

# Kapitel 3

## Physik des Klimas III

### Klimamodelle

Für das Verständnis unseres Klimas sowie die Möglichkeiten, Vorhersagen zu treffen, wie sich unser Klima in den nächsten Jahrzehnten entwickeln wird und wie wir die Auswirkungen eines Klimawandels, der mittlerweile kaum noch bestritten wird, möglichst gering halten können, spielen Klimamodelle eine wichtige Rolle. Es sind auch gerade die Aussagen solcher Klimamodelle, die von Leugnern eines anthropogenen (d.h. vom Menschen verursachten) Klimawandels immer wieder in Frage gestellt werden. Daher ist es wichtig, einen ungefähren Eindruck von Klimamodellen zu bekommen.

In diesem Kapitel betrachten wir zunächst sehr einfache Klimamodelle, die sich auf den globalen Energiehaushalt der Erde beziehen. Insgesamt ist dieser Energiehaushalt nahezu ausgeglichen. Außerdem handelt es sich um statische Modelle, d.h., wir untersuchen die Gleichgewichtszustände solcher Modelle und wie sich diese verändern, wenn sich äußere Parameter verändern. Gegen Ende dieses Kapitels beschreiben wir auch kurz die wichtigsten Modelle, die heute für Klimaprognosen verwendet werden. Die Modelle lassen sich kaum noch in ihrer Komplexität überschauen, aber man kann zumindest grob beschreiben, welche Effekte von diesen Modellen berücksichtigt werden.

### 3.1 Grundlagen

Für die einfachen Klimamodelle, die hier besprochen werden, sind die folgenden Grundlagen relevant. Ausführlicher wird auf diese Themen in Kap. ?? eingegangen.

#### 3.1.1 Die Solarkonstante

Die Solarkonstante ist definiert als das langjährige Mittel der Intensität der Sonneneinstrahlung oberhalb der Erdatmosphäre. Die Intensität ist dabei die Energie, die pro Sekunde auf eine bestimmte Fläche - in diesem Fall ein Quadratmeter senkrecht zur Strahlungsrichtung - trifft (siehe Kap. ??). Die IAU (International Astronomical Union) hat 2015 die Solarkonstante aufgrund neuerer Messungen auf den Wert

$$S = 1361 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} = 1361 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \quad (3.1)$$

festgelegt.

Auf Zeitskalen von einigen hundert Jahren liegt die dominante Schwankung der Solarkonstante in den 11-jährigen Aktivitätszyklen der Sonne. Diese wirken sich aber im sichtbaren Bereich kaum aus. Die beobachteten Schwankungen in der Temperatur im langjährigen Mittel aufgrund dieser

Sonnenzyklen liegt in der Größenordnung von  $0,1^\circ\text{C}$ . Zum Einfluss längerfristiger Schwankungen (z.B. der sogenannten Milanković-Zyklen), siehe Kap. ??

### 3.1.2 Die Albedo

Einen wesentlich größeren Einfluss auf das Klima hat die Albedo der Erde (siehe Kap. ??). Hierbei handelt es sich um die Reflektivität der Erde für den Wellenlängenbereich der Sonnenstrahlung. Je größer die Albedo, umso größer ist die Menge an Energie, die direkt wieder in den Weltraum abgegeben wird und somit auf den Energiehaushalt der Erde keinen Einfluss hat. Derzeit liegt die Albedo der Erde bei  $a = 0,3$ , d.h. rund 30% der eingestrahlten Energie wird entweder an den Wolken oder der Erdoberfläche zurück in den Weltraum reflektiert. Den wichtigsten Beitrag zur Albedo der Erde liefern neben den Wolken die Schnee- und Eisflächen der nördlichen und südlichen Breitengrade. Auch landschaftliche Veränderungen, beispielsweise das Abholzen von Nadelwäldern (die eine sehr kleine Albedo haben) und die Ersetzung durch Wiesen oder Städte, haben einen Einfluss. Der weitaus größte Unsicherheitsfaktor bei Klimamodellen sind die Wolken und die damit zusammenhängende Albedo: Es ist bisher kaum verstanden, wie die Wolkendichte auf den Klimawandel reagieren wird.

### 3.1.3 Aufbau der Erdatmosphäre

Ebenfalls wichtig für Klimamodelle ist der Aufbau der unteren Atmosphäre. Bis zu einer Höhe von rund 12–13 km (in Polnähe und im Winter ist diese Schicht etwas tiefer, in den Tropen kann sie bis zu 18–20 km betragen) reicht die Troposphäre. In dieser Schicht spielt sich unser Wettergeschehen ab. Definiert ist diese Schicht durch einen negativen Temperaturgradienten, d.h., die Temperatur nimmt in dieser Schicht mit zunehmender Höhe ab. Den Haupteinfluss auf dieses Verhalten hat die Tatsache, dass sich aufsteigende Luftmassen, deren Druck daher abnimmt, abkühlen. Nimmt die Temperatur eines solchen Luftpakets mit der Höhe nicht rasch genug ab, bleibt es wärmer als die Umgebungstemperatur. Dadurch steigt es weiter auf, da ein wärmeres Luftpaket (bei gleichem Druck) weniger dicht und damit leichter ist. Auf diese Weise kommt es zur Konvektion: Warme Luftschichten steigen auf, kühlen sich dabei ab, je nach Luftfeuchtigkeit sinkt die Temperatur unter den sogenannten Taupunkt - hier kommt es zur Kondensation von Wasser und Wolkenbildung. Bei der Kondensation wird Energie frei, die den Auftrieb der Luftmassen nochmals beschleunigt.

Oberhalb der Troposphäre liegt die Stratosphäre, die bis in eine Höhe von rund 50 km reicht. Hier nimmt die Temperatur mit der Höhe wieder zu, von rund  $(-50)^\circ - (-80)^\circ\text{C}$  (abhängig von der Jahreszeit und dem Breitengrad) bis wieder zum Gefrierpunkt von  $0^\circ\text{C}$ . Der Grund dafür ist, dass sich in dieser Schicht die Ozonschicht der Erde befindet. Diese absorbiert ultraviolette Sonnenstrahlung und erwärmt sich dadurch. Die weiteren Schichten (Mesosphäre, Thermosphäre und Exosphäre) spielen für das Klima eine untergeordnete Rolle.

