Tema 4
Magnetismo en el vacío II (inducción)

Física (780000)

Grados en Ingeniería de Computadores (VT) e Ingeniería Informática (XM)

Curso 2017/2018 – Primer Cuatrimestre

Universidad de Alcalá

R. Gómez Herrero

Departamento de Física y Matemáticas

Inducción magnética

- Faraday y Henry en la década de 1830 realizaron experimentos que pusieron de manifiesto que **un campo magnético variable induce una corriente eléctrica en un conductor**. Dicho fenómeno se conoce como **inducción magnética**
- Es posible comprobar este fenómeno por ejemplo acercando o alejando rápidamente un imán a una bobina conectada a un voltímetro
- También se puede comprobar enfrentando dos bobinas, por una de las cuales circula una corriente que se interrumpe bruscamente. En la segunda aparecerá una corriente inducida
- La inducción es responsable de sucesos cotidianos como las chispas que aparecen ocasionalmente al accionar un interruptor de la luz: cuando se desconecta el paso de corriente, el campo magnético creado por dicha corriente varía (decrece) rápidamente. Dicha variación rápida induce una corriente que trata de mantener la corriente original, creando la chispa visible en el interruptor

Flujo magnético

- Sea una superficie arbitraria S, se denomina flujo magnético ϕ a:

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

- El flujo magnético se mide en Webers (Wb), 1 Wb = 1 T·m^2
- Si B es constante y forma un ángulo θ con la normal a la superficie:

$$\phi = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

- Por ejemplo si tenemos N espiras de superficie S superpuestas, el flujo magnético será:

$$\phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\theta$$

Ley de Faraday

- **La ley de Faraday-Lenz** relaciona la f.e.m. inducida en un circuito con la variación temporal del flujo magnético a través de la superficie encerrada por dicho circuito:

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}}$$

- El signo menos indica que la f.e.m. inducida tiende a crear un campo que se oponga a la variación del flujo que se está produciendo
- La ecuación engloba dos enunciados históricos:
  - Ley de Faraday (o de Faraday-Henry): el voltaje inducido en un circuito cerrado es directamente proporcional a la rapidez con que cambia el flujo magnético que atraviesa la superficie encerrada por el circuito
  - Ley de Lenz: La polaridad del voltaje inducido es tal, que tiende a producir una corriente, cuyo campo magnético se opone siempre a las variaciones del campo existente producido por la corriente original

Demostración práctica del fenómeno de inducción magnética :

https://www.youtube.com/watch?v=PT9bh_BrX9M

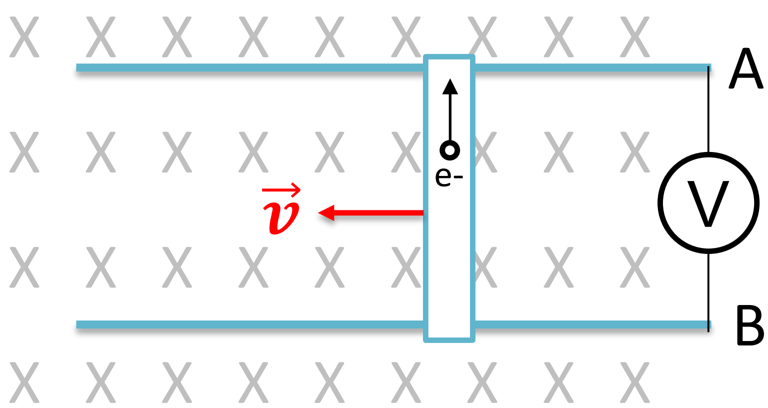
Ley de Faraday

- Teniendo en cuenta la relación entre fuerza electromotriz y campo eléctrico y la definición de flujo magnético, podemos reescribir la ley de Faraday de forma alternativa :

$$\left\{\begin{array}{l} \varepsilon = \oint_C \vec{E} d\vec{l} \\ \dfrac{d\phi}{dt} = \dfrac{d}{dt}\int_s \vec{B}\cdot d\vec{s} \end{array}\right. \Rightarrow \oint_C \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_s \vec{B}\cdot d\vec{s}$$

Siendo “S” la superficie encerrada por la curva cerrada “C”

- Vamos a interpretar el origen de la inducción a partir de la fuerza de Lorentz utilizando como ejemplo una barra conductora que se desliza sobre dos carriles conductores paralelos, sumergidos en un campo magnético perpendicular al plano que ocupan y a los que se ha conectado un voltímetro



