

Politecnico di Milano

Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione  
Corso di Laurea in Ingegneria Fisica



Simulazioni magneto-meccaniche di un innovativo  
magnetometro MEMS

**Relatore:**

Prof. Riccardo Bertacco

**Correlatori:**

Ing. Simone Cuccurullo

Dott. Federico Maspero

**Candidato:**

Laura Mismetti

Anno Accademico 2020-2021

# Indice

<b>Introduzione .....</b>	<b>1</b>
1.1. Contesto .....	1
1.2. Progetto OxiNEMS .....	1
1.3. Magnetometro MEMS .....	2
 <b>Metodi .....</b>	 <b>4</b>
2.1. Software COMSOL .....	4
2.2. Procedimento e obiettivo .....	5
 <b>Risultati.....</b>	 <b>6</b>
3.1. Parte meccanica .....	7
3.1.1. Modello analitico.....	7
3.1.2. Stime.....	9
3.1.3. Simulazione meccanica .....	10
3.2. Parte magnetica.....	12
3.2.1. Modello analitico.....	12
3.2.2. Simulazione magnetica.....	14
3.2.3. Sweep parametrici .....	16
3.2.3.1.Sweep parametro $a$ .....	17
3.2.3.2.Sweep parametro $g$ .....	18
3.2.3.3.Sweep parametro $c$ .....	21
3.3. Forza magnetica esercitata su un magnete permanente .....	23
3.3.1. Analisi teorica.....	23
3.3.2. Simulazione forza magnetica .....	25
3.3.3. Variazione $k_{\text{mag}}$ in funzione del gap .....	26
3.4. Device completo .....	28
3.5. Device ampliato .....	33
 <b>Conclusioni .....</b>	 <b>34</b>
 <b>Bibliografia .....</b>	 <b>35</b>

# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1. Contesto

Il lavoro di tesi di Laurea Triennale contiene ed espone i concetti studiati e i risultati ottenuti durante lo svolgimento del laboratorio progettuale dedicato alla modellizzazione di un sensore di campo magnetico ultrasensibile. Il lavoro è stato realizzato con la guida e la supervisione di Dott. Federico Maspero e Ing. Simone Cuccurullo, entrambi correlatori.

L'obiettivo è quello di implementare un magnetometro in grado di lavorare a temperatura ambiente e dunque utilizzabile all'interno di prodotti di elettronica di consumo. In questo modo sarebbe possibile dimostrare che il principio di rivelazione del campo magnetico progettato può essere efficace, sviluppando al contempo un dispositivo effettivamente vincente nell'elettronica di consumo. In un futuro, miglioramenti tecnologici potrebbero di fatto portare il magnetometro studiato ad essere un vero e proprio sensore di campo ultrasensibile.

### 1.2. Progetto OxiNEMS

Il laboratorio si colloca all'interno del progetto europeo OxiNEMS – Oxide Nanoelectromechanical System for Ultrasensitive and Robust Sensing of Biomagnetic Fields, che ha come obiettivo quello di sviluppare un device elettromeccanico ultrasensibile dalle dimensioni nanometriche, detto NEMS. Il dispositivo vorrebbe essere in grado di rivelare campi biomagnetici, come quelli generati dall'attività cerebrale, che sono soliti essere dell'ordine delle decine di femtotesla.

Una prima rilevante applicazione del device potrebbe essere rappresentata dai sistemi magnetoencefalografici, i quali si occupano di registrare l'attività magnetica del cervello in modo non invasivo. Questi attualmente sfruttano particolari sensori, detti SQUID – Superconducting Quantum Interference Devices, che pongono però molti limiti operativi. La robustezza e la sensibilità del nuovo device potrebbero quindi permettere di andare oltre gli attuali limiti posti alla magnetoencefalografia (MEG) [1].

Ad ora il magnetometro sviluppato all'interno del progetto sfrutta dei superconduttori per amplificare il campo magnetico, perciò non può essere utilizzato all'interno di prodotti di elettronica di consumo. Tramite un'implementazione diversa, che sfrutta però lo stesso principio di misura, sarebbe possibile realizzare un dispositivo che lavora a temperatura ambiente e che rivela campi magnetici di pochi nT/rHz o nell'ordine dei sub-nT/rHz.

Il dispositivo a cui si sta lavorando al Politecnico di Milano ha un principio di funzionamento ispirato dalla Magnetic Force Microscopy (MFM) e combina la tecnologia MEMS – Microelectromechanical Systems – con diversi elementi magnetici, quali i concentratori di campo magnetico, detti MFC, e i magneti permanenti [2].

Il lavoro di tesi si è incentrato sul confronto di risultati numerici con stime teoriche, ottenute tramite un modello analitico, al fine di validare un modello numerico per la simulazione del dispositivo in questione. Una volta concluso il laboratorio si è ottenuto quindi uno strumento (file COMSOL) in grado di fornire una simulazione verosimile del comportamento di un device dal design accurato e di rapido utilizzo.

### 1.3. Magnetometro MEMS

Il device qui proposto si ispira alla tecnica MFM, ovvero sfrutta la presenza della forza magnetica microscopica per rivelare il campo magnetico prodotto da un campione magnetizzato. Questa tecnica consiste nell'utilizzo di una sonda, ovvero una punta magnetizzata sorretta da un'asta tenuta in oscillazione vicino alla superficie del campione di cui bisogna indagare il campo magnetico, come rappresentato in Figura 1.

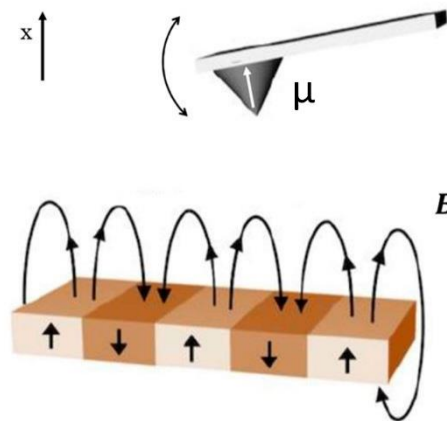


Figura 1- Rappresentazione schematica del principio di funzionamento della MFM

La punta interagisce con i domini magnetici subendo una forza proporzionale al proprio momento di dipolo magnetico e alla derivata prima del campo magnetico, secondo l'equazione:

$$F_s = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial s}$$

dove  $s$  sta per lo spostamento dell'asta,  $B_x$  per la componente  $x$  del campo magnetico e  $\mu_x$  per il momento di dipolo magnetico della punta magnetizzata.

La non uniformità del campo magnetico fa sì che la forza  $F_s$  risulti essere dipendente dalla posizione, si può quindi definire un parametro equivalente alla costante elastica di una molla, detto "costante magnetica", in simboli  $k_{mag}$ , che renda conto della rigidità del sistema. La costante magnetica è quindi definita come:

$$k_{mag} = \mu_x \frac{\partial^2 B_x}{\partial s^2}$$

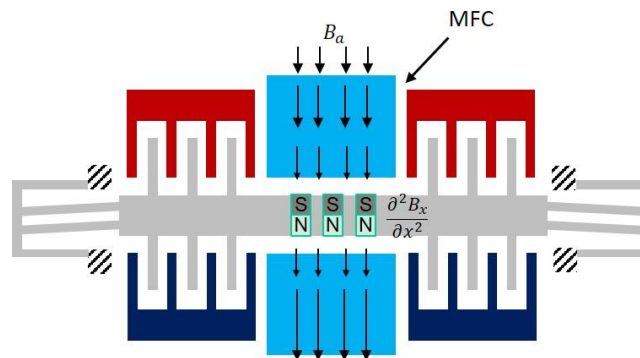
La trave a sbalzo, avendo una costante magnetica non nulla, è soggetta allora ad una variazione della propria costante elastica complessiva e dunque anche della propria frequenza di risonanza, espressa dalla formula:

$$\Delta\omega_R \cong -\mu_x \frac{\omega_R}{2k} \frac{\partial^2 B_x}{\partial s^2}$$

Misurando quest'ultima si è in grado di risalire alla direzione, ed eventualmente anche al valore, del campo magnetico in cui il sistema si trova immerso.

È possibile capire quindi come la presenza di una derivata seconda del campo magnetico non nulla generi una variazione delle frequenze di risonanza del sistema. Questo concetto è fondamentale all'interno dei magnetometri MEMS trattati, anche se la loro geometria differisce parzialmente da quella appena presentata.

I magnetometri MEMS sono costituiti da un corpo centrale in silicio che termina con quattro molle le cui estremità sono ancorate ad un substrato. La struttura ha lo stesso ruolo della trave a sbalzo, è infatti in grado di oscillare nel piano che la contiene, ovvero di muoversi in modo tale da permettere la scansione del campo magnetico. Su di essa sono posti dei magneti permanenti, che hanno quindi un momento di dipolo magnetico non nullo e svolgono il ruolo della punta magnetizzata.

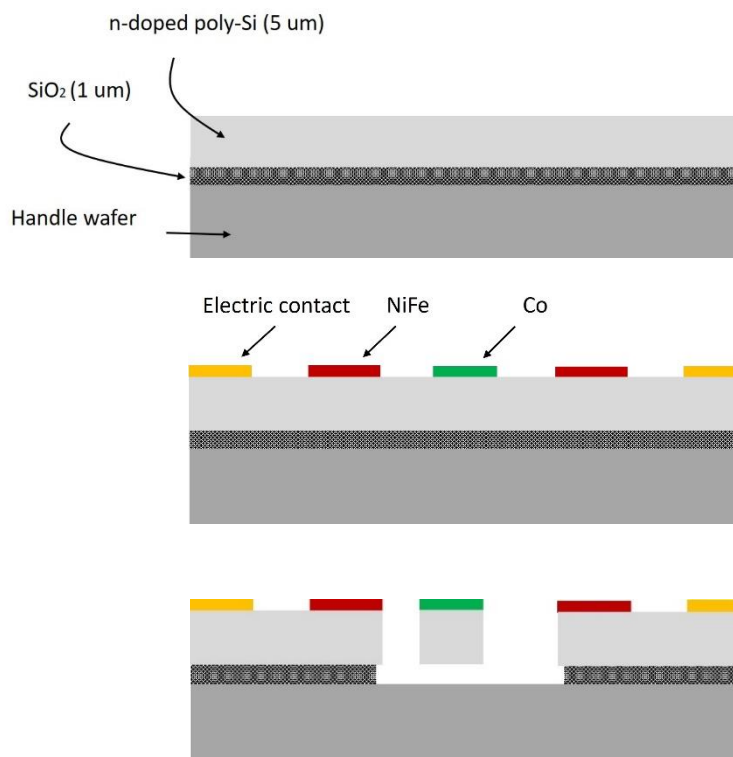


*Figura 2- Magnetometro MEMS visto dall'alto*

Il campo magnetico da sondare solitamente non ha una derivata seconda non nulla, è quindi necessario convertirlo in un altro campo magnetico con un gradiente appropriato. Vengono utilizzati a questo scopo dei concentratori di campo magnetico, meglio conosciuti come MFC – Magnetic Field Concentrators, elementi costituiti da metalli ferromagnetici dolci, come il permalloy, in grado di amplificare il campo magnetico in cui sono immersi producendo un campo non uniforme la cui derivata seconda è direttamente legata al valore del campo esterno.

I primi prototipi di sensori magnetici sono stati fabbricati nella cleanroom del Politecnico di Milano, PoliFAB. Il device viene costruito partendo da un wafer di SOI (silicon on insulator) composto da un substrato poco drogato, uno strato di ossido di silicio spesso circa  $1\mu\text{m}$  e un ultimo strato di silicio drogato di circa  $5\mu\text{m}$ . Utilizzando la tecnica di lift-off, altri tre strati vengono depositati solo in alcune zone: uno strato in metallo forma i contatti elettrici, un materiale ferromagnetico duro costituisce il magnete permanente (come il cobalto) e un

materiale ferromagnetico dolce costruisce gli MFC (come il permalloy, ovvero  $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$ ). Infine, il substrato di Silicio viene scavato in modo da modellare la geometria del dispositivo, mentre viene rimosso l'ossido al di sotto di quello che dovrà essere il corpo centrale [2].



*Figura 3- Schema dei principali step per la fabbricazione di un MEMS*

## Capitolo 2

### Metodi

#### 2.1. Software COMSOL

Il lavoro è stato svolto mediante l'utilizzo del software COMSOL Multiphysics®, il quale sfrutta la modellazione a elementi finiti, una tecnica numerica che si occupa di approssimare le equazioni differenziali alle derivate parziali che descrivono un problema attraverso un sistema di equazioni algebriche. La caratteristica principale di questo metodo è la discretizzazione dello spazio attraverso la creazione di una griglia o, più propriamente, mesh, composta da piccoli elementi dalle forme elementari. La soluzione su ogni elemento è data dalla combinazione lineare di funzioni dette funzioni di base o di forma.

La piattaforma COMSOL permette di simulare progetti, dispositivi e processi in ambito tecnologico [3] e consente di lavorare con più fisiche contemporaneamente. Possono infatti essere studiati allo stesso tempo fenomeni fisici appartenenti ad aree diverse quali elettromagnetismo, meccanica strutturale, acustica, fluidodinamica, trasferimento di calore e reazioni chimiche. Questo software è spesso usato per ottenere simulazioni realistiche ed affidabili che possono andare a sostituire l'uso esclusivo di prove fisiche e prototipi, fornendo modelli altrettanto convalidati. Proprio per questo motivo si è scelto di utilizzare COMSOL, esso ha permesso di testare la bontà del progetto, ovvero di confrontare le previsioni teoriche ottenute da dei modelli analitici approssimati, con dei dati realistici che altrimenti sarebbero dovuti essere raccolti per via del tutto sperimentale.

All'interno dell'ambiente COMSOL l'implementazione di un modello viene fatta attraverso il completamento di diversi passaggi, in modo tale da fornire al software una descrizione il più accurata e dettagliata possibile del fenomeno da simulare. Solo dopo aver fatto ciò si può procedere con la simulazione vera e propria e il calcolo dei risultati.

