1. Use o método de Euler modificado para encontrar aproximações das soluções de cada um dos seguintes problemas de valor inicial e compare os resultados com os valores reais.

a. $y' = te^{3t} - 2y, \quad 0 \le t \le 1, \quad y(0) = 0$, com $h = 0{,}5$; solução real $y(t) = \frac{1}{5}te^{3t} - \frac{1}{25}e^{3t} + \frac{1}{25}e^{-2t}$.

Método de Euler Modificado

1) a) $y' = te^{3t} - 2y$

$\therefore E_{i+1} = w_i + \frac{h}{2}\left[f(t_i, w_i) + f(t_{i+1}; w_i + h.f(t_i, w_i))\right]$

$$\begin{cases} K_1 = f(t_i, w_i) \longrightarrow E_q = w_i + h.K_1 \\ K_2 = f(t_{i+1}, E_q) \\ w_{i+1} = w_i + \frac{h}{2}(K_1 + K_2) \end{cases}$$

Solução Analítica

$y' = te^{3t} - 2y \Rightarrow y' + 2y = te^{3t}$ $\therefore$ Aplicar Fator Integrante

$= \mu.y' + \mu.2y = \mu.te^{3t}$ $\therefore \mu = e^{\int P(x)dx} = e^{\int 2dt} = e^{2t}$

$= e^{2t}.y' + e^{2t}.2y = e^{2t}.te^{3t}$ $\therefore$ Produto de derivadas

$= (y.e^{2t}).\frac{d}{dt} = e^{5t}.t$ $\therefore$ Integrar

$= \int (y.e^{2t}).\frac{d}{dt}\,dt = \int e^{5t}.t\,.dt \longrightarrow \frac{1}{5}e^{5t}.t - \frac{1}{5}\int e^{5t}.1.dt$

$= y.e^{2t} = \frac{t}{5}e^{5t} - \frac{1}{25}e^{5t} + C$

$= \boxed{y_{(t)} = \frac{t}{5}e^{3t} - \frac{1}{25}e^{3t} + C.e^{-2t}}$

$\therefore y_{(0)} = \frac{0}{5}e^{0} - \frac{1}{25}e^{0} + C.e^{0}$

$0 = 0 - \frac{1}{25} + C$

$\boxed{C = \frac{1}{25}}$