Tema 2
Electrostática en conductores

Física (780000)

Grados en Ingeniería de Computadores (VT) e Ingeniería Informática (XM)

Curso 2017/2018 – Primer Cuatrimestre

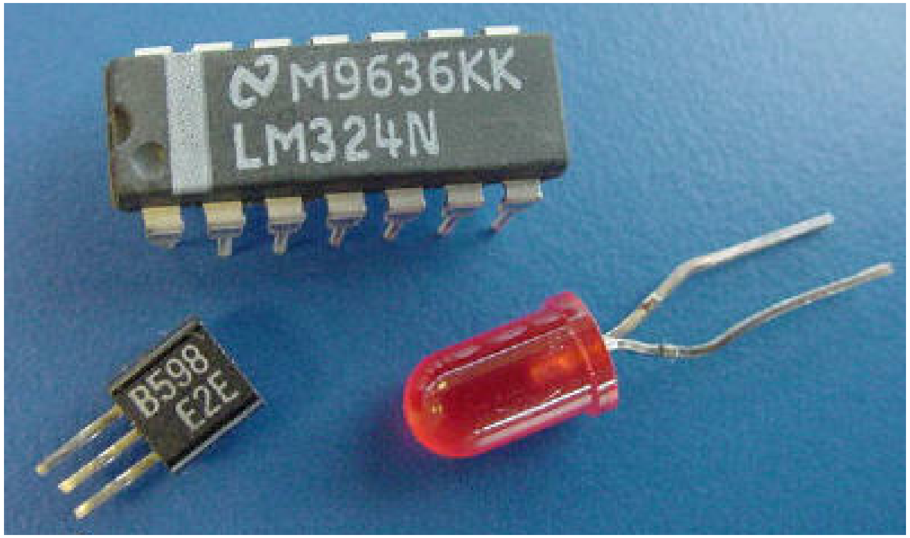
Universidad de Alcalá

R. Gómez Herrero

Departamento de Física y Matemáticas

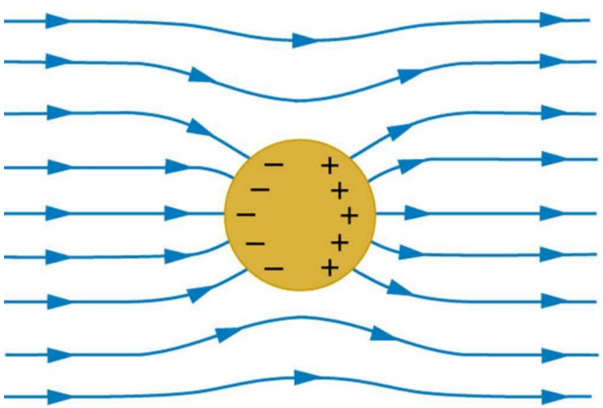
Introducción: materiales conductores y dieléctricos

- Clasificación de los materiales con respecto a la conductividad eléctrica (movilidad de cargas):
  - Conductores: cobre, oro,…
  - No conductores (dieléctricos): vidrio, madera,…
  - Semiconductores, se comportan como conductores o no conductores según las condiciones: silicio, germanio,…

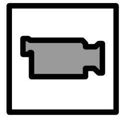


Conductores

- Algunos de sus electrones se pueden mover con libertad por todo su volumen
  (Nota: existen conductores donde las cargas móviles pueden ser positivas, P.ej. electrolitos)
- Sea un conductor neutro sometido a un campo externo, los electrones libres se moverán en dirección contraria al campo (hasta llegar a la superficie). El defecto de electrones en el otro extremo equivaldrá a una carga positiva. El efecto de esta redistribución de cargas es crear un campo eléctrico opuesto al campo externo
- El equilibrio se alcanza cuando **el campo eléctrico en el interior del conductor es nulo** de modo que no hay fuerza de Coulomb neta sobre las cargas

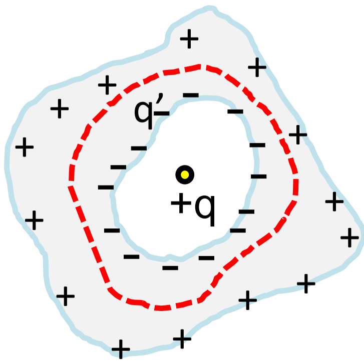


Campo eléctrico y potencial en medios conductores

- Resumen de propiedades fundamentales:
  1. El campo en el interior de un conductor en equilibrio es nulo (de lo contrario las cargas libres se moverían, y no existiría dicho equilibrio)
     Jaula de Faraday: 
  2. La carga neta en su interior es nula (consecuencia del teorema de Gauss y la propiedad anterior). En consecuencia, si existe carga neta, ésta se reparte por la superficie.
  3. Su volumen es equipotencial (consecuencia de la primera propiedad y la definición de potencial)
  4. El campo eléctrico en la superficie de un conductor es siempre perpendicular a ella y vale $\vec{E} = \sigma\overrightarrow{u_s}/\varepsilon_0$, siendo $\overrightarrow{u_s}$ un vector unitario perpendicular a la superficie y σ la densidad superficial de carga

