Tema 1
Electrostática en el vacío

Física (780000)

Grados en Ingeniería de Computadores (VT) e Ingeniería Informática (XM)

Curso 2017/2018 – Primer Cuatrimestre

Universidad de Alcalá

R. Gómez Herrero

Departamento de Física y Matemáticas

- Ya en la antigüedad el hombre observó que frotando ciertos materiales como el ámbar (élektron en griego), estos son capaces de atraer otros objetos

La Voz de Galicia.es

PORTADA GALICIA DEPORTES SOCIEDAD DINERO ESPAÑA MUNDO OPINIÓN PARTICIPA BLOGS OCIO Y CULTURA

A Coruña A Mariña Arousa Barbanza Carballo Deza Ferrol Lemos Lugo Ourense Pontevedra Santiago

La electricidad estática en los toboganes obligará a instalar un inhibidor en un parque carballés

La Voz | 18/3/2010

Valoración

La Concellería de Obras e Servizos de Carballo ha detectado un problema de acumulación de electricidad estática en los dos toboganes instalados en el parque infantil de la plaza Eduardo Pondal. Según informó el responsable del área, Luis Lamas, algunos vecinos informaron de que, al deslizarse, los niños notaban una sensación de descarga eléctrica cuyas consecuencias son algún pequeño calambre o que se pusiese el pelo de punta.

El motivo, añadió el edil, es la acumulación de electricidad estática que se

Identifícate / Regístrate Martes 09 de noviembre de 2010 | RSS

informacion.es El periódico de la provincia de Alicante — NOTICIAS Alicante

EDICIONES SUPLEMENTOS SECCIONES

FDS Alicante Elche Vega Baja Benidorm/Marina Baixa Alcoy

Información.es » Alicante

Atención Urbana tratará el tobogán de los calambres contra la electricidad estática

El Ayuntamiento aplicará un líquido aislante al juego infantil del parque de La Florida, aunque si las descargas a los niños persisten sustituirá el aparato

02:51 Me gusta 53

J. HERNÁNDEZ

La Concejalía de Atención Urbana empezará esta misma semana a aplicar un tratamiento contra la electricidad estática al tobogán del parque de la Cochera de Tranvías, en el barrio de La Florida, que provoca calambres y descargas a los niños cuando se deslizan por él. El responsable del área, Andrés Llorens, contactó ayer con la empresa fabricante del aparato, elaborado en polietileno, en un intento de solucionar el problema después de que un grupo de padres y madres denunciara a este diario que en determinados días, cuando sopla mucho viento o si hay muchos niños sobre el tobogán, se llegan incluso a oír las chispas que se generan cuando los pequeños se agarran a la barandilla durante el descenso e incluso acaban con los pelos de punta. También algunos padres han sentido los calambres cuando cogen a los niños mientras bajan por el juego infantil.

Llorens, que envió a los técnicos a supervisar el aparato, explicó que el tobogán lleva en uso casi tres años,

Carga eléctrica - triboelectricidad

- Ya en la antigüedad el hombre observó que frotando ciertos materiales como el ámbar (élektron en griego), estos son capaces de atraer otros objetos
- Experimentos sencillos:
  - Un globo o una varilla de plástico que hayan sido frotados atraen pequeños trozos de papel
  - Dos varillas de plástico que han sido frotadas y suspendidas de un hilo se repelen
  - Todos hemos sentido pequeñas descargas de electricidad estática en la vida cotidiana

Carga eléctrica - triboelectricidad

Carga eléctrica – unidad fundamental

- Hoy sabemos que estos fenómenos son debidos a la transferencia de cargas eléctricas (electrones) entre objetos
- Dependiendo de si se adquieren o ceden electrones un objeto inicialmente neutro quedará cargado negativa o positivamente
- La existencia de dos tipos de carga explica que pueda existir repulsión (cargas del mismo signo) o atracción (cargas opuestas)
- La carga eléctrica está cuantizada. En el mundo macroscópico todas las cargas observadas son múltiplos enteros $Q = Ne$ de la carga del electrón e, a la que podemos considerar unidad fundamental de carga

Carga eléctrica – unidad fundamental

- La **conservación de la carga** es una de las leyes fundamentales de la naturaleza
- El valor de *e* es extremadamente pequeño para las cargas típicamente presentes en objetos macroscópicos

Carga del electrón e = $1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Unidad de carga S.I.: Culombio (C),
(en honor a Charles-Augustin de Coulomb)

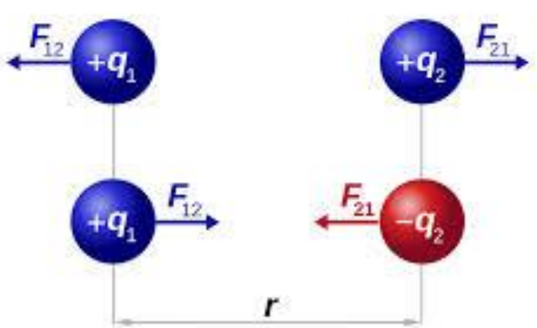
Nótese que e es el valor absoluto (no se pone el signo -)

