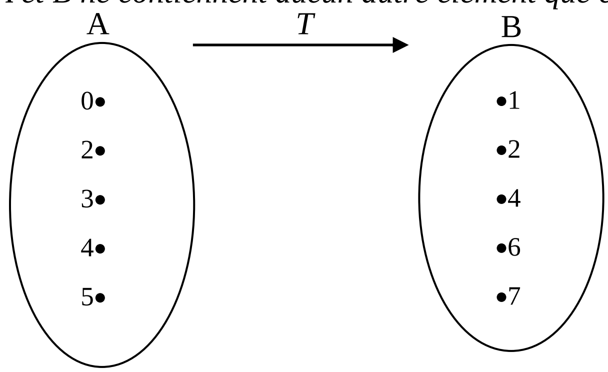
NOTES DE COURS

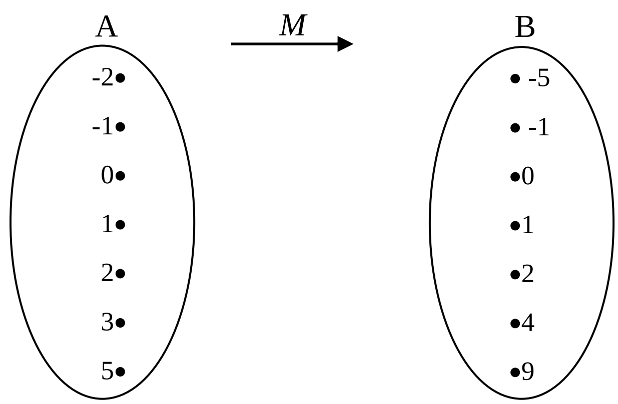
NOTION DE FONCTION ET PROPRIÉTÉS

Considérons le graphique sagittal de la relation T définie comme étant « être un diviseur de ». *Les ensembles A et B ne contiennent aucun autre élément que ceux présentés.*



La relation *T* est-elle une fonction ? ____________

Soit la relation *M* définie comme étant « avoir pour carré ». *Les ensembles A et B ne contiennent aucun autre élément que ceux présentés.*



La relation *M* est-elle une fonction ? __________________

Quel est l'ensemble de départ de la relation *M* ? ________

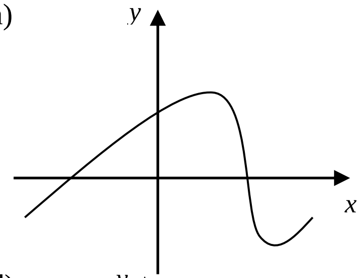
Quel est l'ensemble d'arrivée de la relation *M* ? ________

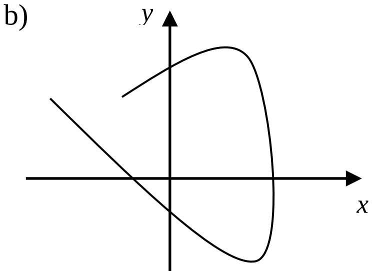
Quel est son domaine ? ____

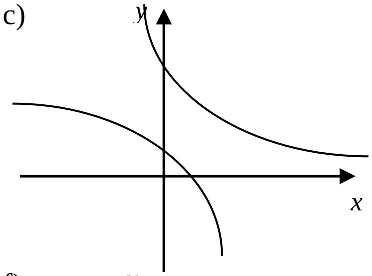
Quel est son codomaine ? ______________________________________

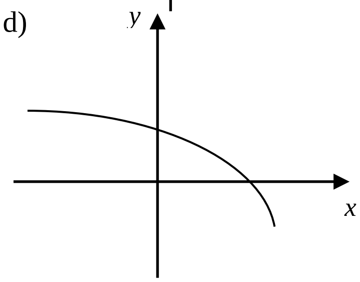
NOTE : Une relation est une fonction si, à chaque élément de l'ensemble de départ correspond ____ de l'ensemble d'arrivée.

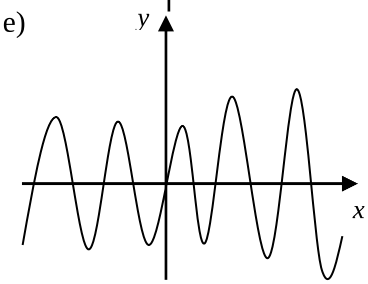
Les graphiques suivants représentent-ils une relation ou une fonction?

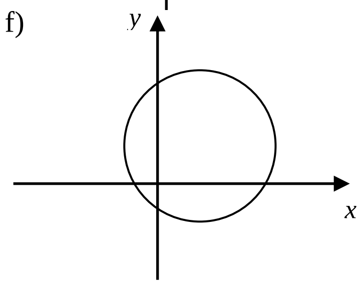
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

Une *fonction réelle* est une fonction qui a l'ensemble des nombres réels comme ensemble de départ et ensemble d'arrivée.

<u>Lecture mathématique</u>

a) La notation $f(x)$, qu'en est-il exactement ?
Prenons par exemple la fonction $f(x) = 3x + 5$

b) Une seconde manière de définir une fonction, la *définition ensembliste* :

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$t \longrightarrow 2t - 3$$

<u>LE VOCABULAIRE LIÉ AUX FONCTIONS</u>

1) Domaine et Codomaine
Le DOMAINE d'une fonction *f* est l'ensemble des valeurs de la variable indépendante ayant une image par la fonction *f*. Le domaine d'une fonction est souvent IR mais peut aussi être un sous-ensemble de IR!

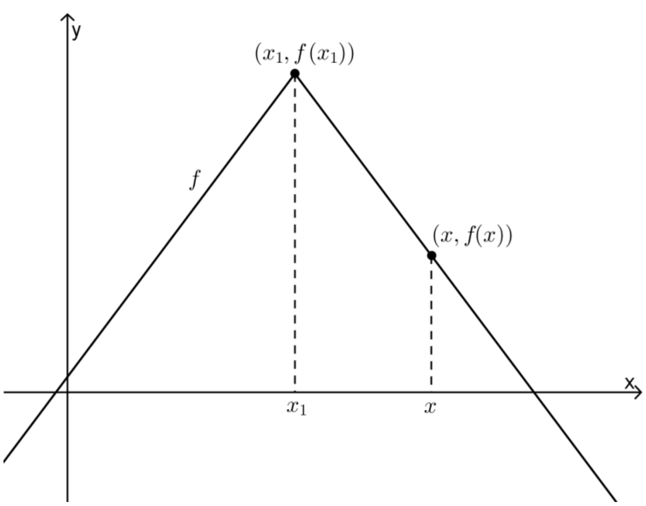
Le CODOMAINE est l'ensemble des valeurs que prend la variable dépendante. En d'autres termes, le codomaine est un sous-ensemble des éléments de l'ensemble d'arrivée qui sont les images par la fonction. CE N'EST PAS TOUJOURS IR !

2) Coordonnées à l'origine :
L'ABSCISSE À L'ORIGINE (aussi appelée le zéro) est **la (les) valeur(s) de la variable indépendante** qui annulent la fonction ($y = 0$). Le zéro correspond au point d'intersection de la courbe de la fonction avec l'axe des abscisses.

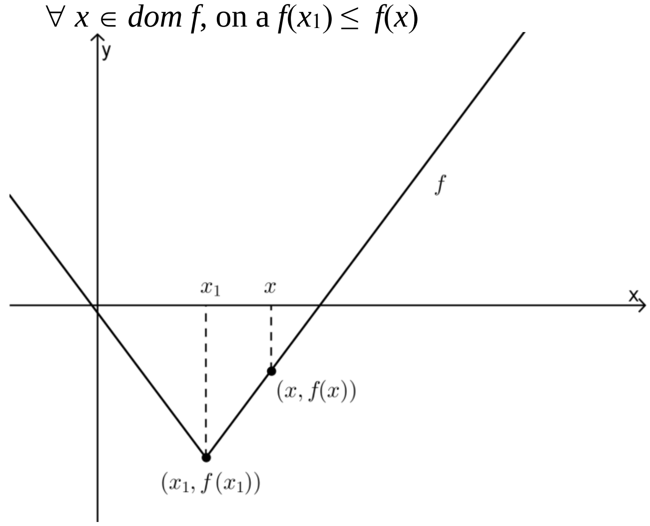
L'ORDONNÉE À L'ORIGINE (souvent appelée valeur initiale) est **la valeur de la variable dépendante** associée à l'abscisse 0. L'ordonnée à l'origine correspond au point d'intersection de la courbe de la fonction avec l'axe des ordonnées.

3) Extremums
Les EXTREMUMS d'une fonction correspondent aux valeurs maximales et minimales **des images** d'une fonction *f*.

Une fonction *f* possède un <u>maximum</u> en une valeur x_1 de son domaine si :
$\forall\ x \in dom\ f$, on a $f(x_1) \geq f(x)$



Une fonction *f* possède un <u>minimum</u> en une valeur x_1 de son domaine si :
$\forall\ x \in dom\ f$, on a $f(x_1) \leq f(x)$



4) Variation : Croissance, décroissance et constance

Une fonction f est CROISSANTE sur un intervalle $[a,b]$ de son domaine si :

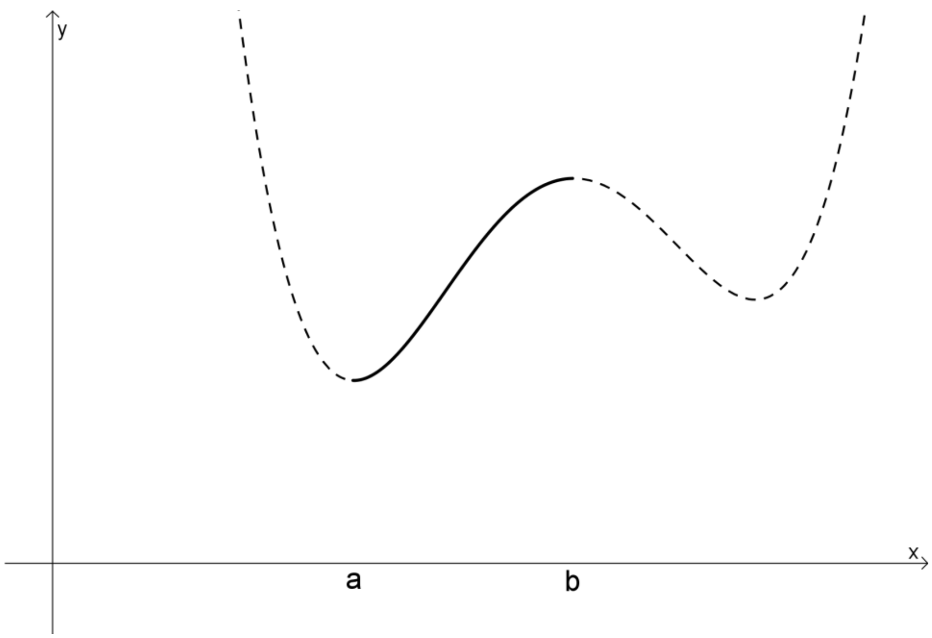
$\forall\ x_1\ ,\ x_2 \in [a,b] : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

Une fonction f est DÉCROISSANTE sur un intervalle $[a,b]$ de son domaine si :

$\forall\ x_1\ ,\ x_2 \in [a,b] : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

Une fonction f est CONSTANTE sur un intervalle $[a,b]$ de son domaine si :

$\forall\ x_1\ ,\ x_2 \in [a,b] : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$



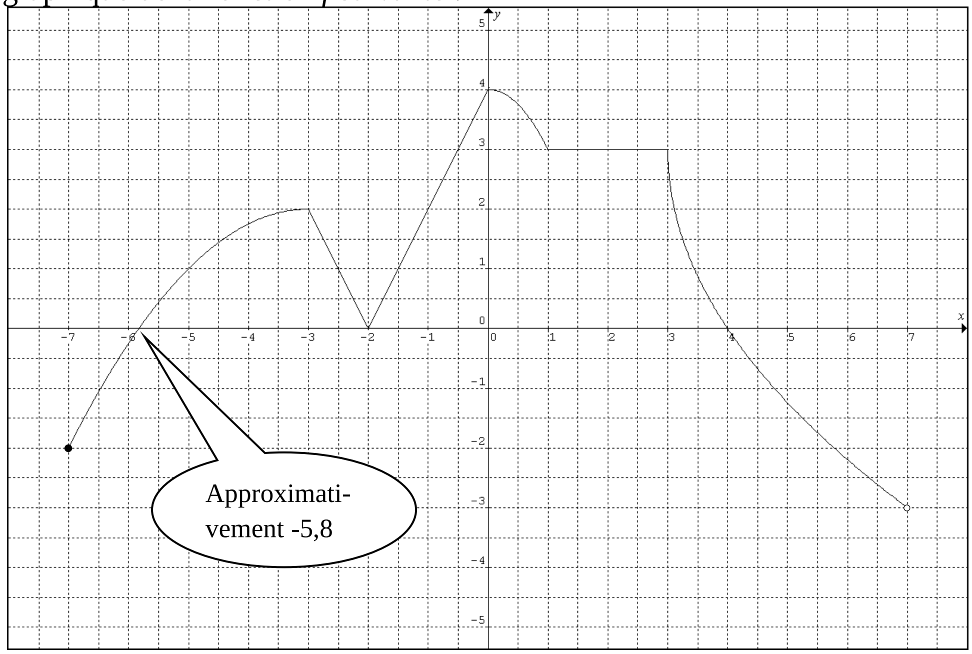
5) Signes

L'analyse des signes d'une fonction f permet de décrire, sur un intervalle donné, le signe des images de cette fonction. En d'autres termes, on précise l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles les images sont positives et/ou négatives.

Une fonction f est POSITIVE sur un intervalle $[a,b] \Leftrightarrow \forall\ x \in [a,b]$, *on a* $f(x) \geq 0$

Une fonction f est NÉGATIVE sur un intervalle $[a,b] \Leftrightarrow \forall\ x \in [a,b]$, *on a* $f(x) \leq 0$

Soit le graphique de la fonction *f* suivante :



Dom *f* = ________________ et Codom *f* = ________________

Ordonnée à l'origine :
Si $x = 0 \Rightarrow f(x) =$ __________

Zéro(s) *(abscisses à l'origine) :*
Si $f(x) = 0$, alors $x_1 =$ _____ ; $x_2 =$ _____ ; $x_3 =$ _____

Signes :
$f(x) \geq 0 \; \forall x \in$ ______________

$f(x) < 0 \; \forall x \in$ ______________

Extremums :
La fonction *f* possède un maximum de ________ ; un minimum de _______.

Variation :
$\forall \, x_1, x_2 \in$ ____ : $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

$\forall \, x_1, x_2 \in$ ____ : $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

$\forall \, x_1, x_2 \in$ ____ : $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

LES PARAMÈTRES DES FONCTIONS

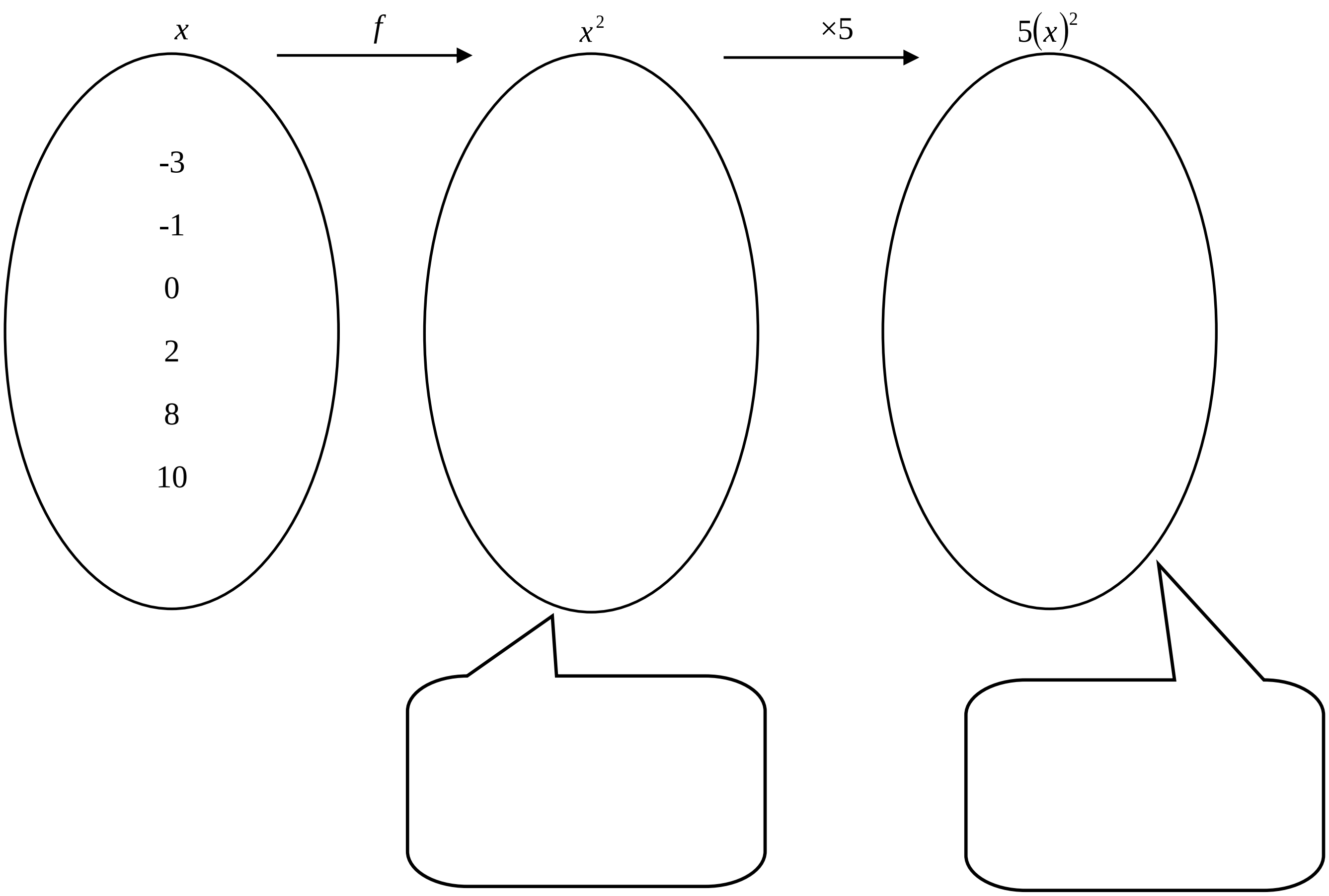
Le paramètre a :

Vous avez déjà rencontré ce paramètre dans les fonctions quadratique et partie entière (escalier).

Dans les deux cas, il représentait **le coefficient** de la fonction. Les règles étaient alors :

$$y = a(x)^2 \text{ et } y = a[x]$$

Pour illustrer le même phénomène de manière ensembliste, prenons les fonctions suivantes : $f(x) = (x)^2$ et $g(x) = 5(x)^2$



À partir des ensembles ci-dessus, nommer 3 couples appartenant à la fonction *g*.

____

Multiplier les valeurs d'une fonction **de base** par un nombre réel *a* revient à **multiplier l'ordonnée de chaque couple de ces fonctions par la valeur du coefficient nommé *a*.**

Note : Ce paramètre ne modifie pas les abscisses des couples de la fonction de base.

Si un couple (x, y) appartient à une fonction **de base**, le couple ________________ appartiendra à la fonction transformée par le paramètre *a*.

Si le coefficient *a* est un nombre négatif, la courbe subira une

____

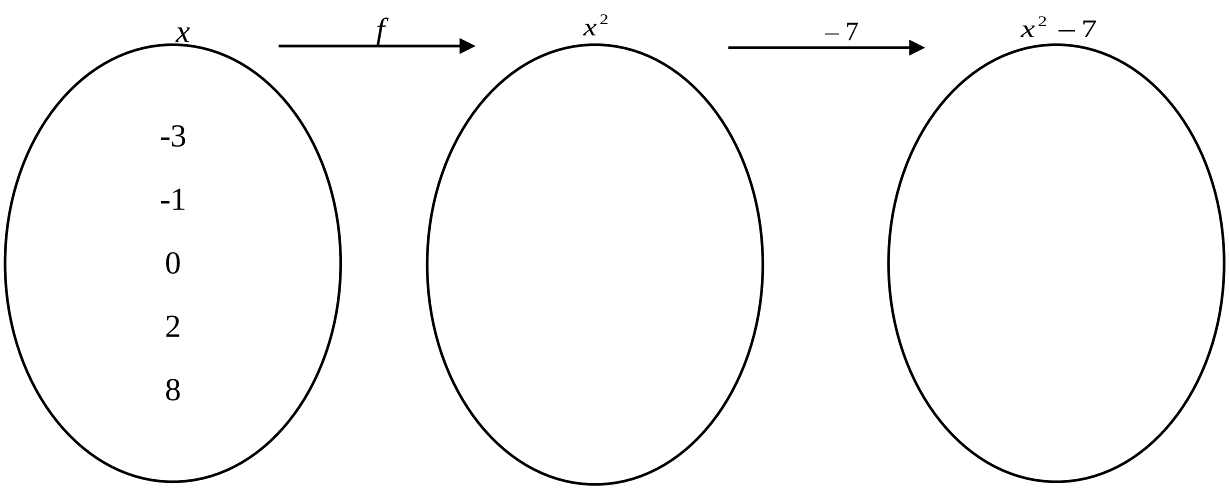
Si le coefficient *a* est un nombre supérieur à 1 **en valeur absolue**, la courbe subira un ______________________________ vertical. Si au contraire le coefficient *a* est un nombre inférieur à 1 en valeur absolue, la courbe subira un ___________________________ vertical.

En plus *de l'étirement ou écrasement, une symétrie s'applique si le coefficient est* _____________________.

<u>*Le paramètre k :*</u>

Encore une fois, ce paramètre ne vous est pas inconnu.

Prenons les fonctions suivantes : $f(x) = (x)^2$ et $g(x) = (x)^2 - 7$



À partir des ensembles ci-dessus, nommer 3 couples appartenant à la fonction *g*.

____

Si un couple (x, y) appartient à une fonction **de base**, le couple ________________ appartiendra à la fonction transformée par le paramètre *k*.

Ce paramètre fait subir une ____

à la courbe de ___________ unités.

<u>Le paramètre h :</u>

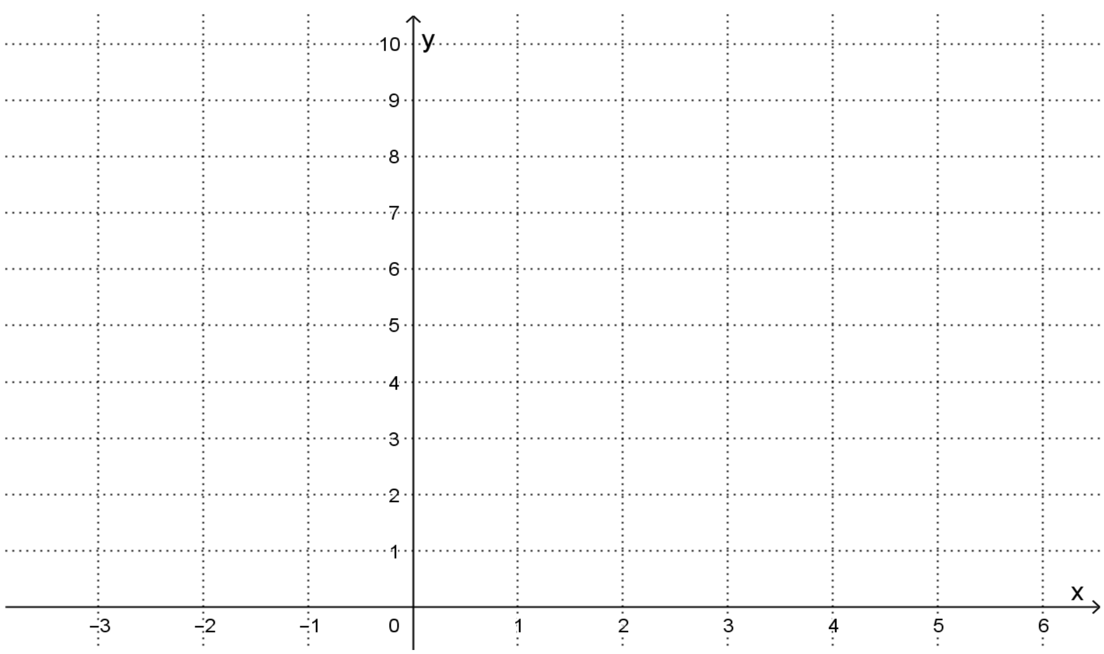
Ce paramètre indiquait l'abscisse du sommet d'une fonction quadratique (h , k). Pourtant, dans la règle d'une fonction quadratique, l'écriture était : $f(x) = a(x-h)^2 + k$.

Mais pourquoi $x-h$ **??**

Pour expliquer ce choix d'écriture, utilisons 2 tables de valeurs. La première illustrera la fonction quadratique **de base** tandis que la seconde, une fonction **transformée**.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x) = x^2$									

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x) = (x-3)^2$									



Ce paramètre fait subir une ____ à la courbe de __________ unités.

Considérant l'écriture $x-h$ **:**

- Si $h > 0$, la translation s'effectuera vers la __________________ (Ex : $x - 8$)
- Si $h < 0$, la translation s'effectuera vers la __________________ (Ex : $x + 10$)

L'écriture $x-h$ nous indique où se situe la fonction de base par rapport à la fonction transformée.

Nous chercherons donc TOUJOURS le modèle $x-h$ lorsqu'on traitera les fonctions.

Si un couple (x, y) appartient à une fonction **de base**, le couple _______________ appartiendra à la fonction transformée par le paramètre *h*.

<u>Le paramètre b :</u>

Le paramètre *b* est un peu particulier car, en 4e secondaire, il n'apparaissait QUE dans la fonction partie entière (et non pas dans la fonction quadratique) comme **coefficient** de la variable indépendante. En effet, le modèle canonique est : $f(x) = a[b(x-h)] + k$.

Dans la règle, le paramètre *b* est le coefficient de la variable ___________________________.

Dans le graphique, il agit en _______________________________ les abscisses de tous les couples de la fonction de base par sa valeur.

Si le coefficient *b* est un nombre négatif, la courbe subira une

____

Si le coefficient *b* est un nombre supérieur à 1 en valeur absolue, la courbe subira un _______________________________ horizontal.

Si au contraire le coefficient *b* est une fraction inférieure à 1 en valeur absolue, la courbe subira un ___________________________ horizontal.

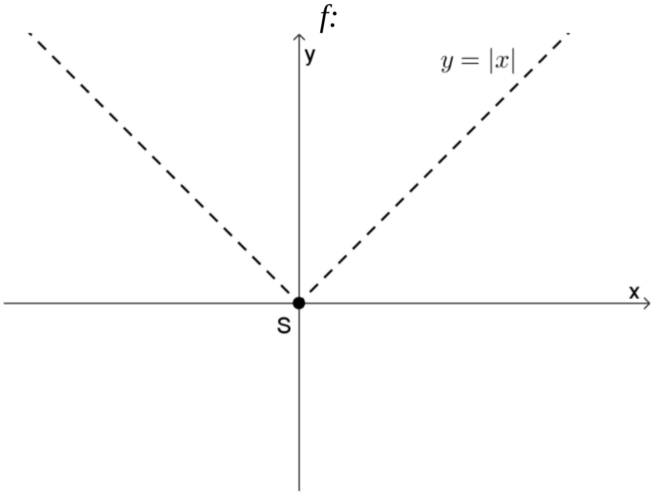
Les **coordonnées graphiques** d'un couple (x, y) ayant subi l'effet du paramètre *b* sont maintenant : __________________.

Exercice :

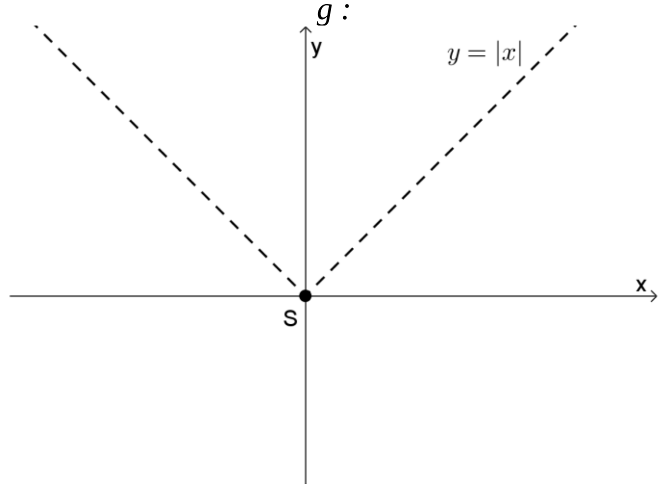
Tracer un croquis des fonctions transformées suivantes, en vous basant sur le graphique de la fonction de base qui vous est donné en pointillés.

$f(x) = |x| - 3$ $\qquad$ $g(x) = -|x| + 2$ $\qquad$ $h(x) = \sqrt{-(x-1)}$ $\qquad$ $i(x) = -\sqrt{x+3} - 1$

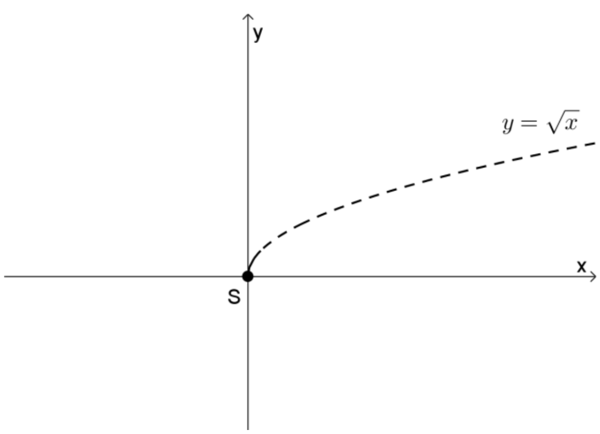
f:



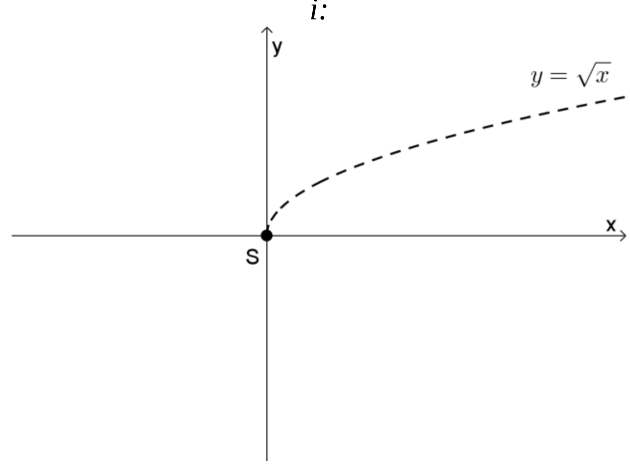
g :



h:



i:



CONCLUSION

Soit un point $P(x_B, y_B)$ **appartenant à une fonction de base.**

Si on applique les 4 paramètres *a*, *b*, *h* et *k* à la fonction de base, la position du point $P'(x_T, y_T)$ correspondant dans la fonction transformée sera déterminée comme suit :

$x_T =$ $\qquad\qquad$ $y_T =$

Exercice 1 :

Donne les valeurs respectives des paramètres *a*, *b*, *h* et *k* pour les fonctions suivantes. Les règles des fonctions de base associées aux fonctions transformées suivantes sont données à la toute fin de ce cahier.

a) $f(x) = 4(0{,}5x - 1)^2 - 7$

d) $j(v) = \dfrac{-1/2}{v - 16} + 3$

b) $g(t) = 2\,|3(t - 1)| - 5$

e) $k(r) = -2\sin(\pi \cdot r)$

c) $h(n) = -\sqrt{4n + 8} + 1$

f) $i(x) = 3\sqrt{2 - x} - 4$

Questions quiz…

a) Quels sont les paramètres pouvant modifier le domaine d'une fonction? __________

b) Quels sont les paramètres pouvant modifier le codomaine d'une fonction? ________

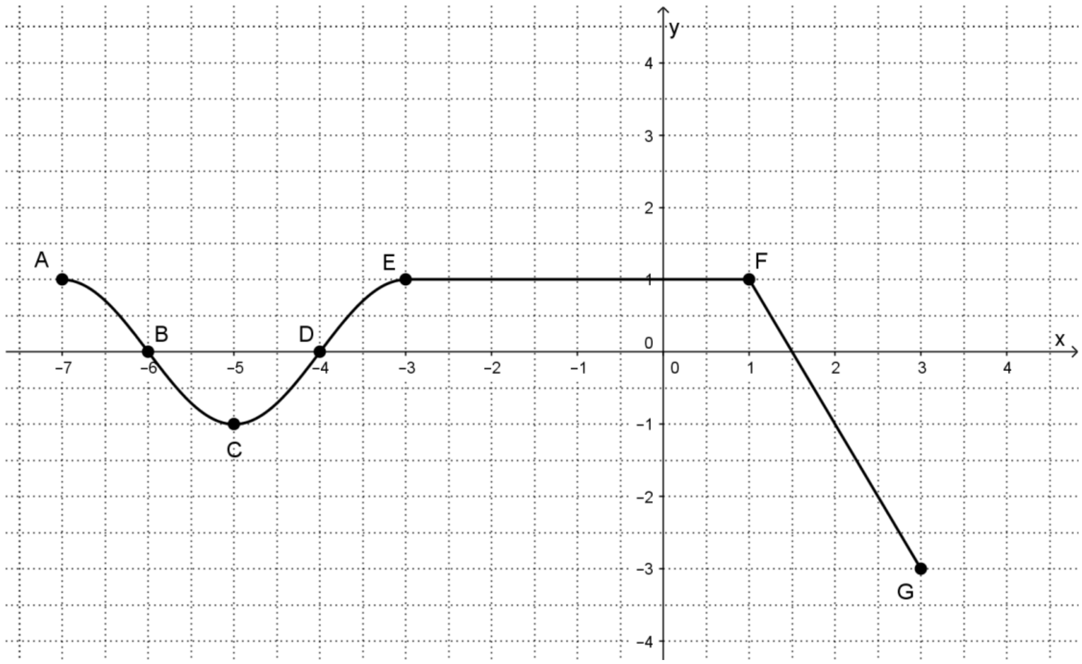
c) Dans n'importe quelle fonction de base, quelles sont les valeurs des paramètres *a*, *b*, *h*, *k* ? ____

d) Dans une règle, le paramètre *b* est le___________________________ de la variable indépendante, mais dans le graphique, il _______________ les abscisses des couples.

