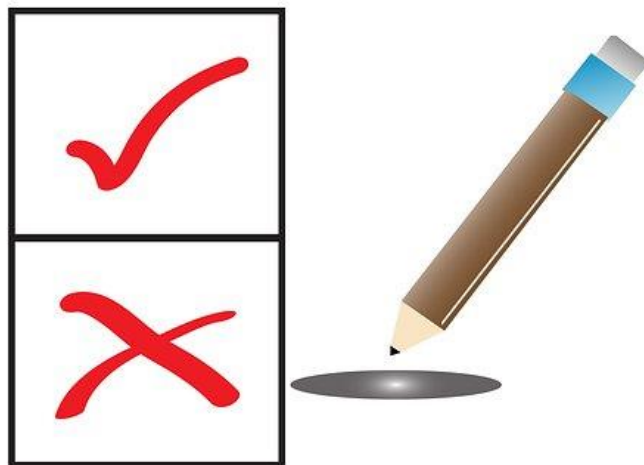


CHAPITRE 5 – PARTIE 2

PROCÉDURES DE VOTE

NOTES DE COURS ET EXERCICES

MATHÉMATIQUE CST₅
COLLÈGE REGINA ASSUMPTA
2022 – 2023



NOM : _____

GROUPE : _____

NOTES DE COURS

Dans ce document, l'emploi du masculin pour désigner des personnes n'a d'autres fins que celle d'alléger le texte.

1. Règle de la majorité.....	3
2. Règle de la pluralité.....	4
3. Méthode de Borda	7
4. Principe de Condorcet.....	8
5. Vote par élimination.....	9
6. Exemple récapitulatif	10
7. Vote par assentiment	11
8. Scrutin proportionnel	12
9. Autres exemples intéressants.....	14

Une procédure de vote est un processus qui permet de déterminer le vainqueur d'un vote ou d'une élection. Il existe plusieurs procédures de vote. Nous en étudierons quelques-unes.

1. Règle de la majorité

Le candidat qui obtient **plus de** la moitié des votes, c'est-à-dire la majorité absolue, est vainqueur.

Cette méthode :

- est simple et rapide à mettre en œuvre ;
- peut faire gagner un candidat qui déplaît à une grande partie des électeurs ;
- peut nécessiter plusieurs tours pour déterminer un vainqueur.

Exemple : Les élèves de la troisième année du deuxième cycle d'une école secondaire ont voté pour leur activité préférée parmi quatre activités hivernales. Le tableau suivant présente les résultats du vote.

Les activités hivernales

Activité	Votes recueillis
Planche à neige	109
Ski alpin	147
Ski de fond	23
Raquette	66

Quelle activité sera choisie selon la règle de la majorité?

2. Règle de la pluralité

Le candidat qui obtient le plus grand nombre de votes est vainqueur.

Cette méthode :

- est simple et rapide à mettre en œuvre ;
- peut faire gagner un candidat qui déplaît à une grande partie des électeurs, voire même à la majorité.

Exemple : Les élèves de la troisième année du deuxième cycle d'une école secondaire ont voté pour leur activité préférée parmi quatre activités hivernales. Le tableau suivant présente les résultats du vote.

Les activités hivernales

Activité	Votes recueillis
Planche à neige	109
Ski alpin	147
Ski de fond	23
Raquette	66

a) Quelle activité sera choisie selon la règle de la pluralité?

b) Combien d'élèves sont insatisfaits de ce résultat?

Dans certaines procédures de vote*, on demande aux électeurs de classer les candidats par ordre de préférence. Une fois le vote terminé, on peut compiler les résultats à l'aide d'un « tableau de représentation ». Ce tableau fait la synthèse de tous les bulletins de vote.

Introduction au tableau de représentation

Exemple : On a demandé aux électeurs de classer trois politiciens par ordre de préférence (premier choix, deuxième choix, troisième choix). Construis le tableau de représentation associé aux bulletins de vote suivants.

Bulletin 1	Bulletin 2	Bulletin 3	Bulletin 4
Justin Trudeau <input type="text" value="1"/>	Justin Trudeau <input type="text" value="2"/>	Justin Trudeau <input type="text" value="2"/>	Justin Trudeau <input type="text" value="1"/>
Andrew Scheer <input type="text" value="2"/>	Andrew Scheer <input type="text" value="1"/>	Andrew Scheer <input type="text" value="3"/>	Andrew Scheer <input type="text" value="2"/>
Yves-François Blanchet <input type="text" value="3"/>	Yves-François Blanchet <input type="text" value="3"/>	Yves-François Blanchet <input type="text" value="1"/>	Yves-François Blanchet <input type="text" value="3"/>