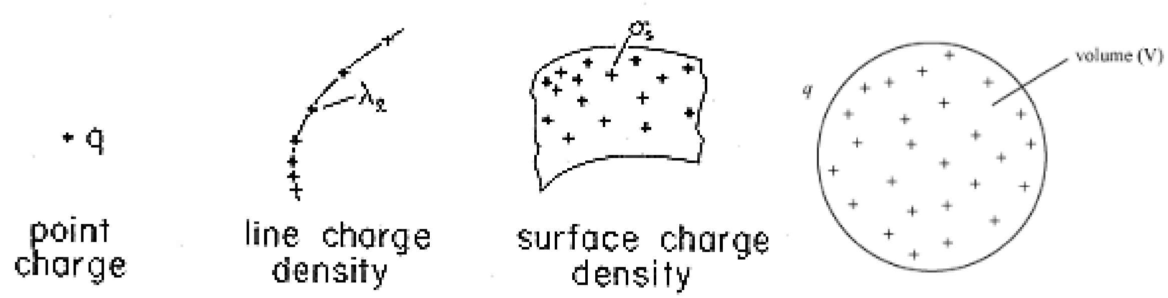
Ejercicio: calcular la carga total de todos los electrones contenidos en una moneda de cobre de 3 gramos
(datos: Z_{Cu}= 29, A_{Cu}= 63.5 g/mol)

Solución Q=$-1.32 \cdot 10^{5}$ C

Distribuciones continuas de carga

- Aunque la carga está cuantizada, en ocasiones a nivel macroscópico las cargas son tan numerosas y están tan juntas que pueden tratarse como una **distribución continua**.
- Por el contrario, cuando el número de cargas es bajo, estas se tratan individualmente como **cargas puntuales** (distribución discreta de carga)
- Las distribuciones continuas pueden ser de distinto tipo: lineales, superficiales o volumétricas





Distribuciones continuas de carga

- La distribuciones continuas a lo largo de una línea, se caracterizan por una densidad lineal de carga λ:

$$\lambda = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \qquad \text{C/m}$$

- Distribuciones sobre una superficie, se caracterizan por una densidad superficial de carga σ:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} \qquad \text{C/m}^2$$

- Distribuciones dentro de un volumen, se caracterizan por una densidad de carga volumétrica ρ:

$$\rho = \lim_{\Delta \tau \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta \tau} = \frac{dq}{d\tau} \qquad \text{C/m}^3$$

Distribuciones continuas de carga

- Nótese que estas densidades no tienen por qué ser constantes, sino que en general dependen de la posición.
- La integral sobre toda la región (línea, área o volumen) es igual a la carga total contenida en dicha región

$$Q = \int_L \lambda dl$$

$$Q = \int_S \sigma ds$$

$$Q = \int_V \rho d\tau$$

Ejercicio: El radio medio del núcleo de azufre (Z = 16) es aproximadamente 1.37×10^{-13} cm. Suponiendo que la carga eléctrica esté uniformemente distribuida en el núcleo, calcular la densidad de carga en C/m^3

Solución $\rho = 2.4 \cdot 10^{26}\ C/m^3$

Ejercicio: La densidad de carga de una nube electrónica en el estado fundamental del átomo de hidrógeno viene dado por la función:

$$\rho(\vec{r}) = \frac{-e}{\pi a_0^3} e^{-2r/a_0}$$

siendo e la carga del electrón y a_0 el radio de la primera órbita de Bohr. Calcular la carga total.

Sugerencia: resolver la integral con dos integraciones por partes consecutivas

Solución Q = -e

Ley de Coulomb

- Determinada experimentalmente por Coulomb a finales del siglo XVIII mediante una balanza de torsión
- La fuerza que ejerce una carga puntual q_1 sobre otra q_2:
  - Está dirigida según la línea que une las cargas
  - Su módulo es proporcional al valor de ambas cargas
  - Si ambas cargas son del mismo signo, es repulsiva
  - Si ambas cargas son de signos opuestos, es atractiva
  - Decrece con el cuadrado de la distancia entre ambas cargas
  - La fuerza $\overrightarrow{F_{12}}$ ejercida sobre la carga 2 por efecto de la carga 1 es de igual módulo pero de sentido contrario a la fuerza $\overrightarrow{F_{21}}$ ejercida sobre la carga 1 por efecto de la carga 2

Ley de Coulomb

- Matemáticamente se pueden condensar todos estos enunciados en la siguiente expresión:

$$\overrightarrow{F_{12}} = K_e \frac{q_1 q_2}{d_{12}^2} \overrightarrow{u_{12}}$$

*Nótese que la notación empleada en este caso es:
$\overrightarrow{u_{12}}$=vector unitario que empieza en 1 y va dirigido hacia 2
$\overrightarrow{F_{12}}$=Fuerza ejercida por 1 sobre 2
La notación opuesta también es frecuente

Siendo K_e una constante cuyo valor en el Sistema Internacional de unidades es

K_e= 8.99·10^9 N·m^2 /C^2

- Cuando existen más de dos cargas, se aplica el principio de superposición: la fuerza resultante es la suma de las fuerzas individuales ejercidas por cada carga:

$$\overrightarrow{F_j} = \sum_{i=1, i\neq j}^{n} \overrightarrow{F_{ij}} = K_e \sum_{i=1, i\neq j}^{n} \frac{q_i q_j}{d_{ij}^2} \overrightarrow{u_{ij}}$$

Ley de Coulomb

Ejercicio: En los vértices de un triángulo equilátero de lado r se colocan cargas –e y en su centro se coloca cierta carga Q>0. Calcular el valor de Q para que la fuerza sobre cualquiera de las cargas de los vértices sea nula

Solución $Q = e/\sqrt{3}$

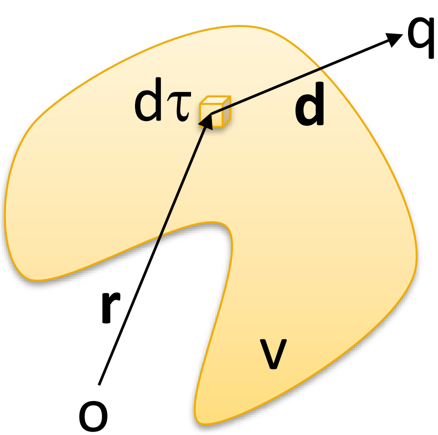
Ejercicio: Comparar la fuerza eléctrica y gravitatoria que existe entre dos electrones.

