

Лабораторна робота № 4

Конфліктні ситуації і матричні ігри

Мета роботи: отримати навички побудови математичної моделі та аналізу конфліктної ситуації.

Порядок виконання роботи

1. Вивчити необхідний теоретичний матеріал та ознайомиться з прикладами ігрового моделювання конфліктів. Надати відповіді на питання.

Питання для підготовки до захисту лабораторної роботи.

- 1) Чи будь-який конфлікт моделюється матричною грою?
- 2) Які припущення про поведінку гравців робляться при моделюванні конфлікту?
- 3) Чим відрізняються захисна та урівноважена стратегії?
- 4) За яких умов матрична гра має декілька оптимальних розв'язків?
- 5) Який сенс мають нижня та верхня ціни гри? Наведіть алгоритм визначення нижньої та верхньої ціни гри.
- 6) Яке оптимальне рішення гравців у грі з сідловою точкою?
- 7) В чому полягає особливість розв'язування матричної гри в змішаних стратегіях.
- 8) Наведіть особливості рівноваги за Нешем.

2. Навести змістовний приклад конфліктної ситуації, що моделюється у вигляді біматричної або матричної гри та має не менше чотирьох чистих стратегій для кожного гравця. Побудувати відповідну ігрову модель.

Знайти для цієї гри:

- 1) розв'язання в чистих стратегіях, тобто знайти всі сідлові точки, якщо це можливо;
- 2) обчислити нижню і верхню ціни в чистих стратегіях і відповідні мінімаксу і максимінну стратегії гравців.

3. Навести приклади матричних ігор (матриць A), які:

- 1) мають більше однієї сідлової точки і знайти ці сідлові точки та відповідні оптимальні розв'язки;
- 2) мають тільки одну сідлову точку та знайти відповідний оптимальний розв'язок;
- 3) не мають оптимальних рішень в чистих стратегіях, обчислити для них нижню і верхню ціни в чистих стратегіях і відповідні мінімаксу і максимінну стратегії гравців.

4. Знайти розв'язок у мішаних стратегіях усіма відомими способами згідно з варіантом індивідуального завдання:

$$\begin{aligned}
 &1) \begin{Bmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{Bmatrix}; \quad 2) \begin{Bmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 7 \end{Bmatrix}; \quad 3) \begin{Bmatrix} -0,4 & -0,3 \\ 0,2 & -0,5 \end{Bmatrix}; \quad 4) \begin{Bmatrix} 5 & 1 \\ -3 & 4 \end{Bmatrix}; \\
 &5) \begin{Bmatrix} -1 & -5 \\ -4 & 0 \end{Bmatrix}; \quad 6) \begin{Bmatrix} -2 & 4 \\ 5 & -1 \end{Bmatrix}; \quad 7) \begin{Bmatrix} 0,1 & -0,6 \\ -0,5 & -0,3 \end{Bmatrix}; \quad 8) \begin{Bmatrix} -4 & -3 \\ -1 & -6 \end{Bmatrix}; \\
 &9) \begin{Bmatrix} 2 & 5 \\ 6 & -1 \end{Bmatrix}; \quad 10) \begin{Bmatrix} -3 & 4 \\ 5 & -7 \end{Bmatrix}; \quad 11) \begin{Bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 5 \end{Bmatrix}; \quad 12) \begin{Bmatrix} 9 & 7 \\ -3 & 8 \end{Bmatrix}; \\
 &13) \begin{Bmatrix} 10 & 13 \\ 6 & -12 \end{Bmatrix}; \quad 14) \begin{Bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{Bmatrix}; \quad 15) \begin{Bmatrix} -0,5 & -0,1 \\ 0,2 & -0,3 \end{Bmatrix}; \quad 16) \begin{Bmatrix} 8 & 10 \\ -13 & 14 \end{Bmatrix}.
 \end{aligned}$$

5. Застосувати графоаналітичний метод розв'язання матричних (2×4) -ігор та (3×2) -ігор та провести необхідний аналіз, будуючи відповідні графіки. Матрицю побудувати самостійно.

6. Скласти та захистити звіт про виконання роботи, який повинен містити:

- постановку задачі;
- опис та аналіз ходу розв'язання задачі;
- висновки за результатом виконаної роботи.

