

## Prueba de Problemas Tema 3

**Nombre y Apellidos:**

**Grupo Matriculado: GII**

**Grupo Problemas: Martes**

**Calificación:**

1. Se distribuyen dos cajas de refrescos, con 24 botellas de un tipo, y 24 de otro, entre cinco peritos que realizan pruebas de sabores. ¿De cuántas formas pueden distribuirse las 48 botellas de manera que cada perito reciba al menos dos botellas de un tipo y tres del otro?

**Solución** La función generadora

$$F(x) = ((x^2 + x^3 + \dots)(x^3 + x^4 + \dots))^5 = x^{10}(1+x+\dots)^5 x^{15}(1+x+\dots)^5 = x^{25}(1+x+\dots)^{10},$$

en ella buscamos el coeficiente de  $x^{48}$ , o el coeficiente de  $x^{23}$  en

$$(1+x+\dots)^{10} = (1-x)^{-10} = \sum_{k=0}^{10} \binom{-10}{k} (-x)^k,$$

luego el coeficiente buscado se obtiene con  $k = 23$  en el desarrollo del binomio extendido anterior

$$\binom{-10}{23} = \binom{32}{23} = \frac{32 \cdot 31 \dots 22}{9!}.$$

## Prueba de Problemas Tema 3

**Nombre y Apellidos:**

**3Grupo Matriculado: GII**

**3 Grupo Problemas: Miércoles**

**3 Calificación:**

1. ¿ De cuántas formas se pueden asignar dos docenas de robots idénticos a 4 líneas de montaje de modo que se asignen al menos 3 robots a cada línea?

**Solución** La función generadora

$$F(x) = (x^3 + x^4 + \dots)^4 = x^{12}(1 + x + \dots)^4,$$

en ella buscamos el coeficiente de  $x^{24}$ , o el coeficiente de  $x^{12}$  en

$$(1 + x + \dots)^4 = (1 - x)^{-4} = \sum_{i=0}^{\infty} \binom{-4}{i} (-x)^i,$$

luego el coeficiente buscado se obtiene tomando  $i = 12$  en el desarrollo del binomio extendido anterior

$$\binom{-4}{12} = \binom{15}{12} = 455.$$