$e=1.6\cdot10^{-19}$ C, $m_e=9.1\cdot10^{-31}$ kg,

$G=6.67\cdot10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}, $K_e= 8.99\cdot10^9$ $N\cdot m^2 /C^2$

Solución $Fe/Fg= K_e\cdot e^2/(G\cdot m_e^2) = 4.2\cdot10^{42}$

- El principio de superposición también nos permite escribir la ley de Coulomb para distribuciones discretas de carga. Por ejemplo, la fuerza ejercida sobre una carga q por un elemento de volumen dτ de una distribución volumétrica de carga $\rho(\vec{r})$ sería:



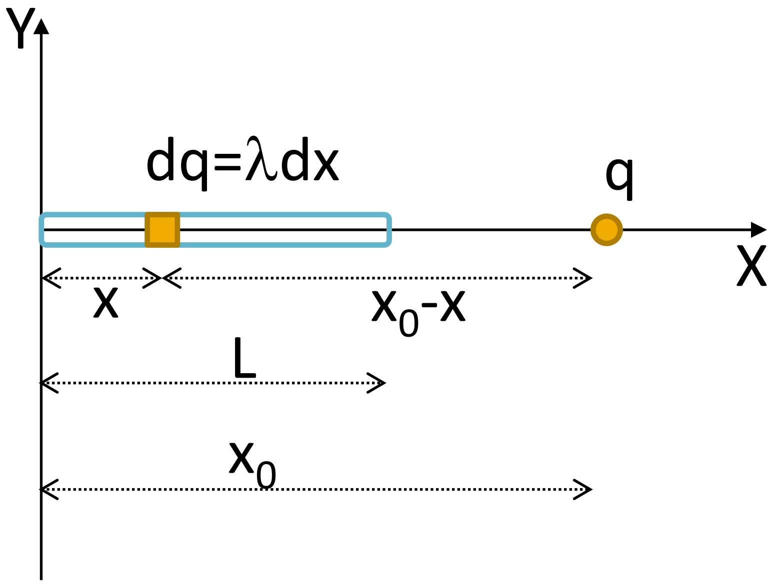
$$\mathrm{d}\vec{F} = K_e \frac{q dq}{d^2} \overrightarrow{u_d} = K_e \frac{q \rho d\tau}{d^2} \overrightarrow{u_d}$$

Siendo $\vec{d}$ el vector que une el elemento de volumen y el punto donde calculamos el campo. Integrando a todo el volumen cargado queda:

$$\vec{F} = K_e q \int_V \frac{\rho \overrightarrow{u_d}}{d^2} d\tau$$

- Para distribuciones superficiales o lineales se procede del mismo modo pero usando σ o λ e integrando sobre la superficie o línea, según corresponda.

Ejercicio: Sea una segmento colocado sobre el eje X entre x=0 y x=L con carga uniforme (constante) λ C/m. Calcular la fuerza sobre una carga q colocada sobre el eje X a cierta distancia x_0



$$\vec{F} = K_e q \int_0^L \frac{\lambda \overrightarrow{u_x}}{(x_0 - x)^2} dx = $$

$$= K_e q \lambda \overrightarrow{u_x} \int_0^L \frac{dx}{(x_0 - x)^2} = $$

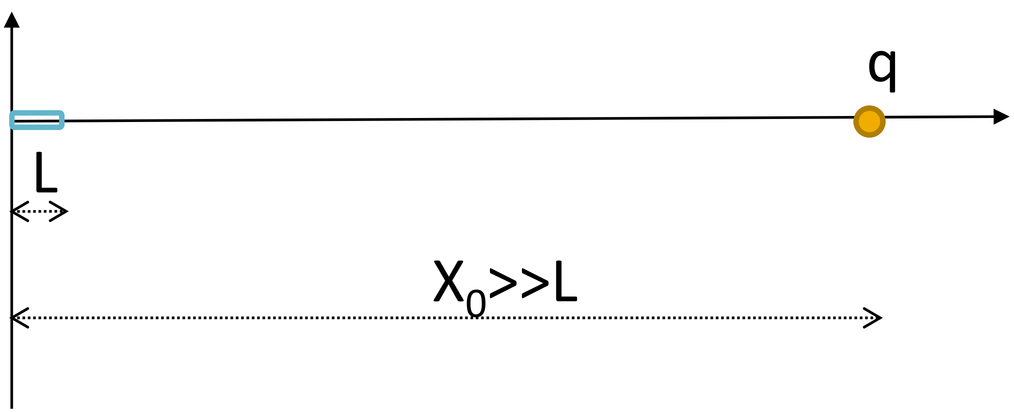
$$= \frac{K_e q \lambda L}{x_0 (x_0 - L)} \overrightarrow{u_x}$$

