# Tema 3
# Corriente eléctrica
# Circuitos de corriente continua

Física (780000)

Grados en Ingeniería de Computadores (VT) e Ingeniería Informática (XM)

Curso 2017/2018 – Primer Cuatrimestre

Universidad de Alcalá

*R. Gómez Herrero*

Departamento de Física y Matemáticas

# Introducción: Intensidad

- En este tema estudiaremos la corriente eléctrica, fenómeno constituido por **cargas en movimiento**. El proceso por el cual se produce dicho movimiento de cargas en un medio se llama **conducción** eléctrica.
- La **intensidad (I)** o **corriente eléctrica** es la carga eléctrica que pasa por un punto por unidad de tiempo:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

La intensidad se expresa en $C \cdot s^{-1}$ en sistema internacional ($C \cdot s^{-1}$=Amperio).

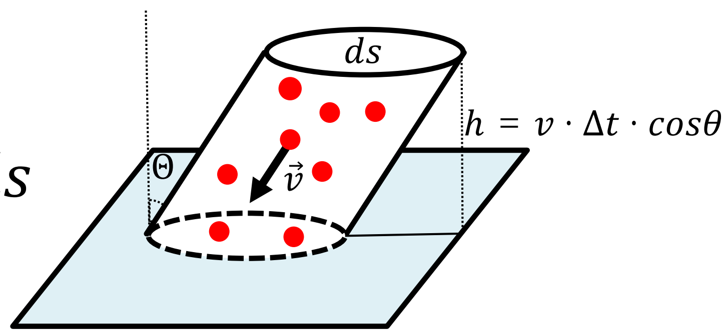
# Corriente eléctrica: punto de vista microscópico

- Consideremos un elemento de volumen microscópico en un conductor donde existe movimiento de cargas.
- Sea $\vec{v}$ la velocidad (media) de cada carga, $d\vec{s}$ un elemento de superficie (formando un ángulo q con la velocidad), y *n* el número de cargas móviles por unidad de volumen (cada una de ellas con carga *q*). Pasado un tiempo $\Delta t$, la carga $\Delta Q$ que ha atravesado la superficie será la contenida en un cilindro de altura $v \cdot \Delta t \cdot \cos\theta$ y base d$s$:

$$vol = (v \cdot \Delta t \cdot \cos\theta) \cdot ds$$

$$\Delta Q = n \cdot q \cdot vol = n \cdot q \cdot v \cdot \Delta t \cdot cos\theta \cdot ds$$

$$= n \cdot q \cdot \vec{v} \cdot d\vec{s} \cdot \Delta t$$



# Corriente eléctrica: punto de vista microscópico

- Definiendo ahora la densidad de corriente $\vec{J}$ como:

$$\boxed{\vec{J} = n \cdot q \cdot \vec{v}}$$

(carga por unidad de área y tiempo)

la intensidad que atraviesa el elemento de superficie *ds* será:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = n \cdot q \cdot \vec{v} \cdot d\vec{s} = \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

- Si consideramos una superficie macroscópica S en vez de un elemento diferencial, habrá que integrar este resultado a toda la superficie:

$$\boxed{I = \int_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{s}}$$

# Corriente eléctrica: punto de vista microscópico

En resumen:

- $\vec{J}$ es un vector que representa el valor local de la cantidad de carga por unidad de área y tiempo que atraviesa una superficie
- *I* es un escalar que representa el valor local de la cantidad de carga que atraviesa la superficie por unidad de tiempo
- A nivel microscópico, el valor de $\vec{J}$ (y por tanto de I) crece si aumenta la densidad de portadores de carga, la carga de cada uno de ellos o su velocidad media $\vec{v}$ en la dirección de $\vec{J}$
- En la mayoría de los materiales la temperatura reducirá el valor de $\vec{v}$, ya que supone un aumento el número de colisiones microscópicas (agitación térmica)

# Corriente eléctrica: punto de vista microscópico

**Ejemplo:** Utilizando el modelo de Bohr del átomo de H y conociendo el radio de la primera órbita $a_0$ = 0.529 Å y la masa del electrón $m_e$= $9.11 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) Calcular el número de revoluciones que realiza el electrón en 1s

b) Calcular la intensidad a la que equivale

Velocidad en la órbita: $\frac{m_e\, v^2}{r} = \frac{K_e q_e^2}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{K_e q_e^2}{r m_e}}$ $= 2.2 \cdot 10^6$ m/s

Frecuencia (revoluciones/s): $f = \frac{v}{2\pi r}$ $= 6.6 \cdot 10^{15}\ s^{-1}$

Intensidad equivalente (carga/s en un punto): $I = \frac{dq}{dt} = q_e \cdot f$ $= 1.05 \cdot 10^{-3}$ A=1.05 mA

**Ejemplo:** Un haz de protones de 2 mm de diámetro es acelerado bajo una d.d.p. de $10^4$ V. Si posee una densidad de portadores homogénea $n=3.35 \cdot 10^{10}\ m^{-3}$, calcular la corriente a la que equivale ($m_p=1.6.10^{-27}$ kg).

Solución: paso previo, hallar la velocidad por conservación energía: $v=1.41 \cdot 10^6$ m/s

$J=n \cdot q \cdot v=7.58 \cdot 10^{-3}\ Cm^{-2}\ s^{-1}$ => $I = J \cdot S = J \cdot p \cdot r^2 = 2.38 \cdot 10^{-8}$ A

# Ley de Ohm

- Notas:
  - Las cargas se mueven por la acción de un campo eléctrico (causa última de la existencia de J e I)
  - Aunque se pueda definir una velocidad <u>media</u> de los portadores, a nivel microscópico hay colisiones y v es realmente variable
- Para medios homogéneos, lineales e isótropos, existe una relación lineal entre la causa (el campo eléctrico E) y el efecto (la aparición de J):

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad \text{(Ley de Ohm)}}$$

**$\sigma$= conductividad** (constante que depende del medio)

- Si hay pocas colisiones $\sigma$ es alta y J será alta, dado que la velocidad media de las cargas es alta, y decimos que el medio es un buen conductor eléctrico. Al contrario, en un mal conductor ($\sigma$ baja) el mismo E dará lugar a una J más baja.

