Kapitel 1

SRT - Grundlagen

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts mehrten sich die Anzeichen, dass irgendetwas im Weltbild der Physik nicht stimmen konnte. Die Newton'sche Mechanik war sehr erfolgreich bei der Beschreibung der Bewegungen von materiellen Körpern, insbesondere den Bewegungen der Planeten. Andererseits war die Theorie Maxwell's ebenso erfolgreich bei der Beschreibung der Phänomene im Zusammenhang mit elektrischen und magnetischen Feldern. Doch die beiden Theorien passten nicht zusammen: Die Newton'sche Theorie ist fundamental Galilei-invariant, d.h. mit jeder Bahnkurve $x(t)$, die eine Lösung der Bewegungsgleichungen ist, ist auch eine Galilei-transformierte Bahnkurve, $\hat{x}(t) = x(t)+vt+a$, eine Lösung der Bewegungsgleichungen. Hierbei ist v eine konstante Geschwindigkeit und a eine konstante Verschiebung. $x(t)$ kann sich auch auf mehrere Komponenten und mehrere Objekte beziehen.

Die Maxwell'sche Theorie enthält jedoch als Parameter eine Geschwindigkeit (die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum) und scheint somit ein spezielles Ruhesystem auszuzeichnen. Dieses Ruhesystem dachte man sich gleichzeitig als Ruhesystem eines Äthers, dessen oszillatorische Anregungen den elektromagnetischen Wellen entsprechen sollten, ähnlich wie die Schwingungen von Luft den Schallwellen entsprechen. Das Experiment von Michelson und Morley (siehe Abschnitt 1.2) war dazu gedacht, dieses Ruhesystem experimentell zu bestimmen.

Oftmals wird der Ausgang des Michelson-Morley-Experiments als Beweis dafür gewertet, dass es den Äther bzw. das ausgezeichnete Ruhesystem nicht gibt. Das ist streng genommen nicht richtig: Die dynamischen Erklärungen von Lorentz und Fitzgerald (wonach sich Gegenstände bei einer Bewegung relativ zum Äther verkürzen und alle Zeitabläufe entsprechend verlangsamen) kann sämtliche Phänomene ebenso erklären wie die heute vorherrschende Interpretation von Einstein und Minkowski, bei der kein Ruhesystem ausgezeichnet ist und bei der die geometrischen Eigenschaften der Raumzeit für die beobachteten Effekte verantwortlich gemacht werden. Man kann sogar sagen, dass jede Lorentz-invariante Theorie *per definitionem* auch die Interpretation von Lorentz und Fitzgerald zulässt. Experimentell lässt sich zwischen diesen beiden Interpretationen nicht unterscheiden (Näheres siehe Kapitel **??**). Die Einstein'sche Interpretation hat lediglich den Vorteil, auf unbeobachtbare Entitäten wie das Ruhesystem eines Äthers und den Äther selbst verzichten zu können.

Heute verbindet man die spezielle Relativitätstheorie in erster Linie mit dem Namen Albert Einsteins, doch man sollte nicht vergessen, dass insbesondere Hendrik Antoon Lorentz (1853–1928) und Jules Henri Poincaré (1854–1912) wesentliche Vorarbeiten geliefert haben. Was die entscheidenden Schritte zur speziellen Relativitätstheorie betrifft, so werden heute meist drei Arbeiten zitiert (aus [13], S. 2 und [16], S. 408):

1. H.A. Lorentz; *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light* ([8]). Eingereicht hatte er diese Arbeit am 27.5.1904.

2. J.H. Poincaré; *Sur la dynamique de l'électron* ([14]). Diese Arbeit wurde bei der Französischen Akademie der Wissenschaften am 5.6.1905 eingereicht.

3. A. Einstein; *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* ([5]). Diese Arbeit wurde am 30.6.1905 eingereicht.

Eine Diskussion, welchem Autor was zuzuschreiben ist, findet man bei Pauli [13] (S. 2/3).

1.1 Der Äther

Den Begriff des Äthers gab es in unterschiedlichen Bedeutungen und Bezeichnungen schon im Altertum. Bei den Griechen bezog sich dieser Begriff je nach Autor auf eine „leuchtende Substanz", „Sitz der Götter", „Urmaterie und Quintessence (fünftes Element neben den vier bekannten Elementen)" etc. [Brockhaus]. Eine konkretere Wiederbelebung erfuhr der Äther bei Descartes zur Erklärung der Planetenbahnen (allgemeiner zur Erklärung der Gravitation) [4] und bei Huygens als Träger der Lichtwellen. Newton setzte sich in seiner Optik ([11], Frage 18ff, besonders Frage 22: „... Äther (denn so will ich ihn nennen) ...") mit der Ätherhypothese auseinander.

Eine klare Definition von Äther bzw. der Ätherhypothese zu geben fällt schwer, da sich die Bedeutung des Wortes wie auch die ihm zugesprochenen Eigenschaften oft gewandelt haben. Meist verstand man aber unter Äther eine „schwerelose, durchsichtige, reibungslose, chemisch oder physikalisch nicht nachweisbare und alle Materie und den gesamten Raum durchdringende Substanz" ([3]; Stichwort 'Ether'). Manchmal schienen die oben genannten Eigenschaften jedoch auch im Widerspruch zu den Beobachtungen zu stehen. Um den großen Wert der Lichtgeschwindigkeit erklären zu können, musste man beispielsweise eine sehr hohe Dichte des Äthers annehmen. 1816 zeigten Augustin Jean Fresnel (1788–1827) und François Arago (1786–1853), dass zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlen nicht interferieren und 1817 erklärte Thomas Young (1773–1829) diese Erscheinung durch die Annahme transversaler Schwingungen.

Transversale Schwingungen setzen jedoch voraus, dass es in dem Trägermedium Scherkräfte gibt, die einer transversalen Auslenkung entgegenwirken. Damit schied aber ein Äther mit den Eigenschaften von Flüssigkeiten oder Gasen (in denen nur longitudinale Wellen existieren) aus (vgl. Born [2], S. 3). Die fehlende longitudinale Polarisation konnte sogar nur erklärt werden, wenn man dem Äther die Eigenschaften eines unendlich dichten Festkörpers zuschrieb. Andererseits sollten sich aber die Planeten nahezu reibungslos durch dieses Medium bewegen können.

Eine Theorie von George Gabriel Stoke (1819–1903) zur Erklärung dieser scheinbaren Widersprüche erscheint uns heute eher absurd: Er schrieb dem Äther die Eigenschaften bestimmter nicht-newtonscher Fluide zu, wie sie beispielsweise bei Pech, Siegellack oder nassem Sand beobachtet wurden. Von diesen Stoffen war bekannt, dass sie einerseits recht schneller Schwingungen fähig sind (also die hohe Lichtgeschwindigkeit und die fehlende longitudinale Polarisation erklärbar wurde), andererseits aber auch gegenüber langsamen Beanspruchungen völlig nachgiebig sind (und dadurch die vergleichsweise langsame, nahezu reibungslose Planetenbewegung möglich war).

