Kapitel 6

Die Gezeiten I
Ebbe und Flut

Die Gezeiten - Ebbe und Flut - sind jedem bekannt, der mal an einer Ozeanküste war. Die Erscheinungen können jedoch sehr unterschiedlich sein: Meist erlebt man zweimal an einem Tag Flut und zweimal Ebbe, es gibt jedoch auch Küsten, an denen je nach Jahreszeit nur einmal am Tag Ebbe und Flut auftreten. Die Höhenunterschiede - der Tidenhub - können zwischen „kaum spürbar“ bis hin zu deutlich über 10 Metern schwanken. Der vermutlich höchste Tidenhub ist in der Bay of Fundy in Kanada. Dort wurden schon über 20 Meter gemessen.

Schon im Altertum war den Seefahrern bekannt, dass Ebbe und Flut irgendwie mit dem Stand von Mond und Sonne zu tun haben. Sowohl das deutsche Wort „Gezeiten“ als auch der Ausdruck „Tiden“ (niederdeutsch für „Zeiten“), der besonders in Norddeutschland üblich ist, deuten den engen Zusammenhang zur „Zeit“ an, der immer schon mit dem Stand der Gestirne in Verbindung gebracht wurde. Sonne und Mond sind für die Gezeiten verantwortlich, wobei - wie wir noch sehen werden - der Einfluss des Monds ungefähr doppelt so groß ist wie der Einfluss der Sonne.

In Tabelle 6.1 sind die wichtigsten Größen zusammengefasst, die in diesem Kapitel benötigt werden.

Gravitationskonstante	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2}$
Masse der Erde	$M_{\mathrm{Erde}} = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$
Masse des Monds	$M_{\mathrm{Mond}} = 7{,}35 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$
Masse der Sonne	$M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$
Abstand Erde-Mond	$R_{EM} = 380\,000\,\mathrm{km}$ (zwischen 363 000 und 405 500 km)
Abstand Erde-Sonne	$R_{ES} = 150\,000\,000\,\mathrm{km}$
Erdradius	$R_{\mathrm{Erde}} = 6\,375\ \mathrm{km}$
Neigung der Erdachse zur Ekliptik	$\alpha = 23{,}44°$

Tabelle 6.1: Die wichtigsten physikalischen Größen, die im Zusammenhang mit den Gezeiten auftreten. Es handelt sich um ungefähre bzw. gemittelte Angaben, die für eine grobe Abschätzung der Gezeitenkräfte ausreichen.

Anmerkung: Ich werde in diesem Kapitel oft von Fliehkräften sprechen, obwohl es sich dabei für viele nicht um wirkliche Kräfte handelt. Andererseits ist das Konzept der Kraft ohnehin ein

Hilfskonstrukt, dessen „Wirklichkeit“, insbesondere im Zusammenhang mit der Gravitation, durchaus in Frage gestellt werden kann. Wer den Begriff Fliehkraft vermeiden möchte, kann dies immer durch „Richtungsänderung des Impulses“ ersetzen.

6.1 Gezeitenkräfte

Ausgangspunkt der Erklärungen sind immer die Gezeitenkräfte (engl. *tidal forces*) des Monds bzw. der Sonne. Gezeitenkräfte sind sogenannte „differenzielle Kräfte“, d.h., sie geben die Differenz eines Kraftfelds bzw. die Differenz der Kräfte zwischen zwei Punkten an. Betrachten wir zunächst die gewöhnliche Schwerkraft.

Die Schwerkraft F eines Objekts der Masse M auf einen Gegenstand der Masse m im Abstand R ist

$$F = G\frac{Mm}{R^2}\,. \tag{6.1}$$

Bildet man F/m erhält man eine Beschleunigung. Dieser Wert ist unabhängig von der Masse m des „Probekörpers“:

$$a = G\frac{M}{R^2}\,. \tag{6.2}$$

Setzt man die Werte für die Gravitationskonstante G, die Masse des Monds M_{Mond} und den mittleren Abstand R_{EM} zwischen Erde und Mond ein, erhält man:

$$a_M = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{s}^2}\cdot\frac{7{,}35\cdot 10^{22}\,\text{kg}}{3{,}8^2\cdot 10^{16}\,\text{m}^2} \approx 3{,}4\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,, \tag{6.3}$$

wobei dieser Wert aufgrund der elliptischen Form der Mondbahn und dem damit verbundenen variierenden Abstand zwischen Erde und Mond zwischen $2{,}98\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und $3{,}71\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ schwanken kann.