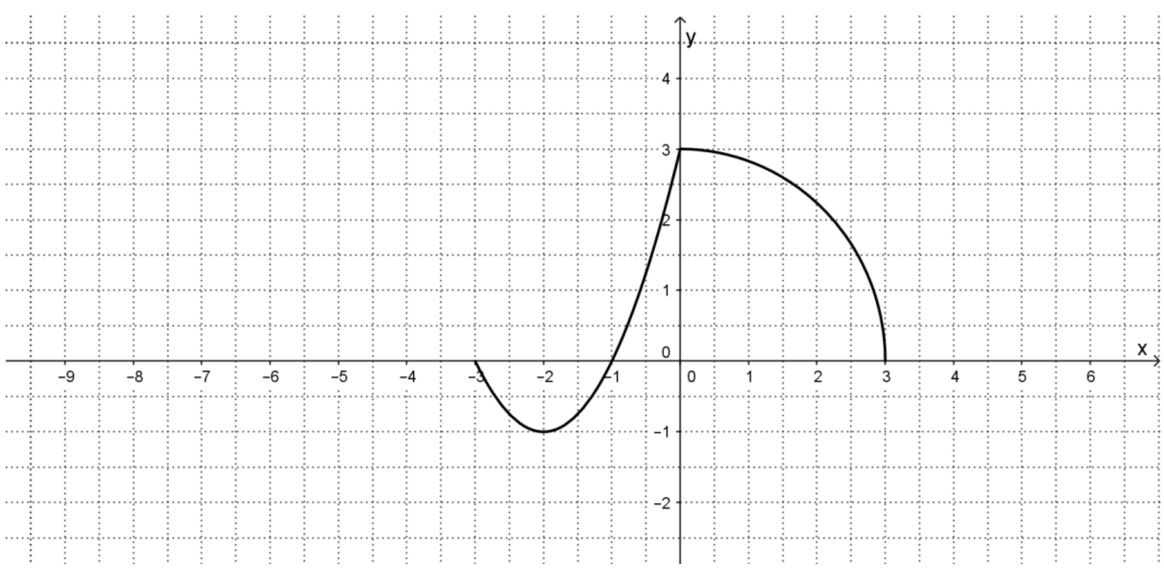
Faites vos calculs à la page suivante.

<u>Exercice 3</u> :

a) Voici le graphique cartésien de la fonction $f(x) = LOL\ (x)$.
À l'aide des points fournis, construire le graphique de la fonction transformée :
$g(x) = -1{,}5\ LOL\ (2x - 2) - 1$



b) Voici le graphique de la fonction $f(x) = DBL\ (x)$
Construire le graphique de la fonction transformée $g(x) = DBL\ (b(x - h)) + k$ sachant que : $\boxed{b = -0{,}5}$ $\boxed{h = -3}$ et $\boxed{k = 2}$
Cette fois, c'est à vous de choisir les points avec lesquels travailler.



Calculs…

<u>LES FONCTIONS RÉCIPROQUES</u>

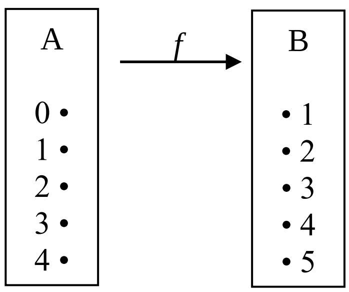
La réciproque d'une relation (ou d'une fonction) est obtenue en ____________________

____

En d'autres termes, si un couple (c, d) appartient à une relation R
alors le couple____________ appartient à la réciproque de R.

<u>Exercice 1</u> : Soit la relation f définie par le graphique sagittal suivant :

Soit $f : A \longrightarrow B$
$x \longrightarrow 2x - 1$



a) Quel est l'ensemble de départ de f ?

b) Quel est l'ensemble d'arrivée de f ?

c) Quel est le domaine de f ?

d) Quel est le codomaine de f ?

e) Représenter f^{-1} par un graphique sagittal.

f) Décrire f en extension.

g) Décrire f^{-1} en extension.

Dom f = _________________ ET Codom f = _______________

Exercice 2 : Soit les ensembles A = {-2, -1, 0, 1, 2} et B = {0, 1, 2, 3, 4}
et la fonction *f* définie par

$$f : A \longrightarrow B$$
$$x \longrightarrow x^2 + 1$$

a) Construire 2 diagrammes sagittaux : celui de *f* et celui de sa réciproque.

b) La relation *f* est-elle une fonction ?

c) Décrire *f* en extension.

d) La réciproque de *f* est-elle une fonction ? Expliquez votre réponse :

____

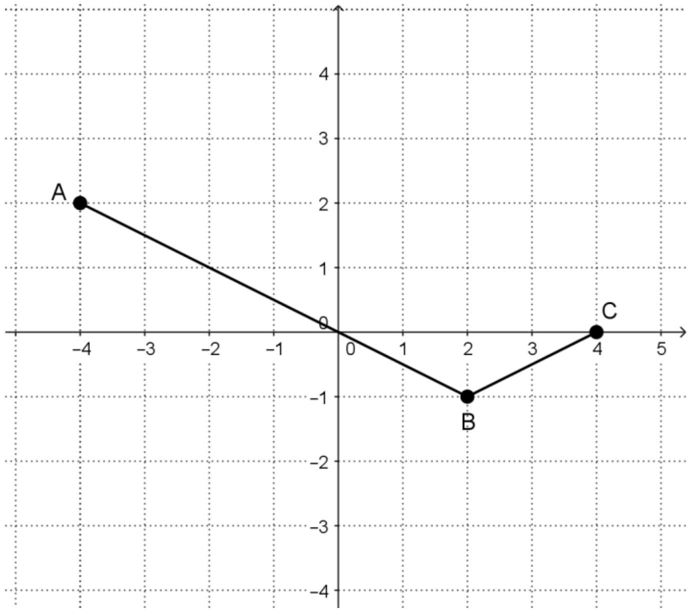
____.

e) Donner la règle de la réciproque de *f*.

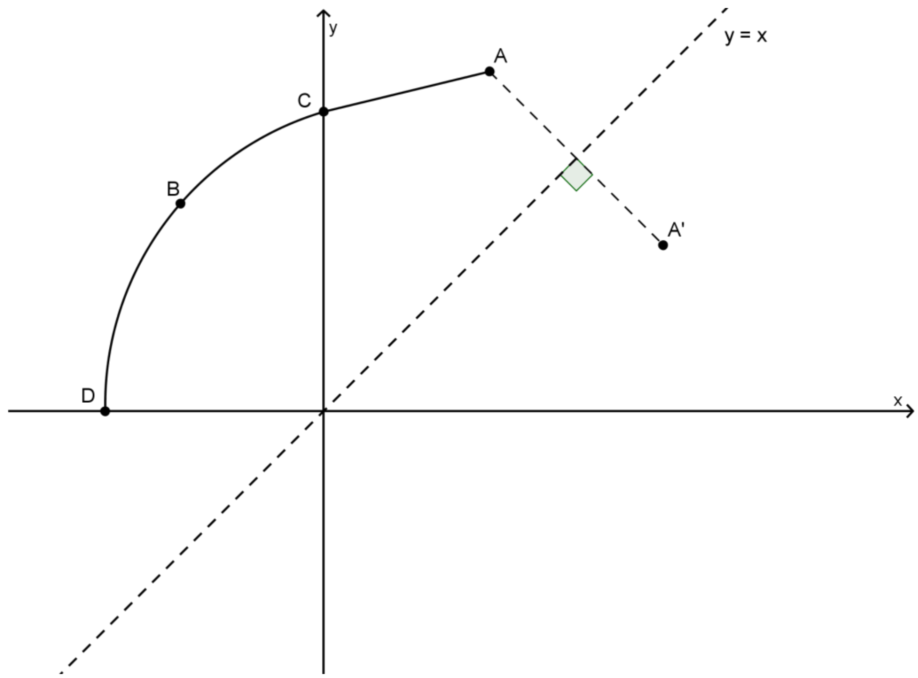
Pour obtenir la règle de la réciproque d'une fonction *f*:

1. Substituer ____________ par ______________.
2. ____.
3. ____.
4. ___________________________ si la réciproque est une fonction.

Exercice 1 : Tracer la relation (ou la fonction) réciproque de la fonction illustrée ci-dessous.

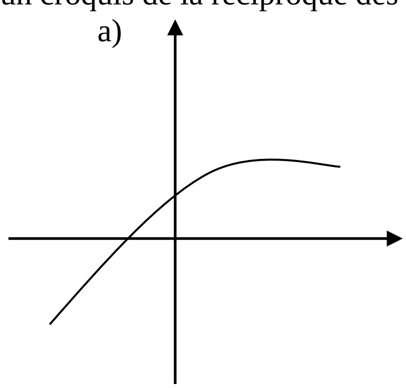


Exercice 2 :
Soit la fonction $f(x) = 7x + 3$.
Donner la valeur de $f^{-1}(0)$.

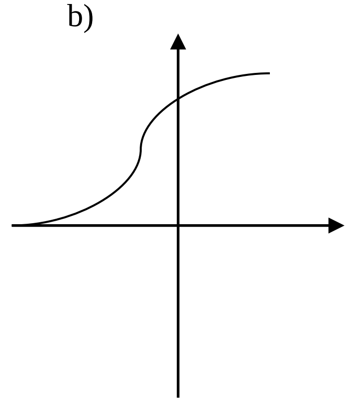


Tracer un croquis de la réciproque des 2 fonctions suivantes :

a)



b)



<u>Exercice 3</u> : La règle donnant le coût de location d'une moto en fonction du nombre d'heures est donnée par :

$$C = 20t + 5$$

où C représente le coût de location et t le nombre d'heures.

a) Écrire la règle permettant de connaître le temps d'utilisation si on vous donne le coût de location.

b) Sur quel axe serait le nombre d'heures si on traçait le graphique de la fonction obtenue en a)?

Note :

En contexte, comme les variables ont une signification précise**, nous n'interchangerons jamais les lettres** lorsque nous nous intéresserons à la réciproque d'un phénomène fonctionnel.

<u>Exercice 4</u> : Voici la règle donnant la masse (M en grammes) d'une souris selon le nombre t de semaines écoulées depuis sa naissance.

$$M = 5t^2 + 15 \quad (0 \le t \le 6)$$

a) Écrire la règle permettant de connaître l'âge de la souris si on connait la masse.

b) Selon ce contexte, quelles restrictions doit-on poser sur M ?

<u>Exercice 5</u> : Vrai ou faux ?

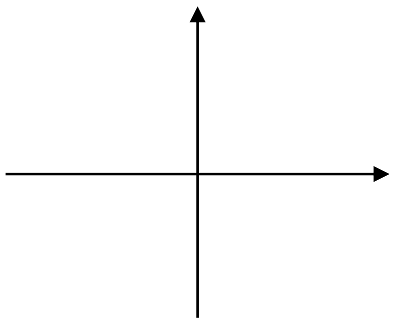
a) La réciproque d'une fonction est toujours une fonction :
b) La réciproque d'une fonction quadratique est une fonction quadratique :
c) La réciproque d'une fonction linéaire engendre une droite :
d) Toute fonction positive sur son domaine admet une réciproque positive sur son domaine :
e) Si l'unique zéro d'une fonction est –6, alors l'ordonnée à l'origine de sa réciproque est –6 :
f) Toute fonction possède une réciproque :
g) Si $(7\ ,\ –9) \in f$, alors $(9\ ,\ –7) \in f^{-1}$:
h) $\left(f^{-1}\right)^{-1}(x)$ a la même représentation graphique que $f(x)$:

LA FONCTION QUADRATIQUE

Fonction de base

La règle de la fonction quadratique de base est donnée par $f(x) = x^2$

Graphique :



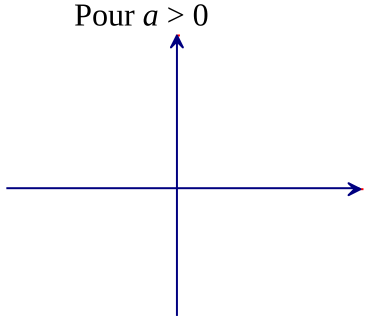
- Dom f = ____________
- Codom f = __________
- si $x = 0 \Rightarrow f(x) =$ ______
- Si $f(x) = 0 \Rightarrow x =$ ______
- Extremum : __________
- $f(x) \geq 0\ \forall x \in$ __________
- $\forall\, x_1, x_2 \in$ ________________________ : $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$
- $\forall\, x_1, x_2 \in$ ________________________ : $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

Fonction quadratique transformée

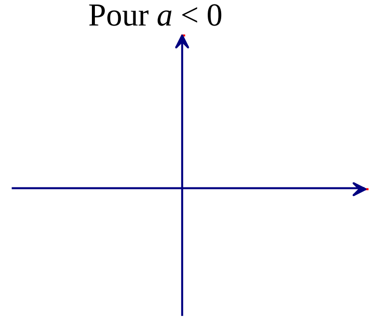
Forme générale : $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

- Les coordonnées du sommet sont : ___________________________________
- L'ordonnée à l'origine de la courbe est : _________
- La droite verticale qui passe par le sommet est
  ____ de la parabole.
- On distingue deux cas selon le signe de a :

Pour $a > 0$



Pour $a < 0$



Concavité : la parabole est concave vers le _____________

Extremum : c'est un _______________

Concavité : la parabole est concave vers le _____________

Extremum : c'est un _______________

Forme canonique : $f(x)=a(x-h)^2+k$

Passage de la forme canonique à générale.

$f(x) = -2\,(x-3)^2 + 5$

De générale à canonique….

$g(x) = -3x^2 - 6x - 1$

Puisque nous avons vu que $h=\dfrac{-b}{2a}$ et $k=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$, on peut toujours retrouver la forme canonique de la manière suivante

$$f(x)=ax^2+bx+c \longrightarrow f(x)=a\left(x-\frac{-b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$$

Exercice 1 : Écrire la forme canonique de chaque fonction

a) $f(x)=-2x^2+12x-10$

b) $g(x)=3x^2+12x+15$

c) $h(x)=3x^2-24x+53$

d) $j(x)=2x^2-x+1$

e) $k(x)=\dfrac{x^2}{2}-x-1{,}5$

f) $l(x)=-\dfrac{1}{3}x^2+x+3$

g) $m(x)=3x^2-x+\dfrac{5}{12}$

Discussion – le paramètre *b*.

Comment se fait-il que la forme canonique $f(x)=a(x-h)^2+k$ de la fonction quadratique ne tienne pas compte de l'existence d'un paramètre *b* ?

En d'autres mots, pourquoi ne pas avoir parlé de son existence l'an passé ?

1 – ALGÉBRIQUEMENT…

Exercices :

Les trois fonctions suivantes sont écrites sous la forme $y=a(b(x-h))^2+k$.

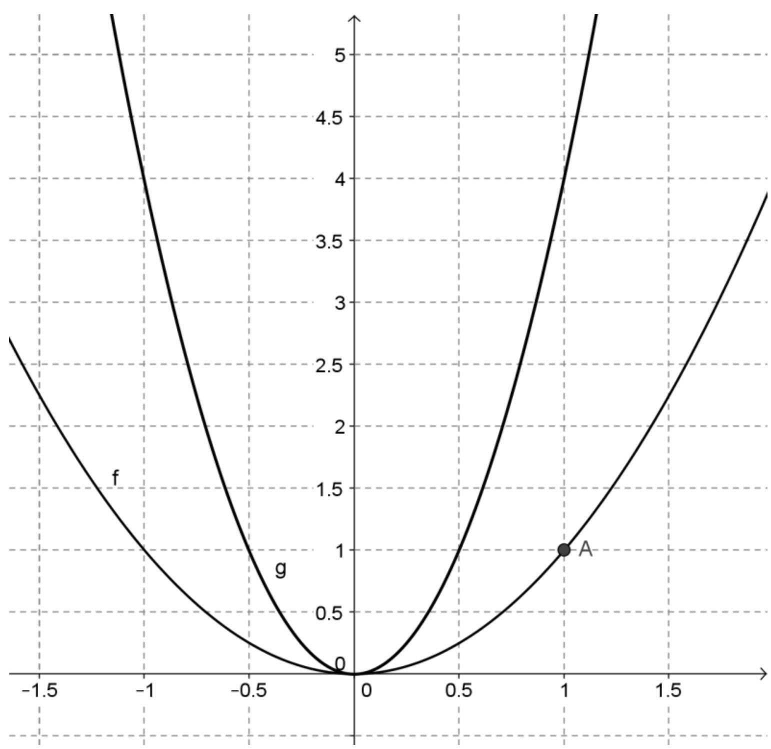
Utilisez les propriétés des exposants pour écrire ces règles sous la forme $y=a(x-h)^2+k$

a) $f(x)=\frac{3}{2}(2(x+3))^2$ b) $g(x)=-\left(\frac{x+1}{5}\right)^2$ c) $h(x)=(-2x)^2+0{,}7$

2 – GRAPHIQUEMENT, il doit bien y avoir une explication…

Voici dans un même repère cartésien, les représentations graphiques des fonctions :

$f(x)=x^2$ et $g(x)=(2x)^2$



Si on considère $b=2$…

Si on considère $a=4$…

Zéros de la fonction quadratique

Forme canonique
$f(x) = a(x - h)^2 + k$

Forme générale
$f(x) = ax^2 + bx + c$
Cette formule s'appelle « *la formule quadratique* »

1º Deux zéros si $b^2 - 4ac$ ____ 0 ;

2º Un seul zéro si $b^2 - 4ac$ ____ 0 ;

3º Aucun zéro si $b^2 - 4ac$ ____ 0.

Exercice 1 : Trouver le(s) zéro(s), des fonctions quadratiques suivantes **sans employer la formule quadratique !** Toute autre méthode sera acceptée.

$f(x) = x^2 - 7x + 12$

$j(x) = -2(x + 3)^2 + 8$

$h(x) = 2x^2 + 3x - 2$

$g(x) = 2x^2 - x - 6$

La recherche de la règle d'une fonction quadratique

A) À partir du sommet et d'un point.

Les coordonnées du sommet de la fonction correspondent aux valeurs des paramètres ________ et ________ du modèle canonique. Il suffit de substituer ces valeurs dans la forme _________________________ de la fonction puis chercher le paramètre ________ (manquant) à l'aide du point donné.

Exemple : Déterminer la règle de la fonction quadratique *f* suivante sachant que son sommet a pour coordonnées (-21 , 7) et qu'elle passe par le point P(31 , -24 292).
Arrondir au centième au besoin.

B) À partir des zéros et d'un point.

Poser le modèle ___________________________________où______________________ sont les zéros de la fonction. Servez-vous du 3e point donné pour obtenir la valeur du paramètre *a*.

Exemple : Déterminer la règle de la fonction quadratique *f* suivante sachant qu'elle intercepte l'axe des abscisses en $x=-5$ et $x=3$ et $f(-4)=63$

Calculs…

Inéquations quadratiques

Situation:
Sur une période de 10 ans, un financier suit l'évolution de deux actions en Bourse. Pendant cette période, l'action de la compagnie *EscroTel* a varié selon la règle $V_{tel} = -\frac{1}{2}(t-4)^2 + 35$ et celle de la compagnie *Réno-Louche* a varié selon la règle $V_{louche} = -\frac{2}{5}t + 32$ où t est exprimé en années et V en dollars.

a) **Poser l'inéquation** qui correspond à la période pendant laquelle, la valeur de l'action de la compagnie *EscroTel* était la même ou supérieure à celle de la compagnie *Réno-Louche*.

b) **Dans un même croquis**, illustrer la variation du cours de l'action de chacune de ces deux compagnies afin de déterminer **pendant combien de temps** la valeur de l'action de la compagnie *EscroTel* était la même ou supérieure à celle de la compagnie *Réno-Louche*. *Arrondir vos réponses au centième au besoin.*

Réponse : La valeur de l'action de la compagnie *EscroTel* a été la même ou supérieure à celle de la compagnie *Réno-Louche* pendant _______________ ans.

<u>Exercice</u> : Résoudre dans IR les inéquations suivantes.
Donner toutes les réponses en valeurs exactes !
Vous avez les deux pages suivantes pour faire vos calculs.

a) $x^2 > 6x+1$

b) $2x^2 - 2x - 4 < 0$

c) $30 \geq 3(x-2)^2 + 3$

d) $-4x^2 \geq 16$

e) $x^2 - 5 < -3x + 5$

f) $-x^2 + 6x - 9 \geq 0$

g) $x^2 + x \geq -7$

h) $\frac{3}{2}x^2 - 10x \leq -1$

i) $x^2 - 4 > \frac{-x}{2} + 1$

j) $5x^2 + 8x - 10 \geq -6$

k) $-(2x-3)^2 < 0$

l) $4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 \leq 0$

m) $-4x^2 \geq (x-2)^2 - 5$

n) $-3(x+1)\cdot(2x-9) \leq 0$

o) Résoudre $f(x) \leq g(x)$ sachant que :
$f(x) = x^2 + x - 2$ et $g(x) = -x^2 + 4x + 3$

p) $\frac{-1}{2}(x+3)^2 - \frac{5}{3} \geq 2x\left(x + \frac{3}{x}\right) - 2x^2$

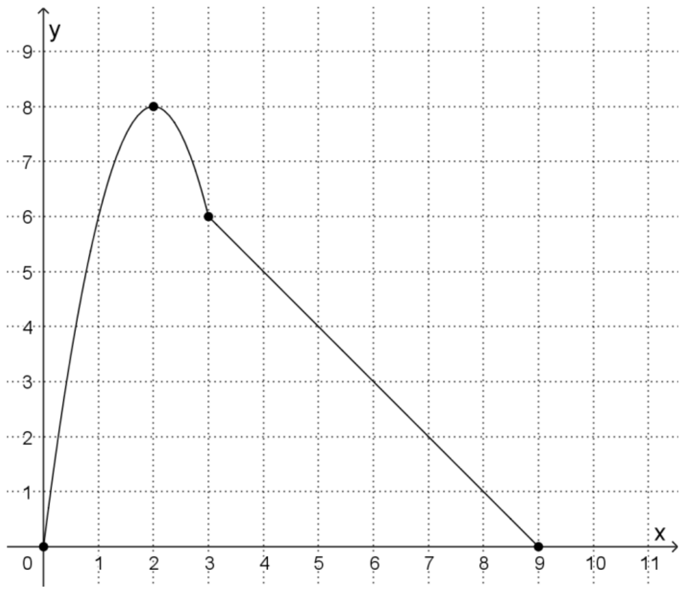
Calculs…

Calculs…

LES FONCTIONS DÉFINIES PAR PARTIES

Il est commode d'utiliser une définition **par parties** pour les fonctions dont la variation suit différents modèles mathématiques.

Prenons par exemple, la représentation graphique de la fonction *f* suivante :



Il est aisé de constater que cette fonction est décomposable en deux types de fonctions que nous connaissons :

1- Une portion de variation quadratique (pour des valeurs comprises entre 0 et 3 de son domaine).

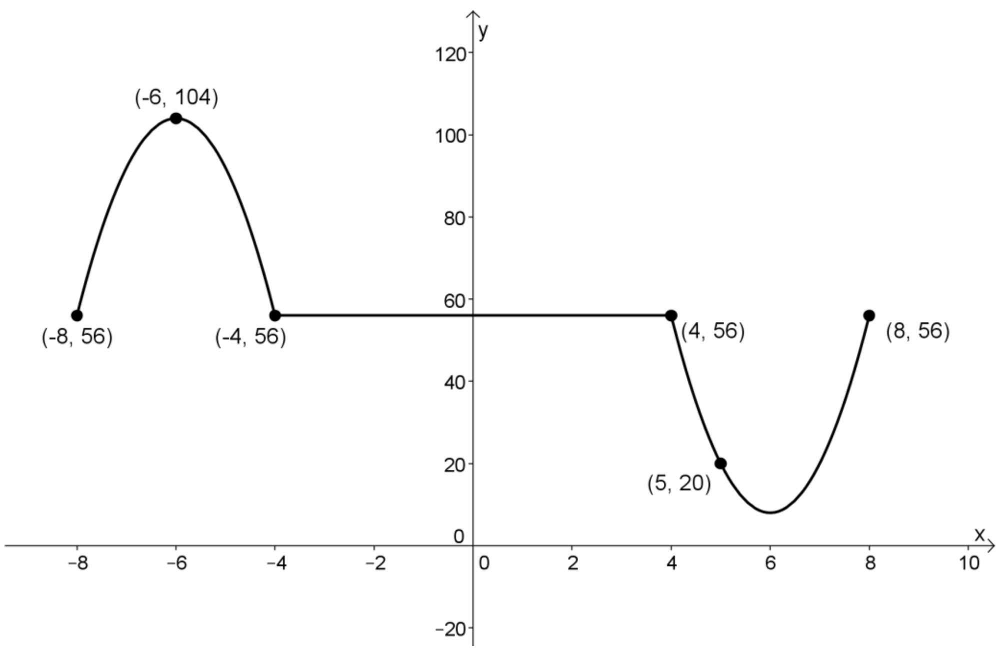
2- Une portion de variation linéaire (pour des valeurs comprises entre 3 et 9 de son domaine).

Ainsi, **la règle par parties** de cette fonction *f* est :

$$f(x) = \begin{cases} -2(x-2)^2 + 8 & (0 \le x \le 3) \\ -x + 9 & (3 \le x \le 9) \end{cases}$$

<u>Exercice :</u>

Donnez la règle par parties de la fonction *f* suivante :



Des moteurs en expérimentation

Dans un laboratoire de fabrication de moteurs automobile, on fait des tests sur deux moteurs différents montés sur des voitures : un moteur électrique et un à essence. Lors d'un test d'une durée de 30 secondes, nous avons noté les observations suivantes.

- La voiture propulsée par le moteur électrique roulait initialement à une vitesse de 48 km/h et sa vitesse a décru de manière constante. Elle s'est immobilisée au bout de 30 secondes.
- La vitesse de la voiture propulsée par le moteur à essence a varié selon la règle $V(t) = 2t^2 + 2$ pendant les 5 premières secondes de l'expérience. Sa vitesse a ensuite diminué à rythme constant pendant les 20 secondes suivantes pour se stabiliser à 6 km/h par la suite.

Pendant combien de temps la voiture propulsée par le moteur électrique a-t-elle été plus lente que l'autre voiture? *Arrondir le résultat au centième de seconde.*

FONCTION VALEUR ABSOLUE

La valeur absolue d'un nombre x se définit de la façon suivante :

$\forall\, x \in \text{IR}$, on a $|x| = \begin{cases} \\ \\ \end{cases}$

Donner la valeur des expressions suivantes :

1. $|3| =$

2. $\left|\dfrac{-7}{2}\right| =$

3. $|8 - 13| =$

4. $-|-17| =$

5. $\left|\dfrac{2}{3} - \dfrac{3}{5}\right| =$

6. $|2{,}3 - 4{,}7| =$

7. $\left|\dfrac{-4}{15} \div \dfrac{-2}{3}\right| =$

8. $|9 - 12| - |-1 - -6| =$

9. $-|-(2-5)^2 - 7| - |-2 - 3| =$

Propriétés les plus importantes des valeurs absolues :

1. $\forall\, x \in \text{IR} : |x| \geq 0$
2. $\forall\, x \in \text{IR} : |x| = |-x|$
3. $\forall\, x, y \in \text{IR} : |x \times y| = |x| \times |y|$

ATTENTION!!!

Exercice 1 : Écrire les expressions suivantes en expressions équivalentes mais sans les barres de valeur absolue.

a. $|x + 3|$ si $x + 3 > 0$

b. $|5 - 3x|$ si $5 - 3x < 0$

c. $|-2(x - 1)|$ si $-2(x - 1) < 0$

d. $|x^2 - 4|$ si $x^2 - 4 > 0$

Pour éliminer les « barres » de la valeur absolue, il faut :

- reprendre l'argument tel quel s'il est positif

OU

- prendre l'opposé de l'argument si celui-ci est négatif

MAIS

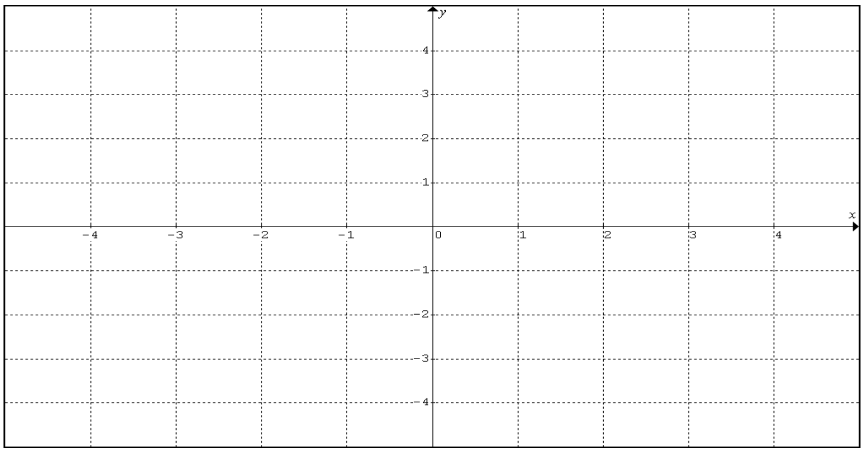
- Dans le cas où aucune condition n'est donnée, on considère __________________ ____ de l'argument.

Exemple 1 : Réécrire sans les barres de valeur absolue $|7 - 2x|$

Exemple 2 : Résoudre $3\left|\frac{x-2}{6}\right| = 12$

Fonction valeur absolue de base

$$f: \begin{array}{ccc} \mathrm{IR} & \longrightarrow & \mathrm{IR} \\ x & \longrightarrow & |x| \end{array}$$



Règle de la fonction valeur absolue comme une fonction définie par parties :

$$f(x) = \begin{cases} & \\ & \end{cases}$$

Domaine : _____ Codomaine : _____ Zéro : pour x = _____, on a $f(x) = 0$

Extremum : ____________________ en _____

Équation de l'axe de symétrie : _____________

Variation : étude de la croissance et de la décroissance

$\forall\, x_1, x_2 \in$ _______________ : $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1)$ ____ $f(x_2)$

$\forall\, x_1, x_2 \in$ _______________ : $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1)$ ____ $f(x_2)$

Réciproque : la réciproque de la fonction valeur absolue est une ____________________.

<u>Fonction valeur absolue transformée</u> $f(x) = a|b \cdot (x-h)| + k$

Les trois fonctions suivantes sont écrites sous la forme $y = a|b \cdot x|$ **.**

Utilisez les propriétés de la valeur absolue pour écrire ces règles sous la forme $y = a|x|$

a) $f(x) = \frac{3}{2}|-16x|$ b) $g(x) = -\left|\frac{x}{2}\right|$ c) $h(x) = 5|-x|$

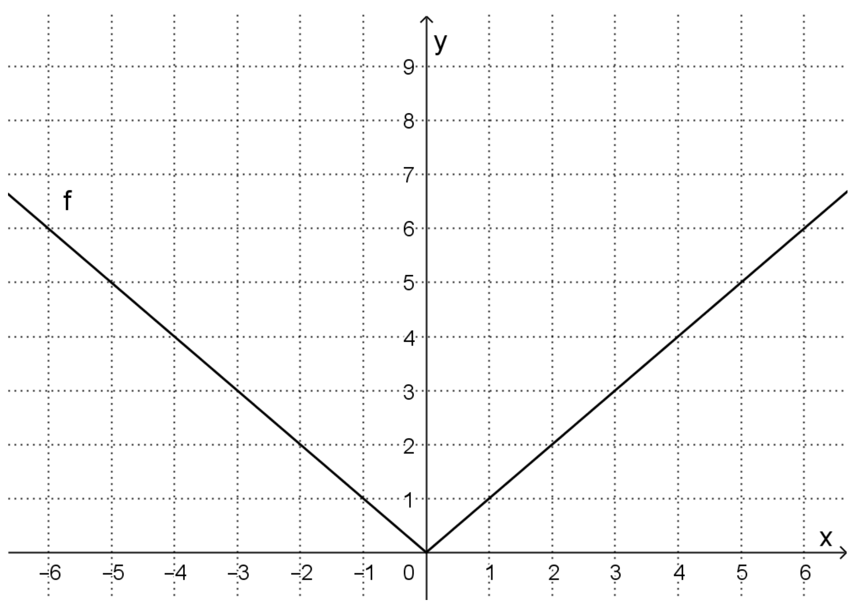
La forme canonique de la fonction valeur absolue à 3 paramètres sera donc :

Écrire les 2 fonctions suivantes avec 3 paramètres *a*, *h*, et *k* puis tracer un croquis de leur allure.

a) $f(x) = -3|2x-3| + 5$ b) $g(x) = 4\left|\frac{-3x+5}{2}\right| - 1$

<u>Le paramètre *a*</u>
Voici la représentation graphique de la fonction valeur absolue de base $f(x) = |x|$.