Im 19. Jahrhundert wurden viele Experimente unternommen, den Äther nachzuweisen. Als Beweis für die Existenz des Äthers wurde oft ein Experiment von Armand Hypolit Louis Fizeau (1819–1896) gewertet, der die Lichtgeschwindigkeit c' in einer bewegten Flüssigkeit gemessen und festgestellt hatte, dass sich die Geschwindigkeit von Licht in der ruhenden Flüssigkeit (d.h. c/n, wobei n der Brechungsindex der Flüssigkeit ist) und die Geschwindigkeit der Flüssigkeit v nicht addieren, sondern v um einen vom Brechungsindex abhängigen Faktor verringert werden muss ([16]; S. 400):

$$c' \; = \; \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) v \; . \qquad (1.1)$$

Diese Ergebnis konnte unter der Annahme einer partiellen, von der optischen Dichte n abhängigen Mitführung des Äthers durch die Flüssigkeit erklärt werden ([16], S. 400). Erst das verallgemeinerte Additionstheorem für Geschwindigkeiten in der Relativitätstheorie konnte diese Erscheinung auch ohne Ätherhypothese erklären. Danach erhält man (vgl. Pauli [13], S. 114):

$$c' = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{cv}{nc^2}} = \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{1}{1 + \frac{v}{nc}} \; . \tag{1.2}$$

In führender Ordnung von v/c stimmt dieses Ergebnis mit dem alten Resultat überein. In seiner bekannten „Geschichte der Physik“ schreibt Max von Laue ([7], S. 63) in diesem Zusammenhang:

> Der Fizeausche Versuch galt lange als der schlagende Beweis für die Existenz eines Äthers, der alle Körper durchdringen sollte, ohne an ihrer Bewegung teilzunehmen. Denn nur so konnte man diesen verkleinerten Faktor verstehen. ... So ist die Geschichte des Fizeau-Versuchs ein lehrreiches Beispiel dafür, wie weit in die Deutung jedes Versuchs schon theoretische Elemente hineinspielen; man kann sie gar nicht ausschalten. Und wenn dann die Theorien wechseln, so wird aus einem schlagenden Beweise für die eine leicht ein ebenso starkes Argument für eine ganz entgegengesetzte.

Im 19. Jahrundert war die Ätherhypothese auch Grundlage vieler Modelle von Raum, Zeit und Materie, die weit über die einfache Erklärung der Wellennatur von Licht hinausgingen. Ein interessantes Modell stammt beispielsweise von William Thomson (1824–1907), dem späteren Lord Kelvin of Largs. 1866 hatte er unter dem Eindruck der bahnbrechenden Arbeiten von Hermann von Helmholtz (1821–1894) zur Theorie der Vortizes in einem idealen Fluid (1858, [6]) – insbesondere ihrer erstaunlichen Stabilität, der Möglichkeit elastischer Stoßprozesse zwischen Vortizes und der Komplexität ihrer Strukturen – eine Theorie aufgestellt, wonach der Äther in unserem Kosmos nicht nur für die optischen, elektrischen und magnetischen Phänomene verantwortlich ist, sondern darüberhinaus auch die Atome – die Bausteine der Materie – als Verknotungen von Vortizes in diesem Äther beschreibt. Die einzelnen Atomarten entsprechen dabei topologisch verschiedenen Knotentypyen. Sämtliche Naturgesetze sollten sich somit aus den statischen und dynamischen Eigenschaften des Äthers als einem idealen Fluid ableiten lassen. Dieses Modell würde sogar erklären, weshalb der Raum eines „nicht leeren“ Universums dreidimensional sein muss, denn nur in drei Dimensionen sind Knoten topologisch stabil. (Lit.: Encyclopaedia Britannica [3], Macropaedia, Stichwort ‘Helmholtz’, Bd. 20, S. 564-2b.)

1.2 Das Experiment von Michelson und Morley

Wenn der Äther tatsächlich existierte und wenn er, wie das Experiment von Fizeau andeutete, die Körper durchdringt, ohne unmittelbar an ihrer Bewegung teilzuhaben, dann sollte die Geschwindigkeit der Erde relativ zum Äther – und damit relativ zum absoluten Raum – bestimmbar sein. Auf diese Möglichkeit hatte auch bereits Maxwell hingewiesen. Da die von Maxwell, Hertz und Lorentz entwickelte Theorie des Elektromagnetismus die Lichtgeschwindigkeit c als Konstante enthielt, galt es als sicher, dass die Maxwell’schen Gleichungen nur in dem Bezugssystem gelten, in dem Licht diese Geschwindigkeit hat, d.h. dem System, in dem der Äther als Träger der Lichtwellen ruht.

Das Schlüsselexperiment zum Nachweis des Äthers sollte das Experiment von Albert Abraham Michelson (1852–1931) und Edward Williams Morley (1838–1923) werden. Der entsprechende Versuch wurde 1881 von Michelson, dann 1887 nochmals von ihm gemeinsam mit Morley durchgeführt. Mit Hilfe eines Interferometers (Abb. 1.1(a)) wurde die Laufzeit von Licht entlang zweier aufeinander senkrecht stehender Richtungen l_l und l_t verglichen. l_l bezeichnet dabei die Distanz in longitudinaler Richtung, d.h. der Richtung der vermuteten Erdbewegung relativ zum Äther, und l_t eine dazu senkrechte Distanz.

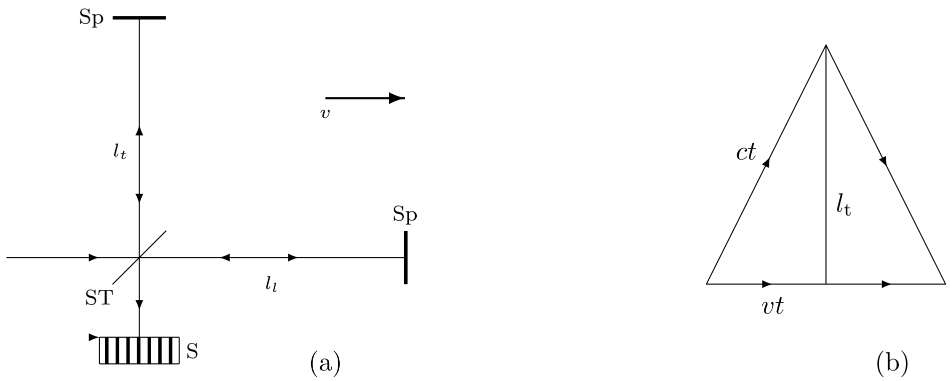

Abbildung 1.1: Das Michelson-Morley-Interferometer. (a) Ein Lichtstrahl trifft auf einen Strahlteiler (ST) und die beiden Anteile breiten sich in orthogonale Richtungen entlang der Strecken l_l und l_t aus. Sie werden an Spiegeln (Sp) reflektiert, treffen wieder auf den Strahlteiler und können auf dem Schirm (S) interferieren. (b) Der Strahl transversal zur Bewegungsrichtung relativ zum Äther legt die Strecke $2ct$ zurück, während sich die Apparatur um die Strecke $2vt$ weiterbewegt hat.

