

## Módulo I.1.2. Composición y descomposición de fuerzas.

En muchas situaciones reales, sin darnos cuenta, estamos componiendo o descomponiendo fuerzas. Supongamos que deseamos desplazar un mueble muy pesado, si al empujarlo no somos capaces de hacerlo solos, pedimos que alguien nos ayude empujando a la vez que nosotros. Cuando queremos empujar un carro en un supermercado, si una de sus ruedas está desajustada, el carro se mueve en dirección distinta a la que estamos empujando, lo que nos obliga a realizar más fuerza que la necesaria si el carro estuviera bien ajustado. ¿Por qué esto es así? porque de la fuerza que realizamos, sólo “se aprovecha” la parte de ella que está alineada con el movimiento.

### ¿Por qué es importante este concepto?

Es importante estudiar estas operaciones en física, no solamente en casos similares a los planteados anteriormente, sino también, y de forma fundamental, porque en muchas situaciones reales nos encontraremos con que el movimiento se debe a una componente de la fuerza aplicada o a la acción de varias de ellas

Por un lado, es casi imposible encontrar situaciones en las que un cuerpo queda sometido a una fuerza. Por ejemplo, cuando estudiamos la caída libre, casi siempre prescindimos de la fuerza que ejerce el aire sobre el cuerpo oponiéndose a la gravedad responsable de la caída. Esto sucede, en general porque esta fuerza procedente de la presencia del aire es mucho menor que la debida a la atracción de la Tierra, pero existirán situaciones, como por ejemplo el salto de un paracaidista en que es esencial tenerlo en cuenta para determinar las características del movimiento que tendrá lugar.

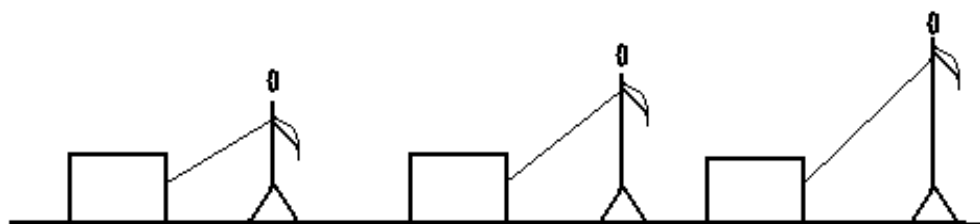
#### **Cuestión 1.**

*Calcular el tiempo que tarda en caer desde una altura de 10 m una bola de 20 g de masa, a) suponiendo una caída libre.*

*Si lo que se deja caer desde el mismo punto es una hoja de papel de 20 g, b) ¿tardará el mismo tiempo? ¿por qué?*

Por otra parte, también sucede que en muchas ocasiones no es posible aprovechar la totalidad de la fuerza aplicada para lograr un determinado efecto debido a las “ataduras” o “ligaduras” existentes. Es por ejemplo el caso en el que queremos arrastrar un cuerpo por un suelo horizontal y tiramos de él con una fuerza que forma un ángulo con la dirección del desplazamiento.

#### **Cuestión 2.**



*Tres personas de distinta altura, pretenden arrastrar una caja por un suelo horizontal tirando de ella mediante una cuerda que pasa sobre su hombro. Las tres pueden realizar fuerzas de la misma magnitud. ¿Obtienen todas el mismo resultado? ¿Por que?*

## Conexión con conocimientos previos y expectativas.

### Cuestión 3.

*¿Porque existe una norma en la Federación de Atletismo de no homologar las marcas que se batan cuando la velocidad del viento es mayor de 2 m/s?. ¿Es conveniente aplicar esta norma en todos los casos, o debe cumplirse alguna condición más?*

Sabemos que las fuerzas son magnitudes vectoriales, y por tanto las operaciones entre ellas se realizarán de acuerdo a esta característica. Por tanto, podríamos decir que, en principio podemos operar con fuerzas igual que con vectores.