Entsprechend erhalten wir für den Einfluss Sonne:

$$a_\odot = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{s}^2}\cdot\frac{2\cdot 10^{30}\,\text{kg}}{1{,}5^2\cdot 10^{22}\,\text{m}^2} \approx 5{,}9\cdot 10^{-3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,. \tag{6.4}$$

Der gravitative Einfluss der Sonne auf die Erde bzw. auf Gegenstände auf der Erde ist also über 170-mal größer als der Einfluss des Monds. Der führende, konstante Teil dieser Kraft wirkt jedoch auf alle Gegenstände auf der Erde gleichermaßen, d.h., wir spüren ihn nicht, da alle Gegenstände derselben Beschleunigung unterliegen und somit keine relativen Verschiebungen auftreten. Wir würden ihn spüren, wenn die Erde (durch was auch immer für einen überirdischen Mechanismus) in ihrem Zentrum an einem Punkt im Raum „festgehalten“ würde. Alle Gegenstände (insbesondere auch alle Wassermassen) würden in diesem Fall mit der obigen Beschleunigung zur Sonne hingezogen.

Für die Gezeiten sind jedoch die Gezeitenkräfte verantwortlich, d.h. die Unterschiede in der Schwerkraft des Monds (bzw. der Sonne) auf Gegenstände, die sich an verschiedenen Orten auf der Erde befinden. Der Unterschied zwischen der Gravitationsbeschleunigung des Monds auf den Schwerpunkt der Erde und einen Punkt an der Erdoberfläche, der dem Mond zugewandt ist, beträgt:(Herleitung)

$$\Delta a = G\frac{M_{\text{Mond}}}{(R_{EM}-R_{\text{Erde}})^2} - G\frac{M_{\text{Mond}}}{R_{EM}^2} \approx G\frac{M_{\text{Mond}}}{R_{EM}^3}2R_{\text{Erde}}\,. \tag{6.5}$$

Im letzten Schritt wurde nur der führende Term in $R_{\text{Erde}}/R_{EM} \approx 1/60$ genommen, entsprechend kleiner sind die Korrekturen. Setzt man Zahlen für das Erde-Mond-System ein, erhält man für diese differenzielle Beschleunigung:

$$\Delta a_M \approx 1{,}14\cdot 10^{-6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,, \tag{6.6}$$

wobei auch hier der Wert wieder zwischen $0{,}94 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ und $1{,}3 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ schwanken kann.

Wegen des wesentlich größeren Abstands zwischen Erde und Sonne und weil dieser Abstand kubisch eingeht, ist diese Beschleunigung nun für die Sonne kleiner:

$$\Delta a_{\odot} \approx 5 \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,. \tag{6.7}$$

Während also die absolute Schwerkraft der Sonne auf die Erde rund 170 mal größer ist als die des Monds, ist die Gezeitenkraft an der Oberfläche der Erde rund 2,3 (schwankend zwischen 1,9 und 2,6) mal schwächer als die des Monds. Wie schon erwähnt, spüren wir die absolute Schwerkraft der Sonne und des Monds nicht, da sich die Erde auf ihrer Bahn „im freien Fall" befindet. Die differenzielle Schwerkraft, also die Gezeitenkraft, ist jedoch wahrnehmbar, da der Schwerpunkt der Erde, und damit der Punkt im freien Fall, einer anderen Beschleunigung unterliegt als die Punkte an der Erdoberfläche. Die Punkte auf der dem Mond abgewandten Seite der Erde spüren eine entsprechend geringere Schwerebeschleunigung im Vergleich zum Mittelwert.

6.2 Der dem Mond abgewandte Gezeitenberg

Der dem Mond zugewandte Wasserberg der Gezeiten wird durch die höhere Gravitationskraft des Monds auf diese Wassermassen im Vergleich zum Erdschwerpunkt erklärt. Für den Wasserberg auf der dem Mond abgewandten Seite findet man zwei zunächst scheinbar verschiedene Erklärungen, nach denen einmal die höhere Fliehkraft an dieser Seite der Erde für den Wasserberg verantwortlich ist und einmal die schwächere Gravitationskraft. Beide Erklärungen sind richtig, allerdings muss man hier vorsichtig sein, keine Fehlvorstellungen zu generieren. Wir berechnen zunächst die Fliehkräfte an beliebigen Punkten der Erde und beschränken uns dabei auf das Erde-Mond-System, das für die Gezeiten den größten Einfluss hat. Die Effekte der Sonne lassen sich ebenso erklären und überlagern sich den Einflüssen des Monds.

6.2.1 Der Einfluss der Fliehkraft

Wir werden sehen, dass sich die Fliehkraft an jedem Punkt der Erde in zwei Anteile aufspalten lässt: Ein Anteil ist von einer Achse durch das Zentrum der Erde radial nach außen gerichtet, der zweite Anteil ist überall auf der Erde (und auch in ihrem Inneren) derselbe und bezieht sich auf die Bewegung des Erdzentrums um den Schwerpunkt des Erde-Mond-Systems. Bildet man die vektorielle Summe dieses zweiten Anteils der Fliehkraft und der Gravitationskräfte des Monds, bleiben gerade die Gezeitenkräfte mit einer Wirkung nach außen übrig. Diese erzeugen die Gezeiten.

