Laura Tameirao Sampaio Rodrigues

Otimização estrutural de um painel reforçado utilizando os parâmetros de laminação

Belo Horizonte, MG - Brasil

15 de setembro de 2018

Laura Tameirao Sampaio Rodrigues

Otimização estrutural de um painel reforçado utilizando os parâmetros de laminação

Trabalho de conclusão de curso de Engenharia Aeroespacial na Universidade Federal de Minas Gerais, centrado na otimização de uma estrutura em material composto utilizando os parâmetros de laminação

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG

Escola de Engenharia

Engenharia Aeroespacial

Orientador: Prof. Rodrigo de Sá Martins

Coorientador: -

Belo Horizonte, MG - Brasil

15 de setembro de 2018

Laura Tameirao Sampaio Rodrigues

Otimização estrutural de um painel reforçado utilizando os parâmetros de laminação/ Laura Tameirao Sampaio Rodrigues. – Belo Horizonte, MG - Brasil, 15 de setembro de 2018-

41 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Rodrigo de Sá Martins

Coorientador: -

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG

Escola de Engenharia

Engenharia Aeroespacial, 15 de setembro de 2018.

1. Otimização. 2. Materiais compostos. 2. Parâmetros de laminação. I. Prof. Rodrigo de Sá Martins. II. Universidade Federal de Minas Gerais. III. Escola de Engenharia. IV. Otimização estrutural de um painel reforçado utilizando os parâmetros de laminação

Laura Tameirao Sampaio Rodrigues

Otimização estrutural de um painel reforçado utilizando os parâmetros de laminação

Trabalho de conclusão de curso de Engenharia Aeroespacial na Universidade Federal de Minas Gerais, centrado na otimização de uma estrutura em material composto utilizando os parâmetros de laminação

Trabalho aprovado. Belo Horizonte, MG - Brasil, 15 de setembro de 2018:

Prof. Rodrigo de Sá Martins
Orientador

-
Coorientador

Nome
Convidado 1

Belo Horizonte, MG - Brasil
15 de setembro de 2018

Dedicatória: a fazer.

Epigrafe: a fazer.

Resumo

A primeira versão deste Trabalho de Concusão de Curso consiste em uma revisão bibliográfica a respeito do tema: Otimização estrutural de um painel reforçado utilizando os parâmetros de laminação. As próximas versões irão conter mais detalhes da metodologia adotada e os resultados obtidos durante o desenvolvimento do trabalho.

Palavras-chave: engenharia aeroespacial. otimização. materiais compostos. parâmetros de laminação. painel reforçado. nastran sol 200.

Lista de abreviaturas e siglas

PL	*Parâmetros de laminação*
CLT	*Classical Theory of Lamination*
FEM	*Finite Element Model*

Sumário

1 Objetivos

Como trabalho final do curso de graduação em Engenharia Aeroespacial na Universidade Federal de Minas Gerais, este trabalho de pesquisa foi realizado no âmbito de uma otimização estrutural de um painel reforçado utilizando como variáveis de otimização os parâmetros de laminação de cada componente estrutural. Visando otimizar a estrutura de um painel reforçado quando submetido à uma determinada carga de compressão, será feito um modelo em elementos finitos utilizando o *software FEMAP*. O revetimento do painel e os reforçadores serão otimizada utilizando a SOL 200 do *Nastran* e análises de flambagem, SOL 105, serão realizadas visando obter os modos de flambagem da estrutura.

O objetivo inicial da otimização é obter as propriedades de um laminado que suporte a maior carga de flambagem, mantendo as espessuras do revestimento e a geometria e espessuras dos reforçadores constantes, portanto, variando somente as propriedades do laminado. Os parâmentros de laminação serão utilizados como variáveis de projeto e serão os resultados obtidos da otimização.

O outro objetivo do trabalho é criar um banco de dados para um determinado valor de espessura do laminado. Com este banco de dados de laminados será possível obter a sequência e os ângulos de cada lâmina do laminado com base nos valores de propriedades do laminado que foram otimizados.

2 Introdução

A utilização de materiais compostos em estruturas primárias tem aumentado gradualmente nas últimas décadas. Atualmente, no setor aeronáutico, estruturas primárias como asas, fuselagens e empenagens possuem a tendência de serem projetadas utilizando painéis reforçados constituídos de material composto. Isto se deve ao fato de as estruturas em materiais compostos possuírem elevadas resistência e rigidez específicas (HERENCIA; WEAVER; FRISWELL, 2007). Além disso, variando-se a sequência do laminado e os ângulos de laminação, as propriedades do material composto podem ser otimizadas em vista do componente estrutural no qual o laminado será aplicado, apresentando um potencial de uso bastante elevado.

No decorrer dos anos, diversas técnicas de otimização foram desenvolvidas para auxiliar nos processos de obtenção do laminado ótimo para cada uso. Algumas das técnicas de otimização dos materiais compostos envolvem a variação do número de camadas do laminado e dos ângulos de laminação, e assumem que o material possui propriedades ortotrópicas, conforme utilizado por (SCHMIT; FARSHI, 1973). No entanto, segundo (CHAMIS, 1969) pelo fato de os materiais compostos poderem apresentar características anisotrópicas, resultados não conservativos podem ser obtidos, durante otimizações nas quais o comportamento em flambagem é observado, caso a anisotropia flexural dos materiais não sejam consideradas. A otimização do número de camadas e dos ângulos de laminação de cada camada demanda um elevado custo computacional e consiste em um processo de otimização não linear com variáveis discretas e que possui um espaço de projeto não convexo.

Visando solucionar o problema de otimização das variáveis discretas da sequência de laminação dos materias compostos, (MIKI, 1991) propôs a utilização dos parâmetros de laminação. O método proposto por (MIKI, 1991), considera que a rigidez no plano e a rigidez flexural de materiais compostos que possuem laminados simétricos e ortotrópicos são funções dos parâmetros de laminação, e esses parâmetros dependem da sequência de laminação. Com isso, os parâmetros de laminação podem ser utilizados como as variáveis de projeto durante a otimização e pontos ótimos de projeto podem ser obtidos em função desses parâmetros e da função objetivo.

O objetivo deste trabalho de conclusão de curso, é portanto, descrever um processo de otimização de um painel reforçado em material composto utilizando os parâmetros de laminção como variáveis de projeto. O problema será divido em duas etapas, na qual a primeira consistirá na otimização dos parâmetros de laminação aplicando restrições de projetos presentes na indústria aeronáutica. A função objetivo da otimização é obter uma estrutura que suporte a maior carga de flambagem variando somente as propriedades do material e mantendo a geometria dos reforçadores e do painel constantes. Nesta etapa, será assumido que os laminados dos reforçadores e do revestimento sejam simétricos e ortotrópicos. Após a obtenção dos parâmetros de laminação com a otimização estrutural, a sequência de laminação do laminado deverá ser obtida. Para isso, será criado um banco de dados de laminados com restrições e critérios de boas práticas e então os melhores laminados que atenderem aos critérios pré-estabelecidos serão selecionados.

