

## Somme des degrés des sommets

La somme des degrés de tous les sommets d'un graphe est égale au double du nombre d'arêtes.

$S$  : somme des degrés de tous les sommets  
 $a$  : nombre d'arêtes

$$S = 2a$$

Le nombre de sommets de degré impair dans un graphe est un nombre pair.

Rappel : Un graphe complet de  $n$  sommets possède  $\frac{n(n-1)}{2}$  arêtes (voir page 6).

Exercices :

1. Un graphe possède 12 arêtes. Quelle est la somme des degrés de tous les sommets?

$$S = 2 \times 12 = 24 \text{ degrés.}$$

2. La somme des degrés des sommets d'un graphe est 48. Combien ce graphe possède-t-il d'arêtes?

$$48 = 2a \rightarrow a = 24 \text{ arêtes.}$$

3. Combien y a-t-il d'arêtes dans un graphe de 8 sommets dont le degré de chacun est 5?

$$8 \times 5 = 2a \rightarrow a = 20 \text{ arêtes.}$$

4. Est-il possible d'avoir un graphe de 13 sommets de degré 5 chacun?

$$\text{Non, car } 13 \times 5 = 2a \rightarrow a = 32,5 \text{ arêtes!}$$

5. Combien d'arêtes manque-t-il au graphe ci-contre pour qu'il soit complet?

→ avant tout, comptez les arêtes !!  
→ 20 degrés au total, donc 10 arêtes  
→  $n = 7$  sommets  $\frac{7 \times 6}{2} - 10 = 11$