## Composición de fuerzas aplicadas en un mismo punto

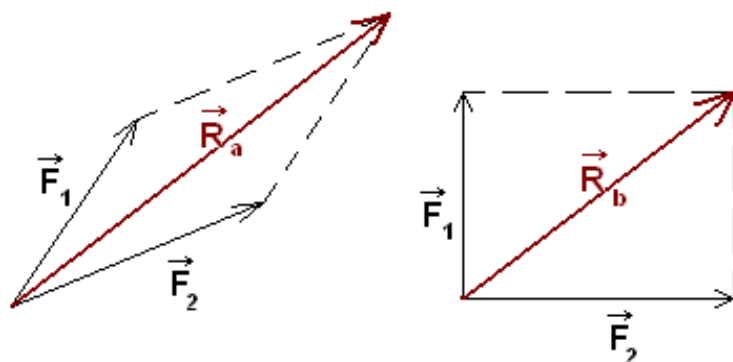
El caso más sencillo de composición de fuerzas lo encontramos al considerar dos fuerzas de la misma dirección y sentido. Sabemos que el efecto producido por ambas es igual al producido por una sola fuerza (resultante) de la misma dirección, el mismo sentido y módulo la suma de ambos módulos.

En el caso en que ambas fuerzas tengan la misma dirección y sentidos contrarios, la resultante mantiene la misma dirección, el módulo la diferencia de ambos y el sentido el de la mayor.

La misma norma podemos aplicar en el caso de más de dos fuerzas

*¿Que ocurre cuando las fuerzas aplicadas en el mismo punto no tienen la misma dirección?*

Se encuentran situaciones reales en las que podemos comprobar que el efecto producido por



La figura representa la composición de dos fuerzas (la "1" y la "2") cuando forman ángulos distintos.

dos fuerzas aplicadas en el mismo punto, depende del ángulo que forman. Pensemos en una situación en la que queremos arrastrar un cuerpo por dos personas tirando de dos cuerdas atadas al mismo punto. Sin pensarlo intentamos tirar lo más juntas posible en la misma dirección en la que queremos que se mueva el cuerpo. Esto es porque sabemos que, a medida que nos separemos formando un ángulo mayor con la dirección del movimiento deseado, obtendremos peores resultados,

ya que el efecto producido será el mismo que el de una fuerza aplicada en el mismo punto, cuyo módulo, dirección y sentido sean los correspondientes a la diagonal del paralelogramo formado por ambas fuerzas y sus paralelas.

De todas formas para calcular el módulo necesitamos conocer el valor del ángulo formado. Por ejemplo:

*Calcular la fuerza resultante de aplicar al mismo punto dos fuerzas de 10 N de módulo cada una de ellas , una horizontal hacia la derecha y otra vertical hacia arriba.*

Como ambas fuerzas son del mismo módulo formaran un cuadrado de lado 10 y la resultante será la diagonal del cuadrado. Al ser iguales los lados y el ángulo que forman las fuerzas de  $90^\circ$ , la resultante formará un ángulo de  $45^\circ$  con cada una de ellas y su módulo será el de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de 10 m de cada cateto

$$|\vec{R}| = \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$$

#### Cuestión 4

Una barca pretende cruzar un río de 100 m de ancho remando a una velocidad de 0,5 m/s en dirección perpendicular a la orilla. Se encuentra que el río mantiene una corriente perpendicular a la orilla que le imprime una velocidad de 1,2 m/s. a) con qué velocidad se moverá la barca respecto a la orilla?. b) ¿cuantos metros habrá descendido la barca por el río cuando llegue a la orilla opuesta? c) ¿que espacio habrá recorrido la barca?

Este procedimiento se puede generalizar a más de dos fuerzas, sumando dos de ellas y al resultado sumarle la tercera y así sucesivamente hasta completar el total de las fuerzas.

### Composición de fuerzas aplicadas en puntos distintos del mismo cuerpo.

¿Que ocurre cuando aplicamos dos fuerzas al mismo cuerpo en puntos diferentes?. Estamos acostumbrados a considerar las fuerzas como vectores libres, es decir como vectores que pueden desplazarse paralelamente a si mismos poniendo su origen (punto de aplicación) en cualquier punto. Pero, *las fuerzas aplicadas a un cuerpo ¿son realmente vectores libres?*, o bien *¿sus efectos dependen del punto de aplicación?* Veamos un ejemplo sencillo:

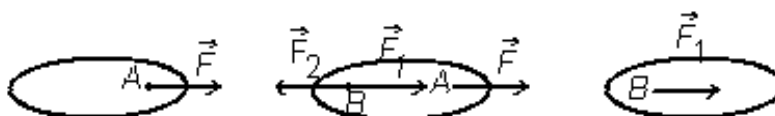
*Tenemos una barra rígida de 1 m de longitud situada en posición horizontal y aplicamos dos fuerzas del mismo módulo, 10 N, una vertical hacia arriba y otra vertical hacia abajo, pero en el primer caso ambas están aplicadas en el mismo punto de la barra (por ejemplo el centro de la misma) y en el segundo caso una en cada uno de los extremos ¿lograremos el mismo efecto?*

No solamente nos ocurre esto en el caso de fuerzas paralelas, también cuando las direcciones son concurrentes, por ejemplo la trayectoria de un balón de futbol es muy diferente según la fuerza (patada) se aplique en el centro del balón, en la parte inferior, o en un lateral.

