SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS 5. DISTRIBUCIONES CONTINUAS

1.-

$X \sim N(55, 10)$ 380 ranas hembras

a) $P(X > 50) = P(Z > -0,5) = 0,6915$

b) $P(65 \leq X \leq 80) = P(1 \leq Z \leq 2,5) = 0,15249 \rightarrow 0,15249 \cdot 380 \approx 58$ ranas

c) $P(X \geq a) = 0,05 \rightarrow P\left(Z \geq \dfrac{a-55}{10}\right) = 0,05 \rightarrow \dfrac{a-55}{10} = 1,645$

$a = 71,45 \approx 72$ huevos

2.-

X: "Número de glóbulos rojos de los habitantes de una gran ciudad" $X \sim N(4.5, 0.5)$

a) $P(X > 5) = P(Z > 1) = 0.1587$

b) $P(X < 3.75) = P(Z < -1.5) = 0.0668 \rightarrow 6.68\%$

c) $P(X \geq a) = 0.2 \rightarrow P\left(Z \geq \dfrac{a-4.5}{0.5}\right) = 0.2 \rightarrow \dfrac{a-4.5}{0.5} = 0.84 \rightarrow a = 4.92$ millones.

d) $P(X \leq b) = 0.1 \rightarrow P\left(Z \leq \dfrac{b-4.5}{0.5}\right) = 0.1 \rightarrow \dfrac{b-4.5}{0.5} = -1.28 \rightarrow b = 3.86$ millones.

3.-

La variable aleatoria X: "número de ratas que sobreviven después de una semana entre las cien inyectadas" tiene una distribución $B(100,\ 0.5)$. Al ser $np = 50 > 5$ se puede aproximar por una normal $N(50, 5)$, haciendo la corrección de continuidad.

a) $P(X > 65.5) = P(Z > 3.1) = 0.001$

b) $P(40.5 < X < 59.5) = P(-1.9 \leq Z \leq 1.9) = 0.9426$

c) $P(X < 29.5) = P(Z < -4.1) \approx 0$

d) $P(X > 45.5) = P(Z > -0.9) = 0.8159 \rightarrow$ De cada 100 lotes de 100 ratas, en aproximadamente 82 de esos lotes sobrevivirían más de 45 ratas por lote.

4.-

$X \sim N(\mu, \sigma)$

$$\left.\begin{array}{l} P(X > 6) = P\left(\dfrac{X-\mu}{\sigma} > \dfrac{6-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z > \dfrac{6-\mu}{\sigma}\right) = 0.35 \rightarrow \dfrac{6-\mu}{\sigma} = 0.385 \\[2ex] P(X < 4) = P\left(\dfrac{X-\mu}{\sigma} < \dfrac{4-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z < \dfrac{4-\mu}{\sigma}\right) = 0.4 \rightarrow \dfrac{4-\mu}{\sigma} = -0.255 \end{array}\right\}$$

Resolviendo el sistema: $\mu = 4.796 \quad \sigma = 3.125$

$P(|X-\mu|<2) = P(|X-4.796|<2) = P(-0.64 < Z < 0.64) = 0.4778 \to 47.78\%$

5.-

$X \sim B\left(1000, \frac{1}{6}\right) \qquad np = \frac{1000}{6} > 5$ Se puede aproximar X por una normal $N(166.7, 11.8)$.

Aplicando la corrección de continuidad:

$P(150.5 < X < 199.5) = P(-1.37 < Z < 2.78) = 0.9120$

6.-

$X \sim N(3.5, 0.04)$

a) $P(X > 3.425) = P(Z > -1.875) = 0.9696 \approx$ el 97%.

b) $P(3.4 < X < 3.6) = P(-2.5 < Z < 2.5) = 0.9876$

c) $P(X < a) = 0.2 \;\to\; P\left(Z < \frac{a-3.5}{0.04}\right) = 0.2 \to a = 3.47$

7.-

X : "número de enfermos de gripe entre los 120 de la clase" $\qquad X \sim B(120, 0.3)$

$np = 36 > 5$ Se puede aproximar X por una normal $N\left(36, \sqrt{120 \cdot 0.3 \cdot 0.7} = 5.02\right)$.

Aplicando la corrección de continuidad:

a) $P(X_B \geq 40) = P(X_N \geq 39.5) = P(Z \geq 0.69) = 0.2451$.

b) $P(X_B = 50) = P(49.5 \leq X_N \leq 50.5) = P(2.69 \leq Z \leq 2.89) = 0.0017$.

8.-

a) X :"cantidad de producto tóxico que absorbe una zanahoria" $\to X \sim N(4, 1.5)$

$P(X > 6) = P(Z > 1.33) = 0.0918$

b) La variable Y que representa el número de zanahorias que están contaminadas entre las cinco elegidas tiene una distribución binomial, con $n = 5$ y $p = 0.0918$. $\to Y \sim B(5, 0.0918)$.

$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] = 0.0698$
