

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 2: Conductores, capacitores (condensadores) y energía.

Nota: Los potenciales de los conductores están referidos a infinito, esto es, tomando como nulo el potencial a distancia infinita de ellos.

1. a) Se distribuye uniformemente en la superficie exterior con densidad de carga $\sigma = Q/4\pi R^2$.
 b) Habrá $-q$ en la superficie interior y $Q + q$ en la exterior, ambas distribuidas uniformemente. En el hueco: $\vec{E}(\vec{r}) = [(q/4\pi\epsilon_0)/r^2] \hat{r}$; en el conductor: $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}$ y fuera de él ($r \geq R$): $\vec{E}(\vec{r}) = [((Q + q)/4\pi\epsilon_0)/r^2] \hat{r}$.
 c) Si el hueco tuviese una forma arbitraria, la carga $-q$ no se distribuiría uniformemente en la superficie interior y cambiaría el campo en el hueco. Si además se introduce otra carga $-3q$ en cualquier lugar del hueco, entonces habría $2q$ en la superficie interior y $Q - 2q$ en la exterior, ésta distribuida uniformemente. Volvería a cambiar el campo en el hueco, pues depende de dónde se coloque la nueva carga, y el campo fuera del conductor ($r \geq R$): $\vec{E}(\vec{r}) = [((Q - 2q)/4\pi\epsilon_0)/r^2] \hat{r}$.
2. $Q'_1 = 10 \text{ nC}$, $Q'_2 = 1 \text{ nC}$; $\phi'_1 = \phi'_2 = \phi' = 90 \text{ V}$; $U'_1 = 450 \text{ nJ}$, $U'_2 = 45 \text{ nJ}$; $E'_1 = 90 \text{ Vm}^{-1}$, $E'_2 = 900 \text{ Vm}^{-1}$. Si las esferas estuvieran próximas, entonces el campo de una de ellas no sería despreciable donde está la otra, con lo que sus potenciales y los campos en sus superficies no serían los calculados: ¡el problema sería mucho más complicado!
3. Llamemos 1, 2 y 3 a las superficies de 10, 20 y 30 cm respectivamente.
 a) $\phi'_1 = \phi'_2 = \phi'_3 = (Q'_3/4\pi\epsilon_0)/R_3 = 900 \text{ V}$, $Q'_1 = Q'_3(R_1/R_3) = 10 \text{ nC}$, $Q'_2 = 0$. La carga inicial es de 40 nC.
 b), c) y d) Los mismos resultados.
4. a) y b) Todas quedan descargadas y a potencial cero en todos los casos.
 c) Lo mismo sucede en los casos de los apartados b) y c).
 En los de los apartados a) y d), que son equivalentes, las nuevas distribuciones de cargas y potenciales son:
 Para la superficie esférica 2, $\phi'_2 = 0$ y $Q'_2 = -24 \text{ nC}$. Para la superficie esférica 1, $\phi'_1 = 360 \text{ V}$ y $Q'_1 = 4 \text{ nC}$. Para la superficie esférica 3, $\phi'_3 = \phi'_1 = 360 \text{ V}$ y $Q'_3 = 36 \text{ nC}$.
5. No afectaría en absoluto salvo en el caso de conectar finalmente a tierra la superficie 2 cuando no está conectada a la superficie 3, esto es, el apartado c) del problema 4 en lo que se refiere a los apartados a) y d) del problema 3, los cuales son equivalentes. En este caso, las nuevas distribuciones de cargas y potenciales son:
 Para la superficie esférica 2, $\phi'_2 = 0$ y $Q'_2 = -28.6 \text{ nC}$. Para la superficie esférica 1, $\phi'_1 = 257 \text{ V}$ y $Q'_1 = 2.86 \text{ nC}$. Para la superficie esférica 3, $\phi'_3 = \phi'_1 = 257 \text{ V}$ y $Q'_3 = 37.1 \text{ nC}$.
6. Sean 1 y 2 los capacitores conectados en serie y 3 el conectado en paralelo a ellos.
 a) $Q_1 = Q_2 = 600 \text{ } \mu\text{C}$, $Q_3 = 1200 \text{ } \mu\text{C}$, $W_{\text{bateria}} = U_1 + U_2 + U_3 = 10800 \text{ } \mu\text{J}$.
 b) Sólo cambian la carga y la energía del 3, que ahora valen $Q_3 = 4800 \text{ } \mu\text{C}$ y $U_3 = 28800 \text{ } \mu\text{J}$.
7. a) $C_2 = C_1 = 10 \text{ } \mu\text{F}$.
 b) $Q'_1 = Q'_2 = 50 \text{ } \mu\text{C}$.
 c) $\Delta U = U' - U = -250 \text{ } \mu\text{J}$: se perdieron 250 μJ . Véase, p- ej., Raposo, González y Álvarez-Ude: *Fundamentos de campos electromagnéticos y ondas, Ejercicios y problemas resueltos de Física*, III.41, pp. 143-144 o Sears, Zemansky, Young y Freedman: *Física universitaria*, Vol. 2, Ejemplo 25.7, p. 781-782 y en (1) pp. 640-641.

8. a) $\Delta U/U = (C'/C) - 1 = (d/d') - 1 = -1/6$: su energía disminuye $1/6 \cong 17\%$.

b) $\Delta U/U = (C/C') - 1 = (d'/d) - 1 = 0.2$: su energía aumenta un 20%.

c) Hemos hecho trabajo para separar las placas, puesto que hemos tenido que vencer la fuerza electrostática atractiva. En el caso del apartado a), la energía del capacitor ha disminuido. La suma de ambas energías ha podido ser en parte disipada (convertida en calor), al haber corriente en el circuito (capacitor conectado a la fuente) y en parte puede haber recargado la fuente, si ésta es recargable. En el caso del apartado b), el susodicho trabajo ha aumentado la energía del capacitor.

9. $C = 4\pi\epsilon_0 R_1 R_2 / (R_2 - R_1)$.

a) $U = Q^2 / 2C$.

b) $U = C\phi^2 / 2$.

c) $Q = C\phi$.

10. a) $U = 3(q^2 / 4\pi\epsilon_0 l)$. Si fueran esferitas habría que incluir su energía y la del sistema sería

$$U = 3(q^2 / 4\pi\epsilon_0 l) + (3/2)(q^2 / 4\pi\epsilon_0 R) = 3(q^2 / 4\pi\epsilon_0)[(1/l) + (1/2R)].$$

b) La energía es constante, luego la energía cinética cuando distan d es la diferencia entre la energía (potencial) electrostática inicial y la actual. Así

$$3(mv^2/2) = 3(q^2/4\pi\epsilon_0)[(1/l) - (1/d)] \text{ , , } v = q\{(1/2\pi\epsilon_0 m)[(1/l) - (1/d)]\}^{1/2}.$$