Bulletin 5	Bulletin 6	Bulletin 7	Bulletin 8
Justin Trudeau <input type="text" value="1"/>	Justin Trudeau <input type="text" value="2"/>	Justin Trudeau <input type="text" value="1"/>	Justin Trudeau <input type="text" value="1"/>
Andrew Scheer <input type="text" value="3"/>	Andrew Scheer <input type="text" value="1"/>	Andrew Scheer <input type="text" value="3"/>	Andrew Scheer <input type="text" value="2"/>
Yves-François Blanchet <input type="text" value="2"/>	Yves-François Blanchet <input type="text" value="3"/>	Yves-François Blanchet <input type="text" value="2"/>	Yves-François Blanchet <input type="text" value="3"/>

Bulletin 9	Bulletin 10	Bulletin 11	Bulletin 12
Justin Trudeau <input type="text" value="3"/>	Justin Trudeau <input type="text" value="2"/>	Justin Trudeau <input type="text" value="2"/>	Justin Trudeau <input type="text" value="1"/>
Andrew Scheer <input type="text" value="2"/>	Andrew Scheer <input type="text" value="3"/>	Andrew Scheer <input type="text" value="1"/>	Andrew Scheer <input type="text" value="2"/>
Yves-François Blanchet <input type="text" value="1"/>	Yves-François Blanchet <input type="text" value="1"/>	Yves-François Blanchet <input type="text" value="3"/>	Yves-François Blanchet <input type="text" value="3"/>

* telles que la méthode de Borda, le principe de Condorcet ou le vote par élimination...

► Tableau de représentation :

Choix	
Premier choix	
Deuxième choix	
Troisième choix	

► Est-ce que tous les ordres de préférence possibles sont représentés?

3. Méthode de Borda

Dans cette procédure de vote :

- chaque électeur dresse une liste de candidats par ordre de préférence ;
- de façon décroissante, des points sont attribués à chaque candidat de la liste ;
- le candidat préféré reçoit un nombre de points équivalents au nombre total de candidats, le deuxième candidat de la liste reçoit un point de moins et ainsi de suite jusqu'au dernier de la liste (qui reçoit un seul point) ;
- le candidat qui obtient le plus grand nombre de points est vainqueur.

Cette méthode :

- est complexe à mettre en œuvre ;
- permet généralement de satisfaire une grande portion des électeurs ;
- nuance l'interprétation des résultats.

Exemple : Le tableau suivant présente les préférences des élèves de la troisième année du deuxième cycle d'une école secondaire pour l'attribution du titre de l'enseignante la plus drôle ou de l'enseignant le plus drôle de l'école.

Les préférences des élèves

Choix	120 élèves	95 élèves	65 élèves
Premier choix	Monsieur Baril	Madame Martelle	Monsieur Paquet
Deuxième choix	Monsieur Paquet	Monsieur Paquet	Madame Martelle
Troisième choix	Madame Martelle	Monsieur Baril	Monsieur Baril

Quel enseignant sera élu selon la méthode de Borda?

4. Principe de Condorcet

Dans cette procédure de vote :

- chaque électeur dresse une liste de candidats par ordre de préférence ;
- le vainqueur (s'il existe) est le candidat qui, comparé un à un avec **tous** les autres candidats, est à chaque fois le candidat préféré.

Cette méthode :

- est complexe à mettre en œuvre ;
- permet généralement de satisfaire une grande portion des électeurs ;
- peut n'admettre aucun vainqueur.

Exemple : Le tableau suivant présente les préférences des élèves de la troisième année du deuxième cycle d'une école secondaire pour l'attribution du titre de l'enseignante la plus drôle ou de l'enseignant le plus drôle de l'école.

Les préférences des élèves

Choix	120 élèves	95 élèves	65 élèves
Premier choix	Monsieur Baril	Madame Martelle	Monsieur Paquet
Deuxième choix	Monsieur Paquet	Monsieur Paquet	Madame Martelle
Troisième choix	Madame Martelle	Monsieur Baril	Monsieur Baril

Quel enseignant sera élu selon le principe de Condorcet?

5. Vote par élimination

Dans cette procédure de vote :

- 1) chaque électeur dresse une liste de candidats par ordre de préférence ;
- 2) on compte le nombre de votes de 1^{er} choix pour chaque candidat ;
- 3) si un candidat obtient **la majorité**, il est vainqueur ;
- 4) on élimine celui qui a reçu le moins de votes de 1^{er} choix et on attribue ensuite ses votes aux candidats qui constituent le choix suivant de ces électeurs ;
- 5) on recommence les étapes 2 à 4 jusqu'à ce qu'un candidat remporte l'élection.

