Лабораторні роботи з дисципліни

Теорія інформації

2025

ЗМІСТ

Оцінювання знань здобувачів

Контрольний Захід	**Лаб. №1**	**Лаб. №2**	**Лаб. №3**	**Лаб. №4**	**Сума**
Кількість балів	**20**	**25**	**25**	**30**	**100**

Критерії оцінювання знань здобувачів	
Лабораторні роботи	
Бали	**Критерій**
Max	Робота виконана без помилок, прикріплена вчасно
Max – 25%	Робота виконана, допущені окремі неточності
Max – 50%	Робота виконана, допущені суттєві неточності
Max – 75%	Робота виконана з суттєвими помилками та неточностями
0	Робота не виконана

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1 (ЛЕКЦІЇ РОЗДІЛ 2)

Кількісні характеристики інформації

1. Відомо, що повідомлення $a_i \in A$ з'являється з імовірністю $p_i = 0,03$. Визначити кількість інформації, що міститься в цьому повідомленні.

2. Ансамбль C містить 16 рівноймовірних повідомлень. Визначити кількість інформації, яку містить кожне таке повідомлення.

3. Джерело A виробляє трилітерне повідомлення $a_i \in A$ з алфавіту $\{a, b, c, d\}$, вибираючи їх рівноймовірно й незалежно одне від одного за типом $a_1 = abc$, $a_2 = abd$ і т. д. Визначити ентропію цього джерела.

4. Джерела A та B мають розподіли ймовірностей повідомлень $P_A = \{0,1; 0,1; 0,15; 0,125; 0,125; 0,1; 0,15; 0,15\}$ і $P_B = \{0,5; 0,3; 0,1; 0,025; 0,025; 0,02; 0,015; 0,015\}$. Ентропія якого джерела більша? Яка максимальна ентропія цього джерела та за якої умови?

5. Визначити ентропію монітора персональної ЕОМ при виведенні тексту в 28 рядків по 60 рівноймовірних символів у кожному, якщо використовується стандартний міжнародний код (128 символів) із двома градаціями яскравості.

6. При передачі банківської інформації реченнями по 16 рядків на кожні 100 речень цифра 5 зустрічається 90, а цифра 9 — 70 разів. Числа 59 і 95 зустрічаються 12 разів. Визначити умовну ентропію появи в реченні цифри 9, якщо в ньому є цифра 5, та умовну ентропію появи цифри 5, якщо в реченні з'явилася цифра 9.

7. Ансамбль повідомлень джерела A визначено як $A = \{0,1\}$ та $P_A = \{0,75; 0,25\}$. Статистична залежність повідомлень $a_i \in A$ характеризується умовними ймовірностями $p\,(0/1) = 0,12$ і $p\,(1/0) = 0,08$. Визначити часткову та загальну умовну ентропію цього джерела.

8. Дослідження каналу зв'язку між джерелом A та спостерігачем B виявило такі умовні ймовірності вибору повідомлень $b_j \in B$:

$$p(b_j / a_i) = \begin{bmatrix} 0,97 & 0,02 & 0,01 \\ 0,1 & 0,86 & 0,04 \\ 0,03 & 0,08 & 0,89 \end{bmatrix}.$$

Визначити часткову та загальну умовну ентропію повідомлень в цьому каналі при рівноймовірному виборі їх джерелом A та при $P_A = \{0,65; 0,3; 0,05\}$.

9. Два статистично незалежних джерела A та B визначаються матрицею сумісних імовірностей

$$p(a_i, b_j) = \begin{bmatrix} 0,25 & 0 & 0,1 \\ 0,15 & 0,3 & 0,1 \\ 0 & 0,05 & 0,05 \end{bmatrix}.$$

Визначити часткову та загальну умовну ентропію, ентропію об'єднання, безумовну ентропію цих джерел, а також кількість інформації, що припадає на пару повідомлень a_i, b_j.