Приклади задач для екзамену

1. Знайти розв'язок у чистих стратегіях:

$$\begin{aligned}
 &1) \begin{Bmatrix} 3 & -4 & 2 & 6 \\ 6 & 5 & 7 & 9 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \\ 8 & 3 & -5 & -3 \end{Bmatrix}; \quad 2) \begin{Bmatrix} 3 & -8 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -4 \\ 4 & 2 & 3 & 2 \\ 9 & -1 & 5 & -3 \end{Bmatrix}; \quad 3) \begin{Bmatrix} 5 & 7 & 6 & 8 \\ 3 & 8 & 4 & 11 \\ 4 & 12 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 9 \end{Bmatrix}; \\
 &4) \begin{Bmatrix} -1 & 0 & 9 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & -4 & -5 & -3 \\ 3 & 6 & 7 & 3 \end{Bmatrix}; \quad 5) \begin{Bmatrix} 7 & 6 & 1 & 4 \\ 6 & 5 & 8 & 5 \\ 8 & 1 & 4 & 2 \\ 5 & 0 & 3 & 3 \end{Bmatrix}; \quad 6) \begin{Bmatrix} -6 & -8 & -4 & -7 \\ -1 & -4 & -3 & -2 \\ -9 & -7 & -5 & -1 \\ -3 & -9 & -8 & -5 \end{Bmatrix}.
 \end{aligned}$$

2. Знайти розв'язок у мішаних стратегіях усіма відомими способами:

$$\begin{aligned}
 &1) \begin{Bmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{Bmatrix}; \quad 2) \begin{Bmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 7 \end{Bmatrix}; \quad 3) \begin{Bmatrix} -0,4 & -0,3 \\ 0,2 & -0,5 \end{Bmatrix}; \quad 4) \begin{Bmatrix} 5 & 1 \\ -3 & 4 \end{Bmatrix}; \\
 &5) \begin{Bmatrix} -1 & -5 \\ -4 & 0 \end{Bmatrix}; \quad 6) \begin{Bmatrix} -2 & 4 \\ 5 & -1 \end{Bmatrix}; \quad 7) \begin{Bmatrix} 0,1 & -0,6 \\ -0,5 & -0,3 \end{Bmatrix}; \quad 8) \begin{Bmatrix} -4 & -3 \\ -1 & -6 \end{Bmatrix}.
 \end{aligned}$$

3. Знайти розв'язок у мішаних стратегіях будь-яким відомим способом:

$$1) \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 & 1 \end{Bmatrix}; 2) \begin{Bmatrix} 7 & 3 & 4 & 7 \\ 1 & 6 & 7 & 2 \\ 2 & 4 & 5 & 8 \\ 6 & 5 & 6 & 9 \end{Bmatrix}; 3) \begin{Bmatrix} -2 & -1 & -5 & -4 \\ -6 & -4 & -2 & -1 \\ -3 & 0 & -4 & -2 \\ -4 & -2 & -3 & 0 \end{Bmatrix};$$

$$4) \begin{Bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \\ 3 & 0 \\ 0 & 8 \\ 2 & 1 \end{Bmatrix}; 5) \begin{Bmatrix} 0 & 3 & 2 & 1 & -7 \\ -2 & 0 & 1 & 4 & 7 \end{Bmatrix}.$$

4. «Вірю – не вірю»

Дві особи грають у гру «Вірю – не вірю». Перша із них може або повірити, або не повірити другій особі, яка, у свою чергу може сказати правду або збрехати. Якщо перша особа повірить у «правду», або не вірить у «брехню», то вона виграє, причому в другому випадку виграє більше. Якщо ж перша особа, навпаки, не повірить у «правду» або повірить «брехні», то вона програє, причому в другому випадку програє більше.

Побудувати модель задачі та знайти оптимальні стратегії поведінки для першої та другої осіб.

5. «Дилема шеф-кухаря»

До ресторану має прийти журналіст, який пише критичні статті про роботу ресторанів. Шеф-кухар, готуючись до його приходу, може приготувати свої фірмові страви, а може й не готувати їх. Журналіст, у свою чергу, може їх замовити, а може й не замовити. Якщо страви приготують і журналіст їх замовить, то кухар буде у великому вигаші. Якщо ж приготовані страви не будуть замовлені, то кухар програє. Якщо страви не приготують, а журналіст їх замовить, то кухар отримає великий програш. Якщо ж страви не приготують і вони не будуть замовлені, то кухар не програє, але й не виграє.

Побудувати модель задачі та знайти оптимальні стратегії поведінки для шеф-кухаря та журналіста.