Cette méthode :

- est complexe à mettre en œuvre ;
- permet généralement de satisfaire une grande portion des électeurs.

Exemple : Le tableau suivant présente les préférences des élèves de la troisième année du deuxième cycle d'une école secondaire pour l'attribution du titre de l'enseignante la plus drôle ou de l'enseignant le plus drôle de l'école.

Les préférences des élèves

Choix	120 élèves	95 élèves	65 élèves
Premier choix	Monsieur Baril	Madame Martelle	Monsieur Paquet
Deuxième choix	Monsieur Paquet	Monsieur Paquet	Madame Martelle
Troisième choix	Madame Martelle	Monsieur Baril	Monsieur Baril

Quel enseignant sera élu selon le vote par élimination?

6. Exemple récapitulatif

Exemple : Bob, Berthe et Robert se sont présentés pour être représentant de classe. On a demandé aux élèves de placer les candidats en ordre de préférence. Voici les résultats :

	9 votes	5 votes	4 votes	12 votes	4 votes	2 votes
1 ^{er} choix	Bob	Berthe	Robert	Robert	Berthe	Bob
2 ^e choix	Berthe	Bob	Bob	Berthe	Robert	Robert
3 ^e choix	Robert	Robert	Berthe	Bob	Bob	Berthe

Qui gagne selon:

a) la méthode de Borda?

b) le principe de Condorcet?

c) la règle de la pluralité?

d) le vote par élimination?

7. Vote par assentiment

Dans cette procédure de vote :

- chaque électeur vote pour autant de candidats qu'il souhaite ;
- celui obtenant le plus grand nombre de votes est vainqueur.

Cette méthode :

- permet une grande liberté aux électeurs ;
- engendre généralement un résultat qui satisfait les électeurs.

Exemple 1 : Un groupe de 12 amis veulent sortir au cinéma. Pour choisir le film qui plaira au plus grand nombre, chaque personne vote secrètement pour le ou les films qui l'intéresse(nt).

<input checked="" type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>
<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>	<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>	<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>	<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>
<input checked="" type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>
<input checked="" type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>
<input checked="" type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>	<input type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>	<input type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>
<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>	<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>	<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>	<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>
<input checked="" type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>
<input type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>	<input type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>
<input checked="" type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>	<input type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>	<input type="checkbox"/> <i>Panique au CRA</i>
<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>	<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>	<input type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Toge et mortier</i>
<input checked="" type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>	<input type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>	<input type="checkbox"/> <i>Le Bal des débutants</i>
<input checked="" type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>	<input type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>	<input checked="" type="checkbox"/> <i>Cégep de rêve</i>

a) On procède ensuite au dépouillement des bulletins de vote. Complète le tableau suivant :

Nombre de votes obtenus

4	1		2	1	
<i>Panique</i>	<i>Panique</i>	<i>Panique</i>			
<i>Bal</i>	<i>Bal</i>	<i>Bal</i>			
<i>Cégep</i>	<i>Cégep</i>				
	<i>Toge</i>				

b) Quel film devraient-ils aller voir ? Pourquoi ?

c) Dans cette situation, le vote par assentiment est-il plus approprié que la règle de pluralité ?

Exemple 2 : Les membres d'une association d'artistes ont voté pour leur œuvre favorite parmi six œuvres en compétition. Chaque membre pouvait voter pour autant d'œuvres qu'il le désirait. Le tableau suivant présente les résultats du vote.

L'œuvre de l'année

Œuvre	Votes recueillis
«Univers»	87
«Mg»	71
«Batracien martien»	123
«Humus»	101
«Vive la vie d'ange»	56
«Bleu»	54

a) Combien de membres ont voté ?

b) Quelle est l'œuvre de l'année selon la méthode de vote par assentiment ?

8. Scrutin proportionnel

Cette procédure est surtout utilisée pour l'élection de partis politiques ou de groupes d'individus.

Dans cette procédure de vote, le nombre de représentants du parti ou du groupe d'élus est proportionnel au nombre total de votes obtenus par ce même parti ou groupe.

Cette méthode peut davantage sensibiliser l'électeur puisque chaque vote compte dans la répartition des élus.

Exemple : Dans un territoire, il faut attribuer 10 sièges proportionnellement au nombre de votes obtenus par chaque parti. Calcule le nombre de sièges attribués à chaque parti.