3 Materiais Compostos

3.1 Desenvolvimento histórico

A implementação do uso de materiais compostos na indústria aeronáutica civil e militar seguiu os estágios típicos da implementação de qualquer nova tecnologia no mercado. Segundo (KASSAPOGLOU, 2013), primeiramente o uso da tecnologia de materiais compostos foi limitado às estruturas secundárias visto que minimizavam os riscos envolvidos e também possibilitava a coleta de dados, o que viabilizava uma melhor compreensão do comportamento das estruturas que possuiam essa tecnologia.

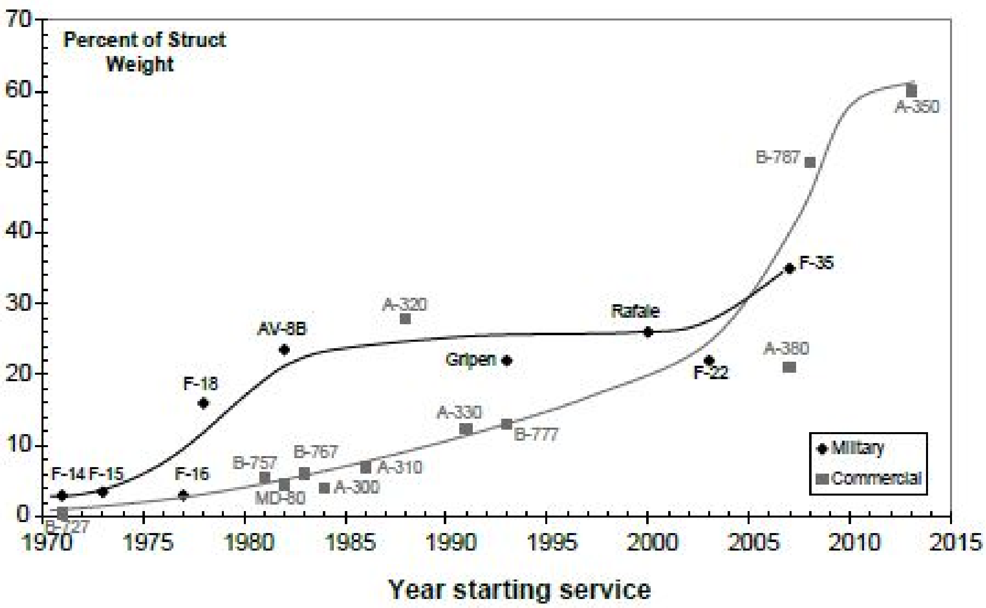
De acordo com (DANIEL, 2006), em 1942 o primeiro barco constiuído de fibra de vidro foi fabricado, e nos anos 1950 as primeiras aplicações com materiais compostos em mísseis foram realizadas. Referindo-se a indústria aeronáutica no último século, o primeiro uso de materiais compostos mais avançados, segundo (KASSAPOGLOU, 2013), ocorreu no final da década de 1950 na aeronave *Akaflieg Phonix FS-24*. Essa aeronave consistiu em um planador projetado por professores e alunos da Universidade de Stuttgart e foi construído, inicialmente de madeira balsa, e posteriormente teve sua estrutura alterada para um sanduíche de compósitos de fibra de vidro com madeira tipo balsa. Após isso, no fim dos anos 1960, com a nova geração de materiais compostos avançados, como o carbono, a indústria de helicópteros foi a primeira a utilizá-los em estruturas primárias, destacando o projeto do *Aerospatiale AS-341 Gazelle*. Este helicóptero foi considerado um dos mais modernos na época, não só porque ele possuía um inovador rotor de cauda reduzindo drasticamente a emissão de ruídos, mas também, pelo fato de as pás do rotor principal serem constituídas de material composto.

Por volta dos anos 1970 as primeiras aeronaves majoritariamente constituídas de materiais compostos começaram a surgir. Essas aeronaves eram pequenas e normalmente para uso recreativo ou para acrobacias, visto que com o uso de materiais compostos era possível obter uma redução de peso estrutural e portanto, aeronaves mais rápidas e ágeis quando comparadas às aeronaves da época. O uso de material composto teve início em aeronaves pequenas também pelo fato de os requisitos de certificação estrutural para aeronaves menores serem mais facilmente cumpridos quando comparados aod requisitos das aeronaves de grande porte. Além disso, de acordo com (KASSAPOGLOU, 2013), a performance dos materias compostos não era completamente conhecida, por exemplo, a sensitividade desse tipo de material ao dano por impacto e suas implicações para o projeto só foram ser melhor conhecidas no final dos anos 1970. Portanto, somente no final dos anos 1970 e início dos anos 1980 que a utilização de materiais compostos começou a ser expandida para aeronaves de porte maior, como a concepção da empenagem horizontal do *Boeing 737*, que era uma estrutura primária construída de um sanduíche de materias compostos. Seguindo a aplicação em grande escala de materiais compostos, destaca-se o *Airbus A320*, no qual tanto a empenagem horizontal e a vertical, quanto as superfícies de controle foram projetadas e fabricadas utilizando material composto.

A proxíma aplicação significante desse tipo de material em estruturas primárias foi no início dos anos 1990 com o *Boeing 777*, em que além das empenagens e superfícies de controle, as vigas principais do piso eram constituídas de material composto. Segundo (DANIEL, 2006), o maior sinal de aceitação do uso de materiais compostos na indústria aeronáutica civil, ocorreu no *Boeing 787 Dreamliner*, em que materiais como carbono/*epoxy* e grafite/titânio constituíam cerca de 50% do peso da aeronave, incluindo majoritariamente asas e fuselagem. Destaca-se também o *Airbus A380*, que utiliza materiais compostos, incluindo o *GLARE*, um laminado híbrido de fibra de vidro/*epoxy*/alumínio, que combina as vantagens e desvantagens dos materiais metálicos e compostos.

Observa-se, portanto, que o uso dos materiais compostos vem aumentando de maneira significativa na indústria aeronáutica. Uma maneira de perceber o aumento do uso de materiais compostos nessa indústria é com base na Figura 1, em que fica claro o aumento percentual da utilização desse tipo de material em relação ao peso das estruturas de vários modelos de aeronaves.

Figura 1 – Uso de materiais compostos na indústria aeronáutica.



