Завдання до лабораторної роботи №3

Тема: Критерії оптимальності в умовах невизначеності

Мета роботи: Набуття практичних навичок прийняття рішень в умовах невизначеності за допомогою критеріїв Вальда, Севіджа, Гурвіца, Байєса.

Завдання 1. Будівельна компанія збирається побудувати приватний готель. Можлива кількість кімнат α_i , $i=\overline{1,4}$ не визначена і може дорівнювати 20, 30, 40 або 50. Середнє число зайнятих кімнат β_j також відомо і може дорівнювати 20, 30, 40 або 50. Відхилення від ідеальних потреб вимагає додаткових **витрат** на будівництво надлишкових площ та втратою можливого прибутку у разі незадоволеного попиту. Задана матриця витрат (у млн. грн.).

Визначити оптимальну стратегію (знайти нерандомізований розв'язок) всіма розглянутими аналітичними методами за допомогою табличного редактора MS Excel. Розробити програму, що реалізує алгоритми критеріїв оптимальності.

Методика виконання завдання 1.

- 1. Вивчити теоретичний матеріал.
- 2. Знайти оптимальну стратегію за допомогою критеріїв: Вальда, Севіджа, Гурвіца, Байєса (табл. 1). Значення показника оптимізму (λ) та розподіл імовірностей (p_i) обираєте самостійно.
- 3. Результати звести у підсумкову таблицю.
- 4. Скласти програму, що реалізує критерії у двох випадках: задана матриці корисності або матриця витрат.
- 5. Скласти звіт.

Таблиця 1

№ варіанту	Матриця витрат	№ Матриця витрат варіанту
1	$l_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 12 & 20 & 24 \\ 9 & 7 & 9 & 28 \\ 23 & 18 & 16 & 19 \\ 27 & 23 & 24 & 15 \end{pmatrix}$	$l_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 5 & 14 \\ 9 & 0 & 9 & 8 \\ 2 & 8 & 6 & 9 \\ 7 & 3 & 4 & 15 \end{pmatrix}$
2	$l_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 18 & 25 \\ 8 & 7 & 12 & 23 \\ 21 & 18 & 12 & 21 \\ 30 & 22 & 19 & 15 \end{pmatrix}$	$l_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 10 & 14 \\ 7 & 14 & 9 & 18 \\ 18 & 18 & 15 & 9 \\ 14 & 12 & 15 & 11 \end{pmatrix}$

