MINISTERUL EDUCAȚIEI

UNIVERSITATEA TEHNICĂ

DIN CLUJ-NAPOCA

FACULTATEA DE AUTOMATICĂ ȘI CALCULATOARE

DEPARTAMENTUL DE AUTOMATICĂ

IDENTIFICAREA SITEMELOR

PROIECT

IACOB LAURA BLANKA

GRUPA 30134/1

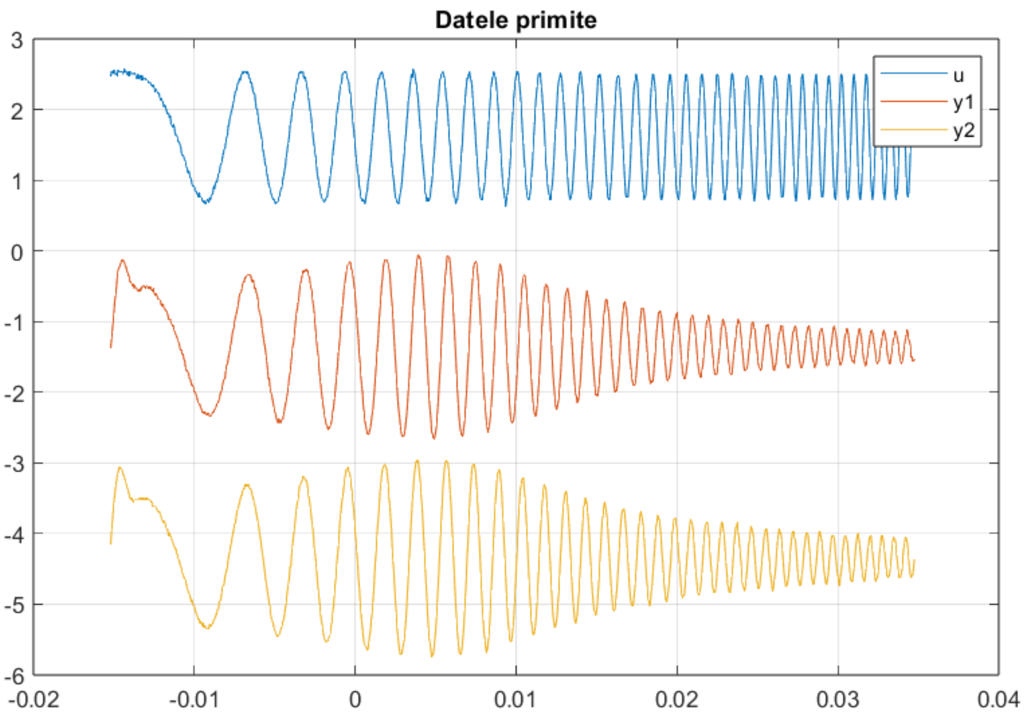
Prof. coordonator: Prof. Dr. Ing. Petru Dobra

CUPRINS

1. Interpretarea datelor

În cazul abordat în cadrul proiectului se cere analiza unui sistem dinamic utilizând datele experimentale luate de pe osciloscop. Se va obține un model matematic prin exploatarea fenomenului de rezonanță pentru ambele sisteme de ordin II cu intrare sinusoidală, după care se va alege unul din sisteme și se va estima răspunsul în frecvență utilizând diagrama Bode. În final, se vor obține 2 modele parametrice pentru fiecare sistem, unul validat prin autocorelație, iar celălalt prin intercorelație.

Datele furnizate sunt vectorul de timp t, semnalul aplicat la intrare u și cele două răspunsuri corespunzătoare fiecărui sistem, y_1 și y_2.