Fonte: (KASSAPOGLOU, 2013, p. 6)

3.2 Visão geral

De acordo com (DANIEL, 2006), os materiais compostos possuem diversas vantagens de utilização em relação aos materiais metálicos como a elevada resistência, a elevada rigidez, a vida longa em fadiga, a baixa densidade e a alta adaptabilidade em relação a função de utilização pretendida pela estrutura. A superior perfomance estrutural dos materiais compostos se deve basicamente às elevadas resistência e rigidez específicas e à anisotropia do material, visto que devido à esta última característica, o material composto possui diversos graus de liberdade para uma configuração ótima do laminado. No geral, devido ao elevado número de graus de liberdade é possível realizar a otimização do laminado em material composto para diversas restrições de projeto e objetivos, como menor peso estrutural, máxima estabilidade dinâminca e/ou menor custo de fabricação. No entanto, todo o processo requer um confiável banco de dados das propriedades dos materiais, métodos de análises estruturais, técnicas de modelagem e simulações padronizadas e certificadas. Logo, devido às numerosas opções disponíveis, os processos e análises acabam se tornando mais complexos e custos em relação aos dos materiais convencionais.

Os materiais compostos possuem algumas limitações de uso em relação ao materiais metálicos. Do ponto de vista da micromecânica, as fibras dos materiais compostos possuem uma grande variabilidade nas propriedades de resistência e concentradores de tensão locais reduzem consideravelmente a resistência a tração das estruturas projetadas em materiais compostos. Em relação a macromecânica, a anisotropia do material pode ser utilizada considerada como uma vantagem visto que o comportamento do material pode ser variado, no entando, esta mesma característica faz com que as análises desses materiais sejam muito mais complexas (DANIEL, 2006).

3.3 Teoria Clássica da Laminação

De acordo com (DANIEL, 2006) para o desenvolvimento da Teoria Clássica da Laminação, assumem-se as seguintes premissas e restrições:

1. Cada lâmina do laminado é quasi-homogênea e ortotrópica;

2. O laminado é fino com as suas dimensões laterais muito maiores do que a sua espessura e é carregado somente no plano, isto é, o lamninado e suas lâminas (exceto as bordas) estão em um estado plano de tensão ($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$);

3. Todos os deslocamentos são pequenos comparados com a espessura do laminado ($|u|, |v|, |w| \ll h$);

4. Deslocamentos são contínuos ao longo da espessura;

5. Deslocamentos no plano variam linearmente ao longo da espessura do laminado, isto é, os deslocamentos u e v nas direções x e y são funções lineares de z;

6. Linhas retas normais à superfície média permanece reta e normal à essa superfície após a deformação. Isto implica que as deformações transversais de cisalhamento γ_{xz} e γ_{yz} são nulas;

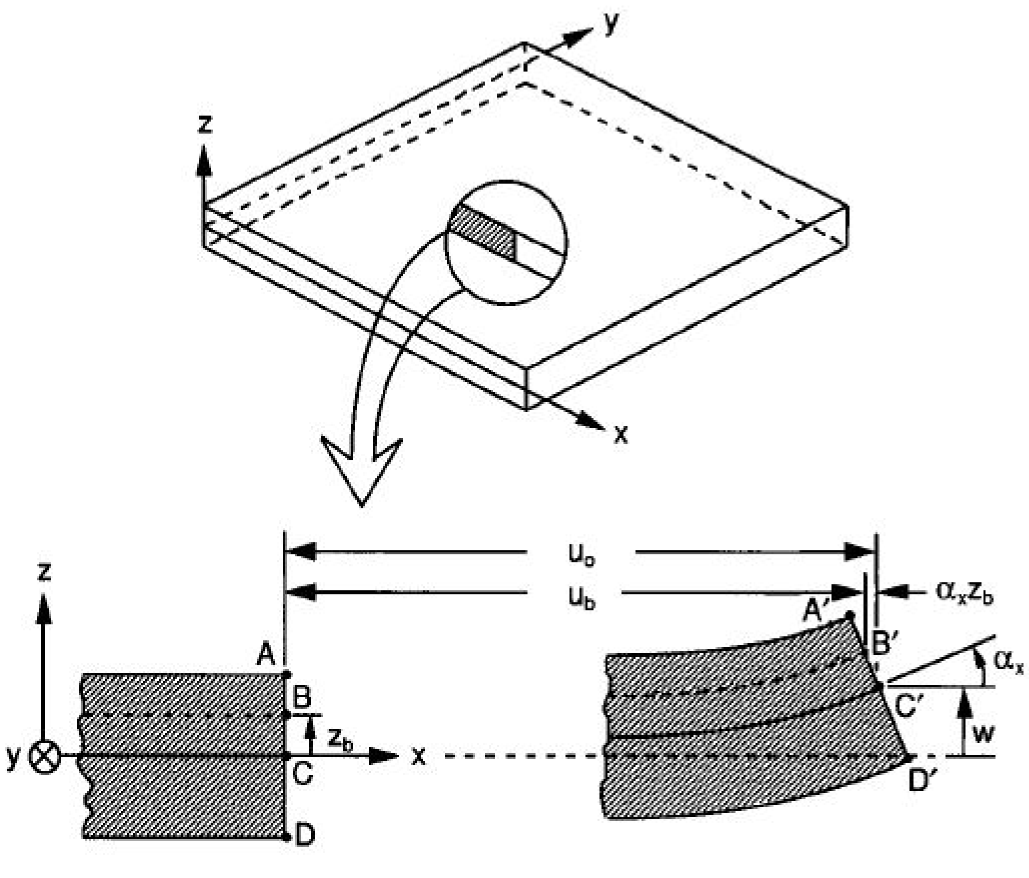
7. As relações deformações-deslocamentos e tensões-deformações são lineares;

8. Distâncias normais à superfície média permanecem constantes, isto é, o deslocamento transversal normal, ε_z é zero. Isto implica que o deslocamento transversal w é independente da coordenada de espessura z.

3.3.1 Relações entre deformações e deslocamentos

Seguindo a Figura 2 como referência, tem-se que o plano $x-y$ é o plano médio do laminado, ou seja, é equidistante do laminado mais superior e do mais inferior. Portanto, este plano é chamado de *Plano médio* ou *Plano de referência*.

Figura 2 – Seção do laminado antes (ABCD) e depois da deformação (A'B'C'D').