# Ley de Ohm

- También es habitual caracterizar a un medio usando la **resistividad r** , inversa de la conductividad (r = 1/s).
- <u>Unidades:</u>

  Intensidad (I): $C{\cdot}s^{-1}$ = Amperio = A

  Densidad de corriente (J): $C{\cdot}m^{-2}{\cdot}s^{-1} = A{\cdot}m^{-2}$

  Conductividad (s): $A{\cdot}V^{-1}{\cdot}m^{-1}$ = $Ohmio^{-1}{\cdot}m^{-1} = W^{-1}{\cdot}m^{-1}$

  Resistividad (r ): $A^{-1}{\cdot}V{\cdot}m = W{\cdot}m$

  Diferencia de potencial (V): Voltio = V = $J{\cdot}C^{-1} = N{\cdot}m{\cdot}C^{-1} = kg{\cdot}m^{2}{\cdot}s^{-3}{\cdot}A^{-1}$

  Campo eléctrico (E): $V{\cdot}m^{-1} = N{\cdot}C^{-1} = kg{\cdot}m{\cdot}s^{-3}{\cdot}A^{-1}$

  Las unidades fundamentales en S.I. son kg, m, s, A (no C!), K, mol, cd

  También conviene conocer: $W^{-1}$ = Siemens = mho

  (S.I.) (en desuso)

# Ley de Ohm

- La formulación más habitual de la ley de Ohm para circuitos se hace en función de la diferencia de potencial y la intensidad en lugar de J y E
- Sea un conductor homogéneo e isótropo de longitud L y sección S, con una diferencia de potencial V entre sus extremos. Dado que E=V/L:

$$I = \vec{J} \cdot \vec{S} = \sigma \cdot \vec{E} \cdot \vec{S} = \sigma \cdot \frac{V}{L} S$$

Despejando V: $V = \frac{L}{\sigma S} I = \frac{\rho L}{S} I$

Definiendo ahora la **resistencia R** como $R = \rho L / S$:

$$\boxed{V = R \cdot I \qquad \text{(ley de Ohm)}}$$

Las unidades de R son los Ohmios (W=V/A)

# Corriente eléctrica: punto de vista microscópico

**Ejemplo:** Calcular la resistencia por unidad de longitud de un hilo metálico con resistividad $1.5\cdot10^{6}$ Ohm·m, de 0.321 mm de radio. Si se mantiene una diferencia de potencial de 10 V entre los extremos de un hilo de dicho material con una longitud de 10 m, calcular la intensidad y la densidad de corriente que circulará por el hilo.

Relación entre resistencia y resistividad: $\mathrm{R} = \frac{\rho L}{S} \Rightarrow \frac{R}{L} = \frac{\rho}{\pi r^2} = 4.63\ \Omega/m$

Si el hilo mide 10m, la resistencia sería: R=$4.63\ \Omega/m \cdot 10\ m = 46.3\ \ \Omega$

La intensidad (corriente) se calcula utilizando la ley de Ohm: $I = \frac{V}{R} = 0.216\ A$

El módulo del vector densidad de corriente será: $J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = 0.67 \cdot \frac{10^6 C}{m^2 s}$

**Ejemplo:** Si el hilo del ejemplo anterior fuera cobre, con una densidad de 8.95 g/cm$^3$ y una resistividad de 5·10$^{-8}$ Ohm·m, determinar la velocidad de arrastre de los electrones en el hilo (velocidad media en el sentido de la corriente), asumiendo que cada átomo contribuye con un electrón a la conducción. Hallar el campo eléctrico en el interior del conductor (Masa atómica del cobre: $M_{Cu}$=63.54 g/mol. Asumir que J es la resultante en el ejemplo anterior).

Solución indicada:

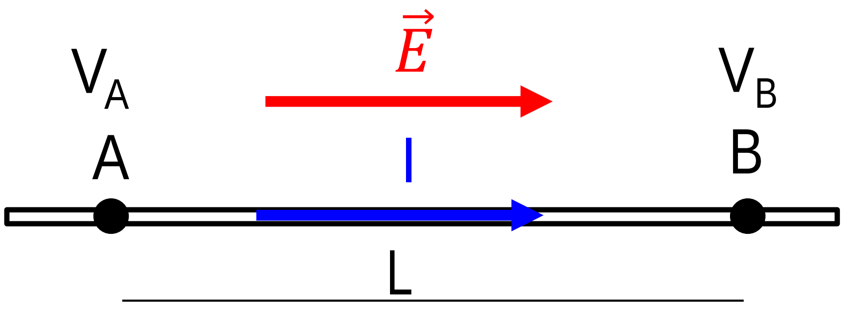
1) Hallar la densidad de portadores: n = 1·nº moles·Nº Avogadro/Volumen
2) Calcular J usando la ley de Ohm escrita en función de J y E, teniendo en cuenta que la resistividad es el inverso de la conductividad

- Nótese que la resistencia $\mathrm{R} = \rho L/S$ depende de:
  - La geometría del material: a mayor L mayor resistencia, a mayor S menor resistencia
  - Las propiedades físicas del material: a mayor resistividad $\rho$, mayor resistencia (a mayor conductividad s, menor resistencia)

- Además $\rho$ varía con la temperatura. Dicha dependencia depende del tipo de material. Por ejemplo:
  - Metales: $\rho$ crece con T (s disminuye con T)
  - Semiconductores: $\rho$ disminuye con T (s crece con T)

  (ver apéndices al final del tema)

- La base para el estudio de circuitos de corriente continua es la ley de Ohm:




$V_A>V_B$ => el campo eléctrico se dirige desde A hacia B y las cargas positivas se mueven en dicha dirección.
$E= (V_A-V_B)\cdot L= V\cdot L$ (aquí V denota diferencia de potencial, por brevedad no usamos la notación DV)
<u>Criterio de signos:</u> I sigue la dirección en que se moverían <u>cargas positivas</u> (aunque los portadores sean electrones y se muevan realmente en dirección opuesta)

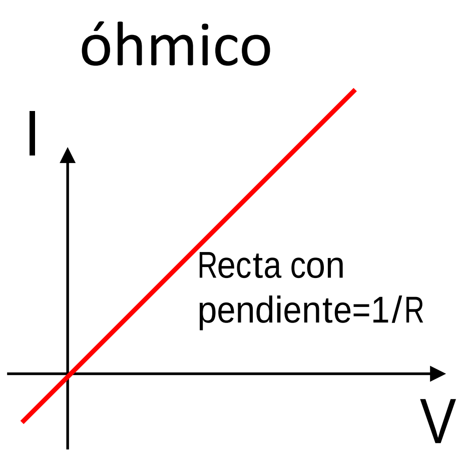
$$\boxed{\mathbf{I = V/R}}$$

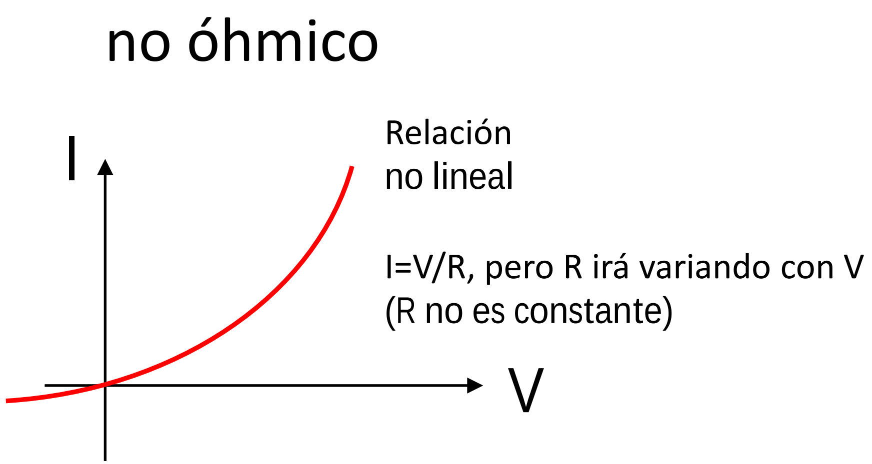
$$\boxed{\mathbf{V = R\cdot I}}$$

Materiales óhmicos: R = r L/S = constante

# Recordatorio: ley de Ohm

- La mayoría de los materiales son óhmicos (relación entre V e I lineal) pero existen materiales no óhmicos donde se pierde la linealidad (R varía según varía V):




- Además, como vimos previamente, existe variación de r (y por tanto de R) con la temperatura y dicha variación depende del material.

