

ESTADISTICA - TEORÍA DE MUESTREO Y ESTIMACIÓN

1. Supóngase que las estaturas de 3000 estudiantes de una Universidad se distribuyen normalmente con media de 68,0 pulgadas y desviación típica de 3,0 pulgadas. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una ¿Cuál será la media y la desviación típica esperada de la distribución muestral de medias resultante si el muestreo se hizo: a) con remplazamiento y b) sin remplazamiento.

Sol: a) $\mu=68''$, $\sigma=0,6''$
b) $\mu=68''$, $\sigma=0,5975$

2. ¿En cuántas muestras del problema anterior se cabría esperar una media entre 66,8 y 68,3 pulgadas?

Sol: $P(66,8 \leq x \leq 68,3) = 0,66871 = 66,87\%$

3. Hallar la probabilidad de que en 120 lanzamientos de una moneda el número de caras esté comprendido entre el 40% y el 60%.

Sol: $P(40\% \leq P_{\text{caras}} \leq 60\%) = 0,97148 = 97,15\%$

4. Se ha encontrado que el 2% de las piezas producidas por cierta máquina son defectuosas ¿Cuál es la probabilidad de que en una partida de 400 piezas sean defectuosas? a) 3% o más b) 2% o menos?

Sol: a) $P(P_{\text{defectuosa}} \geq 3\%) = 0,07636 = 7,64\%$
b) $P(P_{\text{defectuosa}} \leq 2\%) = 0,5 = 50\%$

5. Las bombillas eléctricas de un fabricante A tienen una duración media de 1400 horas con una desviación típica de 200 horas, mientras que las de otro fabricante B tienen una duración media de 1200 horas con una desviación típica de 100 horas. Si se toman muestras al azar de 125 bombillas de cada fabricante ¿Cuál es la probabilidad de que las bombillas de A tengan una duración media que sea al menos 160 horas más que las bombillas de B?

Sol: $P[(\bar{X}_A - \bar{X}_B) \geq 160h] = 0,97725 = 97,725\%$

6. Los cojinetes de bolas de una determinada casa pesan 0.50 onzas con una desviación típica de 0.02 onzas ¿Cuál es la probabilidad de que dos lotes de 1000 cojinetes cada uno difieran en un peso superior a 2 onzas?

Sol: $P[x \geq 20 \text{ onzas} \text{ ó } x \leq 20 \text{ onzas}] = 0,02574 = 2,574\%$

7. De un total de 1000 muestras de 200 niños nacidos, y suponiendo la misma probabilidad de nacimiento de niño que de niña, ¿En cuántos cabe esperar que Menos del 40% sean niños

- a) Entre el 43% y el 57% sean niñas
b) Más del 54% sean niños?

Sol: a) $P(P_{\text{niños}} \leq 40\%) = 0,00233$; 2 niños.
b) $P(43 \leq P_{\text{niños}} \leq 57\%) = 0,9523$; 952 niños.
c) $P(P_{\text{niños}} \geq 54\%) = 0,12924$; 129 niños

8. Los pesos de los paquetes recibidos en un departamento de almacenamiento tienen una media de 300 libras y una desviación típica de 50 libras ¿Cuál es la probabilidad de que el peso de 25 paquetes recibidos aleatoriamente y cargados en un ascensor supere el límite de seguridad del ascensor, que es de 8200 libras?

Sol: $P[\text{Peso ascensor} \geq 8.200 \text{ libras}] = 0,256 = 25,6\%$

9. El voltaje medio de una batería es de 15.0 voltios y la desviación típica 0.2 voltios ¿Cuál es la probabilidad de que cuatro de estas baterías conectadas en serie tengan un voltaje conjunto de 60.8 voltios o más?

Sol: $P[V \text{ 4 bat.} \geq 60,8 \text{ V}] = 0,2275 = 22,75\%$

10. Se toma una muestra de 100 estudiantes sobre una población de 1.546 estudiantes de una determinada Universidad, la altura media resultante es 171.32cm con una varianza de 55,02cm². Determinar unas estimas insesgadas de las verdaderas media y varianza.

Sol: $\bar{X} = 171,32$; $\hat{S} = 7,4549$

11. Hallar los intervalos de confianza del 95% y del 99% para estimar la estatura media de los estudiantes del problema anterior.

Sol: Para el 95%: [160,54; 182,10]

Para el 99% [157,12; 185,51]

- 12.** Las medias de los cojinetes de una muestra de 200 cojinetes de bolas hechos por una determinada máquina durante una semana dieron una media de 0.824 pulgadas y una desviación típica de 0.042 pulgadas. Hallar los límites de confianza del 95% y del 99% para el diámetro medio de todos los cojinetes.

Sol: Para el 95%: [0,81818; 0,82982]

Para el 99% [0,81634; 0,83166]

- 13.** Una muestra aleatoria de 50 calificaciones de matemáticas de un total de 200, arrojó una media de 75 y una desviación típica de 10

a) ¿Cuáles son los límites de confianza del 95% para la estima de la media de las 200 calificaciones?

b) ¿Con que grado de confianza se podrá decir que la media de las 200 calificaciones es de 75 ± 1 .

Sol: a) Para el 95%: [72,5934; 77,4065]

b) $\alpha = 58,206\%$

- 14.** Una muestra de 100 votantes elegidos al azar entre todos los de un distrito dado, indicó que el 55% de ellos estaban a favor de un determinado candidato. Hallar los límites de confianza del 95% y del 99% para la proporción de todos los votantes que estaban a favor de este candidato.

Sol: Para el 95%: [45,25%; 64,75%]

Para el 99% [42,17%; 67,83%]

- 15.** Una muestra de 150 bombillas del fabricante A dieron una vida media de 1.400 horas y una desviación típica de 120 horas. Una muestra de 100 bombillas del fabricante B dieron una vida media de 1.200 horas y una desviación típica de 80 horas. Hallar los límites de confianza del 95% y del 99% para la diferencia de las vidas medias de las poblaciones A y B.

Sol: Para el 95%: [200 \pm 24,7923]

Para el 99% [200 \pm 32,6347]

- 16.** Si la desviación típica de la duración de los tubos de televisión se estima en 100 horas ¿Qué tamaño de muestras deberá tomarse para que sea del 95% la confianza de que el error en la media de la duración estimada no exceda de 20 horas?

Sol: $n \geq 97$

- 17.** Si tras una reñida elección entre dos candidatos la victoria final ha sido a favor del ganador por un margen de diferencia del 6% ¿Cuál será el número mínimo de votantes que se deberá muestrear para que la confianza sea del 80%, el 95% y el 99% y el error inferior al 3%?

Sol: Para el 80%: $n \geq 454$

Para el 95%: $n \geq 1064$

Para el 99%: $n \geq 1843$