Parti	A	B	C	Total
Nombre de votes obtenus	15 235	23 429	2 893	41 557

9. Autres exemples intéressants

Exemple 1: Le Parlement d'un pays compte 32 sièges. Ce pays est divisé en 8 circonscriptions. Un représentant est élu par circonscription selon la règle de la pluralité et les autres sièges sont attribués proportionnellement selon les votes obtenus pour chacun des partis. Voici les résultats des dernières élections :

Parti \ Circonscription	1	2	3	4	5	6	7	8
A	1234	2567	298	658	821	2167	2121	222
B	2985	2129	1267	185	598	1179	1777	908
C	1925	1221	967	1901	911	182	3261	218

Déterminez la composition du parlement.

Exemple 2: Voici le résultat, en pourcentage, des votes de huit circonscriptions comptant le même nombre d'électeurs :

Parti \ Circonscription	1	2	3	4	5	6	7	8
A	51	51	51	51	51	3	3	3
B	49	49	49	49	49	97	97	97

Les sièges sont attribués selon la règle de la majorité par circonscription. Démontrez que cette procédure permet d'élire un parti qui n'obtient pas une majorité des votes.

EXERCICES

Dans ce document, l'emploi du masculin pour désigner des personnes n'a d'autres fins que celle d'alléger le texte.

1. Des élèves d'une école procèdent à un vote pour élire la personne qui les représentera. Cette personne est déterminée selon la règle de la pluralité. Voici les résultats obtenus :

Résultats de l'élection

Candidat	Jeanne	Ruben	Patrick	Jasmine
Nombre de votes	123	145	120	131

- a) Quel est le pourcentage des votes obtenus par :
 1) Jeanne? _____ 2) Ruben? _____ 3) Patrick? _____ 4) Jasmine? _____
- b) Qui remporte cette élection? _____
- c) Combien de votes au minimum manque-t-il à la personne gagnante pour l'emporter selon la règle de la majorité?

2. Voici les résultats d'une élection :

Résultats d'une élection

Nombre d'électeurs qui ont ordonné les candidats de cette façon	46	34	31	29
1 ^{er} choix	B	A	C	C
2 ^e choix	A	B	A	B
3 ^e choix	C	C	B	A

Selon la méthode de Borda, on attribue à chaque candidat :

- 3 points lorsqu'il constitue le 1^{er} choix d'un électeur;
- 2 points lorsqu'il constitue le 2^e choix d'un électeur;
- 1 point lorsqu'il constitue le 3^e choix d'un électeur.

- a) Combien y-a-t-il de bulletins de vote dans lesquels :
 1) Le candidat A constitue le 1^{er} choix? _____ 2) Le candidat C constitue le 3^e choix? _____
- b) Au total, combien de points seront attribués :
 1) Au candidat A? _____ 2) Au candidat B? _____ 3) Au candidat C? _____
- c) Selon la méthode de Borda, qui gagne cette élection? _____
- d) 1) Complétez le tableau ci-dessous.

Tableau des duels

Nombre d'électeurs qui préfèrent	Nombre d'électeurs qui préfèrent	Nombre d'électeurs qui préfèrent	Nombre d'électeurs qui préfèrent	Nombre d'électeurs qui préfèrent	Nombre d'électeurs qui préfèrent
A à B		B à A		A et B	
A à C		C à A		A et C	
B à C		C à B		B et C	

- 2) Selon le principe de Condorcet, le vainqueur est le candidat qui remporte tous les duels qui l'opposent aux autres candidats. Selon ce principe, qui remporte cette élection?

3. Voici les résultats d'une élection où le vainqueur est déterminé à l'aide du vote par élimination.

Résultats d'une élection

Nombre d'électeurs qui ont ordonné les candidats de cette façon	46	38	35	34	32	22
1 ^{er} choix	B	A	B	A	C	C
2 ^e choix	A	C	C	B	A	B
3 ^e choix	C	B	A	C	B	A

- a) Y a-t-il un vainqueur selon la règle de la majorité? Expliquez votre réponse.
- b) Quel candidat obtient le moins de votes de 1^{er} choix?
- c) Si l'on enlève ce candidat des bulletins de vote, combien de votes de 1^{er} choix seront attribués à chacun des autres candidats?
- d) Qui remporte cette élection selon cette procédure de vote? Expliquez votre réponse.
4. Le Parlement d'un pays compte 114 sièges qui sont attribués aux partis selon un scrutin proportionnel. Le tableau ci-dessous présente les résultats des élections dans ce pays.

Répartition des votes obtenus par les partis

Parti	A	B	C	D	Total
Nombre de votes	1525	675	2836	1243	6279

- a) Complétez le tableau ci-contre.
- b) Sur les 114 sièges, combien de sièges n'ont pas été attribués? _____

Parti	Nombre minimal de sièges remportés	Reste
A	$\frac{1525}{6279} \times 114 \approx 27,69$, soit au moins 27 sièges	$\approx 0,69$
B		
C		
D		

- c) On distribue au plus un des sièges restants par parti en ordre décroissant de leur reste.