Fonte: (DANIEL, 2006)

Tem-se que os deslocamentos no plano u_0 e v_0 nas direções x e y e o deslocamento fora do plano w na direção z são funções somente de x e y, como mostrado a seguir.

$$\begin{aligned} u_o &= u_o(x, y) \\ v_o &= v_o(x, y) \\ w &= f(x, y) \end{aligned} \tag{3.1}$$

E que as rotações ao longo dos eixos x e y são dadas por:

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \frac{\partial w}{\partial x} \\ \alpha_y &= \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \tag{3.2}$$

Portanto, os componentes de deslocamentos de um ponto B de coordenada z_b, onde z é a coordenada na espessura do laminado, são:

$$\begin{aligned} u &= u_o - \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= v_o - \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \tag{3.3}$$

Para pequenos deslocamentos, as relações clássicas de deformação e deslocamento no campo elástico são dadas por:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_o}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = \gamma_z &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} - 2z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Sabe-se ainda, por definição, que:

$$\varepsilon_x^o = \frac{\partial u_o}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y^o = \frac{\partial v_o}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy}^o = \gamma_z^o = \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} \tag{3.5}$$

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\kappa_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\kappa_{xy} = \kappa_z = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Portanto, as deformações em qualquer ponto do laminado podem ser relacionadas às deformações do plano e às curvaturas do laminado como mostrado a seguir:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_z^o \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

3.3.2 Relações entre tensões e deformações de uma lâmina dentro de um laminado

Considera uma lâmina específica, k em um laminado multidirecional, na qual a distância z_k se refere a distância da lâmina ao plano de referência do Laminado. Tem-se que as relações de tensão-deformação para essa lâmina, no sistema de coordenada do laminado valem:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix}_k \tag{3.7}$$

Em que a rigidez representada por Q, vale:

$$\begin{aligned} Q_{xx} &= E_{11} - \frac{E_{13}^2}{E_{33}} \\ Q_{xy} &= E_{12} - \frac{E_{13}E_{23}}{E_{33}} \\ Q_{yy} &= E_{22} - \frac{E_{23}^2}{E_{33}} \\ Q_{xs} &= E_{66} \end{aligned} \tag{3.8}$$

Onde $E_{11}, E_{12}, E_{13}, E_{22}, E_{23}, E_{33}$ e E_{66} são constantes elásticas independentes do material.

Substituindo a Equação 3.6 na Equação 3.7 tem-se, de forma generalizada, a seguinte expressão para as deformações:

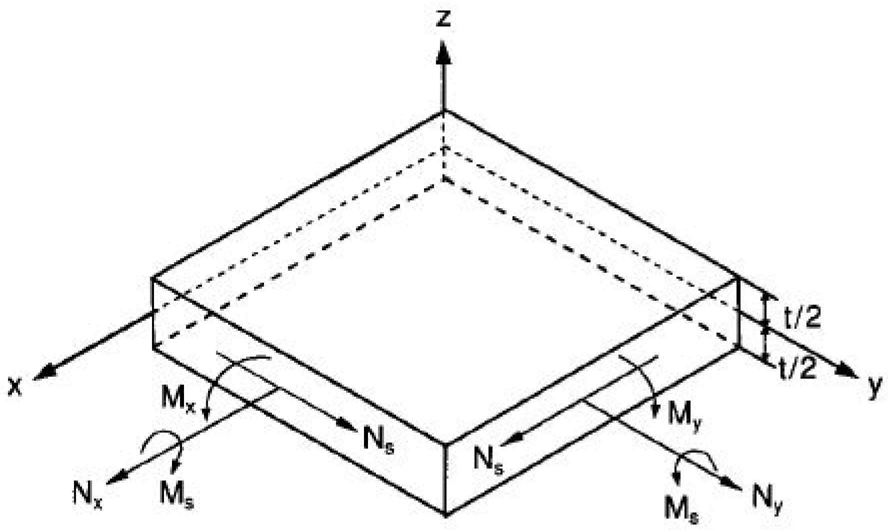
$$[\sigma]_{x,y}^k = [Q]_{x,y}^k [\varepsilon^o]_{x,y} + z[Q]_{x,y}^k [\kappa]_{x,y} \tag{3.9}$$

Nota-se, portanto, das Equação 3.6 e Equação 3.9 que mesmo que as deformações variem linearmente, não necessariamente as tensões variam da mesma maneira. Devido à discontinuidade da matriz de rigidez $[Q]_{x,y}$ ao longo das lâminas do laminado, as tensões também podem variar de forma discontínua ao longo das lâminas.

3.3.3 Relações envolvendo forças e momentos resultantes

Tendo como referência a Figura 3 e sabendo que as tensões ao longo do laminado variam devido às diferentes matrizes de rigidez de cada lâmina específica, pode-se fazer uma integração para obter forças e momentos resultantes.

Figura 3 – Elemento de uma lâmina com forças e momentos resultantes.



Fonte: (DANIEL, 2006)

As expressões seguintes se relacionam a essas forças e momentos resultantes.

$$
\begin{aligned}
N_x^k &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x dz \\
N_y^k &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y dz \\
N_s^k &= \int_{-t/2}^{t/2} \tau_s dz \\
M_x^k &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x z dz \\
M_y^k &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y z dz \\
M_s^k &= \int_{-t/2}^{t/2} \tau_s z dz
\end{aligned}
\tag{3.10}
$$

Em que z é a coordenada da lâmina na seção do laminado, t é a espessura da lâmina, N_i^k são as forças $(x,\ y,\ s)$ por unidade de comprimento e M_i^k são os momentos $(x,\ y,\ s)$ por unidade de comprimento. E no caso de um laminado com diversas lâminas, a força e o momento total são obtidos fazendo o somatório dos efeitos de cada lâmina.

Tem-se, portanto, as seguintes expressões:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{bmatrix}_k = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k dz$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_s \end{bmatrix}_k = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k z\,dz \tag{3.11}$$

Substituindo a Equação 3.7 na Equação 3.11, tem-se:

$$N_{x,y} = [\textstyle\sum_{k=1}^{n}[Q]_{x,y}^{k}(z_k - z_{k-1})][\varepsilon^o]_{x,y} + [\textstyle\sum_{k=1}^{n}[Q]_{x,y}^{k}(z_k^2 - z_{k-1}^2)][\kappa]_{x,y}$$

$$M_{x,y} = [\tfrac{1}{2}\textstyle\sum_{k=1}^{n}[Q]_{x,y}^{k}(z_k^2 - z_{k-1}^2)][\varepsilon^o]_{x,y} + [\tfrac{1}{3}\textstyle\sum_{k=1}^{n}[Q]_{x,y}^{k}(z_k^3 - z_{k-1}^3)][\kappa]_{x,y} \tag{3.12}$$

Por definição tem-se as três matriz de rigidez do laminado como:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{n}[Q]_{ij}^{k}(z_k - z_{k-1})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}[Q]_{ij}^{k}(z_k^2 - z_{k-1}^2) \tag{3.13}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n}[Q]_{ij}^{k}(z_k^3 - z_{k-1}^3)$$

