Prueba de Problemas 1: Lógica

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado: GII-Mañana **Calificación:**

Grupo Problemas:

1. Reducir a forma normal conjuntiva la siguiente fórmula:

$$r \to s \longleftrightarrow r \longrightarrow \neg(\neg p \wedge \neg s)$$

Solución La proposición es una bicondicional de dos condicionales y son equivalentes a:

$r \to s \equiv \neg r \vee s$,

$r \longrightarrow \neg(\neg p \wedge \neg s) \equiv \neg r \vee p \vee s$,

La bicondicional es equivalente a la conjunción de dos condicionales

$$r \to s \longleftrightarrow r \longrightarrow \neg(\neg p \wedge \neg s),$$

de donde

$(\neg(\neg r \vee s) \vee (\neg r \vee p \vee s)) \wedge (\neg(\neg r \vee p \vee s) \vee \neg r \vee s)$,

aplicando leyes de De Morgan

$((r \wedge \neg s) \vee (\neg r \vee p \vee s)) \wedge ((r \wedge \neg p \wedge \neg s) \vee (\neg r \vee s))$

aplicando distributivas

$(r \vee \neg r \vee p \vee s) \wedge (\neg s \vee \neg r \vee p \vee s) \wedge (r \vee \neg r \vee s) \wedge (\neg p \vee \neg r \vee s) \wedge (\neg s \vee \neg r \vee s)$

se obtiene una conjunción de disyunciones, y su forma simplificada es

$1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge (\neg p \vee \neg r \vee s) \wedge 1 \equiv \neg p \vee \neg r \vee s$.

Prueba de Problemas 1: Lógica

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado: GII-Mañana **Calificación:**

Grupo Problemas:

1. Construir una refutación por resolución para demostrar que las premisas $p \to (q \to r), r \wedge s \to t$ y $\neg w \to s \wedge \neg t$ conducen a la conclusión $p \to (q \to w)$.

   Solución Una forma de resolverlo es:

   Las premisas y la negación de la conclusión son equivalentes respectivamente a:

   $\neg p \vee \neg q \vee r, \quad P_1$

   $\neg r \vee \neg s \vee t, \quad P_2$

   $w \vee (\neg t \wedge s) \equiv w \vee \neg(t \vee \neg s), \quad P_3$

   $p \wedge q \wedge \neg w, \quad P_4$

   $\neg p \vee \neg q \vee \neg s \vee t, P_5$ Resolución a P_1 y P_2

   $w \vee \neg p \vee \neg q \equiv \neg(\neg w \wedge p \wedge q), P_6$ Resolución a P_3 y P_5

   De esta última proposición P_6 y la P_4 obtenemos una contradicción, luego la negación de la conclusión es falsa: Por tanto, $\neg p \vee (\neg q \vee w)$ es cierta.

   Otra forma: $p \to (\neg q \vee r) \equiv \neg(\neg q \vee r) \to \neg p \equiv q \wedge \neg r \to \neg p, \quad P_1$

   $\neg r \vee \neg s \vee t, \quad P_2$

   $w \vee (\neg t \wedge s) \equiv w \vee \neg(t \vee \neg s), \quad P_3$

   $p \wedge q \wedge \neg w, \quad P_4$

   $\neg r \vee w, P_5$, Resolución a P_3 y P_2

   $\neg w, P_6$, Simplificación a P_4

   $\neg r, P_7$, Silogismo disyuntivo a P_5 y P_6

   p, P_8, Simplificación a P_4

$\neg(q \wedge \neg r), P_9$, Tollendo Tollens a P_1 y P_8

$\neg q \vee r, P_{10}$, Ley de De Morgan a P_9

q, P_{11}, Simplificación a P_4

r, P_{12}, Silogismo disyuntivo a P_{10} y P_{11}

$r \wedge \neg r, P_{13}$, Ley de conjunción a P_7 y P_{12}, que es una contradicción. Por tanto, la negación de la conclusión es falsa, y la conclusión es cierta.