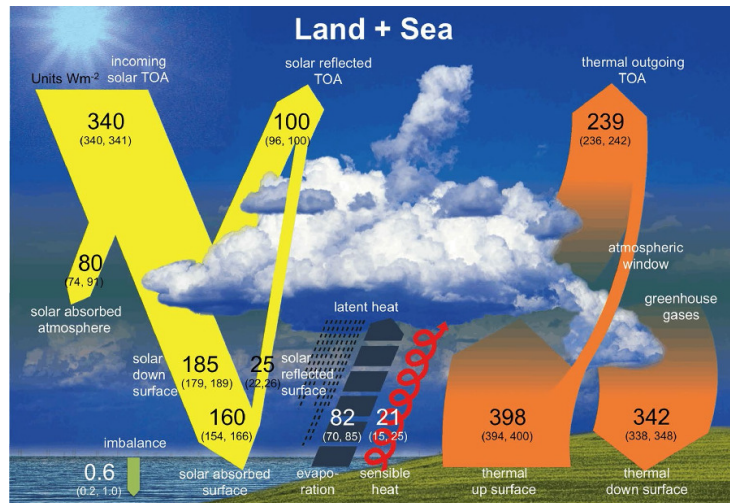
Die Luft der Atmosphäre besteht im Wesentlichen aus Stickstoff ( $\text{N}_2$ , rund 78%) und Sauerstoff ( $\text{O}_2$ , rund 21%) sowie dem Edelgas Argon ( $\text{Ar}$ , rund 0,9%). Der Rest sind Spurengase, deren Anteile meist in ppm (parts per million), ppb (parts per billion) oder ppt (parts per trillion) angegeben werden. Hierbei handelt es sich um Volumenanteile, also im Wesentlichen Anteile pro Teilchenzahl, da wir bei Gasen (insbesondere Gasen, die sich wie ideale Gase verhalten) das Eigenvolumen der Moleküle vernachlässigen können.  $\text{CO}_2$  (Kohlendioxid) ist mit derzeit rund 420 ppm oder 0,042% das häufigste Gas, es folgen Ne (Neon, 18 ppm), He (Helium, 5 ppm),  $\text{CH}_4$  (Methan, 1870 ppb). Außerdem enthält die Luft je nach Luftfeuchtigkeit bis zu 4 Volumenprozent  $\text{H}_2\text{O}$  (Wasserdampf).

## 3.2 Einige globale, statische Klimamodelle

Ein Klimamodell ist ein System mathematischer Gleichungen, in das klimarelevante Parameter (z.B. Luft- und Wassertemperatur in bestimmten Luftschichten bzw. Wassertiefen, Niederschläge, Luftfeuchtigkeit, Eisfläche und Dicke von Eisschichten, ... eventuell ortsabhängig) eingehen und das den zeitlichen Verlauf solcher Parameter beschreibt. Die einfachsten Klimamodelle betrachten lediglich die Durchschnittstemperatur der Erde (also keine Ortsabhängigkeiten). Weitere Vereinfachungen bestehen darin, die Zeitabhängigkeit zu vernachlässigen, d.h., es werden Gleichgewichtszustände untersucht. Selbst auf diesem Niveau unterscheiden sich Klimamodelle noch hinsichtlich der Eigenschaften der Erdoberfläche, die berücksichtigt werden.

Die folgenden Klimamodelle sind von dieser globalen Struktur und berücksichtigen zunehmend mehr Einflüsse. Man erkennt, wie schnell die Modell komplexer werden, wie andererseits aber auch einfache Modelle schon bestimmte nicht-triviale Effekte beschreiben können. Abbildung ?? gibt global die Strahlungsbilanz der Atmosphäre wieder, die näherungsweise in den angeführten Modellen beschrieben wird.

Abbildung 3.1: Einfaches Diagramm zur Veranschaulichung des radiativen Energiehaushalts der Atmosphäre. TOA = top of atmosphere. Die Zahlen bezeichnen eine Strahlungsintensität (in Watt pro Quadratmeter). In Klammern ist jeweils das Intervall der Unsicherheit angegeben. (Aus [?])



Im Folgenden verwenden wir auch das Kirchhoff'sche Strahlungsgesetz, wonach der Absorptionskoeffizient und der Emissionskoeffizient eines Körpers gleich sind. Wir setzen hier die integrierte diffuse Strahlung voraus, d.h. wir betrachten keine Richtungsabhängigkeiten. Allerdings berücksichtigen einige der Klimamodelle eine Frequenzabhängigkeit dieser Koeffizienten. Die Interpretation sogenannter Emissionskoeffizienten in diesem Kapitel bedeutet meist, dass die Atmosphäre für bestimmte Frequenzen absorbierend und für andere Frequenzen durchlässig ist. Daher ist die Forderung, dass die frequenzabhängige Absorption gleich der entsprechenden Emission ist, eher eine Näherung.

### 3.2.1 Klimamodell 1 - ohne Atmosphäre

Wir betrachten zunächst ein sehr einfaches Klimamodell, bei dem folgende Faktoren berücksichtigt werden:

1. eine konstante Intensität der Sonnenstrahlung oberhalb der Atmosphäre, dies ist die Solarkonstante  $S = 1361 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ,
2. eine konstante Albedo von  $a = 0,3$ ,

3. eine Erdoberfläche, welche die absorbierte Energie in alle Richtungen als Schwarzkörperstrahlung entsprechend ihrer Oberflächentemperatur  $T$  abgibt. Hier wird das Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$L = \sigma T^4 \quad (3.2)$$

angenommen, d.h., die abgestrahlte Intensität  $L$  (Energie pro Zeit und Fläche) ist proportional zur 4. Potenz der absoluten Temperatur  $T$  der Erdoberfläche. Die Proportionalitätskonstante ist die Stefan-Boltzmann-Konstante  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ . (2)

Bis auf die Oberflächentemperatur der Erde sind alle Parameter bekannt. Für die gesamte Intensität der absorbierten Strahlung gilt:

$$L_{\text{ab}} = (1 - a)S\pi R^2. \quad (3.3)$$

Der Faktor  $(1 - a)$  beschreibt die Reduktion der eingestrahnten Intensität  $S$  aufgrund der Albedo.  $\pi R^2$  (wobei  $R$  der Radius der Erde ist) beschreibt die Querschnittsfläche der Erde, die von der Sonnenstrahlung getroffen wird. Meist argumentiert man, dass dies die Fläche des Schattens hinter der Erde ist, wo die Sonnenstrahlung fehlt, weil sie auf die Erde getroffen ist.

Diese absorbierte Intensität muss im Gleichgewicht gleich der emittierten Intensität sein (siehe Abb. ??). Bei der emittierten Intensität soll es sich in diesem Modell um die Intensität der Schwarzkörperstrahlung der Erde bei ihrer Oberflächentemperatur  $T_s$  handeln (siehe Abb. ??, (a)):

$$L_{\text{em}} = \sigma T_s^4 4\pi R^2. \quad (3.4)$$

Hier wird als emittierende Fläche die gesamte Oberfläche der Erde angenommen (daher der Faktor 4). Setzt man  $L_{\text{ab}} = L_{\text{em}}$  folgt

$$(1 - a)S = 4\sigma T_s^4 \quad \Rightarrow \quad T_s = \sqrt[4]{\frac{(1 - a)S}{4\sigma}} = 254,6 \text{ K}. \quad (3.5)$$

Nach diesem einfachen Modell müsste die durchschnittliche Erdtemperatur knapp 255 K oder  $-18^\circ\text{C}$  betragen. Das ist natürlich viel zu kalt. Bei diesen Temperaturen wären die Ozeane gefroren. Die tatsächliche Jahresdurchschnittstemperatur der Erde liegt (2017) bei  $15^\circ\text{C}$  oder 288 K.