Der Schwerpunkt des Erde-Mond-Systems

Erde und Mond drehen sich um eine Achse, die durch den gemeinsamen Schwerpunkt D (Abb. 6.1) verläuft und senkrecht auf der Erde-Mond-Umlaufbahn steht. Der Schwerpunkt berechnet sich aus der Bedingung

$$r_1 M_1 = r_2 M_2 \qquad \text{oder} \qquad r_1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} R \qquad \text{mit} \quad R = r_1 + r_2\,. \tag{6.8}$$

Setzen wir für M_2 die Masse des Monds, für M_1 die Masse der Erde und für $R = r_1 + r_2$ den Abstand Erde-Mond ein, erhalten wir für r_1 - den Abstand vom Erdmittelpunkt Z zum Schwerpunkt D des Erde-Mond-Systems, $r_1 = R_{ZD} \approx 4\,620\,\mathrm{km}$. Das ist etwas weniger als 3/4-tel des Erdradius. Der Schwerpunkt des Erde-Mond-Systems liegt also innerhalb der Erde.

Abbildung 6.1: Zwei Massen M_1 und M_2 drehen sich um einen gemeinsamen Schwerpunkt D. Die Abstände r_1 und r_2 ergeben sich aus dem Hebelgesetz. Z ist der Mittelpunkt der einen Masse (Erde).

Für das System Erde-Sonne liegt dieser Schwerpunkt rund 450 km vom Zentrum der Sonne entfernt, also tief im Inneren der Sonne. Auch wenn sich die Situation für das Erde-Mond-System in dieser Hinsicht vollkommen vom Erde-Sonne-System unterscheidet, bleibt die Argumentation für die Gezeiten im Wesentlichen die Gleiche. Diese Argumentation hängt nicht von der genauen Lage des gemeinsamen Schwerpunkts ab.

Radiale Fliehkräfte

Wir stellen uns nun das Erde-Mond-System als einen starren Körper vor, bei dem sich Erde und Mond um eine feste Achse durch den gemeinsamen Schwerpunkt D drehen und sich dabei immer dieselbe Seite zuwenden. Für den Mond ist das richtig und wir werden in Abschnitt **??** auch eine Begründung dafür finden, für die Erde gilt dies jedoch nicht: Sie dreht sich zusätzlich noch um eine Achse durch ihren Mittelpunkt Z. Drehungen der Erde um eine Achse durch ihren Mittelpunkt haben aber (unter den hier angenommenen idealisierten Bedingungen einer kugelförmigen Erde) keinen Einfluss auf die Gezeiten, da ihr Effekt - die Fliehkraft zu dieser Drehung - in radialer Richtung von der Drehachse durch Z nach außen zeigt und im selben Abstand von der Drehachse auch denselben Wert hat. Diese Kräfte führen zu einer Abplattung der Erde, die dadurch am Äquator etwas dicker ist als entlang von Großkreisen durch die Pole.

Die Fliehkräfte auf der Erde

Der Schwerpunkt des Erde-Mond-Systems sei also ein fester Punkt der Erde, den wir mit D bezeichnen; er markiert eine Drehachse durch diesen Punkt (siehe Abbildung 6.2). Allgemein ist die Fliehkraft auf einen Gegenstand der Masse m an einem Punkt C durch

$$\vec{F} = m\omega^2 \vec{R}_{DC} \tag{6.9}$$

gegeben, wobei $\vec{R}_{DC}$ der Verbindungsvektor von der Drehachse D zum Punkt C ist und ω die Winkelfrequenz der Drehung bezeichnet (sie entspricht einer Umlaufzeit des Erde-Mond-Systems um den gemeinsamen Schwerpunkt). Auch hier bietet es sich an, die Beschleunigung $\vec{a} = \omega^2 \vec{R}_{DC}$ aufgrund dieser Kraft zu betrachten. Da die Winkelfrequenz für alle punktförmigen Objekte auf der Erde dieselbe ist, spielt nur der Abstandsvektor $\vec{R}_{DC}$ vom Drehzentrum D zum Punkt C eine Rolle. Auf der dem Mond zugewandten Seite der Erde (Punkt B) ist dieser Abstand sehr klein, $R_{DB} \approx 1\,755$ km, im Vergleich zur abgewandten Seite (Punkt A), $R_{DA} \approx 11\,000$ km. Im Zentrum der Erde heben sich die Fliehkraft und die Anziehungskraft des Monds gerade auf. Oft heißt es nun, dass sich auf der dem Mond zugewandten Seite die größere Gravitationskraft des Monds und die kleinere Fliehkraft addieren, während auf der abgewandten Seite die Fliehkraft größer sei, sodass eine Nettokraft übrig bliebe, selbst wenn man die kleinere Gravitationskraft abzieht. Diese Erklärung für die beiden Wasserberge ist so nicht ganz richtig, da die für die Gezeiten relevanten Fliehkräfte an allen Punkten der Erde gleich sind, wie die folgende Überlegung zeigt.