Combien de sièges supplémentaires sont attribués au parti :

A ? _____ B ? _____ C ? _____ D ? _____

- d) Au total, combien de sièges sont remportés par le parti :

A ? _____ B ? _____ C ? _____ D ? _____

- e) Le parti au pouvoir est-il majoritaire? Expliquez votre réponse.

5. Voici les résultats d'un vote au cours duquel les électeurs devaient ordonner les candidats.

Résultats d'un vote

Nombre d'électeurs qui ont ordonné les candidats de cette façon	132	140	156	231	91	104
1 ^{er} choix	A	B	C	D	C	B
2 ^e choix	B	A	D	C	A	D
3 ^e choix	D	C	A	B	D	A
4 ^e choix	C	D	B	A	B	C

Quel candidat remporte l'élection si le vainqueur est déterminé à l'aide :

- a) du principe de Condorcet?

- b) de la règle de la pluralité?

- c) de la règle de la majorité?

d) de la méthode de Borda?

e) du vote par élimination?

- 6.** Le responsable des sports intrascolaires d'une école doit décider du sport qui sera pratiqué le mois prochain. Il demande aux élèves de donner leurs préférences parmi les quatre sports possibles. Voici les résultats de ce sondage :

Sports préférés des élèves

Nombre d'élèves qui ont ordonné les sports de cette façon	161	152	143	138
1 ^{er} choix	Volleyball	Basketball	Badminton	Soccer
2 ^e choix	Basketball	Volleyball	Volleyball	Badminton
3 ^e choix	Badminton	Soccer	Soccer	Volleyball
4 ^e choix	Soccer	Badminton	Basketball	Basketball

a) du principe de Condorcet?

b) de la règle de la pluralité?

c) de la règle de la majorité?

d) de la méthode de Borda?

e) du vote par élimination?

7. Le Parlement d'un pays compte 32 sièges. Ce pays est divisé en 8 circonscriptions qui contiennent le même nombre d'électeurs. Voici les résultats des dernières élections :

Résultats des élections

Parti \ Circonscription								
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	42 %	31 %	23 %	13 %	6 %	62 %	21 %	48 %
B	36 %	35 %	44 %	31 %	28 %	13 %	34 %	20 %
C	22 %	34 %	33 %	56 %	66 %	25 %	45 %	32 %

a) On attribue 4 sièges à chaque circonscription. Déterminez la composition du Parlement de ce pays si, dans une circonscription, les 4 sièges sont attribués au parti vainqueur selon la règle de la pluralité.

b) 1) Déterminez la composition du Parlement de ce pays si l'on attribue les sièges selon un scrutin proportionnel.

2) Le parti au pouvoir est-il majoritaire? Expliquez votre réponse.

8. Le Parlement d'un pays divisé en 8 circonscriptions compte 41 sièges. Les sièges sont attribués par circonscription proportionnellement à la population votante et les sièges dans chacune des circonscriptions sont attribués aux partis politiques proportionnellement au nombre de votes obtenus. Voici les résultats des élections qui ont eu lieu dans ce pays.

Répartition des électeurs dans les circonscriptions

Circonscription	1	2	3	4	5	6	7	8
Pourcentage d'électeurs	17	19	7	10	5	18	21	3

Pourcentage de votes recueillis par chaque parti dans chaque circonscription

Parti \ Circonscription	1	2	3	4	5	6	7	8
A	25 %	43 %	17 %	25 %	34 %	52 %	25 %	35 %
B	48 %	34 %	63 %	28 %	40 %	33 %	31 %	44 %
C	27 %	23 %	20 %	47 %	26 %	15 %	44 %	21 %

Déterminez la composition de ce parlement.

9. Un groupe d'élèves doivent décider de la récompense qu'ils ont méritée. Chaque élève du groupe inscrit sur une feuille les activités offertes en récompense par ordre de préférence. Voici les résultats :

Activités préférées

Nombre d'élèves qui ont ordonné les activités dans cet ordre	16	20	11	16	10
1 ^{er} choix	Palestre	Cinéma	Informatique	Cinéma	Informatique
2 ^e choix	Cinéma	Palestre	Palestre	Informatique	Cinéma
3 ^e choix	Informatique	Informatique	Cinéma	Palestre	Palestre

Quelle est l'activité retenue selon :

a) la méthode de Borda?

b) le principe de Condorcet?

c) le vote par élimination?

- 10.** Le parlement d'un pays divisé en 10 circonscriptions compte 29 sièges. Un siège est attribué par circonscription selon la règle de la pluralité et les 19 autres sièges sont attribués aux partis politiques proportionnellement au nombre de votes obtenus. Voici les résultats des élections qui ont eu lieu dans ce pays.

