

PROBLEMAS DE ESTRUCTURAS DISCRETAS

TEMA 2

Reglas: Producto, suma y diferencia (complementario)

1. a) ¿Cuántos números con todas sus cifras distintas hay entre 1000 y 9999?
b) ¿Cuántos números pares entre 1000 y 9999 no tienen ninguna cifra repetida?
2. ¿Cuántas matriculas se pueden determinar si cada una consta de cuatro letras de un alfabeto de 26 letras seguidas de tres dígitos del 0 al 9 (no necesariamente distintos)?
3. Usando sólo los dígitos 1, 3, 4 y 7
 - a) ¿Cuántos números de dos cifras se pueden determinar?
 - b) ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar?
 - c) ¿Cuántos números de dos cifras o tres cifras existen?
4. ¿De cuántas formas se puede asignar un nombre, dos o tres a un niño si se eligen entre una lista de 500 nombres?
5. Una compañía diseña cerraduras con una combinación de tres números diferentes entre el 0 y el 59 (inclusive). ¿Cuántas combinaciones posibles existen?
6. Sea A un conjunto de n -elementos y $B = \{0,1\}$
 - a) Demuestren que hay 2^n aplicaciones de A en B .
 - b) Demuestren que hay $2^n - 2$ aplicaciones exhaustivas entre A y B .

Principio del palomar

1. Demuestren que entre $n+1$ números enteros cualesquiera hay al menos dos cuya diferencia es divisible por n .
2. Se tienen 44 sillas que deben distribuirse alrededor de 5 mesas en una habitación. ¿Puede ocurrir que exista una mesa con al menos 9 o 10 sillas?
3. Demuestren que, en un grupo de seis personas, existen al menos tres que son amigos mutuamente o que existen al menos tres que son mutuamente extraños.
4. a) Si se tienen 20 procesadores interconectados y cada procesador está conectado con al menos otro procesador, demuestren que al menos dos procesadores están directamente conectados al mismo número de procesadores.
b) ¿El enunciado anterior sigue siendo cierto, sin la suposición de que cada procesador está conectado al menos a otro procesador?
5. Pedro tiene cinco días para preparar su examen de matemáticas. Un amigo decide ayudarlo estudiando con él cada día durante 15 minutos o media hora, pero no por más de 15 horas en total. Demuestre que durante ese periodo de días consecutivos Pedro y su amigo trabajarán exactamente ocho horas y tres cuartos de hora.

Selecciones ordenadas sin repetición (Variaciones)

1. ¿Cuántas parejas se pueden formar de un grupo de 12 mujeres y 20 hombres?
2. ¿Cuántas ordenaciones distintas se forman con n -personas? ¿Y cuántas si se disponen en un círculo?
3. Cinco amigas A_1, A_2, A_3, A_4 y A_5 marchan juntas por una montaña una detrás de la otra
 - a) ¿De cuántas formas pueden realizar la marcha?
 - b) ¿De cuántas formas pueden realizar la marcha si A_5 va en primera posición?

- c) ¿De cuántas formas pueden realizar la marcha si a A3 va siempre detrás de A5?
- d) ¿De cuántas formas pueden realizar la marcha si A5 (y sólo A5) va entre A1 y A3?
- e) ¿De cuántas formas pueden realizar la marcha si A5 (y sólo A5) va entre A1 y A3?
- 4. ¿Cuántas formas hay de ordenar 10 niñas y 5 niños de forma que no haya dos niños juntos?
- 5. ¿Cuántas ordenaciones diferentes se pueden formar con las 28 letras del alfabeto si hay 11 letras entre la a y la z?
- 6. ¿De cuántas formas se pueden distribuir 8 libros diferentes entre 13 personas?
- 7. ¿De cuántas formas se pueden sentar 7 personas alrededor de una mesa redonda si
 - a) P5, P6, P7 se sientan juntas?
 - b) P3 no quiere sentarse al lado de P6 o de P7?