- Demostración de las propiedades 2,3,4:

Carga neta en el interior = 0, demostración usando Gauss:



$$\phi = \oint_S \cancel{\vec{E}} \cdot d\vec{s} = 0 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

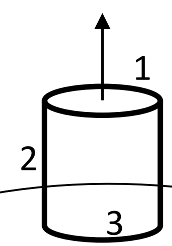
$$\Rightarrow \mathrm{Q} = 0 \Rightarrow \mathrm{q}' = -\mathrm{q}$$

Volumen equipotencial:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \cancel{\vec{E}} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\Rightarrow V = cte$$

Campo en la superficie, usando Gauss:



$$\phi = \phi_1 + 0 + 0 = \oint_{S1} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$= E \cdot S = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

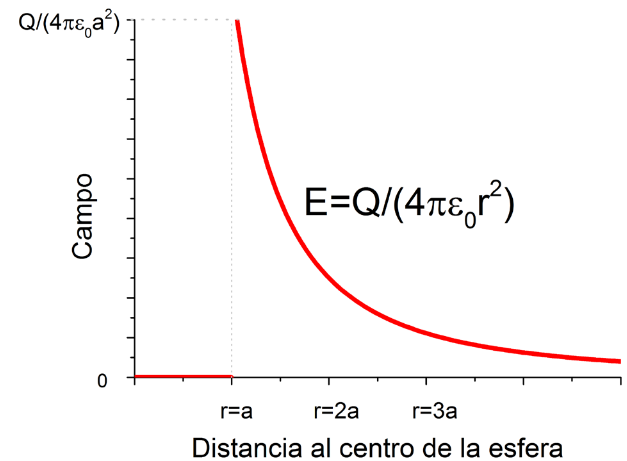
$$\Rightarrow E = \sigma / \varepsilon_0$$

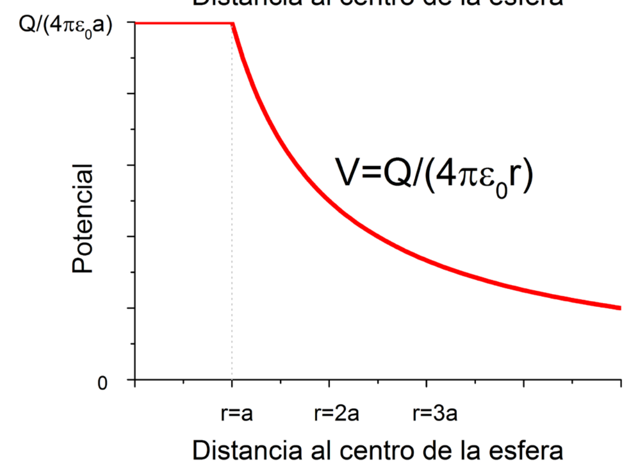
Ejercicio: Sea una esfera conductora de radio *a,* cargada con una carga +Q. Determinar las expresiones del campo eléctrico y el potencial para cualquier punto del espacio

Solución:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\overrightarrow{u_r} & para\ r \geq a \\ 0 & para\ r < a \end{cases}$$

$$V(r) = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} & para\ r \geq a \\ \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} & para\ r < a \end{cases}$$





Consideraciones geométricas. Concepto de capacidad

- El campo $\vec{E}$ es mayor en las zonas con menor radio de curvatura $\Rightarrow$ las cargas se acumulan en las puntas (fundamento del pararrayos)

> **Ejercicio:** Sea una esfera conductora de radio *a* cargada con una carga Q. Usando un hilo muy fino, se pone en contacto con una segunda esfera conductora de radio $b<a$, inicialmente descargada. Estudiar como se redistribuye la carga y los valores del campo en la superficie de cada esfera.

- Sea cual sea la geometría de un conductor, el potencial es proporcional a la carga, de modo que se puede establecer una relación $Q = C \cdot V$, siendo C una magnitud denominada capacidad, expresada en C/V (=Faradio) y que depende exclusivamente de la geometría del conductor

Consideraciones geométricas. Concepto de capacidad

- Por ejemplo, según vimos anteriormente, el potencial de una esfera cargada de radio a es:

$$\mathrm{V} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

Por tanto la capacidad de una esfera conductora valdrá:

$$\mathrm{C} = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 a = cte \cdot a$$

(es decir, solo depende del radio de la esfera)