### 3.2.2 Klimamodell 2 - ohne Atmosphärenschicht, mit Emissionsfaktor

Es gibt mehrere Gründe, weshalb das erste Klimamodell eine deutlich zu tiefe Oberflächentemperatur der Erde liefern könnte. Zum Einen könnte es eine Energiequelle geben, die bisher nicht berücksichtigt wurde. Dafür kommt praktisch nur die Erde selbst in Frage, insbesondere die Kernzerfälle im Inneren der Erde. Hier zeigt eine genauere Überlegung jedoch, dass dieser Effekt zu klein ist und für die Klimabetrachtungen nicht berücksichtigt zu werden braucht.

Weiterhin könnte die Annahme falsch sein, dass die Erde eine Schwarzkörperstrahlung zu einer Temperatur  $T$  abgibt, die ihrer Oberflächentemperatur entspricht. Wir führen für unser zweites Klimamodell einen Emissionsfaktor  $\hat{\epsilon}$  ein, setzen also für die emittierte Intensität

$$L_{\text{em}} = \hat{\epsilon}\sigma T^4 4\pi R^2 \quad (3.6)$$

an.  $\hat{\epsilon} = 1$  entspricht dem alten Modell. Man spricht in diesem Fall auch schon mal von einem „grauen Strahler“ (siehe Abb. ??(b)). Wir erhalten nun für die Oberflächentemperatur der Erde:

$$(1 - a)S = 4\hat{\epsilon}\sigma T^4 \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt[4]{\frac{(1 - a)S}{4\hat{\epsilon}\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1}{\hat{\epsilon}}} 254,6 \text{ K}. \quad (3.7)$$

Setzen wir für  $T$  die beobachtete Oberflächentemperatur von 288 K ein, erhalten wir  $\hat{\epsilon} = 0,61$ . Wir haben an dieser Stelle unser „Klimamodell“ nicht zur Bestimmung der Oberflächentemperatur  $T$

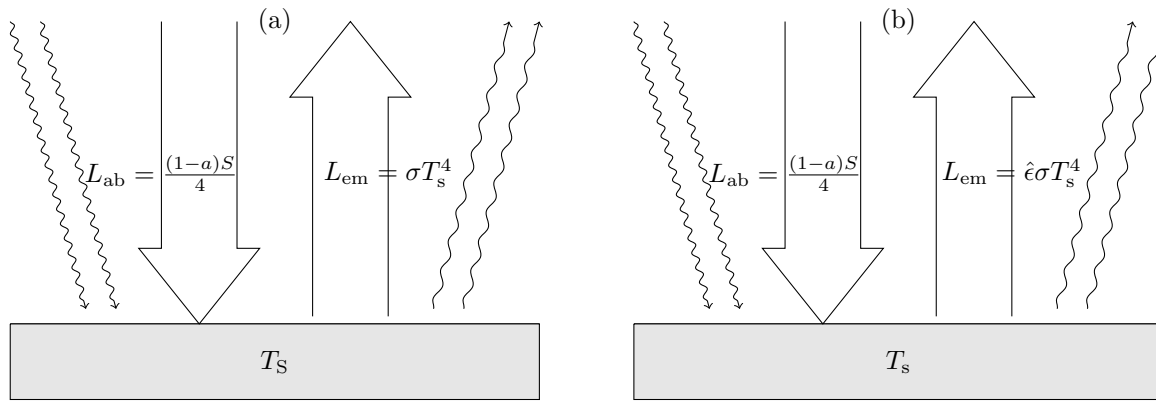


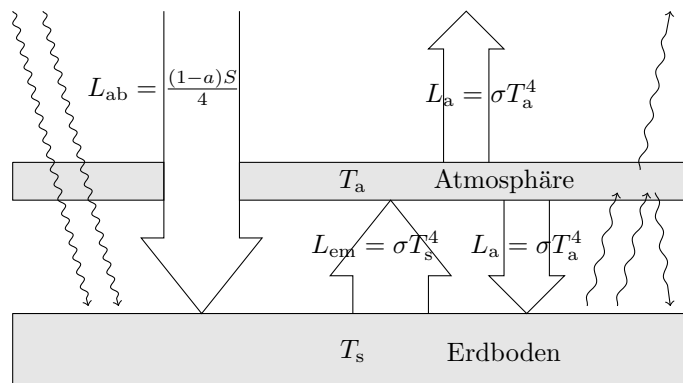
Abbildung 3.2: Zwei einfache Klimamodelle. (a) In diesem Modell wird sämtliche von der Sonne einfallende Strahlung (abzüglich der Albedo) von der Erdoberfläche absorbiert und von dieser als Schwarzkörperstrahlung wieder in den Weltraum abgegeben. (b) In diesem Modell gibt die Erdoberfläche ebenfalls alle absorbierte Strahlung wieder ab, allerdings nicht als Schwarzkörperstrahlung sondern um einen Faktor  $\hat{\epsilon}$  geringer. Dieser Faktor beschreibt den Einfluss des Treibhauseffekts, gibt aber keine Erklärung.

benutzt, sondern zur Bestimmung von  $\hat{\epsilon}$ . Gelegentlich wird behauptet, der niedrigere Wert von  $\hat{\epsilon}$  beschreibe den Treibhauseffekt. Das ist zwar nicht falsch, bedarf aber einer Erklärung. Inwieweit  $\hat{\epsilon}$  direkt gemessen und somit aus diesem Modell die Oberflächentemperatur der Erde bestimmt werden kann, werden wir noch diskutieren.

### 3.2.3 Klimamodell 3 - eine total absorbierende Atmosphärensicht

Wir betrachten nun ein Modell, bei dem zwischen der einfallenden Strahlung, die durch die Solar-konstante gegeben ist, und der ausfallenden Strahlung, die in den bisherigen beiden Modellen durch die Temperatur der Erdoberfläche gegeben ist, noch eine Schicht liegt, welche den Einfluss der Treibhausgase beschreiben soll. Diese Schicht sei vollkommen durchlässig für die einfallende (kurzwellige) Strahlung der Sonne, sie absorbiere aber die langwellige Strahlung zur Temperatur  $T_s$ , die von der Erde emittiert wird. Außerdem emittiere sie eine langwellige Strahlung zu ihrer Atmosphärentemperatur  $T_a$  (siehe Abb. ??). Diese Emission erfolgt sowohl in Richtung Weltraum (nach oben) als auch zurück in Richtung Erdoberfläche. Wir haben es nun also mit zwei Temperaturen zu tun: einmal die Temperatur der Erdoberfläche  $T_s$  sowie weiterhin die Temperatur  $T_a$  der Atmosphärensicht, die wir uns als sehr dünn denken.