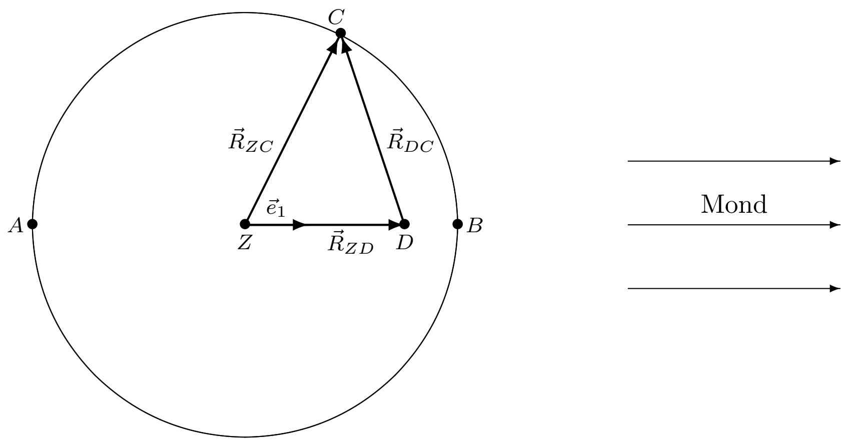

Abbildung 6.2: Die Fliehkraft bzw. -beschleunigung auf einen allgemeinen Punkt C. Der Schwerpunkt des Erde-Mond-Systems und damit der Mittelpunkt der Erde-Mond-Umlaufbahn ist der Drehpunkt D. Z bezeichnet den Mittelpunkt der Erde. Die Ansicht ist „von oben“, d.h., bei Z und D handelt es sich eigentlich um Drehachsen.

Dazu berechnen wir die Fliehbeschleunigung auf einen beliebigen Punkt C (er muss nicht an der Erdoberfläche liegen). Diese Fliehbeschleunigung ist durch

$$\vec{a} = \omega^2 \vec{R}_{DC} = \omega^2 (\vec{R}_{ZC} - \vec{R}_{ZD}) \tag{6.10}$$

gegeben (siehe Abb. 6.2).

Wie man sieht, kann man diese Fliehbeschleunigung in zwei Anteile aufteilen: Ein Anteil zeigt vom Erdmittelpunkt Z radial nach außen (Richtung $\vec{R}_{ZC}$) - dieser Anteil addiert sich zu der täglichen Drehung der Erde um ihre Achse und trägt nicht zur Gezeitenwirkung bei.[1] Der zweite Anteil ist unabhängig vom Punkt C, also für alle Punkte der Erde derselbe. Er ist immer parallel zur Verbindungslinie vom gemeinsamen Schwerpunkt D in die dem Mond abgewandte Richtung, d.h. in die Richtung der Achse durch den Erdmittelpunkt Z. Dieser zweite Anteil ist gleich der Gravitationskraft auf den Mittelpunkt Z der Erde. Für die Gravitationsbeschleunigung bedeutet das:

$$\vec{a}_Z = G \frac{M_{\text{Mond}}}{R_{EM}^2} \vec{e}_1 - \omega^2 \vec{R}_{ZD} = 0 \qquad \text{oder} \qquad G \frac{M_{\text{Mond}}}{R_{EM}^2} \vec{e}_1 = \omega^2 \vec{R}_{ZD} \,. \tag{6.11}$$

Hierbei ist $\vec{e}_1$ ein Einheitsvektor von der zentralen Drehachse durch den Erdmittelpunkt Z in Richtung des Monds.

Bilden wir nun die Summe der beiden Beschleunigungen und nutzen dabei Gl. 6.11, erhalten wir für den Punkt C:

$$\vec{a}_C = 2G \frac{M_{\text{Mond}}}{R_{EM}^3} (\vec{e}_1 \cdot \vec{R}_{ZC}) \vec{e}_1 \,. \tag{6.12}$$

Anmerkungen:

1. Wir haben es bei den obigen Betrachtungen mit drei verschiedenen Drehachsen zu tun: (1) die Drehachse der Erde durch ihren Mittelpunkt Z - sie ist um etwas über 23 Grad zur Eklipik geneigt; (2) die Drehachse des Erde-Mond-Systems durch den Schwerpunkt D, wegen der Neigung

[1] Hier muss man eigentlich etwas vorsichtiger sein: Die tägliche Drehung der Erde erfolgt um ihre Rotationsachse, die relativ zur Ekliptik um 23,4 Grad geneigt ist. Die Drehung der Erde, von der hier die Rede ist, erfolgt einmal im Monat um eine Achse durch das Erdzentrum, die parallel zur Drehachse des Erde-Mond-Systems durch ihren gemeinsamen Schwerpunkt D ist. Diese beiden Achsen sind nicht identisch, auch wenn sie beide durch den Erdschwerpunkt verlaufen. Beide Drehungen haben keinen Einfluss auf die Gezeiten.