À partir de celui-ci, construisez celui de la fonction $g(x) = 2|x|$



Notes…

Le paramètre a d'une fonction de la forme* $f(x) = a|x - h| + k$ indique les ________________

____

_______________________. Ils valent respectivement ________ et _________.

* Attention : il s'agit bien de la forme **canonique**!

Exercice 1 : Écrire les règles ci-dessous sous la forme canonique à trois paramètres.

a) $f(x) = |4x - 12| + 1$

d) $i(x) = -|8 - 2x| + 3$

b) $g(x) = 3|4x - 12| - 2$

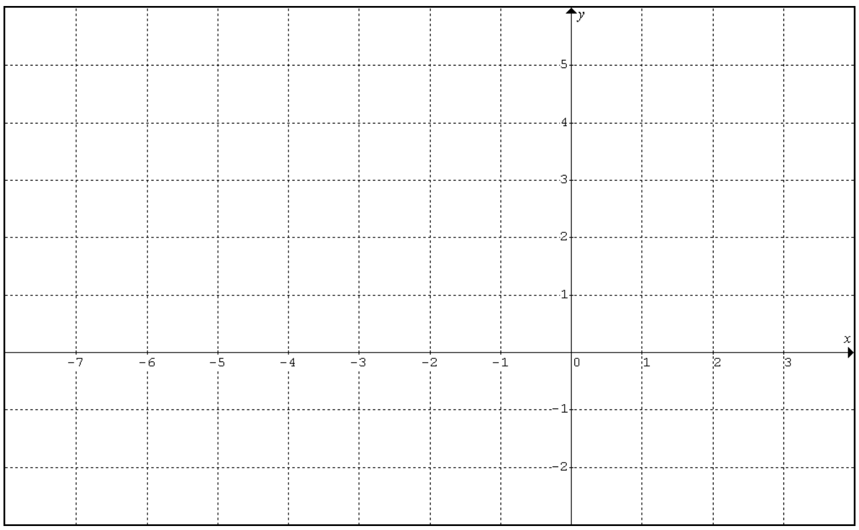
e) $j(x) = -|-3x| + 2$

c) $h(x) = \frac{-5}{12}|6x - 2| - 5$

f) $m(x) = \frac{1}{4}|3 - 6x| + 2$

Exercice :

Soit la fonction $g(x) = -\frac{3}{4}\left|-2x-8\right| + 5$. Tracer son graphique dans le plan cartésien suivant.



Pour quelle(s) valeur(s) de x, $g(x) = 3$?

Écrire la règle de la fonction g sous la forme d'une fonction définie par parties.

$$g(x) = \begin{cases} \\ \\ \end{cases}$$

Exercice : Faire l'analyse complète de la fonction suivante.

$$h(t) = -\left|\frac{6t+2}{5}\right| + 2$$

Forme canonique de la fonction (à trois paramètres): ______________________

Dom h : ______________________

Codom h : ______________________

Extremum : max de ____ en t = ____

$h(0) =$ ______________________

Zéros : ______________________

Complétez :
$h(t) \geq 0 \forall t \in$ ________________________ et $h(t) \leq 0 \forall t \in$ ________________________

Équation de l'axe de symétrie : ______________________

Taux de variation des demi-droites : ______________________

Résolution d'équations valeur absolue

Vous avez les deux pages suivantes pour faire vos calculs.

À l'aide de la définition de l'opérateur *valeur absolue*, résoudre chacune des équations suivantes.

a) $\left|x - 5\right| = 8$

b) $-3 = -\left|x+11\right|$

c) $4\left|3+x\right| = x+9$

d) $2x+8 = \frac{1}{4}\left|-2x-5\right| + \frac{1}{2}$

e) $\left|-x\right| = 3x+6$

f) $7 = -2\left|x+5\right| + 3$

g) $\left|\frac{x}{3}+5\right| = x$

h) $14\left|6-2x\right| + 10 = 290$

i) $5\left|x\right| - 2 = x + 22$

j) $\left|2x-2\right| + 4 = \left|x-1\right| + 4$

*k) $\left|x^2 - 7x + 12\right| = 30$

l) $9\left|7-2x\right| + 5 = 2$

*m) $\left|(x-8)^2 - 5\right| = 4$

n) $2x = -\frac{1}{4}\left|x\right| + 9$

o) $\frac{x}{5} + 3 = -\left|x-9\right| + 1$

p) $\frac{-\left|-\frac{2}{5}x\right|}{5} = -10$

Calculs…

Calculs…

Inéquations valeur absolue – méthode algébrique

La résolution d'inéquations valeur absolue repose sur deux propriétés simples mais très importantes qui relèvent de la définition de la valeur absolue.

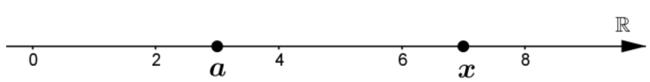
Soit *a* un nombre réel strictement positif et *x* un nombre réel quelconque.

Cas # 1 :

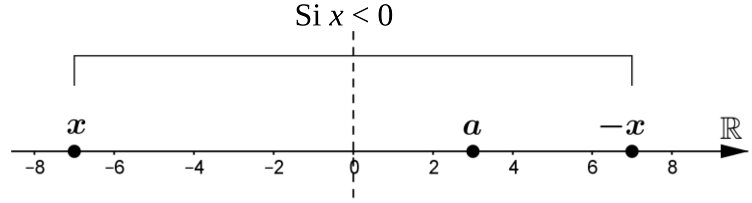
$$|x| \geq a \Rightarrow \begin{cases} x \geq a & \text{si } x \geq 0 \\ \text{et} & \\ -x \geq a & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Ce qui peut être aisément illustré sur deux droites numériques :

Si $x > 0$



Si $x < 0$



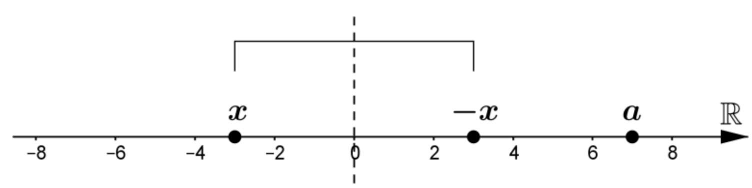
Cas # 2 :

$$|x| \leq a \Rightarrow \begin{cases} x \leq a & \text{si } x \geq 0 \\ \text{et} & \\ -x \leq a & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Ce qui peut encore une fois être aisément illustré sur deux droites numériques :

Si $x > 0$

Si $x < 0$



Les deux cas particuliers.

1: Lorsque $a < 0$ l'ensemble-solution de l'inéquation $|x| \geq a$ est $x \in \mathrm{IR}$ car $\forall x \in IR \;\; |x| \geq 0$.

2 : Si $a < 0$, l'inéquation $|x| \leq a$ est sans solution dans les réels car toute valeur absolue est positive.

Voici deux exemples dans lesquels une valeur absolue est comparée à une constante.

<u>Exemple 1</u> $|x-5| \geq 9$

$\begin{pmatrix} \text{Si } x-5 \geq 0 \\ \text{Alors } x \geq 5 \end{pmatrix}$

$x-5 \geq 9$

$x \geq 14$

$\begin{pmatrix} \text{Si } x-5 \leq 0 \\ \text{Alors } x \leq 5 \end{pmatrix}$

$-(x-5) \geq 9$

$x-5 \leq -9$

$x \leq -4$

<u>L'intersection</u> de ces deux intervalles est $x \geq 14$

<u>L'intersection</u> de ces deux intervalles est $x \leq -4$

L'ensemble-solution est <u>l'union</u> des deux intervalles obtenus:

$x \in]-\infty\ ,\ -4] \cup [14\ ,\ \infty[$

<u>Exemple 2</u> $-2|x+3| > -12$

$|x+3| < 6$

$\begin{pmatrix} \text{Si } x+3 \geq 0 \\ \text{Alors } x \geq -3 \end{pmatrix}$

$x+3 < 6$

$x < 3$

$\begin{pmatrix} \text{Si } x+3 \leq 0 \\ \text{Alors } x \leq -3 \end{pmatrix}$

$-(x+3) < 6$

$x+3 > -6$

$x > -9$

<u>L'intersection</u> de ces deux intervalles est $x \in [-3\ ,\ 3[$

<u>L'intersection</u> de ces deux intervalles est $x \in]-9\ ,\ -3]$

L'ensemble-solution est <u>l'union</u> des deux intervalles obtenus :

$x \in]-9\ ,\ 3[$

Voici un exemple dans lequel une valeur absolue est comparée à une quantité algébrique.

$2|x-4| \geq 4x+6$

$|x-4| \geq 2x+3$

$\begin{pmatrix} \text{Si } x-4 \geq 0 \\ \text{Alors } x \geq 4 \end{pmatrix}$

$x-4 \geq 2x+3$

$x \leq -7$

$\begin{pmatrix} \text{Si } x-4 \leq 0 \\ \text{Alors } x \leq 4 \end{pmatrix}$

$-(x-4) \geq 2x+3$

$x \leq \frac{1}{3}$

<u>L'intersection</u> de ces deux intervalles est $x \in \varnothing$

<u>L'intersection</u> de ces deux intervalles est $x \leq \frac{1}{3}$

Réponse (*union*) :

Ensemble-solution : $x \leq \frac{1}{3}$

Résoudre chacune de ces inéquations dans IR

Exemple 1 $|x-5| \geq 9$

Exemple 2 $-2|x+3| > -12$

Exemple 3 $-|0{,}5x| \leq \frac{x}{4} - 5$

Exemple 4 $2|x-4| \geq 4x+6$

Exercices : Résoudre dans IR les inéquations suivantes. Donner les réponses en valeurs exactes.
Vous avez les deux pages suivantes pour effectuer vos calculs…

a) $3|-x|-1\leq 5$

b) $\frac{1}{3}|x|-11\geq -14$

c) $\frac{1}{4}|x+6|\leq 12$

d) $1{,}5|x+1|\leq -5$

e) $-|x+6|-1\geq 2x$

f) $-|x|+1\leq \frac{1}{4}x-7$

g) $|7-2x|>0$

h) $10\left|x+\frac{7}{5}\right|>0$

i) $\frac{1}{3}|7-3x| + -2|-6x+14|+3\geq 0$

j) $|x|\geq -x$

k) $|x-7|\leq \frac{1}{2}|x-7|+5$

l) $2|3x+6|-4<\frac{-1}{2}x+1$

m) $|x+5|-3<0{,}5x+14$

n) $|x+5|-3<0{,}5x-14$

o) $-|2x+3|+8\geq -2x-4$

p) $-|3x+3|+5 < |3x+3|$

DÉFI ! Donner l'ensemble solution : $4|x-6|+36x\leq 3x^2+109$
Arrondir au centième.

Calculs…

Calculs…

Recherche de la règle d'une fonction valeur absolue

1. Donner la règle de la fonction valeur absolue f sachant que son sommet est (3, 5) et qu'elle passe par le point (1, 8).

2. Donner la règle de la fonction valeur absolue g sachant que son maximum est 8 et ses zéros sont –7 et 1.

3. Donner la règle de la fonction valeur absolue h sachant qu'elle passe par les points (-2, 1) , (3, 1) et (5, 4).

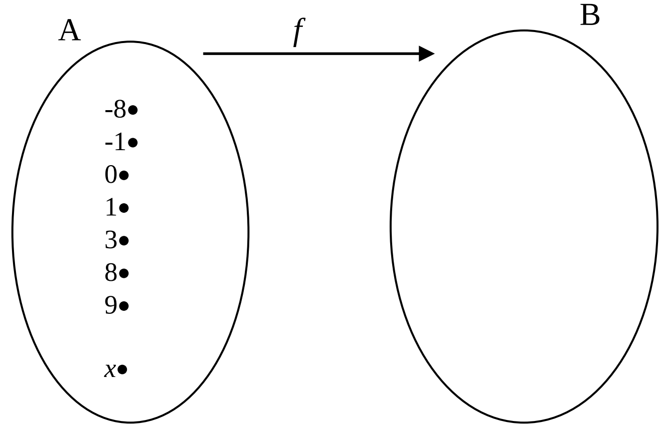
4. Donner la règle de la fonction valeur absolue transformée formée par les droites d'équations suivantes : $\begin{cases} y_1 = 2x + 3 \\ y_2 = -2x - 1 \end{cases}$. Le sommet de la fonction est un maximum.

5. Déterminer la règle de la fonction valeur absolue f passant par les points : A(40,42) , B(10,36) et C(15,33)

<u>FONCTION RACINE CARRÉE</u>

<u>Fonction racine carrée de base</u>

$$f: \quad \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}_+$$
$$\quad\;\; x \longrightarrow \sqrt{x}$$

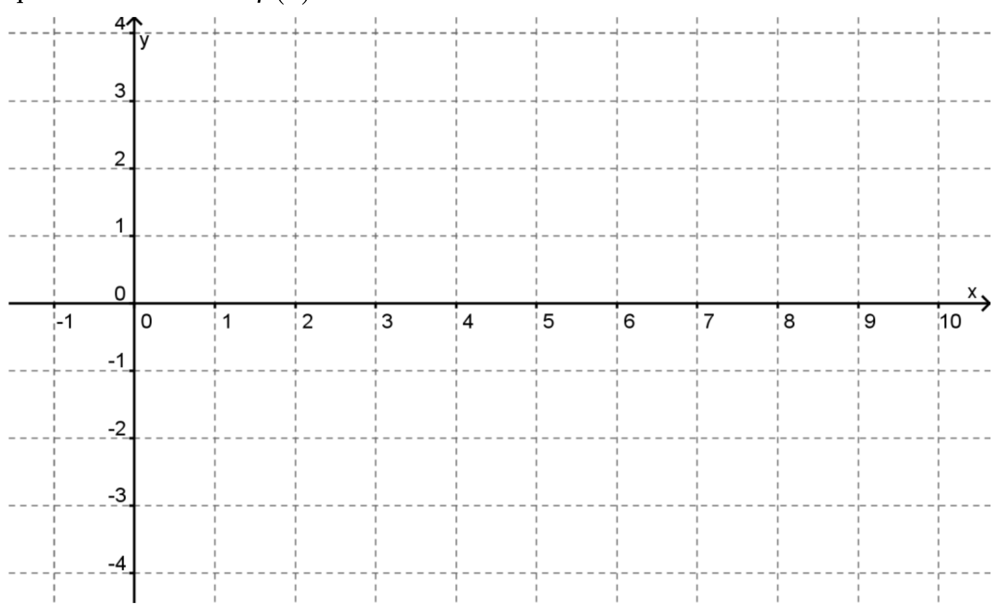


Attention :

si $n^2 = 4$, alors $n =$

mais si $n = \sqrt{4}$, alors $n =$

Graphique de la fonction $f(x) = \sqrt{x}$



<u>Propriétés de la fonction de base</u>

Domaine : _____ Codomaine : _______ pour x = _____, on a $f(x) = 0$

Extremum : ______________________ de___________ en ________

$\forall\, x_1, x_2 \in$ _______________ : $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

Sachant que a, b, $c \in \mathbb{R}_+$ complétez par le symbole d'inégalité qui convient.

a) Si $a < b$, $\sqrt{a}$ ______ $\sqrt{b}$

b) Si $t > 1$, t ______ $\sqrt{t}$

c) Si $0 < c < 1$, $\sqrt{c}$ ______ c

d) Si $0 < a < 1$, $\sqrt{a}$ ______ a^2

<u>Fonctions racine carrée transformées</u> $y = a\sqrt{b(x-h)}+k$

Utilisez les propriétés des radicaux pour simplifier au maximum la valeur du paramètre b et préciser la valeur des paramètres a et b ainsi obtenus.

a) $f(x)=\sqrt{16x}$

b) $g(x)=\sqrt{45(x+6)}$

c) $h(x)=\sqrt{72}\cdot\sqrt{2x+10}$

d) $j(x)=\sqrt{-16x}$

Complétez la table de valeurs suivante pour la fonction j :

x	-4	-1	0	1	4	9
j(x)						

Peu importe sa valeur initiale, le paramètre b de la fonction racine carrée peut *toujours* être simplifié à __________________ ou _________.

Pour qu'une racine carrée soit définie, le radicande doit être______________________!

<u>Exercice :</u> À l'aide d'une restriction sur le radicande, donner le domaine de chacune des fonctions suivantes.

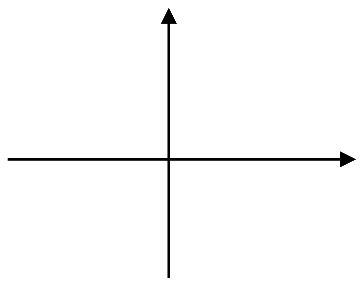
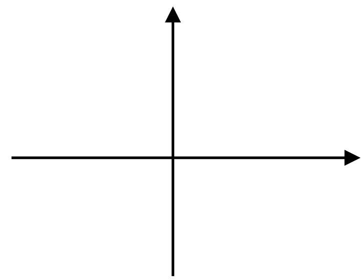
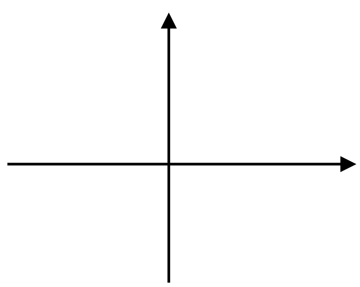
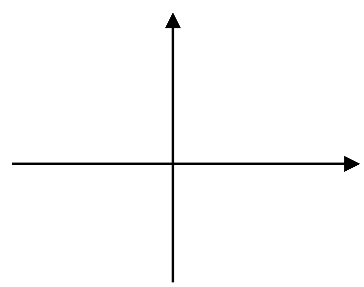
a) $f(x)=-3\sqrt{4(x+5)}$

b) $g(x)=\sqrt{-\frac{x}{2}+12}+15$

c) $h(x)=-\sqrt{1-x}$

<u>Les 4 modèles de la fonction racine carrée</u> $y = a\sqrt{\pm(x-h)} + k$

Tableau récapitulatif des 4 formes de fonction racine carrée.

$a > 0$ **et** $b = 1$	$a > 0$ **et** $b = -1$
 Variation : Le sommet est un : Domaine : Codomaine :	 Variation : Le sommet est un : Domaine : Codomaine :
$a < 0$ **et** $b = 1$	$a < 0$ **et** $b = -1$
 Variation : Le sommet est un : Domaine : Codomaine :	 Variation : Le sommet est un : Domaine : Codomaine :

Attention : Une fonction racine carrée <u>ne peut jamais</u> avoir l'air de ceci :

Exercice

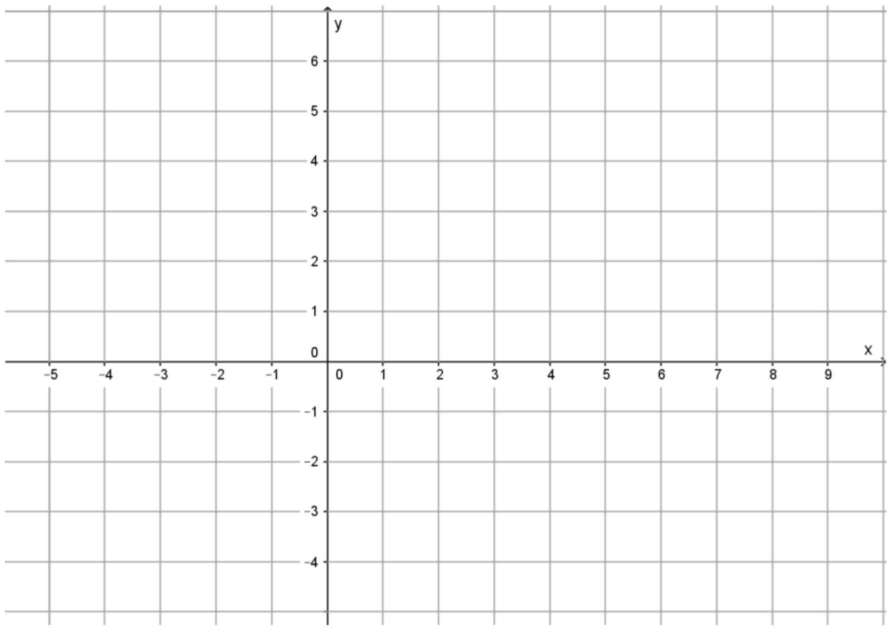
Soit la fonction : $f(x) = -\sqrt{4x+16}+2$

a) Déterminer algébriquement son domaine :______________

b) Quel est son codomaine ?_______________

c) Déterminer les valeurs suivantes :
f (-4) = ______ f (-3) = ______ f (0) =_______ f (5) =_______

d) À partir des valeurs obtenues en c) représenter cette fonction dans le plan cartésien suivant :

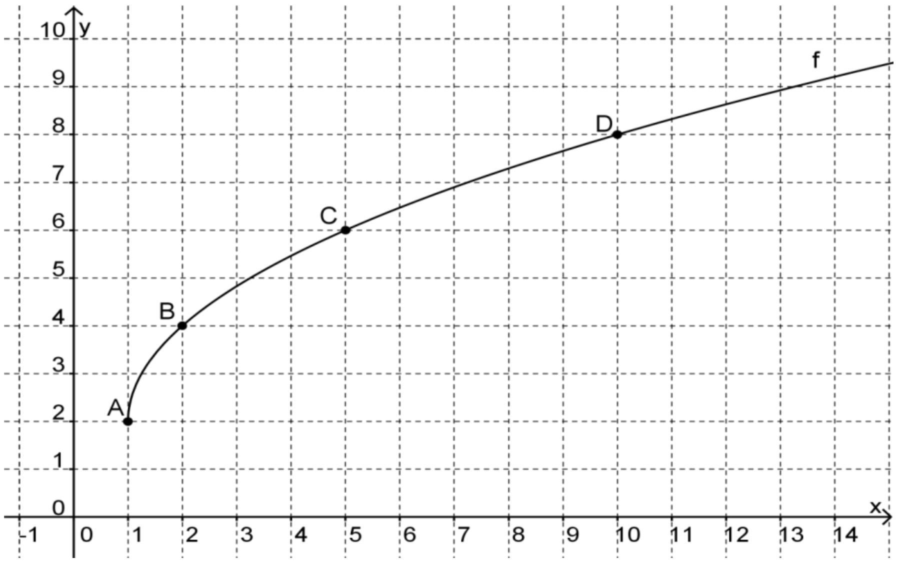


e) Dans le même plan cartésien, représenter f^{-1} en rouge.

f) Déterminer la règle de f^{-1} de manière algébrique et donner sa règle sous forme canonique $f^{-1}(x) = a \cdot (x-h)^2 + k$.

g) Déterminer quelle restriction doit être posée sur le domaine de f^{-1} pour que cette courbe représente bien la demi-parabole que vous venez de tracer.

Réciproque d'une fonction racine carrée



La règle de la fonction f illustrée étant $f(x) = 2\sqrt{x-1} + 2$ donnez la règle de sa réciproque sous forme canonique.

Exercice : Détermine la règle de la réciproque de chacune des fonctions suivantes et l'écrire sous sa forme canonique en prenant soin de limiter son domaine !

a) $f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{x-4}$ b) $g(x) = -\sqrt{3-x} - 10$ c) $h(x) = 10\sqrt{-x+12} - 50$

Équations racine carrée

Résoudre dans IR les équations suivantes. Arrondissez vos réponses au centième au besoin. *Vous avez les deux pages suivantes pour effectuer vos calculs…*

a) $0 = 2\sqrt{x+3} - 4$

b) $5 = -\sqrt{4+3x}$

c) $\sqrt{x} + 5 = x - 1$

d) $6\sqrt{x-5} = x$

e) $-\dfrac{x}{2} + 3 = -\sqrt{-0{,}4x} + 10$

f) $\sqrt{9x-54} = \dfrac{x}{2} + 1$

g) $\sqrt{-\dfrac{x}{2} + 7} = \sqrt{x-2}$

*h) $-\sqrt{-4x} = -|x| + 3$

i) $12\sqrt{x} + 19 = 13$

j) Soit la fonction $f(x) = 2\sqrt{x-3} - 5$. Déterminer la valeur de la variable indépendante qui annule la fonction.

k) $\sqrt{x} = 3$

l) $-0{,}1\sqrt{-26x} = -x + 2$

m) $\sqrt{-4(x+3)^2 + 8} = x + 4$

n) Soit la fonction $f(x) = 3\sqrt{-2x + 6} - 1$, pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = x$?

o) $\sqrt{7x-1} + 10 = x + 4$

p) $-\sqrt{2(x-11)} = -x + 11$

Calculs…

Calculs…

Inéquations racine carrée – méthode algébrique

Voici les deux éléments que nous devons TOUJOURS avoir en tête lors de la résolution d'inéquations avec racines carrées :

- Soit a et b des quantités réelles **positives** telles que $a \le b \longrightarrow a^2 \le b^2$
- Comme l'ensemble-solution d'une inéquation contient souvent une infinité de valeurs, nous devrons être critiques face aux solutions que nous obtiendrons. Elles devront **toujours** être cohérentes avec le **domaine** de la (ou des) racine(s) impliquée(s) dans l'inéquation!!

Procédons à l'aide de deux exemples :

Exemple 1 $\quad 5\sqrt{x-12} \le 50$	Exemple 2 $\quad -2\sqrt{x+4} < -9$
$\sqrt{x-12} \le 10$	$\sqrt{x+4} > \frac{9}{2}$
Résolution $x-12 \le 100$ $x \le 112$	Résolution $x+4 > \frac{81}{4}$ $x > \frac{65}{4}$
Restriction sur le domaine : $x-12 \ge 0$ $x \ge 12$	Restriction sur le domaine : $x+4 \ge 0$ $x \ge -4$
L'ensemble-solution est l'intersection des deux intervalles obtenus: $x \in [12\,,112]$ ou $12 \le x \le 112$	L'ensemble-solution est l'intersection des deux intervalles obtenus: $x > \frac{65}{4}$

Les deux cas particuliers.

1: Lorsque $a<0$ l'ensemble-solution de l'inéquation $\sqrt{x} \geq a$ est l'ensemble de toutes les valeurs de x qui satisfont la restriction du domaine de la racine carrée.

2 : Si $a<0$, l'inéquation $\sqrt{x} \leq a$ est sans solution dans les réels.

Enfin, si ça devient trop compliqué, vous pouvez toujours faire un croquis!

Exercices : Résoudre dans IR les inéquations suivantes. Donner les réponses en valeurs exactes. *Faites vos calculs à la page suivante.*

a) $\sqrt{x} \geq 0$

b) $-\sqrt{-2x} < -10$

c) $3\sqrt{2x} - 1 \leq x + 3$

d) $x \leq \sqrt{x}$

e) $-\sqrt{2x} \geq 4$

f) $\sqrt{-7x-5} + 1 \geq 12$

g) $\sqrt{3x} > \frac{x}{4} + 1$

*h) $\frac{1}{7}x > \sqrt{-5-2x} - 4$

i) $2x \geq \sqrt{x} - 5$

j) $2\sqrt{-(x-2)} - 4 > x - 3$

k) $x + 6 \leq -2\sqrt{-x} + 7$

l) $\frac{\sqrt{1.5(x-5)}}{3} + 2 < \frac{2x}{3} + 5$

m) $3 < \sqrt{-x}$

n) $\sqrt{x} \geq \sqrt{-x}$

DÉFI ! Donner l'ensemble solution : $3\sqrt{x+6} + 1 \geq 2\sqrt{-x+5}$
Arrondir au centième.

Calculs…

<u>Recherche de la règle d'une fonction racine carrée</u>

Pour retrouver la règle d'une fonction racine carrée :

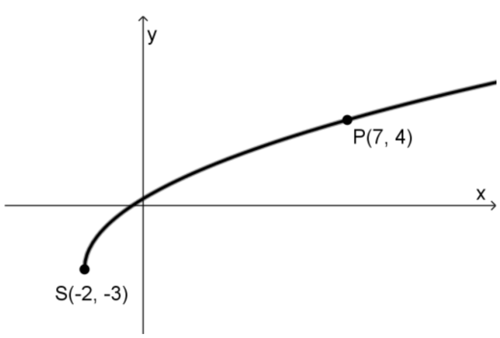
1. On pose d'abord notre modèle $f(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$
2. On substitue ______________________ par les coordonnées des points donnés (le sommet ainsi qu'un point quelconque de la courbe).
3. On pose une ___________________________ sur le radicande de manière à déterminer le signe du paramètre *b*. Sa valeur sera alors _____ ou ______.
4. On trouve la valeur du paramètre *a* et on écrit la règle finale. $\left(a \neq \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right)$

Faites vos calculs à la page suivante.

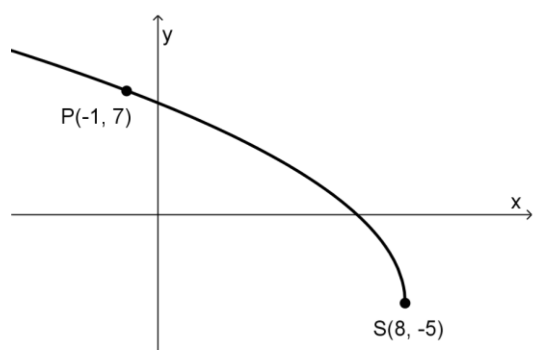
<u>Exercice 1</u> : Quelle est la règle de la fonction racine carrée *f* sachant que les coordonnées de son sommet sont (-6, 0) et que le point P(-7, -8) appartient à la fonction *f* ?

<u>Exercice 2 :</u> Déterminer la règle de chacune des fonctions racine carrée à partir des coordonnées du sommet S et d'un point P de la demi-parabole qui lui est associée.

a)



b)



c) La fonction admet le point S(-4, -4) pour sommet et passe par P(0, 0)

d) La fonction admet le point S(2, 3) pour sommet et passe par P(5, -1)

Calculs…

LA FONCTION RATIONNELLE

La vitesse

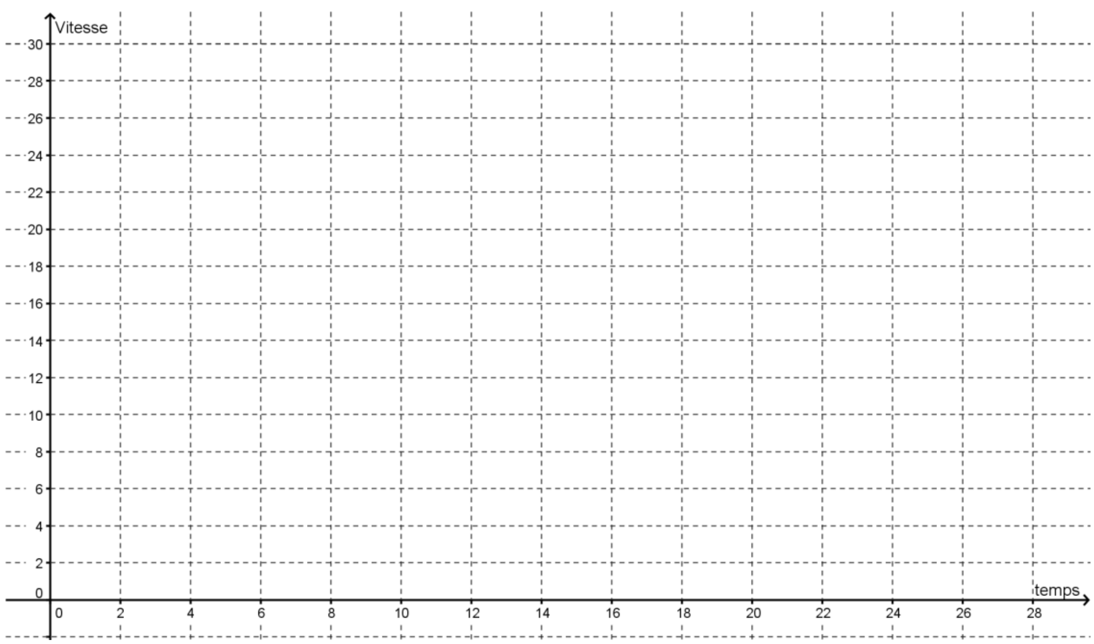
En physique, nous appelons *vitesse*, **la mesure de la distance parcourue pendant un temps donné**. Ainsi, une vitesse de 70km/h indique **qu'à ce rythme**, une distance de 70 kilomètres sera parcourue ____________________.
Pour des raisons pratiques, il est coutume de donner la vitesse sous la forme d'un **taux unitaire**, même si le numérateur n'est pas entier. On parle alors de *vitesse moyenne*.
Par exemple :

$$V = \frac{90 \text{ km}}{4 \text{ heures}} \longrightarrow V = \frac{22,5 \text{ km}}{1 \text{ heure}} \longrightarrow \boxed{V = \frac{\Delta d}{\Delta t}}$$

Soit la situation suivante :
On fait rouler plusieurs fois un véhicule sur un circuit de **24 kilomètres**. À chaque tour qu'il effectue, on note la durée du tour afin de déterminer sa vitesse moyenne.