Portanto, em geral, substituindo Equação 3.16 na Equação 3.12, pode-se representar as forças e momentos resultantes em função das matrizes de rigidez [A], [B] e [D] como segue:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^o \\ \kappa \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

Para cada uma das matrizes de rigidez [A], [B] e [D] tem os seguintes significados físicos:

- Matriz [A]: corresponde a rigidez extensional, ou módulo do laminado no plano, e relaciona os carregamentos com as deformações no plano.
- Matriz [B]: corresponde ao acoplamento de rigidez, ou seja acoplamento entre o módulo do laminado no plano e o flexural. Relaciona os carregamentos no plano com curvaturas, e momentos de flexão com deformações no plano. Isto é, se $B_{ij} \neq 0$,

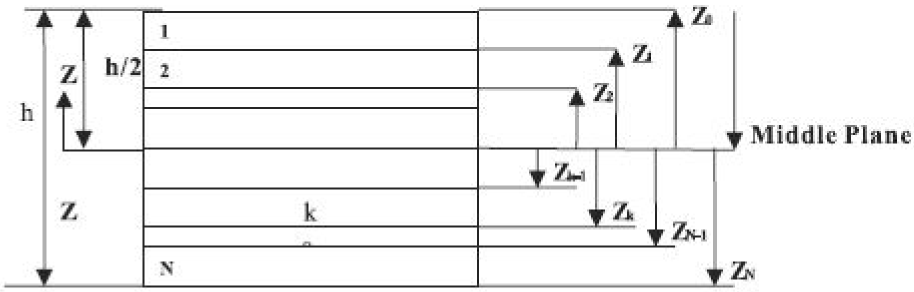
forças no plano produzem deformações flexurais e torsionais, em vez de deformações no plano; e momentos produzem extensões no plano e deformações cisalhantes no plano médio, em vez de produzir deformações flexurais e torsionais (curvaturas).

- Matriz [D]: corresponde a rigidez flexural do laminado, e relaciona momentos atuantes com as curvaturas.

3.4 Parâmetros de laminação

Os parâmetros de laminação, segundo (TSAI; PAGANO, 1968), propiciam uma representação compacta das propriedades de rigidez dos laminados de materiais compostos. A utilização dos parâmetros de laminação permite uma eficiente otimização de um laminado para as propriedades de rigidez desejadas.

Figura 4 – Referência de sequência de laminação.



Fonte: (LIU; HAFTKA; TROMPETTE, 2004)

Seguindo a metodologia para utilização dos parâmetros de laminação apresentada por (MIKI, 1991) e tendo como referência a Figura 4 considera-se uma sequência de laminação, em que cada lâmina é ortotrópica, como segue:

$$[(\pm\theta_n)_{Nn}/\ldots(\pm\theta_2)_{N2}/(\pm\theta_1)_{N1}]_s \tag{3.15}$$

Segundo (MIKI, 1991), os parâmetros de laminação são boas ferramentas para serem utilizadas como variáveis de projeto ao desenvolver um laminado, visto que é possível obter uma região viável dos parâmetros de laminação em um plano bidimensional. Quando tem-se um laminado simétrico e ortotrópico, a rigidez no plano (matriz A) e a rigidez flexural (matriz D) se tornam funções dos parâmetros de laminação, que são funções da sequência da laminação. E como este laminado é simétrico, a rigidez devido ao acoplamento no plano e a flexural (matriz B) é nula. Sabe-se que é possível através do método de utilizar parâmetros de laminação como variáveis de projeto, e obter pontos ótimos de projeto através de relações geométricas entre a região viável e a função objetivo do projeto.

Sabe-se, conforme demonstrado na seção da Teoria Clássica da Laminação, que:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^o \\ \kappa \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

Segundo (LIU; HAFTKA; TROMPETTE, 2004), as matrizes de rigidez A, B e D mostradas acima podem ser expressas em função dos invariantes de rigidez dos materiais U e de 12 parâmetros de laminação ξ (TSAI; PAGANO, 1968). Considerando o laminado simétrico, a matriz de acoplamento de rigidez B será nula e então, o número de parâmetros de laminação será reduzido para 8. Considerando ainda, como prática de projeto adotada por vários fabricantes, que as lâminas são ortotrópicas e podem ter somente 0°/±45°/90° como ângulos de laminação, os parâmetros de laminação são reduzidos para 6. Tem-se, portanto, as seguintes expressões para a rigidez no plano e para a rigidez flexural:

$$\begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{22} \\ A_{66} \\ A_{16} \\ A_{26} \end{bmatrix} = h \begin{bmatrix} 1 & \xi_1^A & \xi_2^A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2^A & 1 & 0 \\ 1 & -\xi_1^A & \xi_2^A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2^A & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\xi_3^A}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\xi_3^A}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

$$\begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{12} \\ D_{22} \\ D_{66} \\ D_{16} \\ D_{26} \end{bmatrix} = \frac{h^3}{12} \begin{bmatrix} 1 & \xi_1^D & \xi_2^D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2^D & 1 & 0 \\ 1 & -\xi_1^D & \xi_2^D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2^D & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\xi_3^D}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\xi_3^D}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

As propriedades de rigidez Q são dadas por:

$$
\begin{aligned}
Q_{11} &= \frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\
Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\
Q_{22} &= \frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\
Q_{21} &= Q_{12} \\
Q_{66} &= G_{12} \\
\nu_{21} &= \nu_{12}\frac{E_{22}}{E_{11}}
\end{aligned} \tag{3.19}
$$

E tem-se que os parâmetros de laminação relacionados ao plano $\xi^A_{[1,2,3]}$ e flexão $\xi^D_{[1,2,3]}$, são:

$$\xi^A_{[1,2,3]} = \frac{1}{h}\int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\cos 2\varphi, \cos 4\varphi, \sin 2\varphi] dz \tag{3.20}$$

$$\xi^D_{[1,2,3]} = \frac{12}{h^3}\int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\cos 2\varphi, \cos 4\varphi, \sin 2\varphi] z^2 dz \tag{3.21}$$

Ainda que os parâmetros de otimização permitam uma otimização contínua do laminado com um número de variáveis de projeto relativamente baixo, eles não permitem a associação das restrições com a natureza discreta da espessura em ângulos de laminação (LIU; HAFTKA; TROMPETTE, 2004). Por exemplo, com a utilização desse método não é possível prever a acomodação de várias lâminas em sequência com uma mesma direção de ângulo de laminação. Portanto, após a obtenção da otimização do laminado utilizando os parâmetros de laminação, será necessário recorrer a um banco de dados de laminados para obter a solução discreta do laminado.