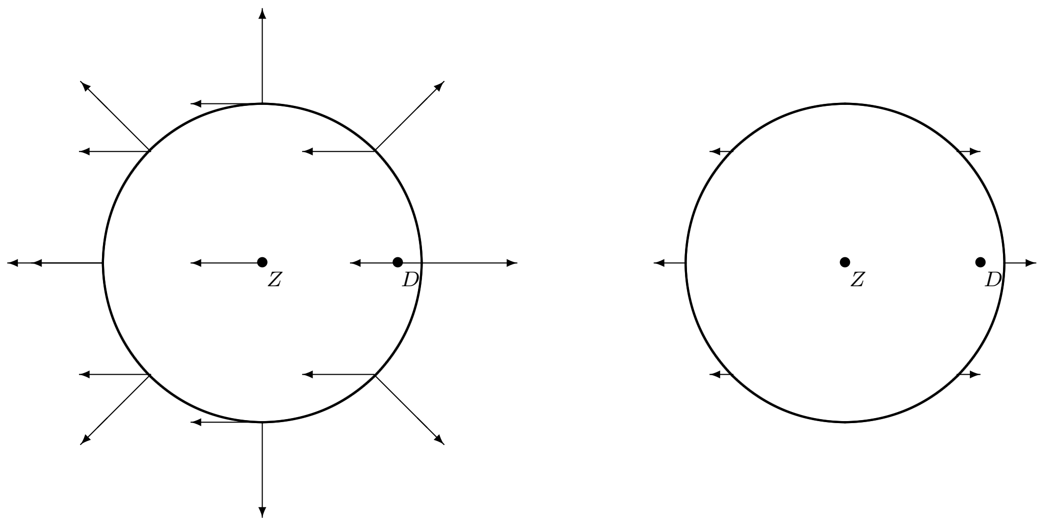

Abbildung 6.3: (links) Die Fliehkräfte bzw. -beschleunigungen lassen sich an jedem Punkt in zwei Anteile aufspalten: ein Anteil, der radial nach außen zeigt und proportional zum Abstand vom Erdmittelpunkt ist - dieser Anteil trägt nicht zu den Gezeiten bei. Ein zweiter Anteil, der an jedem Punkt der Erde derselbe ist und gleich der Fliehkraft auf das Zentrum Z der Erde. (rechts) Lässt man den radialen Anteil der Fliehkräfte weg - er trägt nicht zu den Gezeiten bei - und addiert man zu dem konstanten vom Mond weggerichteten Teil der Fliehkaft die Gravitationskraft des Monds, heben sich die Fliehkraft und der zentrale Teil der Gravitationskraft weg. Es bleiben nur die Gezeitenanteile der Gravitation. Diese sind für Ebbe und Flut auf der Erde verantwortlich.

der Mondumlaufbahn relativ zur Ekliptik von rund 5 Grad schwankt diese Neigung relativ zur Drehachse der Erde zwischen 18 und 28 Grad; (3) eine Achse parallel zur Drehachse Erde-Mond durch das Zentrum Z der Erde, um diese Achse dreht sich die Erde einmal monatlich bei einem Umlauf des Erde-Mond-Systems relativ zum Fixsternhimmel.

2. Wir hatten schon mehrfach erwähnt, dass die Fliehkräfte zu Drehungen um Achsen durch den Erdmittelpunkt nicht zur Gezeitenwirkung beitragen, da diese Fliehkräfte radial von der Drehachse weg nach außen wirken und ihr Betrag nur vom Abstand von der Drehachse abhängt. Diese Kräfte sind also symmetrisch zur Drehachse. Durch die tägliche Drehung der Erde um ihre Achse wirkt am Äquator eine Beschleunigung von $a = R_{\rm Erde}\omega^2$, wobei ω einer Umdrehung am Tag entspricht, also $\omega = (2\pi)/(24\cdot 60\cdot 60)\,{\rm s}^{-1}$. Diese Beschleunigung beträgt rund $a = 0{,}0337\,\frac{\rm m}{\rm s^2}$, ist also um ein Vielfaches größer als die Gezeitenkräfte. Diese Beschleunigung trägt zu einer Abplattung der Erde bei: Der Umfang der Erde am Äquator ist größer als entlang der Pole.

6.2.2 Die Gezeitenkräfte

Eine zweite Erklärung der Gezeiten betont einen anderen Gesichtspunkt, ist aber letztendlich äquivalent zu der Erklärung im letzten Abschnitt.