Cuando es necesario tener en cuenta el punto de aplicación, podemos hablar de fuerzas representadas por vectores deslizantes y de fuerzas representadas por vectores fijos. Cuando se trata de cuerpos y no pueden considerarse puntuales, el efecto de las fuerzas aplicadas no les producen deformaciones, es decir cuerpos rígidos hablamos de vectores deslizantes, mientras que cuando se trata de cuerpos no rígidos (por ejemplo los cuerpos flexibles), será necesario considerar las fuerzas como vectores fijos.

### Sólido rígido.

En efecto, en un sólido rígido, al aplicar una fuerza en un punto, podemos considerar en otro punto

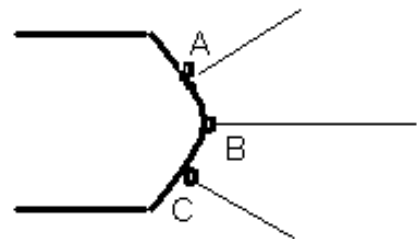


cualquiera de la dirección de la fuerza, otras dos fuerzas de la misma dirección, el mismo módulo y sentidos contrarios, que se anulan entre si. Tenemos así un sistema de tres fuerzas en la misma dirección y módulo, dos de ellas en un sentido y otra en sentido contrario. Siempre se anularán dos de distinto sentido, independientemente de que sean las dos aplicadas al mismo punto o en puntos diferentes, y el resultado será una fuerza del mismo módulo y dirección de la original, aplicada en cualquier punto de su dirección.

Sin embargo, no ocurrirá lo mismo si no se trata de puntos de la misma dirección, o si el cuerpo se puede deformar.

### Cuestión 5

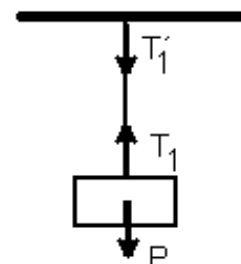
Para arrastrar un barco se utilizan tres remolcadores que van enganchados en tres argollas situadas en el casco del barco en tres puntos diferentes A, B y C, dos de ellos pueden ejercer una fuerza de  $10.000\text{N}$  y el tercero de  $15.000\text{N}$ . Determinar como se deben situar los remolcadores explicando la razón.



### Tensión de una cuerda.

A menudo intentamos mantener un cuerpo sujeto a determinada altura, sabemos que es necesario realizar una fuerza hacia arriba. Esta fuerza deberá ser igual y de sentido contrario al peso, para que la resultante del peso y esta fuerza sea nula, y el cuerpo permanezca en equilibrio. Si la fuerza que hacemos es mayor que el peso, el cuerpo sube, y si es menor cae.

Cuando el cuerpo queda colgado en reposo, la cuerda tendrá que realizar una fuerza igual y de sentido contrario al peso del cuerpo que sujeta. Esta fuerza se denomina tensión de la cuerda. Si a su vez la cuerda está sujeta a otro lugar, por ejemplo al techo, la tensión se transmite a lo largo de la cuerda ejerciendo una fuerza sobre el techo igual al peso del cuerpo.

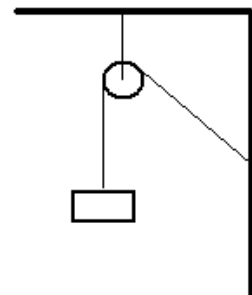


### Cuestión 6

Para sujetar un bloque de piedra de  $100\text{ Kg}$  se utiliza un sistema de dos cuerdas sujetas a dos vigas del techo separadas  $5\text{m}$ . Cada una de las cuerdas forma con el techo un ángulo de  $45^\circ$ . Calcular la tensión de cada cuerda y las tensiones que soportan las vigas del techo.

### Cuestión 7

Dibujar las fuerzas, incluidas todas las tensiones, en el caso en que sujetemos un cuerpo de  $10\text{ Kg}$  mediante una cuerda que pasando por una polea sujeta al techo, está atada a una argolla situada en la pared lateral, como indica el dibujo.