Répartition des votes selon les partis dans chacune des circonscriptions

Parti \ Circonscription	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	1568	2567	298	658	821	2167	2121	222	568	649
B	2985	2129	1267	185	598	1179	1777	908	221	1347
C	1925	1221	967	1901	911	182	3261	218	875	298

Déterminez la composition de ce Parlement.

11. On projette d'aménager une salle de spectacle dans une des quatre villes d'une région. Les citoyens veulent que la salle soit située le plus près possible de leur ville. Voici des renseignements à ce sujet :

Populations des villes

Ville	Population
A	26 900
B	28 500
C	29 000
D	27 500

Distances (en km) entre les villes

De À	A	B	C	D
A	0	13	23	20
B	13	0	18	15
C	23	18	0	16
D	20	15	16	0

- a) Complétez le tableau ci-dessous.

Choix de l'emplacement de la salle de spectacle

Nombre de citoyens qui ont ordonné les villes de cette façon	26 900	28 500	29 000	27 500
1 ^{er} choix				
2 ^e choix				
3 ^e choix				
4 ^e choix				

- b) Quelle ville sera choisie pour recevoir la salle de spectacle selon :

1) Le principe de Condorcet?

2) la méthode de Borda?

3) la règle de la pluralité?

4) le vote par élimination?

12. Une entreprise qui organise un voyage dans le Sud pour 137 voyageurs effectue un sondage auprès de ces personnes pour déterminer la destination à choisir. Voici les résultats obtenus :

Destinations préférées

Nombre de voyageurs qui ont ordonné les destinations de cette façon	26	25	23	23	21	19
1 ^{er} choix	Martinique	Cuba	Floride	Mexique	Floride	Martinique
2 ^e choix	Mexique	Floride	Cuba	Martinique	Mexique	Cuba
3 ^e choix	Cuba	Mexique	Martinique	Floride	Cuba	Mexique
4 ^e choix	Floride	Martinique	Mexique	Cuba	Martinique	Floride

a) Lorsque la destination choisie constitue :

- Le 1^{er} choix d'une personne, celle-ci est très satisfaite;
- Le 2^e choix d'une personne, celle-ci est satisfaite;
- Le 3^e choix d'une personne, celle-ci est insatisfaite;
- Le 4^e choix d'une personne, celle-ci est très insatisfaite.

Complétez le tableau ci-dessous.

Nombre de voyageurs d'après le degré de satisfaction et la procédure de vote utilisée

Degré de satisfaction \ Procédure utilisée	Règle de la pluralité	Méthode de Borda	Vote par élimination
Très satisfait			
Satisfait			
Insatisfait			
Très insatisfait			

Suite du problème à la page suivante...

- b) Parmi les procédures de vote proposées, laquelle permet de déterminer une destination qui engendre :
- 1) le plus haut degré de satisfaction de l'ensemble des voyageurs? Expliquez votre réponse.
 - 2) le plus faible degré de satisfaction de l'ensemble des voyageurs? Expliquez votre réponse.
- c) Le principe de Condorcet permet-il de déterminer une destination qui engendre un degré de satisfaction de l'ensemble des voyageurs plus haut que la procédure de vote donnée un b 1) ? Expliquez votre réponse.

13. Le Parlement d'un pays compte 24 sièges. Ce pays est divisé en 8 circonscriptions qui contiennent le même nombre d'électeurs. Voici les résultats des dernières élections :

Résultats des élections								
Parti \ Circonscription	1	2	3	4	5	6	7	8
A	33 %	35 %	55 %	34 %	6 %	41 %	21 %	48 %
B	32 %	26 %	40 %	25 %	28 %	47 %	34 %	20 %
C	35 %	39 %	5 %	41 %	66 %	12 %	45 %	32 %

a) Déterminez la composition du Parlement de ce pays si :

1) l'on attribue 3 sièges par circonscription au parti vainqueur selon la règle de la pluralité dans chaque circonscription;

2) l'on attribue les 24 sièges selon un scrutin proportionnel.

b) Laquelle des procédures de vote engendre un Parlement dont la composition est plus représentative de la volonté de l'électorat? Expliquez votre réponse.

14. Voici les résultats de l'élection présidentielle dans un pays :

Élection présidentielle

Nombre d'électeurs qui ont ordonné les candidats de cette façon	30	22	21	17	10
1 ^{er} choix	A	B	A	D	C
2 ^e choix	C	C	C	C	D
3 ^e choix	D	D	B	B	B
4 ^e choix	B	A	D	A	A

Après l'annonce du vainqueur, près de la moitié de l'électorat s'est dite insatisfaite du résultat.

a) Quelle procédure a été utilisée pour déterminer le vainqueur? Expliquez votre réponse.

b) Quel candidat semblerait le choix le plus approprié pour rallier l'ensemble de l'électorat? Expliquez votre réponse.

c) Quelle procédure de vote permettrait l'élection de ce candidat?