# Potencia disipada en un conductor

- Cuando cierta cantidad de carga DQ se desplaza en el conductor de un punto A a otro de potencial menor B, reduce su energía potencial electrostática:

$$\Delta U = \Delta Q \cdot (V_B - V_A) = -\Delta Q \cdot V < 0$$

Por tanto la energía perdida por unidad de tiempo será:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot V = V \cdot I$$

- Esta energía perdida por unidad de tiempo se disipa en forma de calor generado por las colisiones microscópicas (**efecto Joule**: aumento de la temperatura del material). La potencia disipada por tanto será:

$$\boxed{P = V \cdot I = R \cdot I^2 = V^2/R}$$

- Concepto de potencia máxima (segura) para un conductor

# Potencia disipada en un conductor

- También es posible transformar (parte de) esta energía en otras formas de energía además de calor, por ejemplo energía mecánica (ejemplo: motores eléctricos).
- Distinguimos dos tipos de elementos en un circuito eléctrico:
  - Elementos pasivos: consumen energía eléctrica y la transforman en otro tipo de energía. Ejemplo: resistencias.
  - Elementos activos: generan energía eléctrica a partir de otro tipo de energía. Ejemplos:
    - Pilas o baterías: transforman energía química en eléctrica
    - Dinamo: genera energía mecánica en eléctrica

# Potencia disipada en un conductor

## Ejemplo

**4.**- En la tabla siguiente se dan los valores del voltaje "V" en bornes e intensidad "I" de la corriente de tres lámparas de incandescencia de 110 V.

| | 100 W (wolframio) ■ | 40 W (wolframio) ● | 48 W (carbón) ▲ |
|---|---|---|---|
| V (voltios) | I (amperios) | I (amperios) | I (amperios) |
| 5 | 0.20 | 0.10 | 0.009 |
| 10 | 0.25 | 0.14 | 0.021 |
| 20 | 0.35 | 0.17 | 0.60 |
| 40 | 0.50 | 0.22 | 0.15 |
| 60 | 0.62 | 0.27 | 0.23 |
| 80 | 0.73 | 0.31 | 0.31 |
| 100 | 0.83 | 0.35 | 0.39 |
| 120 | 0.91 | 0.37 | 0.47 |

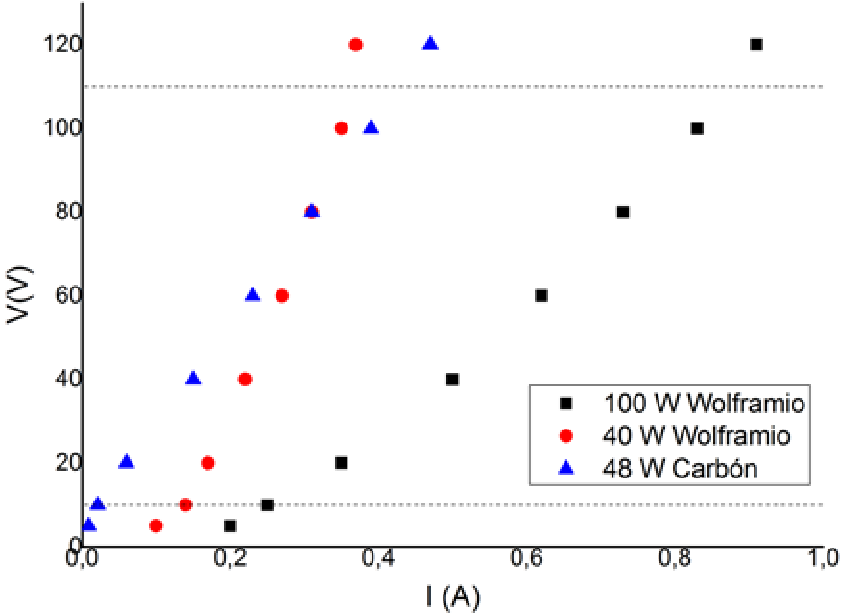
a) Construir una gráfica voltaje-intensidad para cada lámpara.

b) Hallar la resistencia de cada lámpara para voltajes de 10 V y 110 V. ¿Qué lámpara tiene mayor y menor resistencia a 110 V?

c) ¿Qué lámparas tienen coeficiente térmico de resistencia positivo y cuáles negativo?

d) Calcular la potencia real absorbida por cada lámpara a un voltaje de 110 V.

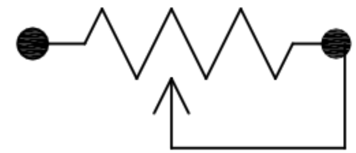
e) Si las lámparas de 100 W y 40 W se conectasen en serie a una línea de 110 V, ¿cuál será la corriente en cada una y el voltaje en sus bornes?



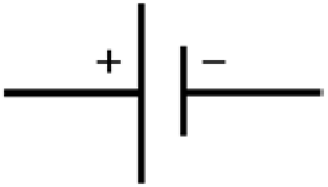
# Algunos símbolos habituales

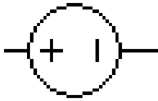
- Resistencia

- Resistencia variable



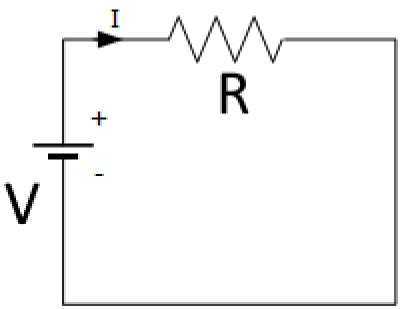
- Fuente o batería de corriente continua