Prima di tutto è necessario selezionare la dimensione dello spazio in cui si desidera lavorare, per esempio tridimensionale o bidimensionale. Bisogna poi selezionare una o più fisiche che governano il nostro sistema e scegliere uno o più studi, le cui soluzioni saranno di fatto i dati di nostro interesse. È possibile definire inoltre le unità di misura di riferimento del modello, scegliendo tra multipli e sottomultipli dei diversi sistemi esistenti. È necessario definire i materiali di cui sono fatti gli oggetti che compongono il dispositivo. Tutto ciò permette al software di avere una visione completa e dettagliata del fenomeno e risolvere dunque le equazioni che lo governano includendo le non idealità.

Per la simulazione del dispositivo in questione vengono usate due diverse fisiche: “Meccanica dei solidi”, per la modellizzazione delle parti meccaniche, e “Campi magnetici, senza correnti”, per le parti magnetiche. Sono definite mesh con elementi tetraedrici non strutturati le cui dimensioni massime variano a seconda dell'accuratezza necessaria nei diversi studi. Per esempio, nelle simulazioni magnetiche è importante ottenere un profilo il più continuo possibile del campo magnetico e della forza magnetica, perciò vengono definiti degli infittimenti della mesh nelle zone di interesse, dove le dimensioni di ogni elemento non superano  $0,05\ \mu\text{m}$ . Per le simulazioni meccaniche invece sono sufficienti elementi tetraedrici di, al massimo,  $43,8\ \mu\text{m}$ .

Per quanto riguarda i vincoli imposti al sistema e le condizioni al contorno utilizzate, oltre a quelli già definiti all'interno di ogni fisica sono stati aggiunti:

- Ancoraggi (simulazioni meccaniche), per descrivere l'impossibilità di movimento di alcune pareti del dispositivo in quanto fissate al substrato che sostiene il device;
- Campo di induzione magnetica (simulazioni magnetiche), definisce il valore della densità di flusso magnetico, per tenere conto della presenza di un campo magnetico esterno in cui si trova immerso il dispositivo;
- Conservazione del flusso magnetico (simulazioni magnetiche), per indicare la magnetizzazione di alcuni elementi del sistema.

Infine, sono stati utilizzati materiali diversi per l'implementazione delle diverse parti del device, specialmente silicio, nickel e aria. Per alcuni di questi è stato necessario definire alcune loro caratteristiche fisiche come per esempio la permeabilità relativa, mentre per altri sono state sufficienti le informazioni già note a COMSOL.

## 2.2. Procedimento e obiettivo

L'obiettivo del lavoro di tesi è duplice. In primis, accertare che il software COMSOL sia adatto per la simulazione di questo tipo di dispositivi, ovvero fornisca dei risultati verosimili e fisicamente sensati, e successivamente, verificare il buon funzionamento del device progettato.

Il lavoro svolto durante il laboratorio progettuale può essere diviso schematicamente in cinque parti: parte meccanica, parte magnetica, forza magnetica su un magnete permanente, device completo e device ampliato. Le prime tre parti trattano ognuna un diverso elemento che compone il magnetometro MEMS, la quarta unisce tutte queste componenti a formare un device completo, mentre la quinta si occupa del progetto di una nuova geometria con lo scopo di amplificare l'effetto ottenuto. In ognuna delle prime quattro sezioni abbiamo seguito il procedimento di seguito riportato per lo sviluppo del lavoro.

1. Studio della componente fisica: per prima cosa ci siamo dedicati allo studio e alla comprensione dei fenomeni fisici coinvolti, così come del modello analitico utilizzato per descriverli. Una volta fissati i parametri, abbiamo stimato i valori e gli andamenti attesi delle grandezze di interesse.
2. Simulazione di un componente: dopo aver affrontato l'argomento dal punto di vista teorico ci siamo occupati dell'implementazione di un modello su COMSOL, inserendo quindi, come descritto precedentemente, le condizioni e i vincoli del caso.
3. Confronto dei risultati: dopo il lancio della simulazione e l'analisi dei risultati sperimentali abbiamo confrontato quanto ottenuto con ciò che è stato predetto dal modello analitico grazie alla scrittura di uno script MATLAB. Infine, abbiamo calcolato una stima dell'errore commesso.



## Capitolo 3

### Risultati

#### 3.1. Parte meccanica

In questa prima sezione si affronta la meccanica del magnetometro MEMS, trascurando quindi tutti gli elementi e gli effetti magnetici che verranno trattati successivamente.

##### 3.1.1. Modello analitico

Come già detto in precedenza, il magnetometro MEMS consiste in una struttura solida sospesa ed in grado di oscillare, perciò, per piccole oscillazioni, può essere descritto meccanicamente attraverso il modello di un oscillatore armonico smorzato unidimensionale soggetto a una forzante esterna.

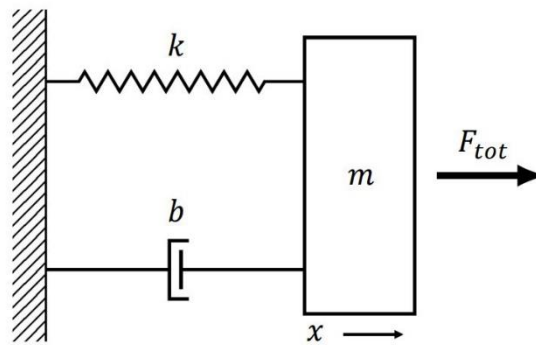


Figura 4 - Oscillatore armonico smorzato unidimensionale

Si ha quindi che il magnetometro può essere modellizzato come un corpo sospeso di massa efficace  $m$ , ancorato al substrato per mezzo di molle di costante elastica complessiva  $k$ , e soggetto a una forzante esterna (racchiusa nella somma di tutte le forze agenti sul corpo  $F_{tot}$ ), e a diverse forze di attrito, il cui effetto complessivo può essere considerato pari a un'unica forza viscosa con coefficiente di smorzamento  $b$ . È dunque regolato dall'equazione:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_{tot}$$

dove  $x(t)$  è il centro di massa del corpo e varia nel tempo in quanto l'oggetto oscilla. Si definisce quindi una frequenza di risonanza  $\omega_R$  per il corpo, detto a questo punto anche risonatore, in questo modo:

$$\omega_R = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

È necessario poi stimare analiticamente la costante elastica del risonatore. Inizialmente si stima la costante elastica di una singola molla in grado di deformarsi nel piano in modo guidato, ovvero che presenta un estremo ancorato al substrato, mentre l'altro è libero di muoversi in un piano, solitamente parallelo a quello in cui è avvenuto l'ancoraggio. Come mostrato in Figura 5, le dimensioni della molla sono  $l$  la lunghezza,  $h$  l'altezza e  $w$  la larghezza.

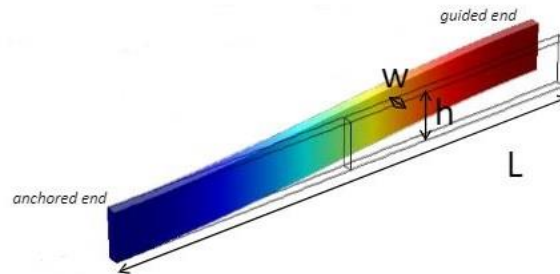


Figura 5 - Molla con un estremo ancorato e deformazione planare

La formula esatta della costante elastica di una molla che si deforma nel piano con un estremo fissato si ricava considerando la serie di due molle free-ended identiche, ognuna lunga  $l/2$ , come in Figura 6.

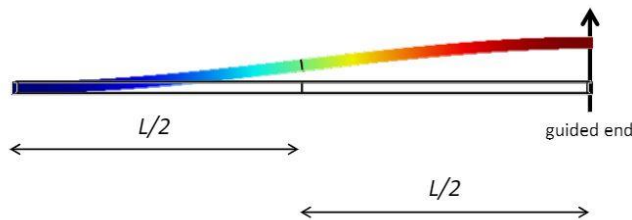


Figura 6 - Schema di una molla con un estremo ancorata vista come due molle non ancorate in serie

si ottiene quindi:

$$k_{1\text{molla}} = E \left( \frac{l}{w} \right)^3 h$$

dove  $E$  è il modulo di Young relativo al materiale di cui sono fatte le molle (nel caso in questione silicio) [4].

Nel risonatore sono presenti complessivamente quattro molle in parallelo, una ad ogni vertice, ed ognuna costituita poi da due molle uguali in serie, perciò si ottiene che la costante elastica del risonatore è pari a:

$$k = 4 \left( \frac{k_{1\text{molla}}}{2} \right)$$

Per poter prevedere la frequenza di risonanza del risonatore è inoltre necessario dare una stima della massa efficace dello stesso. Essendo un vero sistema massa-molla, la massa delle molle non può essere del tutto trascurata, tuttavia non muovendosi alla stessa velocità del corpo

centrale non è possibile semplicemente aggiungere la loro massa a quella del risonatore. La formula corretta, ricavata per mezzo del principio di Rayleigh, è [5]:

$$m_{\text{eff}} = m_{\text{corpo}} + \frac{13}{35} m_{\text{molle}}$$

dove  $m_{\text{corpo}}$  indica la massa del corpo centrale, ovvero di tutto il risonatore escluse le molle, mentre  $m_{\text{molle}}$  è la somma della massa di tutte le molle.

In generale un corpo ha diversi modi di risonanza, i quali possono essere per esempio di tipo rotazionale o vibrazionale, ognuno con una propria frequenza. In certe condizioni è possibile fare in modo che il modo a frequenza minore avvenga nel piano, per esempio agendo sul fattore di forma del risonatore, o più precisamente delle sue molle, definito come il rapporto tra altezza e larghezza delle stesse. Se questo risulta essere sufficientemente alto allora il modo a frequenza minore sarà di tipo planare. Nel nostro caso un rapporto di forma pari a 2 genera un fattore moltiplicativo pari a 8 all'interno della costante elastica che quindi modifica la frequenza di risonanza. Si ha infatti che solitamente nei dispositivi commerciali i modi di traslazione fuori dal piano sono a frequenze maggiori.

### 3.1.2. Stime

Si progetta un risonatore con i seguenti parametri:

$l = 2 \mu\text{m}$  (x molla)

$w_1 = 175 \mu\text{m}$  (y molla)

$w_2 = 163 \mu\text{m}$  (y molla)

$h = 10 \mu\text{m}$  (z molla)

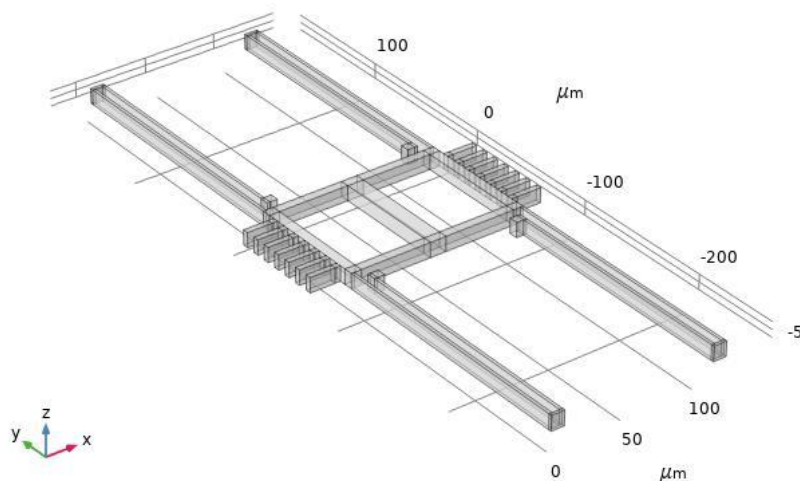


Figura 7 – Risonatore disegnato su COMSOL

Si nota subito che la geometria non è delle più scontate, ci si aspetterebbe un semplice layer di silicio con quattro aste sottili alle estremità che fungono da molle. Tuttavia, sapendo come dovranno essere unite le parti meccanica e magnetica, questa risulta essere la forma del risonatore ottimale.

Si stima la costante elastica teorica tramite le formule citate precedentemente e le relazioni che legano le costanti elastiche di molle in serie e in parallelo. Si tiene conto inoltre della piccola differenza di lunghezza delle due molle in serie e si calcola:

$$k_{1\text{molla},1} = E \left( \frac{l}{w_1} \right)^3 h = 170 * 10^9 Pa \left( \frac{2}{175} \right)^3 10 \mu m = 2,53 \frac{N}{m}$$

$$k_{1\text{molla},2} = E \left( \frac{l}{w_2} \right)^3 h = 170 * 10^9 Pa \left( \frac{2}{163} \right)^3 10 \mu m = 3,14 \frac{N}{m}$$

$$k_{1+2} = \frac{k_{1\text{molla},1} k_{1\text{molla},2}}{k_{1\text{molla},1} + k_{1\text{molla},2}} = 1,40 \frac{N}{m}$$

$$k_{\text{teo}} = 4 * k_{1+2} = 5,60 \frac{N}{m}$$

La costante elastica attesa del nostro risonatore è quindi di  $5,60 \text{ N/m}$ .

Si calcola poi la massa efficace tramite la funzione di misura dei volumi di COMSOL:

$$\begin{aligned} m_{\text{eff}} &= \rho_{\text{Si}} \left( V_{\text{corpo}} + \frac{13}{35} V_{\text{molle}} \right) = 2329 \frac{kg}{m^3} \left( 45676 \mu m^3 + \frac{13}{35} 30880 \mu m^3 \right) \\ &= 1,33 * 10^{-10} kg \end{aligned}$$

Dove  $\rho_{\text{Si}}$  è la densità di massa del silicio. Quindi si stima la frequenza di risonanza teorica

$$\omega_{R,\text{teo}} = \sqrt{\frac{k_{\text{teo}}}{m}} = \sqrt{\frac{5,60 \frac{N}{m}}{1,33 * 10^{-10} kg}} = 205195,7 \frac{rad}{s}$$

Che corrisponde a una frequenza di circa  $32657,9 \text{ Hz}$ .

### 3.1.3. Simulazione meccanica

Dopo aver implementato il modello su COMSOL, ovvero aver scelto come fisica “Meccanica dei solidi”, disegnato la geometria, scelto il materiale silicio, definito una mesh con elementi tetraedrici di dimensione massima pari a  $43,8 \mu m$ , è possibile, aggiungendo uno studio delle autofrequenze, avviare la simulazione.