- 15.** Le Parlement d'une région compte 8 sièges. Cette région est divisée en 8 circonscriptions qui contiennent chacune le même nombre d'électeurs. Voici les résultats des élections qui se sont tenues dans cette région.

Résultats des élections

Candidat ou candidate du parti \ Circonscription	1	2	3	4	5	6	7	8
A (%)	52	33	13	22	69	16	27	44
B (%)	37	34	41	33	28	23	31	22
C (%)	11	33	46	45	3	61	42	34

- a)** Déterminez la composition du Parlement de ce pays si l'on attribue un siège par circonscription selon la règle de la pluralité.
- b)** Selon cette répartition, le parti au pouvoir est-il majoritaire? Expliquez votre réponse.
- c)** Déterminez la composition du Parlement de ce pays si l'on attribue les sièges selon un scrutin proportionnel.

- 16.** Le Parlement d'un pays divisé en 8 circonscriptions compte 18 sièges. On attribue un siège par circonscription selon la règle de la pluralité. Les 10 autres sièges sont attribués aux partis politiques proportionnellement au nombre de votes obtenus. Voici les résultats des élections de ce pays :

Nombre de votes obtenus par chaque parti dans chaque circonscription

Circonscription Parti	1	2	3	4	5	6	7	8
A	1564	3567	234	654	489	3167	2189	288
B	2345	2123	1267	945	534	1973	1777	304
C	1325	2845	367	1301	399	942	3269	294

Déterminez la composition du Parlement de ce pays.

17. Au Québec, le siège de chaque circonscription est attribué au parti qui obtient le plus de votes dans cette circonscription. Expliquez s'il est possible, dans cette situation, qu'un parti A soit porté au pouvoir alors qu'un parti B aurait obtenu un plus grand pourcentage de votes.

18. Avant les élections, on a recueilli les intentions de vote par un sondage.

Intentions de vote des électeurs

Nombre d'électeurs qui ont ordonné les candidats de cette façon	90	70	60	55	30	20
1 ^{er} choix	C	B	A	A	B	C
2 ^e choix	B	C	B	C	A	B
3 ^e choix	A	A	C	B	C	A

a) Quel candidat remporte l'élection s'il est déterminé à l'aide :

- Du principe de Condorcet?

- De la règle de la pluralité?

iii. De la méthode de Borda?

iv. Du vote par élimination?

b) Expliquez pourquoi la procédure de vote doit être fixée avant les élections.

c) 1) Remplissez le tableau ci-dessous d'après les résultats obtenus en a).

Répartition des électeurs selon le degré
de satisfaction et la procédure de vote utilisée

Degré de satisfaction \ Procédure utilisée	Principe de Condorcet	Règle de la pluralité	Méthode de Borda	Vote par élimination
Très satisfait				
Satisfait				
Très insatisfait				

2) Laquelle de ces méthodes vous semble engendrer le plus faible degré de satisfaction de l'électorat? Expliquez votre réponse.

Réponses

1. a) 1) $\approx 23,7 \%$ 2) $\approx 27,94 \%$ 3) $\approx 23,12 \%$ 4) $\approx 25,24 \%$
 b) Ruben
 c) Il lui manque 115 votes.
2. a) 1) 34 bulletins de vote 2) 80 bulletins de vote
 b) 1) 285 points 2) 295 points 3) 260 points
 c) Le candidat B gagne cette élection.
 d) 1)

Tableau des duels

Nombre d'électeurs qui préfèrent		Nombre d'électeurs qui préfèrent		Vainqueur du duel opposant	
A à B	65	B à A	75	A et B	B
A à C	80	C à A	60	A et C	A
B à C	80	C à B	60	B et C	B

2) Le candidat B remporte cette élection.

3. a) Non, car aucun ne remporte plus de la moitié des votes.
 b) Le candidat C
 c) 32 votes attribués à A et 22 votes attribués à B.
 d) Le candidat A remporte cette élection.