- Voltímetro

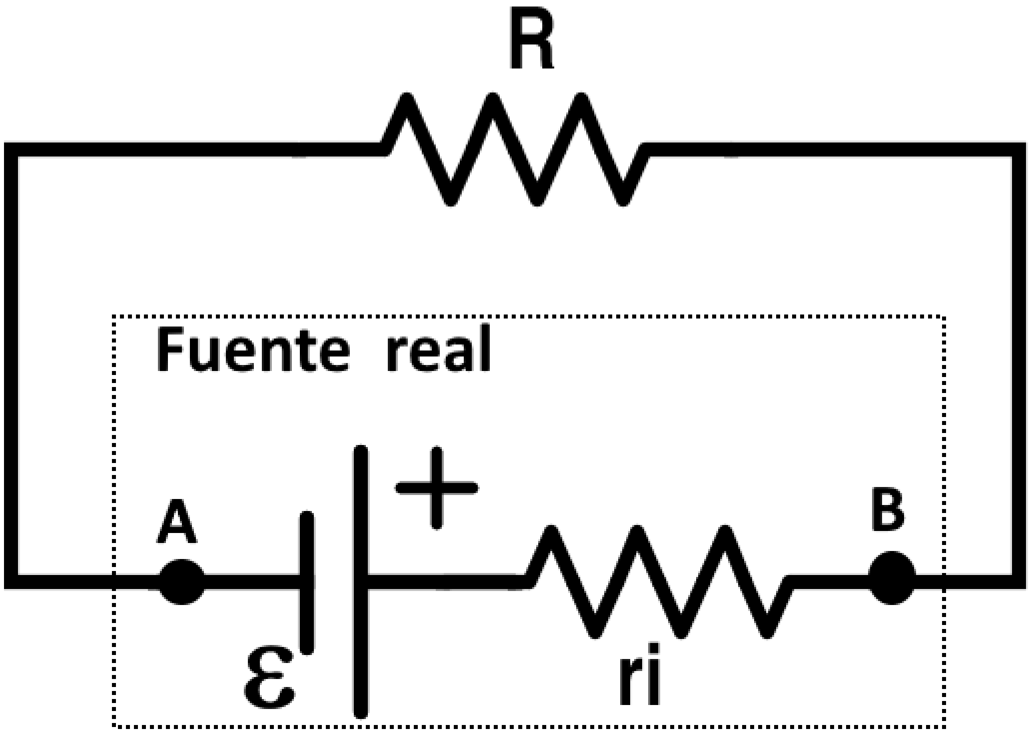

- Amperímetro

# Fuentes reales: fuerza electromotriz

- Definimos **fuerza electromotriz** e de un elemento activo (batería, fuente) como el **trabajo por unidad de carga que éste suministra**. El resultado de este trabajo es elevar la energía potencial electrostática, es decir, crear una diferencia de potencial en virtud de la cual se pueda suministrar corriente a un circuito
- Un batería ideal mantendría entre sus bornes una diferencia de potencial igual a su fuerza electromotriz independientemente de los elementos conectados al circuito
- Las baterías reales tienen cierta **resistencia interna $r_i$,** y la propiedad anterior deja de cumplirse ya que existe una pequeña caída de potencial dentro de la propia fuente.

# Fuentes reales: fuerza electromotriz




Fuente o batería real: $V_B - V_A = \varepsilon - r_i \cdot I < \varepsilon$

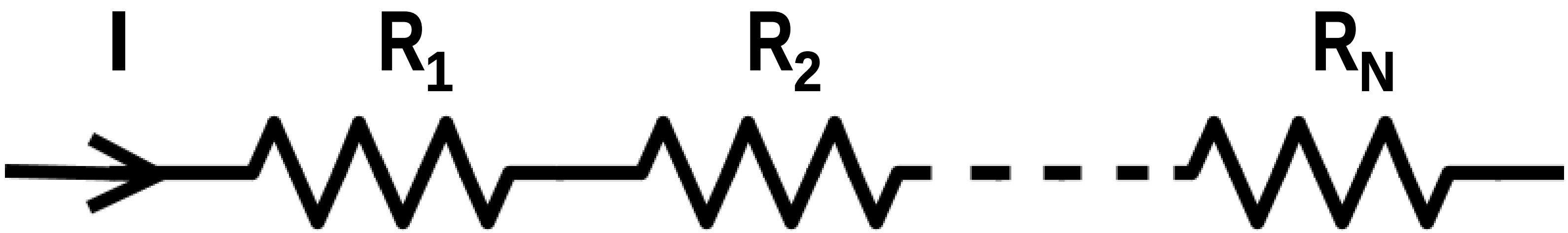
Fuente ideal: $r_i = 0 \Rightarrow V_B - V_A = \varepsilon$

# Asociaciones de resistencias

- Resistencia equivalente: es la que sustituiría en el circuito al conjunto de resistencias originales transportando la misma corriente I y estando sometida a la misma diferencia de potencial V
- <u>Resistencias en serie.</u> Comparten la misma I, por tanto

$$V = IR_1 + IR_2 + \cdots + IR_N = I(R_1 + R_2 + \cdots + R_N) = IR_{eq}$$

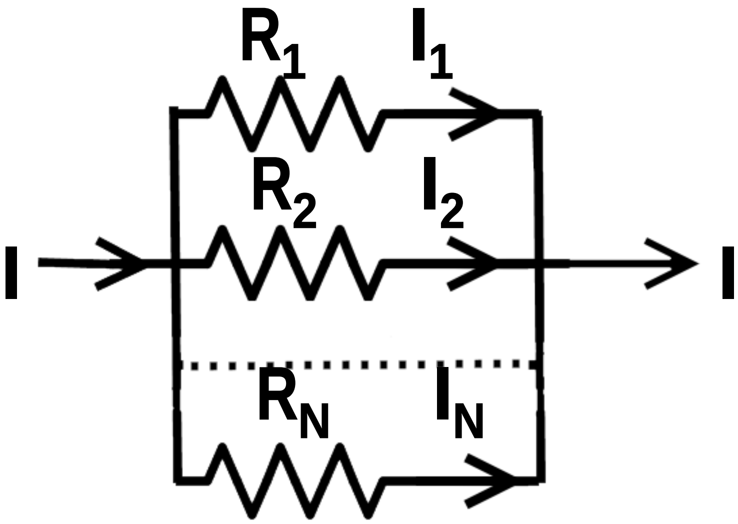
$$\Rightarrow \boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N}$$



- Resistencias en paralelo. Comparten la misma caída de potencial V. Teniendo además en cuenta que la intensidad total es la suma de las intensidades en cada rama:

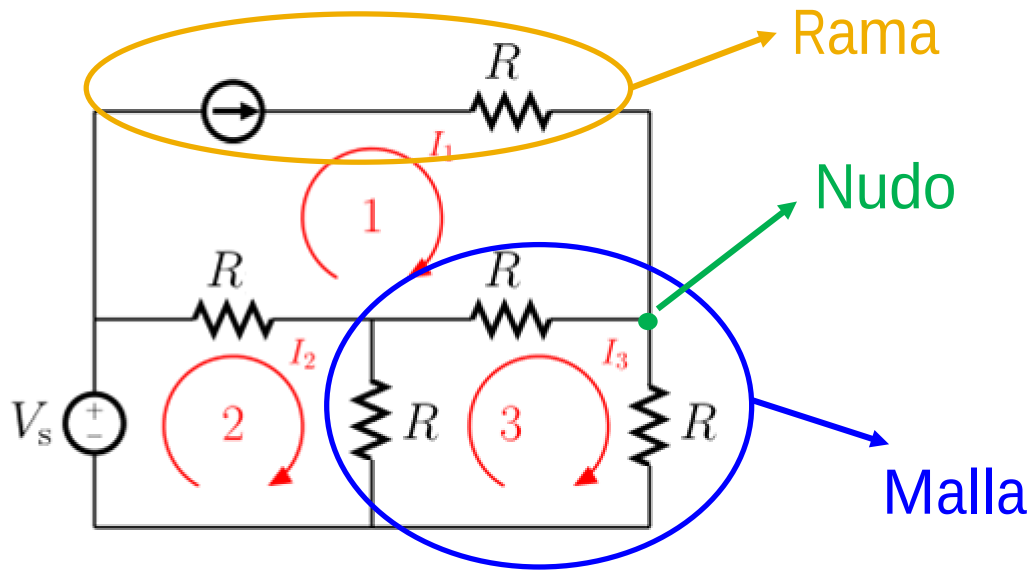
$$I = I_1 + I_2 + \cdots + I_N = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \cdots + \frac{V}{R_N} = \frac{V}{R_{eq}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}}$$



# Elementos de un circuito

- **Elemento:** componente con dos (o más) bornes (terminales) que forma parte del circuito. Por ejemplo, una resistencia.
- **Conductor:** hilo que une los componentes en un circuito y que se considera de resistencia despreciable
- **Rama:** unión de elementos de un circuito formando un conjunto con solo dos terminales
- **Malla:** trayectoria cerrada por la unión de varias ramas.
- **Nudo (o nodo):** es el punto de conexión entre dos o más ramas (donde concurren 3 o más conductores). Se representa normalmente mediante un punto.



