Chapitre 1 - Optimisation Corrigé de la SAÉ

Fonction à optimiser :

1° Variables:

Soit x: le nombre de passagers

y : le nombre de véhicules

2° Contraintes:

$$\begin{cases} x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$$
 (1, 2) $R = 4x + 10y$

$$x \le 400 \tag{3}$$

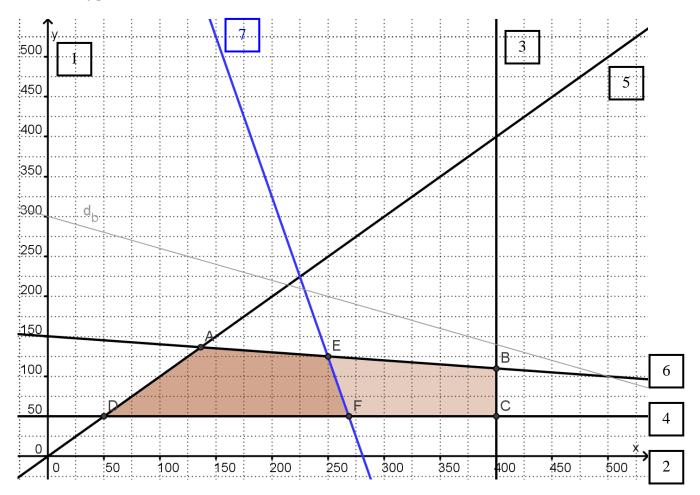
$$y \ge 50$$
 Donc $y = \frac{R - 4x}{10} = -\frac{2}{5}x + \frac{R}{10}$

$$y \ge 50 (4) Done y = \frac{10}{10} = \frac{10}{5} \times \frac{10}{10}$$

$$100x + 1000y \le 150\,000\tag{6}$$

$$4x + y \le 1125$$
 But visé: maximiser les revenus

3° Polygone de contraintes :



4° Calculs...

Avec le tableau de l'objectif

Coordonnées des sommets	Fonction objectif	Résultat
$A(\frac{1500}{11}, \frac{1500}{11})$	$R = 4 \times \frac{1500}{11} + 10 \times \frac{1500}{11}$	≈ 1909,09\$
B(400, 110)	$R = 4 \times 400 + 10 \times 110$	2700\$
C(400, 50)	$R = 4 \times 400 + 10 \times 50$	2100\$
D(50, 50)	$R = 4 \times 50 + 10 \times 50$	700\$
E(250, 125)	$R = 4 \times 250 + 10 \times 125$	2250\$
$F(\frac{1075}{4}, 50)$	$R = 4 \times \frac{1075}{4} + 10 \times 50$	1575\$

Calcul des coordonnées du sommet B:

$$\begin{cases} x = 400 \\ 100x + 1000y = 150000 \end{cases} \Rightarrow 100 \times 400 + 1000y = 150000 \Rightarrow y = 110$$

Calcul des coordonnées du sommet E:

$$\begin{cases} 100x + 1000y = 150\,000 \\ 4x + y = 1125 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 100x + 1000y = 150\,000 \\ 100x + 25y = 28125 \end{cases} \Rightarrow 975y = 121875 \Rightarrow y = 125$$
$$\Rightarrow 4x + 125 = 1125 \Rightarrow 4x = 1000 \Rightarrow x = 250$$

Avec la droite baladeuse...

Coordonnées des sommets	Fonction objectif	Résultat
B(400, 110)	$R = 4 \times 400 + 10 \times 110$	2700\$
E(250, 125)	$R = 4 \times 250 + 10 \times 125$	2250\$

5° Réponse : Capitaine, voici les conséquences de la nouvelle législation :

« Avant, le revenu maximal était de 2700\$ avec 400 passagers et 110 véhicules. À cause de la nouvelle législation, le revenu maximal devient 2250\$ avec 250 passagers et 125 véhicules. Vous perdez donc 450\$ par traversée *maximisée*. »