Si trovano delle frequenze di risonanza pari a:

$\omega_1$	32707 Hz	205504,1 rad/s
$\omega_2$	74249 Hz	466520,2 rad/s
$\omega_3$	82192 Hz	516427,5 rad/s
$\omega_4$	1,35E+05 Hz	849486,6 rad/s
$\omega_5$	1,41E+05 Hz	887060,1 rad/s
$\omega_6$	1,42E+05 Hz	895291,0 rad/s

Figura 8 - Tabella delle frequenze di risonanza del sistema meccanico

Il primo modo planare ha quindi una frequenza di risonanza calcolata tramite COMSOL pari a  $\omega_{R,sper} = 205504,1 \text{ rad/s}$ , che corrisponde a 32707 Hz.

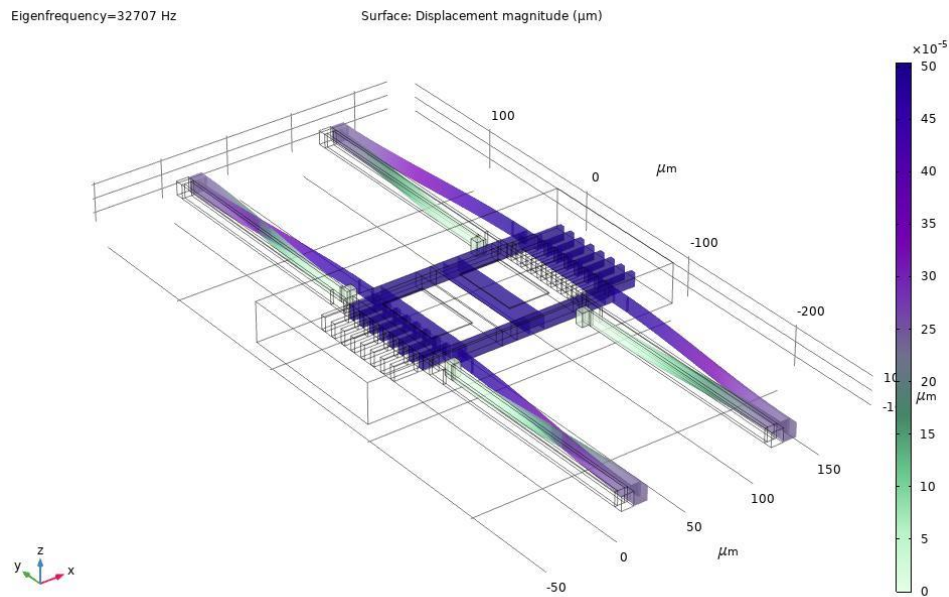


Figura 9- Primo modo

Il calcolo della costante elastica viene invece fatto attraverso lo spostamento, ovvero si applica al corpo una forza, in questo caso pari a  $1 \mu\text{N}$ , mediante la funzione “Boundary load” e si fa calcolare a COMSOL lo spostamento massimo del corpo del risonatore (si considera poi lo spostamento del centro del risonatore). Si ottiene la costante elastica come il rapporto tra forza e spostamento:

$$k_{sper} = \frac{F}{\Delta s} = \frac{1 \mu\text{N}}{0,18 \mu\text{m}} = 5,55 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

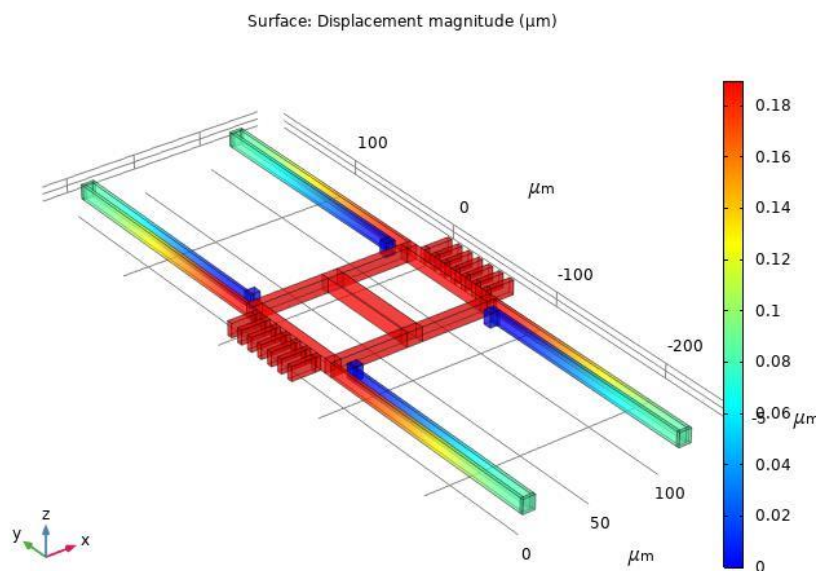


Figura 10 - Spostamento del corpo soggetto a una forza  $F=1 \mu\text{N}$

È possibile a questo punto confrontare i risultati per le frequenze di risonanza e per la costante elastica ottenuti mediante la simulazione su COMSOL con quelli teorici calcolati. Si ha un ottimo accordo sul valore della frequenza di risonanza del primo modo planare, infatti si ha uno scostamento di 308,4 rad/s che corrisponde a un errore di 0,15%.

Per quanto riguarda la costante elastica invece si ha uno scostamento di circa 0,05 N/m che corrisponde ad un errore di 0,89%. Questa discrepanza potrebbe essere dovuta in parte, a errori di calcolo numerico, ma anche al fatto che il modello analitico non tiene conto della deformabilità della giunzione tra tutte le coppie di molle in serie, le assume quindi oggetti indeformabili, approssimazioni che invece COMSOL non fa.

Si può quindi concludere, per quanto riguarda la parte meccanica, che le previsioni teoriche sono in ottimo accordo con i dati sperimentali.

### 3.2. Parte magnetica

In questa seconda parte vengono trascurati completamente gli aspetti meccanici, già trattati nella sezione precedente, in modo tale da dedicarsi allo studio dei soli effetti magnetici, in particolare al funzionamento degli MFC.

#### 3.2.1. Modello analitico

Come già anticipato, all'interno del magnetometro MEMS è necessaria la presenza di un campo magnetico con una derivata seconda non nulla, a questo scopo vengono introdotti due concentratori di campo magnetico.

Gli MFC sono costituiti da materiali con caratteristiche specifiche, come un basso campo coercitivo  $H_c$ , solitamente inferiore a 0,1 mT, che rende il ciclo di isteresi stretto e permette di individuare un andamento all'incirca lineare della magnetizzazione in funzione del campo esterno quando quest'ultimo assume piccoli valori (ovvero si resta lontani dalle zone di saturazione). Pertanto, per piccoli campi applicati, la relazione tra campo demagnetizzante prodotto dagli MFC e campo esterno può essere approssimata a una relazione lineare. Un'altra importante caratteristica dei materiali scelti per realizzare MFC è una elevata permeabilità relativa  $\mu_r$ , tipicamente superiore a 500, la quale permette di ottenere una significativa amplificazione del campo magnetico. Due materiali ferromagnetici dolci che rispettano queste condizioni e vengono comunemente usati sono  $\text{Co}_{93}\text{Zr}_3\text{Nb}_4$  e  $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$ , anche detto permalloy, ed utilizzato nella realizzazione del device in questione. Per le simulazioni di COMSOL invece si utilizza un generico materiale con  $\mu_r = 500$ .

La forma del concentratore influisce su  $H_c$  e  $\mu_r$ , perciò bisogna fare attenzione alla scelta di quest'ultima. È stato sviluppato un modello analitico per ottenere una formula approssimata da sfruttare nell'ottimizzazione della geometria degli MFC.

Quando immerso in un campo magnetico esterno uniforme  $B_e$ , un MFC si magnetizza in generale in modo non uniforme, concentrando le linee del campo al suo interno, tuttavia se il corpo è definito da una superficie di secondo ordine, la magnetizzazione del concentratore è uniforme. Si è approssimato dunque il concentratore a uno sferoide oblato in modo tale da poter utilizzare un'espressione che lega la magnetizzazione e il campo applicato più semplice:

$$M = \frac{\mu_r - 1}{1 + N_x(\mu_r - 1)} \frac{B_e}{\mu_0}$$

Dove  $N_x$  è il fattore demagnetizzante e  $\mu_r$  la permeabilità magnetica del materiale.

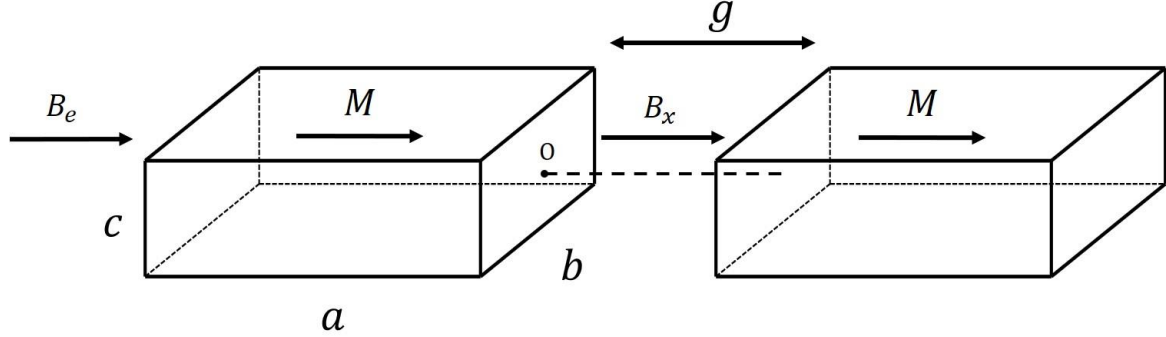


Figura 11 - MFC separati da un gap  $g$

Dunque, nel momento in cui si dispongono due MFC rettangolari di dimensioni  $a$ ,  $b$ ,  $c$  in un piano e distanziati da un gap  $g$ , si ottiene all'interno di quest'ultimo un campo magnetico complessivo pari a

$$B_x(x) = B_{x,MFC}(x) + B_e$$

$$= \frac{\mu_r - 1}{1 + N_x(\mu_r - 1)} \frac{B_e}{\pi} [f(x) - f(x + a) + f(x - g - a) - f(x - g)] + B_e$$

$$\text{con } f(x) = \arctan \frac{bc}{4x\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + x^2}}$$

mentre il fattore demagnetizzante  $N_x$  per uno sferoide oblato è dato da:

$$N_x = \frac{\pi}{4r} \left(1 - \frac{4}{\pi r}\right) \sim \frac{\pi}{4r} \quad \text{per } r = \frac{\frac{a}{2} + \frac{b}{2}}{c} \gg 1$$

Una tale forma del campo magnetico tra i due MFC fa sì che la sua derivata seconda non sia nulla nel centro del gap, e che abbia questo valore:

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} \left(\frac{g}{2}\right) \sim \left[ \frac{2}{\pi} \frac{\mu_r - 1}{1 + N_x(\mu_r - 1)} \right] \left[ \frac{\frac{bc}{4} \left( 2 \left(\frac{b}{2}\right)^4 + 5 \left(\frac{b}{2}\right)^2 \left(\frac{g}{2}\right)^2 + 6 \left(\frac{g}{2}\right)^4 \right)}{\left(\frac{g}{2}\right)^3 \left( \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{g}{2}\right)^2 \right)^{5/2}} \right] B_e$$

Si può quindi vedere come la derivata seconda è legata linearmente al valore del campo magnetico esterno.

Utilizzando MFC di dimensioni pari ad  $a = 30\mu\text{m}$ ,  $b = 50\mu\text{m}$ ,  $c = 200\text{nm}$  ed un gap  $g = 28\mu\text{m}$  si ottengono, tramite uno script di MATLAB, i seguenti andamenti del campo magnetico e della sua derivata seconda:

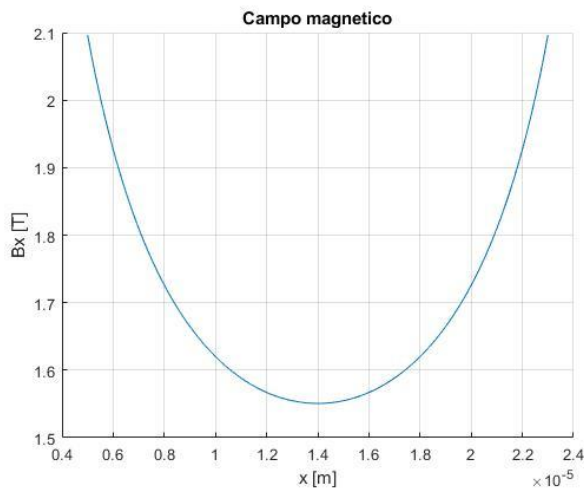


Figura 12 - Campo magnetico nel centro del gap

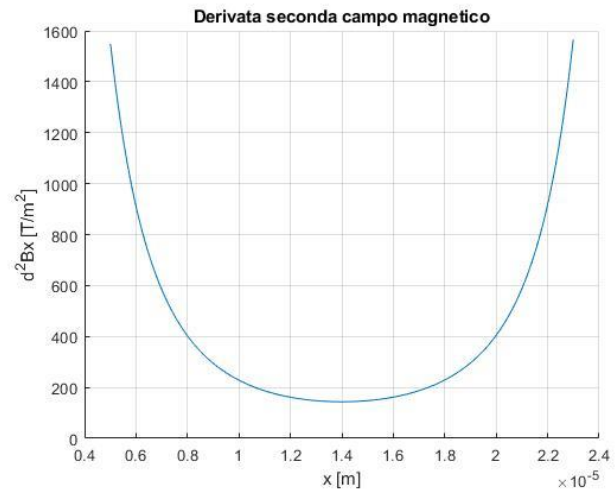


Figura 13 - Derivata seconda campo magnetico nel centro del gap

Le dimensioni utilizzate sono simili a quelle impiegate nel design del dispositivo fabbricato in laboratorio, le quali sono state scelte trovando un compromesso tra l'ottimizzazione della geometria e la tecnologia a disposizione per la fabbricazione. Il campo magnetico esterno invece è  $B_e = 1\text{T}$  e  $\mu_r = 500$ .

### 3.2.2. Simulazione magnetica

Per la simulazione su COMSOL del campo magnetico generato da due concentratori è necessario utilizzare la fisica "Campi magnetici senza correnti" e definire il flusso di campo magnetico esterno  $B_e$  che ci si aspetta di trovare in direzione x.

I parametri qui utilizzati hanno gli stessi valori di quelli definiti precedentemente nell'analisi teorica.