Wir stellen uns statt der Erde drei Objekte im Abstand von einem punktförmig angenommenen Massezentrum (z.B. dem Mond) vor. Der Einfachheit wegen sei dieses anziehende Massezentrum weit von diesen drei Objekten entfernt. Das mittlere der drei Objekte entspreche der Erde; zwei weitere Objekte - eines dem Mond zugewandt, das andere dem Mond abgewandt - entspreche Wassermassen auf der dem Mond zugewandten bzw. abgewandten Seite der Erde (siehe Abb. 6.4).

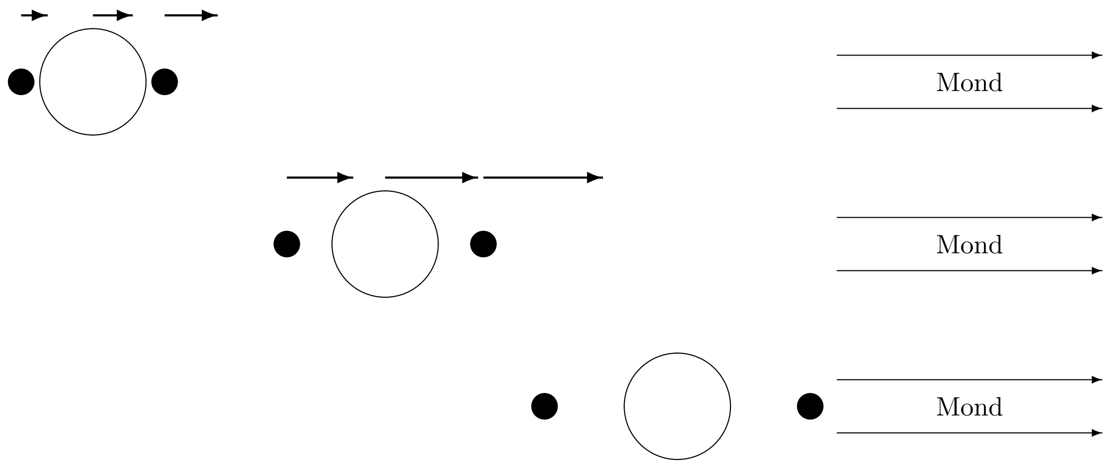

Abbildung 6.4: Die Gezeitenkräfte ziehen einen Gegenstand auseinander, sofern er nicht durch andere Kräfte zusammengehalten wird.

Auf alle drei Objekte wirkt in erster Näherung die Schwerkraft des Massezentrums. Bei dem vorderen Objekt (in Richtung des Massezentrums) kommt die Gezeitenkraft hinzu, da es näher am Massezentrum liegt, bei dem hinteren Objekt ist die Gesamtkraft um die Gezeitenkraft geringer, da es weiter vom Massezentrum entfernt ist. Würden diese drei Objekte im freien Fall auf das Massezentrum zufallen, würde sich der Abstand zwischen ihnen vergrößern: Das vordere Objekt fällt schneller, das hintere langsamer als das mittlere Objekt (die Erde als Ganzes).

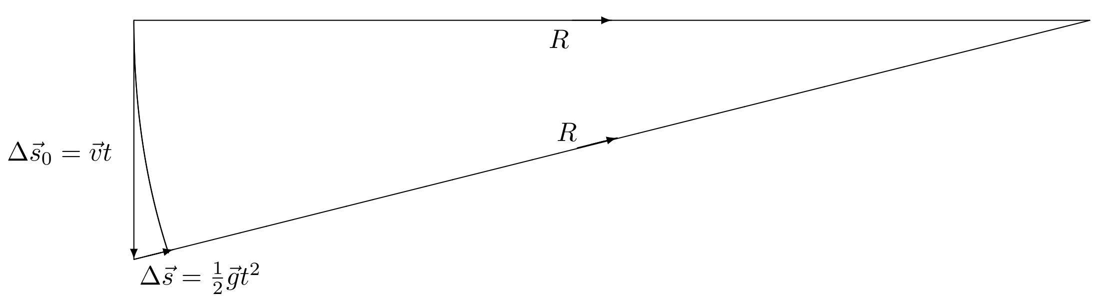

Abbildung 6.5: Eine Zentripetalkraft zieht einen Gegenstand von einer Geraden gerade so ab, dass die Beschleunigung diesen Gegenstand auf einer Kreisbahn hält.