10. Розв'язати попередню задачу, якщо матриця сумісних ймовірностей джерел має вигляд

$$p(a_i, b_j) = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 0{,}01 & 0{,}02 & 0{,}03 \\ 0{,}02 & 0{,}16 & 0{,}03 & 0{,}01 \\ 0{,}01 & 0{,}04 & 0{,}17 & 0{,}02 \\ 0{,}03 & 0{,}05 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{bmatrix}.$$

№ варіанту	Номери завдань	№ варіанту	Номери завдань	№ варіанту	Номери завдань
1	1, 10	11	1, 9	21	1, 8
2	2, 9	12	2, 7	22	2, 10
3	3, 8	13	3, 5	23	3, 9
4	4, 7	14	4, 8	24	4, 7
5	5, 6	15	5, 10	25	5, 6
6	6, 1	16	6, 4	26	6, 1
7	7, 2	15	7, 3	27	7, 5
8	8, 4	18	8, 2	28	8, 2
9	9, 3	19	9, 6	29	9, 4
10	10, 5	20	10, 1	30	10, 3

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2 (ЛЕКЦІЇ РОЗДІЛ 3)

Характеристики дискретних джерел інформації

1. Ансамбль повідомлень джерела A визначено як $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ та $p(a_1) = 0{,}65$; $p(a_2) = 0{,}25$; $p(a_3) = 0{,}1$. Матриця умовних імовірностей каналу має вигляд

$$p(b_j/a_i) = \begin{bmatrix} 0{,}99 & 0{,}005 & 0{,}005 \\ 0{,}13 & 0{,}75 & 0{,}12 \\ 0{,}15 & 0{,}35 & 0{,}5 \end{bmatrix}.$$

Визначити кількість інформації, що передається в одному та 100 повідомленнях. Чому дорівнюють інформаційні втрати в каналі при передачі 100 повідомлень з алфавіту A?

2. Визначити інформаційні втрати в каналі передачі з матрицею умовних імовірностей

$$p(b_j/a_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Середня кількість інформації в будь-якому повідомленні $b_j \in B$ дорівнює 2,312 біт. Умовна ентропія на виході B каналу передачі відносно його входу A становить $H(B/A) = 0{,}312$ біт/повідомлення. Визначити кількість інформації, що передається в 10 000 повідомленнях, а також середню швидкість її передачі, якщо на передачу зазначеної кількості повідомлень витрачається 1/3 хв.

4. Матриця сумісних імовірностей каналу передачі має вигляд

$$p(a_i, b_j) = \begin{bmatrix} 0{,}15 & 0{,}15 & 0 \\ 0 & 0{,}25 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}15 \end{bmatrix}.$$

Визначити інформаційні втрати в каналі та швидкість передачі інформації, якщо на передачу одного повідомлення витрачається 10^{-3} с.

5. Повідомлення передаються взаємонезалежними рівноймовірними символами тривалістю $5 \cdot 10^{-4}$ с. Визначити швидкість передачі кожного символу та всієї інформації, якщо обсяг алфавіту дорівнює 8, 16, 32.

6. Час передачі повідомлення 0 дорівнює 0,1 с, а повідомлення 1 – 0,6 с. Знайти розподіл імовірностей p_0 та p_1, за яких досягається максимальна швидкість передачі інформації.

7. Визначити продуктивність джерела з ансамблем $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8\}$ та $p_i \in \{0{,}1; 0{,}2; 0{,}1; 0{,}15; 0{,}05; 0{,}1; 0{,}2; 0{,}1\}$; $\tau_i \in \{0{,}01; 0{,}001; 0{,}01; 0{,}005; 0{,}008; 0{,}006; 0{,}003; 0{,}001\}$. За яких умов ця продуктивність буде максимальною? Визначити її значення для того самого розподілу τ_i.

8. Канал передачі задано ансамблем $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ та $p_i \in \{0,3; 0,2; 0,5\}$. Матриця умовних імовірностей каналу має вигляд

$$p(b_j / a_i) = \begin{bmatrix} 0,97 & 0,015 & 0,015 \\ 0,015 & 0,97 & 0,015 \\ 0,015 & 0,015 & 0,97 \end{bmatrix}.$$

Визначити пропускну здатність каналу при $\tau = 10^{-3}$ с і швидкість передачі інформації.