2. Identificarea neparametrică

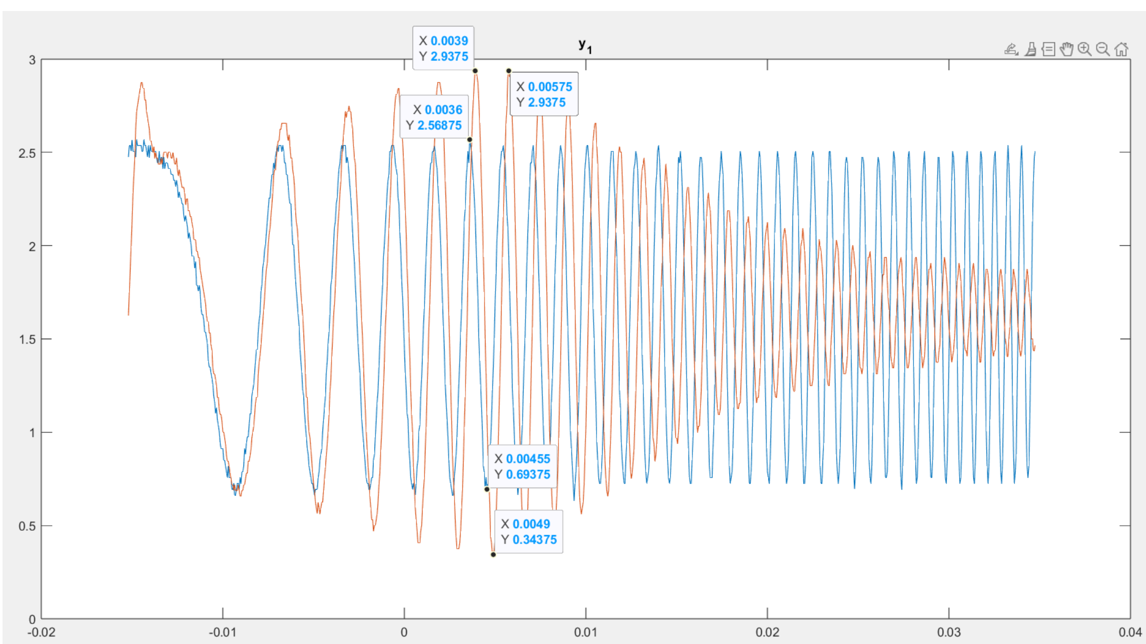
2.1. Sistemul cu ieșirea y1

Sistemul acesta este un sistem de ordin II fără zerou, cu funcția de transfer :

$$H(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Prin exploatarea rezonanței se află modulul la rezonanță, care este raportul dintre amplitudinea de pe intrare și cea de pe ieșire. Amplitudinea reprezintă diferența între 2 maxime pe intrare și pe ieșire, la amplificare maximă (unde se află rezonanța) împărțite la 2.

$$A_{\text{in}} = \frac{u(i_2) - u(i_1)}{2}, \quad A_{\text{out}} = \frac{y(i_4) - y(i_3)}{2}, \quad M_r = \frac{A_{\text{out}}}{A_{\text{in}}}$$



Modulul la rezonanță pentru sistemul y_1 este 1.3833. Cu ajutorul acestuia putem determina factorul de amortizare ζ, folosind formula :

$$M_{rez} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

⇨ $\zeta = 0.393$

Pulsația naturala ω_n se afla cu ajutorul factorului de amortizare si a pulsației la rezonanță ω_r folosind formulele :

$$\omega_n = \frac{\omega_r}{\sqrt{1-2\zeta^2}}, \quad T_r = t(i_2) - t(i_1), \quad \omega_r = \frac{2\pi}{T_r}$$

,unde perioada la rezonanță este diferența de timp dintre doua maxime consecutive.

ω_r= 3.3963e+03 , ω_n= 4.0854e+03

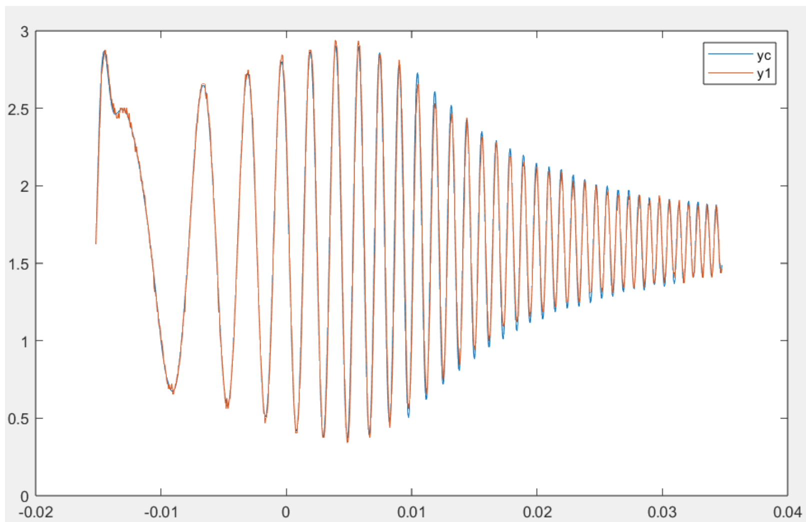
Factorul de proporționalitate k este raportul dintre media vectorului y_1 si media vectorului u si are valoarea k = 1.0138.

Având astfel toți parametrii putem afla funcția de transfer corespunzătoare ieșirii y_1.