Abbildung 3.3: Der Treibhauseffekt - Klimamodell mit einer Atmosphärensicht. Die von der Erdoberfläche emittierte langwellige Strahlung wird in der Atmosphäre absorbiert und als Schwarzkörperstrahlung zur Atmosphärentemperatur  $T_a$  sowohl in den Weltraum als auch zurück zur Erdoberfläche emittiert.



Für beide Schichten - Erdoberfläche und Atmosphäre - stellen wir nun Bilanzgleichungen auf. Dabei nehmen wir an, dass die Atmosphäre nur Energie von der Erdoberfläche erhält, die entsprechend dem Stefan-Boltzmann-Gesetz durch  $L_{\text{em}} = \sigma T_s^4$  gegeben ist. Außerdem emittiere die Atmosphäre die Energie in zwei Richtungen - nach oben und nach unten - entsprechend ihrer Temperatur  $T_a$ . Wir erhalten somit die folgenden zwei Bilanzgleichungen ((s) für „surface“, d.h. die Bilanzgleichung des Erdbodens, und (a) für die Bilanzgleichung der Atmosphärenschicht):

$$(s) \quad \frac{(1-a)}{4} S + \sigma T_a^4 = \sigma T_s^4 \quad (a) \quad \sigma T_s^4 = 2\sigma T_a^4. \quad (3.8)$$

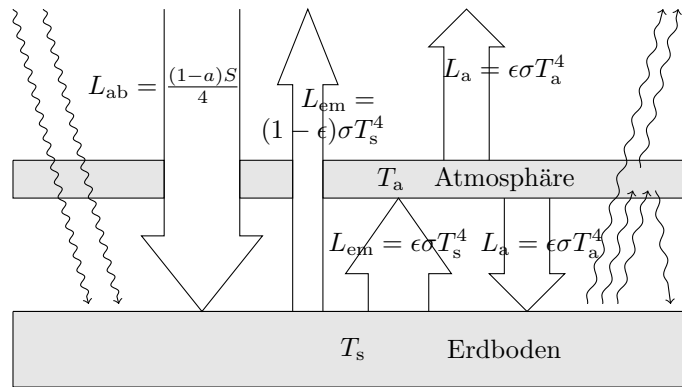
Bilanzgleichung (s) beschreibt die Strahlungsbilanz der Erdoberfläche: Einfallend (linke Seite der Gleichung) ist die kurzwellige Strahlung der Sonne sowie ein Teil, der von der Atmosphäre nach unten emittiert wird; ausfallend ist die langwellige Strahlung, welche die Erdoberfläche entsprechend ihrer Temperatur  $T_s$  emittiert. Bilanzgleichung (a) beschreibt die Strahlungsbilanz der Atmosphärenschicht (die als dünn und von konstanter Temperatur angenommen wird): Einfallend ist die emittierte langwellige Strahlung der Erde, emittiert werden zwei Anteile (nach unten und nach oben in den Welt- raum) entsprechend der Temperatur  $T_a$ .

Aus der zweiten Gleichung folgt unmittelbar  $T_s = \sqrt[4]{2} T_a$ , die Temperatur der Erdoberfläche ist also um den Faktor  $\sqrt[4]{2} \approx 1,1892$  höher als die Temperatur  $T_a$  der Atmosphäre. Setzt man die zweite Bilanzgleichung in die erste ein, erhält man für die Atmosphärentemperatur den Wert des ersten Modells  $T_a \approx 254,6 \text{ K}$  oder  $-18^\circ\text{C}$ . Dies ist auch plausibel, weil für das Gesamtsystem die Strahlungsbilanz ebenfalls ausgeglichen sein soll. Für die Temperatur der Erdoberfläche erhalten wir nun  $T_s \approx 303 \text{ K}$  oder  $30^\circ\text{C}$ . Das ist etwas zu warm wenn man bedenkt, dass die mittlere Temperatur der Erdoberfläche eher bei  $15^\circ\text{C}$  liegt.

An diese Modell wird offensichtlich, dass die Temperatur, die man aus einer großen Entfernung von der Erde beobachtet, nicht die Temperatur der Erdoberfläche ist (wie in dem ersten Modell), sondern die Temperatur der (oberen) Atmosphärenschicht.

### 3.2.4 Klimamodell 4 - eine teilabsorbierende Atmosphärenschicht

Abbildung 3.4: Effektiver Treib- hauseffekt mit einer teilweise absor- bierenden Atmosphärenschicht. Die von der Erdoberfläche emittierte langwellige Strahlung wird teilweise in der Atmosphäre absorbiert und teilweise durchgelassen. Der absorbierte Anteil wird als „graue Strahlung“ mit Emissionskoeffizien- ten  $\epsilon$  zur Atmosphärentemperatur  $T_a$  sowohl in den Weltraum als auch zurück zur Erdoberfläche emittiert.



In diesem Klimamodell wird angenommen, dass die Atmosphärenschicht nur einen Teil der von der Erde emittierten langwelligen Strahlung absorbiert (parametrisiert durch den Parameter  $\epsilon$ ) und einen Teil direkt durchlässt (siehe Abb. ??). Entsprechend den Kirchhoff'schen Strahlungsgesetzen, wonach Absorptions- und Emissionskoeffizient eines Körpers für eine gegebene Wellenlänge gleich sind (Richtungsabhängigkeiten werden hier vernachlässigt), wird bei diesem Modell angenommen, dass die

Atmosphäre für bestimmte Wellenlängen transparent ist - und entsprechend bei diesen Wellenlängen auch nicht emittiert - und andere Wellenlängen absorbiert, die dann auch wieder (diffus, also in alle Richtungen) emittiert werden.