	,		
3	(15 12 10 13)	13	$(11 \ 8 \ 20 \ 14)$
	$\begin{bmatrix} 1 & 19 & 17 & 9 & 18 \end{bmatrix}$	1 -	$= \begin{vmatrix} 19 & 7 & 9 & 15 \\ 23 & 12 & 10 & 19 \end{vmatrix}$
	$ \iota_{ij} - 13 24 16 11 $	$ \iota_{ij} $	_ 23 12 10 19
	$l_{ij} = \begin{vmatrix} 19 & 17 & 9 & 18 \\ 13 & 24 & 16 & 11 \\ 25 & 13 & 11 & 14 \end{vmatrix}$		[17 15 14 10]
4		14	(8 14 22 26)
	9 17 19 8	1	= 11 9 11 30
	$\left \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	l_{ij} =	= 25 20 18 21 = 1 = 1 = 1 = 1 = 1 = 1 = 1 = 1 = 1
	$l_{ij} = \begin{vmatrix} 9 & 17 & 19 & 8 \\ 13 & 15 & 16 & 11 \\ 17 & 13 & 14 & 10 \end{vmatrix}$		$= \begin{vmatrix} 11 & 9 & 11 & 30 \\ 25 & 20 & 18 & 21 \\ 29 & 25 & 26 & 17 \end{vmatrix}$
5	(4 10 18 22)	15	(9 15 23 27)
	7 5 7 26	1	12 10 12 31
	$\begin{vmatrix} l_{ij} = \\ 21 & 16 & 14 & 17 \end{vmatrix}$	$ \iota_{ij} $	$l_{ij} = \begin{vmatrix} 12 & 10 & 12 & 31 \\ 23 & 18 & 19 & 22 \end{vmatrix}$
	$l_{ij} = \begin{vmatrix} 7 & 5 & 7 & 26 \\ 21 & 16 & 14 & 17 \\ 25 & 21 & 22 & 13 \end{vmatrix}$		30 26 27 18
6	(3 10 17 21)	16	(10 16 24 28)
	$l_{ij} = \begin{vmatrix} 6 & 4 & 6 & 25 \\ 20 & 15 & 13 & 16 \\ 24 & 20 & 21 & 12 \end{vmatrix}$	1	$= \begin{vmatrix} 13 & 11 & 13 & 32 \\ 26 & 22 & 20 & 23 \\ 31 & 27 & 28 & 19 \end{vmatrix}$
	$\left \begin{array}{c} t_{ij} = \\ 20 & 15 & 13 & 16 \end{array} \right $	$ \iota_{ij} $	= 26 22 20 23
	24 20 21 12		$(31 \ 27 \ 28 \ 19)$
7	(1 7 15 19)	17	(11 17 25 29)
	$l_{ij} = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 4 & 23 \\ 18 & 13 & 11 & 14 \end{vmatrix}$	1	14 12 14 33
	$\left \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ l_{ij} =$	= 28 23 21 24
	20 18 19 10		$= \begin{pmatrix} 11 & 17 & 25 & 29 \\ 14 & 12 & 14 & 33 \\ 28 & 23 & 21 & 24 \\ 32 & 28 & 29 & 20 \end{pmatrix}$
8	(9 13 22 27)	18	(16 2 10 14)
	19 7 19 22	1	9 17 9 18
	$\left \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ l_{ij} ^2$	$= 20 \ 28 \ 26 \ 22 $
	$l_{ij} = \begin{vmatrix} 19 & 7 & 19 & 22 \\ 23 & 18 & 16 & 19 \\ 20 & 21 & 22 & 25 \end{vmatrix}$		$= \begin{vmatrix} 9 & 17 & 9 & 18 \\ 20 & 28 & 26 & 22 \\ 21 & 25 & 14 & 25 \end{vmatrix}$
9	(11 10 10 14)	19	(5 12 20 24)
	12 15 9 18	1	19 7 9 21
	$\left \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ l_{ij} =$	= 23 18 16 19
	$l_{ij} = \begin{vmatrix} 12 & 15 & 9 & 18 \\ 13 & 18 & 16 & 29 \\ 37 & 33 & 34 & 31 \end{vmatrix}$		$= \begin{vmatrix} 19 & 7 & 9 & 21 \\ 23 & 18 & 16 & 19 \\ 25 & 13 & 24 & 16 \end{vmatrix}$
10	(16 12 20 24)	20	$= \begin{pmatrix} 0 & 2 & 10 & 4 \\ 9 & 7 & 9 & 8 \\ 3 & 8 & 6 & 9 \\ 7 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$
	9 17 9 28	1	9 7 9 8
	$\left \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ l_{ij} =$	= 3 8 6 9
	$l_{ij} = \begin{vmatrix} 9 & 17 & 9 & 28 \\ 23 & 18 & 16 & 19 \\ 27 & 23 & 4 & 15 \end{vmatrix}$		$\begin{bmatrix} 7 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$
I			` '

1, 11, 21 вар. «Запізнення на вокзал»

Особа, яка їде на вокзал, має три альтернативи: вийти з дому вчасно, вийти з дому раніше або поїхати на таксі. При цьому можливий один із двох варіантів: необхідний маршрутний автобус буде ходити добре або погано. Якщо особа вийде з дому вчасно, а маршрутний автобус ходитиме погано, то вона запізниться на потяг. Якщо особа вийде з дому раніше, то якщо маршрутного автобуса не буде, вона матиме час поїхати якимось іншим транспортом і встигне на потяг, проте втратить багато часу. Якщо ж особа поїде на таксі, то вона встигне в будь-якому випадку, але при цьому витратить багато грошей (що оцінюється як більша втрата, ніж втрата часу).

Побудувати модель задачі та знайти рандомізований і нерандомізований розв'язки за всіма відомими критеріями, припустивши, що особа скоріше за все оптиміст і ситуація, коли маршрутний автобус ходитиме погано, менш імовірна.

2, 12, 22 вар. «Чи варто пити ліки?»

На прогулянці хлопець промочив ноги. Можливо, що він захворів, а можливо, що й ні. Він має три варіанти дій: випити ліки від застуди, просто випити гарячого чаю або нічого не робити. Якщо хлопець захворів і нічого не робитиме, то його втрати будуть максимальні. Якщо хлопець не захворів, але вип'є ліки, то його втрати будуть теж великі. Якщо хлопець вип'є чаю, то це не зашкодить йому, якщо він не захворів, але майже не допоможе, якщо він захворів (втрати будуть менші, ніж у випадку, коли він нічого не зробить).

Побудувати модель задачі та знайти рандомізований і нерандомізований розв'язки за всіма відомими критеріями, припустивши, що хлопець скоріше за все песиміст і ситуація, що він захворів, менш імовірна.

