Алгоритм Евкліда.
Знаходження найбільшого спільного дільника (НСД) та найменшого спільного кратного (НСК) поліномів.

Алгоритм Евкліда. У кільці $F[x]$ многочленів із коефіцієнтами з поля F для довільних многочленів $f(x)$ і $g(x)$ існує НСД $\big(f(x), g(x)\big)$. Його можна знайти за допомогою алгоритму Евкліда. Для цього будуємо ланцюжок ділень з остачею.

Нехай $\deg f(x) \geq \deg g(x)$.

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x), \deg r_1(x) < \deg g(x);$$
$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x), \deg r_2(x) < \deg r_1(x);$$
$$r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x), \deg r_3(x) < \deg r_2(x);$$
$$\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

Оскільки степені остач строго спадають, то на певному кроці остача буде дорівнювати 0. Отже, завершення алгоритму має вигляд:

$$r_{k-2}(x) = r_{k-1}(x)q_k(x) + r_k(x), \deg r_k(x) < \deg r_{k-1}(x);$$
$$r_{k-1}(x) = r_k(x)q_{k+1}(x)$$

Остання ненульова остача $r_k(x)$ у цьому ланцюжку буде найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Зауваження (співвідношення Безу). У кільці $F[x]$ для довільних многочленів $f(x)$ і $g(x)$ існують такі многочлени u(x) і v(x), що

$$\boxed{\text{НСД}\,\big(f(x), g(x)\big) = u(x)\,f(x) \;+\; v(x)\,g(x)}.$$

Зауваження. НСД $\big(f(x), g(x)\big)$ знаходиться з <u>точністю до постійного множника</u>: якщо $d(x) = \text{НСД}\,\big(f(x), g(x)\big)$, $c \in \mathbb{C}$, $c \neq 0$, тоді $c \cdot d(x) = \text{НСД}\,\big(f(x), g(x)\big)$. Якщо НСД $\big(f(x), g(x)\big) = a$, $a \in \mathbb{C}$, тоді многочлени $f(x)$ і $g(x)$ називаються *взаємно простими*.

Знаходження НСК многочленів.

$$\boxed{\text{НСК}\,\big(f(x), g(x)\big) = \frac{f(x) \cdot\; g(x)}{\text{НСД}\,\big(f(x), g(x)\big)}}$$