V_{Eff} \times I_{Eff}$  [VA]  
Bipoli passivi

- Bipoli passivi:  $R \geq 0, G \geq 0, P \geq 0, -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$
  - Bipoli resistivi:  $X = B = 0, Q = 0, \varphi = 0^\circ$
  - Bipoli reattivi:  $R = G = 0, P = 0, \varphi = \pm 90^\circ$
- Bipoli induttivi:  $X > 0, B < 0, Q > 0, 0^\circ < \varphi \leq 90^\circ$ , ritardo
  - Bipoli capacitivi:  $X < 0, B > 0, Q < 0, -90^\circ \leq \varphi < 0^\circ$ , anticipo

Induttori mutuamente accoppiati

$$\text{Tempo: } \begin{cases} v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt} \\ v_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \end{cases} \iff \text{Fasori: } \begin{cases} \bar{V}_1 = j\omega L_1 \bar{I}_1 + j\omega M \bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 = j\omega M \bar{I}_1 + j\omega L_2 \bar{I}_2 \end{cases}$$

$$\underbrace{k}_{\text{coefficiente di accoppiamento}} = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Transitorio

Esponenziale

- $i_L(t) = I_{L\infty} + (i_{L0} - I_{L\infty}) \times e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $v_C(t) = v_{C\infty} + (v_{C0} - v_{C\infty}) \times e^{-\frac{t}{\tau}}$

Rampa

- $i_L(t) = \frac{V_L}{L}(t - T_0) + I_{L0}$
- $v_C(t) = \frac{I_C}{C}(t - T_0) + V_{C0}$

$$\tau_L = LG = \frac{L}{R} \quad \tau_C = RC$$

Circuiti magnetici

$$\Phi_B = n \Psi_B \quad \mathcal{R} = \frac{l}{S\mu} \quad \mu: \text{ permeabilità magnetica} \quad \mathcal{F} = \mathcal{R} \Psi_B$$

$\Psi_B$ : flusso attraverso la sezione       $\Phi_B$ : flusso concatenato con l'avvolgimento

$$v = L \frac{di}{dt} \quad \Phi_B = LI \rightarrow v = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

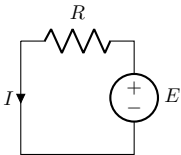
Equivalente ad un generatore di tensione con  $V_{Eq} = n I$

Induzione magnetica

- Prendo il verso della sorgente come positivo
- LKT a sinistra dell'uguale (verso: regola della mano destra)
- Alla destra dell'uguale  $\rightarrow + \frac{d\Phi}{dt}$

Esempio:

$$E - R I = \frac{d\Phi}{dt}$$



$$\Phi_B(t) = A(t) \times B(t)$$