Nun lauten die Bilanzgleichungen:

$$(s) \quad \frac{(1-a)}{4} S + \epsilon \sigma T_a^4 = ((1-\epsilon) + \epsilon) \sigma T_s^4 = \sigma T_s^4 \quad (a) \quad \epsilon \sigma T_s^4 = 2\epsilon \sigma T_a^4. \quad (3.9)$$

Aus der zweiten Gleichung (für die Atmosphärenschicht) folgt:

$$T_s^4 = 2 T_a^4 \quad \text{bzw.} \quad T_s = \sqrt[4]{2} T_a. \quad (3.10)$$

Wenn wir dies in die erste Gleichung einsetzen, erhalten wir für die Atmosphärentemperatur:

$$T_a = \sqrt[4]{\frac{(1-a)S}{4} \frac{1}{2-\epsilon}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2-\epsilon}} 254,6 \text{ K} \quad (3.11)$$

und damit für die Bodentemperatur der Erde:

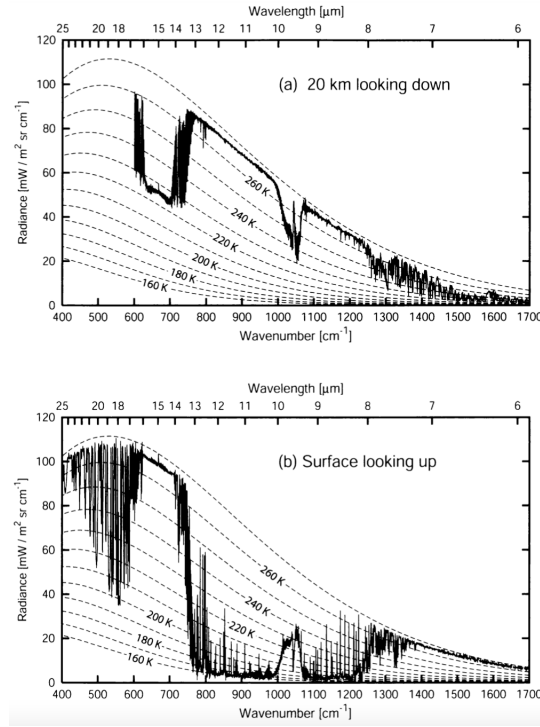
$$T_s = \sqrt[4]{\frac{(1-a)S}{4} \frac{2}{2-\epsilon}} = \sqrt[4]{\frac{2}{2-\epsilon}} 254,6 \text{ K}. \quad (3.12)$$

Für  $\epsilon \rightarrow 0$  erhalten wir unser erstes Modell wieder: Die Atmosphäre emittiert keine Strahlung mehr (ihre Temperatur wäre  $T_a = (1/\sqrt[4]{2}) \cdot 254,6 \text{ K} \approx 214,1 \text{ K}$ , bei der aber praktisch keine Strahlung emittiert wird). Sämtliche von der Erdoberfläche absorbierte Energie wird als Schwarzkörperstrahlung bei 254,6 K wieder in den Weltraum abgestrahlt. Für  $\epsilon \rightarrow 1$  erhalten wir das vorherige Modell: Die Atmosphärentemperatur beträgt 254,6 K und die Temperatur der Erdoberfläche ist  $T_s = \sqrt[4]{2} \cdot 254,6 \text{ K} \approx 303 \text{ K}$ .

Wenn wir nun umgekehrt für die durchschnittliche Oberflächentemperatur der Erde den Wert 288 K annehmen, erhalten wir den Wert  $\epsilon \approx 0,7785$ , und für die Atmosphärentemperatur folgt daraus ein Wert von rund 242 K. Über Polareis (siehe Abb. ??) würde sich für eine Erdtemperatur von 268 K eine Atmosphärentemperatur von 226 K ergeben, was recht gut mit den beobachteten Werten übereinstimmt. Der Vorteil dieses Modells ist, dass wir hier einige Effekte studieren und interpretieren können, die bisher nicht so offensichtlich waren.

1. Für  $\epsilon \neq 1$  oder 0 entspricht die Strahlung, welche die Erde in den Weltraum abgibt - die also von einer großen Höhe aus beobachtet wird - nicht einer Schwarzkörperstrahlung zu einer festen Temperatur sondern einer Strahlung zu zwei Temperaturen. Damit erhält der Parameter  $\epsilon$  aus dem zweiten Modell eine anschauliche Bedeutung: Bei manchen Wellenlängen ist die Atmosphäre durchlässig und man sieht somit bei diesen Wellenlängen aus großer Höhe die Oberfläche der Erde (und ihre Temperatur). Bei anderen Wellenlängen ist die Atmosphäre absorbierend und undurchsichtig. Bei diesen Wellenlängen sieht man aus einer großen Höhe nur die obere Atmosphärenschicht und dies bei einer deutlich niedrigeren Temperatur (vgl. Abb. ??).
2. Wenn  $\epsilon$  größer wird, also mehr Strahlung von der Atmosphäre absorbiert wird, nimmt die Temperatur der Erdoberfläche zu. Dies ist der eigentliche Treibhauseffekt. Gleichzeitig nimmt in diesem Modell aber auch die Temperatur der oberen Atmosphärenschicht, von der aus die Strahlung in den Weltraum abgegeben wird, zu. Sie ist allerdings insgesamt kälter als in dem Klimamodell 3. Da die einfallende Intensität (die Solarkonstante und die Albedo) mehr oder weniger konstant bleibt, muss auch die abgegebene Intensität in der Summe konstant bleiben. Wenn aber von der Erdoberfläche Strahlung zu einer höheren Temperatur in den Weltraum abgegeben wird, muss die Strahlung von den oberen Atmosphärenschichten zu einer tieferen Temperatur gehören.

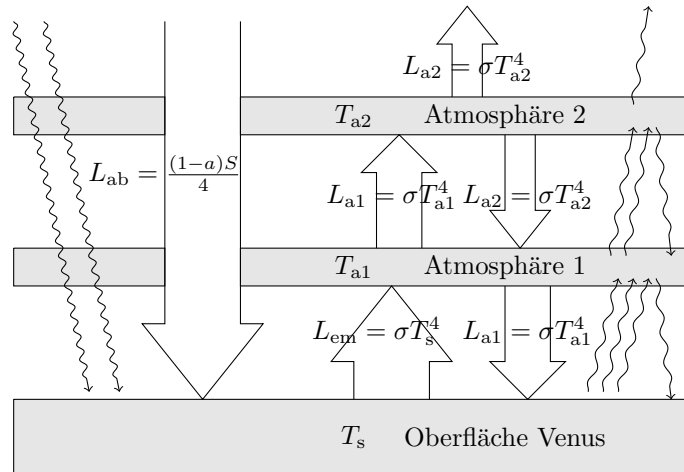
Abbildung 3.5: (oben) Spektralzerlegung der Erdstrahlung aus großer Höhe betrachtet. (unten) Spektrale Zerlegung der Atmosphärenstrahlung vom Erdboden aus betrachtet. Die Diagramme wurden über Polareis aufgenommen. Die wellenlängenabhängigen Kurven werden verglichen mit Schwarzkörperstrahlungen zu verschiedenen Temperaturen. Aus großer Höhe sieht man Bereiche mit einer Temperatur von rund 268 K - diese entsprechen der Erdoberfläche - und andere Bereiche mit einer Temperatur von rund 226 K - diese entsprechen der oberen Atmosphäre. In Wellenlängenbereichen, in denen die Atmosphäre lichtdurchlässig ist, sieht man im oberen Bild eine Temperatur von rund 268 K, also den Erdboden, und im unteren Bild eine sehr niedrige Temperatur entsprechend dem Weltraum. Aus [?].