3.5 Práticas de projeto adotadas

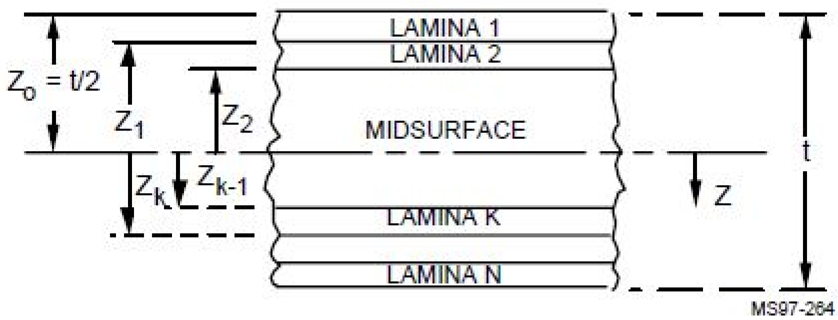
Esta seção apresenta regras e práticas relevantes utilizadas durante o projeto de estruturas em materiais compostos na indústria aeronáutica.

3.5.1 Laminados simétricos

Os laminados que possuem um sequência de ângulos das lâminas simétrico em relação ao plano médio, são chamados de laminados simétricos. Conforme descrito por (MIL-HDBK-17-3F, 2002) e (NIU, 1992), a maior vantagem da utilização de um laminado simétrico é o desacoplamento entre o comportamento de membrana e flexão da estrutura.

Em um laminado simétrico, conforme notação apresentada na Figura 5 e conforme a Equação 3.22 matriz [B] do laminado se anula.

Figura 5 – Notação para espessura do laminado e sequência das lâminas



Fonte: (MIL-HDBK-17-3F, 2002)

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^{N} (\overline{Q}_{ij})_k [z_k^2 - (z_{k-1})^2] \tag{3.22}$$

Sabe- se que $\overline{Q}_{ij}$ corresponde a rigidez da lâmina. E sabe-se também que a matriz B_{ij} é a responsável pelo acomplamento entre a reposta no plano e a flexão do laminado. Portanto, conforme (BAILIE J; LEY; PASRICHA, 1997), quando a matriz B_{ij} não é zerada, um carregamento no plano induz curvaturas, e momentos de flexão induzem deformações no plano. Nota-se pela Equação 3.22 que a matriz B_{ij} possui termos da coordenada z elevados ao quadrado, portanto, quando o laminado possui simetria geométrica e de materiais em relação ao plano médio, este termo é zerado, e portanto, tem-se $B_{ij} = 0$.

3.5.2 Laminados balanceados

Os laminados balanceados são aqueles em que todas as lâminas, com exceção das de 0° e das de 90°, devem ocorrer em pares de $+\theta$ e $-\theta$ acima e abaixo do plano médio do laminado. Para o conjunto de laminados compostos por lâminas com ângulos $0/\pm45/90$, cada lâmina de +45° deve ser acompanhada de um lâmina de -45°. Laminados balanceados possuem vantagens similares às vantagens do laminados simétricos. Uma delas é que o acoplamento de membrana entre o comportamento normal e de cisalhamento no plano da estrutura é removido, visto que ambos os coeficientes, A_{16} e A_{26}, são iguais a zero

(BAILIE J; LEY; PASRICHA, 1997). Este comportamento pode ser explicado observado as equações do carregamento de membrana de um laminado simétrico, Equação 3.23, Equação 3.24 e Equação 3.25.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

$$A_{16} = \sum_{k=1}^{N} (\overline{Q}_{16})_k t_k \tag{3.24}$$

$$A_{26} = \sum_{k=1}^{N} (\overline{Q}_{26})_k t_k \tag{3.25}$$

Onde

$$(\overline{Q}_{16})_k = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})_k \sin\theta \cos^3\theta + (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66})_k \sin^3\theta \cos\theta \tag{3.26}$$

$$(\overline{Q}_{26})_k = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})_k \sin^3\theta \cos\theta + (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66})_k \sin\theta \cos^3\theta \tag{3.27}$$

Sabe- se que $\overline{Q}_{ij}$ corresponde a rigidez da lâmina e que t_k corresponde a espessura da lâmina. Nota-se também que ambas as expressões de A_{16} e A_{26} contém potências ímpares de $\sin\theta$ e $\cos\theta$. Logo lâminas com ângulos de 0° e 90° não contribuem para os termos de A_{16} e A_{26} e estes termos são reduzidos a zero em qualquer laminado balanceado (BAILIE J; LEY; PASRICHA, 1997).

A Figura 6 apresenta dois laminados, um desbalanceado, visto que faltam lâminas com -45° e um balanceado.

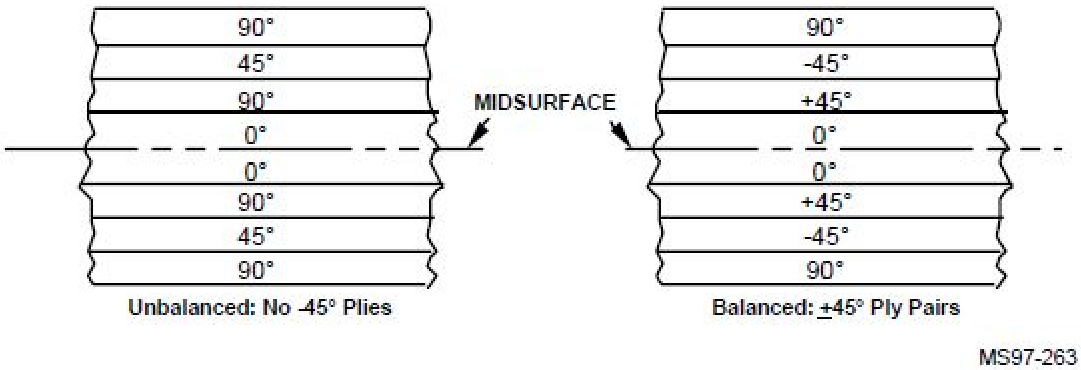
Portanto, satisfazendo esta prática de projeto de utilizar somente laminados balanceados, tem-se a seguinte Equação 3.28 resultante para tensão-deformação

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

3.5.3 Regra dos 10%

Esta prática de projeto não é determinada por documentação para ser rigorosamente seguida e também não há nenhuma documentação formal que comprove a sua validade.

Figura 6 – Laminado desbalanceado e laminado balanceado



Fonte: (MIL-HDBK-17-3F, 2002)

No entanto, esta prática foi seguida por diversas campanhas de projetos de estruturas em materiais compostos e demonstrou bons resultados e portanto, é adotada até os dias atuais em diversos programas. A regra dos 10% determina que cada ângulo de laminação (0°,±45° e 90°) compreenda em pelo menos 10% das camadas do laminado final. O uso desta prática de projeto conduz a laminados utilizáveis que são mais robustos pelo fato de que eles menos susceptíveis à fragilidade associada aos laminados rigorosamente ortotrópicos (BAILIE J; LEY; PASRICHA, 1997).