9. Визначити пропускну здатність каналу, матриця ймовірностей якого при $\tau = 10^{-2}$ с має вигляд

$$p(a_i, b_j) = \begin{bmatrix} 0 & 0,2 & 0,15 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0,3 & 0 & 0,15 \end{bmatrix}.$$

10. Чи можлива безпомилкова передача інформації по каналу, параметри якого задано в попередній задачі, якщо продуктивність джерела $V_{дж} = 9,6$ Кбіт/с?

№ варіанту	Номери завдань	№ варіанту	Номери завдань	№ варіанту	Номери завдань
1	1, 10	11	1, 9	21	1, 8
2	2, 9	12	2, 7	22	2, 10
3	3, 8	13	3, 5	23	3, 9
4	4, 7	14	4, 8	24	4, 7
5	5, 6	15	5, 10	25	5, 6
6	6, 1	16	6, 4	26	6, 1
7	7, 2	15	7, 3	27	7, 5
8	8, 4	18	8, 2	28	8, 2
9	9, 3	19	9, 6	29	9, 4
10	10, 5	20	10, 1	30	10, 3

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3 (ЛЕКЦІЇ РОЗДІЛ 4)

Характеристики неперервних джерел інформації

1. Неперервний канал характеризується відношенням середніх потужностей сигналу та шуму $P_c/P_ш$, де $P_ш = N_0\Delta f$ (N_0 — спектральна щільність потужності завад; Δf — ширина смуги частот каналу). Сигнал, який передається, має тривалість τ. Визначити потрібне відношення $P_c/P_ш$ для випадку, коли тривалість сигналу зменшується до τ_1, а ширина смуги частот каналу змінюється до Δf_1.

2. Довести, що $h(z) = h(y)$ при $z = y \pm k$ або $z = -y$, де $k = \text{const}$.

3. Визначити диференціальну ентропію випадкового відліку повідомлення X, якщо розподіл його ймовірностей рівномірний у проміжку x_1, x_2.

4. Неперервна випадкова величина змінюється за рівноймовірним законом розподілу в проміжку $x = 0\ldots1,8$ та $x = 0\ldots0,3$. Визначити диференціальну ентропію джерела для цих випадків і порівняти здобуті результати.

5. Визначити швидкість передачі інформації в неперервному каналі з повідомленням, розподіленим за законом

$$w(y) = \begin{cases} 0 \text{ при } y \le 0; \\ y^2 \text{ при } 0 \le y \le 1; \\ 1 \text{ при } y > 1 \end{cases}$$

та з періодом відліків 10^{-6} с.

6. Телефонний канал зв'язку характеризується такими даними: $\Delta f = 3100$ Гц; $P_c/P_ш = 10$. Текст передається з ентропією 3,5 біт/символ, а середня швидкість його читання дорівнює 200 символів/хв. Визначити, наскільки ефективно використовується при цьому пропускна здатність каналу.

7. Напруга в електричному колі вимірюється в межах 150...180 мВ. Як зміниться ентропія випадкової величини напруги при вимірюванні її в мікровольтах?

8. При частотній модуляції носійної неперервним сигналом з рівномірним розподілом частота змінюється в межах 15...60 МГц. Визначити ентропію сигналу при вимірюванні частоти з похибкою 5 кГц.

9. Пропускна здатність неперервного каналу $C = 9600$ біт/с при відношенні $P_c/P_з = 10$. Як зміниться C при зменшенні цього відношення до 1?

10. Неперервний процес має нормальний розподіл імовірностей із щільністю $w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/(2\sigma^2)}$. Визначити ентропію цього процесу при похибці вимірювання Δx.

11. Значення сигналу рівномірно лежать у діапазоні 0...10 В. Визначити диференціальну ентропію цього джерела. Якою буде ця ентропія, якщо значення сигналу виразити в мілівольтах?

12. Телеметрична станція за 10 с передає покази 20 датчиків. Спектр частот неперервних повідомлень лежить у межах 0...30 Гц. Рівень сигналів становить 0...10 В, а допустима відносна похибка дорівнює 0,5 % його максимуму. Визначити потрібну швидкість передачі інформації в каналі.