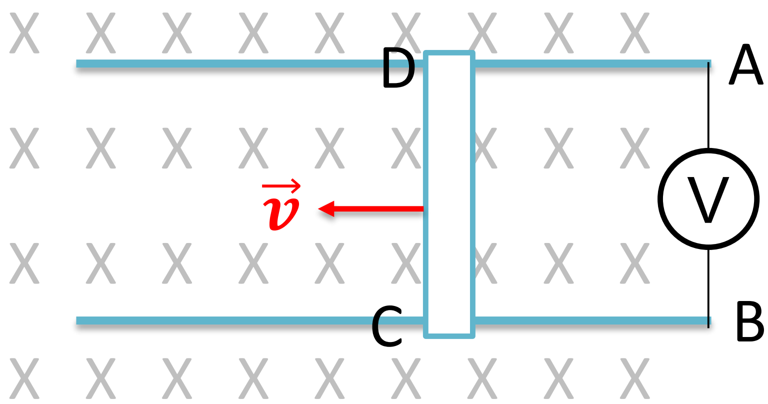
Los electrones libres de la barra experimentarán una fuerza de Lorentz dirigida hacia arriba. La concentración progresiva de carga en un extremo (y la opuesta en el otro) creará un campo eléctrico que se opone a dicha separación, y por tanto una diferencia de potencial entre los puntos A y B.

Llegará un momento en que la fuerza de Lorentz se iguale a la fuerza de Coulomb y se alcance un estado estacionario:

$$F_{Ele} + F_{Mag} = 0 \Rightarrow \mathrm{q}\vec{E} + \mathrm{q}\vec{v} \times \vec{B} = 0 \Rightarrow E = -vB$$

La fem inducida entre los extremos de la barra de longitud L será:

$$\varepsilon = \int \; Edl = E \cdot L = -v \cdot B \cdot L$$



Dado que el campo B es constante, la variación de flujo magnético en el circuito formado por los puntos ABCD se deberá al aumento de área. Los lados AB y CD tienen longitud constante L, los lados AD y BC crecen una cantidad v·t según pasa el tiempo:

Superficie en el instante t = superficie inicial + v·t·L

$$\phi = B \cdot (S_0 + v \cdot t \cdot L)$$

Por tanto la variación temporal del flujo magnético será:

$$\frac{d\phi}{dt} = v \cdot L \cdot B$$

Comparando con la expresión de la f.e.m. llegamos a la expresión de la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

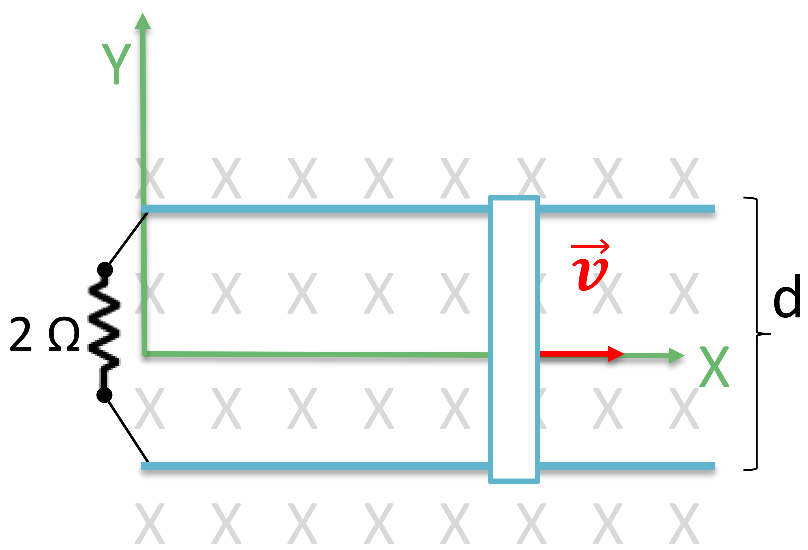
Ejercicio: Una barra conductora se desliza con velocidad constante v = 10m/s, en el sentido positivo del eje X, a lo largo de dos raíles conductores paralelos separados 20 cm, en una región de campo magnético uniforme de 0.8 T dirigido según el eje Z en el sentido negativo. La resistencia del circuito es R = 2 Ω

a) Calcular la magnitud y sentido de la corriente que circula por el circuito.

b) Calcular la fuerza magnética que frena la varilla.

c) ¿Qué potencia se requiere para mantener la barra a velocidad constante?

d) Comparar esa potencia con la disipada en el circuito.