### 3.2.5 Ein einfaches Klimamodell für die Venus

Die Atmosphäre der Venus enthält rund 96% Kohlendioxid. Der Abstand Venus-Sonne beträgt ungefähr 0,72 AU (astronomische Einheiten) und somit ist die Solarkonstante an der Oberfläche der Venusatmosphäre um rund das Inverse von  $(0,72)^2 \approx 0,52$ , also knapp das Doppelte, größer als auf der Erde (dies beruht auf dem  $1/r^2$ -Gesetz der Intensität einer Strahlung als Funktion des Abstands von der Strahlungsquelle). Allerdings ist die Albedo der Venus mit rund 0,75 deutlich größer als die der Erde (von außen erscheint die Venus vollkommen wolkenbedeckt). Insgesamt müsste es daher auf der Venus kälter sein, als auf der Erde. Doch die Oberflächentemperatur der Venus beträgt über  $460^\circ\text{C}$ . Um zu sehen, wie eine dickere absorbierende Atmosphärenschicht die Oberflächentemperatur beeinflusst, betrachten wir folgendes Atmosphärenmodell (siehe Abb. ??).

Abbildung 3.6: Modell für den Treibhauseffekt der Venus - ein Klimamodell mit zwei Atmosphärenschichten. Die von der Venusoberfläche emittierte langwellige Strahlung wird in der ersten Atmosphäre absorbiert und als Schwarzkörperstrahlung zur Atmosphärentemperatur  $T_{a1}$  zur zweiten Schicht wie auch zurück zur Venusoberfläche emittiert. Die zweite Schicht mit der Temperatur  $T_{a2}$  emittiert Strahlung zurück zur ersten Schicht und in den Weltraum.



Die Bilanzgleichungen sind nun (wobei durch die Stefan-Boltzmann-Konstante  $\sigma$  dividiert



wurde):

$$(g) \quad \frac{(1-a)S}{4\sigma} + T_{a1}^4 = T_s^4 \quad (a1) \quad T_s^4 + T_{a2}^4 = 2T_{a1}^4 \quad (a2) \quad T_{a1}^4 = 2T_{a2}^4 \quad (3.13)$$

Aus diesen Gleichungen erhalten wir (die Zahlenwerte gelten zum besseren Vergleich mit den vorherigen Modellen für die Albedo und die Solarkonstante der Erde):

$$T_{a2} = \sqrt[4]{\frac{(1-a)S}{4\sigma}} = 254,6 \text{ K} \quad (3.14)$$

$$T_{a1} = \sqrt[4]{2} T_{a2} = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{(1-a)S}{4\sigma}} = \sqrt[4]{2} \cdot 254,6 \text{ K} \approx 302,8 \text{ K} \quad (3.15)$$

$$T_s = \sqrt[4]{3} T_{a2} = \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{(1-a)S}{4\sigma}} = \sqrt[4]{3} \cdot 254,6 \text{ K} \approx 335,1 \text{ K} \quad (3.16)$$

Die oberste Atmosphärenschicht behält somit ihre Temperatur von 254,6 K, wohingegen die Temperatur am Boden im Vergleich zu dem Einsicht-Modell nochmals gewachsen ist. Man kann sich nun leicht überlegen, dass sich dieses Verhalten bei mehreren Atmosphärenschichten fortsetzt. Letztendlich erhält man, dass immer dieselbe Temperatur von 254,6 K in den Weltraum abgestrahlt wird, diese Temperatur zu den tieferen Schichten hin zunimmt und am Boden theoretisch einen beliebig hohen Wert annehmen kann. Auch wenn sich die Zahlenwerte hier auf die Albedo und die Solarkonstante der Erde beziehen, kann man das Modell leicht auf Venus übertragen. Durch die hohe Konzentration an CO<sub>2</sub> (sowie die Tatsache, dass die Atmosphäre der Venus fast 90 mal dichter ist als die der Erde) wirken dort effektiv viele Atmosphärenschichten total absorbierend.

Modelle für die Atmosphären anderer Planeten oder auch von Monden anderer Planeten (z.B. der Jupiter- und Saturnmonde) sind auch für die Klimaphysik von Interesse, weil man an diesen Modellen testen kann, ob die Zusammenhänge durch die einfachen Modelle schon nahezu korrekt wiedergegeben werden und somit diese einfachen Modelle der Realität entsprechen.

### 3.2.6 Klimamodell 5 - Erwärmung der Troposphäre und Abkühlung der Stratosphäre

Nun betrachten wir ein Klimamodell mit zwei Atmosphärenschichten, von denen eine Schicht näherungsweise die Verhältnisse in der Troposphäre und eine zweite Schicht die Verhältnisse in der Stratosphäre beschreibt. Es ist das allgemeinste Modell in diesem Kapitel und man erhält alle vorherigen Modelle für spezielle Werte der Parameter.

Die Stratosphäre zeichnet sich dadurch aus, dass sie einen Teil der einfallenden Sonnenstrahlung absorbiert (insbesondere im UV-Bereich durch das in der Stratosphäre vorhandene Ozon) und in Wärme umwandelt. Ansonsten wirken sowohl die Troposphäre als auch die Stratosphäre als „graue Strahler“, die bestimmte Wellenlängen absorbieren und emittieren und andere Wellenlängen transmittieren und in diesem Bereich auch nicht emittieren (siehe Abb. ??). Die zugehörigen Emissionsfaktoren (gleich Absorptionsfaktoren)  $\epsilon_{\text{tro}}$  und  $\epsilon_{\text{str}}$  geben wieder den Anteil einer Strahlung an, die von dieser Schicht absorbiert und emittiert wird.