Relativ zum Äther hat Licht immer die Geschwindigkeit c. Für die longitudinale Richtung berechnen wir die Laufzeit am einfachsten im Laborsystem. Je nachdem, ob sich die experimentelle Anordnung in oder entgegen der Ausbreitungsrichtung des Lichts bewegt, hat das Licht im Laborsystem die Geschwindigkeit $c+v$ bzw. $c-v$. Die Summe der Zeiten zur Durchquerung der Strecke l_l in beide Richtungen ist somit

$$t_\mathrm{l} = \frac{l_\mathrm{l}}{c+v} + \frac{l_\mathrm{l}}{c-v} = \frac{2l_\mathrm{l}}{c}\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \,. \tag{1.3}$$

Für die transversale Richtung berechnen wir die Laufzeit im Ruhesystem des Äthers (vgl. Abb. 1.1(b)). Das Labor bewegt sich in diesem System mit der Geschwindigkeit v und das Licht „schräg“ dazu mit der Geschwindigkeit c, sodass die Geschwindigkeitskomponente von Licht parallel zum Laborsystem ebenfalls gleich v ist. Wir berechnen zunächst die Zeit t, die das Licht bis zum Umkehrpunkt benötigt, also die Hälfte der Zeit t_t zum Durchlaufen der gesamten Strecke. Für die vom Licht und vom Bezugssystem (Erde) zurückgelegten Strecken, bis das Licht am Umkehrpunkt ist, gilt:

$$(vt)^2 + l_\mathrm{t}^2 = (ct)^2$$

d.h.

$$t = \frac{l_\mathrm{t}}{\sqrt{c^2-v^2}}$$

und damit insgesamt

$$t_\mathrm{t} = \frac{2l_\mathrm{t}}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \,. \tag{1.4}$$

Durch Drehung der Apparatur um 90° konnten die Rollen von l_t und l_l vertauscht werden. Außerdem wurde das Experiment zu verschiedenen Jahreszeiten wiederholt, falls zu einem Zeitpunkt des Experiments die Erde zufällig relativ zum Äther ruhen sollte.

Wäre die Ätherhypothese richtig gewesen, hätte man im Rahmen einer Newton'schen Beschreibung eine Differenz zwischen der longitudinalen und der transversalen Richtung finden müssen. Das Experiment zeigte aber keine solche Differenz.

Zunächst war man derart von der Richtigkeit der Ätherhypothese überzeugt, dass man nach anderen Erklärungen für den negativen Ausgang des Michelson-Morley-Experiments suchte. Eine naheliegende Erklärung war, dass die Erde den Äther in ihrer Umgebung gleichsam mitschleppt, sodass an der Erdoberfläche die Geschwindigkeit des Äthers relativ zur Erde immer Null ist. Eine solche Erklärung widersprach aber nicht nur dem Fizeau'schen Experiment (wonach der Mitführungsterm von der optischen Dichte abhängen sollte und somit für Luft nahezu verschwindet), sondern auch der 1728 von James Bradley (1692–1762) entdeckten Aberration des Lichtes. Darunter versteht man den Effekt, dass ein Fernrohr relativ zur Richtung zu einem Stern etwas vor bzw. nachgestellt werden muss, je nach der senkrechten Geschwindigkeit der Erde relativ zu dieser Richtung ([16], S. 400). Der Effekt beruht darauf, dass das Licht wegen der Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit auch eine endliche Zeit benötigt, um das Fernrohr zu durchqueren. Die Aberration ließ sich am einfachsten durch die Annahme erklären, dass die Erde den Äther nicht mitführt.

Ein interessanter Vorschlag kam 1892 von Hendrik Antoon Lorentz (1853–1928) und gleichzeitig von George Francis Fitzgerald (1851–1901). Nach ihrer Hypothese sollte jeder Maßstab als Folge der Wechselwirkung mit dem Äther in Richtung der relativen Bewegung zum Äther eine sogenannte Lorentz-Fitzgerald-Kontraktion erfahren. Diese Kontraktion bzw. Verkürzung von Längenmaßstäben sollte gerade einem Faktor $\sqrt{1-\beta^2}$ (mit $\beta = v/c$) entsprechen. Wie ein Vergleich der Gleichungen 1.3 und 1.4 zeigt, werden die beiden Laufzeiten t_l und t_t gleich, wenn man l_l mit diesem Faktor multipliziert. Lorentz konnte in den folgenden Jahren seine Theorie soweit ausbauen, dass er nicht nur die bekannten Phänomene beschreiben sondern sogar die Transformationsgesetze formulieren konnte, die sich später aus der speziellen Relativitätstheorie ergeben sollten. Für eine widerspruchsfreie Theorie musste neben der Kontraktion von Längen auch noch angenommen werden, dass die Zeitskalen sämtlicher physikalischer Phänomene bei einer Bewegung relativ zum Äther um einen entsprechenden Faktor größer werden. Seine Überlegungen basierten jedoch immer noch auf der Annahme eines ausgezeichneten Bezugssystems, in welchem der Äther ruhte. Diese Annahme hat er auch nachdem die Relativitätstheorie ihre Triumpfe feierte nur langsam und zögerlich aufgegeben.

1.3 Axiomatische Formulierung der speziellen Relativitätstheorie

Wie schon aus den Titeln der drei in der Einleitung zu diesem Kapitel zitierten Arbeiten deutlich wird, nahm die Relativitätstheorie ihren Ausgang von der Elektrodynamik. Auch Lorentz hat sich die Frage gestellt, wie sich physikalische Systeme (z.B. solche, die wir als Uhren und Maßstäbe verwenden) verhalten, wenn ihre elementaren Bestandteile durch elektromagnetische Kräfte zusammengehalten werden. Auf diese Weise konnte er den Faktor für die Längenkontraktion aus den Maxwell'schen Gleichungen ableiten. In der Folgezeit wurde jedoch versucht, die Annahmen, die zur Herleitung der speziellen Relativitätstheorie führen, auf ein Minimum zu reduzieren. Man kann zeigen, dass die folgenden drei Axiome bereits die Struktur der speziellen Relativitätstheorie – und damit auch die Lorentz-Invarianz der fundamentalen Gleichungen – implizieren:

1. Der Raum ist homogen (überall gleich) und isotrop (es ist keine Richtung ausgezeichnet).
2. Es gilt das Relativitätsprinzip.
3. Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ist unabhängig vom Bewegungszustand der Lichtquelle.

Axiom 1 wird zunächst als Erfahrungstatsache angesehen. Axiom 2 war für Einstein eine Konsequenz der fehlgeschlagenen Versuche, den Äther bzw. Bewegungen relativ zu dem ausgezeichneten

Ruhesystem des Universums nachzuweisen. Wenn sich experimentell kein ausgezeichnetes Ruhesystem nachweisen lässt, dann sollte die Annahme eines absoluten Raumes oder einer absoluten Zeit auch aus der Theorie verschwinden.

