EXAMEN > Version B

Page 366

1. c) **2. b)** **3. b)**

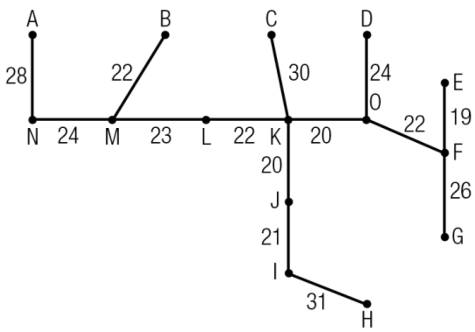
Page 367

4. a) **5. c)** **6. d)**

Page 368

7. $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x \geq 2y$, $x < 5y$, $x + y \leq 500$

8. Arbre de valeurs minimales :



$28 + 24 + 22 + 23 + 22 + 20 + 21 + 31 + 30 + 20 + 24 + 22 + 19 + 26 = 332$ m

Réponse : La longueur minimale de tuyaux nécessaire pour installer ce système d'arrosage est de 332 m.

Page 369

9. $n = 3 \times 12 = 36$ mois

$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1 + i)^{-n} \\ &= 60\,464{,}70(1 + 0{,}6\ \%)^{-36} \\ &= 60\,464{,}7(1{,}006)^{-36} \\ &\approx 48\,750 \end{aligned}$$

Donc, 48 750 $.

Réponse : Le cultivateur a emprunté une somme de 48 750 $.

10. $P(\text{camp musical} \mid \text{camp aquatique}) = \dfrac{P(\text{camp musical} \cap \text{camp aquatique})}{P(\text{camp aquatique})} = \dfrac{32 + 18}{32 + 18 + 64 + 45} = \dfrac{50}{159}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{50}{159}$.

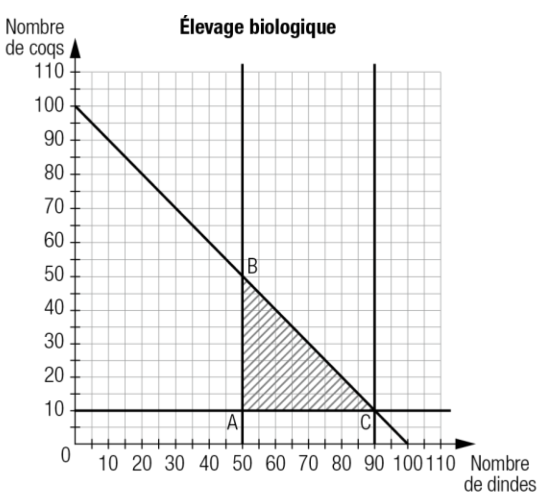
Page 370

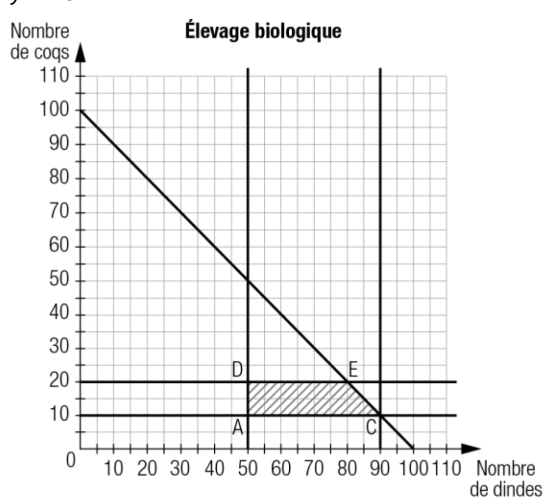
11. Objectif
Maximiser les profits P (en $)

Contraintes de l'année dernière
$x \geq 0$, $y \geq 0$, $x \geq 50$, $y \geq 10$, $x \leq 90$, $x + y \leq 100$

Règle de la fonction à optimiser
$P = 7{,}25x + 9y$

Nouvelle contrainte
$y \leq 20$





Solution optimale

Sommet du polygone de contraintes	$P = 7{,}25x + 9y$
A(50, 10)	$P = 7{,}25 \times 50 + 9 \times 10$ $= 452{,}50$ \$
B(50, 50)	$P = 7{,}25 \times 50 + 9 \times 50$ $= 812{,}50$ \$
C(90, 10)	$P = 7{,}25 \times 90 + 9 \times 10$ $= 742{,}50$ \$

L'année dernière, le bénéfice maximal net a été de 812,50 $.

Solution optimale

Sommet du polygone de contraintes	$P = 7{,}25x + 9y$
A(50, 10)	$P = 7{,}25 \times 50 + 9 \times 10$ $= 452{,}50$ \$
C(90, 10)	$P = 7{,}25 \times 90 + 9 \times 10$ $= 742{,}50$ \$
D(50, 20)	$P = 7{,}25 \times 50 + 9 \times 20$ $= 554{,}50$ \$
E(80, 20)	$P = 7{,}25 \times 80 + 9 \times 20$ $= 760$ \$

Cette année, le bénéfice maximal net est de 760 $.

Diminution du bénéfice maximal net : 812,50 − 760 = 52,50 $

Réponse : La diminution du bénéfice maximal net d'Isabelle cette année par rapport à l'année dernière sera de 52,50 $.

Page 371

12. Volume de la pyramide droite à base carrée :

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{6^2 \times 12}{3} = 144 \text{ cm}^3$$

Volume du cône circulaire droit :
Puisque le cône circulaire droit est équivalent à la pyramide, il a le même volume que celle-ci.

