1. Use o método de Taylor de segunda ordem para encontrar uma aproximação das soluções de cada um dos seguintes problemas de valor inicial.

a. $y' = te^{3t} - 2y$, $\quad 0 \le t \le 1$, $\quad y(0) = 0$, $\quad$ com $h = 0{,}5$

a) Solução Analítica ⇝ $y' = te^{3t} - 2y$ $\quad$ ∴ transformar em $y' + P(t) = g(t)$

$y' + 2y = te^{3t}$ $\quad$ ∴ Aplicar o Fator Integrante μ

$\mu \cdot y' + \mu \cdot (2y) = \mu(te^{3t})$ $\quad$ ∴ $\mu = e^{\int P(t)dt} = e^{\int 2 dt} = e^{2t}$

$e^{2t} \cdot \frac{dy}{dt} + e^{2t} 2y = e^{2t} \cdot t \cdot e^{3t}$ $\quad$ ∴ Produto de derivadas

$(e^{2t} \cdot y) \cdot \frac{d}{dt} = t \cdot e^{5t}$ $\quad$ ∴ Integrar em t

$\int (e^{2t} \cdot y) \frac{d}{dt} dt = \int t \cdot e^{5t} dt$

$e^{2t} \cdot y = \frac{1}{5} e^{5t} \cdot t - \frac{1}{5} \int e^{5t} \cdot 1 \cdot dt$

$e^{2t} \cdot y = \frac{1}{5} e^{5t} \cdot t - \frac{1}{25} e^{5t} + C$ $\quad$ ∴ Isolar y

$$\boxed{y = \frac{t}{5} e^{3t} - \frac{1}{25} e^{3t} + C \cdot e^{-2t}}$$

Solução Taylor Ordem 2 $\quad f = te^{3t} - 2y$

$f' = \frac{d}{dt} \cdot (t \cdot e^{3t} - 2y) = \frac{d}{dt}(te^{3t}) - \frac{d}{dy}(2y) = e^{3t} + 3t \cdot e^{3t} - 2y'$

$f' = e^{3t} + 3t \cdot e^{3t} - 2(te^{3t} - 2y) = e^{3t} + 3te^{3t} - 2te^{3t} + 4y = \boxed{e^{3t} + t \cdot e^{3t} + 4y}$

$T^{(2)} = w_i + h \cdot f + \frac{h^2}{2} f'$