# Reglas de Kirchhoff

Permiten abordar la resolución de circuitos complejos compuestos por varias mallas. La primera ley se refiere a intensidades y la segunda a voltajes.

Ley de los nudos: la suma de las intensidades que concurren en un nudo es igual a cero. Básicamente es una consecuencia de la conservación de la carga: si la carga no se destruye ni se crea en el nudo, el balance total de corriente entrante debe ser igual al de corriente saliente

Ley de las mallas: la suma algebraica de fuerzas electromotrices en un bucle cerrado (malla) es equivalente a la suma de algebraica de caídas de potencial en dicha malla. Es una consecuencia de la conservación de la energía

Veamos ahora su formulación matemática:

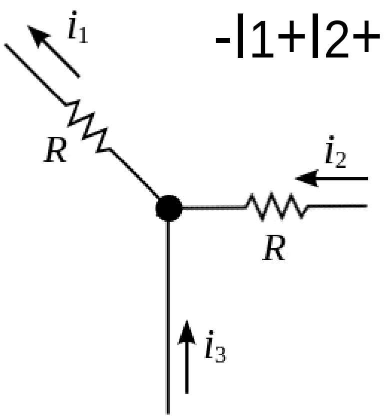
## Ley de los nudos:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} I_i = I_1 + I_2 + \cdots + I_n = 0}$$

siendo N el número de hilos que concurren en el nudo

Ejemplo:

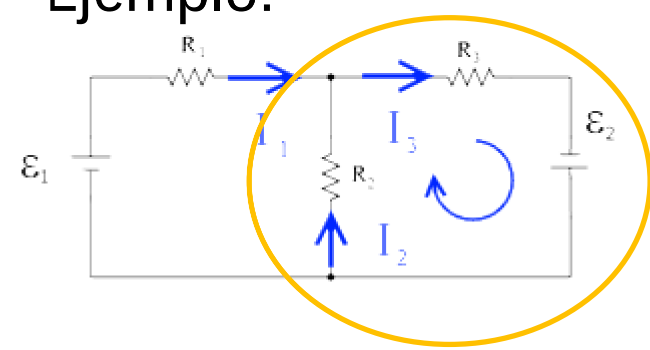
-I1+I2+I3=0




## Ley de las mallas:

$$\sum_{i=1}^{N} V_i = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i \Rightarrow \boxed{\sum_{i=1}^{N} R_i \cdot I_i = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i}$$

Ejemplo:




$R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 = e_2$

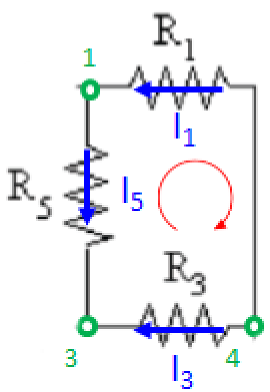
# Resolución práctica de circuitos de C.C.

1) Identificar cada rama "i" y asignar un sentido arbitrario a las intensidades "$I_i$" que circulan por cada una de ellas
2) Identificar los nudos y plantear la primera regla de Kirchhoff asignando signo negativo a intensidades salientes y signo positivo a intensidades entrantes. Nótese que no hace falta plantear todos los nudos puesto que una de las ecuaciones será redundante
3) Identificar las mallas. Definir un sentido arbitrario para la intensidad circulante en cada malla. Formular la segunda regla de Kirchhoff para cada malla, teniendo en cuenta el siguiente criterio de signos para las caídas de potencial "$R_i \cdot I_i$" y las f.e.m. "$e_i$":
   - $e_i$ es positiva si la intensidad es entrante en la parte negativa de la fuente y saliente en la parte positiva. En caso contrario es negativa
   - $R_i \cdot I_i$ es positiva si $I_i$ sigue el sentido arbitrario definido al marcar la malla y negativa en caso contrario
4) Resolver el sistema de ecuaciones resultantes. Nótese que si se formulan todas las mallas posibles, habrá ecuaciones redundantes. Las mallas que son la composición de otras no aportan información nueva.

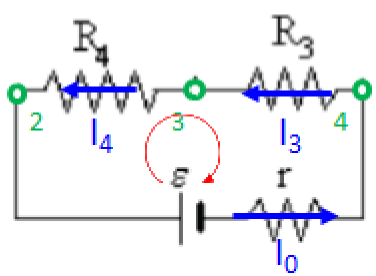
# Resolución práctica de circuitos de C.C.

Recordar que la elección del sentido de la intensidad en cada rama y el sentido de circulación considerado positivo en cada malla son una elección arbitraria PERO una vez seleccionados hay que marcar los signos de forma consecuente en las ecuaciones de nodos y mallas.

Ejemplos de signos para las ecuaciones de las mallas:



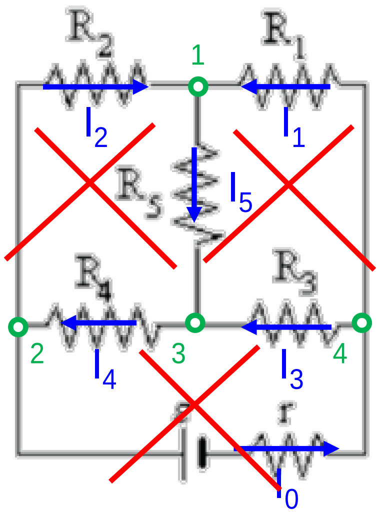

$I_1$ e $I_5$ serían negativas por ir dirigidas contra el sentido considerado positivo en la malla (flecha circular roja)
$I_3$ sería positiva al ir a favor




$I_0$, $I_3$ e $I_4$ serían negativas al ir contra el sentido considerado positivo (flecha roja)
La fem ε se escribiría en el miembro derecho de la ecuación con signo positivo, ya que el sentido de la circulación definido por la flecha roja sale del polo positivo y entra en el negativo

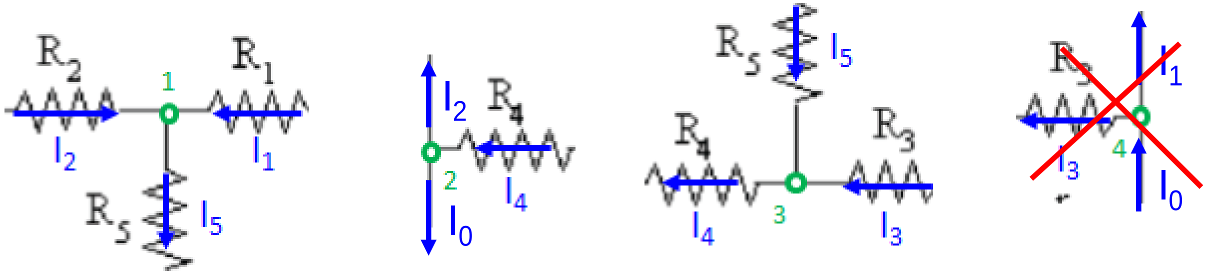
# Resolución práctica de circuitos de C.C.