3,13,23 вар. «Вибір подарунка»

Олеся вибирає подарунок на день народження другові. Вона знайшла книжку, яка, на її думку, сподобається імениннику. Але може статися так, що в її друга вже є така книжка. Дівчина може купити книжку, спитати в друга, чи є в нього така книжка, або подарувати якийсь інший подарунок. Якщо Олеся купить книжку, а в її друга така вже є, то її втрати будуть дуже великі. Якщо дівчина спитає в друга про книжку, то вона зменшить ризик зробити непотрібний подарунок, проте їй не вдасться зробити сюрприз і вона теж засмутиться. Якщо Олеся подарує якийсь інший подарунок, то, якщо у друга немає такої книжки, вона дуже засмутиться (більше, ніж у другому випадку).

Побудувати модель задачі та знайти рандомізований і нерандомізований розв'язки за всіма відомими критеріями, припустивши, що Олеся скоріше за все оптимістка і ситуація, що в друга вже ϵ така книжка, більш імовірна.

4, 14, 24 вар. «Облога замку»

Військо підійшло під стіни ворожого замку. Замок може бути готовий до оборони, а може й бути й не готовий. Командир має три варіанти дій: спробувати взяти замок штурмом, взяти замок в облогу або нічого не здійснювати щодо нього. Якщо замок не готовий до оборони, то, нічого не здійснюючи, командир втрачає можливість захопити цінний об'єкт, а беручи його в облогу втрачає час. Якщо замок готовий до оборони, то взяття його штурмом призведе до поразки війська, а облога — до значної втрати часу, але потенційно може завершитися взяттям замку.

Побудувати модель задачі та знайти рандомізований і нерандомізований розв'язки за всіма відомими критеріями, припустивши, що командир скоріше за все песиміст і ситуація, що замок не готовий до оборони, більш імовірна.

5, 15, 25 вар. «Де святкувати?»

Олена збирається відсвяткувати свій день народження з друзями. Вона може піти з ними до ресторану, може влаштувати вечірку вдома, а може піти до кав'ярні. Друзям може сподобатись або не сподобатись вечірка. Якщо вони підуть до ресторану і друзям не сподобається їжа, то Олена втратить багато грошей. Якщо вона влаштує вечірку, то вона втратить багато часу і в неї зіпсується настрій (гірше, ніж втрата грошей). Якщо вони підуть до кав'ярні, то Олена не втратить ні грошей, ні часу.

Побудувати модель задачі та знайти рандомізований і нерандомізований розв'язки за всіма відомими критеріями, припустивши, що Олена скоріше за все песимістка й ситуація, що друзям сподобається вечірка, більш імовірна.

6, 16, 26 вар. «Дилема рибалки»

Рибалка може просто поїхати на риболовлю, може придбати спеціальне приладдя для риболовлі або заздалегідь протягом декількох днів підгодовувати рибу, а може взагалі нікуди не їхати. При цьому риба може ловитися добре або погано. Якщо риба не ловитиметься, то найбільших втрат рибалка зазнає, якщо він їздив і підгодував її, у випадку ж, якщо він придбав спеціальне приладдя, втрати будуть меншими, але все рівно великими. Найменшими втрати будуть, якщо рибалка взагалі не поїде на риболовлю, але в цьому випадку він багато втратить, якщо риба ловитиметься добре. Якщо ж риба ловитиметься, а він її підгодовував перед тим або придбав приладдя, то його витрати будуть невеликими, оскільки це будуть витрати часу в першому випадку або витрати грошей у другому.

Побудувати модель задачі та знайти рандомізований і нерандомізований розв'язки за всіма відомими критеріями, припустивши, що рибалка скоріше за все оптиміст і ситуація, що риба не ловитиметься, менш імовірна.

7, 17,27 вар. «Вагон-ресторан»

Олег збирається в поїздку потягом. Він може взяти з собою їжу або гроші, а може взяти і те і інше. У потязі може не бути, а може й бути вагон-ресторан. Якщо вагона-ресторану немає, то Олег, якщо він візьме із собою лише гроші, залишиться голодним (втрати максимальні). Якщо ж вагон-ресторан ϵ , а хлопець не візьме із собою гроші, то він дуже засмутиться. Якщо вагон-ресторан ϵ , а Олег візьме з собою і гроші, і їжу, то їжа зіпсується, отже, це теж призведе до втрат.

Побудувати модель задачі та знайти рандомізований і нерандомізований розв'язки за всіма відомими критеріями, припустивши, що Олег скоріше за все оптиміст і ситуація, що вагона-ресторану немає, менш імовірна.