Solución:
(asumiendo Z positivo hacia fuera del papel)

a) I=0.8 A , en dirección opuesta al cambio de flujo (antihorario)
b) $-0.128\,\vec{\imath}$ N
c) 1.28 W
d) 1.28 W (igual que la anterior)

Autoinducción

- Consideremos una espira con una geometría arbitraria (pero constante) por la que circula una corriente I
- La corriente I creará un campo magnético B, que según lo establecido por la ley de Biot-Savart, es proporcional al valor de I
- El flujo del campo magnético creado por la espira que cruza su propia superficie será también proporcional a I:

$$\phi = L \cdot I$$

  donde L es una constante que depende de la geometría de la espira y se denomina **coeficiente de autoinducción**. Su unidad en el S.I. es el Henrio (1 H = 1 Wb/A = 1 T m^2/A)

- La ley de Faraday se puede reescribir utilizando el coeficiente L:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

- El uso de este coeficiente permite un cálculo más práctico de la f.e.m. inducida a partir del cambio de intensidad en el circuito

Autoinducción

<u>Ejemplo:</u> hallar la expresión del coeficiente L para un solenoide formado por N espiras circulares

Recordamos primero que el campo en el interior de un solenoide de longitud l, con N espiras circulares por las que circula una intensidad I vale (ver Tema 4a):

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l}$$

B va dirigido según el eje del solenoide. Su flujo a través de las espiras vendrá dado por el producto de B, la sección S de una espira y el número de espiras N:

$$\phi = B \cdot N \cdot S = \frac{\mu_0 N^2 S I}{l} = \mu_0 n^2 l S \cdot I$$

Siendo n el número de espiras por unidad de longitud $n = \frac{N}{l}$

Comparando con $\phi = L \cdot I$ deducimos que:

$$\boxed{L = \mu_0 n^2 l S}$$

Inducción mutua

- Cuando acercamos dos circuitos eléctricos por los que circula corriente, cada uno estará sometido al campo magnético creado por el otro, además de al suyo propio
- Por dicho motivo, si las corrientes varían, aparecerán fenómenos de inducción
- Al igual que hicimos con el caso de un circuito único, podemos introducir coeficientes solo dependientes de la geometría que caractericen dichos efectos de inducción. Por ejemplo para el circuito 2:

$$\phi_2 = L_2 I_2 + M_{21} I_1$$

El primer término caracteriza la autoinducción del circuito sobre si mismo. El segundo término tiene en cuenta el efecto del circuito 1 sobre el circuito 2

Inducción mutua

La unidad de M en S.I. también es el Henrio

- Igualmente, para el circuito 1:

$$\phi_1 = L_1 I_1 + M_{12} I_2$$

- Los coeficientes que hemos introducido son:
  - L_1: coeficiente de autoinducción del circuito 1
  - L_2: coeficiente de autoinducción del circuito 2
  - M_{12} y M_{21}: coeficientes de inducción mutua
- Además se puede demostrar que se cumple $\mathrm{M}_{12} = \mathrm{M}_{21}$, de modo que podemos simplificar la notación y usar simplemente M:

$$\begin{cases} \phi_1 = L_1 \cdot I_1 + M \cdot I_2 \\ \phi_2 = L_2 \cdot I_2 + M \cdot I_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\varepsilon_1 = L_1 \cdot \dfrac{dI_1}{dt} + M \cdot \dfrac{dI_2}{dt} \\ -\varepsilon_2 = L_2 \cdot \dfrac{dI_2}{dt} + M \cdot \dfrac{dI_1}{dt} \end{cases}$$

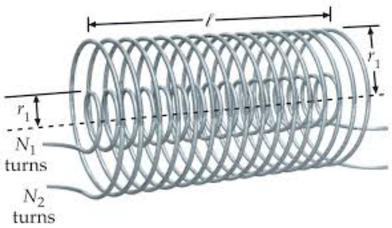
Inducción mutua

<u>Ejemplo:</u> obtener los coeficientes de inducción mutua de dos solenoides concéntricos y comprobar que son iguales.