Zu diesem freien Fall kommt nun eine Kreisbewegung hinzu, die gerade so ist, dass die Beschleunigung des mittleren Objekts dieses auf der Kreisbahn hält. Die Bedingung dafür ist, dass die in der (infinitesimalen) Zeitdauer t zurückgelegte tangentiale Strecke $\Delta\vec{s}_0 = \vec{v}t$ abzüglich der Strecke aufgrund der Beschleunigung ($\Delta\vec{s} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2$) zum Zentrum der Zentripetalkraft gerade wieder dem Abstand R von diesem Zentrum entspricht (siehe Abb. 6.5). Nach dem Satz von Pythagoras gilt somit:

$$R^2 + (vt)^2 = \left(R + \frac{1}{2}gt^2\right)^2 = R^2 + Rgt^2 + \frac{1}{4}g^2t^4 \,. \tag{6.13}$$

Vernachlässigen wir den Term t^4, da t infinitesimal klein sein soll, folgt die Bedingung:

$$(vt)^2 = Rgt^2 \qquad \text{oder} \qquad g = \frac{v^2}{R} \,. \tag{6.14}$$

Für einen vollen Umlauf benötige der Körper die Zeit T, in der die Strecke $U = 2\pi R$ (der Umfang der Kreisbahn) zurückgelegt wird. Es ist also $vT = 2\pi R$ oder $v = \omega R$ mit der Umlauf(winkel)frequenz $\omega = 2\pi/T$. Damit ergibt sich schließlich die Bedingung, die schon mehrfach verwendet wurde:

$$g = \omega^2 R\,. \tag{6.15}$$

Das dem Massezentrum zugewandte Objekt bewegt sich auf einer kleineren Kreisbahn, d.h., bei ihm ist die Anziehung durch die Masse etwas größer als die Kreisbeschleunigung. Bei dem abgewandten Objekt ist es umgekehrt: Seine Kreisbahn hat einen größeren Radius, bei ihm ist somit die Anziehung durch das Massezentrum etwas geringer als es seiner Kreisbeschleunigung entspricht. Es würde also nach Außen getrieben, wenn es nicht durch andere Kräfte an die mittlere Masse gebunden wäre.

6.3 Spring- und Nipptide

Die Einflüsse von Sonne und Mond überlagern sich, sodass die Gezeitenkräfte besonders intensiv sind, wenn Sonne, Erde und Mond auf einer Linie liegen. Dabei ist es zunächst nicht wichtig, ob sich Sonne und Mond von der Erde aus gegenüberliegen (also Vollmond ist), oder ob Sonne und Mond von der Erde aus auf einer Seite sind (also bei Neumond). In beiden Fällen erhält man eine sogenannte Springflut oder Springtide. Diese tritt rund zweimal in einem Monat auf.

Andererseits ist der Einfluss auf die Gezeiten besonders schwach, wenn Sonne und Mond von der Erde aus betrachtet unter einem Winkel von 90 Grad erscheinen, d.h. bei zunehmendem oder abnehmendem Halbmond. Man spricht in diesem Fall von einer Nipptide.

Die Intensität einer Springflut kann durch verschiedene Faktoren noch verstärkt werden. Zum einen handelt es sich um rein geometrische Faktoren im Sonnen- und Mondstand: Zum Beispiel, wenn der Mond sich gerade in seiner Periapsis, also dem erdnächsten Punkt seiner elliptischen Umlaufbahn um die Erde (bzw. den gemeinsamen Schwerpunkt des Erde-Mond-Systems) befindet. Weitere wichtige Faktor sind allerdings Wetterbedingungen, z.B. wenn zeitgleich zur Springflut auch ein landeinwärtiger Sturm weht.

6.4 Die Neigung der Erdachse

Da der Wasserstand gerade bei Hafeneinfahrten für die Schifffahrt von Bedeutung ist, wurde dieser teilweise schon seit Jahrhunderten gemessen. Diese Aufzeichnungen sind nicht nur für den Klimawandel (Anhebung des Meeresspiegels) von Bedeutung, sondern verdeutlichen auch die Komplexität der Gezeiten. In einer harmonischen Analyse (also einer Frequenzanalyse oder Fourier-Zerlegung) der Wasserstände kann man viele hundert Anteile erkennen. Neben dem idealisierten Einfluss von Sonne und Mond, die nicht exakt dieselbe Frequenz haben - ein Sonnentag dauert 24 Stunden, ein Mondtag ist jedoch um rund 50 Minuten länger -, spielt auch die Elliptizität der Mond- und Sonnenbahnen eine wichtige Rolle. Außerdem kommen ortsabhängige Strömungsverhältnisse hinzu.

Ein wichtiger Faktor ist aber auch die Neigung der Erdachse um 23,5 Grad relativ zur Ekliptik sowie die Neigung der Mondumlaufbahn relativ zur Ekliptik von etwas über 5 Grad. Dieser Einfluss kann an manchen Orten der Erde und zu manchen Jahreszeiten dazu führen, dass nur eine Ebbe und eine Flut am Tag auftreten.