	Tour numéro…	1	2	3	4	5	6	7	8
t	**Durée du tour** (*h*)	1	2	3	4	6	8	12	16
V	**Vitesse moyenne** $\left(\text{en } \frac{km}{h}\right)$								

Traçons le graphique de cette fonction, dont la règle est $V = \dfrac{24}{t}$

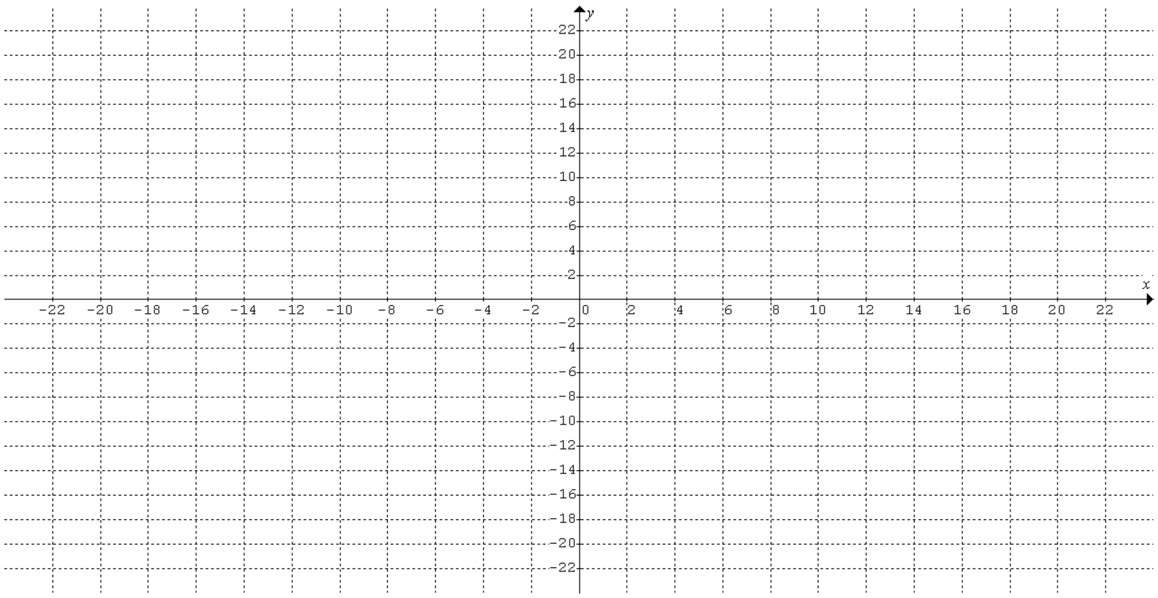


On remarque le **produit des variables** dépendantes et indépendantes est ____________

La fonction rationnelle de base

La règle de la fonction *rationnelle* ou *de variation inverse* **de base** est $f(x) = \frac{1}{x}$. Le numérateur correspond au paramètre ____________.

Hors contexte, la fonction de variation inverse admet un domaine bien plus étendu que dans les situations contextualisées.
Traçons la représentation graphique de la fonction $f(x) = \frac{24}{x}$ **.**

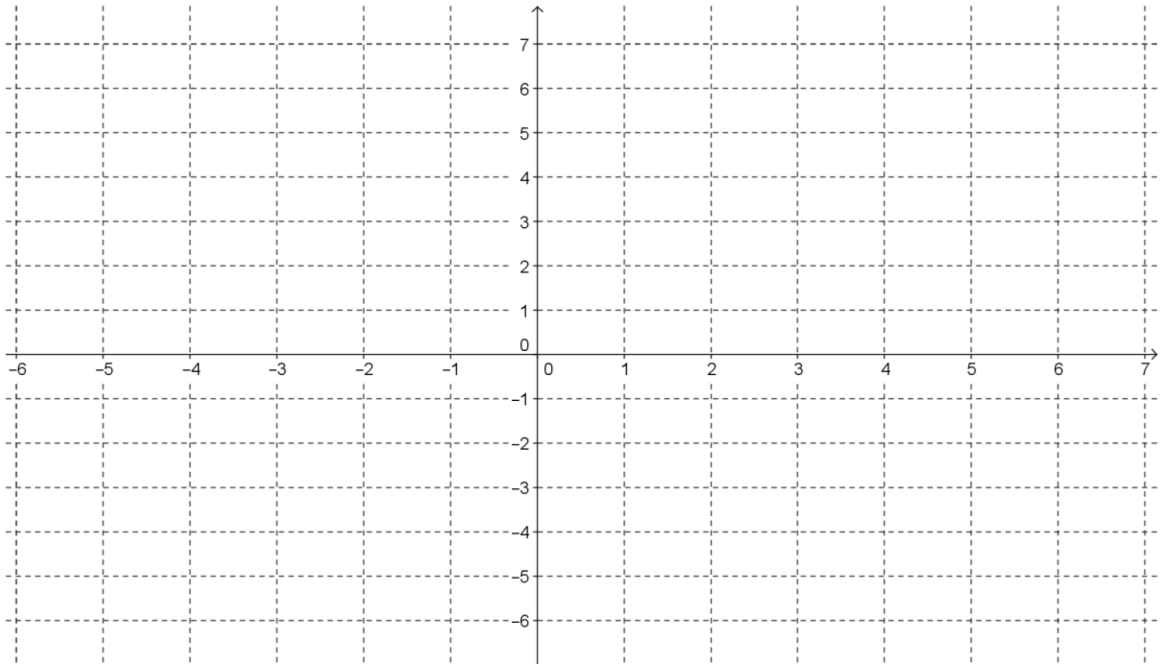


- Ces deux courbes forment ce que l'on appelle **une** ________________________.
- Toute valeur qui annule le ______________________ est exclue du domaine de la fonction.
- La fonction de variation inverse est une fonction dite ________________________ parce qu'on ne peut la tracer sans lever le crayon.
- Dans la fonction **de base**, le produit des variables dépendantes et indépendantes est ___________________________________.
- Les droites d'équation $x = 0$ et $y = 0$ sont appelés des ________________________ de la fonction rationnelle **de base**.
- Le point d'intersection des asymptotes est appelé _____________________ de l'hyperbole.
- La réciproque d'une fonction rationnelle est ________________________________ ________________________________.

Exercice

À l'aide de 4 tables de valeurs, représente dans le plan ci-dessous, les courbes des fonctions suivantes :

$f(x)=\dfrac{1}{x}$ $\qquad g(x)=\dfrac{2}{x}$ $\qquad h(x)=\dfrac{4}{x}$ $\qquad p(x)=\dfrac{6}{x}$



a) On constate que pour les mêmes abscisses, le numérateur ____________________ ______ les images de la fonction de base $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

b) Admettons une fonction rationnelle ayant un numérateur **négatif,** quelle transformation géométrique subira la courbe de la fonction de base $f(x)=\dfrac{1}{x}$ (en plus d'un étirement possible) ?________________________. Décrire sa variation en un mot :____________________________.

c) La valeur du numérateur de la fonction rationnelle correspond donc au paramètre ____________ de la fonction rationnelle transformée.

d) La valeur du numérateur influence-t-elle la position des asymptotes ?__________

<u>Forme canonique de la fonction rationnelle</u>

<u>La forme canonique</u> de la fonction rationnelle transformée est de la forme :

$$\boxed{f(x) = \qquad\qquad}$$

Le couple (h , k) correspond à la position ____.

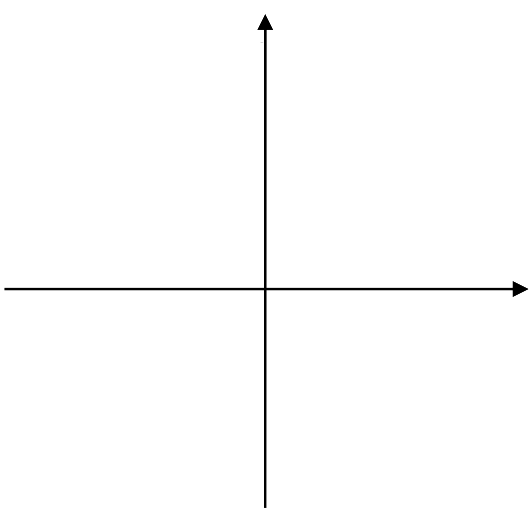
Équation de l'asymptote verticale :______________

Équation de l'asymptote horizontale :____________

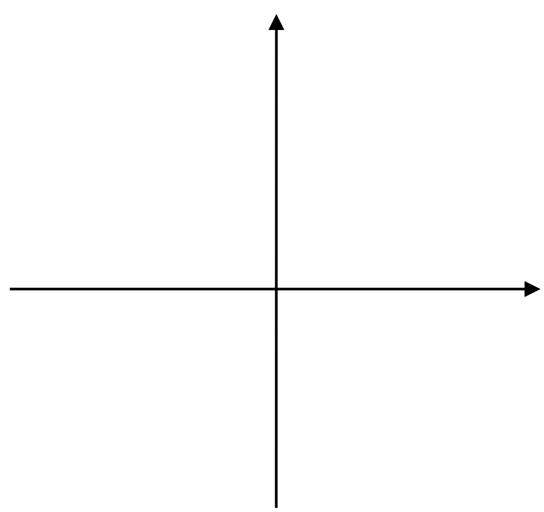
Comme pour la fonction valeur absolue, on peut facilement « éliminer » le paramètre b de la fonction rationnelle en l'intégrant au numérateur comme ceci :

Après simplification, les 2 modèles de la fonction rationnelle $f(x) = \dfrac{a}{x-h} + k$ sont :

$a > 0$



$a < 0$



Exercice : Soit la fonction $f(x)=\dfrac{-22}{10+4x}+1{,}5$

Déterminer :

- Son domaine (de manière algébrique)
- Son codomaine
- Son zéro
- Son ordonnée à l'origine
- Les équations de ses asymptotes
- Les valeurs d'abscisse pour lesquelles la fonction admet des images inférieures à 3
- La règle de sa réciproque

La forme générale de la fonction rationnelle

La piscine

Jean et Pauline s'apprêtent à remplir leur piscine et la traiter au chlore en prévision de l'été. Le boyau d'arrosage de Pauline a un débit de 50L/min. Pendant ce temps, Jean ajoute du chlore à rythme constant à raison de 75 mg par minute.
Sachant que la piscine contenait déjà 500 litres d'eau et que Jean y avait déjà jeté une pastille de 350 mg de chlore, leur piscine satisfera-t-elle aux normes établies par Santé Canada qui stipulent que la concentration maximale de chlore que l'on peut mesurer dans une piscine est de 1,5mg/L?

1. De quel type est la variation de la quantité :

   a) De chlore?__________________ b) D'eau?______________________

2. Établir la règle permettant de déterminer la concentration de chlore selon le temps *t* (écoulé en minutes) depuis le début du remplissage.

3. Quelle était la concentration initiale de chlore ?________________

4. Effectuons la division polynômiale et traçons le croquis représentant la courbe de concentration.

5. La piscine de Jean et Pauline respectera-t-elle les normes de sécurité?

La forme générale de la fonction rationnelle se présente donc sous la forme d'un quotient de deux fonctions ___________________________.

Nous l'écrivons de la manière suivante : $f(x) = \dfrac{a_1 x + b_1}{a_2 x + b_2}$

L'asymptote *verticale* de la fonction est:________________

L'asymptote *horizontale* de la fonction est:______________

L'ordonnée à l'origine est : _____________

Le zéro est : ___________

Exercice 1 :
Écrire sous la forme canonique à trois paramètres (*a*, *h* et *k*) les règles des fonctions suivantes, donner les coordonnées du centre de chaque hyperbole, donner sa variation (croissante ou décroissante), son domaine et son codomaine.

a) $f(x) = \dfrac{7}{-2x+20} - 1$ b) $g(x) = \dfrac{5/4}{-4+3x}$ c) $h(x) = \dfrac{6x+1}{x-3}$ d) $j(x) = \dfrac{2x-2}{8x-6}$

Exercice : Réécrire la fonction *f* de l'exercice précédent sous sa forme générale.

<u>Réciproque de la fonction rationnelle</u>

1. À partir de la forme canonique :

Déterminer la règle de la réciproque d'une fonction rationnelle exprimée sous sa forme canonique : $f(x) = \frac{-52{,}4}{x+11} + 3$

2. À partir de la forme générale :

Déterminer la règle de f^{-1} sachant que $f(x) = \frac{2x+1}{x-4}$ **sans effectuer la division polynômiale !!!!**

DÉFI : Démontrer que la réciproque d'une fonction rationnelle f de la forme $f(x) = \frac{a_1x+b_1}{a_2x+b_2}$ est $f^{-1}(x) = \frac{-b_2x+b_1}{a_2x-a_1}$

<u>Exercice 1</u> :

Soit une fonction rationnelle de la forme $f(x) = \frac{a}{b(x-h)} + k$ Dans quel quadrant se situe le centre de f^{-1} si f a les caractéristiques suivantes :

a) $a > 0$, $b > 0$, $h > 0$ et $k < 0$
b) $a < 0$, $b < 0$, $h < 0$ et $k < 0$.
c) $a > 0$, $b > 0$, $h > 0$ et $k > 0$.
d) $a > 0$, $b < 0$, $h < 0$ et $k > 0$.

Exercice :

Soit une fonction rationnelle $h(x)=\dfrac{-3x+t}{cx-6}$ où t et c sont des constantes. Sachant que $h(30)=-22$ et que $h^{-1}(36)=10$, déterminer le domaine et le codomaine de h^{-1}.

Résolution d'équations rationnelles

Exercice 1 : Pour quelle valeur la fonction vaut 1 sachant que $f(x)=\dfrac{15}{0{,}5x-12}+3$.

Exercice 2 : Résoudre dans IR l'équation suivante : $\dfrac{5x-20}{2x+7}=2$.

Recherche de la règle d'une fonction rationnelle

Exercice 3 : Détermine la règle de la fonction rationnelle *f* dont les équations des asymptotes sont $x = -3$ et $y = -6$ et passant par le point P (-4 ; -3,6)

Inéquations rationnelles – méthode algébrique

Nous allons examiner 2 cas possibles :

Cas # 1 : La fonction rationnelle est écrite sous forme «canonique».

Exemple 1 $\qquad \dfrac{1}{x+1} \geq 2$

On pose la restriction sur le dénominateur :

$x \neq -1$

Comme le numérateur est positif et la fraction est supérieure à 2 (aussi positif), le dénominateur se doit de l'être également : $x+1>0$

d'où $x>-1$

On attaque maintenant la résolution de l'inéquation donnée initialement en effectuant un produit croisé (et comme le dénominateur est positif, on n'inverse pas le signe d'inégalité).

$$1 \geq 2(x+1)$$

d'où

$$x \leq \frac{-1}{2}$$

L'ensemble-solution est l'intersection de deux inéquations précédentes:

$$x \in \left]-1\,,\frac{-1}{2}\right] \quad \text{ou} \quad -1 < x \leq \frac{-1}{2}$$

Exemple 2 $\qquad \dfrac{-3}{2x-8} < \dfrac{3}{2}$

On pose la restriction sur le dénominateur :

$x \neq 4$

Comme le numérateur est négatif et l'expression rationnelle est inférieure à $3/2$ (**qui est positif**) il y a 2 cas possibles au sujet de $2x-8$:

Le dénominateur est positif :	Le dénominateur est négatif :
$2x-8>0$	$2x-8<0$
d'où	d'où
$x>4$	$x<4$
On termine par produit croisé.	On fait le produit croisé en prenant soin d'inverser le symbole !
$-3<(2x-8)\cdot\dfrac{3}{2}$	$-3>(2x-8)\cdot\dfrac{3}{2}$
$x>3$	$x<3$
L'intersection de ces deux contraintes est $x>4$	L'intersection de ces contraintes est $x<3$

L'ensemble-solution est l'union des deux intervalles obtenus précédemment:

$$x \in \left]-\infty\,,3\right[\cup \left]4\,,\infty\right[\quad \text{ou} \quad \mathrm{IR} \setminus [3\,,4]$$

Cas # 2 : La fonction rationnelle est écrite sous forme «générale».

Effectuer la division! ☺

Exercices : Résoudre dans IR les inéquations suivantes. Donner les réponses en valeurs exactes. *Vous avez les deux pages suivantes pour effectuer vos calculs.*

a) $\dfrac{3}{2x} \geq 5$

b) $\dfrac{14}{3+x} - 7 \leq -5$

c) $1 - \dfrac{1}{x+1} \geq \dfrac{3}{2}$

d) $-9{,}5 \geq \dfrac{-8}{10x-4} - 10$

e) $\dfrac{4}{x+1} \geq \dfrac{x}{2} + \dfrac{3}{2}$

f) $\dfrac{9/2}{x+6} \leq \dfrac{-9}{2}$

g) $\dfrac{-1}{-x+1} + 3 \leq 0$

h) $\dfrac{x+5}{-x+1} > 0$

i) $\dfrac{-7}{3-2x} + 5 > -2x$

j) $\dfrac{-2x+5}{4x} \leq 0$

k) $\dfrac{10x + \frac{1}{2}}{5-5x} + 4 < \dfrac{1}{2}$

l) $\dfrac{2x-7}{3x+1} \geq -4$

m) $\dfrac{2+x}{x+5} \geq \dfrac{1}{2}$ $(\text{si } x \geq 0)$

n) $\dfrac{1}{2x-2} > -3$

DÉFI 1 Résoudre : $\dfrac{1}{2x+3} \leq -\dfrac{1}{x}$

DÉFI 2 Résoudre : $\dfrac{2x+4}{x-1} \leq x - 4$

Première page suivante…

Deuxième page suivante…

Exercice 1

Un fabricant de matelas produit *m* matelas par semaine qui seront vendus au coût de 300$ chacun. Sachant que les coûts hebdomadaires liés à la production de ces matelas sont de 150$:

a) Détermine le profit *P* hebdomadaire **par matelas** réalisé par ce fabricant.

b) Combien de matelas doit vendre ce fabricant s'il désire réaliser un profit hebdomadaire moyen d'au moins 290$.

Exercice 2

Un comité organisateur d'évènements doit réserver une salle pour y organiser un banquet. Le coût pour réserver la salle est de 500$ et ce montant doit être réparti équitablement entre les *n* invités. Cependant un tirage a lieu pendant la soirée et les 10 personnes gagnantes n'ont pas à payer la cotisation de location de la salle !

a) Détermine la règle de la fonction *P* qui permet de déterminer le montant déboursé par chaque invité (non gagnants) pour la location de la salle.

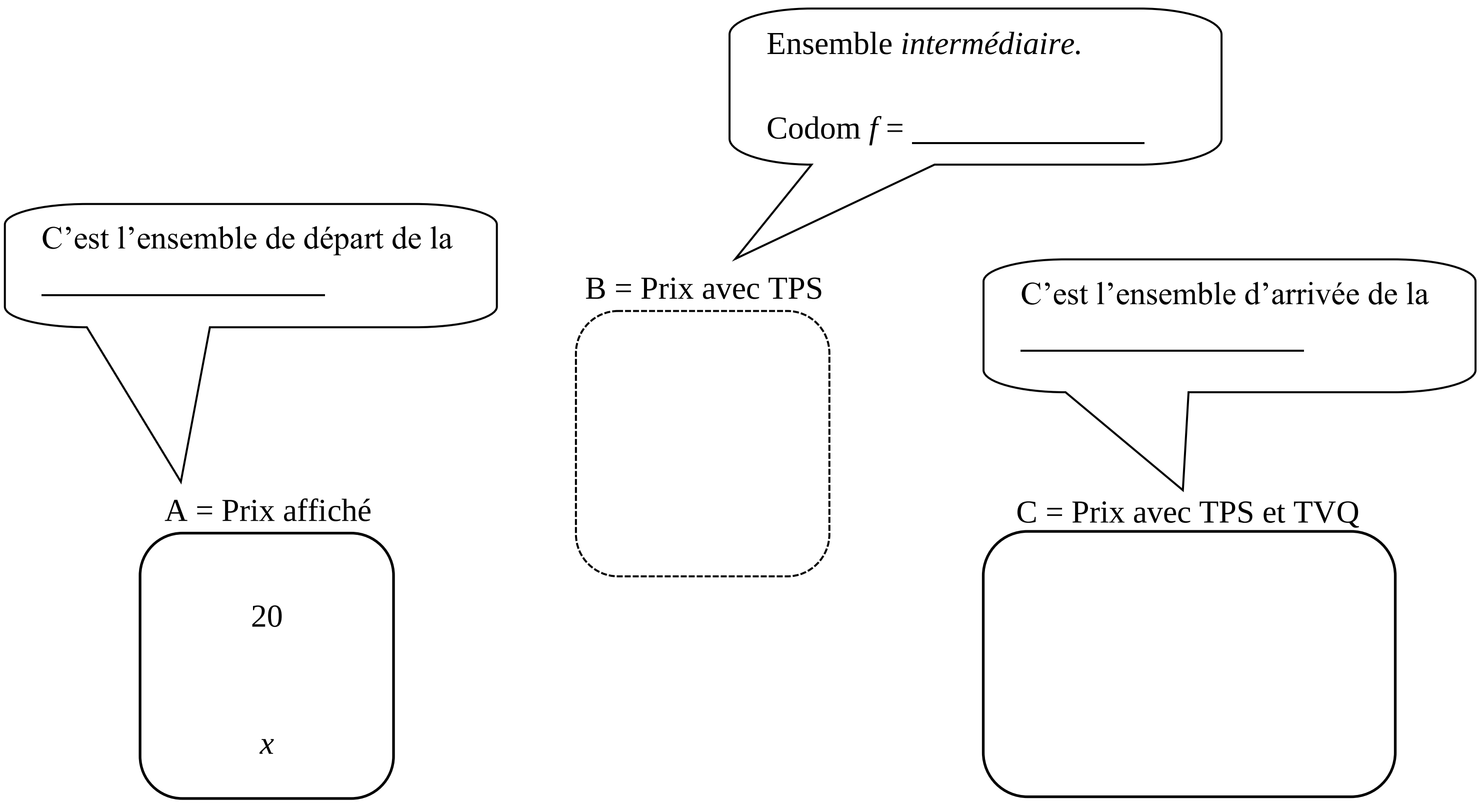
b) On passe au souper et chaque personne non gagnante doit payer son repas affiché au coût de 25$. Établissez la règle de la fonction *T* qui permet de connaître le montant total que chacune de ces personnes devra débourser, si en plus elles doivent se partager également le coût du souper des heureux gagnants.

c) Combien d'invités AU TOTAL y a-t-il eu pendant la soirée si chaque personne non gagnante est sortie avec une facture s'élevant à 35$?

<u>LES COMPOSÉES DE FONCTIONS</u>

L'exemple classique d'une composition de fonctions est l'ancienne application des taxes à la consommation : la TPS et la TVQ.
Notez que ce mode de taxation n'est plus en vigueur depuis 2013.

Soit $f : x \longrightarrow 1{,}05x$ (fonction TPS)
$g : x \longrightarrow 1{,}095x$ (fonction TVQ)



<u>NOTATION</u> : l'opérateur mathématique qui traduit la composition de fonctions se nomme *rond*. Son symbole est : $\circ$ On peut aussi écrire ____________________

Ici, comme la fonction f a été effectuée avant la fonction g, la convention d'écriture demande que l'on place f après le rond (et g devant). Ainsi, on écrira $\boldsymbol{g \circ f}$. C'est bizarre, mais c'est de même ! ☺
L'ordre d'application des fonctions se lit donc de __________________________

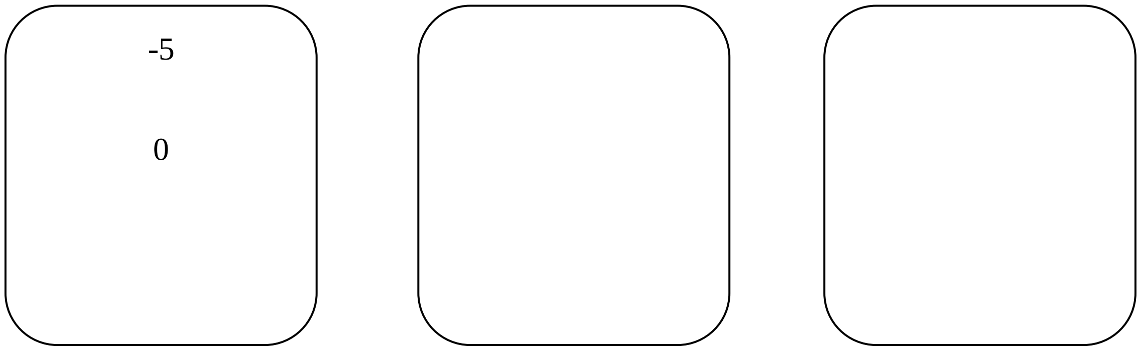
Étant donné deux fonctions

$$f : \text{A} \longrightarrow \text{B} \quad \text{et} \quad g : \text{B} \longrightarrow \text{C}$$

On appelle composée de f et g, la fonction $g \circ f$: A $\longrightarrow$ C qui, à x, applique f et g successivement.

En d'autres termes pour une composée *g* ∘ *f*, le codomaine de *f* sert de domaine à la fonction *g*.

Représenter par un diagramme sagittal la composée $g \circ f$ sachant que $f(x) = 2x - 6$ et $g(x) = 4x + 5$. Le domaine de *f* est limité aux valeurs données.



Quel est le domaine de la composée ?

Quel est le codomaine de la composée ?

Définir la fonction composée en extension.

Si nous avions à donner une règle algébrique (en *x*) permettant <u>directement</u> le passage du premier ensemble au troisième, quelle serait-elle?

De quel type est la variation de la fonction composée?______________________

<u>Exercice</u>
Soit la fonction $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$.

a) Déterminer *f* (0)

b) Déterminer la règle de $f \circ g$ si $g(x) = x - 5$

c) La composée d'une quadratique et d'une droite est donc une ________________.

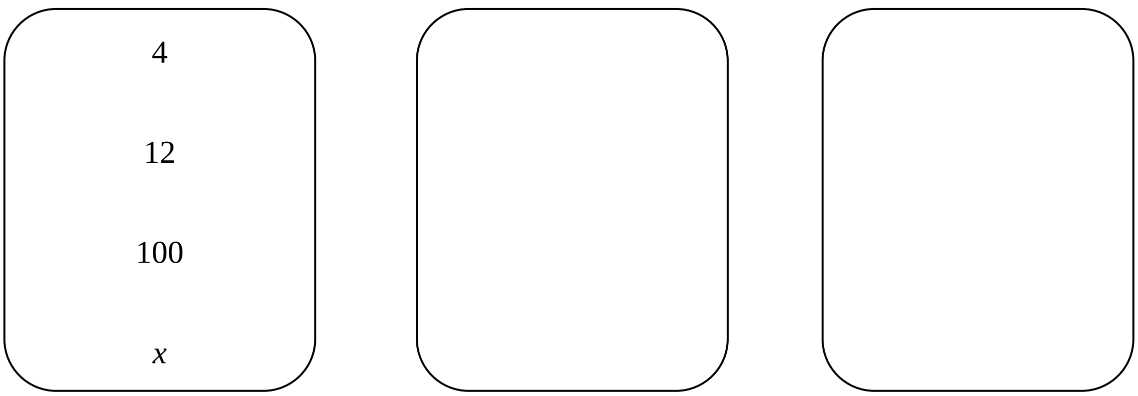
<u>Exercice</u>

Voici deux tables de valeurs de fonctions réelles. Considérons que leur domaine est limité aux valeurs de x présentes dans chacune des tables.

x	0	1	4	12	36	72	100	x
$f(x)=\sqrt{x}$								

x	1	2	8	$6\sqrt{2}$	10	12	$\sqrt{x}$
$g(x)=2x+3$							

Représentons <u>quelques éléments</u> de la composée $g \circ f$ par un diagramme sagittal



a) Selon les tables de valeurs, Dom $g \circ f$ =____________________________

Codom $g \circ f$ = ____

b) Donne 2 couples appartenant à $g \circ f$

c) Évalue $g \circ f\,(4)$ et $(g \circ f)^{-1}\,(23)$

d) Détermine la règle de $(g \circ f)^{-1}$ et préciser son domaine.

Exercice 1 : Soit les deux fonctions suivantes : $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = x^2 - 2x$
Donner la règle de …

a) $f \circ g$

b) $g \circ f$

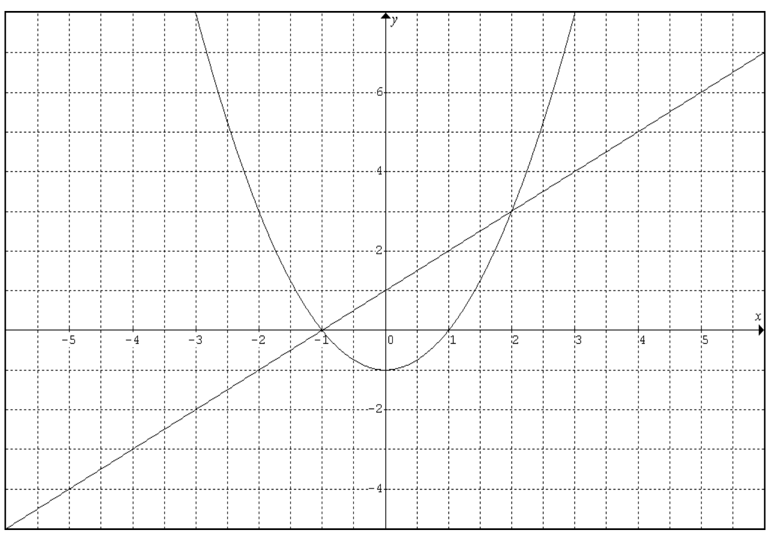
Exercice 2 :
Soit $f(x) = x^2 - 1$ et $g(x) = x + 1$

① $(g \circ f)(-10)$

② $(f \circ g)(-10)$

Les composées en graphique

Exercice 3 : On considère les fonctions f (quadratique) et g (linéaire) représentées ci-contre.



Déterminer :

① $g \circ f(1)$

③ $g \circ f(-1)$

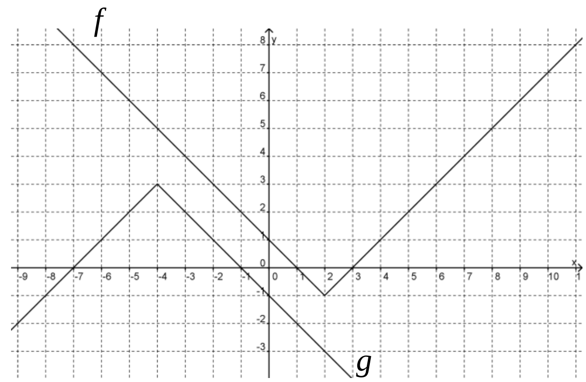
② $f \circ g(1)$

④ $f \circ g(-1)$

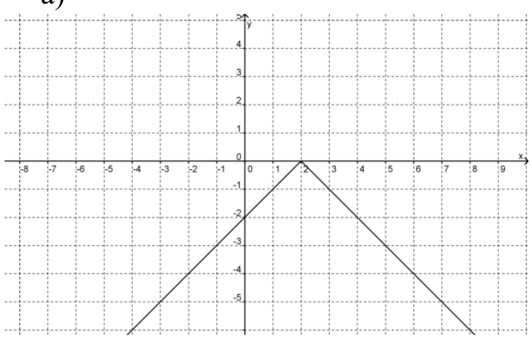
Exercice 4 :

Soit les représentations graphiques de 2 fonctions f et g.

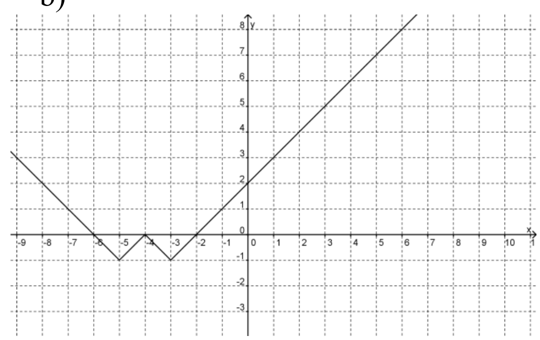
Parmi les choix ci-dessous, lequel correspond au graphique de la fonction $f \circ g$?