Ley de Coulomb – distribuciones continuas de carga

- Nótese que Q=λL es la carga total del segmento, por tanto:

$$\vec{F} = \frac{K_e q Q}{x_0(x_0 - L)} \overrightarrow{u_x}$$

Si la carga estuviera muy lejos del origen comparado con la longitud del segmento (x_0>>L) entonces podemos aproximar el denominador por $x_0{}^2$, es decir, el efecto del segmento sería como el de una carga puntual Q en el origen



$$\vec{F} \approx \frac{K_e q Q}{x_0{}^2} \overrightarrow{u_x}$$

Campo eléctrico

- El concepto de campo vectorial se introduce para representar la acción a distancia que puede ejercer un cuerpo sobre otro (p.ej. atracción gravitatoria, repulsión eléctrica). La fuerza sería el efecto visible, pero el campo estaría presente en el espacio incluso si no ponemos un cuerpo de prueba.
- Sea una carga positiva de prueba muy pequeña $q \rightarrow 0$, Podemos definir el campo eléctrico $\vec{E}$ en cualquier punto del espacio como:

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \left(\frac{\vec{F}}{q} \right) \quad q>0$$

Siendo $\vec{F}$ la fuerza electrostática ejercida sobre q

- El campo eléctrico tiene dimensiones de fuerza por unidad de carga y por tanto en el S.I. se expresa en N/C
- Es un vector que va dirigido en la misma dirección que la fuerza que sería ejercida sobre una carga **positiva**
- De la ley de Coulomb, deducimos que el campo creado por una carga Q situada en el origen será:

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \left(K_e \frac{Qq}{qr^2} \overrightarrow{u_r} \right) = K_e \frac{Q}{r^2} \overrightarrow{u_r}$$

- De forma más genérica, el valor del campo eléctrico creado por una carga Q situada en el punto 1 evaluado en un punto 2 valdría:

$$\vec{E} = K_e \frac{Q}{d^2} \overrightarrow{u_d} = K_e Q \frac{\overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}}{|\overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}|^3}$$

- Para distribuciones discretas, aplicamos el principio de superposición como vimos antes con la ley de Coulomb:

$$\vec{E}(\vec{r}) = K_e \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_i}{d_i^2} \overrightarrow{u_{d_i}} \qquad \text{siendo } \overrightarrow{d_i} = \vec{r} - \overrightarrow{r_i}$$

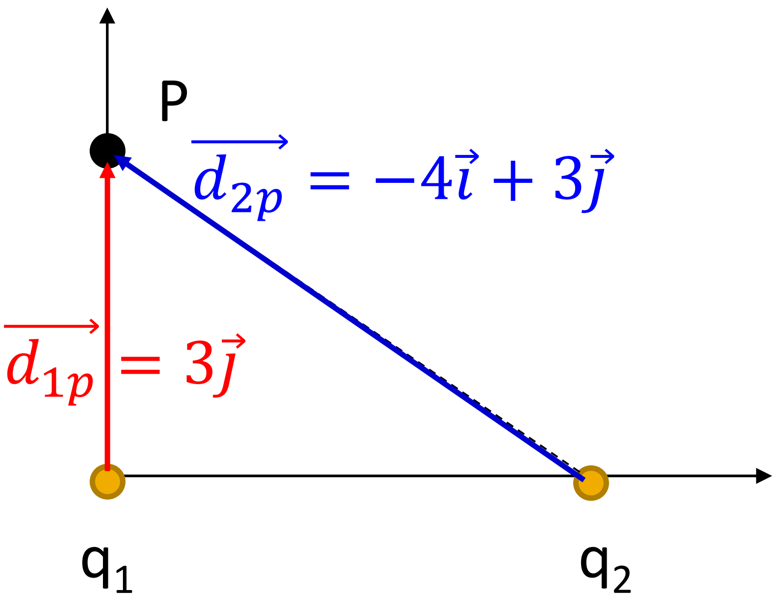
- Análogamente, para distribuciones continuas de carga:

$$\vec{E} = K_e \int_L \frac{\lambda \overrightarrow{u_d}}{d^2} dl \qquad \text{(línea)}$$

$$\vec{E} = K_e \int_S \frac{\sigma \overrightarrow{u_d}}{d^2} ds \qquad \text{(superficie)}$$

$$\vec{E} = K_e \int_V \frac{\rho \overrightarrow{u_d}}{d^2} d\tau \qquad \text{(volumen)}$$

Ejercicio: Calcular el campo en el punto P3=(0,3) de la figura, creado por dos cargas q_1 = 8 nC y q_2 = 12 nC situadas en los puntos (0,0) y (4,0)



$$\vec{E} = \overrightarrow{E_{1p}} + \overrightarrow{E_{2p}} = \frac{K_e q_1}{d_{1p}^2}\overrightarrow{u_{1p}} + \frac{K_e q_2}{d_{2p}^2}\overrightarrow{u_{2p}} =$$