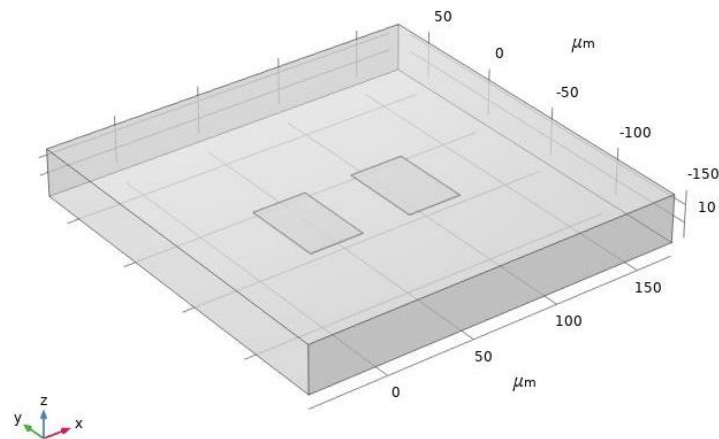


Figura 14 - Geometria MFC su COMSOL



Come si può vedere in Figura 14, oltre agli elementi magnetici viene definito anche un volume di aria sufficientemente grande da racchiudere i due MFC. Ciò è necessario per soddisfare le condizioni al contorno imposte al campo magnetico.

Lo studio stazionario in COMSOL fornisce il seguente andamento del campo magnetico lungo la linea di taglio posta al centro del gap tra i due MFC:

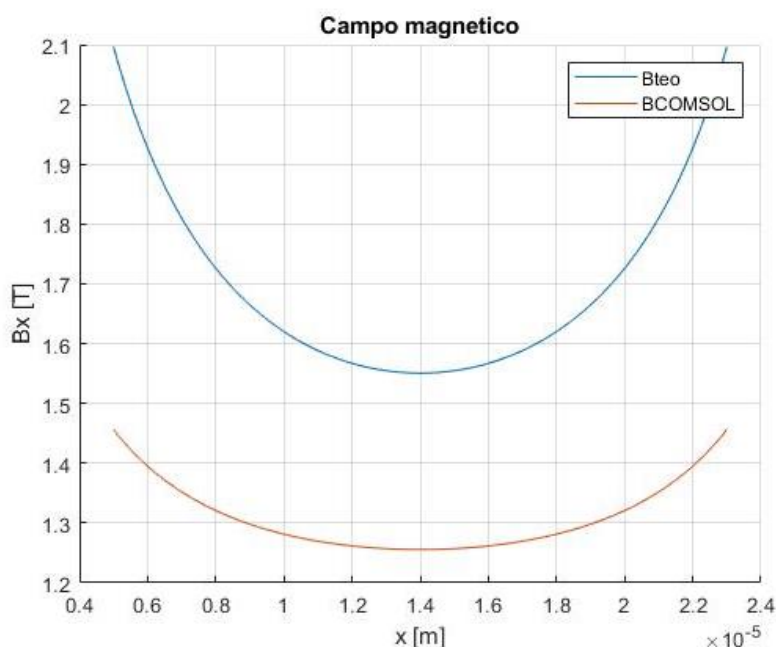


Figura 15 – Confronto tra il campo magnetico tra i due MFC ottenuto tramite modello analitico e simulazione

Si può vedere che l'andamento del campo magnetico previsto dal modello analitico rispecchia bene l'andamento effettivo del campo calcolato con COMSOL. Si ha dunque un buon accordo tra i risultati teorici e la simulazione, tuttavia si può notare che i valori minimi e massimi del campo magnetico, anche se dello stesso ordine di grandezza, sono diversi. In particolare, il modello teorico sovrastima, anche se di poco, il campo magnetico nel gap. Sarebbe quindi possibile calcolare un fattore correttivo da applicare ai risultati di COMSOL in modo tale da uniformare i risultati. Ciò è dovuto al fatto che il modello analitico fa molte approssimazioni e non tiene conto delle non uniformità del sistema, cosa che invece fa il software in quanto risolve direttamente le equazioni che descrivono il problema.

Anche il grafico della derivata seconda del campo, mostrato in Figura 16, conserva una discrepanza tra i valori assunti nel modello analitico e nelle simulazioni, in quanto, come già detto in precedenza, la derivata seconda nel centro del gap è proporzionale al valore del campo magnetico esterno. Più precisamente, il valore della derivata seconda nel centro del gap è

$$\frac{d^2 B_{x,teo}}{dx^2} \left( \frac{g}{2} \right) = 143,64 \frac{T}{m^2}$$

$$\frac{d^2 B_{x,comsol}}{dx^2} \left( \frac{g}{2} \right) = 53,11 \frac{T}{m^2}$$

dunque, è effettivamente presente un fattore circa 3 tra i due valori.

Si intuisce allora che anche nelle simulazioni successive ci sarà una discrepanza tra i risultati ottenuti dalle stime teoriche e dalle simulazioni, tuttavia l'ordine di grandezza sarà lo stesso.

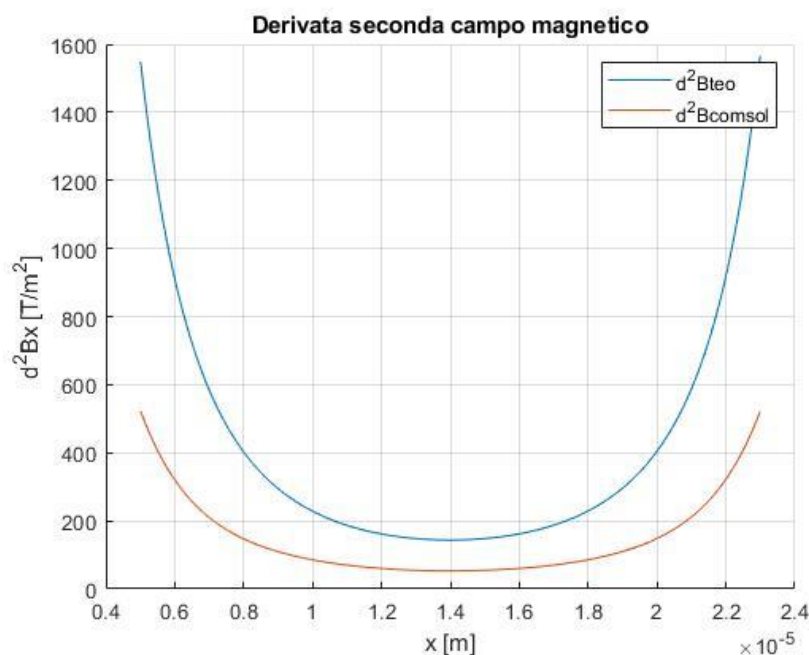


Figura 16 - Derivata seconda del campo magnetico nel centro del gap calcolata tramite il modello analitico e COMSOL

Come si può vedere dai grafici, si confronta soltanto l'andamento del campo magnetico e della sua derivata seconda nella parte più centrale del gap, ovvero tagliando i bordi vicino agli MFC. In questa regione, infatti, il campo tende ad assumere valori molto elevati, rendendo quindi difficile il confronto nella zona di interesse, ovvero quella centrale. Ogni grafico, quindi, rappresenta l'andamento del campo magnetico tra i due concentratori nell'intervallo  $x = [5 \mu\text{m}, 23 \mu\text{m}]$ .

### 3.2.3. Sweep parametrici

È possibile, inoltre, studiare come varia l'andamento del campo magnetico tra i due concentratori in funzione di alcuni parametri, come le dimensioni degli MFC e la lunghezza del gap che li separa. Ciò è importante per capire come varia anche la derivata seconda del campo magnetico nel centro del gap in funzione di questi parametri, essendo una grandezza di maggior interesse in questo caso. Si ha infatti un rapporto lineare costante tra la derivata seconda del campo e il campo magnetico stesso, perciò essa presenterà circa gli stessi andamenti del campo magnetico.

### 3.2.3.1. Sweep parametro $a$

Variando il valore del parametro  $a$ , corrispondente a un lato degli MFC, si modifica la forma dei concentratori, perciò è giusto aspettarsi una variazione del campo magnetico all'interno del gap. Tramite uno script di MATLAB si è calcolato il campo magnetico previsto dal modello analitico, al variare del parametro  $a$  da 20  $\mu\text{m}$ , fino a 55  $\mu\text{m}$ . Si sono indagati dunque dei rapporti di forma  $a/b$  dei concentratori che vanno da 0,4 a 1,1.

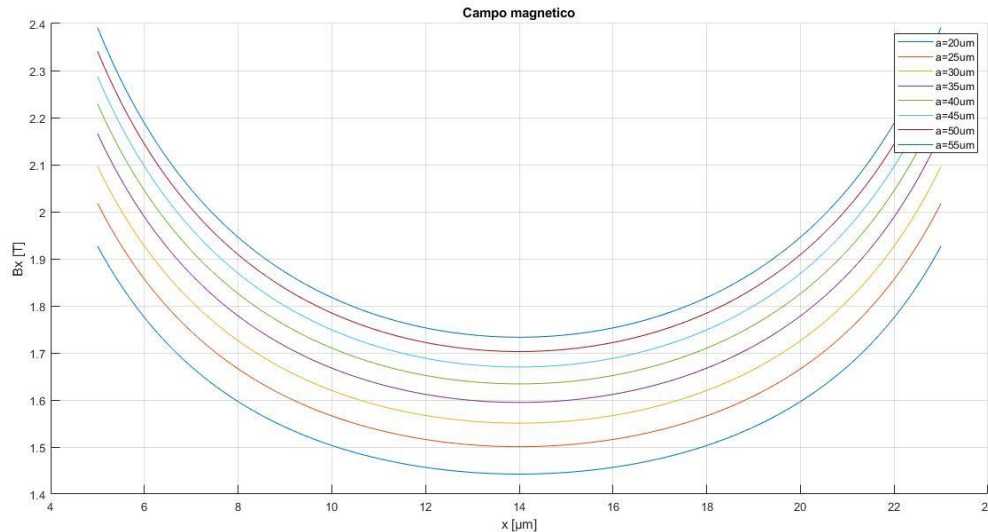


Figura 17 - Campo magnetico al variare di  $a$  (MATLAB)

Come si può osservare, i valori assunti dal campo magnetico cambiano al variare di  $a$ , in particolare aumentano all'aumentare di  $a$ , mentre la forma della curva che lo descrive rimane quasi inalterata. Si ha, di fatto, un aumento del campo magnetico nel centro del gap, quindi, essendo la derivata seconda del campo legata linearmente al valore del campo stesso, si ha un incremento anche della derivata seconda con l'aumentare del rapporto di forma degli MFC. In particolare, facendo variare il parametro  $a$  da 20  $\mu\text{m}$  a 55  $\mu\text{m}$ , si ha una variazione percentuale del valore del campo magnetico demagnetizzante  $B_{x,MFC}$  al centro del gap pari a:

$$\frac{0,75\text{T} - 0,45\text{T}}{0,45\text{T}} = 66,7\%$$

È necessario calcolare la variazione percentuale utilizzando il campo demagnetizzante prodotto dalla magnetizzazione degli MFC in quanto è questa la grandezza che il modello analitico cerca di stimare. Se si tenesse conto anche del campo esterno di 1T le percentuali risulterebbero falsate.

Anche la simulazione su COMSOL fornisce dei risultati che indicano un aumento del campo demagnetizzante al crescere della lunghezza dei concentratori (Figura 18). Si ha una variazione pari a:

$$\frac{0,45\text{T} - 0,175\text{T}}{0,175\text{T}} = 157\%$$

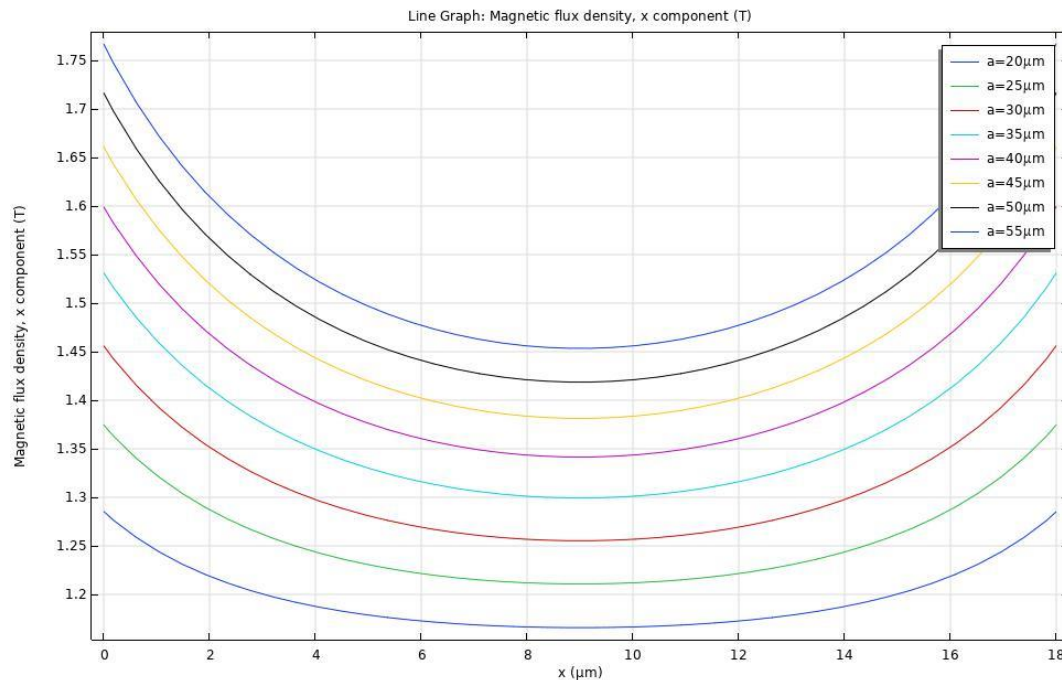


Figura 18 - Campo magnetico al variare di  $a$  (COMSOL)

Tuttavia, i valori delle due variazioni percentuali sono molto diversi tra loro. Il modello analitico è in grado di evidenziare un trend ma non di prevedere correttamente i valori del campo.

### 3.2.3.2. Sweep parametro $g$

Per quanto riguarda la variazione del gap, ovvero del parametro  $g$ , si nota che la curva che descrive il campo magnetico cambia nettamente la sua forma, e il campo magnetico all'interno del gap aumenta al diminuire della distanza tra i concentratori. Di fatto avvicinando i due MFC si ottengono valori maggiori del campo magnetico, il quale ha un andamento con concavità sempre maggiore. Di seguito i risultati ottenuti rispettivamente in MATLAB e COMSOL (Figura 19 e 20).