Die Bilanzgleichungen für die drei Schichten lassen sich anhand von Abb. ?? ablesen und lauten:

$$\text{Erdboden} \quad (1 - \beta_{\text{str}}) \frac{(1-a)S}{4} + \epsilon_{\text{tro}} \sigma T_{\text{tro}}^4 + \epsilon_{\text{str}} (1 - \epsilon_{\text{tro}}) \sigma T_{\text{str}}^4 = \sigma T_s^4 \quad (3.17)$$

$$\text{Troposphäre} \quad \epsilon_{\text{tro}} \sigma T_s^4 + \epsilon_{\text{str}} \epsilon_{\text{tro}} \sigma T_{\text{str}}^4 = 2 \epsilon_{\text{tro}} \sigma T_{\text{tro}}^4 \quad (3.18)$$

$$\text{Stratosphäre} \quad \beta_{\text{str}} \frac{(1-a)S}{4} + \epsilon_{\text{tro}} \epsilon_{\text{str}} \sigma T_{\text{tro}}^4 + \epsilon_{\text{str}} (1 - \epsilon_{\text{tro}}) \sigma T_s^4 = 2 \epsilon_{\text{str}} \sigma T_{\text{str}}^4 \quad (3.19)$$

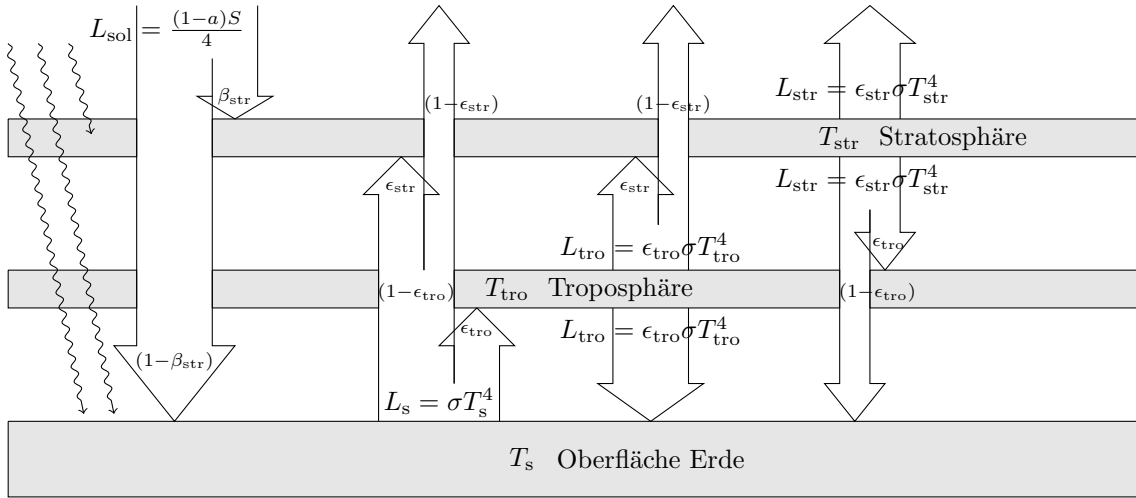


Abbildung 3.7: Modell für die Strahlungsbilanz mit einer Troposphäre und einer Stratosphäre. Die Stratosphäre absorbiert einen Teil der einfallenden Sonnenstrahlung (Absorptionskoeffizient  $\beta_{str}$ ) und wird dadurch erwärmt. Außerdem absorbiert sie Teile der langwelligen Infrarotstrahlung von der Erdoberfläche und der Troposphäre. Die Erdoberfläche absorbiert und emittiert als schwarzer Körper und hat somit einen Emissionskoeffizienten von 1. Die Troposphäre und Stratosphäre absorbieren und emittieren als „graue Strahler“. Die Troposphäre hat einen Absorptions- und Emissionskoeffizienten von  $\epsilon_{tro}$  und die Stratosphäre einen entsprechenden Koeffizienten  $\epsilon_{str}$ . Der durchgelassene Strahlungsanteil ist jeweils proportional zu  $(1 - \epsilon_{tro/str})$ .

Wir können diese drei Gleichungen in Matrixform schreiben:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\epsilon_{tro} & -\epsilon_{str}(1 - \epsilon_{tro}) \\ -\epsilon_{tro} & 2\epsilon_{tro} & -\epsilon_{tro}\epsilon_{str} \\ -\epsilon_{str}(1 - \epsilon_{tro}) & -\epsilon_{tro}\epsilon_{str} & 2\epsilon_{str} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma T_s^4 \\ \sigma T_{tro}^4 \\ \sigma T_{str}^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 - \beta_{str}) \frac{(1-a)S}{4} \\ 0 \\ \beta_{str} \frac{(1-a)S}{4} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Bildet man die Summe dieser drei Gleichungen erhält man die Bilanz des Gesamtsystems:

$$\frac{(1-a)S}{4} = (1 - \epsilon_{tro})(1 - \epsilon_{str})\sigma T_s^4 + \epsilon_{tro}(1 - \epsilon_{str})\sigma T_{tro}^4 + \epsilon_{str}\sigma T_{str}^4. \quad (3.21)$$

In Anhang ?? wird dieses Gleichungssystem gelöst. Aus den Gleichungen ??–?? ergibt sich:

$$T_{str} = \sqrt[4]{\frac{1}{(2 - \epsilon_{str})} \left( 1 + \frac{(1 - \epsilon_{str})}{\epsilon_{str}} \beta_{str} \right)} \cdot 254,6 \text{ K}, \quad (3.22)$$

$$T_{tro} = \sqrt[4]{\frac{(2 + \epsilon_{str}(1 - \epsilon_{tro}) - (\epsilon_{str} + \epsilon_{tro}(1 - \epsilon_{str}))\beta_{str})}{(2 - \epsilon_{str})(2 - \epsilon_{tro})}} \cdot 254,6 \text{ K}, \quad (3.23)$$

$$T_s = \sqrt[4]{\frac{((4 - \epsilon_{str}\epsilon_{tro}) - (2 + \epsilon_{tro}(1 - \epsilon_{str}))\beta_{str})}{(2 - \epsilon_{str})(2 - \epsilon_{tro})}} \cdot 254,6 \text{ K}. \quad (3.24)$$

Für die Parameterwerte  $\beta_{str} = 0,05$ ,  $\epsilon_{str} = 0,11$  und  $\epsilon_{tro} = 0,78$  erhalten wir für die Bodentemperatur  $T_s = 288,06 \text{ K}$ , die Troposphärentemperatur  $T_{tro} = 245,19 \text{ K}$  und die Stratosphärentemperatur  $T_{str} = 236,37 \text{ K}$ . Erhöhen wir nun die beiden Emissionsparameter etwas (um beispielsweise eine erhöhte  $\text{CO}_2$ -Konzentration in der Atmosphäre zu modellieren), z.B. auf  $\epsilon_{str} = 0,12$  und  $\epsilon_{tro} = 0,8$ , erhalten wir für die Bodentemperatur  $T_s = 289,43 \text{ K}$ , die Troposphärentemperatur  $T_{tro} = 246,50 \text{ K}$

und die Stratosphärentemperatur  $T_{\text{str}} = 235,07 \text{ K}$ . Wir erkennen, dass die Bodentemperatur ebenso wie die Troposphärentemperatur zugenommen hat, wohingegen die Stratosphärentemperatur etwas abgenommen hat. Allerdings zeigt Gl. ?? (bzw. Gl. ??), dass die Stratosphärentemperatur in diesem Modell nicht von dem Emissionsparameter der Troposphäre abhängt. Außerdem ist die Absorption der einfallenden Strahlung für diesen Effekt wichtig: Für  $\beta = 0$  nimmt die Stratosphärentemperatur mit wachsendem  $\epsilon_{\text{str}}$  zu. Die Abnahme erfolgt nur, wenn  $\beta > \epsilon_{\text{str}}^2/2$  ist (Anmerkung (3))