<u>Ejemplo:</u> En el circuito de la figura la f.e.m. de la pila es de 6 V y su resistencia interna de 10 Ohmios. Las resistencias: $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$ y $R_5$, valen respectivamente 100, 200, 300, 400 y 500 Ohmios. Hallar la potencia disipada en la red y su resistencia equivalente.




6 incógnitas

<u>Nodos.</u> Hasta 4 ecuaciones, una de ellas redundante
Formularemos solo 3 de ellas:

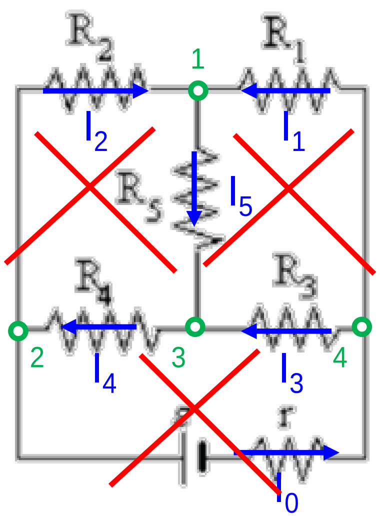



$$I_1 + I_2 - I_5 = 0$$

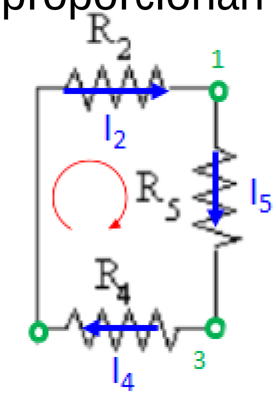
$$-I_0 - I_2 + I_4 = 0$$

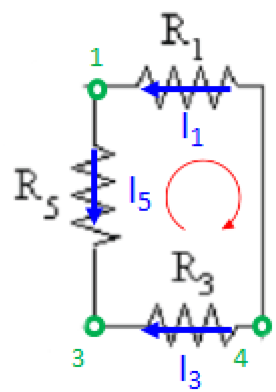
$$I_3 - I_4 + I_5 = 0$$

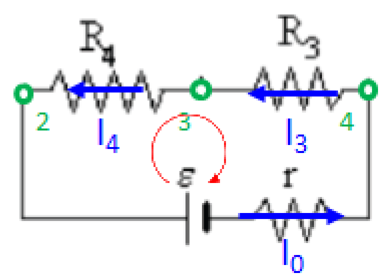
<u>Ejemplo:</u> En el circuito de la figura la f.e.m. de la pila es de 6 V y su resistencia interna de 10 Ohmios. Las resistencias: $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$ y $R_5$, valen respectivamente 100, 200, 300, 400 y 500 Ohmios. Hallar la potencia disipada en la red y su resistencia equivalente.



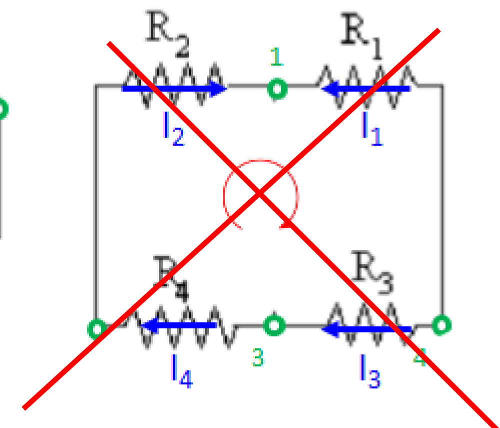

<u>Mallas</u>. Hasta 7 ecuaciones, solo necesitamos 3 (las mallas compuestas proporcionan ecuaciones redundantes)




Nótese que esta fem aparecería como positiva al formular la segunda regla de Kirchhoff (la flecha circular roja "sale" del positivo y entra en el negativo)




6 incógnitas

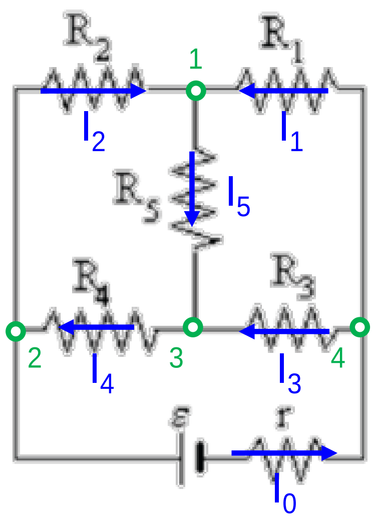
$$200I_2 + 400I_4 + 500I_5 = 0$$

$$-100I_1 + 300I_3 - 500I_5 = 0$$

$$-10I_0 - 300I_3 - 400I_4 = 6$$

# Resolución práctica de circuitos de C.C.

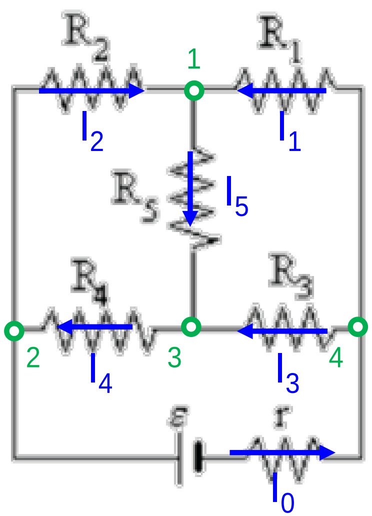
<u>Ejemplo:</u> En el circuito de la figura la f.e.m. de la pila es de 6 V y su resistencia interna de 10 Ohmios. Las resistencias: $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$ y $R_5$, valen respectivamente 100, 200, 300, 400 y 500 Ohmios. Hallar la potencia disipada en la red y su resistencia equivalente.




Combinando nudos y mallas obtenemos un sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas:

$$\left\{\begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_5 = 0 \\ -I_0 - I_2 + I_4 = 0 \\ I_3 - I_4 + I_5 = 0 \\ 200I_2 + 400I_4 + 500I_5 = 0 \\ -100I_1 + 300I_3 - 500I_5 = 0 \\ -10I_0 - 300I_3 - 400I_4 = 6 \end{array}\right.$$

Ejemplo: En el circuito de la figura la f.e.m. de la pila es de 6 V y su resistencia interna de 10 Ohmios. Las resistencias: $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$ y $R_5$, valen respectivamente 100, 200, 300, 400 y 500 Ohmios. Hallar la potencia disipada en la red y su resistencia equivalente.