№ варіанту	Номери завдань	№ варіанту	Номери завдань	№ варіанту	Номери завдань
1	1, 12	11	11, 1	21	9, 4
2	2, 10	12	12, 2	22	10, 3
3	3, 8	13	1, 10	23	11, 5
4	4, 11	14	2, 9	24	12, 7
5	5, 7	15	3, 11	25	1, 9
6	6, 9	16	4, 8	26	2, 11
7	7, 6	15	5, 12	27	3, 12
8	8, 5	18	6, 1	28	4, 10
9	9, 4	19	7, 2	29	5, 2
10	10, 3	20	8, 6	30	6, 3

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4 (ЛЕКЦІЇ РОЗДІЛ 5)

Кодування в дискретних і неперервних каналах

1. Записати десяткове число 184 у двійковій системі числення.

Розв'язання. Виконуємо послідовне ділення десяткового числа 184 на основу двійкової системи числення $q = 2$:

184 : 2 = 92 + (остача 0); 92:2 = 46 + (0); 46 : 2 = 23 + (0); 23 : 2 = 11 + (1); 11 : 2 = 5 + (1); 5 : 2 = 2 + (1); 2 : 2 = 1 + (0); 1 : 2 = 0 + (1).

Записуємо остачі від ділення так: 10111000. Це й буде двійковим поданням десяткового числа 184.

Перевіряємо правильність запису десяткового числа 184 у двійковій системі числення, для чого виконуємо зворотний перехід від двійкового числа 10111000 до десяткового 184:

$(10111000)_2 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 =$ $= 128 + 32 + 16 + 8 = (184)_{10}$.

2. Записати десяткове число 382 у вісімковій системі числення.

Розв'язання. Виконуємо послідовне ділення десяткового числа 382 на основу вісімкової системи числення $q = 8$:

382 : 8 = 47 + (остача 6); 47 : 8 = 5 + (7); 5 : 8 = 0 + (5).

Записуємо остачі від ділення так: 576. Це і є записом десяткового числа 382 у вісімковій системі числення.

Перевіряємо правильність запису десяткового числа 382 у вісімковій системі числення, для чого виконуємо зворотний перехід від вісімкового числа 576 до десяткового 382:

$(576)_8 = 5 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 320 + 56 + 6 = (382)_{10}$.

3. Записати десяткове число 333 у двійковій системі числення.

4. Записати десяткове число 91 у трійковій системі числення.

5. Записати десяткове число 815 у четвірковій системі числення.

6. Записати десяткове число 4327 у шістнадцятковій системі числення.

7. Визначити кодову відстань між комбінаціями A та B двійкового коду і записати всі комбінації, які знаходяться від комбінації A на кодовій відстані $d = 3$, якщо $A = 01001$, $B = 11101$.

Розв'язання. Виконуємо додавання за модулем 2 комбінацій A та B коду ($A \oplus B = C$):

$$\begin{array}{r} 01001 \\ \oplus\ 11101 \\ \hline 10100, \end{array}$$

тобто $C = 10100$. Вага w комбінації C дорівнює 2, тому що в комбінаціях A та B на трьох однойменних позиціях (першій справа, другій та четвертій) знаходяться однакові елементи, а на двох (третій справа та п'ятій) — різні елементи, сукупність яких і визначає ступінь різниці між комбінаціями A та B. Вага комбінації C і є кодовою відстанню Хеммінга між комбінаціями A та B, тобто $d = 2$.

Будь-яка комбінація вагою $w = 3$, якщо її порозрядно додати до комбінації A (тієї самої довжини), дає нову комбінацію, що знаходитиметься від комбінації A на кодовій відстані $d = 3$. Випишемо всі комбінації вагою $w = 3$ завдовжки $n = 5$ (їх кількість становитиме $C_n^w = C_n^d = C_5^3 = 10$, де $C_n^d = n!/[d!(n-d)!]$ – число сполучень із n по d): 00111, 01011, 01101, 01110, 10011, 10101, 10110, 11001, 11010, 11100.