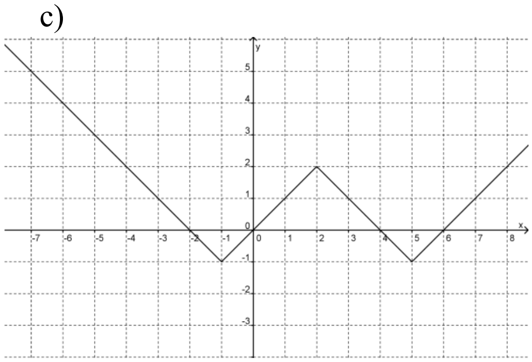
a)



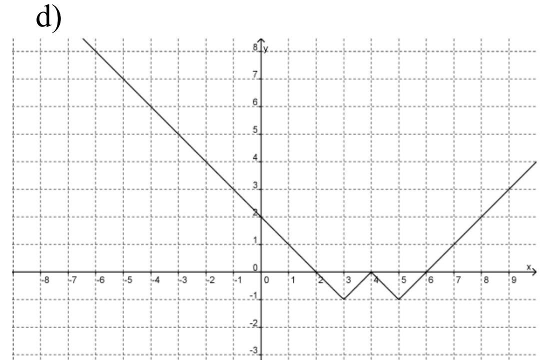
b)



c)



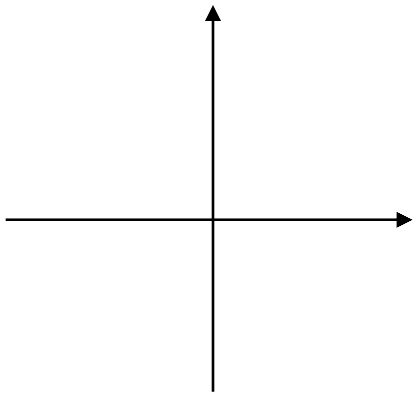
d)



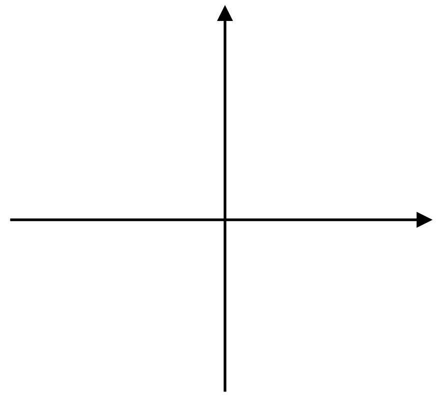
Qu'en est-il de la composée de deux fonctions réciproques l'une de l'autre ???

Exercice 5 :
Faites un croquis de chacune des composées.

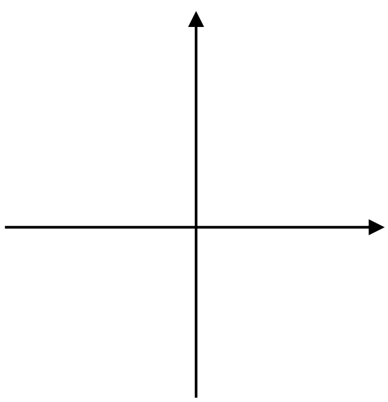
a) $f \circ g(x) = 3\sqrt{|x|}$



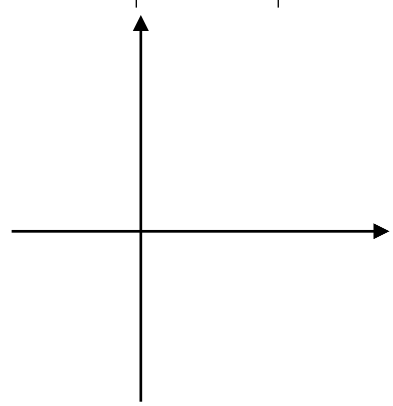
b) $n \circ t(x) = \sqrt{|x| - 5}$



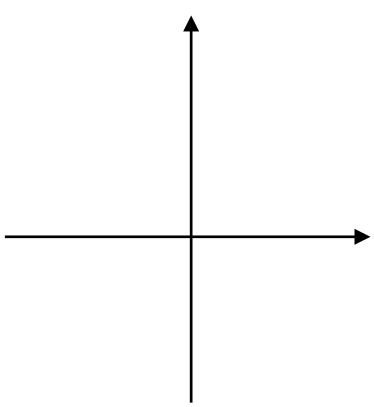
a) $j(x) = |x|^2$



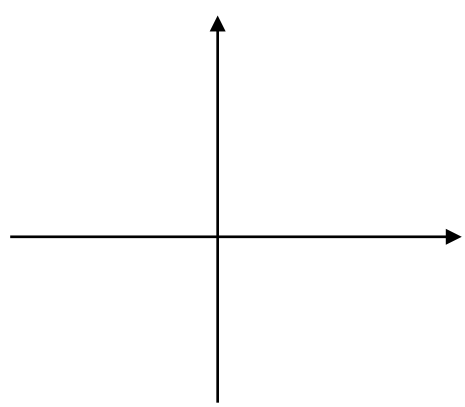
d) $h(x) = \left|(x-7)^2 - 6\right|$



e) $p(x) = \left|2|x| - 8\right|$

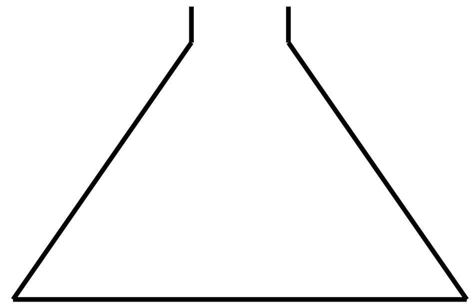


f) DÉFI $q(x) = \sqrt{-|x| + 2}$



Les composées en contexte

Le remplissage d'une bouteille.
À débit constant, on remplit d'eau cette bouteille de forme conique.



Soit la fonction $n = \frac{3}{2}t^2$ qui permet de calculer le niveau d'eau en fonction du temps écoulé depuis le début du remplissage (en sec).

Soit la fonction $v = \sqrt{2n}$ qui détermine le volume d'eau dans la bouteille (en cm^3) selon le niveau observé (en cm).

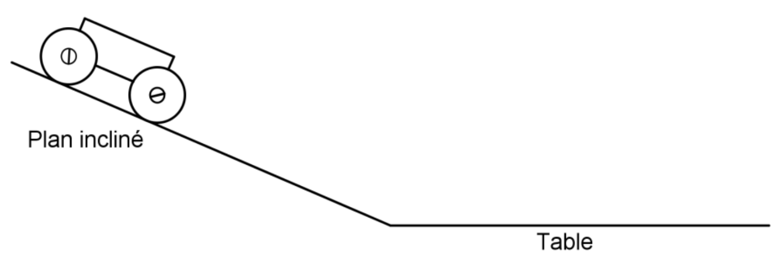
Détermine la règle permettant de calculer le temps écoulé depuis le début du remplissage selon le volume d'eau mesuré.

Exercice : Lors d'une expérience de mécanique dans un laboratoire, on fait rouler un chariot le long d'un plan incliné. On s'intéresse à 3 phénomènes fonctionnels différents :

f : Le temps de freinage du chariot selon la force de la poussée initiale
g : Le temps de freinage du chariot selon la vitesse maximale enregistrée.

__________ : La vitesse maximale du chariot selon la force de la poussée initiale.

Nommer la troisième fonction en termes des deux autres.



Les moteurs

Des ingénieurs de voitures de Formule 1 font des tests de performance sur un nouveau moteur. La fonction qui permet de calculer la température du moteur selon sa vitesse de rotation est donnée par $T = 0{,}25v^2 + 11$ et $T = -\frac{2n}{7} + 100$ est la fonction qui donne la température du moteur selon le niveau de liquide de refroidissement.

b) Donne la règle qui permet de connaître la vitesse de rotation du moteur selon sa température.

c) Selon ces modèles mathématiques, à quelle vitesse tourne le moteur sachant que le niveau de liquide de refroidissement est à 35 ?

Vrai ou faux ? Pour toutes fonctions f et g : $(g \circ f)^{-1} \leftrightarrow f^{-1} \circ g^{-1}$

LES OPÉRATIONS SUR LES FONCTIONS

La production de masse

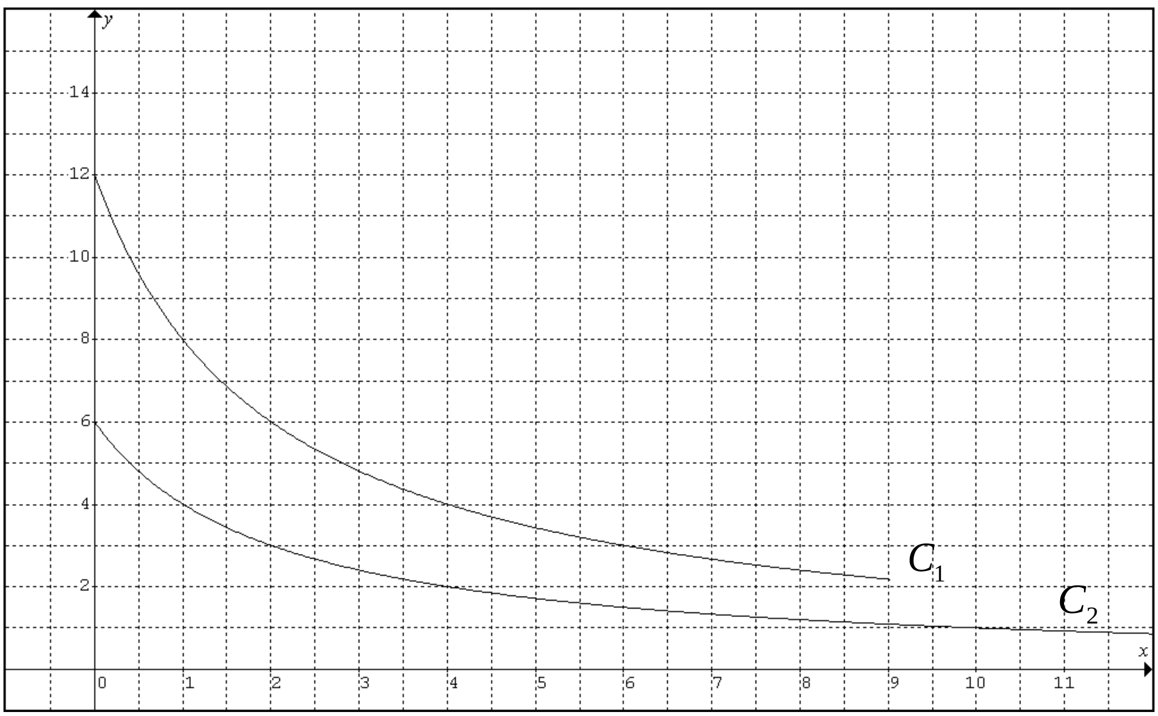
La production de masse est un principe fondamental en économie : plus une usine produit d'un bien (destiné à la consommation), moins les coûts associés à la production de ce bien sont élevés.

Étudions le cas d'une usine où l'on produit le CD d'un artiste. 2 chaînes de montage principales composent les étapes de production : la chaîne où l'on fabrique le boîtier et la chaîne où sont produits les CD.

Soit deux fonctions :

C_1 : Coûts (en centaines de dollars) liés à la production de n centaines de boîtiers.

C_2 : Coûts (en centaines de dollars) liés à la production de n centaines de CD.



a) Donner une raison qui pourrait expliquer la limitation du domaine de la fonction C_1.

b) Représenter dans le plan la fonction qui illustre le coût que nécessite la production de n albums destinés à être vendus.

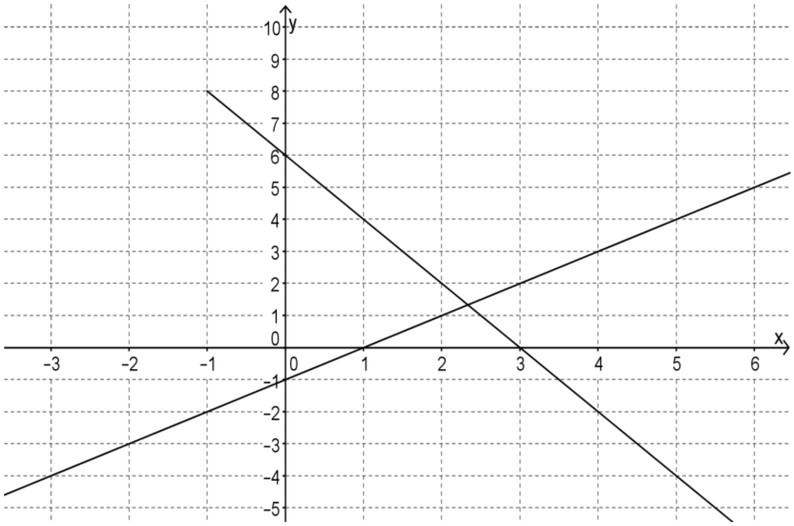
c) Quelle opération mathématique a été effectuée ? Quel nom pourrait-on donner à la fonction que vous venez de tracer ?

d) Quel est le lien entre le domaine de la fonction somme et le domaine des deux autres fonctions ?

<u>Exercice</u> : Soit deux fonction : $f(x) = -2x + 6 \ \left(x \geq -1\right)$ et $g(x) = x - 1$

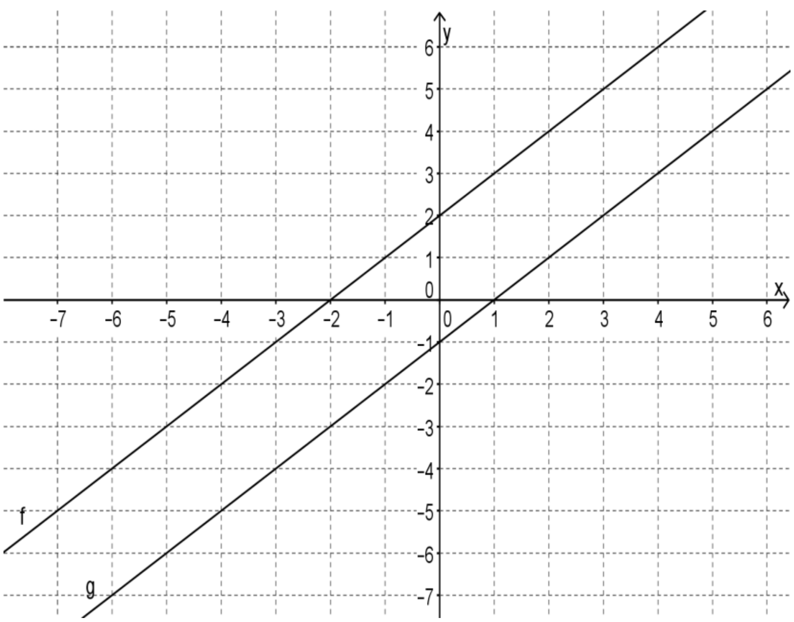
a) Représenter <u>graphiquement</u> la fonction somme $(f + g)$ et déterminer son domaine.

Calculs...



b) Représenter <u>graphiquement</u> la fonction différence $(f - g)$ et déterminer sa règle.

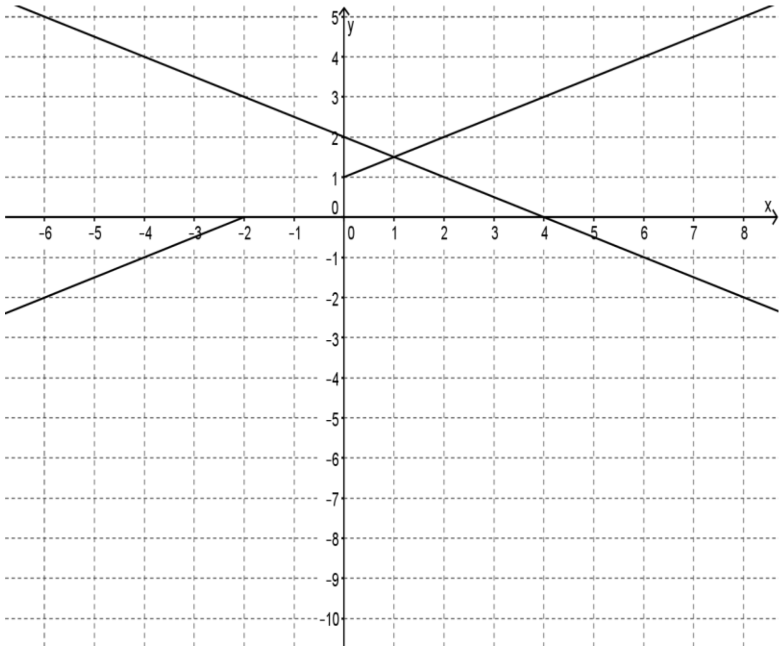
Calculs...



Évaluer $(g - f)(-25)$

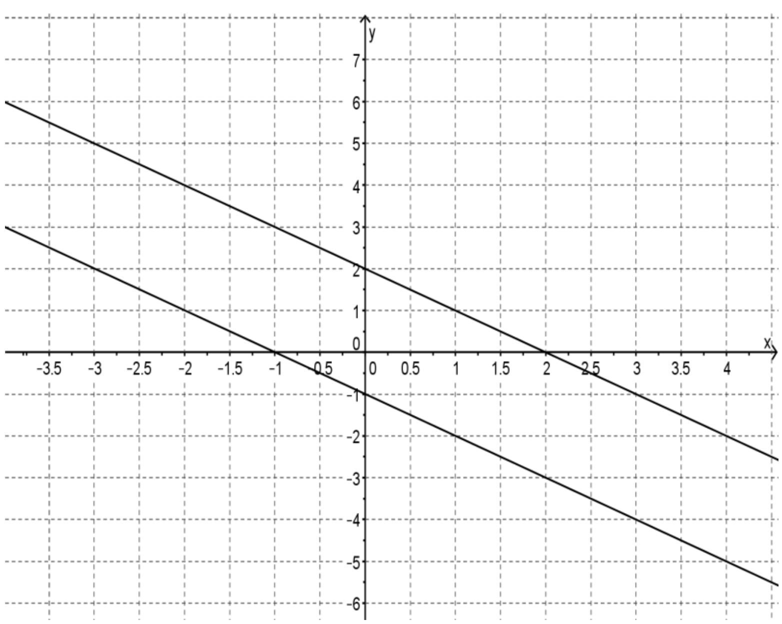
c) Représenter graphiquement la fonction produit de ces deux droites et déterminer son domaine.

Calculs...

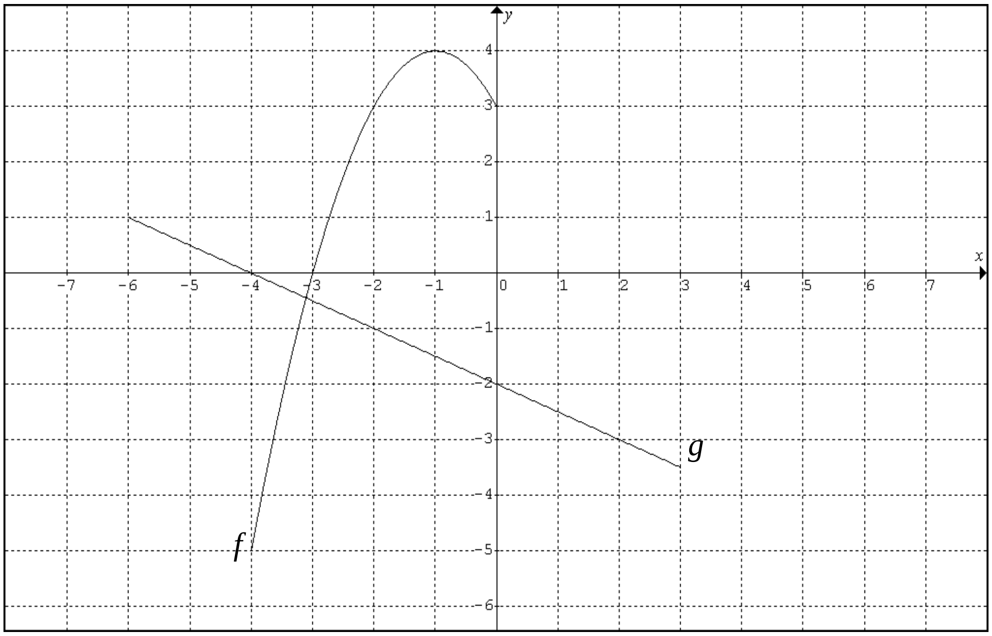


d) Représenter graphiquement la fonction quotient ($f \div g$) sachant que $f(x) = -x + 2$ et $g(x) = -x - 1$ et déterminer sa règle ainsi que son domaine !

Calculs...



Exercice : Déterminer sur quel(s) intervalle(s) sera définie la fonction quotient $\frac{g}{f}$



Réponse :___________________________

Exercice : Soit 3 fonctions définies en extensions :

$f = \{(-1\ ,\ 2),(0\ ,\ 5),(1\ ,\ -4),(3\ ,\ 10)\}$

$g = \{(-4\ ,\ 8),(2\ ,\ 7),(3\ ,\ 5),(5\ ,\ 1)\}$

$h = \{(-1\ ,\ 7),(1\ ,\ 0),(2\ ,\ 2),(5\ ,\ 0)\}$

Définir en extension la fonction : $\dfrac{f^{-1} + g}{h}$

Recherche du domaine

Comme nous l'avons vu, des fonctions sont opérables SEULEMENT vis-à-vis les valeurs de la variable indépendante qui leurs sont communes. **On parle alors de l'intersection des domaines de ces fonctions**. Le symbole mathématique pour l'*intersection* est : $\cap$

Exemple 1

Admettons la fonction d'équation : $f(x) = \dfrac{x + 0{,}8}{-x^2 + 4}$

Cette fonction peut être vue comme un quotient d'une droite et d'une quadratique.
Pour trouver efficacement le domaine de *f*, représentons sur la droite numérique les domaines des 2 fonctions qui sont divisées et observons leur intersection

IR

Y a-t-il des restrictions à poser sur *f* ?

Le domaine de *f* est donc : ___________________________

Exemple 2

Soit la fonction $g(t) = \dfrac{3t^2 - t + 6}{\sqrt{-t+1} - 3} + 5t$

Cette fonction peut être vue comme un quotient d'une quadratique et d'une racine carrée additionné d'une droite.

Représentons les 3 domaines sur la droite numérique.

IR

Y a-t-il des restrictions à poser sur *g* ?

Le domaine de *f* est donc : ___________________________

Exercices : Déterminer le domaine des fonctions suivantes.

a) $f(x)=\dfrac{7x-0,2}{6x+1}$

b) $g(x)=h(x)\cdot j(x)$ si $h(x)=x^2-12x+7$ et $j(x)=3\sqrt{3-4x}+5$

c) $f(x)=\dfrac{0,5\sqrt{-7x+1}}{\sqrt{x+15}-3}-x^2$

d) $v(t)=5t+\sqrt{\dfrac{1}{2}t-8}$

e) $n(c)=k(c)\div m(c)$ si $k(c)=2\sqrt{2c-10}+11$ et $m(c)=12\sqrt{3-4c}$

f) $j(x)=\dfrac{\sqrt{-x+1}}{(-x-4)(x+15)}$

Exercices de révision du chapitre

Déterminer la règle de f^{-1} sachant que le sommet de f (fonction racine carrée) correspond au point d'intersection des asymptotes de la fonction rationnelle $g(x)=\dfrac{-10x-50}{25x-40}$. De plus on sait que $f\left(\dfrac{36}{25}\right)=-1$.

Problème récapitulatif de la vie…

À partir des indices fournis ci-dessous, trouver la règle de la fonction rationnelle transformée *f* décrite.

- L'asymptote verticale de la fonction *f* passe par le sommet de la réciproque de la fonction $g(x) = -\left|\frac{18-6x}{2}\right| + 4$.
- L'asymptote horizontale de la fonction *f* passe par le sommet de la fonction $t(x) = -5 + 3\sqrt{-2x+8}$.
- La fonction *f* passe par le point d'intersection des fonctions *g* et *t*.

Démarche…

Réponse : La règle de la fonction *f* est :

SPRINT !!!

Dire si les énoncés #1 à 7 sont vrais ou faux. S'ils sont faux, corriger l'énoncé de manière à les rendre vrais.

1. Soit une fonction rationnelle dont $a > 0, b < 0, h = 0, k < 0$. Cette fonction possède une ordonnée à l'origine.

   Réponse :__________

2. Toute fonction racine carrée dont les paramètres *a* et *b* sont de même signe est croissante sur son domaine.

   Réponse :__________

3. Des fonctions sont opérables sur LA ou LES portions de leur domaine qui leur est commune.

   Réponse :__________

4. Le quotient de deux droites est une fonction rationnelle.

   Réponse :__________

5. La fonction $r(t) = \dfrac{7t-3}{|t|+6}$ admet l'ensemble des nombres réels pour domaine.

   Réponse :__________

6. Le domaine de la réciproque de la fonction $f(t) = \dfrac{-1}{3}\sqrt{5t-1}+1$ est $[1\ ,\ \infty[$.

   Réponse :__________

7. Toute fonction valeur absolue possède un zéro si ses paramètres *a* et *k* sont de signes contraires.

   Réponse :__________

8. Parmi les choix suivants, déterminer lequel représente une fonction rationnelle ayant les mêmes asymptotes que la fonction $f(x) = \dfrac{12x-5}{2x+4}$

   a) $\dfrac{1}{3}f(x)$ b) $-f(x)$ c) $\dfrac{1}{3}f(x)+4$ d) $f(x-4)$

<u>LES RESTRICTIONS…</u> (résumé)

On pose une restriction dans les cas suivants :

a) Lorsqu'une valeur absolue est équivalente à une ____________________________

______________________________________, on pose que cette dernière doit être

____ à 0.

Attention : <u>On ne pose jamais de restriction</u> sur ____________________________ d'une valeur absolue!!!

b) Lorsqu'une racine carrée est équivalente à une ______________________________

______________________________________, on pose que cette dernière doit être

____ à 0.

Attention : <u>On peut toujours poser une restriction</u> sur __________________________ de manière à déterminer _______________________________ d'une fonction.

c) Lorsqu'une fonction se présente sous la forme d'un quotient où le dénominateur est une expression algébrique, ce dernier _____________________________________

____.

EXERCICES

Notion de fonctions

1. Identifier les variables indépendantes et dépendantes dans chaque situation :
   a) On s'intéresse à la pression sous-marine selon la profondeur à laquelle se trouve un plongeur.

      Variable indépendante : ____

      Variable dépendante : ____

   b) On mesure la puissance générée par une éolienne en fonction de la vitesse du vent.

      Variable indépendante : ____

      Variable dépendante : ____

   c) Jean assemble des meubles. Il remarque que son temps de travail n'augmente que légèrement même pour une grande augmentation du nombre de meubles à assembler.

      Variable indépendante : ____

      Variable dépendante : ____

2. Soit la relation V définie à l'aide des couples suivants :

   V = {(-3,5) , (-1,0) , (8,5) , (10,3) , (-3,3) , (4,2) , (6,-1)}

   a) Représenter la relation V par un diagramme sagittal.

   b) La relation V est-elle une fonction? Pourquoi?____________________________________

      ____

3. Soit la fonction $f(x) = x^2 - 1 \quad (avec\ x \leq 0)$

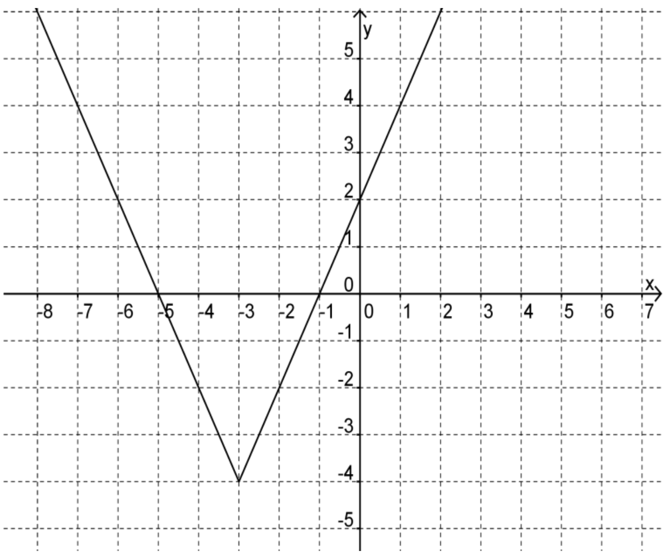
   a) Déterminer la valeur de $f(-5)$.
   b) Déterminer la valeur d'abscisse ayant 15 pour image.

4. Traduire l'énoncé suivant par une règle : « L'image de *n* par la fonction *r* correspond aux deux tiers de *n* diminué de 1».

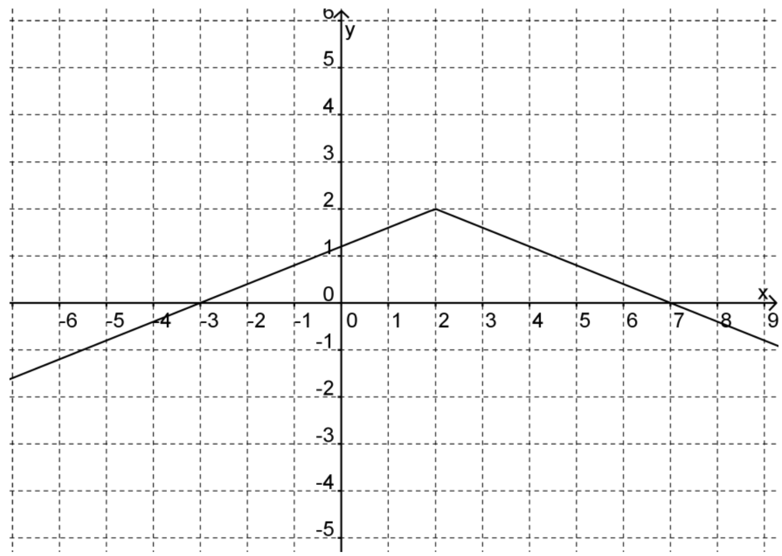
Propriétés et symbolisme liés aux fonctions

Compléter les éléments d'analyse ci-dessous.

a) fonction *f*



b) fonction *g*



Dom f = ______________________

Codom f = ____________________

$f(x) \geq 0 \ \forall x \in$ __________________

$f(x) \leq 0 \ \forall x \in$ __________________

$f(0)$ = ________________

$f(x) = 0 \Rightarrow x$ = ____________

$\forall\, x_1, x_2 \in$ ______________ $: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

$\forall\, x_1, x_2 \in$ ______________ $: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

Extremums de f:

Maximum : ______________

Minimum : ______________

Dom g = ______________________

Codom g = ____________________

$g(x) \geq 0 \ \forall x \in$ ______________

$g(x) \leq 0 \ \forall x \in$ ______________

Si $x = 0$, $g(x)$ = ________________

$g(x) = 0 \Rightarrow x$ = ____________

$\forall\, x_1, x_2 \in$ __________ $: x_1 < x_2 \Rightarrow g(x_1) \geq g(x_2)$

$\forall\, x_1, x_2 \in$ __________ $: x_1 < x_2 \Rightarrow g(x_1) \leq g(x_2)$

Extremums de g:

Maximum : ______________

Minimum : ______________

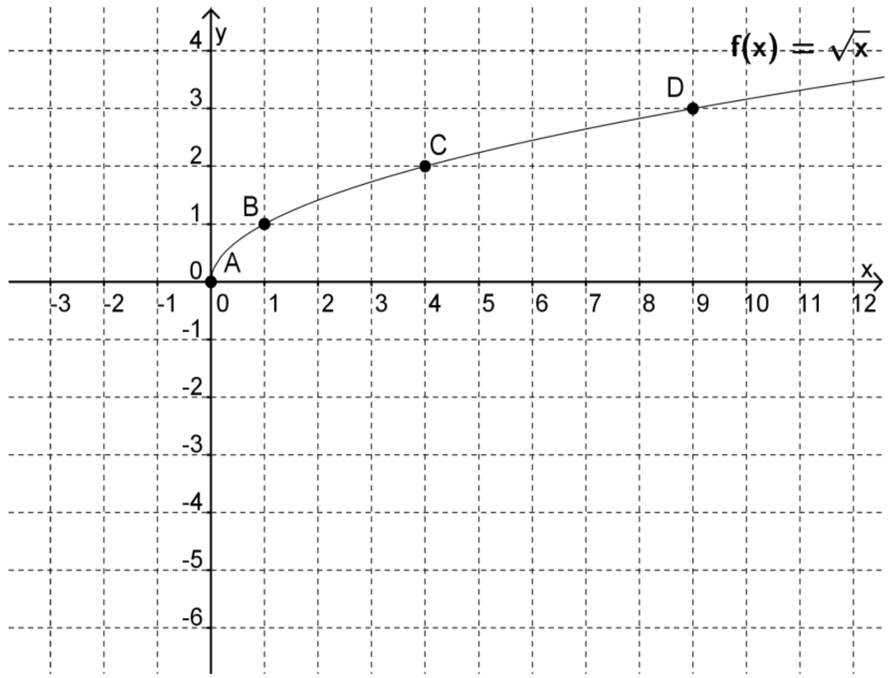
Les paramètres

Exercice 1:
Soit une fonction de base $f(x) = \sqrt{x}$
Tracer les 3 fonctions *g*, *h* et *j* suivantes en prenant soin d'identifier clairement la position des points A, B, C, et D correspondants sur chacune des 3 nouvelles fonctions.

a) $g(x) = \sqrt{x} - 5$

b) $h(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$

c) $j(x) = -2\sqrt{x} + 1$



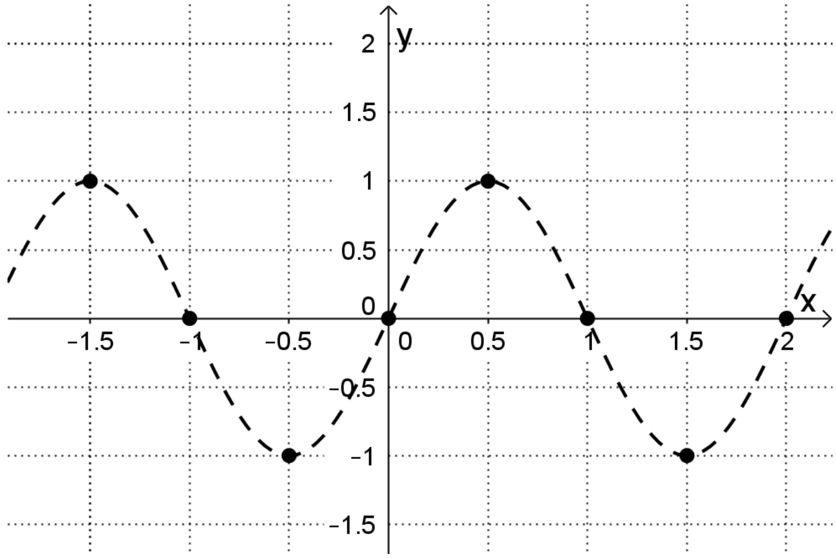
Exercice 2:
Soit le couple (20 , 15) qui appartient à une fonction de base *f*, donner les coordonnées d'un couple appartenant à la fonction obtenue par l'ajout des paramètres $a = -0,2$ et $k = 1$.