Solución:

$I_0 = -27.3$ mA

$I_1 = -19.6$ mA

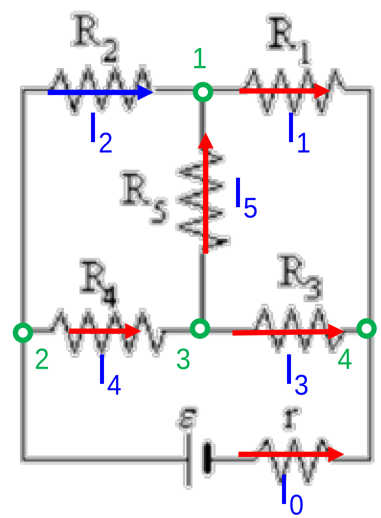
$I_2 = +18.8$ mA

$I_3 = -7.8$ mA

$I_4 = -8.5$ mA

$I_5 = -0.74$ mA

El sentido real de las corrientes será:

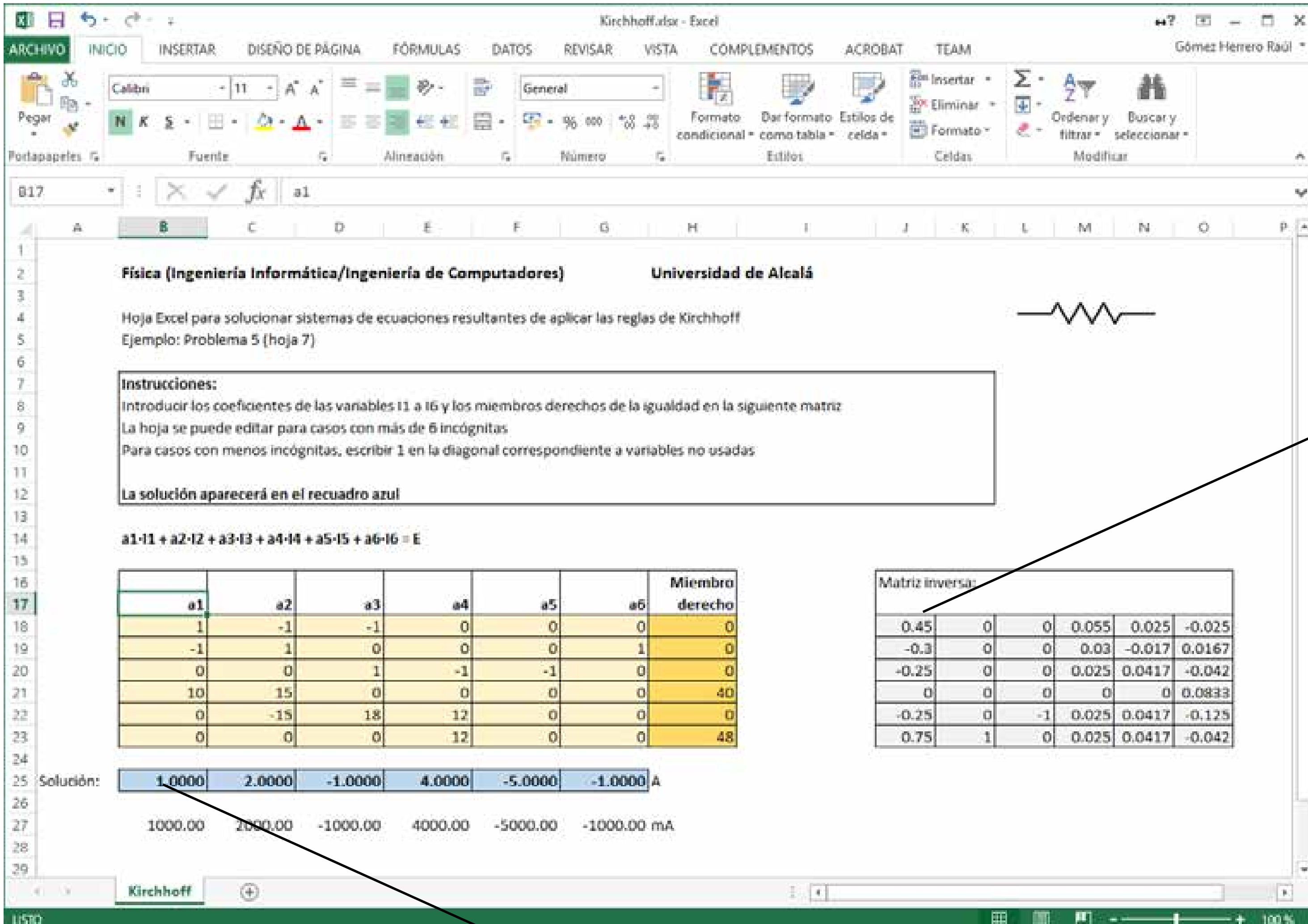



Resistencia equivalente: $\varepsilon = (R_{eq} + r)I_0 \Rightarrow R_{eq} = 208.4\ \Omega$

Potencia disipada: P= $\varepsilon \cdot \mathrm{I}_0 = 0.165$ W.

Además se puede comprobar que P también es igual a la suma de potencias disipadas en cada rama (suma de los productos $R_i \cdot I_i^2$)

# Apéndice: solución de un sistema de ecuaciones usando MS Excel



Física (Ingeniería Informática/Ingeniería de Computadores) Universidad de Alcalá

Hoja Excel para solucionar sistemas de ecuaciones resultantes de aplicar las reglas de Kirchhoff
Ejemplo: Problema 5 (hoja 7)

**Instrucciones:**
Introducir los coeficientes de las variables I1 a I6 y los miembros derechos de la igualdad en la siguiente matriz
La hoja se puede editar para casos con más de 6 incógnitas
Para casos con menos incógnitas, escribir 1 en la diagonal correspondiente a variables no usadas

**La solución aparecerá en el recuadro azul**

a1·I1 + a2·I2 + a3·I3 + a4·I4 + a5·I5 + a6·I6 = E

| a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | Miembro derecho |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | -1 | -1 | 0 | 0 |
| 10 | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 40 |
| 0 | -15 | 18 | 12 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 12 | 0 | 0 | 48 |

Solución: 1.0000 2.0000 -1.0000 4.0000 -5.0000 -1.0000 A

1000.00 2000.00 -1000.00 4000.00 -5000.00 -1000.00 mA

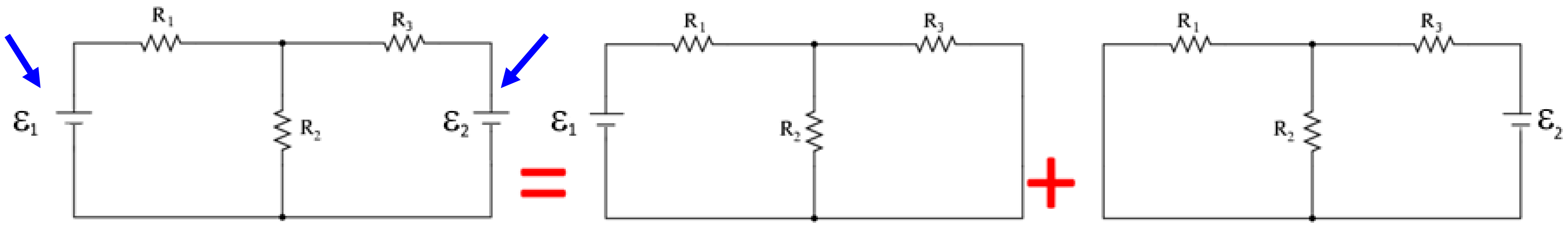
Matriz inversa:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.45 | 0 | 0 | 0.055 | 0.025 | -0.025 |
| -0.3 | 0 | 0 | 0.03 | -0.017 | 0.0167 |
| -0.25 | 0 | 0 | 0.025 | 0.0417 | -0.042 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.0833 |
| -0.25 | 0 | -1 | 0.025 | 0.0417 | -0.125 |
| 0.75 | 1 | 0 | 0.025 | 0.0417 | -0.042 |

=MINVERSA(B18:G23)

=TRANSPONER(MMULT(J18:O23;H18:H23))

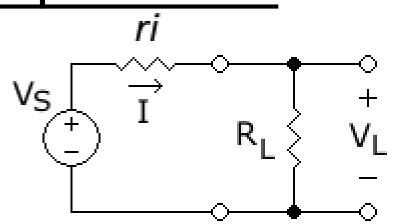
- Principio de superposición: Si en una red lineal, existen dos o más fuentes, la intensidad que circula por el circuito será la suma de las intensidades que produciría cada una de ellas si sólo existiera ella en el circuito.