Додаючи порозрядно кожну з цих комбінацій до комбінації A, дістаємо шукані кодові комбінації:

$$\oplus\begin{array}{r}00111\\ 01001\\ \hline 01110,\end{array}\quad \oplus\begin{array}{r}01011\\ 01001\\ \hline 00010,\end{array}\quad \oplus\begin{array}{r}01101\\ 01001\\ \hline 00100,\end{array}\quad \ldots,\quad \oplus\begin{array}{r}11100\\ 01001\\ \hline 10101;\end{array}$$

8. Побудувати всі комбінації n-розрядного двійкового простого коду, що знаходяться від комбінації A на кодовій відстані $d = 1, 2, 3$, якщо $A = 10101$ і $n = 5$.

Р о з в ' я з а н н я. Для побудови шуканих комбінацій потрібно до заданої комбінації A додати комбінацію n-розрядного ($n = 5$) коду з відповідною вагою. Додавання комбінацій виконуємо порозрядно за модулем 2. При цьому дістаємо такі кодові комбінації, які знаходяться від комбінації A на відстанях:

$d = 1$

$$\oplus\begin{array}{r}10101\\ 00001\\ \hline 10100,\end{array}\quad \oplus\begin{array}{r}10101\\ 00010\\ \hline 10111,\end{array}\quad \oplus\begin{array}{r}10101\\ 00100\\ \hline 10001,\end{array}\quad \oplus\begin{array}{r}10101\\ 01000\\ \hline 11101,\end{array}\quad \oplus\begin{array}{r}10101\\ 10000\\ \hline 00101;\end{array}$$

$d = 2$

$$\oplus\begin{array}{r}10101\\ 00011\\ \hline 10110,\end{array}\quad \oplus\begin{array}{r}10101\\ 00101\\ \hline 10000,\end{array}\quad \oplus\begin{array}{r}10101\\ 00110\\ \hline 10011,\end{array}\quad \ldots,\quad \oplus\begin{array}{r}10101\\ 11000\\ \hline 01101;\end{array}$$

$d = 3$

$$\oplus\begin{array}{r}10101\\ 00111\\ \hline 10010,\end{array}\quad \oplus\begin{array}{r}10101\\ 01011\\ \hline 11110,\end{array}\quad \oplus\begin{array}{r}10101\\ 01101\\ \hline 11000,\end{array}\quad \ldots,\quad \oplus\begin{array}{r}10101\\ 11100\\ \hline 01001.\end{array}$$

Взагалі кількість комбінацій відповідної ваги визначається як $C_n^w = C_n^d$. Отже, кількість комбінацій, які знаходяться від комбінації A на відстані $d = 1$, буде $C_5^1 = 5$, на відстані $d = 2$ – $C_5^2 = 10$ і на відстані $d = 3$ – $C_5^3 = 10$.

9. Визначити кодову відстань між комбінаціями A та B двійкового коду і записати всі комбінації, які знаходяться від комбінацій A та B на відстані $d = 2$, якщо $A = 110101$, $B = 101100$.

10. Визначити мінімальну та максимальну кодові відстані d Хеммінга між комбінаціями двійкового простого коду, вказавши на пари комбінацій з d_{min} і d_{max} для комбінацій 000011, 110111, 010100, 101001, 011101.

11. Побудувати всі комбінації n-розрядного двійкового простого коду, які знаходяться від комбінації A на кодовій відстані $d = 1,2,3$; згрупувати їх за вагою та підрахувати кількість комбінацій, які знаходяться від комбінації A на відстані $d = 4 \ldots n$, якщо $A = 10110$ і $n = 5$.

12. Підрахувати кількість усіх комбінацій n-розрядного двійкового простого коду, які знаходяться від комбінації A на відстані d, якщо $A = 00010$, $d = 2$.

13. Визначити кодову відстань між комбінаціями A, B, C, D рівномірного трійкового коду завдовжки $n = 3$, якщо $A = 021$, $B = 002$, $C = 212$, $D = 120$.