Exercice 3:
Choix de réponses.
Soit le point A(1 , 5) $\in$ *f*(*x*) = TBO(*x*). Les coordonnées de A' $\in$ *g*(*x*) = -TBO(*x*) + 5 sont :

a) A'(1 , 0)

b) A'(1 , -10)

Exercice 4:
Voici le graphique d'une fonction de base et quelques-uns de ses points caractéristiques.
Dessinez celui de la fonction obtenue par l'ajout d'un paramètre a = -1,5 et d'un k = 0,5



Exercice 5:
Dans chacune des fonctions de base suivante, introduire les paramètres a, b, h et k permettant d'obtenir une fonction transformée.

a) $m(x) = |x|$ $\longrightarrow$ $c(x) =$

b) $r(x) = \sqrt{x}$ $\longrightarrow$ $r(x) =$

c) $p(x) = x^2$ $\longrightarrow$ $e(x) =$

d) $f(x) = [x]$ $\longrightarrow$ $l(x) =$

e) $t(x) = \sin(x)$ $\longrightarrow$ $q(x) =$

f) $z(x) = cool(x)$ $\longrightarrow$ $s(x) =$

g) $w(x) = \log(x)$ $\longrightarrow$ $v(x) =$

h) $n(x) = \dfrac{1}{x}$ $\longrightarrow$ $j(x) =$

i) $h(x) = x$ $\longrightarrow$ $u(x) =$

Exercice 6:
À partir de la fonction de base $\theta(x) = pitou(x)$, introduire les paramètres pour obtenir une fonction **pitou** transformée $\mu(x)$ si :

$a = 2$ $b = 3$ $h = -1$ $k = -7$

$\mu(x) =$

Exercice 7:
Dans chacune des fonctions transformées suivantes, donner les valeurs des paramètres *a*, *b*, *h*, *k*.

a) $m(x) = |x+2|$ $a =$ _____ $b =$ _____ $h =$ _____ $k =$ _____

b) $a(x) = 2\sqrt{2x+3} + 7$ $a =$ _____ $b =$ _____ $h =$ _____ $k =$ _____

c) $t(x) = -3[3+5x] - 1$ $a =$ _____ $b =$ _____ $h =$ _____ $k =$ _____

d) $g(x) = -8(-2x+6)^2 + 9$ $a =$ _____ $b =$ _____ $h =$ _____ $k =$ _____

e) $r(x) = 3\log\left(\frac{1}{2}x + 6\right) - 3$ $a =$ _____ $b =$ _____ $h =$ _____ $k =$ _____

f) $d(x) = \frac{|x+3|}{5} - 2$ $a =$ _____ $b =$ _____ $h =$ _____ $k =$ _____

g) $l(x)=5+2\left|\frac{x}{2}-7\right|$ a = _____ b = _____ h = _____ k = _____

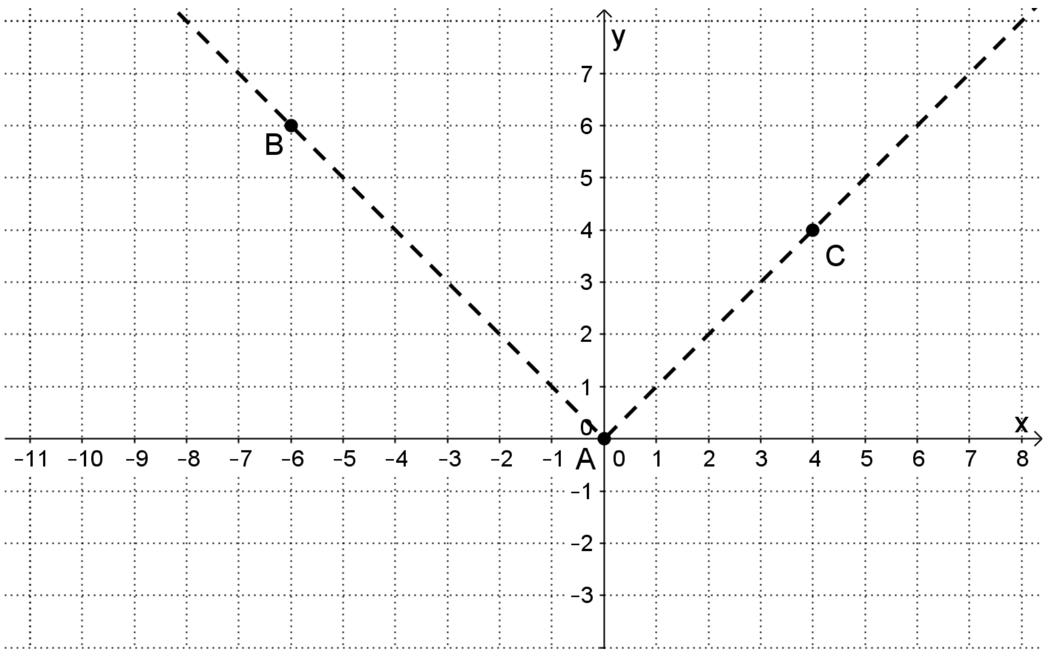
h) $v(x)=3\left(2\sqrt{-5+3x}+6\right)$ a = _____ b = _____ h = _____ k = _____

i) $z(x)=\frac{\sqrt{3}\sqrt{-x+5}-1}{5}$ a = _____ b = _____ h = _____ k = _____

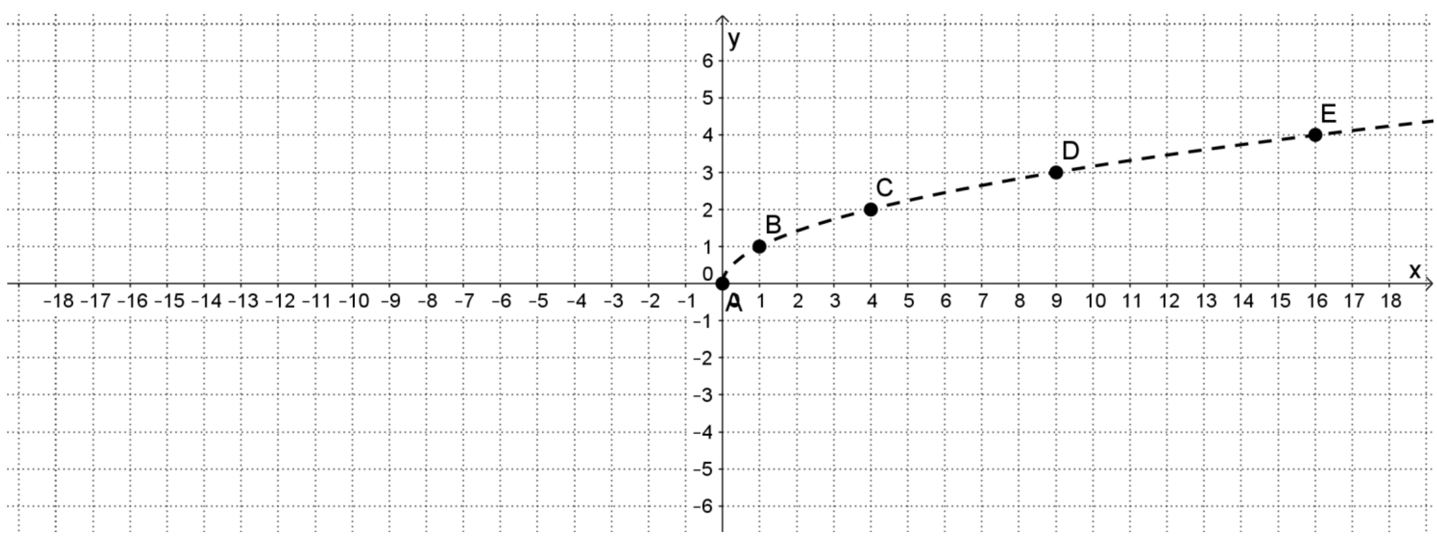
j) $j(x)=\frac{1}{2(x-3)}+9$ a = _____ b = _____ h = _____ k = _____

Exercice 8:
Voici en pointillés, deux graphiques de fonctions de base. Le premier est la fonction valeur absolue et le second, la racine carrée.
À l'aide de quelques points donnés sur chacune de ces fonctions, tracer les fonctions *f* et *g* transformées suivantes en prenant soin d'identifier les points que vous positionnez.

$$f(x) = \frac{-1}{2}\left|x + 3\right| + 5$$



$$g(x) = 2\sqrt{-x + 1} - 4$$



Faites vos calculs à la page suivante.

Exercice 9:
Le point A (2 , 3) appartient à la fonction $f(x) = cra(x)$. Quelles sont les coordonnées du point A' appartenant à la fonction $g(x) = -3cra\left(\frac{1}{2}(x+2)\right) - 5$?

Exercice 10:
Le point B (*m* , *n*) appartient à la fonction de base $p(x) = \sin(x)$. Donner les coordonnées d'un point dans la fonction $r(x) = t\sin(\theta(x+z)) - \frac{1}{4}$?

Exercice 11:
Soit le couple (*t* , 3) appartenant à la fonction $c(x) = pic(x)$.
Donner un point correspondant de la fonction $z(x) = -3pic\left(\frac{1}{2}(x-8)\right) + 9$?

Exercice 12:
Le couple (3 , -17) appartient à la fonction $g(x) = -2love(3(x+1)) - 7$. Nommer un couple appartenant à $f(x) = love(x)$.

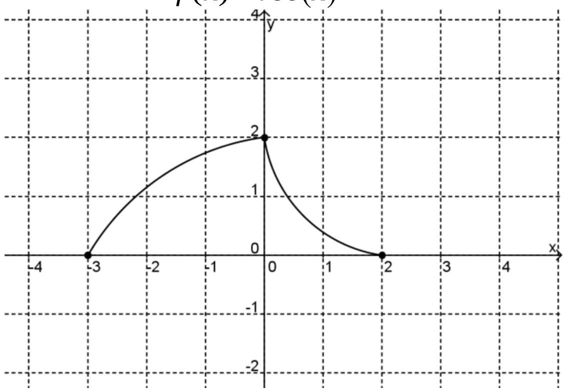
Exercice 13:
Le couple A(2 , 4) appartient à la fonction $f(x) = x^2$. Quelles sont les valeurs des paramètres *a* et *b* dans la fonction transformée $g(x) = a(b(x-1))^2 + 4$ pour que A'(5 , -8) $\in g$?

Calculs…

Exercice 14:
Voici la représentation graphique de la fonction *roc*. Tracer les graphiques des fonctions demandées après avoir nommé quelques points.

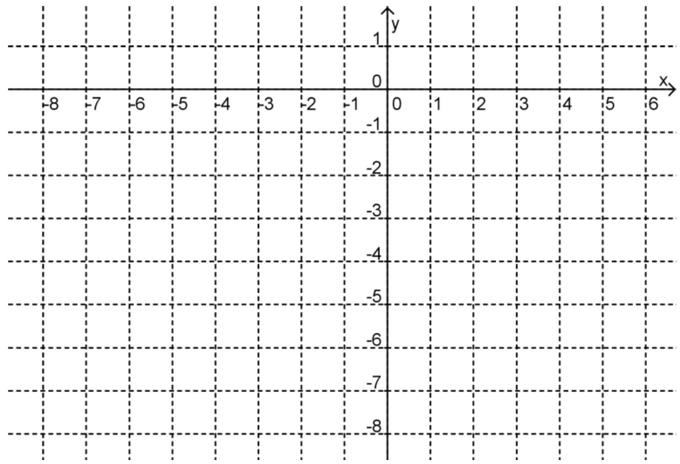
Fonction de base

$f(x) = roc(x)$



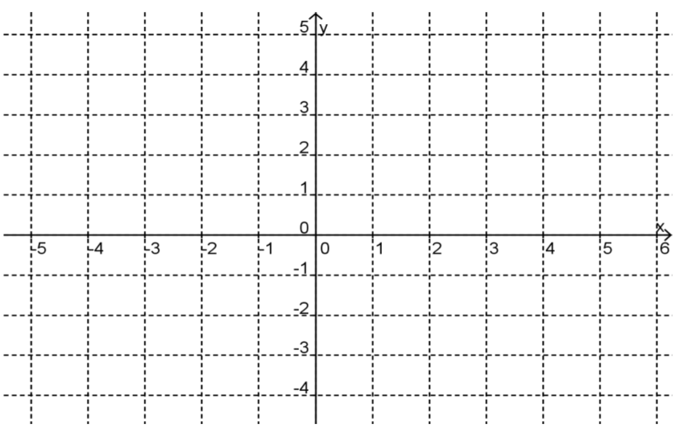
Fonction transformée 1

$g(x) = -3roc\left(\frac{1}{2}(x)\right)$



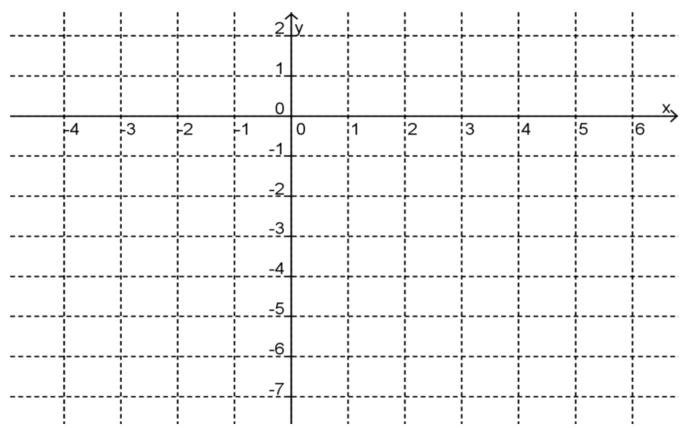
Fonction transformée 2

$p(x) = 2roc(-x) - 1$



Fonction transformée 3

$t(x) = -4roc(2(x-3)) + 1$

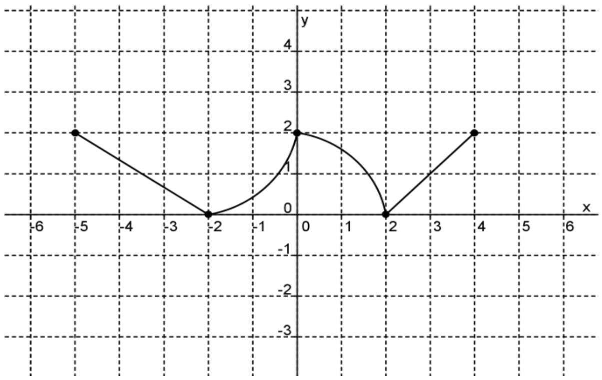


<u>Exercice 15</u>:

Voici la représentation graphique de la fonction *pic*. Tracer le graphique demandé.

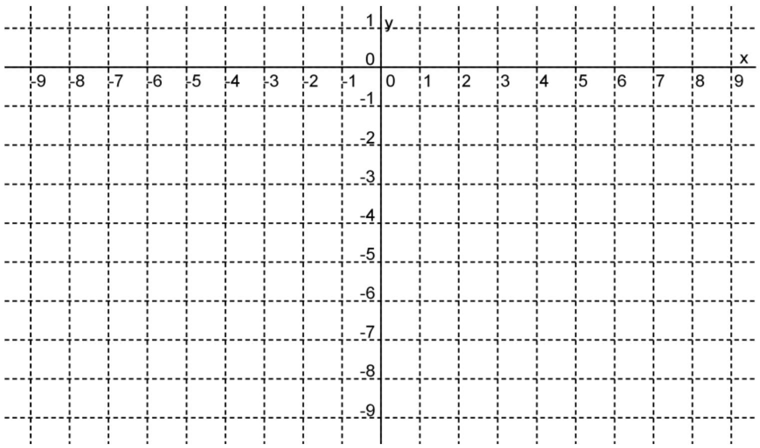
<u>Fonction de base</u>

$$f(x) = pic(x)$$



<u>Fonction transformée</u>

$$f(x) = -3pic\left(\frac{1}{2}(x-1)\right) - 2$$

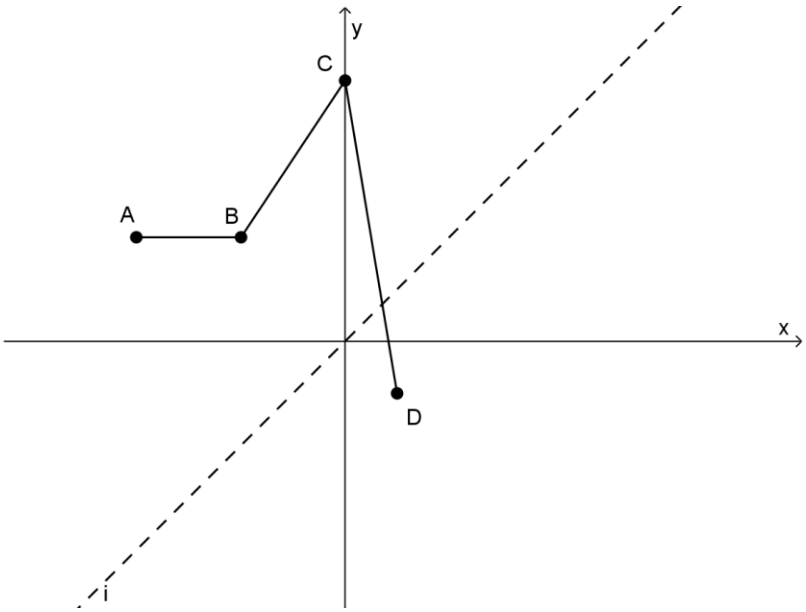


Calculs…

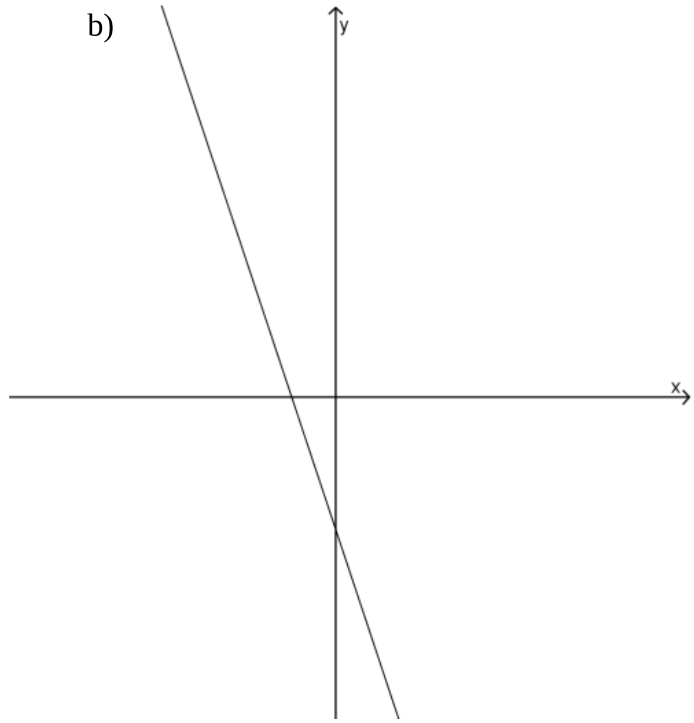
Les réciproques

Exercice 1:
Dessiner un croquis de la réciproque de chacune des fonctions ci-dessous et dire si la réciproque est une fonction ou une relation. Je vous aide en vous donnant l’axe de symétrie et quelques points pour la première fonction.

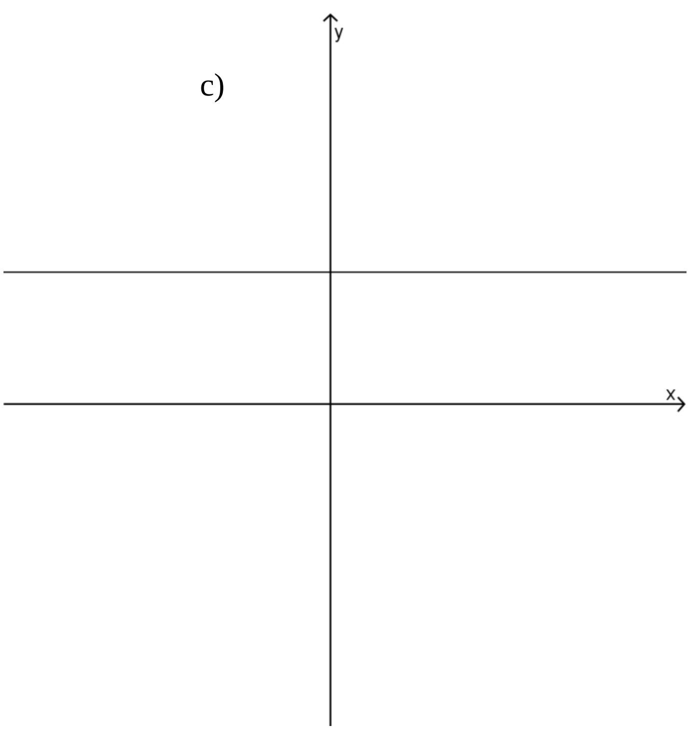
a)



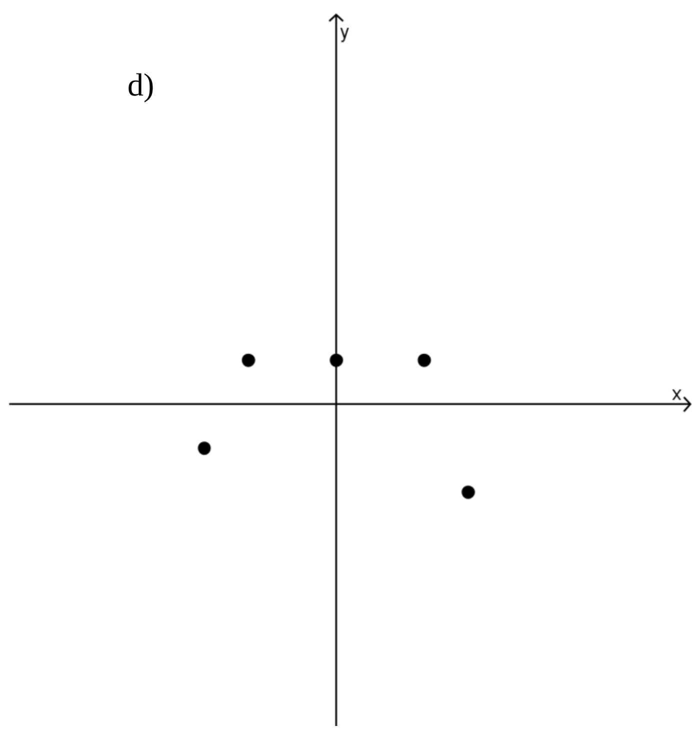
b)



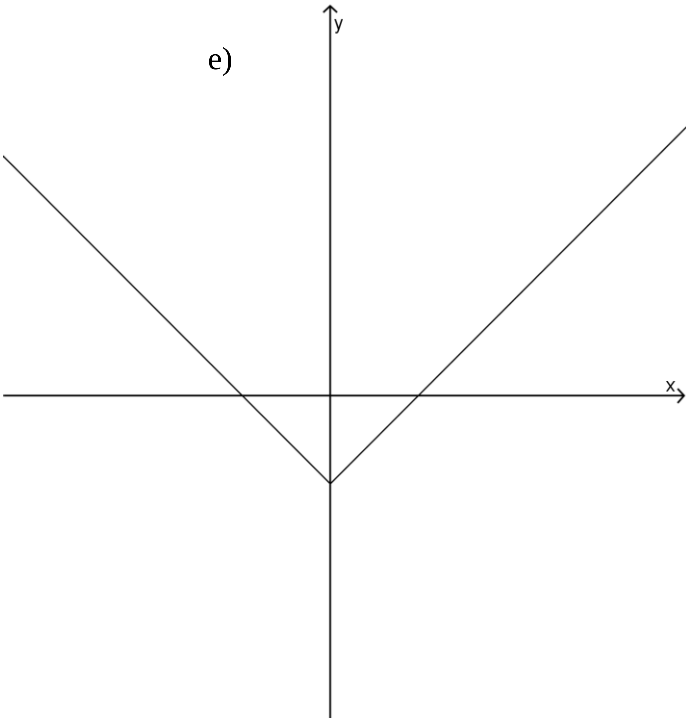
c)



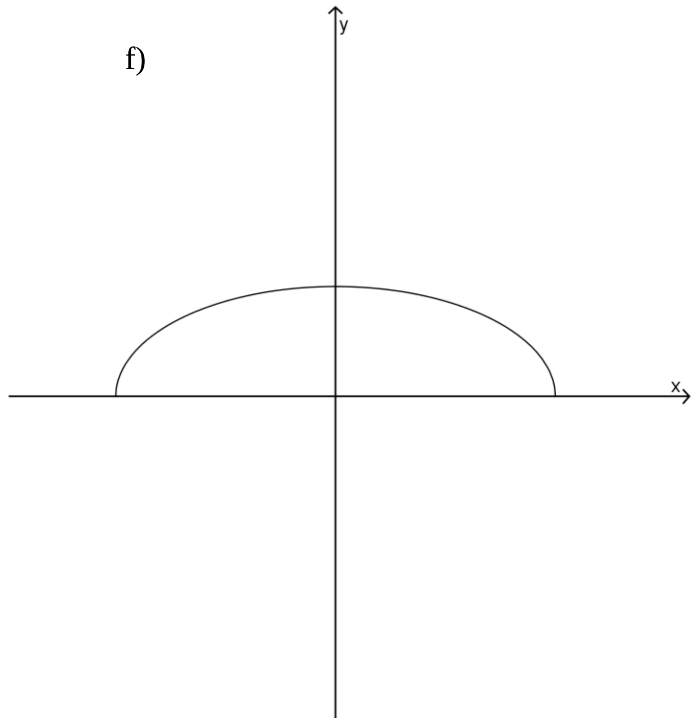
d)



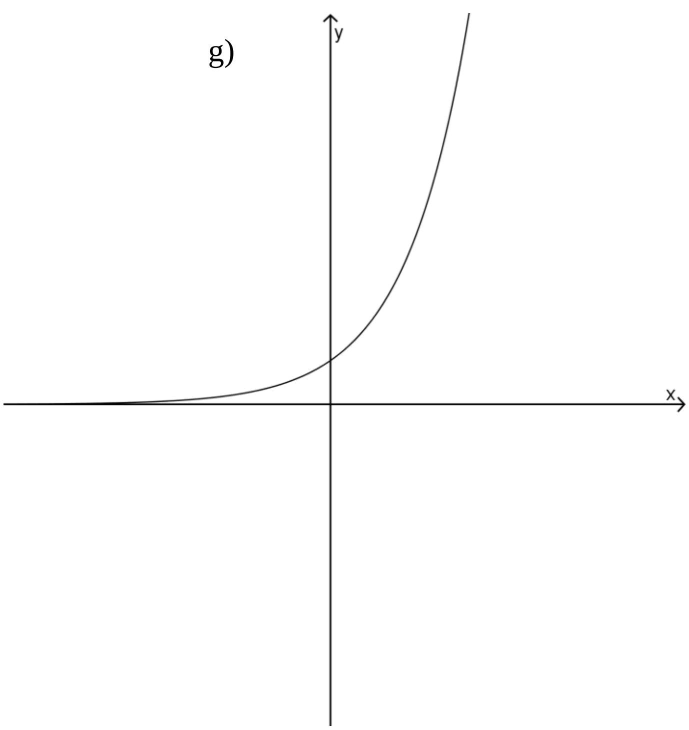
e)



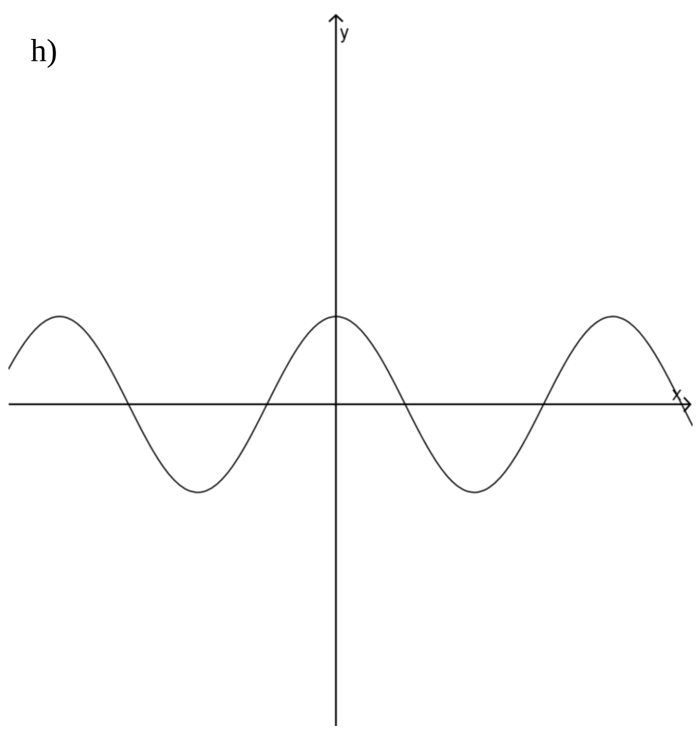
f)



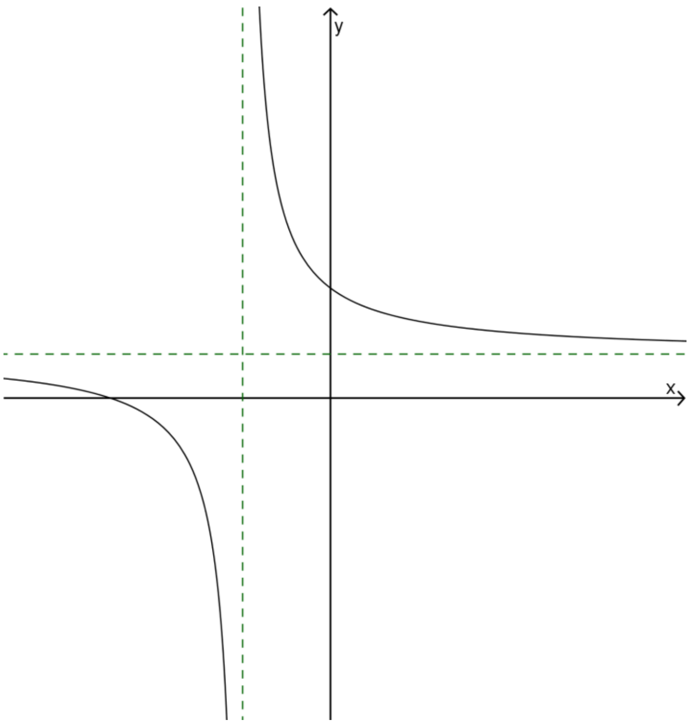
g)



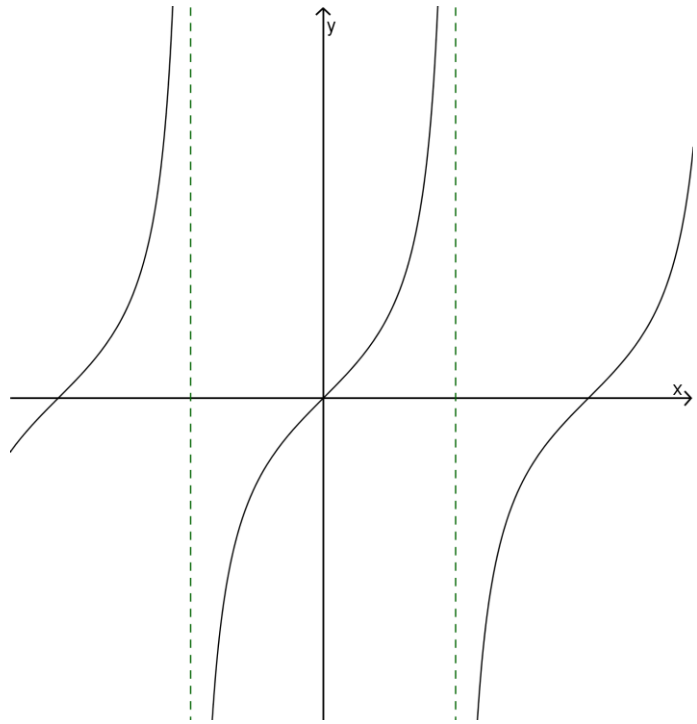
h)



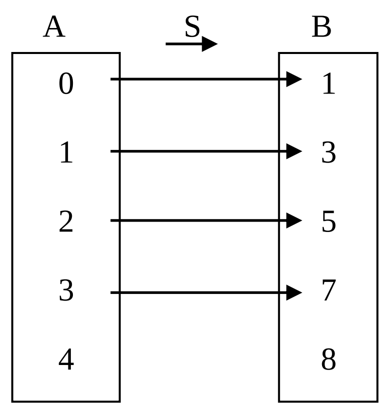
i) (les pointillés sont des asymptotes)



j) (les pointillés sont des asymptotes)



<u>Exercice 2</u>: Soit la relation linéaire S suivante :



a) Écrire S en extension

S =

b) Écrire S^{-1} en extension

S^{-1} =

c) Déterminer les règles de S et S^{-1} en prenant la lettre *x* pour désigner les valeurs de la variable indépendante dans chaque cas.

