Laboratorio
Seminario introductorio

Física (780000)

Grados en Ingeniería de Computadores (VT) e Ingeniería Informática (XM)

Curso 2017/2018 – Primer Cuatrimestre

Universidad de Alcalá

R. Gómez Herrero

Departamento de Física y Matemáticas

Medidas directas e indirectas

- Los procesos experimentales de medida se pueden clasificar en:
  - **Medidas directas**: obtenidas utilizando un instrumento de medida sin que sea necesario realizar ninguna operación adicional.
  - **Medidas indirectas:** obtenidas (calculadas) a partir de otras medidas mediante operaciones matemáticas.

Ejemplo. Supongamos un cuerpo de forma prismática. Si usamos una regla para medir su largo "X", ancho "Y" y alto "Z" y luego estimamos su volumen "V" como $V = X \cdot Y \cdot Z$, entonces:

X, Y, Z son medidas directas

V es una medida indirecta

Introducción a la teoría de errores

- Cualquier proceso de medida (directo o indirecto) de una magnitud física x lleva asociada de forma ineludible cierta incertidumbre Dx
- Por dicho motivo, la forma correcta de expresar toda medida experimental es acompañarla siempre de dicho intervalo Dx, al que comúnmente llamamos **error absoluto**.

RESULTADO = (X ± Dx) Unidades

Por ejemplo: la forma correcta de expresar una longitud L de 20 cm medida con un instrumento con una precisión de 1 cm sería:

L = (20 ± 1) cm

Nótese que en este contexto la palabra “error” no denota equivocación sino incertidumbre

Clasificación de los errores

- Habitualmente se clasifica los errores experimentales en dos categorías atendiendo a su origen :
  - **Errores aleatorios**. Tienen causas desconocidas y/o impredecibles. Por ejemplo: si pesamos tres veces un objeto muy ligero con una balanza de 0.1 g de precisión y obtenemos tres valores (1.0±0.1)g, (1.2±0.1)g y (0.8±0.1)g, las fluctuaciones superan lo atribuible a la limitada precisión del instrumento (±0.1 g) y por tanto deben ser debidas a otros factores impredecibles e incontrolables (por ejemplo cambios locales en la presión del aire). La corrección de este tipo de errores no es posible, pero se puede atenuar su efecto haciendo varias medidas y tomando el valor medio.
  - **Errores sistemáticos.** Se producen de igual modo en todas las medidas. Son debidos a deficiencias de calibración u otros problemas del instrumental o del proceso de medida. Pueden ser identificados y corregidos. Por ejemplo el error de cero de un termómetro.

Clasificación de los errores

- A menudo se utiliza el término **error instrumental** para referirse a la **precisión limitada de un instrumento** de medida (inherente a su diseño).
  - Por ejemplo, si tenemos una regla con una escala graduada en mm, no es posible realizar medidas de longitudes con precisión superior al tamaño de la división más pequeña (1 mm). Cualquier medida realizada con dicha regla estará sometida a una incertidumbre que podemos estimar en ± 1 mm

    (otros convenios acotan el error en la mitad de dicho valor)

Precisión de un instrumento de medida

- Cuando empleamos un instrumento de medida, el valor obtenido en un proceso de medida directa tiene una precisión Δx limitada por el propio diseño del aparato:
  - Si el aparato de medida es analógico asumiremos que Δx viene dado por el tamaño de la división más pequeña
  - Si el aparato es digital asumiremos que Δx viene dado por una unidad en la última cifra decimal

Amperímetro analógico calibrado en microamperios.
la intensidad medida tendrá un $\Delta I=\pm 2\ \mu A$ (tamaño de la división más pequeña de la escala)

Voltímetro digital
El voltaje medido en esta escala tendrá un $\Delta V=\pm 0{,}001$ V
(una unidad en la última cifra decimal)

- Asignaremos como error de las medidas directas la precisión de la escala del instrumento de medida empleado

Concepto de error relativo

- Llamamos error relativo e al cociente entre el error absoluto de una medida Dx y el valor de ésta x:

$$e = \left|\frac{\Delta x}{x}\right|$$

- El error absoluto Dx tiene las mismas unidades que la magnitud x. El error relativo e es adimensional.
- Es muy frecuente expresar el error relativo en tanto por ciento (basta multiplicar por 100 su valor):

$$e = \left|\frac{\Delta x}{x}\right| \cdot 100\ \%$$

Errores en las medidas indirectas: propagación

- Sea una magnitud indirecta Y, obtenida (calculada) a partir de una serie de medidas directas $X_1, \ldots\ldots, X_n$