Розв'язання. Виконуємо порозрядне віднімання комбінацій за модулем 3. Кодова відстань дорівнює вазі комбінації, що містить різницю комбінацій, між якими визначається ця відстань:

$$\ominus\begin{array}{c}021\\002\\\hline 021\end{array}\left.\right\}\begin{array}{l}d=3\\w=3\end{array}\qquad \ominus\begin{array}{c}021\\212\\\hline 211\end{array}\left.\right\}\begin{array}{l}d=4\\w=4\end{array}\qquad \ominus\begin{array}{c}021\\120\\\hline 101\end{array}\left.\right\}\begin{array}{l}d=2\\w=2\end{array}$$

$$\ominus\begin{array}{c}002\\212\\\hline 210\end{array}\left.\right\}\begin{array}{l}d=3\\w=3\end{array}\qquad \ominus\begin{array}{c}002\\120\\\hline 122\end{array}\left.\right\}\begin{array}{l}d=5\\w=5\end{array}\qquad \ominus\begin{array}{c}212\\120\\\hline 112\end{array}\left.\right\}\begin{array}{l}d=4\\w=4\end{array}$$

14. Визначити кодову відстань між такими комбінаціями рівномірного трійкового коду завдовжки $n = 4$: 1020, 0211, 0122, 2012, 2221, 1110.

15. Визначити кодову відстань між такими комбінаціями рівномірного четвіркового коду завдовжки $n = 3$: 031, 123, 303, 210, 022, 111.

16. Задати в табличній формі кодові комбінації двійкового блокового коду постійною вагою $w = 2$ завдовжки $n = 5$.

Розв'язання. Визначаємо кількість комбінацій заданого коду $C_n^w = C_5^2 = 10$.

Записуємо комбінації коду у табличній формі:

Номер комбінації	**Комбінація двійкового блокового коду з $w = 2$ та $n = 5$**
1	00011
2	00101
3	00110
4	01001
5	01010
6	01100
7	10001
8	10010
9	10100
10	11000

17. Задати в табличній формі кодові комбінації двійкового блокового коду зі сталою вагою $w = 4$ завдовжки $n = 6$.

18. Задати в табличній формі кодові комбінації двійкового простого коду завдовжки $n = 4$.

19. Задати в табличній формі кодові комбінації трійкового блокового простого коду завдовжки $n = 3$.

20. Задати за допомогою кодового дерева комбінації нерівномірного двійкового коду з максимальною довжиною $n = 4$.

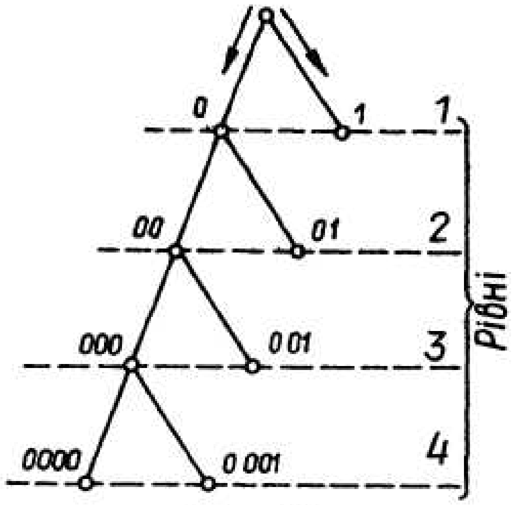

Рис. 5.4

Розв'язання. Максимальна довжина $n = 4$ нерівномірного двійкового коду визначає кількість рівнів кодового дерева; тому воно матиме вигляд, показаний на рис. 5.4.

З рисунка випливає, що кількість комбінацій (1, 01, 001, 0000, 0001) цього коду дорівнює п'яти.

21. Задати за допомогою кодового дерева комбінації рівномірного двійкового коду завдовжки $n = 4$.

22. Задати за допомогою кодового дерева комбінації рівномірного трійкового коду завдовжки $n = 3$.

23. Задати за допомогою кодового дерева комбінації рівномірного вісімкового коду завдовжки $n = 2$.

24. Задати за допомогою кодового дерева комбінації нерівномірного двійкового коду з максимальною довжиною $n = 5$.

25. Побудувати визначальну матрицю чотириелементного двійкового простого коду.