<u>Exercice 3</u>: Soit les fonctions réelles suivantes. Déterminer la règle de la réciproque de chacune.

a) $f(x) = 3x + 2$

b) $g(x) = \sqrt{x+3}$

c) $p(x) = \dfrac{x+3}{6}$

d) $r(x) = \dfrac{1}{x+1}$

e) $n(x) = 3x^2$

f) $s(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$

g) $t(x) = \sqrt{2 - x^2}$

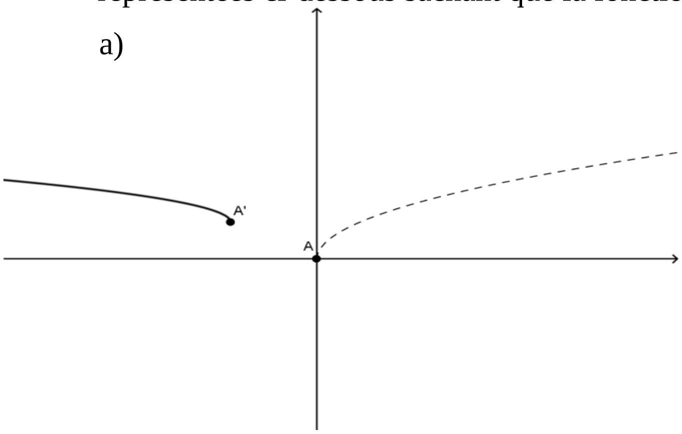
h) $h(x) = 5$

<u>Exercices récapitulatifs sur les paramètres et les réciproques</u>

<u>Exercice 1</u>:

Donner les <u>signes</u> des paramètres *a, b, h, k* (ou dire s'ils sont nuls) des 4 fonctions transformées représentées ci-dessous sachant que la fonction de base (racine carrée) est tracée en pointillés.

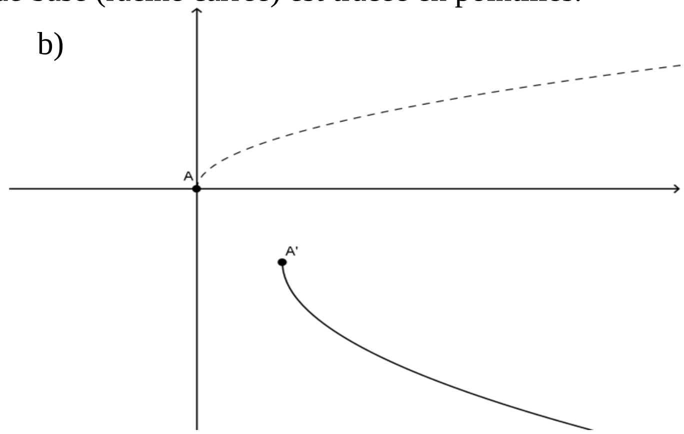
a)



a ____0 b ____0

h ____0 k ____0

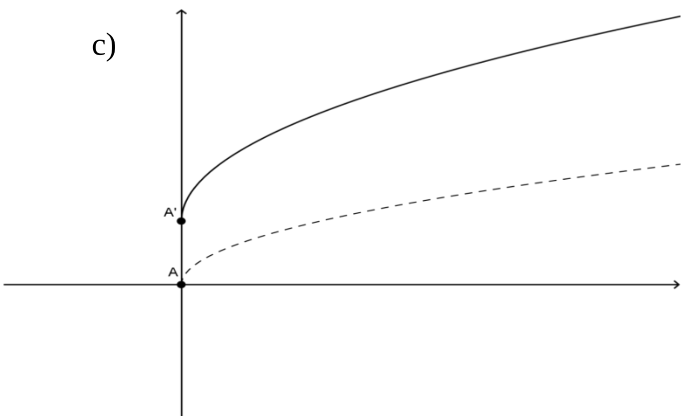
b)



a ____0 b ____0

h ____0 k ____0

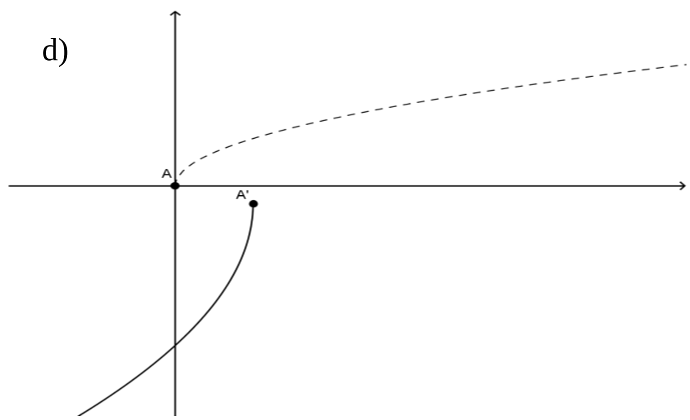
c)



a ____0 b ____0

h ____0 k ____0

d)



a ____0 b ____0

h ____0 k ____0

<u>Exercice 2</u>:

Donner le domaine de j^{-1} sachant que $j(x)=0,5x+3 \ (x\geq 8)$.

Exercice 3:
Vrai ou faux?
a) La réciproque d'une fonction est toujours une fonction.
b) Si $f(0)=a$ alors $f^{-1}(a)=0$
c) Si une fonction h est croissante sur $[a\ ,\ b]$ alors h^{-1} est décroissante sur $[a\ ,\ b]$
d) Deux fonctions réciproques ont le même domaine.
e) Si une fonction transformée g n'admet pas de translation verticale par rapport à sa fonction de base f, la fonction g^{-1} n'admettra pas de translation horizontale par rapport à f^{-1}

Exercice 4:
Le couple (-5 , 2) appartient à la fonction $g(x)=-0{,}5LOL\left(\frac{1}{3}(x-1)\right)$. Nommer un couple appartenant à $f(x)=LOL(x)$.

Exercice 5:
Soit la fonction valeur absolue de base $f(x)=|x|$ sur laquelle on a appliqué la série de transformations géométriques suivantes :
- Symétrie selon l'axe $x = 0$ suivie d'un étirement horizontal de facteur 2.
- Translations de 6 unités vers la droite et de 1 unité vers le bas.

Écrire la règle de la fonction g ainsi obtenue

Exercice 6:

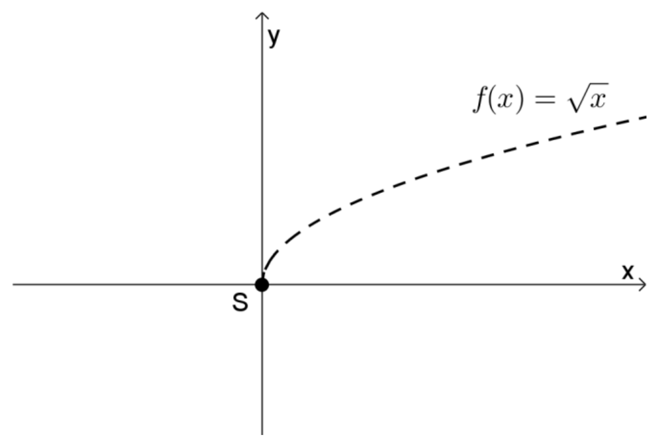
Décrire (en mots) les transformations géométriques (translations, étirements, symétries etc.) qui ont été appliquées à la fonction de base $f(x)=\sqrt{x}$ pour engendrer la fonction $j(x)=20-10\sqrt{x+16}$

Exercice 7:

Soit la fonction de base $f(x)=\sqrt{x}$ dont le domaine est $x\geq 0$ (ou $\mathbb{R}_+$).

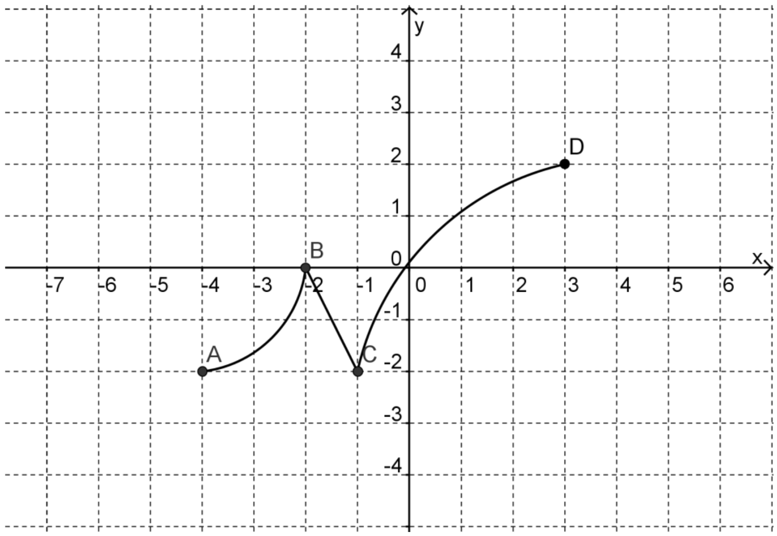
a) Déterminer le domaine de la fonction $h(x)=-50\sqrt{7+3x}+1$.

b) Déterminer la règle de la réciproque de *h* et en préciser le codomaine.



Exercice 8:

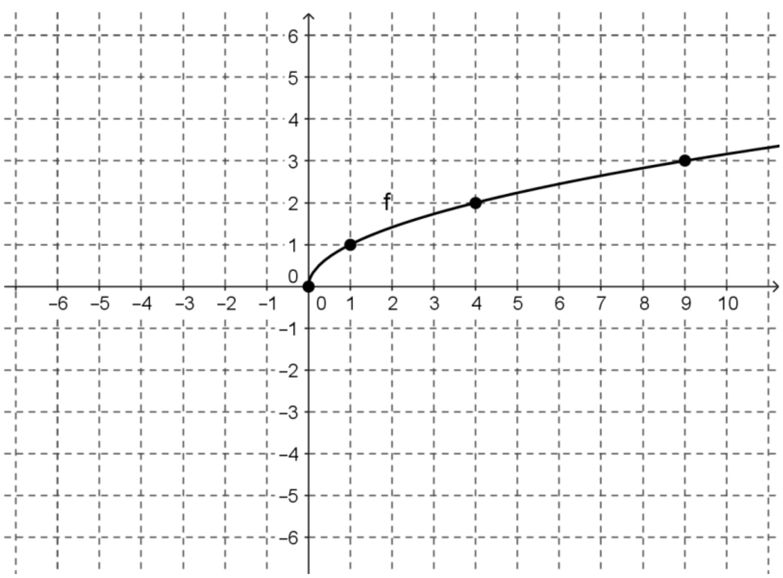
Voici la représentation graphique d'une fonction de base nommée *pic* dont la règle est
f(x) = pic(x)



Trace le graphique de la fonction transformée *g(x)* = -2*pic*(-*x* + 2) - 0.5

Exercice 9:

Voici la représentation graphique d'une fonction de base $f : x \mapsto \sqrt{x}$



a) Dans le même plan cartésien, dessiner (en bleu) $g(x) = \sqrt{-x+4} - 1$ en prenant soin d'identifier la nouvelle position des 4 points fournis.

b) Dans le même plan cartésien, dessiner (en rouge) $g^{-1}(x)$

Exercice 10:

Soit les ensembles $A = \{-6, 0, 3, 9\}$ et $B = \{-5, -3, -1, 0, 1, 5\}$ et la fonction

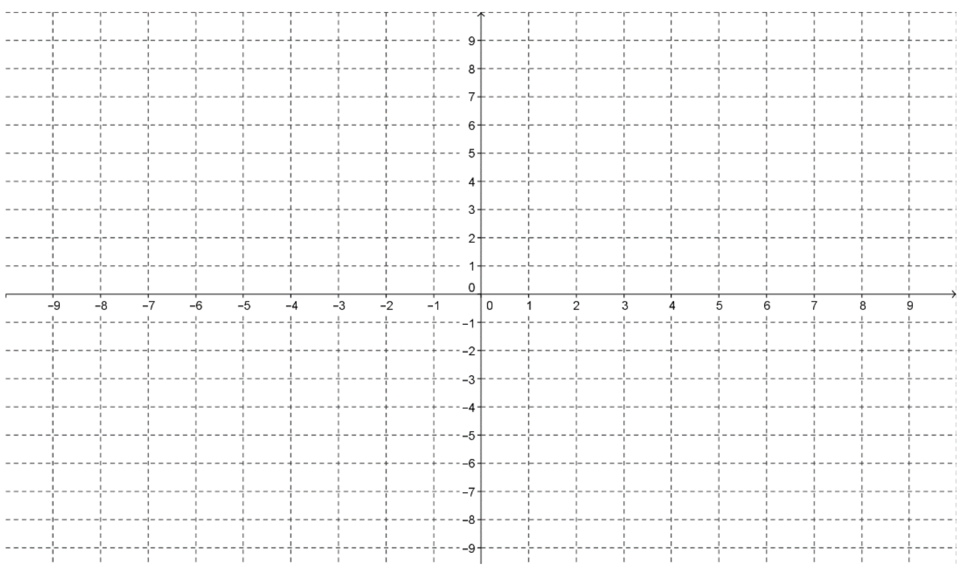
f : A $\mapsto$ B

$x \mapsto -\frac{2}{3}x + 1$

a) Représenter la fonction *f* par un diagramme sagittal.

b) Déterminer : dom *f* : ______________ codom *f* :___________

c) Représenter en noir cette fonction *f* dans le plan cartésien.



d) La réciproque est-elle une fonction?_____________

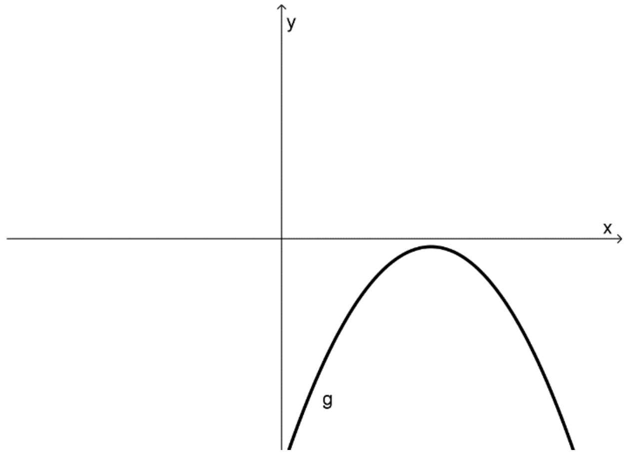
e) Représenter (en rouge) f^{-1}

f) Déterminer la règle de f^{-1} :

Fonctions polynômiales du 2e degré

Exercice 1:

Soit la règle de la fonction $g(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3x - 7$ et sa représentation graphique.



a) Dans le même plan cartésien, dessiner un croquis de sa réciproque.

b) La réciproque est-elle une fonction ?________________

c) Faire l'analyse complète de la fonction g.

Dom g = _______________ et Codom g = _______________

Si $x = 0 \Rightarrow g(x) =$ __________

Si $g(x) = 0$, alors $x =$ ____________

La fonction g possède un max de ______________ en $x =$ _________________

$\forall\ x_1, x_2 \in$____ : $x_1 < x_2 \Rightarrow g(x_1) \leq g(x_2)$

$\forall\ x_1, x_2 \in$____ : $x_1 < x_2 \Rightarrow g(x_1) \geq g(x_2)$

Soit $h(x) = -\frac{2}{3}x - 1$. Dire sur quel intervalle $h(x) > g(x)$

LES DEUX PROCHAINES PAGES SONT RÉSERVÉES À VOS CALCULS…

Exercice 2:

Chacune des équations suivantes peut être résolue sans avoir recours à la formule quadratique. Pouvez-vous les résoudre ?

a) $5t^2 - 15t = 0$ b) $2x^2 + 10x + 12 = 0$ c) $4a^2 - 25 = 0$

d) $8x^2 = 4x$ e) $n^2 + 10n + 25 = 0$ f) $(-b+7)(3b-2) = 0$

g) $x^2 - 2x - 15 = 0$ h) $v^2 + \frac{6}{5}v + \frac{9}{25} = 0$ i) $x^2 + 10x + 21 = 0$

j) $\frac{r^2}{10} - 0{,}5r = 0$ k) $6x^2 - 7x - 3 = 0$ l) $\frac{x^2}{4} + x + 1 = 0$

m) $16x^2 - 1 = 0$ n) $12c^2 - 5c = 0$ o) $5x^2 - 27x + 10 = 0$ p) $-\frac{1}{2}a^2 + 1 = 0$

Exercice 3:

Factoriser chacune des expressions algébriques ci-dessous.

a) $x^6 + 3x^3 - 54$ b) $9a^6 - b^4c^4$

c) $a(b-c) - (b-c)^2$ d) $12a^2 + a - 1$

e) $16m^2 - 4m^2n - 20mn^2$ f) $x^2 + 18x + 81$

g) $3y^2 + 6y - 9$ h) $a^2 + 2ax - 2ab - 4bx$

i) $2c^3 + 3c^2d - 2cd^2 - 3d^3$ j) $x^3 - 4 - 4x^2 + x$

k) $8 + 6x - 5x^2$ l) $(x-y)^2 - (x+y)^2$

Exercice 4:

Soit la fonction $j(x) = t\sqrt{\sigma x - \sigma\pi} + \lambda$

Déterminer la règle de j^{-1} et l'écrire sous sa forme canonique.

$j^{-1}(x) =$

Calculs…

Calculs…

<u>Jeunes Entreprise</u>

Une Jeune Entreprise se lance dans la fabrication de patins à roues alignées. Selon les prévisions, il faudra produire un certain nombre de patins pour s'assurer d'un profit. Par contre, il ne faut pas en produire trop, ce qui créerait un surplus d'inventaire.
La règle $P(x) = -50x^2 + 700x - 2000$ décrit la relation entre le nombre de paires de patins vendues, en milliers, et le profit engendré, en milliers de dollars (k$).
L'entreprise s'intéresse donc au nombre de paires de patins qu'elle doit fabriquer pour réaliser un profit.

a) Pour combien de paires de patins l'entreprise enregistre-t-elle une perte ?

b) Pour combien de paires de patins l'entreprise fait-elle un profit ?

c) Combien de paires de patins l'entreprise doit-elle produire pour générer des profits supérieurs à 337,5 k$?

Fonction valeur absolue

Exercice 1:

Pour chacune des fonctions valeur absolue suivantes :

i. Écrire la règle sous sa forme canonique (à 3 paramètres)
ii. Préciser le domaine et le codomaine de la fonction.
iii. Donner les zéros, s'ils existent.

a) $f(x) = 2|3x+6|+1$

b) $g(x) = 3|-2x+4|-1$

c) $h(x) = -0{,}5|4x+8|+3$

d) $j(x) = -2|0{,}5x-1|+2$

<u>Exercice 2</u>:

Faire l'analyse complète des fonctions suivantes.

[DOMAINE, CODOMAINE, ORDONNÉE À L'ORIGINE, ZÉRO(S), EXTREMUM, VARIATION, SIGNE, ÉQUATION DE L'AXE DE SYMÉTRIE]

Conseil : faites-vous un croquis…

a) $g(x) = 2\left|x + 3\right| - 4$

b) $h(x) = \frac{-2}{5}\left|x - 1\right| + 2$

<u>Exercice 3</u>:

Donner l'équation de chacune des fonctions valeur absolue suivantes :

a) Son sommet est (1, 3) et l'ordonnée à l'origine de la fonction est 5.

b) Ses zéros sont 0 et 4 et son minimum est -1.

c) Son axe de symétrie est $x = 1$, elle passe par le point (2, 3) et l'un de ses zéros est -3.

La page suivante est réservée aux calculs.

Exercice 4:

Le toit d'un édifice a la forme d'un triangle isocèle. Dans le plan cartésien, les sommets du triangle ont pour coordonnées en mètres (0, 24) ; (15, 40) ; (30, 24). Exprimer l'équation de ce toit par une fonction valeur absolue.

Exercice 5:

Dans un plan cartésien, les courbes de deux fonctions valeur absolue forment un losange. Les points A(-1, 3), B(3, 15) et C(7, 3) sont trois sommets de ce losange.

a) Quelles sont les coordonnées du quatrième sommet?

b) Quelles sont les règles de ces deux fonctions?

c) Quelles sont les coordonnées des points d'intersection des côtés du losange et de l'axe des abscisses?

d) Quelle est l'aire du losange?

Exercice 6:

Donner la règle de la fonction valeur absolue passant par les points suivants :

a) (1, 4), (3, 0) et (6, 2)

b) (-2, 1), (2, 2) et (4, 0)

Exercice 7:

Détermine l'ensemble solution. **Donner les valeurs exactes** !!

a) $-2|x+4|+3=\frac{1}{2}x+2$

b) $|x-1|-4=-2(x-1)^2+6$ (EXTRÊME !)

Exercice 8:

VRAI OU FAUX ? x étant un nombre réel quelconque.

a) $|x^2+x|=|x|\cdot|x+1|$

b) $|-x^2|=-x^2$

c) $|x^2+x|=|x^2|+|x|$

d) $2|6-3x|=6|x-2|$

e) $|x-5|=|5-x|$

f) $|x-5|=|x|-5$

Exercice 9:

Soit deux fonctions : $g(x)=2|-2x+6|-8$ et $h(x)=-|-21+7x|+10$

Détermine l'intervalle sur lequel $g>h$.

Exercice 10:

Déterminer l'ensemble solution de l'inéquation suivante : $4x-2\leq 2|1-x|-3$.

Calculs…

La fonction racine carrée

Faites vos calculs à la page suivante.

Exercice 1:
Effectue les opérations suivantes et simplifier le résultat:

a) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ b) $\sqrt{5}\left(2-\sqrt{5}\right)$ c) $\left(\sqrt{7}\right)^2$ d) $\left(\sqrt{3}+1\right)^2$

Exercice 2:
Utilise la propriété relative au produit pour réduire le radicande, s'il y a lieu.

a) $\sqrt{72}$ b) $\sqrt{300}$ c) $-4\sqrt{50}$ d) $2a\sqrt{125a^3}$

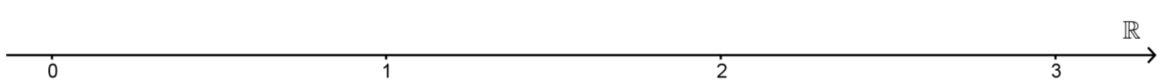
Exercice 3:
Effectue les opérations suivantes après avoir réduit les radicandes, s'il y a lieu.

a) $2\sqrt{12}+3\sqrt{75}$ b) $4\sqrt{45}-2\sqrt{90}$ c) $\dfrac{12\sqrt{8}-\sqrt{50}}{4}$ d) $\dfrac{3\sqrt{48}-\sqrt{75}}{2\sqrt{3}}$

Exercice 4:
Rationalise le dénominateur des fractions suivantes en appliquant les lois appropriées.

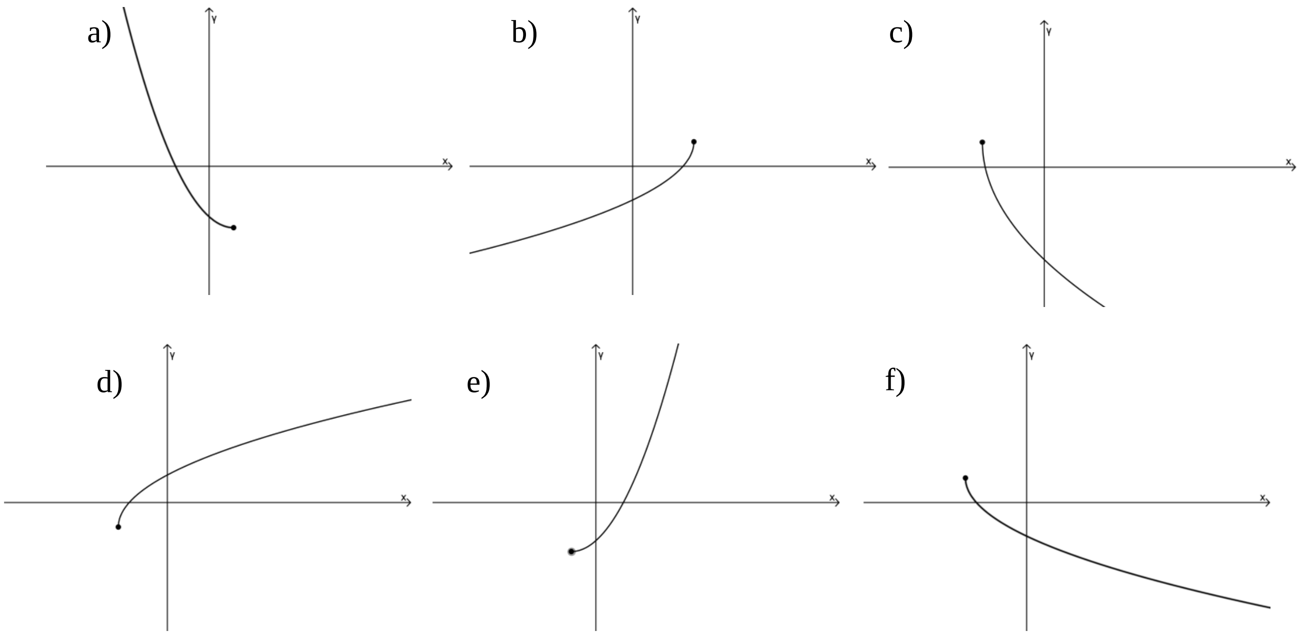
a) $\dfrac{3}{\sqrt{3}}$ b) $\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$ c) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ d) $\dfrac{4+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

Exercice 5:
SANS CALCULATRICE, écrire les valeurs suivantes en ordre croissant et par la suite, les placer sur la droite numérique : $\sqrt{2}$; $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{8}$; $0{,}5$; $\sqrt{3}$; $2{,}5$; $\sqrt{0{,}81}$



Calculs…

<u>Exercice 6</u>:
Lesquels des croquis suivants peuvent représenter une fonction racine carrée?



<u>Exercice 7</u>:
Soit une fonction racine carrée de la forme $f(x)=a\sqrt{b(x-h)}+k$. Donner la variation de cette fonction si :

a) $a>0$, $b>0$, $h<0$, $k<0$

b) $a>0$, $b<0$, $h>0$, $k<0$

c) $a<0$, $b<0$, $h>0$, $k>0$

d) $a<0$, $b>0$, $h=0$, $k=-1$

<u>Exercice 8</u>: SANS FAIRE LE MOINDRE CALCUL, dire si les fonctions suivantes possèdent un zéro ou non.

a) $f(x)=-\sqrt{x+6}+\frac{7}{2}$ b) $g(x)=3\sqrt{-x-1}+11$ c) $h(x)=-0{,}144\sqrt{\frac{x}{3}}-8$

d) $f(x)=122\sqrt{x-0{,}1}$ e) $f(x)=a\sqrt{b(x-h)}+k$ si $a<0$, $b<0$, $h>0$, $k>0$

Exercice 9:
Écrire les règles ci-dessous sous la forme canonique dans laquelle $b = 1$ ou $b = -1$.

a) $f(x) = 3\sqrt{4x + 4} - 3$

b) $g(x) = -2\sqrt{-2x + 4} - 2$

c) $i(x) = -3\sqrt{10 - 25x} + 4$

d) $j(x) = -\sqrt{8x + 6}$

e) $k(x) = 4\sqrt{0{,}01x + 240} - 6$

f) $n(x) = -0{,}5\sqrt{8 - \frac{1}{4}x} + 1$

Exercice 10:
Résoudre les équation et inéquation suivantes.

a) $8\sqrt{0{,}25(x+5)} - 3 \geq x + 5$

b) $\frac{x}{2} + 2 = \sqrt{-x+6} + 1$

Faites vos calculs à la page suivante.

Exercice 11:

Soit les fonctions :

$f(x)=\frac{1}{7}\sqrt{3-x}+2$ $\quad g(x)=5-\frac{2}{5}\sqrt{5x+1}$ $\quad h(x)=11\sqrt{\frac{1}{4}(4+x)}-2$ $\quad j(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{-x-3}-4$

a) Dire si chacune des fonctions suivantes est croissante ou décroissante
b) Donner les coordonnées du sommet de chaque fonction
c) DE MANIÈRE ALGÉBRIQUE, donner le domaine de chaque fonction.
d) **En observant seulement les paramètres**, donner le codomaine de chaque fonction.
e) Donner la règle de la réciproque de chacune de ces fonctions (et limiter le domaine si nécessaire).
f) Donner le zéro de chaque fonction.

Exercice 12:

Déterminer la règle de la fonction racine carrée *f* sachant que son sommet coïncide avec l'ordonnée à l'origine de la fonction $g(x)=|-3x-18|-6$ et qu'elle passe par le zéro de la demi-droite décroissante de la fonction *g*.

Exercice 13:

Résoudre les équations suivantes :

a) $f=g$ si $f(x)=\frac{3}{2}\sqrt{-x+7}$ et $g(x)=2\sqrt{x+5}$

*b) $-\sqrt{\frac{x}{2}}+1=-\sqrt{-2x+6}+3$

*c) $\frac{-|x-3|}{2}+6=\sqrt{2x+15}$

Calculs…

Faites vos calculs à la page suivante.

Exercice 14:

La température T d'un gaz (en degrés Celsius) que l'on chauffe et refroidit pendant t minutes varie de la manière suivante :

$$T = \begin{cases} -2\left|2t-6\right|+100 & 0 \leq t \leq 7 \\ ? & 7 \leq t \leq 9 \\ -\sqrt{t-9}+84 & 9 \leq t \leq 16 \end{cases}$$

a) Combien de temps a duré l'expérience?
b) Combien de temps a duré la 2^e phase de l'expérience?
c) Considérant que pendant cette deuxième phase, la température du gaz fut maintenue constante, quelle a été sa température?
d) Quelle a été la dernière température enregistrée?
e) Pendant combien de temps la température fut-elle inférieure à 86^oC ?

Exercice 15:

Déterminer la règle de la réciproque de chacune des fonctions définies par les règles suivantes.

a) $f(x) = 4\sqrt{-(x-1)} + 3$

b) $h(x) = 4\sqrt{9x+27} + 6$

c) $i(x) = 4\sqrt{2-x} - 8$

Exercice 16:

Dans quel quadrant se situe le graphique de f^{-1} si celui de f (fonction racine carrée) est entièrement tracé dans :

a) le 1^{er} quadrant ? b) le 2^e quadrant ? c) le 3^e quadrant ? d) le 4^e quadrant ?

Exercice 17:

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer <u>algébriquement</u> le domaine, les coordonnées du sommet de la fonction et donner la variation de la réciproque.

a) $f(x) = 4\sqrt{2x+6} - 3$

b) $g(x) = -\sqrt{5}\sqrt{0{,}25x+1} - 2$

Calculs…

Exercice 18:
Un technicien utilise un oscilloscope pour analyser le signal électrique passant dans un condensateur. Il note que la tension électrique varie de la manière suivante.