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \ldots\ldots X_N)$$

- Su error DY vendrá dado por (ver apuntes):

$$\Delta Y = \left|\frac{\partial f}{\partial X_1}\right|\Delta X_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_2}\right|\Delta X_2 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_3}\right|\Delta X_3 + \ldots + \left|\frac{\partial f}{\partial X_N}\right|\Delta X_N = \sum_{i=1}^{N}\left|\frac{\partial f}{\partial X_i}\right|\Delta X_i$$

*Para errores de naturaleza aleatoria se utiliza la propagación cuadrática (en vez de lineal), que nosotros no veremos en este curso

Errores en las medidas indirectas: propagación

- Algunos casos simples:
  - Suma: $Y = X_1 + X_2 \Rightarrow \Delta Y = \Delta X_1 + \Delta X_2$
  - Resta: $Y = X_1 - X_2 \Rightarrow \Delta Y = \Delta X_1 + \Delta X_2$ (notar signo +)
  - Producto: $Y = X_1 \cdot X_2 \Rightarrow \Delta Y = X_2 \cdot \Delta X_1 + X_1 \cdot \Delta X_2$
  - Cociente: $Y = \frac{X_1}{X_2} \Rightarrow \Delta Y = \frac{1}{X_2} \cdot \Delta X_1 + \frac{X_1}{X_2^2} \cdot \Delta X_2 = \frac{X_2 \Delta X_1 + X_1 \cdot \Delta X_2}{X_2^2}$
  - Multiplicación por constante: $Y = 2X_1 \Rightarrow \Delta Y = 2\Delta X_1$
- Nótese que para el cociente y el producto es más sencillo trabajar con errores relativos:
  - Producto: $Y = X_1 \cdot X_2 \Rightarrow \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2}$
  - Cociente: $Y = \frac{X_1}{X_2} \Rightarrow \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2}$
  - Multiplicación por constante: $Y = 2X_1 \Rightarrow \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta X_1}{X_1}$

Errores en las medidas indirectas: propagación

- El cálculo en un caso general puede hacerse siempre utilizando la expresión en derivadas parciales. En muchos casos es posible evitarlo mediante descomposición en sumas, restas, productos y cocientes. Para éstos últimos, conviene operar con errores relativos y al final obtener el error absoluto mediante el producto DY= Y·e

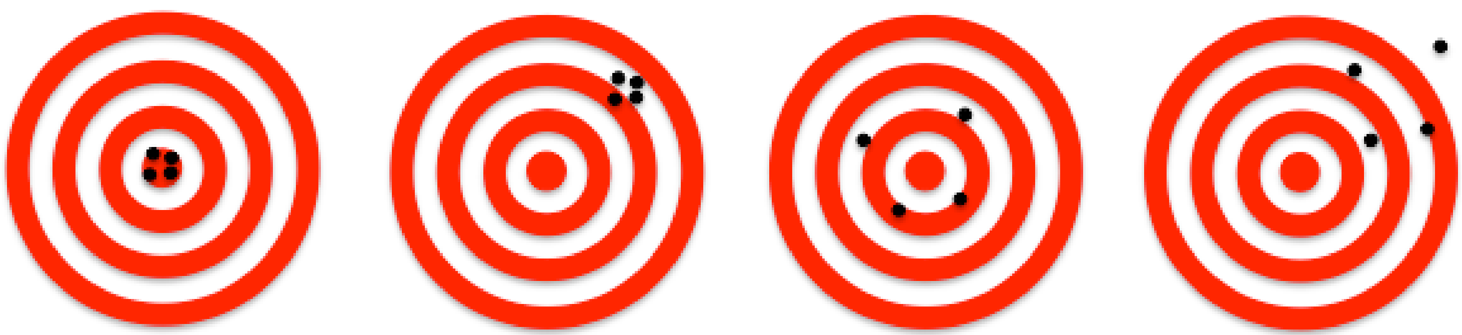
$$\mathbf{Y = a\frac{X_1X_2}{X_3X_4}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2} + \frac{\Delta X_3}{X_3} + \frac{\Delta X_4}{X_4}}$$

$$\mathbf{Y = a\frac{X_1^{c_1}X_2^{c_2}}{X_3^{c_3}X_4^{c_4}}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\frac{\Delta Y}{Y} = |c_1|\frac{\Delta X_1}{X_1} + |c_2|\frac{\Delta X_2}{X_2} + |c_3|\frac{\Delta X_3}{X_3} + |c_4|\frac{\Delta X_4}{X_4}} \quad \text{y}$$

Concepto de precisión y exactitud

- La exactitud de una medida es su cercanía al valor esperado (o al “valor verdadero”, que es inalcanzable en la práctica)
- La precisión de una medida hace referencia a la poca dispersión de los valores experimentales (reproducibilidad de la medida).