Além disso, segundo (MIL-HDBK-17-3F, 2002), um comportamento do laminado dominado pela matriz, ou seja, efeitos não lineares, pode ser evitados em laminados onde a direção principal da fibra não é alinhada com o eixo principal do carregamento.

4 Otimização

4.1 Introdução

A otimização estrutural se refere a busca de um design estrutural que seja ótimo, ou "o melhor", variando alguns de seus parâmetros estruturais que são pré-estabelecidos. Durante a busca deste design ótimo, o projeto é guiado para satisfazer alguns limites operacionais que são impostos em relação às respostas da estrutura e também por limites nos valores dos parâmentros estruturais que são variados. Segundo (MOORE, 1994), a capacidade de otimização de projeto presente no *software* utilizado, *MSC Nastran*, se dá pelo fato de essa otimização ser baseada em uma análise de sensibilidade.

A capacidade de otimização de projeto presente no *software MSC Nastran* é beneficiada, significantemente, devido a análise de sensibilidade. A análise de sensibilidade do projeto computa taxas de variação das respostas da estrutura em relação a variação dos parâmetros de projeto. Esses parâmetros de projeto, ou variáveis de projeto, podem ser espessura de um elemento de placa, comprimento de elemento de barra, raio de perfuração em uma estrutura, propriedades dos materiais, entre outros. No caso a otimização conduzida neste trabalho, os parâmetros de projetos são relacionados à espessura dos elementos de placas e às propriedades dos materias compostos. Essas taxas de variações, ou derivadas parciais na linguagem de cálculo, são chamadas na otimização de coeficientes de sensibilidade de projeto.

Os coeficientes de sensibilidade de projeto são computados explicitamente no *MSC Nastran* e são de extrema importância no processo de otimização, visto que eles podem ser utilizados para prever como uma variação de projeto vai alterar uma resposta da estrutura. Quando estes coeficientes de sensibilidade são aplicados na solução de um otimizador, eles aumentam a eficiência do mesmo, visto que durante a busca para o melhor resultado, o algoritmo sabe não somente o estado atual do projeto, mas também tem uma ideia de qual direção utilizar para buscar o melhor projeto. A capacidade básica de otimização de projeto do *MSC Nastran* depende da existência de informação disponível sobre a sensibilidade do projeto, visto que a otimização não pode ser realizada sem isso.

A utilização de uma otimização se deu com o intuito de encontrar um design ótimo para a estrutura escolhida, além de automatizar o processo utilizando um processo racional e com uma abordagem matemática. A utilização de otimizações se dá em situações como as seguintes:

1. Produção de projetos mais eficientes com maiores margens de segurança;

2. Realização de estudos de variabilidade;

3. Auxílio em estudos de sensibilidade de projeto;

4. Validação de dados de testes e resultados de análises (correspondência de modelo).

No caso deste trabalho, o otimizador será primeiramente validado, sendo feita uma otimização de um painel reforçado em material metálico e então uma comparação com a teoria. E em sequeência, após a validação deste otimizador, ele será utiizado para a obtenção de um projeto ótimo para um painel reforçado em material composto.

4.1.1 Análise vs. Otimização de um projeto

Há algumas diferenças conceituais entre a otmização e a análise de um projeto, ainda que elas possam ser vistas como complementares.

Durante a realização de uma análise, é criada uma idealização matemática de um sistema físico visando obter respostas de determinadas questões. A clase dessas respostas obtidas depende do tipos de análise que se está buscando, já a precisão dessas respostas, depende da qualidade do modelo e do conhecimento geral do verdadeiro sistema. Portanto, a definição do tipo de elemento finito utilizado, das representações da condições de contorno, dos carregamentos e da malha utilizada, representam um papel extremamente importante em determinar quão bem o modelo está para representar a estrutura física. Logo, o objetivo é obter uma previsão precisa das respostas que são esperadas da estrutura real.

Em contraste a isso, tem-se o modelo de otimização, no qual idealiza-se mudanças que podem ser feitas na estrutura para melhorar o seu desempenho ou resposta a uma determinada característica. Portanto, para isso, deve-se primeiramente definir o que deseja-se melhorar no projeto, podendo ser como objetivo, por exemplo, uma estrutura com o menor peso possível ou com maior rigidez. Deve-se então estabelecer limites nos quais as variáveis podem flutuar e também expressões de máximos permissíveis, por exemplo.

A maior diferença portanto entre um modelo de análise e um modelo de otimização é que a análise lida com "a solução", enquanto que a otimização lida com "uma solução". Isto é, durante a performance de uma análise, encontra-se uma única solução, já na perfomance de uma otimização mais de uma solução é possível de ser encontrada. Matematicamente, durante uma otimização o espaço de solução pode conter um mínimo local, mas não necessariamente um mínimo global. Portanto, dependendo das condições iniciais setadas no problema pode-se obter uma solução, já caso essas condições iniciais se alterem, pode-se obter uma solução diferente da obtida anteriormente.

4.1.2 Princípios básicos de uma Otimização Numérica

4.1.2.1 Otimização Numérica - Visão geral

De acordo com (MOORE, 1994) a otimização pode ser visto como a seguinte "tarefa de projeto": encontrar um ponto mais baixo em um terreno adjacente. Supõe-se que um indivíduo esteja situado do lado de uma montanha e que deseja encontrar o próximo ponto de menor elevação, este seria o "objetivo". A localização de qualquer ponto será quantificada utilizando as suas coordenadas, logo essas serão as "variáveis de projeto". Supõe-se, também, que existem algumas cercas no terreno, que forçam a restição do espaço de busca ser dentro do território cercado, logo as cercas são as "restrições"que limitam o "espaço de projeto".

Negligenciando a presença de mínimos locais, ou seja, tendo somente um ponto que pode ser considerado como ótimo, achar o ponto de menor elevação dentro deste terreno não é um problema muito grande para um indivíduo comum. Visto que tudo que ele precisará fazer é olhar para a região, e com uma boa perspectiva, apontar qual o ponto mínimo. No entanto, se pensarmos em um indíviduo que não possui a capacidade de enxergar, o processo de decisão não será tão simples, e isto é basicamente o que ocorre com um otimizador numérico.

Se tratando de um sistema computacional, a determinação do ponto próximo com menor elevação, ou seja, o valor da função objetivo, deverá ser feita utilizando análises numéricas. Portanto, necessita-se de um método sistemático para solucionar tais problemas e para isso tem-se diversas técnicas, chamadas de algoritmos de otimização numérica. Genericamente, os métodos de otimização numérica visam determinar a "direção da busca", o que permite encontrar um ótimo que obedeça as restrições estabelecidas.