Diese ersten beiden Axiome gelten auch für die Newton'sche Theorie. Es gibt also kein „Relativitätsprinzip der Relativitätstheorie“ oder relativistisches Relativitätsprinzip. Inertialsysteme sind solche Bezugssysteme, in denen die kräftefreie Bewegung geradlinig und gleichförmig verläuft. Das Relativitätsprinzip besagt, dass die Physik in allen Inertialsystemen gleich ist.

Axiom 3 ist das Minimum, auf das sich die Aussagen der Maxwell-Gleichungen reduzieren lassen, so dass zusammen mit den ersten beiden Axiomen die spezielle Relativitätstheorie eindeutig wird. Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit bedeutet, dass jeder inertiale Beobachter die Wellenfronten einer punktförmigen Lichtquelle als konzentrische (gleichzentrierte) Sphären beobachtet.

Streng genommen gelten die ersten beiden Axiome nur in einem lokalen Sinne: Die Mikrowellenhintergrundstrahlung bzw. die sichtbare Masse im Universum zeichnen ein Ruhesystem aus. Solange wir aber nicht das Universum als Ganzes bzw. kosmologische Probleme betrachten, sind die ersten beiden Axiome hinreichend gut erfüllt.

Nicht alle Schritte zur Herleitung der Lorentz-Transformationen werden in voller mathematischer Strenge durchgeführt (siehe beispielsweise Pauli [13] oder Sexl und Urbantke [15]). Die folgende Herleitung umgeht die meisten mathematischen Feinheiten.

1. Aus dem Relativitätsprinzip (Axiom 2) folgt insbesondere, dass geradlinige Bewegungen wieder in geradelinige Bewegungen übergehen müssen, also Geraden in der Raum-Zeit in Geraden transformiert werden. Diese Aussage bedeutet, dass der Übergang von einem Koordinatensystem zu einem anderen nur durch eine lineare Transformation gegeben sein kann:

$$\begin{pmatrix} ct' \\ \boldsymbol{x}' \end{pmatrix} = \Lambda(\boldsymbol{v}) \begin{pmatrix} ct \\ \boldsymbol{x} \end{pmatrix} ,$$

   wobei $\Lambda(\boldsymbol{v})$ eine 4×4 Matrix ist, die von der relativen Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ zwischen den beiden Koordinatensystemen abhängen kann. An dieser Stelle haben wir außerdem angenommen, dass beide Koordinatensysteme denselben Ursprung haben, d.h., dass die Koordinaten (0,0,0,0) für den Urspung in beiden Systemen dasselbe Ereignis O beschreiben. Allgemeiner sind es die (bijektiven) affinen Transformationen, die sämtliche Geraden wieder in Geraden überführen. Hier beschränken wir uns auf Geraden durch den Koordinatenursprung und somit auf Transformationen, die diesen Ursprung invariant lassen.

   Dieser Schritt ist übrigens mathematisch am schwierigsten zu beweisen.

2. Da die Lichtegschwindigkeit in jedem Intertialsystem dieselbe sein soll (Axiom 3), folgt aus $|\boldsymbol{x}|/t = \pm c$ auch $|\boldsymbol{x}'|/t' = \pm c$, bzw.

$$(ct)^2 - (\boldsymbol{x})^2 = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad (ct')^2 - (\boldsymbol{x}')^2 = 0 \,. \tag{1.5}$$

   Hierbei stellen wir uns vor, dass bei dem Ereigniss O (das für beide Koordinatensysteme dasselbe ist) ein Lichtsignal ausgesandt wurde. In Gl. 1.5 sollen sich $(t,\boldsymbol{x})$ bzw. $(t',\boldsymbol{x}')$ auf ein Ereignis A beziehen, das von diesem Lichtsignal „getroffen“ wird (siehe Abb. 1.2).[1]

   Betrachten wir nun ein beliebiges Ereignis (nicht notwendigerweise auf dem Lichtkegel) mit den Koordinaten $(t,\boldsymbol{x})$ bzw. $(t',\boldsymbol{x}')$, so folgt zusammen mit der Linearität der Transformation, dass sich die beiden Ausdrücke nur um einen Faktor unterscheiden können:

$$(ct)^2 - (\boldsymbol{x})^2 = \alpha\Big((ct')^2 - (\boldsymbol{x}')^2\Big) \,.$$

[1] Man beachte, dass es sich bei t,t' bzw. $\boldsymbol{x}$ und $\boldsymbol{x}'$ um *Differenzen* handelt, die sich auf zwei Ereignisse beziehen: das Ereignis A und das Referenzereignis O. Trotzdem werde ich die umständlichere Notation Δt, $\Delta\boldsymbol{x}$ etc. vermeiden.

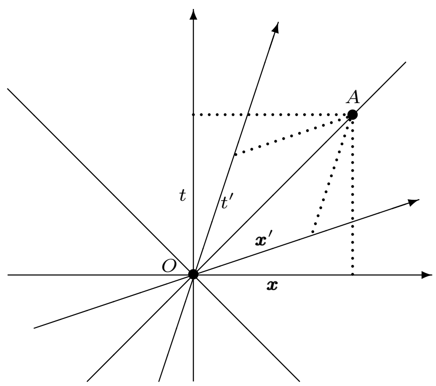

Abbildung 1.2: Die beiden Ereignisse O und A werden durch einen Lichtstrahl verbunden (sie sind lichtartig). Für die beiden Koordinatensysteme sei O ein Ereignis im Ursprung. $\boldsymbol{x}$,t und $\boldsymbol{x'}$,t' sind jeweils die Koordinaten von Ereignis A in den beiden Koordinatensystemen.

3. Der Faktor α kann noch von der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ abhängen, mit der sich das eine System gegen das andere bewegt: $\alpha = \alpha(\boldsymbol{v})$. Wegen der Isotropie des Raumes (Axiom 1) sollte $\alpha(-\boldsymbol{v}) = \alpha(\boldsymbol{v})$ gelten, und aus der Tatsache, dass die zu $\boldsymbol{v}$ inverse Transformation durch $-\boldsymbol{v}$ gegeben ist, folgt $\alpha(-\boldsymbol{v})\alpha(\boldsymbol{v}) = 1$, insgesamt also $\alpha(\boldsymbol{v}) = \pm 1$. Aus der Stetigkeit als Funktion von $\boldsymbol{v}$ (sowie $\alpha(0) = 1$) können wir schließen: $\alpha(\boldsymbol{v}) = 1$ oder

$$(ct)^2 - (\boldsymbol{x})^2 = (ct')^2 - (\boldsymbol{x}')^2 \,. \tag{1.6}$$

4. Gesucht sind also alle linearen Transformationen Λ, welche die Kombination $(ct)^2 - \boldsymbol{x}^2$ invariant lassen.