Wie man in Abb. 6.6 erkennt, gibt es Orte auf der Erdoberfläche, die zu bestimmten Zeiten, wenn die Erdachse zum Mond gerichtet ist (und natürlich auch, wenn sie von ihm weggerichtet ist), mitten im Flutberg befinden, wohingegen sie etwas über 12 Stunden später (ein Mond-Tag hat 24 h plus 50 min) vergleichsweise weit entfernt von dem gegenüberliegenden Flutberg sind. Das kann den

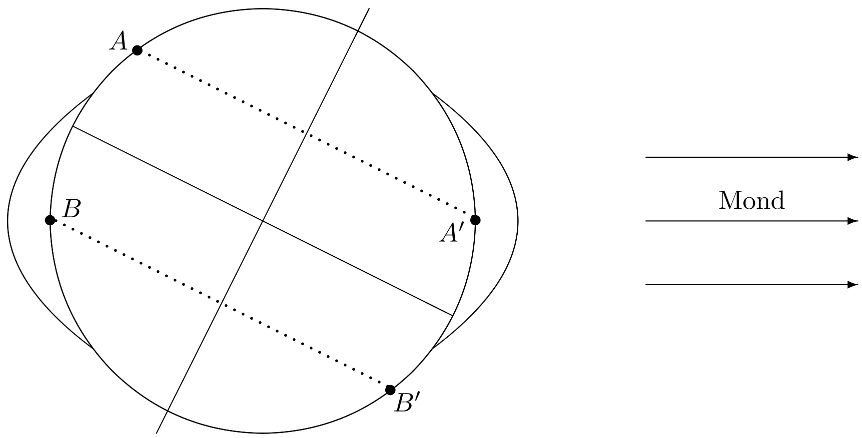

Abbildung 6.6: Durch die Neigung der Erdachse zur Ekliptik ist einer der Flutwulste oberhalb des Äquators, der gegenüberliegende unterhalb. An bestimmten Orten, z.B. A oder B, kann es vorkommen, dass nur einer der beiden Flutberge auftritt. Zwischen den jeweiligen Positionen, A bzw. B und A' bzw. B' liegen etwas über 12 Stunden.

Effekt haben, dass man an solchen Orten nur einmal am Tag eine Flut und nur einmal am Tag eine Ebbe wahrnimmt.

Allerdings ist dies nur ein geometrischer Effekt auf die Gezeiten. In Wirklichkeit spielen sehr viele Faktoren eine weitaus dominantere Rolle, wann, wo und wie intensiv Gezeiten an einem Ort auftreten. Insbesondere spielen die Tiefenverhältnisse des Meeres und auch die geographischen Verhältnisse der Küste eine sehr wichtige Rolle oder auch ob es sich um eine Ost- oder Westküste handelt. Auch die Dynamik der Strömungen spielt hier eine wichtige Rolle. Tritt an einem Ort nur einmal innerhalb von 24 Stunden eine Flut oder Ebbe auf, spricht man von diurnalen Gezeiten, ansonsten von semi-diurnalen Gezeiten.

6.5 Herleitung einiger Gleichungen

6.5.1 Gezeitenbeschleunigung

Berechnet werden soll in führender Ordnung (Gl. 6.5)

$$\Delta a = G\frac{M_{\text{Mond}}}{(R_{EM} - R_{\text{Erde}})^2} - G\frac{M_{\text{Mond}}}{R_{EM}^2}\,. \tag{6.16}$$

Dazu wird aus dem ersten Term auf der rechten Seite der Abstand Erde-Mond ausgeklammert,

$$G\frac{M_{\text{Mond}}}{(R_{EM} - R_{\text{Erde}})^2} = G\frac{M_{\text{Mond}}}{R_{EM}^2}\frac{1}{(1-\frac{R_{\text{Erde}}}{R_{EM}})^2}\,, \tag{6.17}$$

und der hintere Term in Potenzen von $\frac{R_{\text{Erde}}}{R_{EM}}$ entwickelt. Die Entwicklung lautet allgemein:

$$\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + O(x^2)\,. \tag{6.18}$$

Damit folgt:

$$G\frac{M_{\text{Mond}}}{(R_{EM} - R_{\text{Erde}})^2} = G\frac{M_{\text{Mond}}}{R_{EM}^2}\left(1 + 2\frac{R_{\text{Erde}}}{R_{EM}} + ...\right) \tag{6.19}$$

und wir erhalten für die Gezeitenbeschleunigung (die führenden Terme heben sich weg):

$$\Delta a = G\frac{M_{\text{Mond}}}{(R_{EM} - R_{\text{Erde}})^2} - G\frac{M_{\text{Mond}}}{R_{EM}^2} = 2G\frac{M_{\text{Mond}}}{R_{EM}^2}\left(\frac{R_{\text{Erde}}}{R_{EM}} + O\left(\left(\frac{R_{\text{Erde}}}{R_{EM}}\right)^2\right)\right) . \tag{6.20}$$