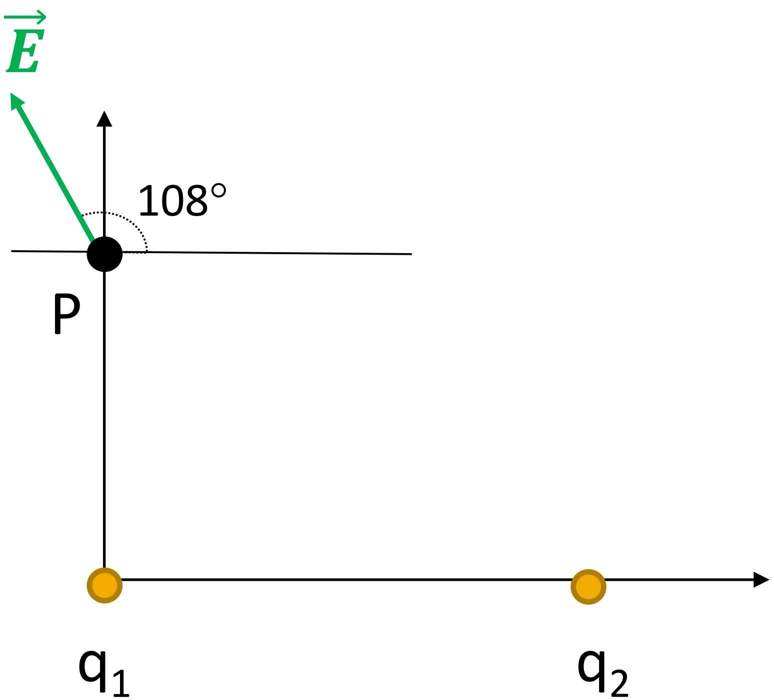
$$= \frac{K_e q_1}{d_{1p}^3}\overrightarrow{d_{1p}} + \frac{K_e q_2}{d_{2p}^3}\overrightarrow{d_{2p}} =$$

$$= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-9}}{3^3} 3\vec{\jmath} +$$

$$+ \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 12 \cdot 10^{-9}}{(4^2 + 3^2)^{3/2}} (-4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}) \quad \mathrm{N/C} =$$

$$= -3.5\vec{\imath} + 10.6\vec{\jmath} \ \mathrm{N/C}$$

- **Ejercicio:** Calcular el campo en el punto P3=(0,3) de la figura, creado por dos cargas q_1 = 8 nC y q_2 = 12 nC situadas en los puntos (0,0) y (4,0)



$$\boxed{\vec{E} = -3.5\vec{\imath} + 10.6\vec{\jmath}\ \mathrm{N/C}}$$

O equivalentemente:

$$\begin{cases} E_x = -3.5\ \mathrm{N/C} \\ E_y = -10.6\ \mathrm{N/C} \\ |\vec{E}| = \sqrt{3.5^2 + 10.6^2} = 11.2\ \mathrm{N/C} \end{cases}$$

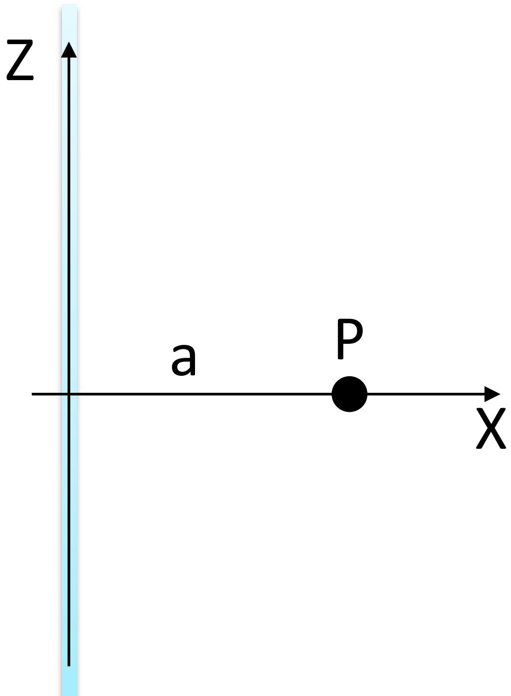
El ángulo del vector campo con la horizontal sería:

$$\alpha = \arctan\frac{E_y}{E_x} = 108°$$

- **Ejercicio:** Calcular el campo creado por una línea recta infinita uniformemente cargada con una densidad de carga λ, en un punto situado a cierta distancia *a* de la línea.

Solución: $\vec{E} = \frac{2K_e\lambda}{a}\overrightarrow{u_x}$

(eligiendo el eje Z paralelo a la línea y el punto P sobre el eje X)



Pista: nótese que la componente Z del campo es nula por la simetría del problema

Flujo

- Definición: el **flujo** de un campo vectorial $\vec{v}$ a través de una superficie S es un escalar ϕ que viene dado por:

$$\phi = \int_S \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

Siendo $d\vec{s}$ el elemento diferencial de superficie:

$$d\vec{s} = \overrightarrow{u_s}\,ds$$

$\overrightarrow{u_s}$= vector unitario normal a la superficie en cada punto

Ejemplo: sea un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = a\vec{\imath}$. Su flujo a través de una superficie cuadrada en el plano YZ sería:

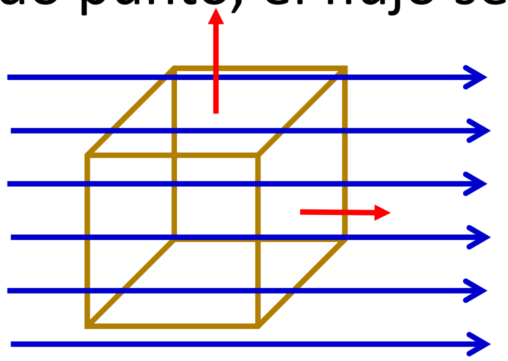
$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_S a\vec{\imath} \cdot \vec{\imath} ds = a \int_S ds = aS \quad \mathrm{Nm^2/C}$$

