

Módulo I.2.1 Conceptos de incremento y diferencial de una magnitud.

La palabra incremento se encuentra incorporada a nuestro lenguaje diario. Por ejemplo, al buscar en Google en un momento determinado, han aparecido 2.970.000 resultados.

Cuestión 1

A comienzos de año se han publicado noticias como la siguiente: “La empresa N.... ha registrado un incremento del 44% en el beneficio neto durante su 4º trimestre fiscal” ¿puedes explicar el significado de esta frase?

¿Por qué es importante este concepto?

En algunas ocasiones utilizamos palabras cuyo significado físico es diferente en algún grado al significado que tiene la misma expresión cuando mantenemos una conversación coloquial. Por ejemplo a menudo decimos que hemos trabajado mucho sin producir desplazamiento alguno, lo que en física equivaldría a realizar un trabajo nulo. Otras veces decimos que “tenemos mucho calor”, sin embargo el calor es energía en tránsito.

Cuando estudiamos física o matemáticas, la palabra incremento ¿tiene el mismo significado que cuando la usamos en el lenguaje habitual?

Conexión con conocimientos previos y expectativas.

Hemos llamado magnitud física a aquellas propiedades de los cuerpos que se pueden medir. Es decir, que es posible establecer una cantidad a la que llamaremos unidad, a fin de poder, en cada caso comparar el valor de la magnitud con el valor de la unidad establecida. El resultado de la medida es un número, que irá acompañado del nombre de la unidad con el que le hemos obtenido.

Así, cuando decimos que una persona tiene 20 años, manifestamos que su edad es 20 veces mayor que la unidad de tiempo a la que hemos llamado año. De la misma manera, cuando decimos que hoy hace una temperatura de 20º, estamos diciendo que la diferencia de temperaturas entre la de hoy y la de fusión del hielo es 20 veces la centésima parte de la diferencia de temperatura entre los puntos de fusión y ebullición del agua.

Si nos interesa medir el valor de las magnitudes físicas, es precisamente porque este valor puede cambiar cuando se cambian algunas condiciones. Por ejemplo la temperatura de un cuerpo varía cuando le calentamos (suministramos energía en forma de calor), la edad de una persona varía en función del tiempo transcurrido, la velocidad de un coche varía en función de la aceleración, la longitud de un muelle varía en función de la fuerza con la que le estiramos.

Definición de incremento de una magnitud

Llamamos incremento experimentado por una magnitud a la variación que ha sufrido al cambiar las condiciones.

Incremento de una función

En general, en física, nos interesa conocer como ha variado una magnitud como consecuencia de la variación de otra. Por tanto la variación que ha tenido lugar en una magnitud (variable independiente) provoca una variación en la otra magnitud (variable dependiente).

Cuestión 2

Se ha medido la velocidad de un coche en distintos momentos, obteniéndose los siguientes resultados:

Instante (s)	0	5	10	15	20
Velocidad (Km/h)	0	7	14	21	28

En la medición se han utilizado incrementos de tiempo regulares (iguales entre si) ¿lo son también los incrementos de velocidad?. Si el movimiento siguiera la misma pauta (la misma aceleración) ¿podemos saber cuanto se incrementa la velocidad en 30 segundos?

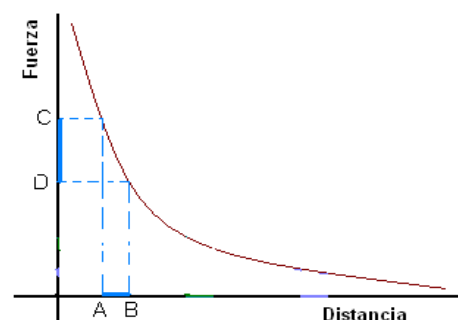
Cuestión 3

Hemos comprobado que al aumentar la presión sobre un émbolo, el gas encerrado en su interior disminuye su volumen. Una vez medidas ambas variables en diferentes momentos hemos encontrado los siguientes valores:

Presión (atm)	1	1,25	1,6	2	4
Volumen (cm ³)	200	160	125	100	50

Las variaciones de presión ¿se han realizado utilizando incrementos iguales?, ¿que incremento ha experimentado el volumen al variar la presión de 2 a 4 atm?, ¿que significado tiene el signo de los incrementos?

El concepto de incremento puede observarse gráficamente. En la figura podemos apreciar que si en el eje x correspondiente a la variable distancia tomamos un incremento comprendido entre los puntos A (3 m) y B (5 m), de forma que $\Delta x = 5 - 3 = 2\text{m}$ a la variable fuerza le corresponde un incremento comprendido entre los valores C (18 N) y D (13 N) $\Delta y = 13 - 18 = -5\text{N}$



Cuestión 4

Una función viene dada por la expresión matemática: $y = 3x^2 + 5$ ¿Cual será el incremento experimentado por la variable dependiente (y), cuando la independiente (x) varía de 1 a 4? ¿y cuando varía de 4 a 7?

Concepto de diferencial.

Existen funciones, como la correspondiente a la cuestión 4, en las que cuando consideramos distintos incrementos de la variable independiente, el incremento que experimenta la variable

dependiente no siempre es el mismo a pesar de que la variable independiente varíe la misma cantidad. Por ejemplo, podemos pensar que la variable independiente es el tiempo y la variable dependiente el espacio recorrido por un coche. En estos casos nos interesa conocer como se va produciendo la variación de la función (espacio recorrido) para cada valor de la variable independiente (tiempo). La forma de saberlo es considerar en el instante considerado un incremento de tiempo muy pequeño, que tienda a cero. En este caso, en lugar de hablar de incremento hablamos de diferenciales. y decimos a en una diferencial de tiempo se ha recorrido una diferencial de espacio.

El mismo concepto de diferencial lo podemos aplicar a otras variables, por ejemplo, cuando tenemos un cuerpo cuya masa está repartida de forma no uniforme y queremos saber su densidad, podemos hablar de densidad media, pero el valor obtenido no corresponde a la densidad de cualquier parte del cuerpo. Entonces tenemos que recurrir a tomar volúmenes muy pequeños (diferenciales de volumen) y ver la masa de esa diferencial de volumen (diferencial de masa).

Cuando se trata de una variable que depende de otra (una función), también existirá el concepto de diferencial de la variable dependiente relacionado con la diferencial de la variable independiente. Así, en la ecuación de la cuestión 4, $y = 3x^2 + 5$, si se toma una diferencial de x (dx), le corresponderá una diferencial de y (dy),