Ранг матриці

Означення 1. **Рангом** матриці A називається найвищий з порядків її мінорів, відмінних від нуля. Позначення: $p(A)$, $r(A)$ або $rank\ (A)$.

Означення 2. Відмінний від нуля мінор матриці A, порядок якого дорівнює $r = r(A)$ називається **базисним мінором**.

Теорема 1. Елементарні перетворення не змінюють рангу матриці.

Теорема 2. Транспонування матриці не змінює її рангу.

Методи обчислення рангу

1. Метод обвідних мінорів.

Нехай в матриці A знайдено мінор k-го порядку M відмінний від нуля. Розглянемо тільки ті мінори $(k+1)$-го порядку, які містять у собі (обводять) мінор M. Якщо всі вони дорівнюють нулю, то $r(A) = k$. У протилежному випадку існує ненульовий мінор $(k+1)$-го порядку і вся процедура повторюється.

2. Метод елементарних перетворень.

За допомогою елементарних перетворень або за допомогою метода Гауса матрицю A перетворюють у матрицю B. За теоремою: $r(A) = r(B)$.

Фундаментальна система розв'язків

Теорема 3 (*про фундаментальну систему розв'язків*). Якщо ранг r матриці A менше кількості невідомих n, то однорідна система рівнянь має фундаментальну систему розв'язків, причому кількість розв'язків, що входить до фундаментальної системи дорівнює $n - r$.

Означення 3. Невідомі називаються **базисними**, якщо коефіцієнти, що стоять при них утворюють відмінний від нуля мінор (*базисний мінор*).

Теорема Кронекера-Капеллі.

Теорема 4 (*Кронекера-Капеллі*). Для того щоб система лінійних алгебраїчних рівнянь була сумісною, необхідно і достатньо, щоб ранг матриці системи дорівнював рангу розширеної матриці.

Означення 4. **Матрицею системи** називають матрицю утворену з коефіцієнтів при невідомих.

Означення 5. **Розширеною матрицею** називають матрицю, яка утворена з матриці системи приєднанням стовпця вільних членів.