Ejemplo: sea un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = a\vec{u}$ que forma en todo punto un ángulo α con la normal a la superficie. El flujo será:

$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = aS\cos\alpha \quad \mathrm{Nm^2/C}$$

Flujo

Nótese que la orientación es importante: si el campo es paralelo a la superficie (vector campo y vector superficie ortogonales) en todo punto, el flujo será nulo (las líneas no cruzan la superficie)



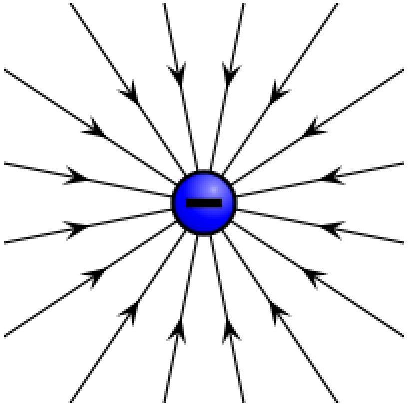
- Consideremos una **superficie cerrada**. Si no encierra fuentes ni sumideros del campo en su interior, entrarán tantas líneas como salen, y el flujo será nulo:

$$\phi = \oint_S \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0$$

Flujo

Algunas notas finales sobre el flujo y las líneas de campo:

- El vector normal a superficies cerradas se elige siempre apuntando hacia el exterior de la superficie
- Si el flujo a través de una superficie cerrada es positivo, significa que hay más líneas salientes que entrantes a través de dicha superficie
- Las líneas de campo no se cruzan. Comienzan y acaban en cargas (o en el infinito). Las cargas negativas tienen líneas entrantes y las positivas líneas salientes.
- Recordar que las zonas con campo más intenso son aquellas donde las líneas de campo están más juntas y las de campo menos intenso aquellas donde están más separadas (la densidad de líneas representa la intensidad del campo)



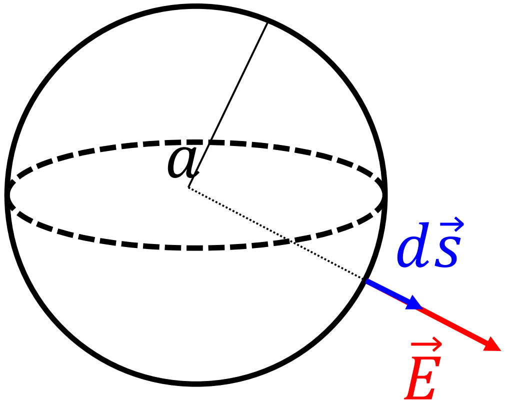
- Consideremos una superficie esférica S de radio a centrada en una carga q y calculemos el flujo del vector campo eléctrico a través de dicha esfera aplicando la ley de Coulomb:

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_S K_e \frac{q}{a^2} \overrightarrow{u_r} \cdot d\vec{s} = K_e \frac{q}{a^2} \oint_S \overrightarrow{u_r} \cdot d\vec{s}$$

El vector normal a la superficie también es radial con lo cual:

$$\phi = K_e \frac{q}{a^2} \oint_S ds = K_e \frac{q}{a^2} S =$$

$$= K_e \cdot 4\pi a^2 \frac{q}{a^2} = 4\pi K_e q$$



Definiendo ε_0 tal que $K_e = 1/(4\pi\varepsilon_0)$:

$$\boxed{\phi = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

Ley de Gauss

- ε_0 se denomina permitividad (o constante dieléctrica) del vacío. Su valor es ε_0=8,85·10^{-12} F m^{-1} (F = C^2 N^{-1} m^{-1})
- La ley de Gauss, es una de las bases del electromagnetismo y nos dice que el resultado anterior se puede generalizar a cualquier superficie cerrada *S* y número de cargas:

$$\boxed{\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

El flujo del vector campo eléctrico a través de una superficie cerrada cualquiera es igual a la carga neta Q encerrada por dicha superficie, dividida por ε_0. Si por ejemplo hay n cargas puntuales encerradas, el valor de Q sería $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$.

Ley de Gauss

Ejercicio: Sea una esfera de radio 3 centrada en el origen y 3 cargas de -1 C situadas en (0,0,1), (0,1,0) y (4,4,4). Calcular el flujo del vector campo eléctrico a través de la esfera usando el teorema de Gauss