4. a)

Parti	Nombre minimal de sièges remportés	Reste
A	$\frac{1525}{6279} \times 114 \approx 27,69$, soit au moins 27 sièges	$\approx 0,69$
B	$\frac{675}{6279} \times 114 \approx 12,26$, soit au moins 12 sièges	$\approx 0,26$
C	$\frac{2836}{6279} \times 114 \approx 51,49$, soit au moins 51 sièges	$\approx 0,49$
D	$\frac{1243}{6279} \times 114 \approx 22,57$, soit au moins 22 sièges	$\approx 0,57$

b) 2 sièges

c) 1) 1 siège 2) 0 siège 3) 0 siège 4) 1 siège

d) 1) 28 sièges 2) 12 sièges 3) 51 sièges 4) 23 sièges

e) Non, car le parti au pouvoir (C) remporte moins de la moitié des sièges.

5. a) Candidat D b) Candidat C c) Aucun candidat d) Candidat D e) Candidat C.
6. a) Volleyball b) Volleyball c) Aucun d) Volleyball e) Volleyball
7. a) Parti A : 12 sièges Parti B : 8 sièges Parti C : 12 sièges
 b) 1) Parti A : 10 sièges Parti B : 10 sièges Parti C : 12 sièges
 2) Non, puisque le parti vainqueur (C) remporte moins de la moitié des sièges.
8. Parti A : 13 sièges Parti B : 16 sièges Parti C : 12 sièges
9. a) Cinéma b) Cinéma c) Cinéma
10. Parti A : 8 sièges Parti B : 11 sièges Parti C : 10 sièges
11. a)

Choix de l'emplacement de la salle de spectacle

Nombre de citoyens qui ont ordonné les villes de cette façon	26 900	28 500	29 000	27 500
1 ^{er} choix	A	B	C	D
2 ^e choix	B	A	D	B
3 ^e choix	D	D	B	C
4 ^e choix	C	C	A	A

b) 1) Ville D 2) Ville B 3) Ville C 4) Ville B

12. a)

Nombre de voyageurs d'après le degré de satisfaction et la procédure de vote utilisée

Degré de satisfaction \ Procédure utilisée	Règle de la pluralité	Méthode de Borda	Vote par élimination
Très satisfait	45	23	44
Satisfait	23	47	25
Insatisfait	23	44	23
Très insatisfait	46	23	45

- b) 1) La méthode de Borda, car le nombre de voyageurs satisfaits ou très satisfaits est plus élevé que pour les autres procédures, et le nombre de voyageurs très insatisfaits est moins élevé.
 2) La règle de la pluralité, car le nombre de voyageurs satisfaits ou très satisfaits est moins élevé que pour les autres procédures, et le nombre de voyageurs très insatisfaits est plus élevé.
- c) Non, car dans cette situation, le principe de Condorcet ne donne aucun vainqueur.
13. a) 1) Parti A : 6 sièges Parti B : 3 sièges Parti C : 15 sièges
 2) Parti A : 8 sièges Parti B : 8 sièges Parti C : 8 sièges
- b) Le scrutin proportionnel engendre un Parlement dont la composition est plus représentative de la volonté de l'électorat, car le pourcentage des sièges attribués aux partis est très proche du pourcentage des votes qu'ils ont obtenus, tandis que ces pourcentages sont beaucoup plus distants lorsqu'on utilise la règle de la pluralité.
14. a) Le principe de Condorcet, la règle de la pluralité, le vote par élimination ou la règle de la majorité. Avec ces procédures de vote, le candidat A est déclaré gagnant, engendrant 49 % de l'électorat qui est insatisfait du résultat.
- b) 1) Le candidat C semble un choix plus approprié pour rallier l'ensemble de l'électorat, car tous les électeurs le considèrent comme un très bon choix ou un bon choix. Aucun électeur ne se sentirait insatisfait.
- c) La méthode de Borda
15. a) A : 3 sièges B : 1 siège C : 4 sièges
 b) Non, car il doit avoir au moins 5 sièges.
 c) A : 3 sièges B : 2 sièges C : 3 sièges
16. A : 6 sièges B : 7 sièges C : 5 sièges
17. Il est possible que A soit porté au pouvoir sans avoir le plus grand nombre de votes s'il gagne le plus de circonscriptions avec un vote serré alors que l'autre parti gagne moins de circonscriptions avec un vote « écrasant » (grand écart entre les deux partis).
18. a) i) C l'emporte ii) A l'emporte iii) B l'emporte iv) C l'emporte
 b) Comme le gagnant peut changer selon la procédure choisie, il faut déterminer la procédure avant le début du processus pour obtenir une élection équitable.
- c) 1)

Degré de satisfaction \ Procédure utilisée	Principe de Condorcet	Règle de la pluralité	Méthode de Borda	Vote par élimination
Très satisfait	110	115	100	110
Satisfait	125	30	170	125
Très insatisfait	90	180	55	90

- 2) La règle de la pluralité semble engendrer le plus faible degré de satisfaction puisque plus de la moitié de l'électorat sera très insatisfait du résultat.