### 3.3 Anmerkungen

(1) Der Grund für den Faktor 2 zwischen der Schwankung im Abstand und der Schwankung in der Intensität der Sonneneinstrahlung liegt in dem  $1/r^2$ -Gesetz der Intensität als Funktion des Abstands:

$$\frac{1}{(r \pm \Delta r)^2} \approx \frac{1}{r^2} \mp 2 \frac{\Delta r}{r}. \quad (3.25)$$

(2) Das Stefan-Boltzmann-Gesetz folgt z.B. aus dem Planck'schen Strahlungsgesetz. Damit lässt sich die Stefan-Boltzmann-Konstante durch andere Naturkonstanten ausdrücken:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_{\text{B}}^4}{15h^3 c^2} = 5,670\,374\,42... \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}. \quad (3.26)$$

(3) Die genaue Bedingung lautet

$$\beta_{\text{str}} > \frac{\epsilon_{\text{str}}^2}{2 - 2\epsilon_{\text{str}} + \epsilon_{\text{str}}^2}, \quad (3.27)$$

was aber für kleine Werte von  $\epsilon_{\text{str}}$ , die durchaus realistisch sind, durch  $\beta_{\text{str}} > \epsilon_{\text{str}}^2/2$  genähert werden kann. Man erhält die Bedingung aus der Ableitung von  $T_{\text{str}}$  nach  $\epsilon_{\text{str}}$ , die für eine abnehmende Temperatur als Funktion von  $\epsilon_{\text{str}}$  negativ sein muss.

#### 3.3.1 Lösung des Gleichungssystems für das Stratosphärenmodell

Aus Gl. ?? folgt:

$$T_{\text{s}}^4 + \epsilon_{\text{str}} T_{\text{str}}^4 = 2T_{\text{tro}}^4. \quad (3.28)$$

Wir nutzen diese Gleichung, um  $T_{\text{tro}}$  aus dem Gleichungssystem zu eliminieren und erhalten:

$$(1 - \beta_{\text{str}}) \frac{(1-a)S}{4} + \epsilon_{\text{str}} \left(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}\right) \sigma T_{\text{str}}^4 = \left(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}\right) \sigma T_{\text{s}}^4 \quad (3.29)$$

$$\beta_{\text{str}} \frac{(1-a)S}{4} + \epsilon_{\text{str}} \left(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}\right) \sigma T_{\text{s}}^4 = 2\epsilon_{\text{str}} \left(1 - \frac{1}{4}\epsilon_{\text{tro}}\epsilon_{\text{str}}\right) \sigma T_{\text{str}}^4 \quad (3.30)$$

oder in Matrixschreibweise:

$$\begin{pmatrix} (1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}) & -\epsilon_{\text{str}}(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}) \\ -\epsilon_{\text{str}}(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}) & 2\epsilon_{\text{str}}(1 - \frac{1}{4}\epsilon_{\text{tro}}\epsilon_{\text{str}}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma T_{\text{s}}^4 \\ \sigma T_{\text{str}}^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 - \beta_{\text{str}}) \frac{(1-a)S}{4} \\ \beta_{\text{str}} \frac{(1-a)S}{4} \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Nach der allgemeinen Formel für das Inverse einer  $2 \times 2$ -Matrix,

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \frac{1}{(ad - bc)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, \quad (3.32)$$

folgt mit

$$A = \begin{pmatrix} (1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}) & -\epsilon_{\text{str}}(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}) \\ -\epsilon_{\text{str}}(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}) & 2\epsilon_{\text{str}}(1 - \frac{1}{4}\epsilon_{\text{tro}}\epsilon_{\text{str}}) \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

und

$$\det A = 2\epsilon_{\text{str}} \left(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}\right) \left(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{str}}\right) \quad (3.34)$$

die Gleichung

$$\begin{pmatrix} \sigma T_s^4 \\ \sigma T_{\text{str}}^4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} 2\epsilon_{\text{str}} \left(1 - \frac{1}{4}\epsilon_{\text{tro}}\epsilon_{\text{str}}\right) & \epsilon_{\text{str}} \left(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}\right) \\ \epsilon_{\text{str}} \left(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}\right) & \left(1 - \frac{1}{2}\epsilon_{\text{tro}}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (1 - \beta_{\text{str}}) \\ \beta_{\text{str}} \end{pmatrix} \frac{(1-a)S}{4} \quad (3.35)$$

Wir erhalten für die Stratosphärentemperatur:

$$T_{\text{str}}^4 = \frac{1}{(2 - \epsilon_{\text{str}})} \left(1 + \frac{(1 - \epsilon_{\text{str}})}{\epsilon_{\text{str}}} \beta_{\text{str}}\right) \cdot \frac{(1-a)S}{4\sigma}, \quad (3.36)$$

und für die Bodentemperatur:

$$T_s^4 = \frac{((4 - \epsilon_{\text{str}}\epsilon_{\text{tro}}) - (2 + \epsilon_{\text{tro}}(1 - \epsilon_{\text{str}}))\beta_{\text{str}})}{(2 - \epsilon_{\text{str}})(2 - \epsilon_{\text{tro}})} \cdot \frac{(1-a)S}{4\sigma}. \quad (3.37)$$

Schließlich ergibt sich für die Temperatur der Troposphäre:

$$T_{\text{tro}}^4 = \frac{(2 + \epsilon_{\text{str}}(1 - \epsilon_{\text{tro}}) - (\epsilon_{\text{str}} + \epsilon_{\text{tro}}(1 - \epsilon_{\text{str}}))\beta_{\text{str}})}{(2 - \epsilon_{\text{str}})(2 - \epsilon_{\text{tro}})} \cdot \frac{(1-a)S}{4\sigma}. \quad (3.38)$$

# Literaturverzeichnis

- [1] Wild, M., Ohmura, A., Schär, Ch., Müller, G., Folini, D., Schwarz, M., Hakuba, M.Z., Sanchez, A.; *The Global Energy Balance Archive (GEBA) version 2017: a database for worldwide measured surface energy fluxes*; Earth Syst. Sci. Data 9 (2017) 601–613.  
<https://www.klimanavigator.eu/dossier/artikel/011967/index.php>
- [2] NASA Earth Fact Sheet; <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html>
- [3] Grant W. Petty; *A First Course in Atmospheric Radiation*, 2nd Ed.; Sundog Publishing, Madison, Wisconsin; 2006.
- [4] Wikipedia „Solarkonstante“. <https://de.wikipedia.org/wiki/Solarkonstante>.