1.4 Lorentz-Transformationen

Wie allgemein üblich führen wir nun die 4-Koordinaten $x^0 = ct$ und x^i ein und bezeichnen mit x (ohne Vektorpfeil) einen 4-Vektor: $x = (x^0,x^1,x^2,x^3)$, wobei $\boldsymbol{x} = (x^1,x^2,x^3)$. Die Komponenten eines 4-Vektors bezeichnen wir mit griechischen Buchstaben (μ, ν, etc.) und sie nehmen die Werte 0,1,2,3 an. Für die Indizes von räumlichen Komponenten verwenden wir weiterhin lateinische Buchstaben.

Dass die Indizes für die Komponenten von Vektoren hochgestellt sind, ist eine Konvention. Wir bezeichnen damit die Koordinaten von Vektoren. Wie aus der Linearen Algebra bekannt, gibt es zu jedem Vektorraum auch einen Dualraum (der Raum der linearen Abbildungen von dem Vektorraum in den jeweiligen Zahlenkörper). Die Komponenten von Elementen des Dualraums kennzeichnen wir durch untenstehende Indizes. Außerdem verwenden wir im Folgenden noch die *Einstein'sche Summenkonvention*: Über doppelt auftretende Indizes, einmal oben und einmal unten, auf einer Seite einer Gleichung wird summiert. Diese Konvention macht viele Formeln wesentlich übersichtlicher.

Wir definieren nun ein symmetrisches, bilineares Produkt[2]

$$(x,y) := \eta_{\mu\nu} x^\mu y^\nu = x^0 y^0 - \sum_{i,j=1}^{3} x^i y^i \,. \tag{1.7}$$

Wir bezeichnen dieses Produkt manchmal als Skalarprodukt, obwohl es nicht positiv definit und damit in der üblichen mathematischen Sprechweise kein Skalarprodukt ist. Oft nennen wir es auch

[2] Die Vorzeichen sind Konvention und werden insbesondere in der relativistischen Feldtheorie im Vergleich zur Relativitätstheorie oft unterschiedlich gewählt. Bei der hier angegebene Konvention ist das Skalarprodukt von zeitartigen Vektoren mit sich selbst positiv.

Minkowski-Produkt. Dieses Produkt ist nicht-entartet, d.h., es gibt keine nicht-verschwindenden Vektoren y, sodass (x,y) für alle Vektoren x gleich null ist. Die Matrix

$$\eta = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{1.8}$$

bezeichnen wir manchmal als Minkoswki-Metrik. Auch dieser Ausdruck ist strenggenommen irreführend, da von einer Metrik üblicherweise verlangt wird, dass Abstände nie negativ werden können, was hier aber nicht der Fall ist. Daher spricht man manchmal auch von einer *Pseudo-Metrik*.

Durch die Bilinearform η können wir jedem Vektor mit Komponenten $\{x^\mu\}$ einen dualen Vektor mit den Komponenten $\{x_\mu\}$ zuordnen:

$$x_\mu = \eta_{\mu\nu} x^\nu \,. \tag{1.9}$$

Beim dualen Vektoren kehren sich also alle Vorzeichen der räumlichen Komponenten um.

Die Lorentz-Transformationen Λ bestehen aus allen linearen Transformationen, welche die Minkowski-Metrik invariant lassen. Das bedeutet

$$(x,y) = (\Lambda x,\Lambda y) \tag{1.10}$$

für alle 4-Vektoren x und y. Ausgedrückt in Komponenten bedeutet diese Bedingung

$$\Lambda^\alpha{}_\mu \eta_{\alpha\beta} \Lambda^\beta{}_\nu = \eta_{\mu\nu} \tag{1.11}$$

oder komponentenunabhängig

$$\Lambda^T \eta \Lambda = \eta \,. \tag{1.12}$$

Wir lösen diese Gleichungen für eine Raumdimension, also für 2×2 Matrizen. Die Matrixgleichung

$$\begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{1.13}$$

führt auf drei algebraische Gleichungen,

$$A^2 - C^2 = D^2 - B^2 = 1 \qquad AB = CD \,, \tag{1.14}$$

die (bis auf Vorzeichen) eine einparametrige Schar an Lösungen zulassen. Eine mögliche Parametrisierung dieser Lösungen ist:

$$A = D = \cosh\phi \quad B = C = \sinh\phi \,. \tag{1.15}$$

Man bezeichnet ϕ auch manchmal als Rapidität.

Wir können aber auch eine anschaulichere Parametrisierung wählen, die sich aus folgender Überlegung ergibt: Die Weltlinie des räumlichen Ursprungs des (t',x')-Systems, also die Gerade zu $x' = 0$, soll sich für den anderen Beobachter als die Gerade $x = vt$ darstellen. Damit erhält die Geschwindigkeit v erst ihre Bedeutung. Das bedeutet aber, dass

$$x' = \gamma(v)(x - vt) = \gamma(v)\left(x^1 - \frac{v}{c}x^0\right) \tag{1.16}$$

sein muss, mit einem noch zu bestimmenden (v-abhängigen) Faktor $\gamma(v)$. Durch Vergleich mit den obigen Transformationen folgt $A = D = \gamma$ und $B = C = -\gamma\frac{v}{c}$, und aus $A^2 - C^2 = 1$ ergibt sich

$$\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \,. \tag{1.17}$$

Damit erhalten wir für die Lorentz-Transformationen in einer Raumdimension:

$$\Lambda(v) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{v}{c} \\ -\frac{v}{c} & 1 \end{pmatrix} . \tag{1.18}$$

Für die weiteren Überlegungen wird meist diese Form der Lorentz-Transformation ausreichen. Man bezeichnet sie auch als „Boost“. Die Matrixdarstellung eines allgemeinen Boosts (für eine beliebige dreidimensionale Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$) erhält man am einfachsten, indem man die Raumkoordinaten in zur Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ parallele und senkrechte Komponenten aufspaltet und berücksichtigt, dass sich die senkrechen Komponenten nicht ändern (vgl. z.B. die englische Wikipedia-Seite „Lorentz transformation“):

$$\Lambda(\boldsymbol{v}) = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \\ -\gamma\boldsymbol{\beta} & \mathbb{I} + (\gamma-1)\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}/\beta^2 \end{pmatrix} , \tag{1.19}$$

wobei $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{v}/c$ ist, $\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}$ der zugehörige transponierte (Zeilen)-Vektor und $\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}$ die 3×3 Matrix mit den Komponenen $\beta_i\beta_j$. $\mathbb{I}$ ist die 3×3 Identitätsmatrix und $\beta^2 = v^2/c^2$.

Diese Matrizen bilden noch keine Gruppe. Die gewöhnlichen dreidimensionalen Drehungen $R \in \mathrm{SO}(3)$ lassen die Minkowski-Metrik ebenfalls invariant. Erst die Boosts zusammen mit den Drehungen bilden eine (sechsparametrige) Gruppe, die Lorentz-Gruppe SO(1,3).[3] Man kann die Gruppe noch um räumliche Spiegelungen (Paritätstransformationen) und die zeitliche Umkehr $t \to -t$ erweitern. Da der Minkowski-Raum ein affiner Raum ohne ausgezeichneten Raum-Zeit-Ursprung ist, erhält man insgesamt als Invarianzgruppe der Speziellen Relativitätstheorie die Poincaré-Gruppe, bestehend aus den Transformationen $\tilde{\Lambda} + \boldsymbol{a}$ wobei $\tilde{\Lambda}$ eine Lorentz-Transformation (eventuell plus Paritätstransformation oder Zeitumkehr) ist und $\boldsymbol{a}$ ein beliebiger 4-dimensionaler Translationsvektor.