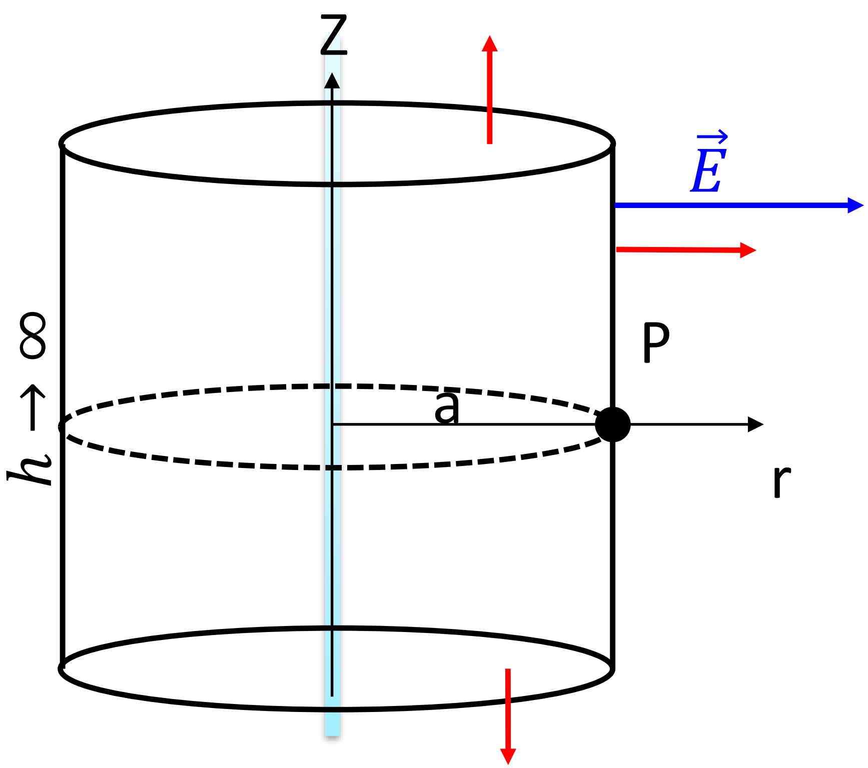
$$\phi = \frac{Q_{dentro}}{\varepsilon_0} = \frac{-2\ \mathrm{C}}{8.85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C}^2\ \mathrm{N}^{-1}\mathrm{m}^{-2}} = -2.26 \cdot 10^{11}\ \mathrm{N\ m}^2/\mathrm{C}$$

El signo menos indica flujo neto entrante en la esfera. Nótese que la tercera carga “no cuenta” porque produce tantas líneas entrantes como salientes al estar fuera de la esfera.

- La ley de Gauss es de gran utilidad práctica ya que permite calcular el campo eléctrico de forma sencilla para distribuciones de carga que tengan cierto grado de simetría (que permita resolver fácilmente la integral)

Ley de Gauss – Aplicación práctica

Ejercicio: Resolver el ejercicio de la transparencia 22 (hilo cargado infinito) usando la ley de Gauss



$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Por simetría, $\vec{E}$ es constante sobre toda la superficie cilíndrica lateral y además es perpendicular a ella. El flujo a través de las dos bases del cilindro es nulo :

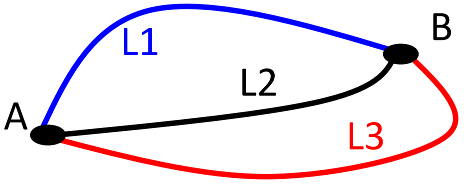
$$\phi = E \cdot 2\pi a \cdot h = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda \cdot h}{\varepsilon_0}$$

$h \to \infty$ pero se va a ambos lados de la igualdad:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi a \varepsilon_0} = \frac{2K_e\lambda}{a} \Rightarrow \vec{E} = \frac{2K_e\lambda}{a}\overrightarrow{u_r}$$

Idéntico al resultado calculado anteriormente

- Como vimos en el tema 0, si un campo $\vec{E}$ es conservativo, podemos definir un potencial V tal que la circulación del vector entre dos puntos A y B es independiente del camino seguido:



$$\int_{L1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{L2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{L3} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \cdots = -(V_B - V_A)$$

Nótese el criterio de Signos utilizado!

- Si el trayecto considerado es cerrado, la circulación es nula:

$$\oint_{L} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

- Definiremos pues, la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos A y B como:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

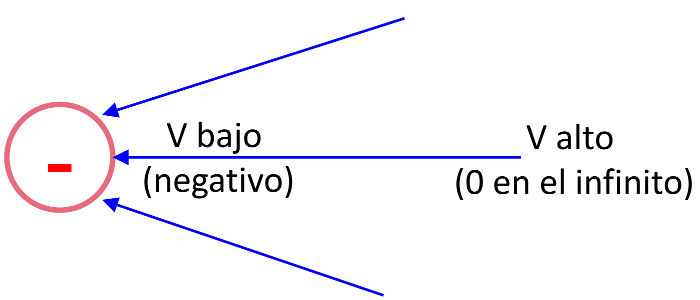
- Sea una carga puntual q. La diferencia de potencial entre dos puntos arbitrarios A y B solo depende de sus distancias a la carga y r_A y r_B y vale:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

*Demostración de que E es conservativo y del valor de ΔV: dividir un trayecto arbitrario AB en tramos radiales y concéntricos y notar que solo los tramos radiales contribuyen a la integral

- Algunas propiedades de V:
  - Las unidades de *V* son los Voltios: 1V = 1 J/C = 1 N·m/C
  - Con el criterio de signos que hemos fijado, el potencial disminuye en dirección de campo creciente (analogía gravedad-campo eléctrico atractivo)
  - Si definimos como origen de potencial el infinito ($V \rightarrow 0 \; si \; r \rightarrow \infty$), y no existe carga en el infinito, podemos definir el potencial en un punto a la distancia *r* como:

$$V_r - V_\infty = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - 0\right) \Rightarrow V_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + V_\infty = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



- Líneas de campo radiales hacia la carga negativa
- Líneas equipotenciales concéntricas
- Una carga positiva se movería siguiendo la dirección de potencial decreciente
- Una carga negativa haría lo contrario
- En ambos casos ganaría energía cinética a costa de la energía potencial electrostática

Potencial eléctrico – distribuciones de carga

- La expresión anterior es válida para una carga puntual
- Para distribuciones discretas de carga utilizaremos el principio de superposición como hicimos antes con el campo:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r_i}|}$$