Pentru simularea răspunsului la intrare u din conditii initiale nenule este necesar modelul de tip spațiul stărilor. Matricele folosite sunt obținute pe baza formei canonice observabile.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ k\omega_n^2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = (0).$$

Răspunsul simulat va fi suprapus cu cel real, iar validarea s-a făcut utilizând eroarea medie pătratica relativa e_{MPN} la care am obtinut : e_{MPN} = 0.0816 (8%) (norm(y1-yc)/norm(y1-mean(y1)))

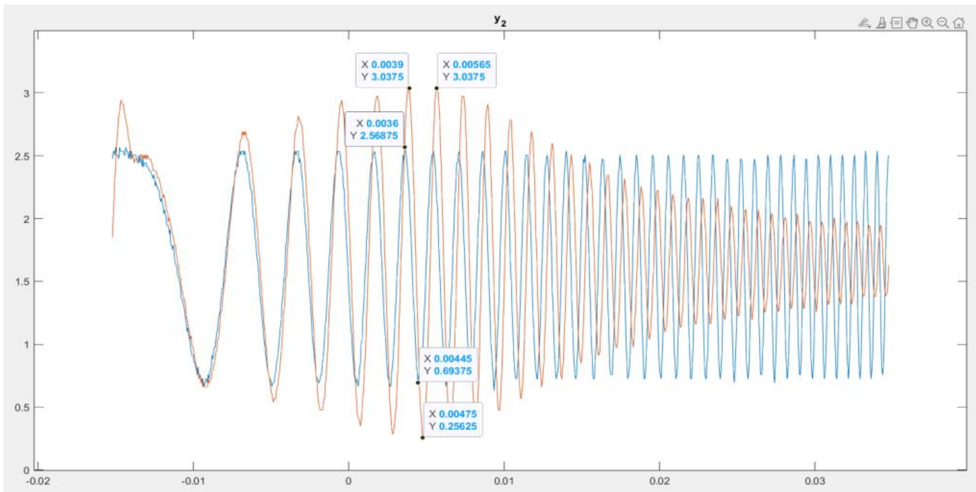


2.2. Sistemul cu ieșirea y2

Acest sistem are un zerou la numitor, dar vom proceda la fel ca si la y_1 pentru a afla factorii de amortizare si proporționalitate, cat si pulsația naturala.

Funcția de transfer corespunzătoare este :

$$H(s) = \frac{k\omega_n^2(T_z s + 1)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



Valorile pentru aceasta funcție sunt :

ζ = 0.3915, ω_r= 3.3963e+03 , ω_n= 4.0785e+03, k = 1.0198

Modulul la rezonanță pentru sistemul y_1 este 1.4833.

Pentru a afla valoarea zeroului ne folosim de formula :

$$T_z = \frac{\sqrt{M_r^2 \cdot 4\zeta^2(1-\zeta^2) - 1}}{\omega_r}$$

, de unde rezulta valoarea lui T_z= 1.1103e-04.

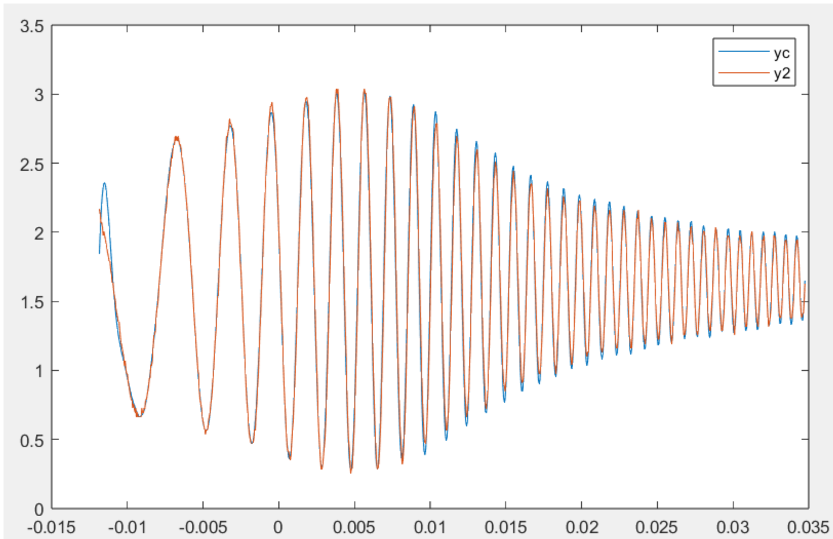
Având toate aceste valori putem afla funcția de transfer pentru ieșirea y_2.

Simularea răspunsului la intrarea u din condiții inițiale nenule se va realiza cu model tip spațiul stărilor. La fel ca si in cazul lui y_1, matricile vor fi in forma canonica observabila.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} k\omega_n^2 T_z \\ k\omega_n^2 - 2\zeta\omega_n^3 k T_z \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Pentru o estimare mai buna a răspunsului am eliminat primele 68 de valori când am simulat folosind spațiul stărilor. In acest mod am reușit sa obțin o eroare medie pătratica relativa e_{MPN} = 0.1062 (10%)

Cond. Sim. [y2(1),(y2(2)-y2(1))/(t(2)-t(1))-k2*wn2^2*Tz*u(1)]);



3. Estimarea răspunsului in frecventa

Răspunsul in frecventa analizează comportamentul unui sistem dinamic pentru diferite frecvente ale semnalului de intrare. Estimarea acestui răspuns se bazează pe determinarea modulului si fazei in funcție de frecventa.