6. «Перевищення швидкості»

Водій, рухаючись у межах міста, може їхати або із нормальною швидкістю, або перевищувати її. Міліціонер може зупинити його за порушення правил дорожнього руху, або ж не зупинити його. Якщо водій буде їхати з великою швидкістю і його зупинить міліціонер, то першій зазнає великих втрат. Якщо ж його не зупинять, то він виграє багато. Якщо водій їхатиме без перевищення швидкості і його зупинять, то водій виграє (у рамках тижня «Безпека на дорозі» він отримає приз і грамоту). Якщо ж його не зупинять, то водій не виграє, але й не програє.

Побудувати модель задачі та знайти оптимальні стратегії поведінки для водія і міліціонера.

7. «Парне – непарне»

За правилами гри, перший гравець намагається вгадати, парне чи непарне число загадав другий гравець. Другий гравець, у свою чергу, загадує одне із таких чисел: 1,2,3,4. Якщо перший вгадає, то він одержить виграш, який дорівнює числу, що загадав другий, у протилежному випадку гравець зазнає такого ж програшу.

Побудувати модель задачі та знайти оптимальні стратегії поведінки для першого й другого гравців.

8. «Побачення»

Іван запросив на побачення Марічку. Він може купити білети на концерт, замовити столик у кафе або нічого не робити. Марічка може прийти або не прийти на побачення. Якщо хлопець купить білети на концерт, то в разі якщо дівчина прийде, – він буде в найбільшому виграші, у протилежному випадку це буде найбільший програш. Якщо хлопець замовить столик у кафе, то його виграш і програш будуть середніми. Якщо Іван нічого не робитиме, то у випадку якщо дівчина не прийде на побачення, він нічого не втратить, але якщо вона прийде, він програє.

Побудувати модель задачі та знайти оптимальні стратегії поведінки для першого й другого гравців.

9. «Красуня і Чудовисько»

Красуню привезли на острів, де живе Чудовисько. Вона може поставитися до Чудовиська добре або погано. У першому випадку вона може розчаклувати Чудовисько та вийти заміж за принца. Чудовисько, у свою чергу, може з'їсти Красуню або не чіпати її. Причому якщо Красуня поставиться до нього добре, а Чудовисько її з'їсть, то воно дуже засмутиться і програє багато. Якщо ж Красуня поставиться до Чудовиська погано, а воно її не чіпатиме, то Чудовисько залишиться голодним і теж програє, але менше; у протилежному випадку воно виграє, але цей виграш буде незначний.

Побудувати модель задачі та знайти оптимальні стратегії поведінки для Красуні й Чудовиська.

10. «Військові маневри»

Два загони проводять навчання. Один загін має дві альтернативи: атакувати противника або не атакувати його. Другий загін має три альтернатив: атакувати, зайняти оборону або відступити. Якщо обидва загони будуть атакувати, то переможця не буде. Якщо перший загін атакуватиме, а другий займе оборону, то перший загін програє. Якщо перший загін атакуватиме, а другий відступатиме, то перший виграє. Якщо ж перший загін не атакуватиме, то у випадку атаки другого загону він програє, а у випадку, коли другий займе оборону, він виграє, у випадку відступу другого загону – перший програє найбільше.

Побудувати модель задачі та знайти оптимальні стратегії поведінки для обох загонів.

11. «Вершечки й корінці»

Селянин та Ведмідь разом обробляють поле. Селянину слід вирішити, що посадити (пшеницю чи ріпу), а Ведмедю – вирішити, що саме він візьме собі – вершечки врожаю чи корінці. Якщо вони посадять ріпу і Ведмідь візьме собі корінці або якщо посадять пшеницю і Ведмідь візьме вершечки, він виграє, але в другому випадку виграє менше, адже він повинен буде змолотити пшеницю. У протилежних випадках Ведмідь програє, причому, якщо посадять ріпу і він обере вершечки, то програє менше, адже ботвину можна згодувати худобі.

Побудувати модель задачі та знайти оптимальні стратегії поведінки для Селянина та Ведмеда.

12. «Морські пригоди»

Капітан корабля, виходячи в плавання, може обрати важке, добре озброєне повільне судно або легке, швидке, але погано озброєне. Пірат Морган може влаштувати засідку або наздогнати судно, а може взагалі нічого не робити. Якщо в засідку потрапить важке судно, то капітан програє, але небагато, із легким же судном він виграє, оскільки може втекти. Якщо пірат наздожене легке судно, то капітан програє багато, а з важким судном – виграє. Якщо ж пірат нічого не вчинить, то важке судно «принесе» капітану великі збитки, оскільки воно дороге і надто повільне.

Побудувати модель задачі та знайти оптимальні стратегії поведінки для капітана й пірата.