Abschließend soll noch das Geschwindigkeitadditionstheorem in seiner einfachsten Form (parallele Geschwindigkeiten) abgeleitet werden. Dazu betrachten wir einfach das Produkt zweier Lorentz-Boosts, für die gelten soll:

$$\gamma(v_1)\begin{pmatrix} 1 & -v_1/c \\ -v_1/c & 1 \end{pmatrix}\gamma(v_2)\begin{pmatrix} 1 & -v_2/c \\ -v_2/c & 1 \end{pmatrix} = \gamma(v_{\mathrm{ges}})\begin{pmatrix} 1 & -v_{\mathrm{ges}}/c \\ -v_{\mathrm{ges}}/c & 1 \end{pmatrix} \tag{1.20}$$

Durch direktes Nachrechnen (am einfachsten bildet man das Produkt auf der linken Seite und erhält $-v_{\mathrm{ges}}/c$ aus dem Verhältnis eines Nebendiagonalelements mit einem Diagonalelement) findet man:

$$v_{\mathrm{ges}} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} . \tag{1.21}$$

Für nicht-relativistische Geschwindigkeiten $v_i \ll c$ erhält man das klassische Ergebnis der Newton'schen Mechanik – die Gesamtgeschwindigkeit ist die Summe der Einzelgeschwindigkeiten. v_{ges} kann jedoch nie größer als c werden und setzt man z.B. $v_1 = c$ so erhält man auch $v_{\mathrm{ges}} = c$. Gleichung 1.21 hatten wir schon bei der Herleitung des Fresnel'schen Mitführungsfaktors in Gl. 1.2 verwendet.

1.5 Die Minkowski-Raumzeit

1908 hatte Hermann Minkowski (1864–1909) die 4-dimensionale Raumzeit eingeführt und damit den Formalismus der speziellen Relativitätstheorie wesentlich vereinfacht. Berühmt geworden sind die

[3] Zur Notation: Die Gruppe SO(n,m) ist die Gruppe aller reellen linearen Transformationen mit Determinante 1, welche die $(n+m)\times(n+m)$ Matrix $\eta = \mathrm{diag}(1,...,1,-1,...,-1)$ invariant lassen, wobei die ersten n Einträge $+1$ und die letzten m Einträge -1 sind. Für die üblichen speziellen orthogonalen Gruppen ist $m = 0$ und man schreibt einfach SO(n).

Anfangsworte zu einem seiner Vorträge, gehalten auf der „80. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Cöln“ am 21. September 1908 (aus [1], S. 123):

> Meine Herren! Die Anschauungen über Raum und Zeit, die ich Ihnen entwickeln möchte, sind auf experimentell-physikalischem Boden erwachsen. Darin liegt ihre Stärke. Ihre Tendenz ist eine radikale. Von Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.

Doch worin bestand das eigentlich Neue?

1.5.1 Die Geometrie des Minkowski-Raums

Die Besonderheit der 4-dimensionalen Minkowski-Raumzeit ergibt sich nicht einfach aus der Zusammenfassung des 3-dimensionalen gewöhnlichen Raums mit einer 1-dimensionalen Zeitkoordinate. Dies ist auch in der gewöhnlichen Newton'schen Mechanik möglich. Die Besonderheit ergibt sich aus den Invarianzen dieses Raumes bzw. der Art von Geometrie, welche durch die Minkowski-Metrik auf ihm definiert wird.

Abgesehen von räumlichen und zeitlichen Translationen ist der Newton'sche Raum invariant unter Galilei-Transformationen: dreidimensionale Rotationen sowie die speziellen Galilei-Transformationen

$$t \longrightarrow t' = t \quad \text{und} \quad \boldsymbol{x} \longrightarrow \boldsymbol{x}' = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{v}t\,. \tag{1.22}$$

Dass beide Koordinatensysteme über eine affine Transformation zusammenhängen, folgt wiederum aus dem Relativitätsprinzip, das auch in der Newton'schen Mechanik gilt (Geraden in einem Inertialsystem sind Geraden in allen Inertialsystemen). Während die ersten beiden Axiome in unveränderter Form auch in der Newton'schen Mechanik gelten, kann man dort das 3. Axiom ersetzen durch: Zwei Ereignisse haben in allen Inertialsystemen denselben zeitlichen Abstand (daraus folgt $\Delta t = \Delta t'$) und zwei gleichzeitige Ereignisse haben in allen Inertialsystemen denselben räumlichen Abstand (daraus folgt $\Delta\boldsymbol{x}^{\,2} = (\Delta\boldsymbol{x}\,')^2$). Damit liegen die Galilei-Transformationen als Invarianzgruppe fest.

Demgegenüber ist die Geometrie des Minkowski-Raums durch die Invarianz von $(ct)^2 - \boldsymbol{x}^{\,2}$ bestimmt. Genauer bedeutet dies Folgendes: Zwei Ereignisse A und B werden von zwei Inertialsystemen durch die Koordinaten $(t_A,\boldsymbol{x}_A)$ bzw. $(t_B,\boldsymbol{x}_B)$ sowie $(t'_A,\boldsymbol{x}'_A)$ und $(t'_B,\boldsymbol{x}'_B)$ beschrieben. Dann gilt

$$c^2(t_A - t_B)^2 - (\boldsymbol{x}_A - \boldsymbol{x}_B)^2 = c^2(t'_A - t'_B)^2 - (\boldsymbol{x}'_A - \boldsymbol{x}'_B)^2\,. \tag{1.23}$$

Durch diese Invariante wird zwei Ereignissen ein „Abstand“ zugeschrieben, der nicht vom Koordinatensystem abhängt. Diesen Abstand werden wir später nutzen, um Linien (insbesondere Weltlinien) eine „Länge“ zuzuschreiben und Geometrie zu betreiben. Diese Minkowski-Geometrie ist zunächst etwas ungewohnt, sodass ich einige Aspekte betonen möchte.

1.5.2 Darstellung des Minkowski-Raums

Im Folgenden werden wir sehr oft Gebrauch von geometrischen Konstruktionen machen. Wir stellen dabei die Raumzeit meist vereinfacht durch eine Ebene dar, die einer Raum- und einer Zeitdimension entspricht. Die Punkte dieser Ebene repräsentieren Ereignisse und damit physikalische Tatsachen, die nicht von irgendeinem Koordinatensystem oder einer anderen Wahl der Beschreibung abhängen (vgl. Abb. 1.3). Ob sich zwei Personen am selben Ort treffen, oder der Zeiger einer bestimmten Uhr auf die 12 springt, oder eine Lampe an- und wieder ausgeknippst wird, oder eine Rakete dicht an einem bestimmten Satelliten vorbeifliegt – das sind Tatsachen, die für alle Beobachter gleichermaßen existent sind.