Selecciones no ordenadas sin repetición (Combinaciones sin repetición)

- 1. ¿Cuántas sucesiones de ceros y unos, de longitud n contienen exactamente tres veces el cero?
- 2. ¿De cuántas formas se pueden elegir 20 estudiantes de una clase de 32 para que asistan a clase los viernes por la tarde y tomen apuntes para el resto si
 - a) Pablo no quiere ir a clase?
 - b) Miguel insiste en ir?
 - c) Jaime y Miguel insisten en ir?
 - d) Jaime o Miguel van a clase?
 - e) solo uno de los dos anteriores estudiantes asiste a clase?
 - f) Pablo y Miguel no quieren ir junto a clase?
- 3. ¿Cuántos comités de siete personas se pueden determinar con 15 hombres y 25 mujeres
 - a) si debe haber exactamente cuatro mujeres en cada uno?
 - b) si al menos cuatro mujeres deben estar en cada comité?
- 4. ¿Cuántas secuencias de ceros y unos de longitud 15 contienen exactamente 7 unos?
- 5. En una urna hay 15 bolas rojas y 10 blancas, todas ellas enumeradas. Se seleccionan cinco bolas
 - a) ¿cuántas selecciones distintas se obtienen?
 - b) ¿cuántas selecciones tienen todas las bolas rojas?
 - c) ¿cuántas selecciones contienen tres bolas rojas y dos blancas?
- 5. Probar que el producto de n número naturales consecutivos es divisible por $n!$
- 6. ¿Cuántas diagonales tiene un octógono?

Selecciones con repetición

- 1. ¿De cuántas formas se puede elegir 12 ordenadores de un conjunto de ordenadores de 30 modelos distintos?
de la ecuación entera $x_1 + \dots + x_{30} = 12$.
- 2. ¿Cuántas ordenaciones se pueden formar con las letras de la palabra ATTENTION?
- 3. Supongamos que 10 jugadores deben asignarse a tres equipos A, B y C. Los dos primeros equipos deben recibir 4 jugadores y el tercero dos. ¿de cuántas formas se puede hacer?
- 4. ¿De cuántas formas se pueden distribuir 30 libros idénticos en 7 estantes diferentes?
- 5. ¿Cuántos resultados diferentes se obtienen al tirar cinco dados?
- 6. Número de ordenaciones con las letras de las siguientes palabras:
 - a) SCIENTIFIC b) SASKATOON c) PICCININI d) CINCINNATI

7. Demuestren que se puede establecer una aplicación biyectiva entre el número de soluciones de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 21$ con $x_1 \geq 8$ y el conjunto de soluciones de la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13$.
8. Una fundación desea dar una beca de investigación de 10.000 euros, dos de 5.000 y 5 de 1000 euros. La lista de los posibles ganadores es de 13. ¿De cuántas formas se pueden repartir las becas?

Desórdenes

1. Calcular D_6 , D_7 y D_8 .
 2. Se tienen 11 libros ordenados alfabéticamente por el nombre de su autor en una estantería. ¿De cuántas formas se pueden reordenar los libros de forma que ningún libro esté en la posición original?
 3. a) ¿De cuántas formas se pueden permutar los números enteros de 1 a 9 de manera que ninguno de los impares esté en su posición inicial?
 b) ¿De cuántas formas se pueden permutar los números enteros de 1 a 9 de manera que ninguno de los pares esté en su posición inicial?
 c) ¿De cuántas formas se pueden permutar los números enteros de 1 a 9 de manera que cuatro números de los nueve estén en su posición inicial?
 4. Desarrollar: $(3x^2+2y)^5$ y $(z - \frac{4}{z})^6$.
 5. ¿Cuántos términos hay en el desarrollo de $(x+y+z)^{100}$?
- Solución:** Hay tantos términos como soluciones de la ecuación $n_1 + n_2 + n_3 = 100$.
6. Encontrar el coeficiente $x^3y^2z^4$ en $(x + y + z)^9$ y el de xy^3zt^2u en $(x + y + z + t + u)^8$.
 7. ¿Cómo distribuir cinco objetos distintos en tres cajas idénticas?