Nel modello analitico si ha una variazione percentuale del campo demagnetizzante pari a:

$$\frac{0,858\text{T} - 0,324\text{T}}{0,324\text{T}} = 165\%$$

Mentre i dati ottenuti tramite la simulazione su COMSOL forniscono una variazione percentuale pari a:

$$\frac{0,38\text{T} - 0,2\text{T}}{0,2\text{T}} = 90\%$$

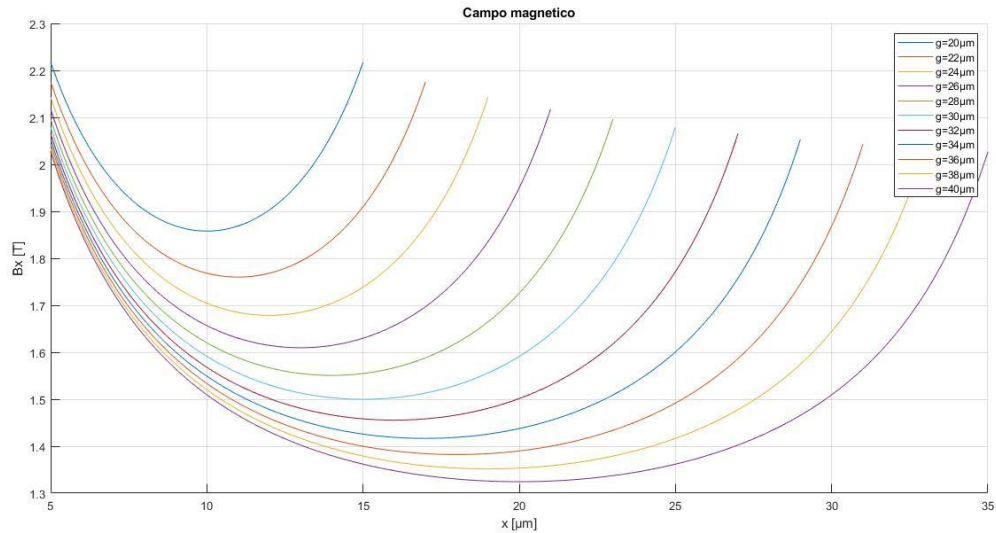


Figura 19 - Campo magnetico al variare del gap (MATLAB)

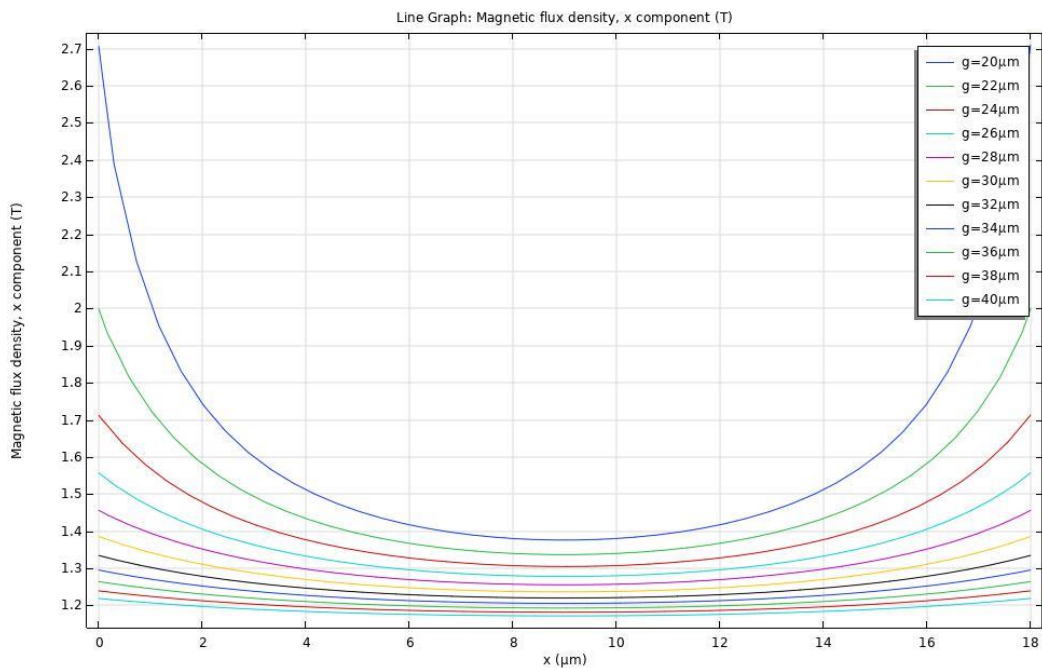


Figura 20 - Campo magnetico al variare di  $g$  (COMSOL)

Come si può vedere i risultati mostrano lo stesso trend al variare del parametro  $g$ , ovvero entrambi modello analitico e simulazione prevedono una crescita del valore del campo al centro del gap, anche se la prima è molto maggiore della seconda.

Si può verificare inoltre l'andamento della derivata seconda al variare del gap tra i due concentratori, grandezza sicuramente più rilevante per il dispositivo trattato. Osservando il grafico in Figura 21, si nota che la derivata seconda del campo magnetico diminuisce all'aumentare del gap tra gli MFC.

Se si considera la derivata seconda valutata nel centro del gap, si può vedere come essa aumenta all'aumentare di  $g$ . Rappresentando i valori dell'inverso della derivata seconda valutata in  $g/2$ , in funzione del parametro  $g$ , è possibile vedere come un fitting polinomiale cubico interpola perfettamente i dati (Figura 22).

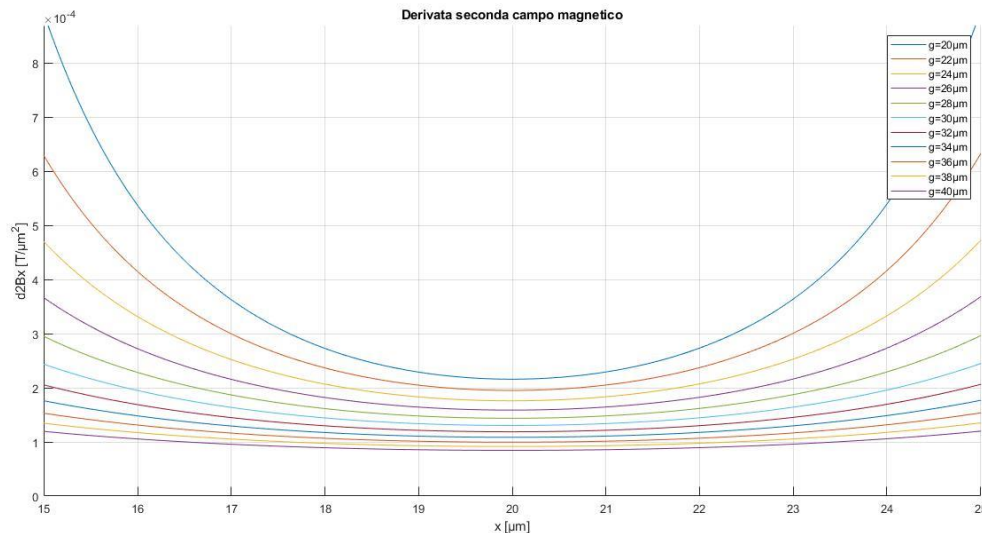


Figura 21 - Derivata seconda del campo al variare del gap (Modello analitico)

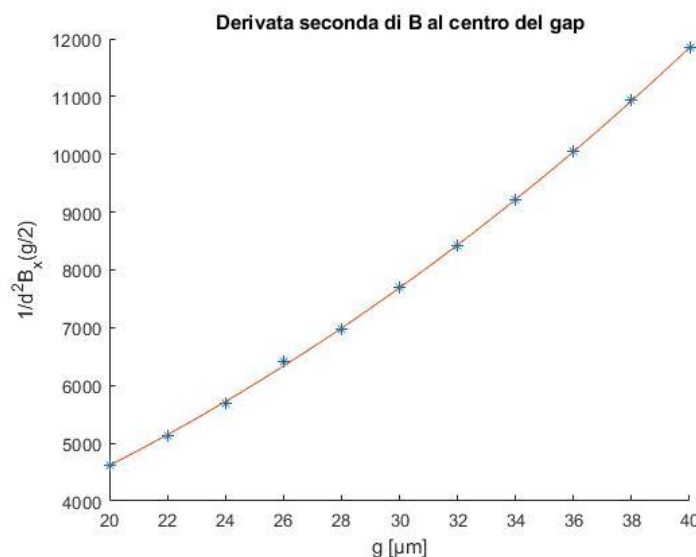


Figura 22 - Derivata seconda del campo magnetico valutata nel centro del gap al variare del parametro  $g$  (Modello analitico)

Si procede allo stesso modo con i dati di COMSOL e si ottengono gli andamenti rappresentati in Figura 23 e 24.

Si ottiene dunque che la derivata seconda dipende fortemente dalla lunghezza del gap tra i due concentratori di campo magnetico.

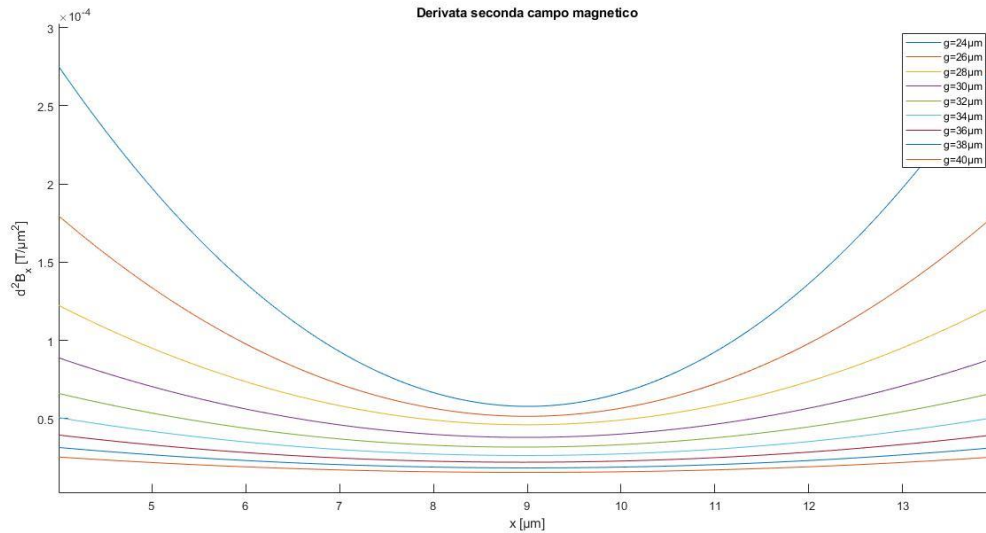


Figura 23 - Derivata seconda del campo magnetico al variare del parametro  $g$  (COMSOL)

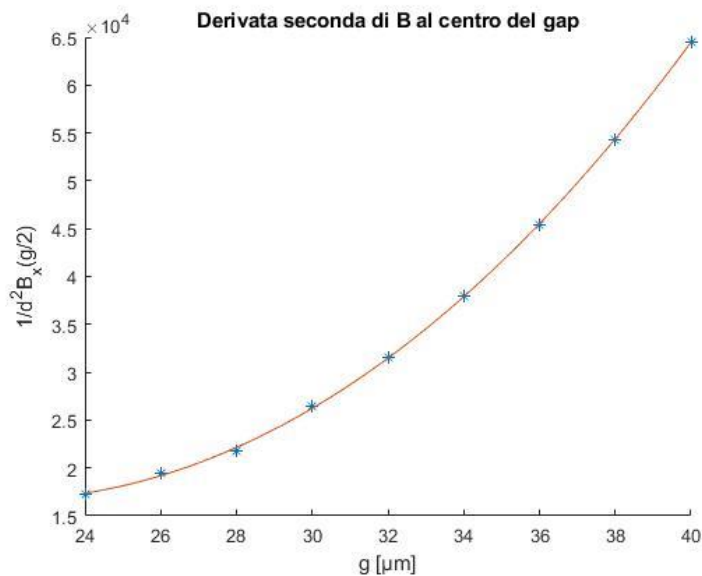


Figura 24 - Derivata seconda del campo magnetico valutata nel centro del gap al variare del parametro  $g$  (COMSOL)

### 3.2.3.3. Sweep parametro $c$

Infine, è possibile osservare anche come varia il campo in funzione dello spessore dei concentratori, ovvero al variare del parametro  $c$ . Anche in questo caso si ha un buon accordo, sempre dal punto di vista qualitativo, e dell'ordine di grandezza, tra i risultati ottenuti dal modello analitico e dalla simulazione su COMSOL. Come è ragionevole aspettarsi, il campo magnetico tra i due concentratori aumenta all'aumentare del loro spessore. La forma della curva che lo descrive invece non subisce significative variazioni.