8, 18, 28 вар. «Сумлінний студент»

Студент має здати лабораторну роботу (програму). Він може або старанно протестувати програму, або протестувати лише найбільш критичні ситуації, або взагалі не тестувати її. При цьому в програмі може не бути помилок, може бути критична помилка або некритична помилка. Якщо студент старанно протестує програму, то він знайде обидві помилки, але якщо помилок не буде він витратить багато часу. Якщо студент протестує лише найбільш критичні ситуації, то він знайде критичну помилку, але не знайде некритичну, і у випадку, коли помилок немає, його втрати часу будуть меншими. Якщо студент не протестує програму, то він не знайде жодної помилки, але не витратить часу, якщо помилок не буде. Невиявлена критична помилка призведе до більших втрат, ніж некритична.

Побудувати модель задачі й знайти нерандомізований розв'язки за всіма відомими критеріями, припустивши, що студент скоріше за все оптиміст і ситуація, що в програмі є некритична помилка, найбільш імовірна. Знайти рандомізовані розв'язки за всіма відомими критеріями, виключивши ситуацію наявності некритичної помилки.

9, 19, 29 вар. «Тоталізатор»

Максим прийшов на іподром. Він може поставити гроші на фаворита перегонів, може поставити гроші на іншого коня, а може взагалі не робити ставок. Причому в перегонах може виграти як фаворит, так і інший кінь. У випадку коли Максим взагалі не зробить ставку, він не дуже засмутиться, якщо виграє фаворит, і дуже засмутиться, якщо виграє інший кінь. Якщо Максим поставить на фаворита, то у випадку виграшу він нічого не втратить, але й майже нічого не виграє, а у випадку програшу фаворита він втратить багато грошей. Якщо Максим поставить гроші на іншого коня, то у випадку виграшу фаворита він втратить багато грошей, але у випадку виграшу "його" коня він багато виграє.

Побудувати модель задачі та знайти рандомізований і нерандомізований розв'язки за всіма відомими критеріями, припустивши, що Максим скоріше за все песиміст і ситуація, що переможе не фаворит, менш імовірна.

10, 20, 30 вар. «Дилема господині»

Марічка готує святковий пиріг. Під час його приготування вона захопилася телефонною розмовою і забула, чи поклала вона цукор у тісто. Дівчина може вчинити так: може покласти цукор за рецептом, сподіваючись, що вона ще його не клала, може покласти половину потрібної кількості цукру або не класти цукор взагалі. Якщо пиріг вийде занадто солодким, то втрати Марічки будуть великі, але якщо пиріг виявиться не солодким, то її втрати будуть значно більшими.

Побудувати модель задачі та знайти рандомізований і нерандомізований розв'язки за всіма відомими критеріями, припустивши, що Марічка скоріше за все песимістка й ситуація, що вона ще не клала цукор, менш імовірна.

Вимоги до оформлення звіту з лабораторних робіт

- **В** Звіт про виконання лабораторної роботи має містити:
 - титульний лист;
 - постановку завдання;
 - математичну постановку задачі;
 - використані теоретичні відомості;
 - отримані результати подати у вигляді копій екрана;
 - аналіз результатів;
 - відповіді на питання для самоконтролю;
 - висновки.

Питання для самоконтролю

- 1. Назвіть особливості прийняття рішень за умов невизначеності.
- 2. Назвіть можливі варіанти задач прийняття рішень з погляду поінформованості особи, яка приймає рішення, щодо залежності результатів операції від умов проведення та прийнятих рішень.
- 3. Дайте характеристику критеріїв прийняття рішень за умов невизначеності.
- 4. Яку роль відіграє значення показника λ прийняття рішень у критерії Гурвица?
- 5. Сформулюйте розглянуті критерії оптимальності у разі аналізу матриці корисності.
- 6. Сформулюйте означення рандомізованого розв'язку та платіжної множини.
- 7. Сформулюйте основну ідею геометричної інтерпретації критеріїв оптимальності.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Волошин О. Ф., Мащенко С.О. Моделі та методи прийняття рішень: навч. посіб. для студ. вищ.навч. закл. Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. 336 с.

- 2. Жураковська О.С. Теорія прийняття рішень: навч. посіб. для студ. КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 99 с.
- 3. Ус С.А., Коряшкіна Л.С. Моделі й методи прийняття рішень: навч. посіб. Дніпро: НГУ, 2014. 300 с.
- 4. Турчина В.А. Методичні вказівки до вивчення дисциплін Теорія прийняття рішень. Системи і методи прийняття рішень. Дніпро: ДНУ, 2020. 48 с.