Pentru a obține cele doua vom avea nevoie sa calculam mai întâi pulsațiile pentru fiecare punct. Acestea se calculează utilizând formula, unde cele doua sunt valorile in timp a doua intrări într-o jumătate de perioada :

$$\omega = \frac{\pi}{t(u_{k+1}) - t(u_k)}$$

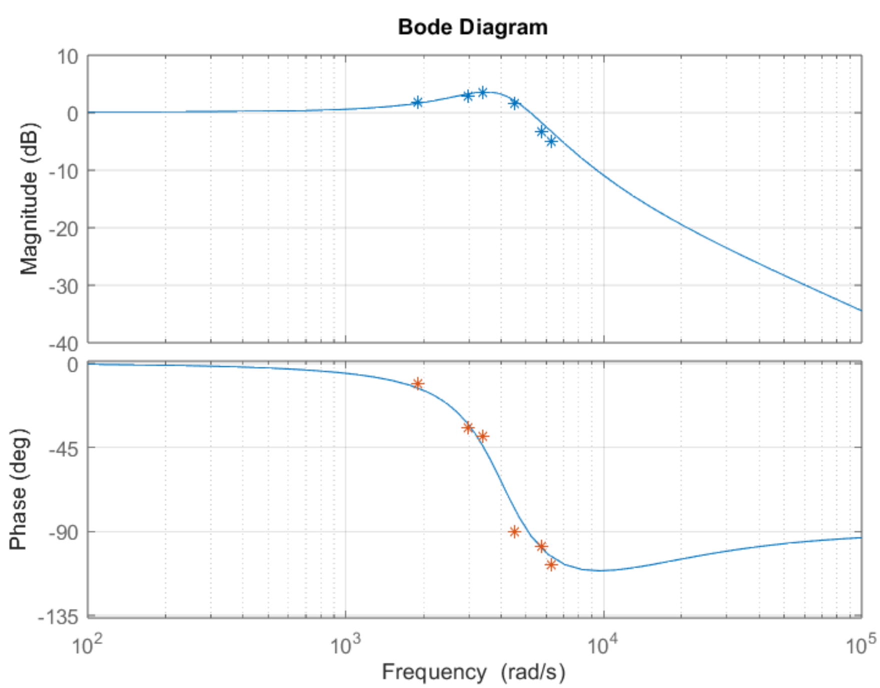
Modulul in diferite momente se va determina ca raport între variațiile semnalului de ieșire si cele ale semnalului de intrare.

$$M = \frac{y(yo_k) - y(yo_{k+1})}{u(u_k) - u(u_{k+1})}$$

Având valorile pulsațiilor putem calcula faza. Aceasta este determinata de întârzierea dintre intrare si ieșire, in timp, transformata in radiani.

$$\phi = (t(u_k) - t(yo_k)) \cdot \omega_k$$

Acum ca știm valorile pentru modul si faza, le putem reprezenta grafic. Am suprapus valorile obținute cu diagrama Bode a sistemului y_2 obținut mai sus. Pentru a putea pune corect valorile pentru modul pe grafic, le-am convertit in decibeli (20*log10(M)), iar pentru faza am convertit valorile in grade. Astfel, am obținut estimarea următoare :



Valorile pentru fiecare punct se găsesc in tabelul de mai jos

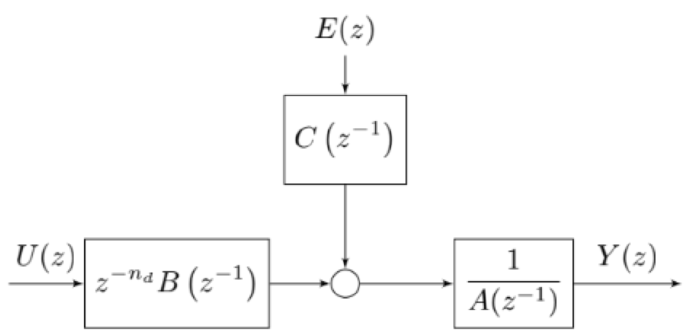
ω	M	Ph (deg)
1.9040e+03	1.2167	-10.9091
2.9920e+03	1.4000	-34.2857
3.3963e+03	1.4833	-38.9189
4.4880e+03	1.1930	-90.0000
5.7120e+03	0.6842	-98.1818
6.2832e+03	0.5614	-108.000

4. Identificarea parametrica

Utilizând aceasta metoda se construiesc modele matematice pentru fiecare sistem, utilizând datele de intrare si ieșire. Se presupune estimarea parametrilor specifici ai modelului pentru a descrie cat mai bine comportamentul sistemului.