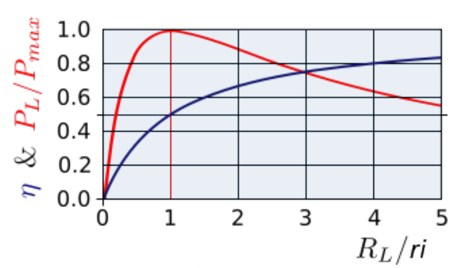



- Procedimiento práctico:
  - resolver ambos circuitos por separado, hallando las intensidades en cada rama en cada uno de ellos
  - Sumar las intensidades de ambos circuitos (con su signo) para hallar la intensidad resultante en el circuito combinado

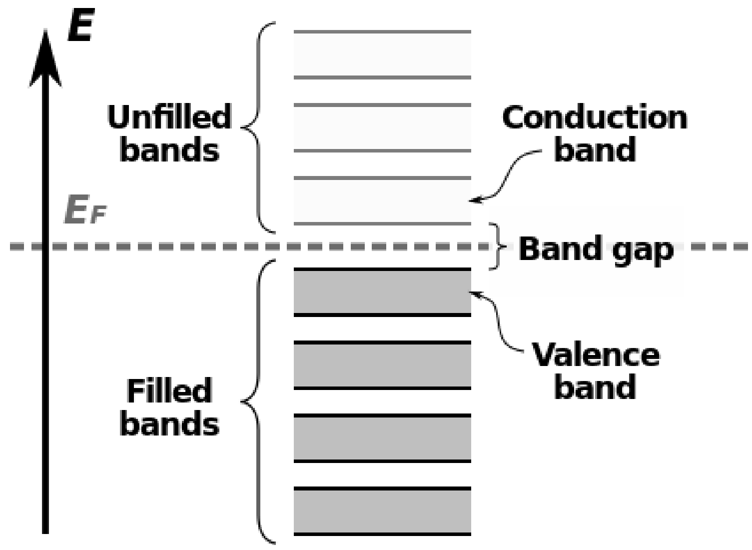
# Apéndice: Otros teoremas de análisis de circuitos

- <u>Resistencia de entrada de una red</u>. Es la resistencia equivalente que "vería" una fuente de f.e.m. conocida e conectada a los bornes de dicha red. Si no conocemos los componentes de la red, se puede calcular midiendo la intensidad I y usando la ley de Ohm: R = e/I
- <u>Teorema de Thévenin</u>: Una parte de un circuito activo entre dos terminales se comporta como un circuito equivalente compuesto únicamente por una fuente y cierta resistencia en serie llamada resistencia de salida
- <u>Teorema de Norton:</u> Similar al teorema de Thévenin, pero el circuito equivalente consta de una fuente y una resistencia en paralelo con ella
- <u>Teorema de máxima transmisión de potencia:</u> $P_{max}= e/4r_i$ se alcanza cuando la resistencia con la que se "carga" al generador vale $R_L=r_i$



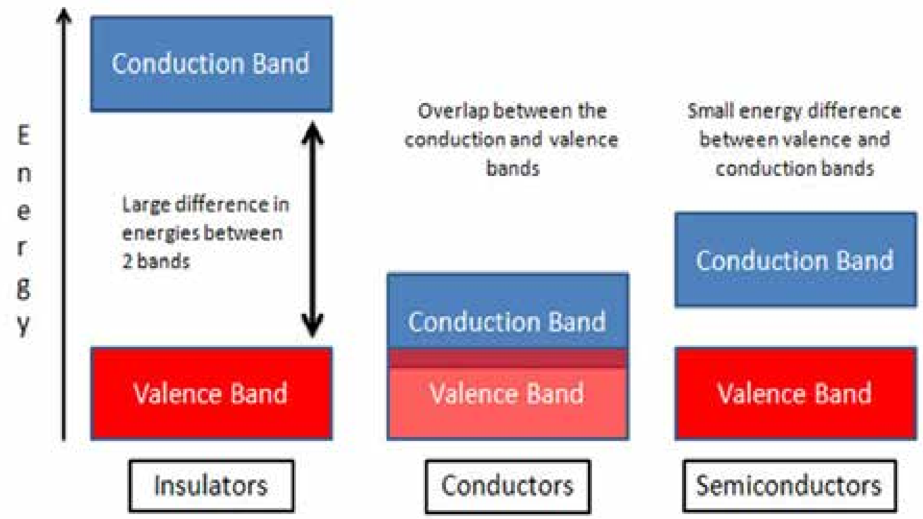
- Modelo de bandas:
  - Cuando una gran cantidad de átomos se unen, el número de niveles de energía altos es muy grande y su diferencia de energía muy pequeña
  - Estos conjuntos de niveles energéticos se comportan como bandas continuas




  - Pero hay zonas no permitidas (prohibidas) que separan a las distintas bandas de energía
  - Las bandas superiores son las de valencia y de conducción
  - La banda de conducción (electrones casi libres) es la que contribuye a la corriente eléctrica. El movimiento de cargas requiere que no esté llena por completo

# Apéndice: metales, aislantes y semiconductores

- Modelo de bandas:
  - **Conductores:** muy poca separación o solapamiento entre las energías de la banda de valencia y la de conducción, de modo que los electrones bajo la acción de un campo eléctrico pueden saltar a la banda de conducción y moverse por el material
  - **Aislantes:** Mucha separación entre ambas bandas. Los electrones no pueden saltar entre ambas bandas. No existe conducción de la electricidad.
  - **Semiconductores:** poca separación. Existe conducción pero pobre. Por ejemplo subiendo la temperatura se consigue excitar algunos electrones que pasan a la banda de conducción inicialmente vacía.



# Apéndice: metales, aislantes y semiconductores

- Los semiconductores tienen especial importancia en electrónica (P.ej. transistores y diodos se construyen combinando semiconductores)
- Para conseguir que conduzcan se puede subir su temperatura o **introducir impurezas** en su red cristalina (**“dopado”**). Esto permite crear nuevos niveles de energía que posibilitan la conducción:
  - Si el nuevo nivel está cerca de la banda de conducción, permite a los electrones saltar a la banda de conducción (semiconductor tipo N)
  - Si el nuevo nivel está cerca de la banda de valencia, permite que algunos electrones abandonen la banda de valencia. Los huecos que aparecen en dicha banda se comportan como portadores positivos de carga (semiconductor tipo P)