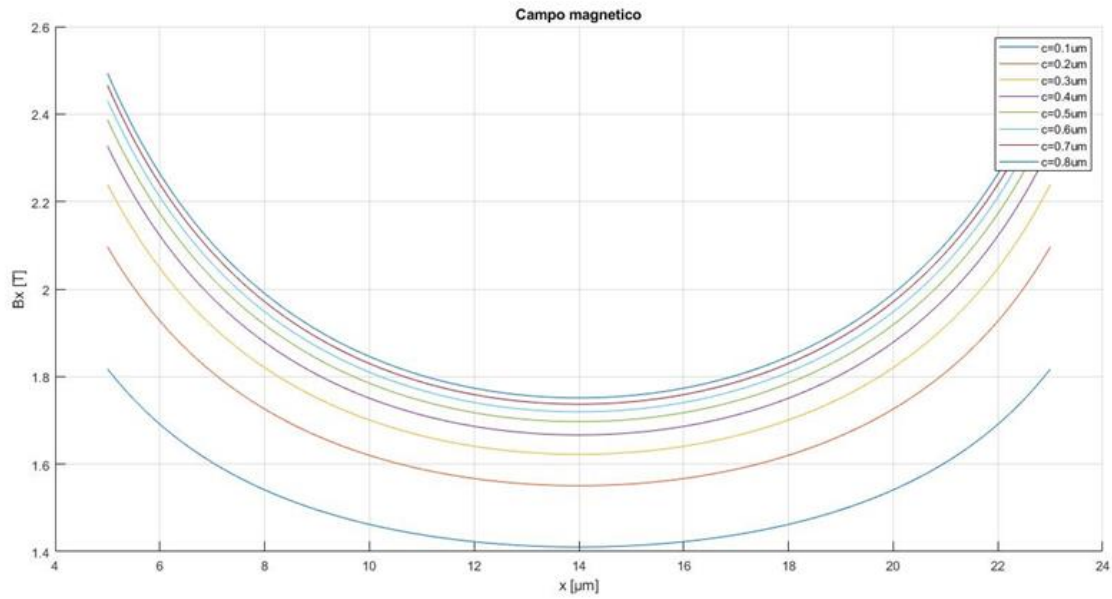


Figura 25 - Campo magnetico al variare dello spessore degli MFC (MATLAB)

Se, anche in questo caso, si valuta la variazione del campo magnetico demagnetizzante nel centro del gap dovuta al cambiamento di  $c$  da 0,1  $\mu\text{m}$  a 0,8  $\mu\text{m}$ , si ottiene

$$\frac{0,75\text{T} - 0,4\text{T}}{0,4\text{T}} = 87,5\%$$

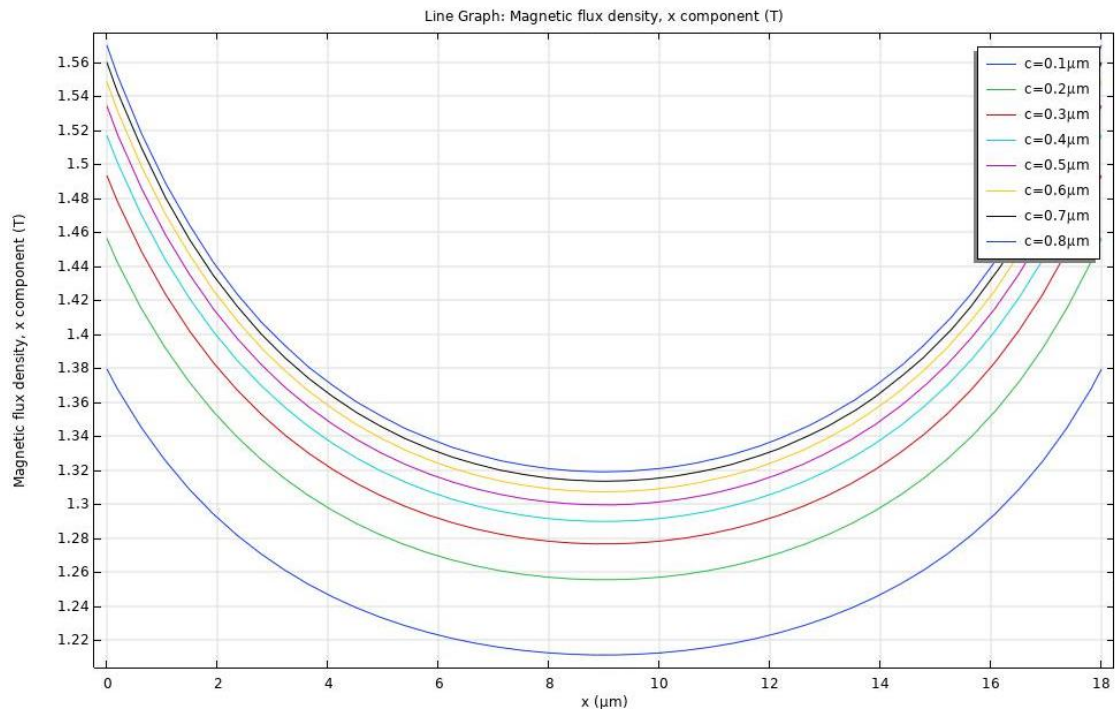


Figura 26 - Campo magnetico al variare dello spessore degli MFC (COMSOL)



Per quanto riguarda invece i dati di COMSOL (Figura 26), essi mostrano una variazione percentuale del campo circa pari a:

$$\frac{0,32\text{T} - 0,21\text{T}}{0,21\text{T}} = 52,4\%$$

Anche in questo caso quindi il trend è lo stesso, anche se COMSOL mostra un aumento del valore del campo magnetico minore di quanto ci si aspetta dalle previsioni del modello analitico. Si può quindi intuire che lo spessore degli MFC influenza parecchio il campo intuendo anche un andamento non lineare nell'aumento del suo valore con il parametro  $c$ .

In conclusione, la discrepanza tra i valori ottenuti dalle simulazioni e dal modello analitico può essere stimata con un fattore pari a circa 3, che si ripercuoterà sui valori risultanti della forza e della costante elastica magnetica.

### 3.3. Forza magnetica esercitata su un magnete permanente

Tenendo in considerazione quanto appreso nella sezione magnetica, è necessario concentrarsi su come un oggetto magnetizzato può essere in grado di risentire della presenza di un campo magnetico con derivata seconda non nulla. Si aggiunge quindi alla geometria costruita per studiare la parte magnetica, un corpo di dimensioni molto minori di quelle degli MFC e con una magnetizzazione permanente, assunta uniforme all'interno del suo volume.

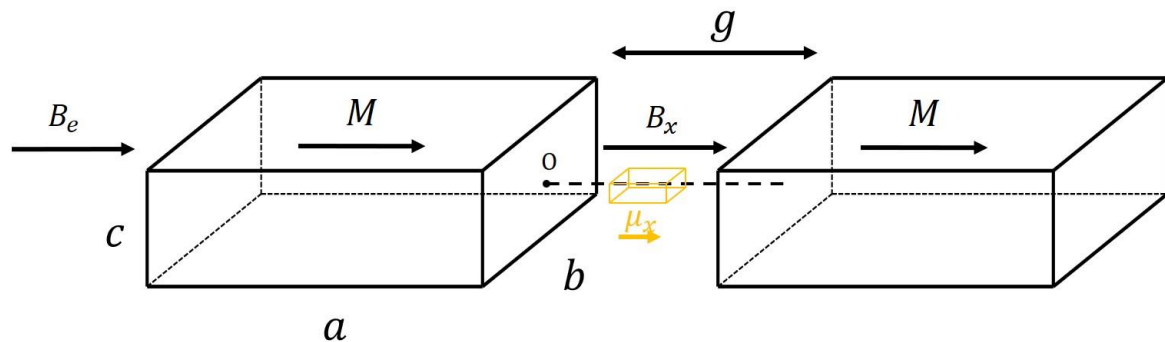


Figura 27 - MFC con magnete permanente in centro al gap

#### 3.3.1. Analisi teorica

Come già anticipato nell'introduzione, il concetto alla base della tecnica MFM è fondamentale per il funzionamento di un magnetometro MEMS. Ricordando quindi il meccanismo di interazione tra una punta magnetizzata e un campo magnetico da rivelare, è possibile calcolare l'energia di interazione tra un momento di dipolo magnetico e un campo magnetico come

$$E_{\text{mag}} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$$

dunque, la forza esercitata sul corpo magnetizzato da parte del campo magnetico, considerando il momento di dipolo magnetico uniforme ed allineato con l'asse x, è pari a

$$\mathbf{F}'(x, y, z) = \text{grad}(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}) = \left( \frac{d}{dx} \mathbf{i} + \frac{d}{dy} \mathbf{j} + \frac{d}{dz} \mathbf{k} \right) \cdot (\mu_x B_x + \mu_y B_y + \mu_z B_z)$$

$$\sim \mu_x \frac{dB_x}{dx} \mathbf{i} + \mu_x \frac{dB_x}{dy} \mathbf{j} + \mu_x \frac{dB_x}{dz} \mathbf{k}$$

Si nota che la forza è direttamente proporzionale alla derivata prima del campo magnetico, per cui è possibile ricavare il coefficiente angolare di questa relazione, che corrisponde alla grandezza precedentemente definita come costante elastica magnetica di un sistema,  $k_{\text{mag}}$ .

Per quanto riguarda la forza, è possibile dedurre che quando il magnete si trova esattamente in mezzo al gap tra gli MFC, l'effetto complessivo, ovvero calcolato su tutto il suo volume, è nullo. Ciò è dovuto al fatto che la derivata prima del campo prodotto dagli MFC è una funzione dispari rispetto al centro del gap. Tuttavia, non appena il magnete permanente viene spostato dalla posizione centrale, risentirà di una forza non nulla che aumenta con lo spostamento. Si calcola quindi la variazione della forza, o costante elastica magnetica, assumendo il campo con una derivata seconda non nulla solamente in direzione x.

$$k_{\text{mag}} = \frac{dF}{dx} = \mu_x \frac{d^2 B_x}{dx^2}$$

L'implementazione del modello teorico tramite MATLAB, per un magnete di dimensioni pari a  $l_{1,\text{magnete}} = 3 \mu\text{m}$ ,  $l_{2,\text{magnete}} = 2 \mu\text{m}$ ,  $w_{\text{magnete}} = 200 \text{ nm}$  prevede un andamento della forza subita dal magnete permanente circa lineare. Supponendo poi che il magnete non si sposti eccessivamente dal centro del gap, si possono interpolare con una retta solo i punti attorno al centro del gap, più precisamente nell'intervallo pari a  $x = [-1.5 \mu\text{m}, 1.5 \mu\text{m}]$ . Si ottiene effettivamente una retta che approssima molto bene l'andamento della forza magnetica nella zona centrale del gap.

È possibile quindi calcolare la costante elastica magnetica attraverso la derivata della retta che ben descrive la forza magnetica nel centro del gap. Si ottiene  $k_{\text{mag}} = 0.0076 \text{ N/m}$ .

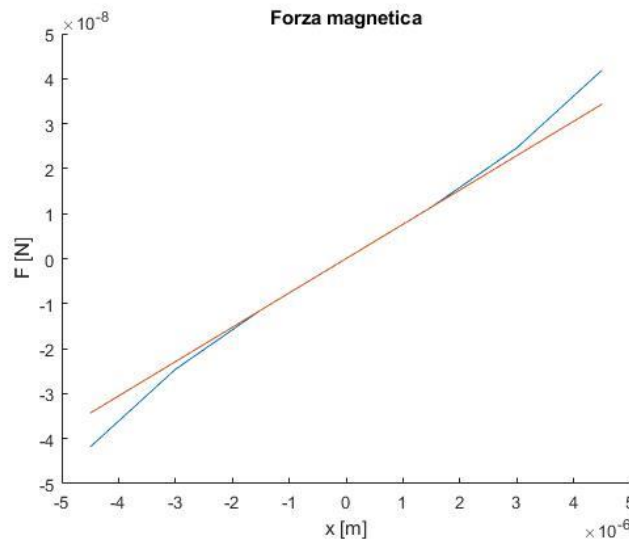


Figura 28 - Forza magnetica al variare della posizione del magnete prevista dal modello analitico

### 3.3.2. Simulazione forza magnetica

Si calcola ora il valore della costante elastica magnetica tramite una simulazione COMSOL. Si aggiunge alla geometria costruita nella sezione precedente, un parallelepipedo di silicio con dimensioni usate precedentemente nella stima teorica, posto in mezzo ai due MFC, e si definisce la sua magnetizzazione in direzione x pari a  $M_x = 0.96 * 793E5 \text{ A/m}$ . Si calcola la forza subito dall'oggetto al variare della sua posizione attraverso la funzione "Force calculation" disponibile all'interno della fisica "Campi magnetici senza correnti".

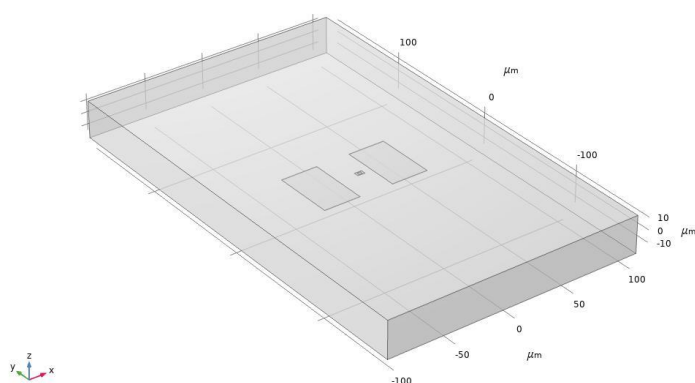


Figura 29 - MFC e magnete permanente circondati da un blocco d'aria



Figura 30 - Zoom magnete permanente

Come si può vedere in Figura 30, è stato definito un ulteriore blocco d'aria che circonda il magnete permanente. Ciò è stato fatto in modo tale da poter applicare un infittimento della mesh in quella regione, necessario per ottenere risultati accurati nel calcolo della forza magnetica. Precisamente la dimensione massima di un elemento nella regione attorno al magnete permanente è pari a  $0.05 \mu\text{m}$ .

Sempre lavorando all'interno della fisica "Campi magnetici senza correnti" e introducendo uno sweep per il parametro che indica la posizione del magnete si calcola la forza a cui è soggetto il magnete attraverso l'avvio di uno studio stazionario. Si ottengono i seguenti risultati.

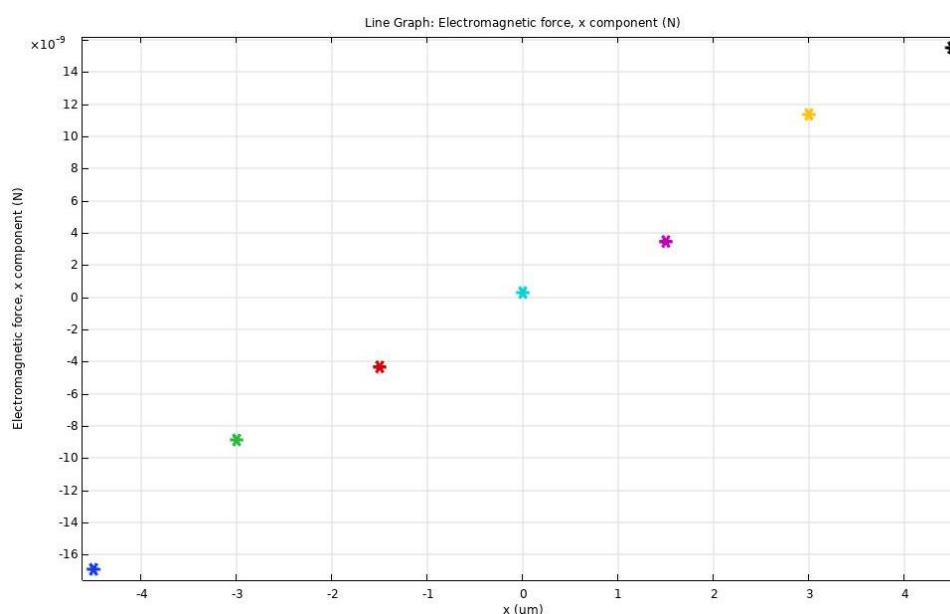


Figura 31 - Forza magnetica in funzione della posizione del magnete

L'andamento della forza magnetica è chiaramente lineare con la posizione del magnete, ed è nulla in corrispondenza del centro del gap, come osservato nell'analisi teorica, a causa della disparità della derivata del campo magnetico.