Розв'язання. Записуємо всі $2^n - 1$ комбінацій простого коду, крім нульових, у вигляді матриці та послідовно додаємо їх за модулем 2, виключивши ті комбінації, які в сумі з попередніми утворюють нульову комбінацію:

1)	2)	3)	4)
0001	0001	0001	1000
0010	0010	0010	0100
0011	0000	0100	0010
0100	0100	1000	0001
0101	0000		
0110	0000		
0111	0000		
1000	1000		
1001	0000		
1010	0000		
1011	0000		
1100	0000		
1101	0000		
1110	0000		
1111	0000		

Таким чином, визначальна матриця чотириелементного двійкового простого коду має вигляд

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

26. Побудувати визначальну матрицю п'ятиелементного двійкового простого коду.

27. Побудувати визначальну матрицю восьмиелементного двійкового простого коду.

Таблиця 5.7

Номер повідомлення	Імовірність повідомлення $P(x_i)$	Поділ на групи (підгрупи)					Кодова комбінація ОНК
		першу	другу	третю	четверту	п'яту	
1	0,3						00
2	0,2						01
3	0,15						100
4	0,12						101
5	0,1						110
6	0,08						1110
7	0,03						11110
8	0,02						11111

28. Побудувати двійковий ОНК Шеннона — Фано для восьми повідомлень джерела з імовірностями $P(x_1) = 0{,}3$; $P(x_2) = 0{,}2$; $P(x_3) = 0{,}15$; $P(x_4) = 0{,}12$; $P(x_5) = 0{,}1$; $P(x_6) = 0{,}08$; $P(x_7) = 0{,}03$; $P(x_8) = 0{,}02$.

Розв'язання. Користуючись першою універсальною методикою побудови ОНК (див. п. 5.7), будуємо заданий код (табл. 5.7).

Перевіряємо утворений код на оптимальність, для чого визначаємо середню кількість елементів, яка припадає на одну комбінацію коду Шеннона — Фано:

$$n_{сер} = 2(0{,}3 + 0{,}2) + 3(0{,}15 + 0{,}12 + 0{,}1) + 4 \cdot 0{,}08 + 5(0{,}03 + 0{,}02) =$$
$$= 1 + 1{,}11 + 0{,}32 + 0{,}25 = 2{,}68 < 3,$$

тобто код оптимальний.

29. Побудувати двійковий ОНК Шеннона — Фано для ансамблю повідомлень з імовірностями 0,16; 0,2; 0,14; 0,4; 0,02; 0,03; 0,05.

30. Розв'язати попередню задачу для ансамблю повідомлень з імовірностями 0,16; 0,11; 0,04; 0,12; 0,07; 0,07; 0,09; 0,03; 0,1; 0,02; 0,02; 0,01; 0,06; 0,04; 0,01; 0,05.

Таблиця 5.8

Номер повідомлення	Імовірність повідомлення $p(x_i)$	Імовірності повідомлень при об'єднаннях							Кодова комбінація ОНК
		першому	другому	третьому	четвертому	п'ятому	шостому	сьомому	
1	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,42	0,58	1	00
2	0,2	0,2	0,2	0,22	0,28	0,3	0,42		11
3	0,15	0,15	0,15	0,2	0,22	0,28			010
4	0,12	0,12	0,13	0,12	0,2				100
5	0,1	0,1	0,12	0,13					101
6	0,08	0,08	0,1						0110
7	0,03	0,05							01110
8	0,02								01111