- Análogamente, para distribuciones continuas:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho d\tau}{|\vec{r} - \vec{r_i}|}$$

- El campo eléctrico deriva de un potencial, quedando completamente descrito por el. Al ser un escalar, el tratamiento usando V suele ser mas simple que con $\vec{E}$

Potencial eléctrico y campo eléctrico

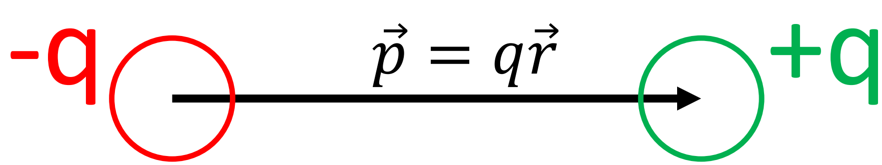
- **El campo eléctrico deriva de un potencial**, quedando completamente descrito por el. Al ser un escalar, el tratamiento de muchos problemas suele ser mas simple usando V que usando $\vec{E}$
- En términos matemáticos se puede escribir como*:

$$\vec{E} = -grad\, V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$$

*Fuera de temario, nosotros solo usaremos la forma integral descrita anteriormente

Dipolo eléctrico

- Un dipolo eléctrico es un sistema formado por dos cargas eléctricas iguales, de signo opuesto y muy próximas entre sí
- Es un caso importante a nivel molecular debido a la existencia de moléculas polares. Por eso se estudia su respuesta a campos externos.
- Se define el momento dipolar como un vector cuyo módulo es igual al producto de la distancia que separa a las cargas y el valor absoluto de la carga, y cuyo sentido va de la carga negativa hacia la positiva:



- El potencial creado por un dipolo vale:

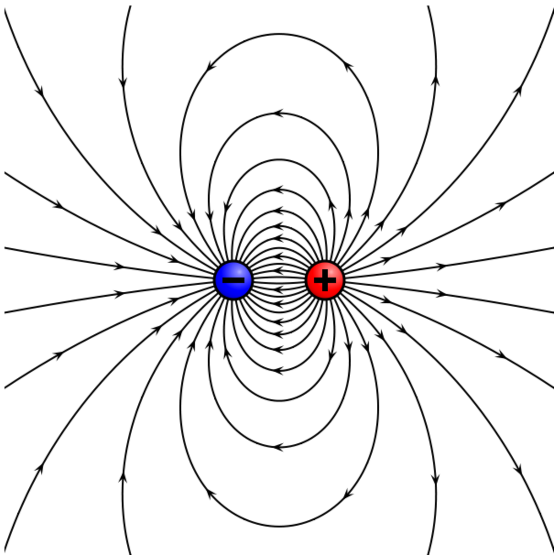
$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\overrightarrow{r_+}|} - \frac{1}{|\vec{r}-\overrightarrow{r_-}|}\right)$$

Sea R la distancia al centro de masas del dipolo, si R>>d:

$$V(\vec{r}) \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

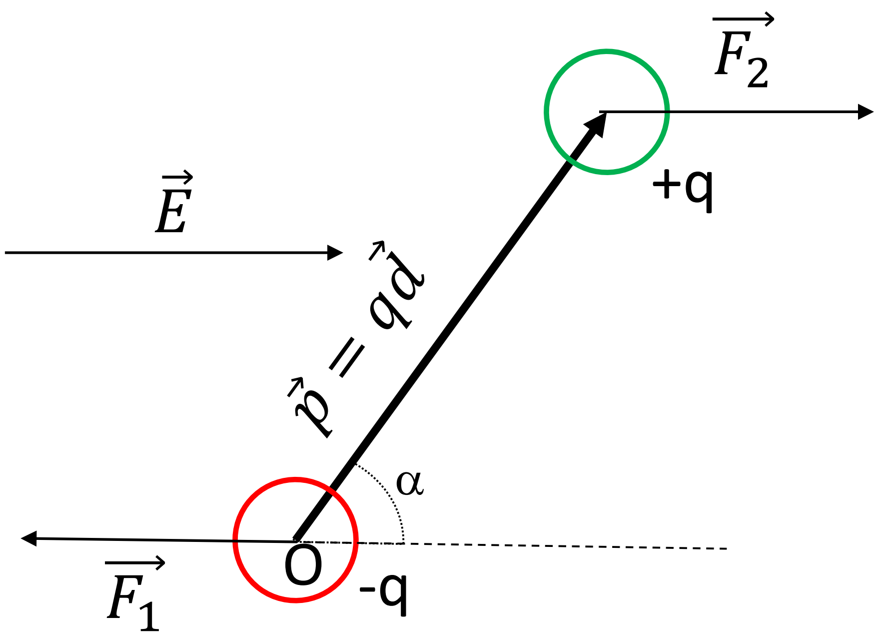
- El campo eléctrico creado por el dipolo vale:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \left|\vec{R}\right|^3}\left(\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{R})}{\left|\vec{R}\right|^2}\vec{R} - \vec{p}\right)$$



Respuesta de un dipolo a un campo eléctrico

- Un dipolo expuesto a un campo tiende a rotar hasta orientarse paralelamente a él
- El momento del par de fuerzas que aparece vale:



$$\vec{\tau} = q\vec{d} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

La fuerza neta sobre el CM será nula si el campo es uniforme por tanto no habría desplazamiento. En campos no uniformes sí puede haber fuerza neta. Ejemplo: molécula polarizada sometida al campo de una carga puntual