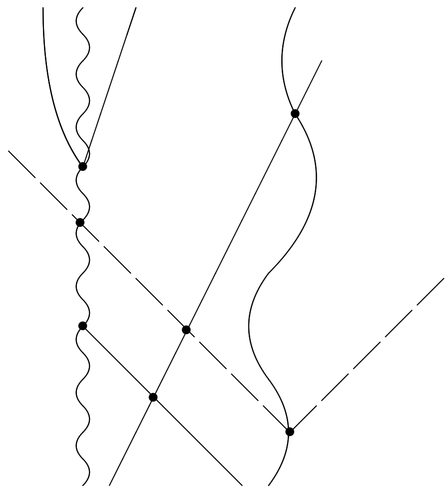

Abbildung 1.3: Die Raumzeit ist die Menge aller Ereignisse. Klassische Weltlinien sind kontinuierliche Folgen von Ereignissen (nicht zu verwechseln mit den „Weltlinien" in Feynman-Graphen, hierbei handelt es sich um Repräsentationen von Propagatoren bzw. Green'schen Funktionen, nicht um reale, „faktische" Weltlinien).

Sehr oft handelt es sich bei Ereignissen um den Schnittpunkt von Weltlinien, wobei Weltlinien von Objekten bestimmte kontinuierliche Folgen von Ereignissen und somit ebenfalls unabhängig von einem Koordinantensystem sind. Auch wenn der Zeiger einer Uhr auf 12 zeigt, schneiden sich im Prinzip zwei Weltlinien: die Weltlinie der Zeigerspitze und die Weltlinie der Markierung für die 12. Die Weltlinien von Objekten, auf die keine Kräfte wirken, werden in Minkowski-Diagrammen durch Geraden dargestellt. Insbesondere verläuft der räumliche Ursprung eines Inertialsystems entlang einer geraden Weltlinie. (Dies wird bei allgemeinen Raumzeit-Diagrammen und in der Allgemeinen Relativitätstheorie nicht immer der Fall sein.)

1.5.3 Die kausale Struktur

Zu jedem Ereignis können wir den Zukunfts- und den Vergangenheitslichtkegel angeben. Der Zukunftslichtkegel besteht aus allen Ereignissen, die von einem Lichtblitz, der bei dem betreffenden Ereignis ausgesandt wird, überstrichen wird. Dabei stellen wir uns vor, dass sich das Licht von diesem Ereignis aus kugelförmig in alle Richtungen ausbreitet. Die Zeitdauer des Lichtblitzes sei vernachlässigbar kurz. Der Vergangenheitslichtkegel besteht aus allen Lichtstrahlen, die das betreffende Ereignis treffen.

Für alle Ereignisse auf dem Lichtkegel gilt (in jedem Inertialsystem) $(ct)^2 - \boldsymbol{x}^2 = 0$ (wobei wir das Ereignis O als Ursprung (0,0) des Koordinatensystems gewählt haben, ansonsten sind t und $\boldsymbol{x}$ entsprechend durch Δt und $\Delta \boldsymbol{x}$ zu ersetzen). Zwei Ereignisse, die direkt durch einen Lichtstrahl verbunden werden können, also auf dem Lichtkegel des jeweils anderen Ereignisses liegen, bezeichnet man als *lichtartig*. In Abb. 1.4 sind O und L lichtartig.

Für Ereignisse innerhalb des Zukunfts- oder Vergangenheitslichtkegels gilt $(ct)^2 - \boldsymbol{x}^2 > 0$. Solche Ereignispaare bezeichnet man als *zeitartig*. Die Ereignisse A und B sind zeitartig zu O. Ereignisse außerhalb des Lichtkegels (z.B. die Ereignisse C und D) bezeichnet man als relativ zu O *raumartig*. Für solche Ereignisse gilt $(ct)^2 - \boldsymbol{x}^2 < 0$.

Für zeit- und lichtartige Ereignispaare kann man eindeutig angeben, welches der beiden Ereignisse in der Zukunft relativ zu dem anderen Ereignis liegt. (Ist $c|t| \geq |\boldsymbol{x}|$ und $t > 0$, so gibt es keine Lorentz-Transformation, für die t' negativ wird.) Diese Relation – „A liegt in der Zukunft von B", geschrieben als A>B – ist antisymmetrisch (wenn A>B, gilt nicht B>A). Außerdem ist diese Relation transitiv: Aus A>B und B>C folgt A>C. Bei dieser Relation handelt es sich also um eine

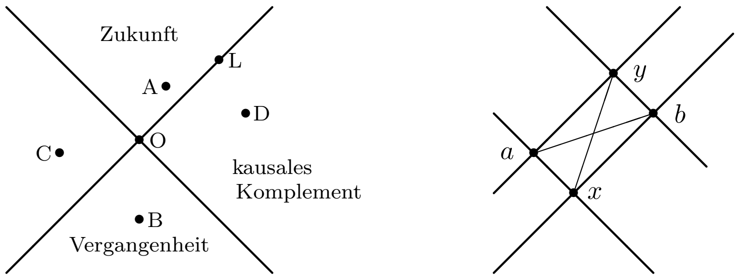

Abbildung 1.4: (links) Der Zukunfts- und Vergangenheitslichtkegel zu einem Ereignis O und sein kausales Komplement. (rechts) Ein „Diamant“ zu zwei Ereignissen x und y besteht aus allen Ereignissen, die sowohl in der Zukunft von x als auch in der Vergangenheit von y liegen. Er definiert zwei raumartige Ereignisse a und b, die „gerade eben noch“ im Diamanten liegen. Bis auf ein Vorzeichen ist der Abstand $\overline{xy}$ gleich dem Abstand $\overline{ab}$ (für $c = 1$); damit lassen sich die Messungen räumlicher Abstände auf die Messungen von zeitlichen Abständen reduzieren.

Teilordnung.

Für raumartige Ereignisse ist eine allgemein gültige zeitliche Ordnung nicht möglich. Man kann immer Bezugssysteme finden, in denen $\Delta t > 0$ ist, und andere Bezugssysteme, für die $\Delta t' < 0$ ist, d.h., während in dem einen System C scheinbar später als O liegt, findet es in dem anderen System früher statt. Solche Ereignisse können sich gegenseitig nicht kausal beeinflussen.

Die beiden Lichtkegel (meist spricht man einfach von *dem* Lichtkegel) zu einem Ereignis O unterteilen also die Menge aller Ereignisse in drei Klassen: (1) die Menge der zukünftigen Ereignisse, *die von* O theoretisch kausal beeinflusst werden können, (2) die Menge der Ereignisse in der Vergangenheit, *von denen* O theoretisch kausal beeinflusst werden kann, sowie (3) die raumartigen Ereignisse, die in *keinem* kausalen Zusammenhang zu O stehen. Die für die Newton'sche Raumzeit noch sinnvolle Relation „gleichzeitig“ gibt es in der Relativitätstheorie nicht mehr in einem absoluten Sinne.