Calcolando quindi con MATLAB la derivata della forza magnetica è possibile risalire alla costante elastica magnetica sperimentale, la quale risulta avere un valore pari a  $k_{\text{mag}} = 0.00257 \text{ N/m}$ .

Grazie alla funzione di interpolazione di COMSOL è possibile svolgere il processo interamente in COMSOL invece che esportare i dati in MATLAB, ricavando quindi la costante elastica magnetica dal coefficiente angolare della retta di interpolazione tramite semplici calcoli.

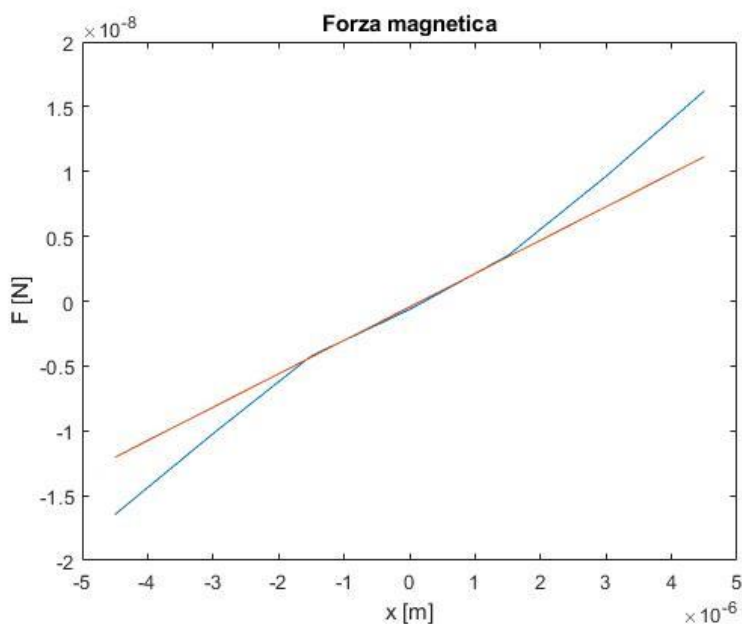


Figura 32 - Forza magnetica calcolata su COMSOL e interpolata in MATLAB

La simulazione fornisce quindi un andamento della forza magnetica che rispetta quello previsto, seppur i valori si discostino di circa un fattore 3, come si poteva supporre visto quanto detto nella sezione magnetica. Di conseguenza anche la derivata della forza, ovvero la costante elastica magnetica teorica risulta essere diversa da quella ricavata dalla simulazione, si ha infatti che la prima è quasi tre volte la seconda. È possibile, dunque, tenendo conto della presenza di questo fattore correttivo, procedere nell'analisi del device completo affidandosi alle simulazioni di COMSOL. Quest'ultimo, infatti, una volta testata la sua capacità di riprodurre verosimilmente i fenomeni studiati, fornisce risultati più accurati del semplice modello teorico in quanto non compie approssimazioni e tiene conto delle non uniformità del sistema.

### 3.3.3. Variazione $k_{\text{mag}}$ in funzione del gap

Un'ulteriore analisi può essere fatta studiando l'andamento della costante elastica magnetica al variare della lunghezza  $g$  del gap tra i due concentratori. Una simulazione su COMSOL rivela che, aggiungendo uno sweep sul parametro  $g$ , la forza aumenta più il gap è piccolo. Ciò significa che la derivata prima della forza, ovvero la costante magnetica, aumenta man mano la distanza tra i concentratori diminuisce.

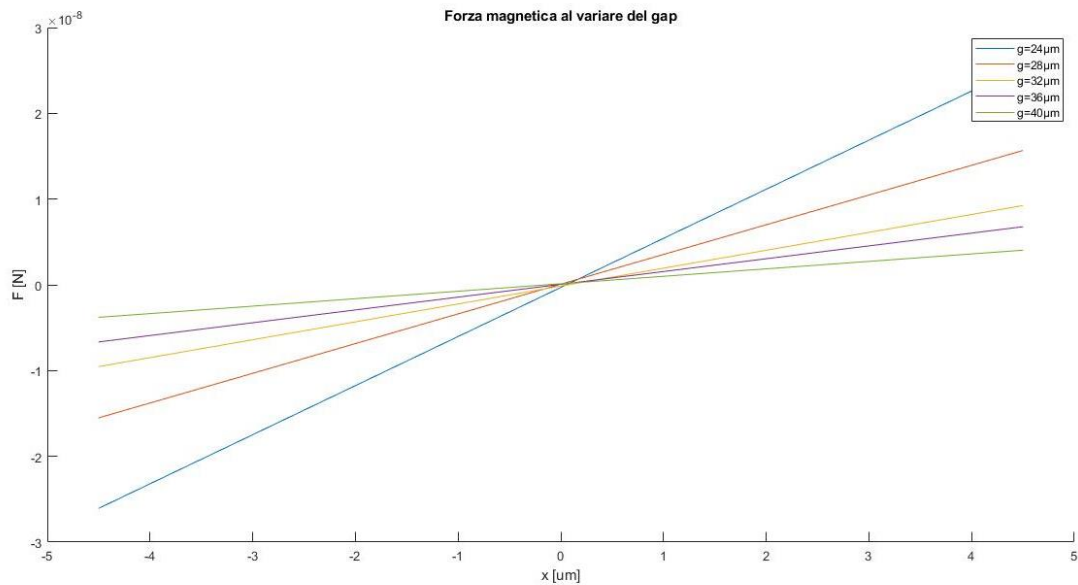


Figura 33 - Forza magnetica al variare del gap

Derivando le rette che descrivono la forza, si ottiene un andamento decrescente della costante elastica con il parametro  $g$ , come si vede in Figura 34. Facendo riferimento alla formula analitica della costante elastica magnetica, si può vedere come essa dipende dalla derivata seconda del campo magnetico che, a sua volta, valutata nel centro del gap, ha una dipendenza dal parametro  $g$ , come già visto nella sezione magnetica. È così che, aumentando il gap, la costante elastica magnetica diminuisce. L'andamento trovato è dunque quello atteso.

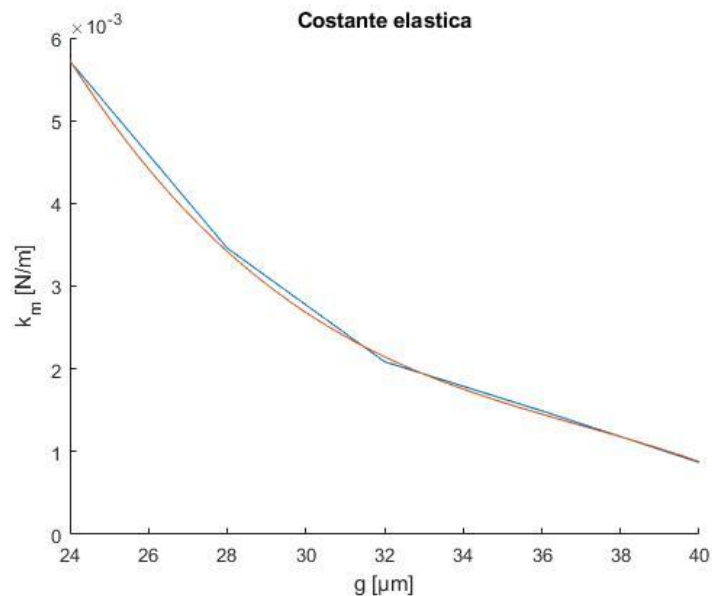


Figura 34 - Costante elastica magnetica al variare del gap con fitting cubico

### 3.4. Device completo

È possibile ora passare allo studio del device completo, ovvero unire le conoscenze apprese nei capitoli precedenti e studiare il funzionamento del dispositivo nella sua interezza. Si pone quindi il magnete permanente utilizzato precedentemente al centro del corpo del risonatore studiato nella prima parte e si collocano gli MFC ai lati di quest'ultimo. La geometria finale è quindi quella schematizzata in Figura 35.

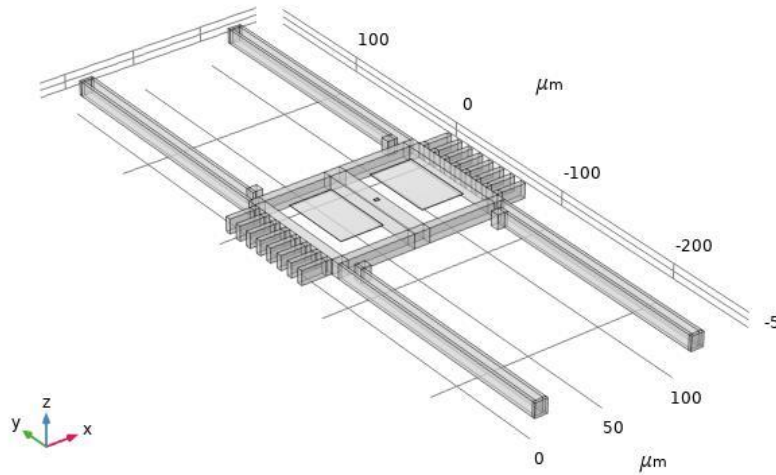


Figura 35 - Device completo

#### 3.4.1. Analisi teorica

Avendo ben in mente che un risonatore ha determinate frequenze di risonanza, e che un magnete permanente collocato tra due MFC risente di una forza magnetica la cui variazione è proporzionale alla derivata seconda del campo magnetico in cui è immerso, è possibile collegare i due fenomeni. Essendo il magnete permanente collocato sul corpo del risonatore, di fatto è come se quest'ultimo non risentisse solo di una forza di richiamo elastica, bensì anche di una forza magnetica dipendente dalla posizione. Perciò l'equazione dell'oscillatore armonico smorzato unidimensionale con il quale avevamo modellizzato il nostro risonatore, diventa:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos(\omega t) + F_{\text{mag}}(x)$$

dove con  $F_{\text{mag}}$  si intende la forza magnetica subita dal magnete permanente.

Per piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio, questa forza può essere linearizzata

$$F_{\text{mag}}(x) \sim F_{\text{mag}}(0) + \left[ \frac{dF_{\text{mag}}(x)}{dx} \right]_{x=0} x = F_{\text{mag}}(0) + \mu_x \frac{d^2 B_x}{dx^2} x = F_{\text{mag}}(0) + k_{\text{mag}} x$$

dove si è definito

$$k_{mag} = \left[ \frac{dF_{mag}(x)}{dx} \right]_{x=0}$$

Il comportamento elastico del risonatore risulta essere quindi modificato, e la sua equazione del moto diventa

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + (k - k_{mag})x = F_0 \cos(\omega t) + F_{mag}(0)$$

Di conseguenza anche la frequenza di risonanza del sistema non sarà più la stessa, ma avrà subito anch'essa una modifica. La nuova frequenza di risonanza  $\omega'_R$  può essere calcolata supponendo l'esistenza di una nuova costante elastica, pari alla differenza tra la costante elastica iniziale e la costante magnetica.

$$\omega'_R = \sqrt{\frac{k - k_{mag}}{m}}$$

Se poi la condizione  $k_{mag} \ll k$  è soddisfatta, è possibile sviluppare l'espressione in serie di potenze ottenendo

$$\omega'_R = \sqrt{\frac{k - k_{mag}}{m}} = \omega_R \sqrt{1 - \frac{k_{mag}}{k}} \sim \omega_R \left( 1 - \frac{k_{mag}}{2k} \right) = \omega_R - \mu_x \frac{\omega_0}{2k} \frac{d^2 B_x}{dx^2} = \omega_R - \Delta\omega_R$$

Si è ottenuto quindi che la frequenza di risonanza del sistema è cambiata di

$$\Delta\omega_R = \mu_x \frac{\omega_0}{2k} \frac{d^2 B_x}{dx^2}$$

Come era stato detto all'inizio, la misura di questa grandezza ci permette di risalire al verso e al valore del campo magnetico esterno. In particolare, se è positiva si ha una diminuzione della costante elastica, ovvero un ammorbidimento del sistema, se invece ha segno negativo la costante elastica è aumentata e il sistema ha subito un irrigidimento.

Una forza dipendente dalla posizione può quindi variare la frequenza di risonanza del risonatore, ed è proprio questo l'effetto che permette il funzionamento del magnetometro MEMS.

Viste le considerazioni precedenti, si sfrutta ora il modello teorico per fare una previsione solo dell'ordine di grandezza della variazione della frequenza di risonanza del sistema, mentre ci si affida alle simulazioni di COMSOL per una previsione più accurata dei valori. Si usano dunque i valori ricavati precedentemente dalle simulazioni, come la costante elastica e la costante elastica magnetica, per stimare la nuova frequenza di risonanza. Considerando il valore molto piccolo della costante elastica magnetica rispetto alla costante elastica del sistema, è corretto aspettarsi una variazione della frequenza di risonanza molto ridotta ed è importante dunque confrontarla con un valore di  $\omega_R$  coerente. Per fare una stima teorica sensata si ricava allora:

$$\omega_R = \sqrt{\frac{k}{m_{eff}}} = \sqrt{\frac{5,55 \frac{N}{m}}{1,33 * 10^{-10} kg}} = 204277,6 \frac{rad}{s}$$

$$\omega'_R = \sqrt{\frac{k - k_{\text{mag}}}{m_{\text{eff}}}} = \sqrt{\frac{5,55 \frac{\text{N}}{\text{m}} - 0,00257 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{1,33 * 10^{-10} \text{ kg}}} = 204230,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Delta\omega_R = \omega_R - \omega'_R = 204277,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 204230,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 47,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Che corrisponde a circa 0,0075 Hz/mT.