Fenómenos de influencia. Condensadores

- Al acercar conductores cargados, sus cargas se reorganizan debido a la influencia mutua de los campos creados por cada uno de ellos (cada uno tiende a cancelar el campo creado por el otro)
- La reorganización de cargas cesará al alcanzar el equilibrio
- Caso particular: dos conductores próximos (placas) que reciben cargas iguales de signo contrario $\Rightarrow$ **condensador**
- Definición: la **capacidad** de un condensador es el cociente entre la carga de **una de sus placas** y la diferencia de potencial entre ambas placas:

$$\mathrm{C} = \frac{Q}{\Delta V}$$

Condensador de placas plano-paralelas

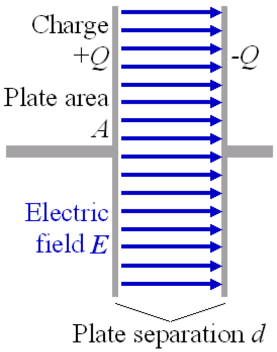
- Sea un plano infinito con densidad de carga σ. El campo cerca de su superficie es:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\overrightarrow{u_s}$$

(nótese el factor ½ de diferencia con respecto a expresión vista antes para la superficie de conductores "gruesos")

- El caso más simple de condensador está compuesto por dos placas planas muy próximas en comparación con su área A, de modo que puede considerarse que cada una de ellas es un plano infinito de carga uniforme σ = Q/A. El campo en la región entre placas será la suma de los campos creados por cada placa:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\overrightarrow{u_s}$$



Condensador de placas plano-paralelas

- Como el campo es constante en la región entre placas, el cálculo de la diferencia de potencial entre placas es inmediato:

$$\Delta V = V_a - V_b = -\int_b^a \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} = E\cdot d = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} = \frac{Qd}{A\varepsilon_0}$$

- Por tanto, la capacidad será:

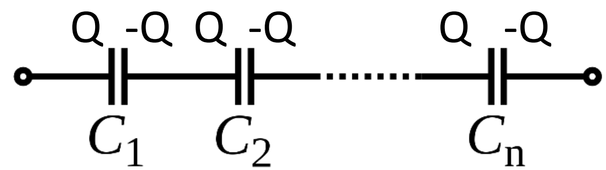
$$\mathrm{C} = \frac{\mathrm{Q}}{\Delta V} = \frac{\mathrm{Q}}{\Delta V} = \frac{QA\varepsilon_0}{Qd} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Ejercicio: Obtener la capacidad de un condensador esférico, compuesto por una esfera central de radio a y una corteza esférica de radio b

Solución C=$4\pi\epsilon_0\left(\frac{ab}{b-a}\right)$

Asociación de condensadores

- Condensadores en serie:



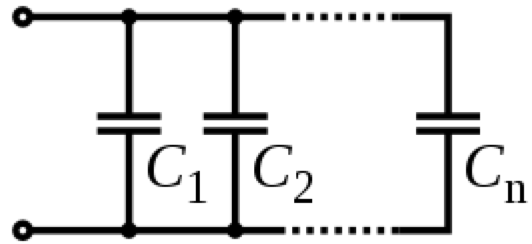
$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \cdots + \Delta V_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \cdots + \frac{Q}{C_n} =$$

$$= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots \frac{1}{C_n}\right) \cdot Q = \frac{Q}{C}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}}$$

Asociación de condensadores

- Condensadores en paralelo

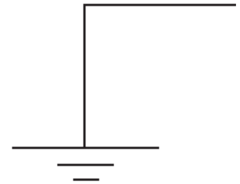
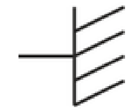


$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2 = \cdots = \Delta V_n$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_n}{\Delta V} = \frac{Q_1}{\Delta V} + \frac{Q_2}{\Delta V} + \cdots + \frac{Q_n}{\Delta V}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n}$$

Apéndice 1: Conexión a tierra

- Cuando decimos que "conectamos un conductor a tierra", denotamos que lo conectamos al potencial de referencia (que tomamos como V=0)
- Se representa por el símbolo  o también 

  (estrictamente: masa)
- En la práctica un conector muy grande actúa como una conexión a tierra
- Al conectar un conductor a tierra, el exceso de carga sufre un balance (la tierra suministra o recibe tanta carga como sea necesaria para mantenerlo a V=0)
- Conexión a tierra no implica necesariamente carga nula. De hecho se puede usar la conexión a tierra transitoria para cargar un conductor inicialmente neutro (ver ejemplos)

Apéndice 2: Teorema de Earnshaw (1842)

- "Un conjunto de cargas puntuales no se puede mantener en un estado de equilibrio mecánico estacionario exclusivamente mediante la interacción electrostática de las cargas"
- Es consecuencia del teorema de Gauss. Para una partícula que esté en un equilibrio estable, **todas** las líneas de campo alrededor de la posición de equilibrio deben ir hacia el interior (para que la fuerza lleve a la carga a dicho punto si se mueve ligeramente). Si todas las líneas de campo apuntan hacia el punto de equilibrio, y eso solo es posible si hay carga en dicho punto (que no es la suposición de partida)