Exacto **Preciso**	**No exacto** **Preciso**	**Exacto** **No preciso**	**No exacto** **No preciso**



Presentación de medidas experimentales

- Las medidas (directas e indirectas) irán siempre acompañadas de su error absoluto y de sus correspondientes unidades
- Los resultados se presentarán redondeados según los siguientes criterios:
  - Redondear primero el error a una sola cifra distinta de cero
  - Redondear la magnitud de forma que no tenga más cifras decimales que el error (el resto de cifras no son significativas)

Ejemplo: supongamos una medida indirecta $x = 2.7354$ cm con error calculado $\Delta x = \pm 0.29134$ cm.

1) redondeamos el error a una sola cifra distinta de cero: $\Delta x = \pm 0.3$

2) dado que el error es de 3 décimas de cm, no tiene sentido expresar x con cifras más allá del primer decimal (la última cifra significativa son las décimas)

3) Expresamos el resultado final redondeado y con unidades: $x = (2.7 \pm 0.3)$ cm

Presentación de medidas experimentales

- La notación exponencial debe emplearse cuando sea necesario para simplificar la presentación del resultado y facilitar su lectura:

MAL: $X = (0{,}00045 \pm 0{,}000001)$ cm

BIEN: $X = (4{,}50 \pm 0{,}01)\cdot 10^{-4}$ cm *Nótese el 0 significativo!

- Cuando se usen tablas, conviene agrupar las unidades (y el error, si es constante) en la fila de títulos

MAL:

Medida	L
1	20 ± 1 cm
2	22,1 ± 1 cm
3	19,01 ± 1,00002 cm

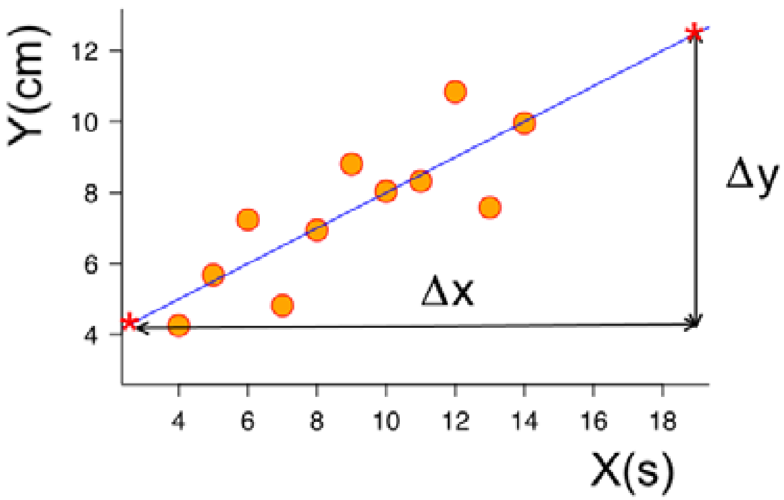
BIEN:

Medida	(L ± 1) cm
1	20
2	22
3	19

Gráficas

- Y en función de X à Y son ordenadas (vertical), son X abscisas (horizontal)
- Etiquetar ejes con nombre de magnitud y unidades. Usar notación exponencial cuando sea necesario
- Elección razonable de escalas
- No es imprescindible que el origen (0,0) esté dentro de la gráfica (elegir según sea conveniente)
- Subdivisiones a intervalos regulares
- En este laboratorio adoptaremos el convenio de no unir los puntos experimentales con líneas (aunque en ocasiones está permitido)

- En ocasiones esperamos que los puntos experimentales (X,Y) sigan una ley de tipo lineal (recta)
- En dichos casos podemos ajustar a una recta utilizando el método gráfico y obtener así un valor de la pendiente "a" y la ordenada en el origen "b"
- Recordar que en general a y b tendrán unidades



$$y = ax + b$$

Pendiente:

$$a = tg\,\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

En este caso sus unidades serían cm/s

- Método de mínimos cuadrados: ver apuntes

Materiales adicionales

- Guiones de prácticas y resumen de errores disponibles en el aula virtual:

  https://uah.blackboard.com/webapps/blackboard/content/listContent.jsp?course_id=_11587_1&content_id=_831754_1&mode=reset