Visando encontrar a "direção de busca", deve-se determinar o valor do gradiente da função objetivo e então, utilizar essa informação para estabelecer uma provável direção. No exemplo citado, de encontrar um ponto próximo com menor elevação, mesmo para um indivíduo privado de vista, é possível encontrar a direção dando passos pequenos, por exemplo, até encontrar as cercas como restrições e ir estabelecendo as diferenças nas elevações de cada passada. Este tipo de otimização que utiliza a ideia do gradiente é chamada, portanto, de método baseado no gradiente. E dentro deste método a ideia é repetir o processo de busca até que não seja mais possível reduzir a função objetivo.

4.1.2.2 Otimização Numérica - Visão quantitativa

Em uma visão quantitativa de uma otimização numérica, tem-se portanto, que deve-se encontrar o valor de $\boldsymbol{X}$ que minimize ou maximize, dependendo do problema, a função objetivo $F(\boldsymbol{X})$ submetida à:

1. Restrições de desigualdade

$$
\begin{aligned}
g_j(\mathbf{X}) \leq 0 \\
j = 1, ..., n_g
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

2. Restrições de igualdade

$$
\begin{aligned}
h_k(\mathbf{X}) = 0 \\
k = 1, ..., n_h
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

3. Restrições laterais

$$
\begin{aligned}
x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \\
i = 1, ..., n
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

4. Variáveis de projeto

$$
\mathbf{X} = x_1, x_2, ..., x_n \tag{4.4}
$$

Nesta notação abordada, tem-se que $\mathbf{X}$, em maiuscúlo e negrito, é um vetor, enquanto as outras variáveis, em minúsculo, são membros deste vetor. E tem-se como função objetivo a quantidade escalar a ser minimizada. As restrições laterais são utilizadas como as variáveis de projeto para limitar a região de busca, e as restrições de desigualdade, convencionamente, são expressas na forma de menor ou igual a zero. E as restrições de igualdade, caso existam, devem satisfazer o *design* "ótimo".

4.1.3 Busca numérica por um ótimo

A solução de otimização utilizada pelo *software MSC Nastran* durante o desenvolvimento deste estudo é referenciada como: Método baseado no gradiente.

O primeiro passo, em um procedimento numérico, é determinar a direção de busca. Este procedimento de busca é repetido até o ponto no qual não consegue obter melhorias na função objetivo sem violar as restrições. Em um contexto de otimização estrutural, a situação pode-se complicar sendo considerada com inviável (uma ou mais restrições são violadas), ou crítica (ponto situado exatamente nas restrições).

A ideia de utilizar o gradiente como base para a otimização, ou seja, dar pequenos passos nas diversas direções das variáveis de projeto, corresponde exatamente ao conceito matemático de diferenças finitas, que é dado por:

$$
\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \tag{4.5}
$$

Onde Δx representa as pequenas variações, pequenos passos, dados na direção x. E na maioria dos casos, é considerado um vetor de variáveis de projeto, logo, o vetor gradiente resultante pode ser escrito em função das derivadas parciais conforme:

$$\nabla F(X) = \begin{bmatrix} \frac{df(x)}{dx_1} \\ \vdots \\ \frac{df(x)}{dx_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{f(X + \Delta x_1) - F(X)}{\Delta x_1} \\ \vdots \\ \dfrac{f(X + \Delta x_n) - F(X)}{\Delta x_n} \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

Fisicamente, o vetor gradiente aponta na direção de aumento da função objetivo. Portanto, se quiser minimizar a função objetivo, deve-se mover na direção oposta daquele gradiente e o vetor de busca **S** é dado por:

$$S = \nabla F \tag{4.7}$$

O *software MSC Nastran* utiliza este método quando nenhuma das restrições são críticas ou violadas e somente do ponto inicial para outros. Embora esta direção de busca seja uma boa direção inicial, subsequente direções de busca, utilizando este método, não funcionam propriamente para melhorar a função objetivo. Portanto, o *software MSC Nastran* utiliza métodos mais eficientes que podem ser generalizados para casos de restrições ativas e/ou violadas, que são as condições de Kuhn-Tucker em conjunto com o algoritmo de determinação da direção de busca.

4.1.3.1 Condições de Kuhn-Tucker

Considerando um espaço para as variáveis de projeto, com as restrições $g_1(X)$ e $g_2(X)$ e uma função objetivo F(X), conforme mostrado na **??**.

Referências

BAILIE J; LEY, R.; PASRICHA, A. A summary and review of composite laminate design guidelines. *National Aeronautics and Space Administration*, Final, n. 22, 1997. Citado 3 vezes nas páginas 31, 32 e 33.

CHAMIS, C. C. Buckling of anisotropic composite plates. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v. 95, n. 10, p. 2119–2140, 1969. Citado na página 17.

DANIEL, I. *Engineering Mechanics of Composite Materials*. [S.l.]: Oxford University Press, 2006. Citado 5 vezes nas páginas 19, 20, 21, 22 e 26.

HERENCIA, J. E.; WEAVER, P. M.; FRISWELL, M. I. Optimization of long anisotropic laminated fiber composite panels with t-shaped stiffeners. *AIAA journal*, v. 45, n. 10, p. 2497–2509, 2007. Citado na página 17.

KASSAPOGLOU, C. *Design and analysis of composite structures: with applications to aerospace structures*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.

LIU, B.; HAFTKA, R.; TROMPETTE, P. Maximization of buckling loads of composite panels using flexural lamination parameters. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, v. 26, n. 1-2, p. 28–36, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 28, 29 e 30.

MIKI, M. Optimum design of laminated composite plates using lamination parameters. *AIAA Paper*, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 28.

MIL-HDBK-17-3F. *MIL-HDBK-17-3F Composite Materials Handbook - Volume 3: Polymer Matrix Composites, Materials Usage, Design and Analyses*. [S.l.]: US Department of Defense, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.

MOORE, G. J. *MSC/NASTRAN design sensitivity and optimization: user's guide, version 68*. [S.l.]: MacNeal-Schwendler Corporation, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 37.

NIU, M. C.-Y. Composite airframe structures. *Hong Kong Conmilit Press Ltd*, 1992. Citado na página 31.

SCHMIT, L.; FARSHI, B. Optimum laminate design for strength and stiffness. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Wiley Online Library, v. 7, n. 4, p. 519–536, 1973. Citado na página 17.

TSAI, S. W.; PAGANO, N. J. *Invariant properties of composite materials*. [S.l.], 1968. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.