## Descomposición de una fuerza en varias direcciones diferentes.

Como sabemos que la resultante de varias fuerzas produce el mismo efecto que el conjunto de todas ellas, también podemos realizar la operación contraria y descomponer una fuerza en otras varias de forma que el resultado de todas ellas sea igual a la fuerza original.

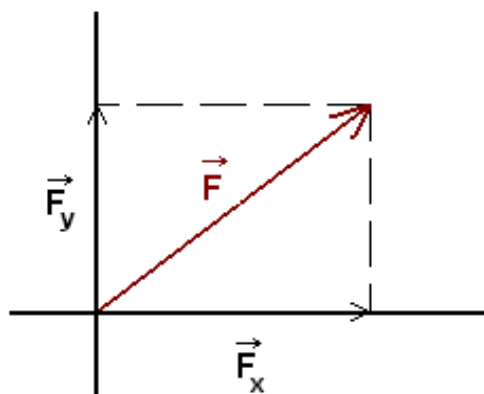
Esto nos interesa en el caso de descomponer una fuerza en sus componentes según los ejes coordenados, de forma que cada una de ellas puede representarse por números (escalares)

Consideremos en primer lugar la descomposición de una fuerza en otras dos que se encuentren en direcciones perpendiculares entre sí (sistema de dos ejes coordenados).

Situando la fuerza en el origen de coordenadas y trazando paralelas a los ejes por los extremos de la fuerza, tenemos constituido un paralelogramo en el que la fuerza es la diagonal, por tanto se puede aceptar que esta fuerza es suma de otras dos, dirigidas según los ejes coordenados, con origen en el origen de coordenadas y extremo en el punto en que la proyección del extremo de la fuerza corta al correspondiente eje.

Si además consideramos vectores unitarios sobre los ejes, podemos escribir

$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$ , con lo que la fuerza queda escrita en función de dos números (coordenadas) y dos vectores unitarios según los ejes



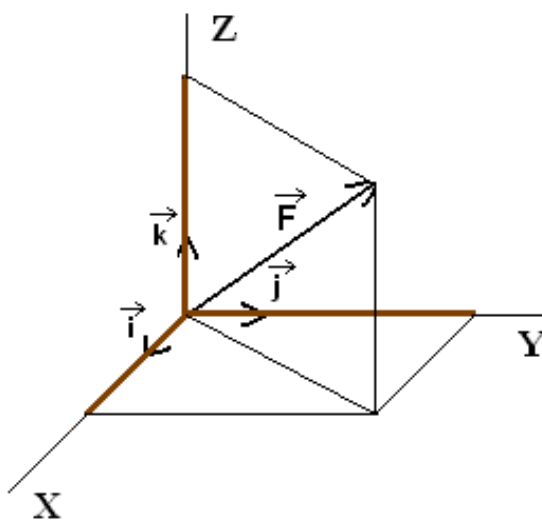
La operación puede repetirse en 2 pasos, si consideramos un sistema de ejes coordenados en el espacio y tres vectores unitarios según los tres ejes, de forma que podemos escribir

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

El valor de las componentes puede calcularse en función del módulo de la fuerza y del ángulo que forma su dirección correspondiente eje.

Teniendo en cuenta que lo que estamos haciendo para determinar las componentes es proyectar el vector fuerza sobre una dirección (eje), por definición de producto escalar, esta proyección será el producto escalar del vector fuerza por el vector unitario de dirección el eje  $(a_x = \vec{F} \cdot \vec{i} = |\vec{F}| \cdot 1 \cdot \cos \alpha)$  que es el

mismo valor que se obtiene considerando el triángulo rectángulo formado por la fuerza (hipotenusa), el eje y la perpendicular trazada desde el extremo de la fuerza al eje, que es la que determina la coordenada.



## Composición y descomposición de fuerzas por componentes.

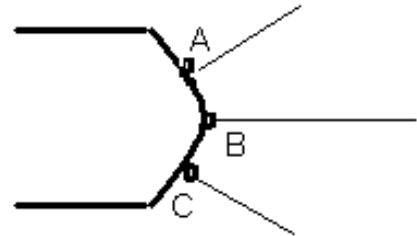
La expresión de las fuerzas en componentes nos permite simplificar matemáticamente las operaciones entre fuerzas aprovechando la propiedad asociativa.

Así, para sumar varias fuerzas basta sumar por una parte todas sus componentes según el eje

de las  $x$ , y el resultado será la componente  $x$  de la suma, y análogamente con las otras componentes.