4.1. Metode validate prin autocorelație

Pentru aceasta metoda am considerat ARMAX (metoda celor mai mici pătrate extinsa) ca fiind cea mai potrivita. Identificarea consta in estimarea coeficienților polinoamelor A, B si C.



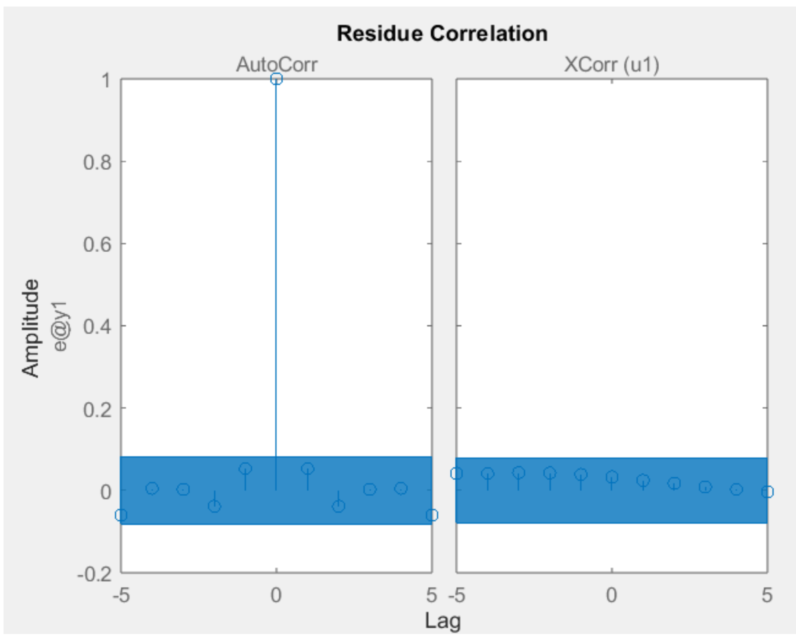
$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d}B(z^{-1})U(z) + C(z^{-1})E(z),$$

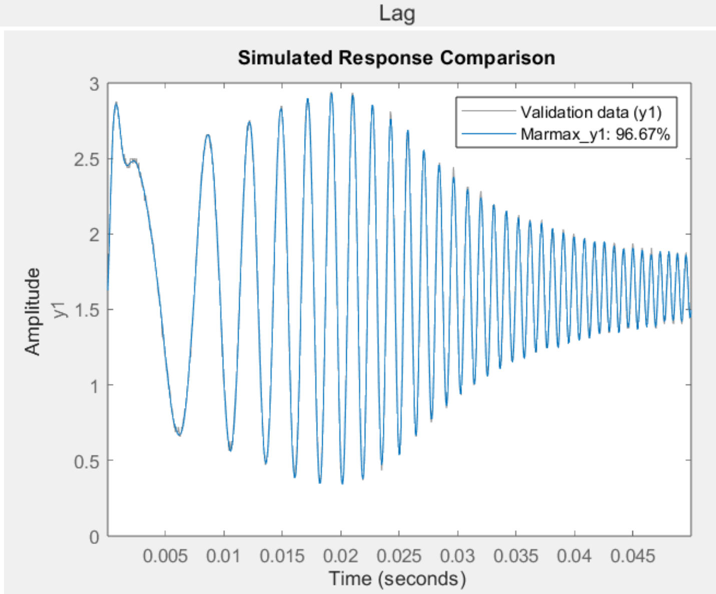
4.1.1. Sistemul cu ieșirea y_1

Știm ca y_1 este o funcție care are 2 poli, fără zerou, deci vectorul pentru gradele polinoamelor va fi de forma [2 1 2 1]. Am observat ca sistemul are un tact de întârziere. Cele doua metode statice se validează cu funcția *resid*, iar gradul de suprapunere se obține cu rutina *compare*. Funcția va fi:

$$H(z^{-1}) = \frac{0.03598z^{-1}}{1-1.826z^{-1}+08625z^{-2}}$$

$$H(s) = \frac{380.2s+1.555e07}{s^2+3013s+1.535e07}$$





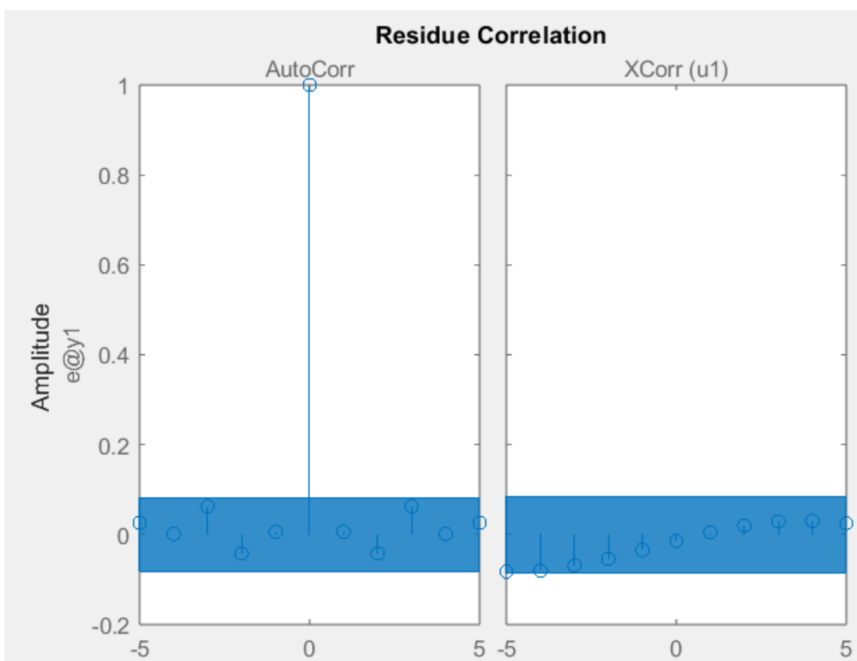
Am obținut astfel validarea testului de albire a erorii la predicție prin autocorelație, iar modelul obținut după suprapunere prezinta o eroare de 3.33%.

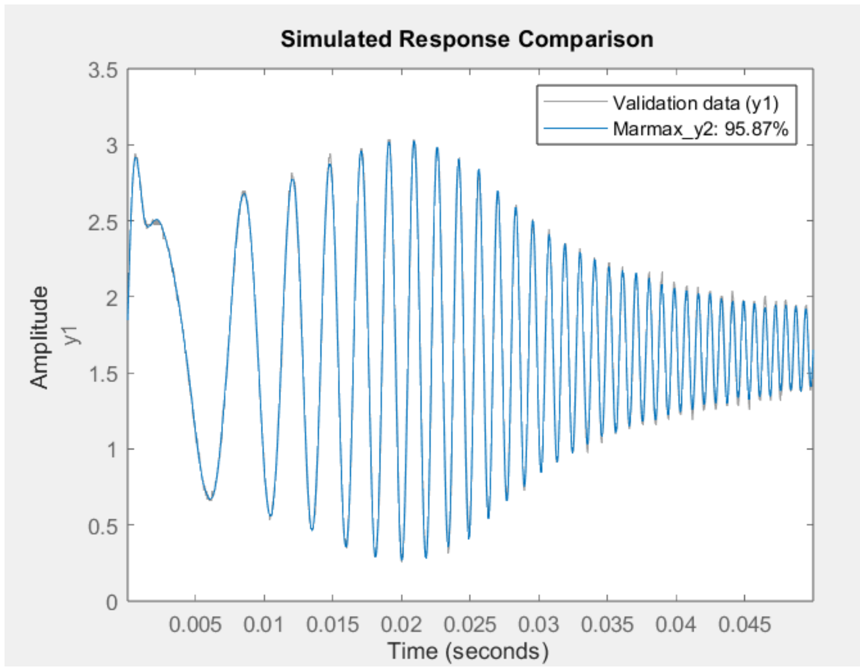
4.1.2. Sistemul cu ieșirea y_2

Am procedat la fel si pentru acest sistem, doar ca, acesta având un zeroul, vectorul pentru gradele polinoamelor va fi de forma [2 2 3 0]. Le am validat in același mod, cu *resid* si *compare*.

$$H(z^{-1}) = \frac{0.07528 - 0.03757z^{-1}}{1 - 1.826z^{-1} + 0.8625z^{-2}}$$

$$H(s) = \frac{0.07528s^2 + 1998s + 1.628e07}{s^2 + 2959s + 1.597e07}$$

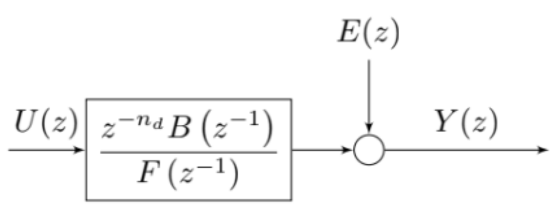




Am obținut astfel validarea testului de albire a erorii la predicție prin autocorelație, iar modelul obținut după suprapunere prezinta o eroare de 4.13%.