La variazione percentuale è quindi di circa 0,023%, quindi molto piccola per essere rivelata con una certa precisione. Si intuisce che è necessario amplificare l'effetto aumentando la forza magnetica che agisce sul risonatore. Per fare ciò inizialmente si può disporre una schiera di magneti permanenti sul risonatore.

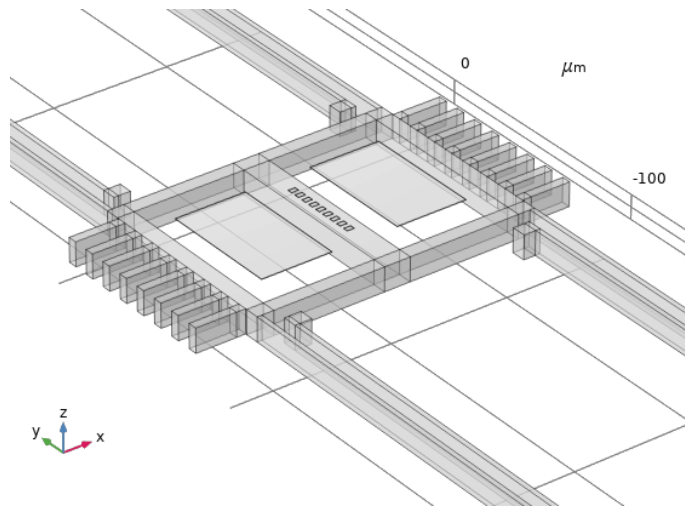


Figura 36 - Device con una schiera di 9 magneti

Si trascura, qui e nelle simulazioni seguenti, il fatto che il campo magnetico e quindi la forza magnetica vari lungo la direzione y. In questo modo si può supporre che la forza agente su ogni magnete sia la stessa, e pari a quella calcolata nella sezione precedente.

Si ha allora che la forza subita dal risonatore è moltiplicata per il numero di magneti presenti, ed è così che anche la costante elastica magnetica aumenta, incrementando la variazione di frequenza. Se quindi si dispone una serie di 9 magneti sul corpo del risonatore tra i due concentratori di campo magnetico, come in Figura 36, si ha:

$$\omega'_R = \sqrt{\frac{k - 9 * k_{\text{mag}}}{m_{\text{eff}}}} = \sqrt{\frac{5,55 \frac{\text{N}}{\text{m}} - 9 * 0,00257 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{1,33 * 10^{-10} \text{ kg}}} = 203851,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Delta\omega_R = \omega_R - \omega'_R = 204277,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 203851,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 426,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

La variazione ottenuta in questo caso è effettivamente 9 volte maggiore della precedente, e corrisponde infatti ad una variazione percentuale di 0,21%, che è nettamente superiore a quella dovuta alla presenza di un solo magnete. In relazione al campo magnetico applicato la variazione risulta pari a 0,068 Hz/mT.



### 3.4.2. Simulazione COMSOL

Unendo il risonatore iniziale, gli MFC e il magnete permanente all'interno di un unico file COMSOL, è possibile simulare il funzionamento del dispositivo completo e lavorare allo stesso tempo con due fisiche diverse. Per fare ciò è necessario applicare al magnete permanente posto nel centro del risonatore la forza magnetica dovuta alla presenza del campo generato dagli MFC. Così facendo tutto il risonatore risente della forza magnetica e subisce una variazione della sua frequenza di risonanza, ricalcolata tramite uno studio "Eigenfrequency, prestressed" ovvero composto da uno studio stazionario applicato alla fisica "Campi magnetici senza correnti" e uno studio delle autofrequenze applicato alla fisica "Meccanica dei solidi".

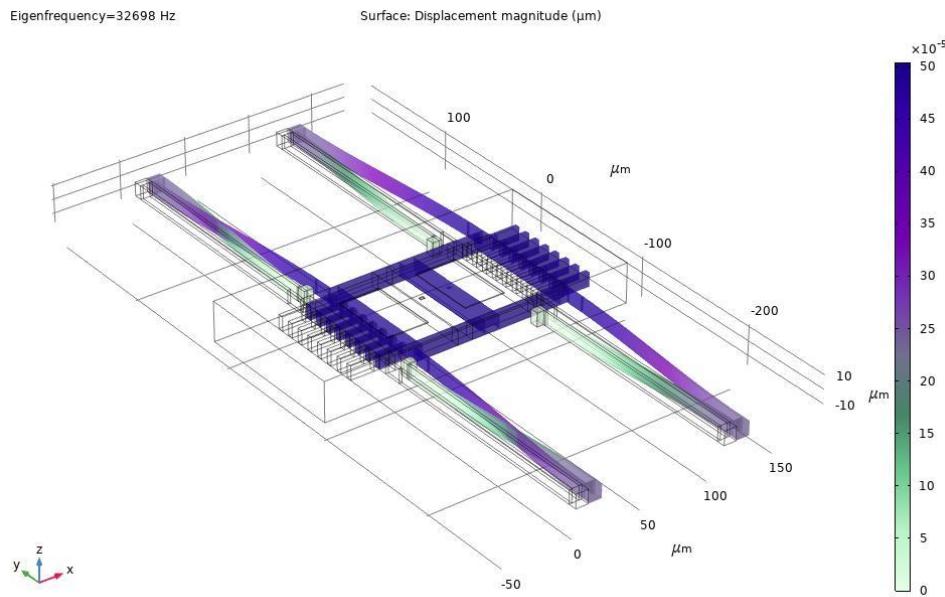


Figura 37 - Primo modo di risonanza in seguito all'applicazione della forza magnetica

Essendo in questo caso la variazione che ci attendiamo molto piccola, è necessario stimare la frequenza di risonanza del sistema prima dell'applicazione della forza con maggior precisione possibile. Si ricalcola quindi la frequenza di risonanza del sistema tramite COMSOL, dopo l'aggiunta del magnete permanente, e si ottiene  $\omega_R = 205497,9 \text{ rad/s}$ , ovvero circa 32706 Hz.

La simulazione di COMSOL dopo l'applicazione della forza fornisce invece una frequenza di risonanza pari a  $\omega'_R = 205447,6 \text{ rad/s}$  che corrisponde a circa 32698 Hz.

Si ha quindi una variazione:

$$\Delta\omega_R = 205497,9 \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 205447,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 50,3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Che corrisponde, in relazione al campo  $B_e$  applicato, a una variazione di circa 0,008 Hz/mT.

La variazione percentuale quindi in questo caso è circa di 0,024%, analogamente a quanto previsto tramite le stime teoriche, perciò, per quanto detto prima, consideriamo il risultato valido.

Se anche in questo caso si dispone una schiera di 9 magneti tra i due concentratori, si ottiene che la forza magnetica agente sul risonatore è nove volte maggiore del caso con un singolo magnete, perciò si ha un incremento della variazione della frequenza di risonanza. Essendo cambiata nuovamente, anche se di poco, la geometria del sistema, e quindi la sua massa, è necessario ricalcolare la frequenza di risonanza iniziale, che risulta essere pari a  $\omega_R = 205453,9 \text{ rad/s}$ . Dopo l'applicazione della forza magnetica ai 9 magneti, la simulazione fornisce  $\omega'_R = 205014 \text{ rad/s}$ , ovvero 32629 Hz, che corrisponde a

$$\Delta\omega_R = 205453,9 \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 205014 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 439,9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Si ha quindi una variazione di circa 0,21%, ovvero circa 0,07 Hz/mT che è ben maggiore di quella dovuta alla presenza di un solo magnete permanente, ed è in accordo con la stima teorica fatta precedentemente.

L'aggiunta di più magneti permanenti può quindi essere sfruttata per amplificare l'effetto, anche se l'incremento nella variazione della frequenza di risonanza è ancora notevolmente moderato.

### 3.5. Device ampliato

Dopo aver ottenuto ottimi risultati dalla simulazione del device completo, è opportuno chiedersi come è possibile incrementare ulteriormente l'effetto ottenuto, in modo tale da ridurre l'errore commesso nella misura e migliorare la precisione del magnetometro. Per fare ciò, si è pensato di costruire una nuova geometria che comprende più coppie di MFC e schiere di magneti permanenti in serie.

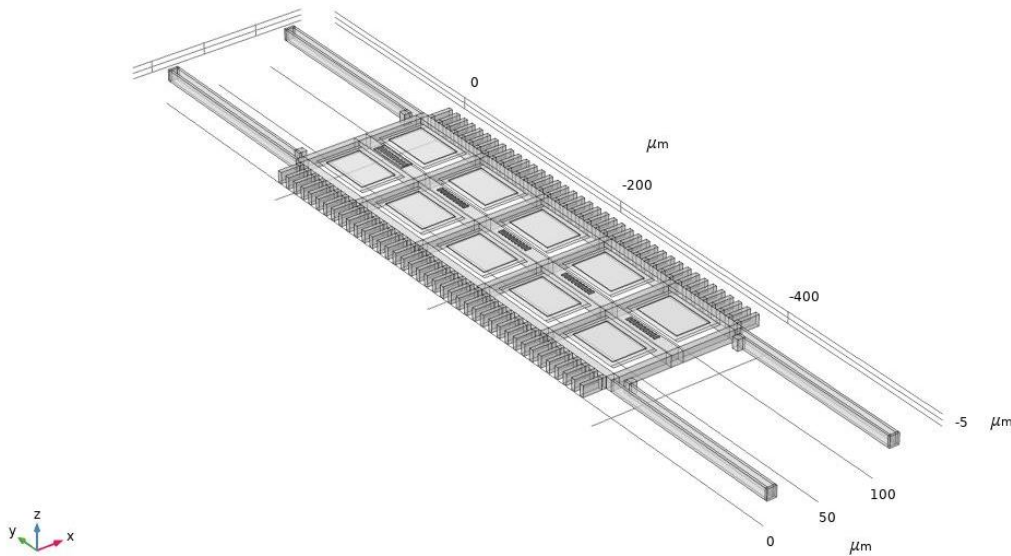


Figura 38 - Device ampliato con struttura del risonatore 5x2

In questo modo la forza magnetica subita dal risonatore si moltiplica a fronte dello stesso campo magnetico applicato, e lo stesso fa lo shift della frequenza di risonanza che quindi risulta essere più evidente.

Dato che la geometria del risonatore è cambiata è necessario ricalcolare la frequenza di risonanza di partenza del sistema, ovvero considerando solo la parte meccanica.

Procedendo come nella prima sezione si ottiene che la costante elastica è la stessa, in quanto le dimensioni delle molle non sono cambiate, dunque  $k_{teo} = 5,60 \text{ N/m}$ . Mentre la massa efficace del nuovo sistema sarà maggiore di quella calcolata precedentemente. Senza calcolare la nuova frequenza di risonanza teorica ma affidandosi direttamente ai risultati di COMSOL si ha che la frequenza di risonanza del sistema ampliato è  $\omega_R = 105670,6 \text{ rad/s}$ , che corrisponde a circa 16818 Hz.

Calcolando invece la nuova frequenza di risonanza, ovvero applicando la forza magnetica a tutti i 45 magneti permanenti, si ottiene  $\omega'_R = 104539,6 \text{ rad/s}$ .

Lo scostamento tra le due frequenze di risonanza è pari a

$$\Delta\omega_R = 105670,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 104539,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 1131 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Che corrisponde a 0,18 Hz/mT e ad una variazione percentuale di circa 1,07%, ovvero quasi 5 volte quella provocata da una sola schiera di magneti e una coppia di MFC. Si intuisce quindi che in questo modo è possibile variare l'importanza dell'effetto generato, così da poterlo rendere tale da ottimizzare la misura della variazione stessa.

## Capitolo 4

### Conclusioni

L'obiettivo del lavoro di tesi era quello di indagare se il software COMSOL fosse in grado di simulare correttamente il comportamento di dispositivi come il magnetometro MEMS proposto e, in caso positivo, determinare se la simulazione prevedesse un buon funzionamento del device progettato.

Come visto precedentemente, si ha un ottimo accordo tra le previsioni teoriche della frequenza di risonanza e della costante elastica del sistema, ma non solo, anche il campo magnetico generato tra i due concentratori ha un andamento molto prossimo a quello atteso. Perciò, in seguito alle sole simulazioni delle parti meccaniche e magnetiche del sistema, si può concludere che la piattaforma COMSOL è adatta all'analisi di sistemi come quelli qui trattati. I risultati delle simulazioni, infatti, non solo riproducono l'andamento atteso delle grandezze in questione, bensì ne forniscono uno ancora più realistico. Il software, infatti, tiene conto delle non idealità del sistema e non compie approssimazioni, a differenza dei modelli teorici da noi utilizzati, risolvendo direttamente le equazioni che descrivono il problema.

Una volta appurato che i risultati delle simulazioni sono affidabili, è possibile abbandonare il metodo di rigoroso confronto tra stime teoriche e valori di COMSOL.

Proseguendo con le simulazioni e arrivando a simulare il device completo si può vedere come di fatto la presenza di un campo magnetico esterno influisce sul sistema generando una forza magnetica che a sua volta fa variare la costante elastica complessiva del sistema, la quale provoca una variazione della frequenza di risonanza. Si ottiene quindi che il principio alla base del device progettato ha un buon funzionamento. Per ottimizzare poi la misura della variazione della frequenza di risonanza si è studiato come amplificare l'effetto, e si è ottenuto che una semplice disposizione in serie di più concentratori di campo magnetico e magneti permanenti è in grado di moltiplicare significativamente la variazione.

In conclusione, il lavoro svolto ha ottenuto ottimi risultati, rivelando l'utilizzabilità del software COMSOL proposto e confermando il buon funzionamento del magnetometro MEMS proposto.

## Bibliografia

- [1] *oxinems.eu*
- [2] *MEMS magnetometer using magnetic flux concentrators and permanent magnets, Federico Maspero, Gabriele Gatani, Simone Cuccurullo and Riccardo Bertacco*
- [3] *comsol.it*
- [4] *The capacitive MEMS accelerometerPart 3: springs and typical architectures, Langfelder*
- [5] *Theoretical Analysis of Stiffness Constant and Effective Mass for a Round-Folded Beam in MEMS AccelerometerWong, W.C. – Azid, I.A. – Majlis, B.Y.Wai Chi Wong – Ishak Abdul Azid – Burhanuddin Yeop Majlis*
- [6] *Frequency-modulated hybrid magnetometers combining MEMS and magnetic elements, Simone Cuccurullo*