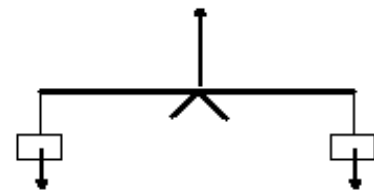
### Cuestión 8

En el caso de los tres remolcadores de la cuestión 5 determinar cual será la fuerza total ejercida por el conjunto de los tres remolcadores si las direcciones en las que se ejercen las fuerzas forman ángulos de  $30^\circ$  entre dos consecutivas.



### Composición de fuerzas paralelas

Supongamos que queremos sujetar dos cuerpos de 10Kg sujetos a los extremos de una barra de 1m de longitud, y que los soportes para los pesos se encuentran en los dos extremos, mientras que solamente podemos apoyar la barra en un punto. Inmediatamente nos damos cuenta que ese punto de apoyo deberá estar en el centro de la barra y que ese punto soportarán el peso de ambos cuerpos.



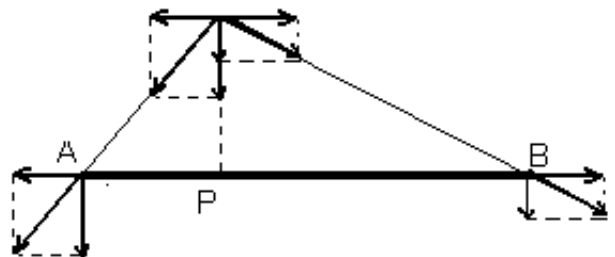
### Cuestión 9

¿que ocurrirá en el caso anterior si los dos cuerpos no son iguales?

Es evidente que no podremos equilibrar la barra si situamos el apoyo en el punto medio.

¿Hacia donde deberemos mover el punto de apoyo? ¿Hacia el cuerpo de mayor peso o hacia el cuerpo de menor peso?. ¿El peso que soportaremos seguirá siendo la suma de los módulos de los pesos de los dos cuerpos?

Si queremos resolver el problema cuantitativamente tendremos que buscar los datos con algún sistema de composición de fuerzas. Para ello, dibujamos en los dos extremos de la barra dos fuerzas iguales y de sentido contrario, con lo cual no hemos alterado el estado de la misma. Componiendo las dos fuerzas aplicadas a cada uno de los extremos tendremos dos fuerzas que ahora son concurrentes, con lo que podremos sumarlas trasladandolas al mismo punto y buscando la diagonal del paralelogramo que forman, como las componentes horizontales son iguales y se anulan entre si, la resultante será la resultante de las dos fuerzas paralelas, y trasladandola verticalmente tendremos el punto de la barra en la que se aplica esta resultante.



### Cuestión 10

Demostrar, ayudandole de la figura que la resultante de dos fuerzas paralelas tiene de módulo la suma de los módulos y está aplicada en un punto que cumple que las distancias a las fuerzas son inversamente proporcionales a sus módulos.

Realiza los cálculos en el caso en que las fuerzas aplicadas a los extremos sean de 80 y 120 Newtons y la longitud de la barra de 1 m.

**Cuestión 11**

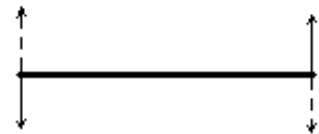
*¿podremos aplicar la misma norma cuando las fuerzas sean de sentidos contrarios?*

**Par de fuerzas****Cuestión 12**

*¿que ocurrirá si tenemos dos fuerzas de sentidos contrarios y del mismo módulo?*

Evidentemente en este caso la resultante de las fuerzas tiene de módulo cero. Pero sus resultados serán diferentes según sean las condiciones de aplicación, o dicho de otro modo según las características del cuerpo al que están aplicadas.

Supongamos que las fuerzas se aplican en los extremos de una barra rígida y que esta fija. En este caso las fuerzas se anulan y no tenemos ningún efecto porque la barra es capaz de compensar las fuerzas aplicadas creando tensiones en los puntos en que están colocadas las fuerzas que son puntos fijos de la barra



Si la barra solo está sujeta por el centro, entonces las dos tensiones que crea la barra se aplican en el único punto por el que está sujeta, el centro, y se anulan entre si, pero no anulan las fuerzas aplicadas. Además, como los extremos de la barra no están fijos se moverán por efecto de las fuerzas aplicadas, y si la barra es rígida, el movimiento deberá mantener las posiciones relativas de las distintas partes de la barra, luego se desplazarán manteniendo fijo el centro de la barra y girando alrededor de él.