4.2. Metode validate prin intercorelație

Pentru aceasta am ales OE (Output Error – Metoda erorii la ieșire). Identificarea consta in estimarea coeficienților polinoamelor B si F.



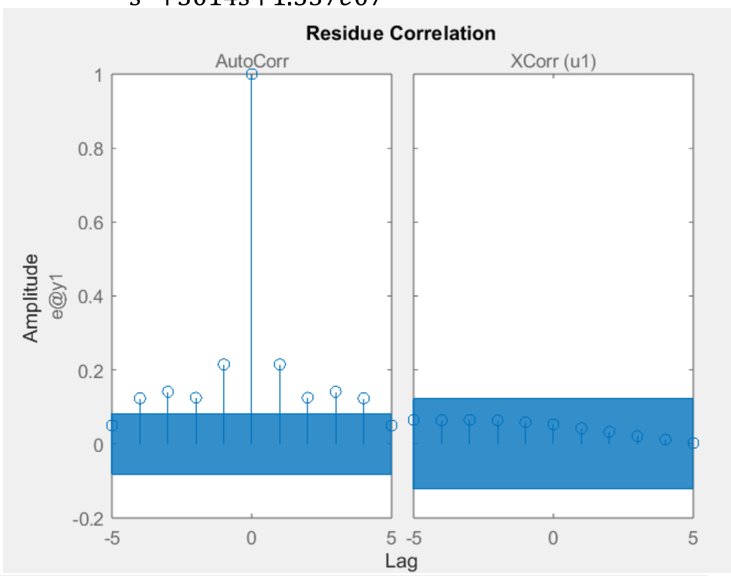
$$Y(z) = \frac{z^{-n_d} B(z^{-1})}{F(z^{-1})} U(z) + E(z),$$

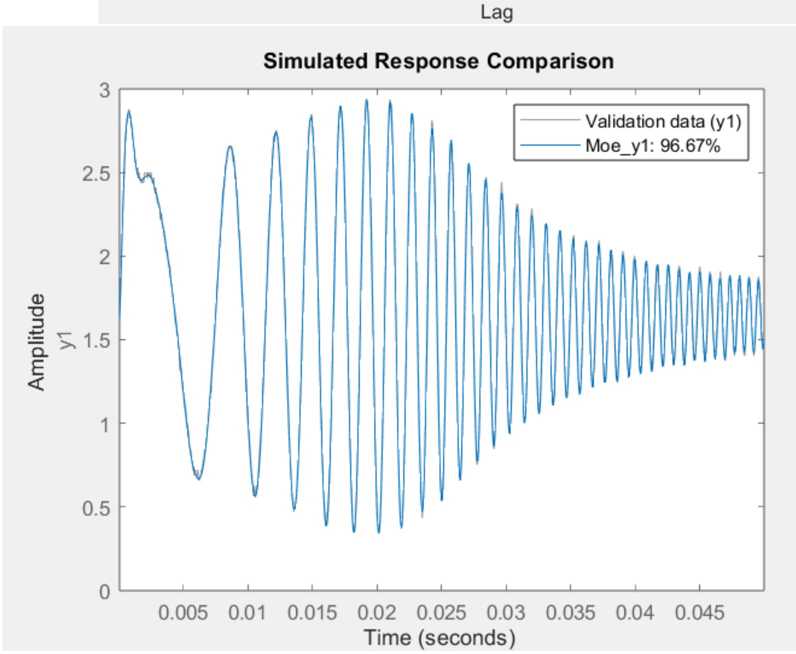
4.2.1. Sistemul cu ieșirea y_1

Vectorul gradelor polinoamelor va fi de forma [1 2 1]. Am validat la fel, cu *resid* si *compare*.