Sean dos solenoides concéntricos (1: interior, 2: exterior), de longitud l y número de espiras N_1 y N_2. Los campos interiores creados por cada uno de ellos son:

$$B_1 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 N_2 I_2}{l}$$



Por tanto, el flujo magnético que atraviesa el solenoide exterior (2) debido al campo creado por el solenoide interior (1) será:

$$\phi_{21} = B_1 \cdot S_1 \cdot N_2 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l} \cdot N_2 \cdot \pi r_1^2$$

*Nótese que aparece S_1 en lugar de S_2 porque B_1 es nulo fuera del solenoide 1, por tanto el resto de la sección del solenoide exterior no contribuye al flujo

Comparando con $\phi_{21} = M_{21} \cdot I_1$ deducimos que:

$$M_{21} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2 \; N_1 N_2}{l} = \mu_0 \pi r_1^2 l n_1 n_2$$

A la inversa, el flujo a través de (1) debido a (2) nos permite deducir M_{12}:

$$\phi_{12} = \frac{\mu_0 N_2 N_1 \pi r_1^2 I_2}{l} \Rightarrow M_{12} = \mu_0 \pi r_1^2 l n_1 n_2 = M_{21}$$

Inducción mutua

<u>Ejercicio:</u> Un solenoide **toroidal** con 2000 vueltas, tiene un radio medio de 15 cm y una sección transversal de 1 cm^2. En su interior y concéntrico con él, se coloca otro solenoide con 300 vueltas y sección transversal 2 mm^2.

a) Determinar el coeficiente de inducción mutua y la autoinducción de cada solenoide.

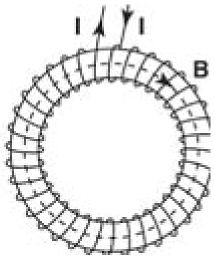
b) Determinar la f.e.m. inducida en el solenoide interior, debida a un cambio de intensidad en la corriente que circula por el solenoide exterior de un valor de 3A a 1 A en 0,3 s.

Si el cambio se produce en 0,1 s,

c) la f.e.m. ¿aumenta o disminuye con respecto a la situación anterior?

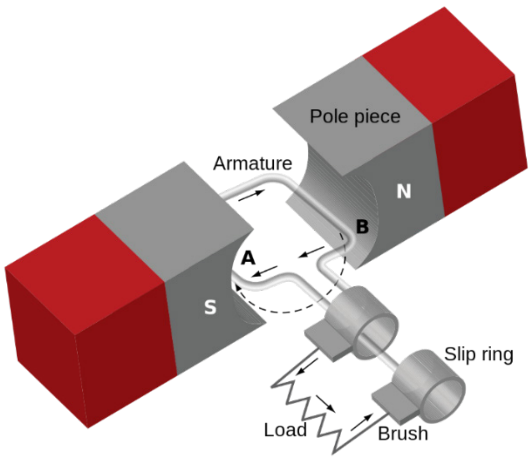
Si se mantiene constante la corriente de 1 A en el solenoide exterior

d) ¿Se genera f.e.m. inducida en el solenoide interior?

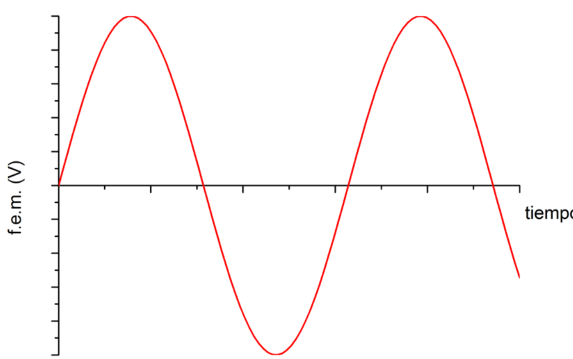


Aplicación: generadores de corriente alterna

- Gracias al fenómeno de inducción es relativamente sencillo diseñar y construir dispositivos que generen corriente alterna (alternador) partiendo de un movimiento rotatorio de una espira en el interior de un campo magnético suministrado por un imán permanente.



- Aunque el campo B y la sección S sean constantes, el giro causa una variación de flujo magnético a través de la espira ($\phi = B \cdot S \cdot \cos\theta$)
- La f.e.m. inducida variará periódicamente, de forma sinusoidal pasando por valores positivos y negativos (alternando la polaridad), de ahí el nombre "corriente alterna"



- Es posible construir un dispositivo semejante para corriente continua (dinamo)