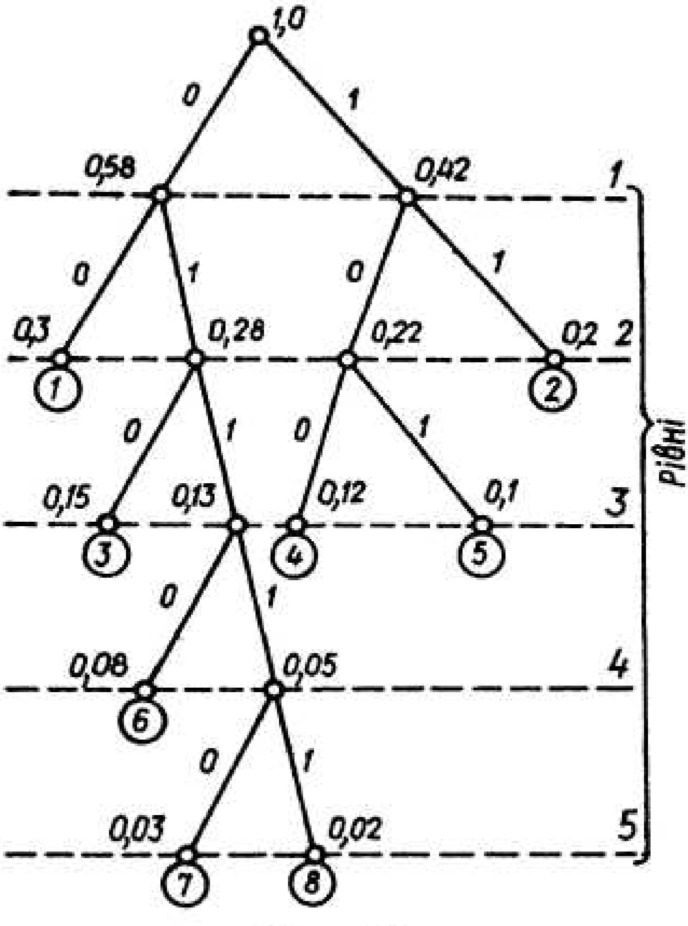

Рис. 5.5

31. Побудувати трійковий ОНК Шеннона — Фано для ансамблю повідомлень з імовірностями 0,15; 0,35; 0,2; 0,03; 0,02; 0,05; 0,1; 0,04; 0,06.

32. Побудувати двійковий ОНК Хаффмена для ансамблю повідомлень з імовірностями, заданими в задачі 28.

Розв'язання. Користуючись другою універсальною методикою побудови ОНК (див. п.5.7), будуємо заданий код (табл. 5.8).

Будуємо кодове дерево, що має вигляд, зображений на рис. 5.5.

Перевіряємо утворений код на оптимальність, для чого визначаємо середню кількість елементів, яка припадає на одну комбінацію коду Хаффмена:

$$n_{\text{сер}} = 2(0{,}3 + 0{,}2) + 3(0{,}15 + 0{,}12 + 0{,}1) + 4 \cdot 0{,}08 + 5\,(0{,}03 + 0{,}02) =$$
$$= 1 + 1{,}11 + 0{,}32 + 0{,}25 = 2{,}68 < 3,$$

тобто код оптимальний.

33. Розв'язати попередню задачу для ансамблю повідомлень з імовірностями 0,07; 0,1; 0,03; 0,05; 0,05; 0,16; 0,08; 0,14; 0,1; 0,1; 0,04; 0,01; 0,03; 0,02; 0,02.

34. Побудувати двійковий ОНК Хаффмена для ансамблю повідомлень з імовірностями 0,06; 0,25; 0,1; 0,05; 0,2; 0,04; 0,3.

35. Побудувати трійковий ОНК Хаффмена для ансамблю повідомлень з імовірностями 0,03; 0,08; 0,055; 0,2; 0,04; 0,07; 0,14; 0,36.

36. Для ансамблю повідомлень з імовірностями 0,15; 0,1; 0,05; 0,25; 0,02; 0,03; 0,35 побудувати двійкові ОНК Шеннона — Фано та Хаффмена, порівнявши їх за оптимальністю.

№ варіанту	Номери завдань	№ варіанту	Номери завдань	№ варіанту	Номери завдань
1	3, 36	11	17, 30	21	30, 15
2	4, 21	12	18, 27	22	31, 5
3	5, 35	13	19, 29	23	33, 14
4	6, 22	14	21, 11	24	34, 4
5	9, 34	15	22, 3	25	35, 12
6	10, 23	16	23, 10	26	36, 19
7	11, 33	15	24, 18	27	3, 34
8	12, 24	18	26, 9	28	6, 33
9	14, 31	19	27, 17	29	12, 35
10	15, 26	20	29, 6	30	15, 36