$V_{\text{cône}} = 144 \text{ cm}^3$

Rayon de la base du cône circulaire droit :

$$V_{\text{cône}} = \frac{A_b \times h}{3}$$
$$144 = \frac{\pi r^2 \times 16}{3}$$
$$\frac{144 \times 3}{16\pi} = r^2$$
$$r = \sqrt{\frac{144 \times 3}{16\pi}} \approx 2{,}93 \text{ cm}$$

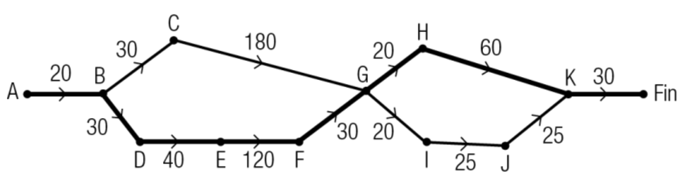
Volume de la boule :

$$V_{\text{boule}} = \frac{4\pi r^3}{3} \approx \frac{4\pi(2{,}93)^3}{3} \approx 105{,}54 \text{ cm}^3$$

Réponse : Le volume de la boule est d'environ 105,54 cm^3.

Page 372

13. Temps minimal requis selon la planification :



20 + 30 + 40 + 120 + 30 + 20 + 60 + 30
= 350 min, soit 5 h 50.

19 h − 5 h 50 = 13 h 10

Réponse : Françoise et Jacques doivent commencer leurs préparatifs à 13 h 10.

Page 373

14. Capital accumulé après 6 ans :

$$C_n = C_0(1 + n \times i)$$
$$C_6 = 7700(1 + 6 \times 5\ \%) = 7700(1{,}03) = 10\ 010 \text{ \$}$$

Taux d'intérêt composé annuel :

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$10\ 010 = 7700(1 + i)^6$$
$$\frac{10\ 010}{7700} = (1 + i)^6$$
$$\left(\frac{10\ 010}{7700}\right)^{\frac{1}{6}} = 1 + i$$
$$i = \left(\frac{10\ 010}{7700}\right)^{\frac{1}{6}} - 1 \approx 0{,}0447$$

Donc, environ 4,47 %.

Réponse : On obtiendrait la même somme à rembourser pour la même durée à un taux d'intérêt composé annuel d'environ 4,47 %.

Page 374

15. Mesure de l'angle au centre qui forme le secteur 4 : 360° − (45° + 60° + 90°) = 165°

Soit *x*, la mise initiale du jeu A.

Espérance de gain du jeu A :

$$E_g = \frac{45°}{360°} \times (32 - x) + \frac{60°}{360°} \times (18 - x) + \frac{90°}{360°} \times (8 - x) + \frac{165°}{360°} \times {}^{-}x$$

$$0 = \frac{1}{8}(32 - x) + \frac{1}{6}(18 - x) + \frac{1}{4}(8 - x) - \frac{11x}{24}$$

$$0 = 4 - \frac{x}{8} + 3 - \frac{x}{6} + 2 - \frac{x}{4} - \frac{11x}{24}$$

$$^{-}9 = \frac{^{-}24x}{24}$$

$$x = 9\ \$$$

La mise du jeu A est de 9 $.

Espérance de gain du jeu B :

$$E_g = \frac{6}{20} \times (5 - 9) + \frac{14}{20} \times (10 - 9)$$

$$= \frac{6}{20} \times {}^{-}4 + \frac{14}{20} \times {}^{-}1$$

$$= -\frac{1}{2}$$

$$= {}^{-}0{,}50\ \$$$

Puisque l'espérance de gain du jeu B est de ⁻0,50 $, ce jeu n'est pas équitable.

Réponse : Le jeu B n'est pas équitable.

Page 375

16. Règle de la majorité
Majorité des votes : (304 + 330 + 425 + 478) × 50 % = 768,5 votes. Donc, 769 votes.
Nombre de votes de 1er choix :
Glissade : 304 + 425 = 729 votes   Patin : 330 votes   Ski : 478 votes

Selon la règle de la majorité, **aucune activité** n'est la préférée des élèves puisqu'aucune n'a obtenu la majorité des votes de 1er choix.

Règle de la pluralité
Selon la règle de la pluralité, l'activité préférée des élèves est la **glissade** avec le plus grand nombre de votes de 1er choix, soit 304 + 425 = 729 votes.

Vote par élimination
Nombre de votes de 1er choix :
Glissade : 304 + 425 = 729 votes
Patin : 330 votes
Ski : 478 votes
On élimine donc le patin.

Les 330 votes de 1er choix du patin sont transférés à la glissade, qui constitue le choix suivant de ces 330 élèves. La **glissade** obtient maintenant 729 + 330 = 1059 votes de 1er choix. La **glissade** obtient la majorité et devient l'activité préférée selon le vote par élimination.

Principe de Condorcet

Glissade vs patin	304 + 425 = 729 élèves préfèrent la glissade au patin. 330 + 478 = 808 élèves préfèrent le patin à la glissade.	Le patin l'emporte sur la glissade.
Patin vs ski	304 + 330 = 634 élèves préfèrent le patin au ski. 425 + 478 = 903 élèves préfèrent le ski au patin.	Le ski l'emporte sur le patin.
Glissade vs ski	304 + 330 + 425 = 1059 élèves préfèrent la glissade au ski. 478 élèves préfèrent le ski à la glissade.	La glissade l'emporte sur le ski.

Selon le principe de Condorcet, **aucune activité** n'est la préférée des élèves.

Réponse : Puisque deux méthodes permettent de déterminer que la glissade est l'activité préférée des élèves et que les deux autres méthodes ne permettent pas de déterminer une activité, la direction de l'école a raison.