Resolução matemática

Nome: Luã do Carmo Ribeiro

Resolução matemática e computacional da EDO de valor inicial y’ = y - t² + 1

Vamos encontrar uma aproximação da solução do problema de valor inicial da função

$y' = y - t^2 + 1, \qquad 0 \leq t \leq 2, \qquad y(0) = 0,5$

Primeiro vamos resolver esse problema pela **fórmula analítica** e encontrar a sua solução:

$$\frac{dy}{dt} = y - t^2 + 1 \rightarrow \frac{dy}{dt} - y = -t^2 + 1$$

$$\text{Usamos o Fator Integrante } \mu \text{ na equação}$$

$$\frac{dy}{dt} * \mu - y * \mu = (-t^2 + 1) * \mu$$

$$\mu = e^{\int p(t)dt}, \qquad p(t) = -y, \qquad \mu = e^{\int -ydt} \rightarrow \mu = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} * e^{-t} - y * e^{-t} = (-t^2 + 1) * e^{-t}$$

$$\text{A equação(esquerda) pode ser reescrita como sendo o produto das derivadas}$$

$$\frac{d}{dt}(e^{-t}y) = e^{-t} * (-t^2 + 1)$$

$$\text{Aplicando a integral em relação a t em ambos os lados}$$

$$y * e^{-t} = e^{-t} * (t + 1)^2 + C$$

$$\text{Fórmula geral analítica: } y(t) = (t + 1)^2 + C * e^t$$

$$\text{Assumindo o valor inicial} y(0) = 0,5 \text{ temos}$$

$$0,5 = (0 + 1)^2 + C * e^0 \rightarrow 0,5 = 1 + C \rightarrow C = -0,5$$

$$y(t) = (t + 1)^2 - 0,5 * e^t$$

Desenvolvendo o algoritmo pelo **método de Euler**

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

a = 0 # Início do intervalo eixo (t)
b = 2 # Fim do intervalo eixo (t)
N = 10  # Quantidade de pontos eixo (t)
t = np.linspace(a,b, N) # Cria um vetor de 10 pontos entre o intervalo [a,b]
```

```
h = (b-a)/N # Espaçamento entre os pontos
w = np.zeros(N) # Inicializa o vetor com valores zero
w[0] = 0,5 # Valor inicial dado

for i in range(0, N):
    w[i+1] = w[i] + h*(w[i] - pow(t[i],2) + 1);
```