$$H(z^{-1}) = \frac{0.036z^{-1}}{1-1.825z^{-1}+0.8601z^{-2}}$$

$$H(s) = \frac{380.5s+1.556e07}{s^2+3014s+1.537e07}$$





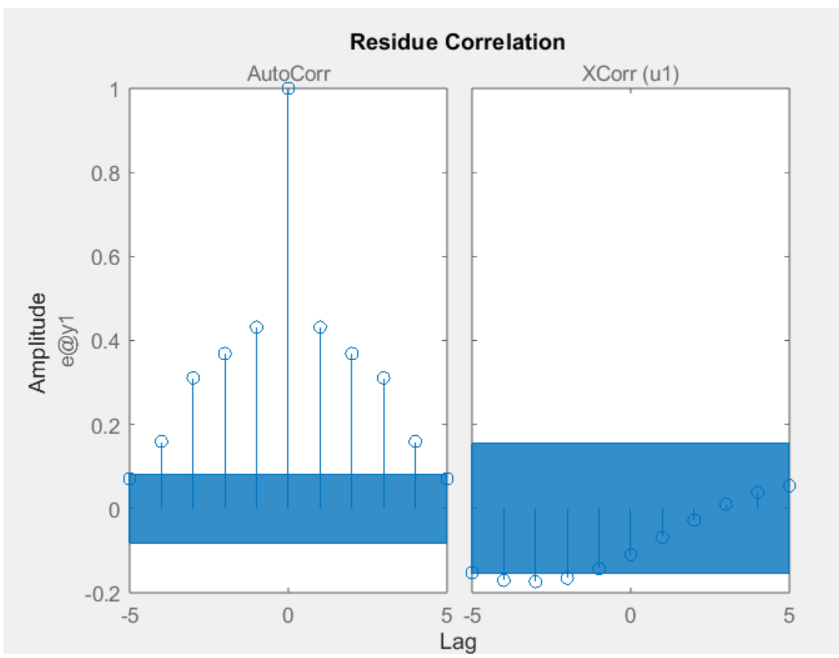
Am obținut astfel validarea testului de decorelare prin intercorelație, iar modelul obținut după suprapunere prezinta o eroare de 3.33%.

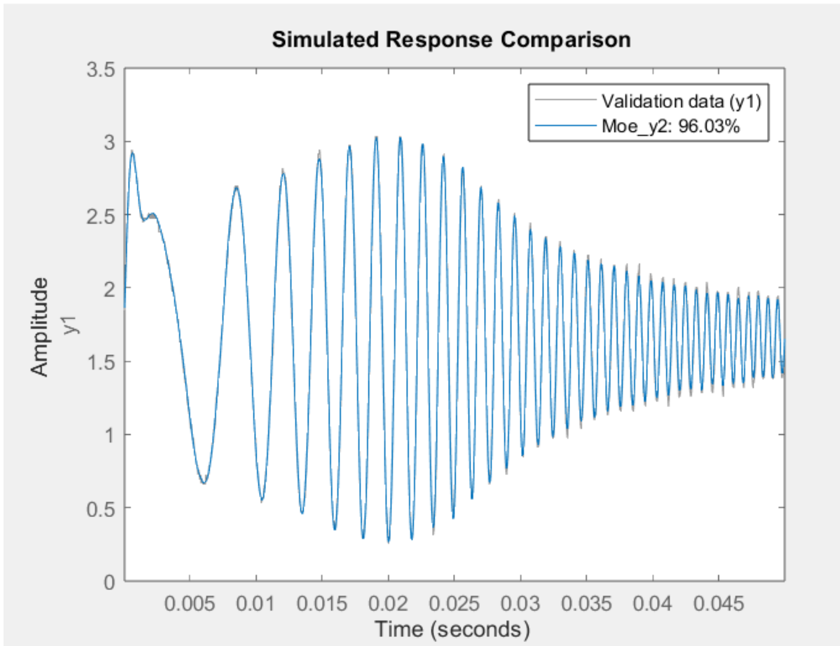
4.2.2. Sistemul cu ieșirea y_2

Pentru acest sistem am procedat la fel, dar având un zerou, vectorul gradelor polinoamelor va fi [2 2 0]. Validarea s-a făcut tot cu *resid* si *compare*.

$$H(z^{-1}) = \frac{0.07544 - 0.03826z^{-1}}{1 - 1.827z^{-1} + 0.8633z^{-2}}$$

$$H(s) = \frac{0.07544s^2 + 1995s + 1.604e07}{s^2 + 2939s + 1.572e07}$$





Am obținut astfel validarea testului de decorelare prin intercorelație, iar modelul obținut după suprapunere prezinta o eroare de 3.97%.

5. Concluzii

Pe parcursul proiectului am analizat și modelat două sisteme dinamice utilizând atât metode parametrice de identificare, cât și metode neparametrice. Totodată am realizat și răspunsul în frecvența al unuia dintre sisteme.

Prin exploatarea fenomenului de rezonanță prezent în ambele cazuri am reușit să obțin identificări neparametrice cu erori aflate într-un interval decent – pentru primul sistem, eroare relativă de 0.081, adică 8% și pentru al doilea, 0.106, adică 10% – acest lucru indică o potrivire bună între model și datele reale.

Estimarea răspunsului în frecvența ne permite să vizualizam modulul și faza sistemului în diferite momente de timp. Suprapunerea acestor valori cu diagrama Bode ne-a arătat o echivalență între răspunsul simulat și cel modelat.

La identificarea parametrică am utilizat ARMAX şi OE deoarece au prezentat o potrivire mai bună cu datele experimentale datorită includerii zgomotului. Modele validate au prezentat erori mult mai mici, astfel avem :

- y_1 – ARMAX - 3.33%
  – OE - 3.33%
- y_2 – ARMAX - 4.13%
  – OE - 3.97%