1.5.4 Inertialsysteme

In einem Inertialsystem werden alle kräftefreien Bewegungen (im Sinne der speziellen Relativitätstheorie – wir werden in der allgemeinen Relativitätstheorie auch die Geodäten in gekrümmten Raumzeiten als kräftefreie Bahnkurven ansehen) durch Geraden dargestellt. Damit bewegt sich auch der räumliche Ursprung eines Intertialsystems entlang einer Geraden. Die Koordinate entlang dieser Geraden bezeichnen wir als Zeitkoordinate. Sie wird realisiert durch die Weltline einer idealen Uhr (näherungsweise z.B. durch eine Cs-Uhr), die sich im Ursprung des Systems befindet.

Wenn wir einem Ereignis A in einem solchen Inertialsystem die Koordinaten $(t,\boldsymbol{x})$ zuordnen, ist damit operational Folgendes gemeint: Wir denken uns den gesamten Raum des Inertialsystems mit Uhren ausgepflastert, die alle synchronisiert sind. (Auf die Problematik der Synchronisation von Uhren werden wir in Abschnitt **??** näher eingehen, in einer speziellen Form schon im nächsten Abschnitt. An dieser Stelle soll genügen, dass eine solche globale Synchronisation möglich ist und dass sie beispielsweise durch den langsamen Transport von Uhren – alle Uhren wurden in der fernen Vergangenheit im Ursprung auf dieselbe Zeit eingestellt und dann langsam an ihren Platz gebracht –

realisiert werden kann.[4]) Außerdem können wir die räumliche Lage von jeder Uhr in diesem System durch einen Vektor $\boldsymbol{x}$ kennzeichnen, dessen Komponenten wir durch Anlegen eines geeichten Längenmaßstabes bestimmen können.[5] Alle Uhren bewegen sich im Raumzeit-Diagramm auf parallelen Weltlinien und halten untereinander ihren Abstand. Die $\boldsymbol{x}$-Koordinate eines Ereignisses A ist dann gleich der räumlichen Koordinate der Uhr, bei der das Ereignis A stattfindet. Die t-Koordinate des Ereignisses A ist gleich der Zeitanzeige dieser Uhr.

Zwei Ereignisse ereignen sich *in diesem Inertialsystem* gleichzeitig, wenn die Uhren an den jeweiligen Punkten, an denen die Ereignisse stattfinden, dieselbe Zeit anzeigen. Für ein gegebenes Inertialsystem ist es also sinnvoll, von der Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse zu sprechen. Allerdings muss betont werden, dass die physikalische Realisation dieser Gleichzeitigkeit nur durch die Synchronisation von Uhren möglich ist, die sich bei den jeweiligen Ereignissen befinden, und eine solche globale Synchronisation ist nur in einem Inertialsystem realisierbar. Insbesondere wird der Gleichzeitigkeitsbegriff problematisch für allgemeine Bezugssysteme (die keine Inertialsysteme sind, also beispielsweise beschleunigt werden) oder auch in der allgemeinen Relativitätstheorie.

Abschließend noch eine Anmerkung zur Sprechweise. Sehr oft liest man, dass ein Beobachter ein Ereignis A zu einem bestimmten Zeitpunkt t an einem bestimmten Ort $\boldsymbol{x}$ „sieht“ oder „wahrnimmt“. Dieses „sehen“ oder „wahrnehmen“ hat jedoch meist nichts mit einem physiologischen Sehen oder Wahrnehmen zu tun, sondern bedeutet, dass das Ereignis in dem Inertialsystem des Beobachters von einer entsprechenden Uhr (im oben beschriebenen Sinne) zum Zeitpunkt t am Ort $\boldsymbol{x}$ registriert wird. Der Beobachter im Ursprung des Systems erfährt möglicherweise erst sehr viel später durch einen Datenaustausch von dem Ereignis und seinen Koordinaten. Für ein tatsächliches Sehen muss erst ein Lichtsignal von dem Ereignis A zu dem Beobachter gelangen. Dieses Sehen findet also im Allgemeinen später statt, außerdem kann es sein, dass unterschiedliche Ereignisse, die in dem Inertialsystem zwar gleichzeitig stattfinden (und damit dieselbe t-Koordinate haben) von dem Beobachter im Ursprung zu unterschiedlichen Zeiten gesehen werden und umgekehrt.

[4] Später werden wir zeigen, dass die so genannte Einstein-Synchronisation, bei der Uhren durch Austausch von Lichtsignalen synchronisiert werden, zu dieser Vorschrift identisch ist.

[5] Auch hier ist der Austausch von Lichtsignalen und die Messung des räumlichen Abstands durch die Messung der Zeit für Hin- plus Rückweg ein praktikableres Verfahren. Das Anlegen eines Längenmaßstabs ist äquivalent und dient hier nur der Veranschaulichung.

Literaturverzeichnis

[1] Peter C. Aichelburg (Hrsg.); *Zeit im Wandel der Zeit*; Verlag Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden, 1988.

[2] Max Born; *Optik*; Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1972.

[3] Encyclopaedia Britannica; 15.th edition, 1988.

[4] René Descartes; *Die Prinzipien der Philosophie*; Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1992; übersetzt von Artur Buchenau.

[5] Albert Einstein; *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*; Annalen der Physik, Leipzig, 17 (1905) 891.

[6] Hermann von Helmholtz; *Über Wirbelbewegungen, Über Flüssigkeitsbewegungen*, 1858; in Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Bd. 1; Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 1996.

[7] Max von Laue; *Geschichte der Physik*; Universitäts-Verlag Bonn, 1947.

[8] Hendrik Antoon Lorentz; *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light*; Proc. Acad. Sci., Amsterdam, 6 [1904], S. 809.

[9] Peter Mittelstaedt; *Der Zeitbegriff in der Physik*; BI-Wissenschaftsverlag, 1989.

[10] Peter Mittelstaedt; *Philosophische Probleme der modernen Physik*; BI-Wissenschaftsverlag, 1989.

[11] Isaac Newton; *Über die Gravitation...*; Klostermann Texte Philosophie; Vittorio Klostermann, Frankfurt, 1988; übersetzt von Gernot Böhme.

[12] Isaac Newton; *Optik oder Abhandlung über Spiegelungen, Brechungen, Beugungen und Farben des Lichts*; I., II. und III. Buch (1704); aus dem Englischen übersetzt von W. Abendroth; Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Verlag Harri Deutsch 1998.

[13] Wolfgang Pauli; *Theory of Relativity*; Dover Publications, New York, 1981.

[14] Jules Henri Poincaré; *Sur la dynamique de l'électron*, C.R. Acad. Sci., Paris, 140 (1905) S. 1504; und Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, Bd. 21 (1906) S. 129.

[15] Roman U. Sexl, Helmuth K. Urbantke; *Relativität, Gruppen, Teilchen*; Springer-Verlag, Wien, New York, 1992.

[16] Károly Simonyi; *Kulturgeschichte der Physik*; Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1990.