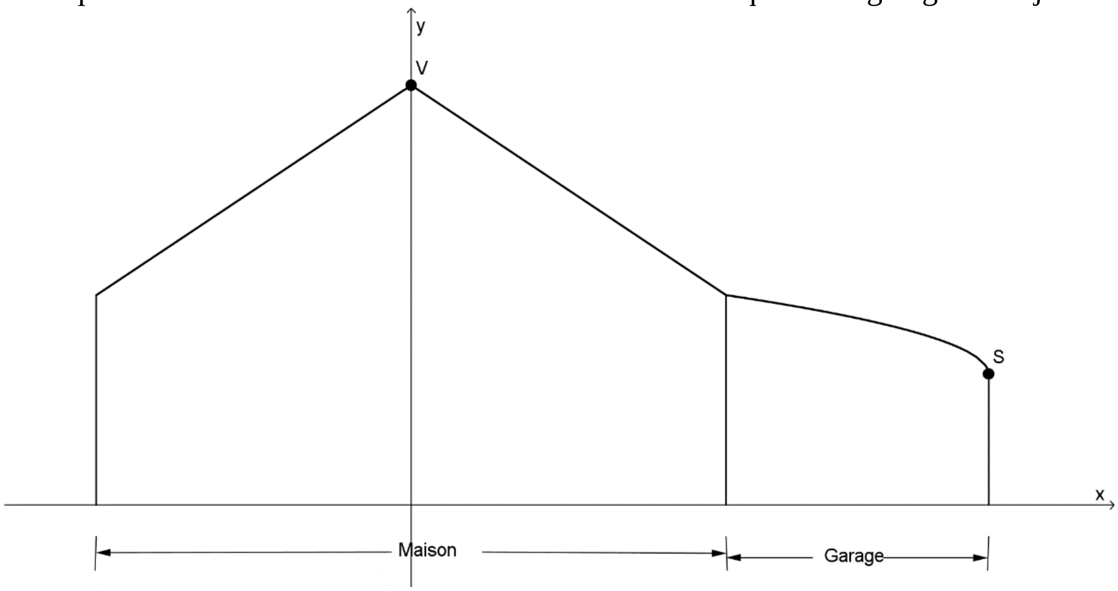
$$E = \begin{cases} -2|t-5|+10 & 0 \le t \le 5 \\ \dfrac{10}{3}\sqrt{-t+14} & 5 \le t \le 14 \end{cases}$$

où t est donné en millisecondes et E en volts

Pendant combien de temps la tension relevée a-t-elle été inférieure à 7 volts ?

Exercice 19:

Voici la représentation d'un bâtiment formé d'une maison à laquelle un garage est adjacent.



La toiture de la maison a la forme d'une fonction valeur absolue et son point culminant est à une hauteur de 8m. La maison (seulement la partie habitable) a une devanture large de 12m. Le toit du garage (fonction racine carrée) a une hauteur maximale de 4m et minimale de 2.5m. Sachant que le garage a une largeur de 5m et que les points V et S sont les sommets des deux fonctions :

a) Écris une règle permettant de représenter le toit du bâtiment sous la forme d'une fonction par parties.

b) Détermine la hauteur, au centième près, du garage en son centre.

c) Quelle serait la longueur (oblique) du panneau qu'il faudrait ajouter à la partie gauche de la toiture de la maison pour que le bout du toit soit à 2m du sol ?

Fonction rationnelle

Exercice 1:

Une école organise une sortie au parc d'attractions. Le prix d'entrée est de 15$ par élève. Les élèves doivent également **partager** les frais de transport en autobus qui sont de 200$.

a) Détermine la règle qui permet de calculer le **coût *C* par élève** de la sortie par élève si x élèves participent à la sortie.

b) Trace le croquis de cette fonction en respectant les restrictions du domaine et du codomaine.

c) Combien d'élèves doivent aller à la sortie pour que le prix par élève soit inférieur à 25$?

d) Le prix payé par chaque élève est de 20$. Détermine le nombre d'élèves qui participent à la sortie.

e) Est-il possible que le coût par élève soit de 15$?

f) Deux élèves ont gagné au concours « une sortie gratuite! ». Ils deviennent alors les invités du reste du groupe. Que devient la règle qui permet de calculer le coût C par élève (payeur) de la sortie pour les x élèves présents ?

Exercice 2:

Pour le concours des Jeunes Entrepreneurs, deux élèves de cinquième secondaire ont décidé d'offrir leurs services pour programmer des pages web. Ils ont calculé que le profit moyen P généré par la création de ces pages web variait selon la règle : $P(x)=\frac{200x-400}{x+10}$ où x représente le nombre de pages web programmées.

a) Quelles sont les équations des asymptotes à la courbe de la fonction **qui sert de modèle** à la situation ?

b) Trace un croquis de la fonction P **qui sert de modèle** à la situation.

c) Détermine le domaine et le codomaine de la fonction P **restreinte à la situation.**

d) Combien de pages web doivent-ils créer s'ils veulent réaliser un profit unitaire strictement positif ?

Faire vos calculs à la page suivante…

Exercice 3:
Écrire les fonctions suivantes sous forme canonique.

a) $f(x) = \dfrac{x-4}{x-5}$ b) $g(x) = \dfrac{4x-5}{2x-2}$ c) $h(x) = \dfrac{-6x+1}{2x+3}$ d) $i(x) = \dfrac{2x+1}{4x-3}$

Exercice 4:
Écrire sous la forme canonique à trois paramètres (a, h et k) les règles des fonctions suivantes, donner les coordonnées du centre de chaque hyperbole, donner sa variation, son domaine et son codomaine.

a) $f(x) = \dfrac{-12}{5x+60} - 10$ b) $g(x) = \dfrac{6-8x}{2x+2}$

Exercice 5: Résoudre dans IR

a) $\dfrac{3x+2}{4x-1} = x-2$ b) $\dfrac{3x+4}{x-1} = \dfrac{6x-3}{4-x}$

Exercice 6:
Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

a) $\dfrac{-2}{x+6} \geq 4$ b) $-2 \geq \dfrac{2x+6}{x-1}$ c) $x-2 \leq \dfrac{10x+5}{2x}$

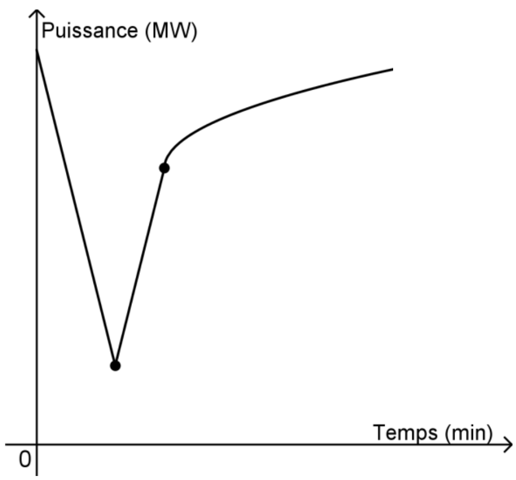
Calculs…

Vous avez la page suivante pour compléter vos calculs…

À la suite d'un bris, la puissance générée par une centrale électrique chute puis est progressivement rétablie. Trois minutes après l'incident, on constate que la puissance est de 120 MW et que cette puissance chute de 40 MW / min. La puissance est minimale au bout de 5 minutes.

La fonction *f* ci-dessous représente la variation de la puissance en mégawatts depuis le bris.

Attention : le graphique n'est PAS à l'échelle…



$$f(x)=\begin{cases} a\left|x-h_1\right|+k_1 & 0\le x\le 6{,}5 \\ 9{,}3\sqrt{x-h_2}+k_2 & x\ge 6{,}5 \end{cases}$$

Avant que la puissance ne revienne à la normale, pendant combien de temps la puissance générée par la centrale fut-elle supérieure à 85% de sa valeur initiale ?

Réponse : Pendant ________ heure(s) __________ minute(s) et _____________ seconde(s).

Les composées de fonctions

Faites vos calculs à la page suivante.

Exercice 1:

Voici les équations de quelques fonctions réelles. Trouver la règle de chacune des composées demandées (le croquis n'est pas demandé !).

$f(x)=[x]$ $\quad g(x)=\sqrt{x}$ $\quad r(x)=|x|$ $\quad s(x)=\dfrac{1}{x}$ $\quad t(x)=x+1$ $\quad v(x)=x-2$

a) $f \circ t$ b) $s \circ t$ c) $r \circ s$ d) $f \circ r$ e) $t \circ r \circ s$ f) $r \circ s \circ t$

g) $r \circ f$ h) $r \circ s \circ t \circ v$ i) $s \circ f$ j) $r \circ v \circ s \circ t$ k) $r \circ v \circ g \circ t$ L) $s \circ t \circ t$

Exercice 2:

Soit $f(x) = 2x$ et $g(x) = x + 1$

a) Déterminer les règles des fonctions demandées

f^{-1} $\quad g^{-1}$ $\quad g^{-1} \circ f^{-1}$ $\quad f^{-1} \circ g^{-1}$

b) Déterminer les règles des fonctions demandées

$g \circ f$ $\quad (g \circ f)^{-1}$

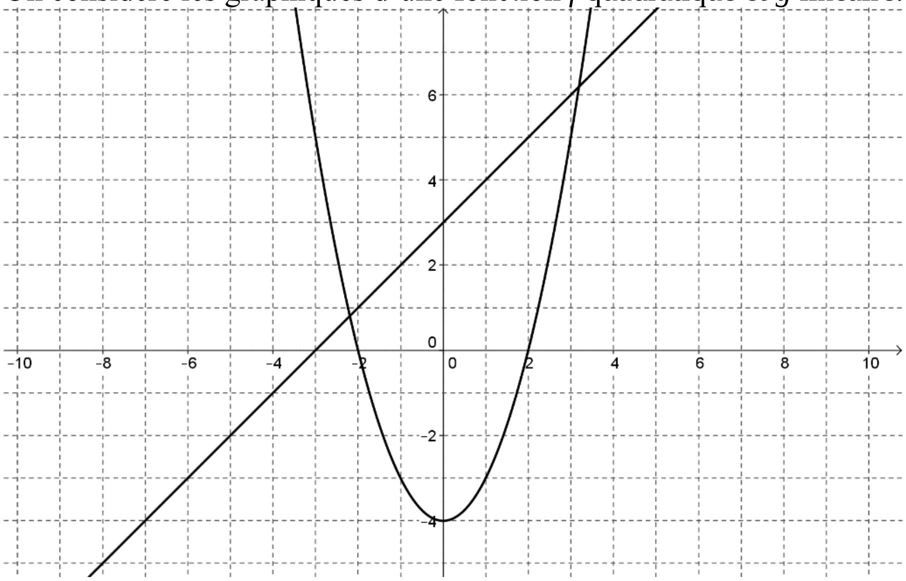
$f \circ g$ $\quad (f \circ g)^{-1}$

Calculs…

Faites vos calculs à la page suivante.

Exercice 3:

On considère les graphiques d'une fonction *f* quadratique et *g* linéaire.



a) Tracer le graphique de $g \circ f$ SANS CHERCHER LES RÈGLES des fonctions.

b) Tracer le graphique de $f \circ g$ SANS CHERCHER LES RÈGLES des fonctions.

Exercice 4:

La fonction permettant de convertir les **livres** en **rotos** est donnée par $f(x) = 1{,}3x$ et celle permettant de convertir des **kilogrammes** en **livres** par $g(x) = 2{,}2x$. Donner la règle de la fonction permettant de convertir des **kilogrammes** en **rotos**.

Exercice 5:

Soit *f* et *g* deux fonctions linéaires. Si $f(x) = 2x + 1$ et $g \circ f(x) = x$, que peut-on dire au sujet de la fonction *g* ?

Exercice 6:

Soit *f* et *g* deux fonctions linéaires. Si $f(x) = 2x + 1$ et $g \circ f(x) = 6x + 1$, détermine la règle de la fonction *g*.

Calculs…

<u>Opérations sur les fonctions</u>
Faites vos calculs à al page suivante.
<u>Exercice 1</u>:
Soit les fonctions définies par les règles suivantes :

$f(x)=x-1$ $g(x)=2x-7$ $h(x)=2x^2-x-21$ $j(x)=2x^2-2$

Déterminer la règle réduite de chaque fonction :

a) $g-f$ b) $\frac{g}{h}$ c) $h+j$

<u>Exercice 2</u>:
Soit les fonctions :

$f(x)=2x+1$ $g(x)=\sqrt{4x-9}$ $h(x)=2|3x-5|+8$ $k(x)=3[6x+1]+2$

Déterminer la règle de la fonction :

a) $g\circ f$ b) $h\circ f$ c) $k\circ f$

<u>Exercice 3</u>:
Soit les fonctions définies en extension.

$g=\{(1\ ,\ 2),(4\ ,\ 5),(7\ ,\ 8),(9\ ,\ 10)\}$
$f=\{(3\ ,\ 2),(6\ ,\ 5),(0\ ,\ 10)\}$
$h=\{(0\ ,\ 1),(8\ ,\ 1),(3\ ,\ 0)\}$

a) Tracer le graphique sagittal de $f^{-1}\circ g$

b) Donner en extension $\left(f^{-1}\circ g\right)^{-1}+h$

<u>Exercice 4</u>:
Un pigiste paie 26% d'impôt fédéral et 23% d'impôts provincial sur ses revenus. Si *x* représente le revenu de ce travailleur en dollars :

a) Donne la règle de la fonction *f* permettant de calculer l'impôt fédéral à payer.

b) Donne la règle de la fonction *g* permettant de calculer l'impôt provincial à payer.

c) Exprime la règle de la fonction *h* qui permet de calculer les deux impôts sur ce montant au moyen d'opérations sur les fonctions *f* et *g*.

Calculs…

Faites vos calculs à la page suivante.

Exercice 5:

Déterminer le domaine des fonctions réelles suivantes

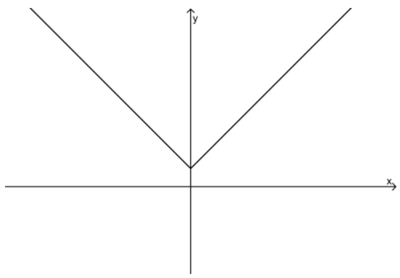
a) $f(x) = \dfrac{x+2}{3x-4}$ b) $g(x) = \dfrac{\sqrt{x-2}}{x+5}$ c) $h(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x-3}}$

d) $j(x) = \dfrac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{x+1}}$ e) $l(x) = \dfrac{\sqrt{2x+4}}{\sqrt{5x-2}}$

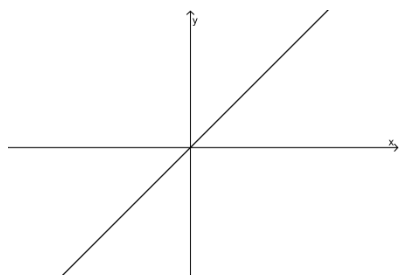
Exercice 6:

Soit les graphiques de 3 fonctions :

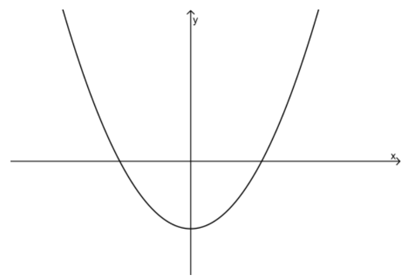
$f(x) = |x| + 3$



$g(x) = x$



$r(x) = x^2 - 9$



a) Tracer le croquis de $f \circ r$

b) Tracer le croquis de $f + g$

Exercice 7:

Soit les fonctions *f* et *g* suivantes, donner les 4 règles demandées :

a) $f + g$ b) $f - g$ c) $f \times g$ d) $f \div g$

Préciser ensuite le domaine de chaque fonction obtenue.

(1) $f(x) = 3x + 2$ et $g(x) = x - 3$

(2) $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = x^2 + x - 3$

(3) $f(x) = \sqrt{2x-3}$ et $g(x) = -\sqrt{2x-3}$

Calculs…

Faites vos calculs à la page suivante.

POUR LES AS

Soit trois fonctions : $f(x) = 4x^2 - 16$, $g(x) = 2x + 4$ et $h(x) = 3$.

Détermine pour quelles valeurs de x on a $h > \left(\frac{f}{g}\right)^{-1}$ $(x \neq -2)$

Exercice 8:
Soit les fonctions f et g suivantes, évaluer les règles demandes puis préciser le domaine de chacune.

a) $f + g$ b) $f - g$ c) $f \times g$ d) $\frac{f}{g}$

(1) $f(x) = 3x + 2$ et $g(x) = x - 3$

(2) $f(x) = \frac{1}{x}$ et $g(x) = x^2 + x - 3$

(3) $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$ et $g(x) = -\sqrt{16 - x^2}$

Exercice 9:
Soit les fonctions suivantes :

$f = \{(0, -3), (1, -1), (3, 3), (4, 5), (6, 9), (7, 11)\}$

$g = \{(0, 7), (2, 2), (3, 5), (4, -1), (5, -4), (7, -8)\}$

$h = \{(0, -3), (3, 0), (4, 1), (5, 7), (8, -2)\}$

Définir en extension :

a) $f \times h$ b) $\frac{g}{h}$ c) $h \circ (f + g)$ d) $f \circ h$

e) $f \circ g^{-1}$ f) $f + g + h$ g) $\frac{g}{f \times h}$ h) $\frac{f^{-1} + g}{h}$

Calculs…

RÉVISION FINALE

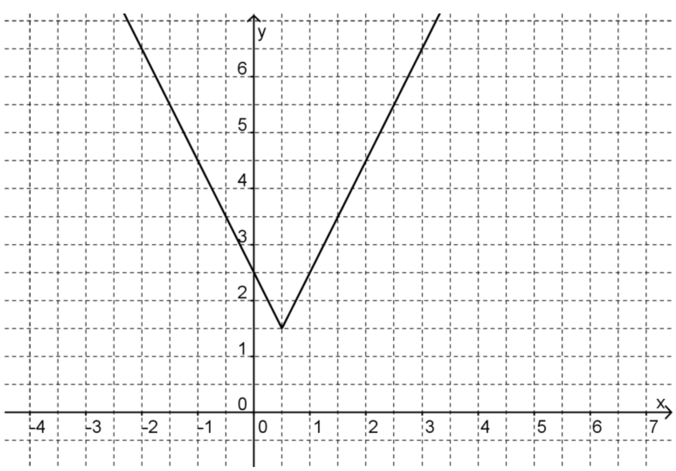
Exercice 1:

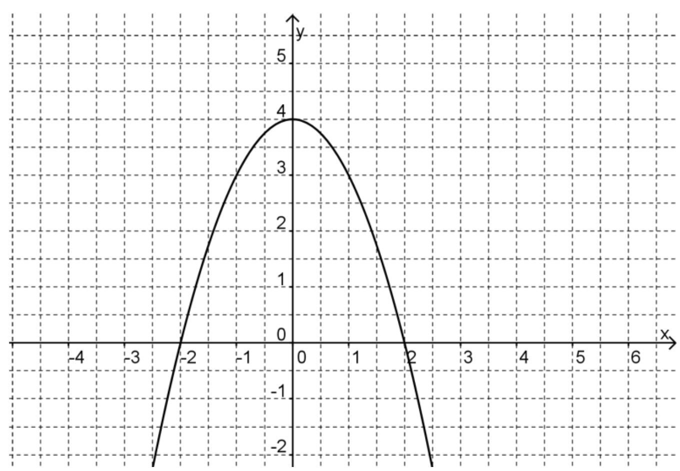
Soit la règle F = $\frac{9}{5}C+32$ où F représente les degrés Fahrenheit et C, les degrés Celsius, et K = C + 273 et K représente les Kelvin.

Donner la règle permettant le passage des Kelvin aux degrés Fahrenheit.

Exercice 2:

Voici les représentations graphiques d'une fonction *f* valeur absolue et *g* quadratique.



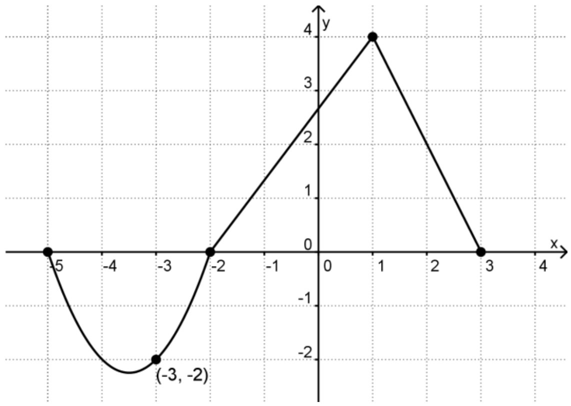


a) Donner 5 couples appartenant à la fonction : $g-f$

b) Quels sont les domaines des fonctions $\frac{f}{g}$ et $\frac{g}{f}$?

Exercice 3:
Soit une fonction *f* représentée dans le plan cartésien ci-dessous.

a) Déterminer la règle de cette fonction définie par parties.



$$f(x)=\begin{cases} & si\ x\in \\ & si\ x\in \\ & si\ x\in \end{cases}$$

b) Trouver le domaine et le codomaine de cette fonction.

c) Quels sont les zéros?

d) Donner la valeur des extremums.

e) Dans quel intervalle la fonction est-elle croissante?

f) Pour quelles valeurs de *x* a-t-on $f(x) = 2$?

g) Pour quelles valeurs de *x* a-t-on $f(x) > -2$?

Exercice 4:

Soit $f(x)=10x^2-35x$, $g(x)=5x$ et $h(x)=\frac{1}{3}|x-4|-6$.

Pour quelles valeurs de *x* avons-nous : $\frac{f}{g}<h$?

<u>Exercices *DEATH METAL*</u>

<u>Exercice 1</u>:
Trace un croquis des fonctions suivantes :

Astuce : Procède par étapes et aide-toi des graphiques des fonctions de base présentées en annexe du chapitre des fonctions dans les notes.

a) $f \circ g$ si $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = |x+1| - 3$

b) $h(x) = \left|\sqrt{-x} - 3\right| - \dfrac{5}{2}$

<u>Exercice 2</u>:
Soit 2 fonctions $f(x) = -2\sqrt{4-x} + 3$ et $g(x) = |x| - 2$

a) Déterminer la règle de la fonction $g \circ f$: ______________________________

b) Trace un croquis de cette fonction.

c) Déterminer le domaine de la fonction $g \circ f$: ____________________

d) Déterminer $g \circ f\ (0)$: _________________________________

<u>Exercice 3</u>:
Détermine les couples-solution du système d'équations suivant. **Donner les valeurs exactes** !!

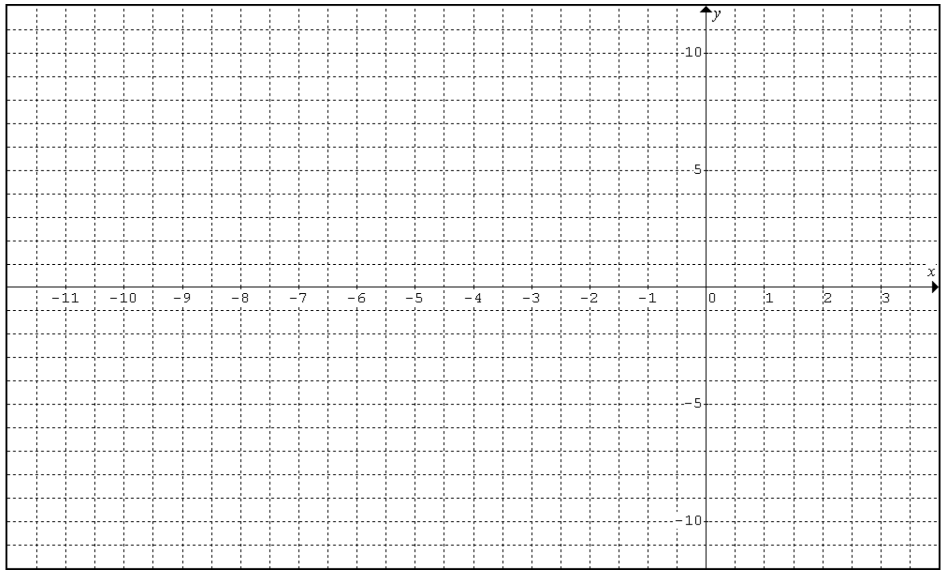
$$y - 1 = |-2x + 4| - 5$$
$$y = -\frac{1}{2}|3 - x|$$

Les solutions de ce système sont : (________ , ________) et (________ , ________).

<u>Exercice 4</u>:

Résous (algébriquement) dans IR l’équation suivante : $-x-2=\left|(x+5)^2-9\right|$

Conseil : Représente les deux fonctions dans le plan cartésien suivant avant d’effectuer ton travail



<u>DÉFI</u> : Résoudre dans IR l’équation suivante : $-\left|x-\dfrac{3}{2}\right|+\dfrac{1}{2}=3(x-1)^2-4$

ANNEXE – FACTORISATION

Note : Les exercices suivants sont tirés du *Cahier Vert*, ou encore *Math enrichie – cahier d'exercices*. Les personnes suivantes en sont les principaux auteurs: Marie-Andrée Delorme, Johanne Daigle, Caroline Gagnon, Suzie Mathieu, Julie Plante, Karine St-Georges, Olivier Arsenault et Sébastien Lamer. Un grand merci à ces généreuses personnes pour leur excellent travail!

Les réponses à ces exercices se trouvent aux pages 155-156 de ce document.

Exercice 1

Factoriser au maximum chacun des polynômes présentés.

a) $-16x^6y^6z^6 - 32x^5y^5z^5 - 4xy^5$

b) $5ab^2 + 20bc - 15c + 25$

c) $-6m^2n^3 + 4mn^2 + 3n^2 + n$

d) $49x^8y^4z^2 + 56x^5y^2 + 42x^2y^2z$

e) $-128s^5t^6v^2 - 28s^4t^3$

Exercice 2

Factoriser au maximum chacun des trinômes présentés.

a) $6w^2 + 16w + 8$

b) $2x^2 - 5x - 12$

c) $5a^2 + 34a - 7$

d) $12a^2 - ab - b^2$

e) $5x^2 - 17x + 6$

f) $2a^2 + 3ab - 5b^2$

g) $\dfrac{a^2}{3} + \dfrac{13a}{3} + \dfrac{42}{3}$

h) $\dfrac{3a^2}{2} + 7a - \dfrac{5}{2}$

i) $-x^2 - 3x + 28$

j) $a^2b^2 + 8ab + 12$

k) $x^6 - 16x^3 + 63$

l) $a^8 - 11a^4 + 10$

m) $x^2 + 6xy + 8y^2$

n) $a^2 - 5abc^2 + 6b^2c^4$

o) $7x^2 + 6x - 1$

p) $6m^2 + 7mn - 3n^2$

q) $3x^2 - 24x + 48$

r) $-4a^2 - 60a - 216$

Exercice 3

Factoriser au maximum.

a) $3(x+y)+5a(x+y)$

b) $8x^2(a+b)-4(a+b)$

c) $7x^3(4x-2y)+14x^2y(4x-2y)$

d) $(a+b)(a-b)+(a+b)^2$

e) $2x(3a+6b)-4y(3a+6b)$

f) $6a^2x+3ax-2a-1$

g) $6ax+12bx-12ay-24by$

Exercice 4

Factoriser au maximum.

a) $25x^6-81$

b) $-100+x^4$

c) $-y^2-36$

d) $7c^2-7d^2$

e) $a^2x-x+4a^2-4$

f) $(x+y)^2-z^2$

g) $(a-b)^2-(x+y)^2$

h) $(x-4)^2-(y+3)^2$

i) x^4-1

j) $(3a-2b)^2-(5a+2b)^2$

k) $a^2b^4-\frac{4}{25}$

l) $121a^2-\frac{a^6}{9}$

m) $x^2-(3-a)^2$

n) $(x-y+2)^2-4$

o) $(3x-2y)^2-(4x-y)^2$

p) $(a+b+c)^2-(m-n)^2$

q) a^2+4b^2

r) $x^6-9x^4-x^2+9$

s) $125(a^2-16b^2)-5a^4(a^2-16b^2)$

t) $2m^3-4mn^2-m^2n+2n^3$

u) $c^2(a+b)-(a+b)$

v) $5ax+5bx+15a-15b$

<u>Exercice 5</u>
Simplifier au maximum.

a) $\dfrac{4y^2+26y+30}{4y^2+12y+9}$

b) $\dfrac{2x^2+5xy+3y^2}{x^2+2xy+y^2}$

c) $\dfrac{2a^2+5ab+2b^2}{4a^2+4ab+b^2}$

d) $\dfrac{x^2-x-30}{x^2+9x+20}$

e) $\dfrac{2a^2+2a-24}{10a^2-160}$

f) $\dfrac{x^2-1}{x^2-2x+1}$

g) $\dfrac{2x^2-32x+128}{4x^2-256}$

h) $\dfrac{(x^2-16)(x^2-9)}{x^2+7x+12}$

*i) $\dfrac{x^8y^4-625}{2x^8y^4+54x^4y^2+100}$

j) $\dfrac{x^2-5x+4}{x^4-17x^2+16}$

k) $\dfrac{(x^2-1)(x^2+1)}{2x^4+4x^2+2}$

l) $\dfrac{8x-12}{2ax+2bx-3a-3b}$

m) $\dfrac{2x(m+n)-y(m+n)}{2mx-my+2nx-ny}$

n) $\dfrac{3x^4+x^2-4}{x^2+2x+1}$

Exercice 1 - RÉPONSES

a) $-4xy^5\left(4x^5yz^6+8x^4z^5+1\right)$

b) $5\left(ab^2+4bc-3c+5\right)$

c) $n\left(-6m^2n^2+4mn+3n+1\right)$

d) $7x^2y^2\left(7x^6y^2z^2+8x^3+6z\right)$

e) $-4s^4t^3\left(32st^3v^2+7\right)$

Exercice 2 - RÉPONSES

a) $2(3w+2)(w+2)$

b) $(2x+3)(x-4)$

c) $(5a-1)(a+7)$

d) $(4a+b)(3a-b)$

e) $(5x-2)(x-3)$

f) $(a-b)(2a+5b)$

g) $\frac{1}{3}(a+6)(a+7)$

h) $\frac{1}{2}(3a-1)(a+5)$

i) $(x+7)(-x+4)$

j) $(ab+2)(ab+6)$

k) $\left(x^3-7\right)\left(x^3-9\right)$

l) $(a-1)(a+1)\left(a^2+1\right)\left(a^4-10\right)$

m) $(x+2y)(x+4y)$

n) $\left(a-2bc^2\right)\left(a-3bc^2\right)$

o) $(x+1)(7x-1)$

p) $(3m-n)(2m+3n)$

q) $3(x-4)^2$ ou $3(x-4)(x-4)$

r) $-4(a+9)(a+6)$

Exercice 3 - RÉPONSES

a) $(3+5a)(x+y)$

b) $4\left(2x^2-1\right)(a+b)$

c) $14x^2(2x-y)(x+2y)$

d) $2a(a+b)$

e) $6(a+2b)(x-2y)$

f) $(2a+1)(3ax-1)$

g) $6(a+2b)(x-2y)$

Exercice 4 - RÉPONSES

a) $(5x^3-9)(5x^3+9)$

b) $(x^2-10)(x^2+10)$

c) $-(y^2+36)$

d) $7(c-d)(c+d)$

e) $(a-1)(a+1)(x+4)$

f) $(x+y-z)(x+y+z)$

g) $(a-b-x-y)(a-b+x+y)$

h) $(x-y-7)(x+y-1)$

i) $(x-1)(x+1)(x^2+1)$

j) $-16a(a+2b)$

k) $\left(ab^2-\frac{2}{5}\right)\left(ab^2+\frac{2}{5}\right)$

l) $\left(11a-\frac{a^3}{3}\right)\left(11a+\frac{a^3}{3}\right)$

m) $(x-a+3)(x+a-3)$

n) $(x-y)(x-y+4)$

o) $-(x+y)(7x-3y)$

p) $(a+b+c-m+n)(a+b+c+m-n)$

q) Polynôme premier (ne peut pas être factorisé).

r) $(x-3)(x+3)(x+1)(x-1)(x^2+1)$

s) $5(a+4b)(a-4b)(5-a^2)(5+a^2)$

t) $(m^2-2n^2)(2m-n)$

u) $(a+b)(c-1)(c+1)$

v) $5(ax+bx+3a-3b)$

Exercice 5 - RÉPONSES

a) $\frac{2(y+5)}{2y+3}$

b) $\frac{2x+3y}{x+y}$

c) $\frac{a+2b}{2a+b}$

d) $\frac{x-6}{x+4}$

e) $\frac{a-3}{5(a-4)}$

f) $\frac{x+1}{x-1}$

g) $\frac{x-8}{2(a+8)}$

h) $(x-4)(x-3)$

*i) $\frac{(x^2y-5)(x^2y+5)}{2(x^4y^2+2)}$

j) $\frac{1}{(x+1)(x+4)}$

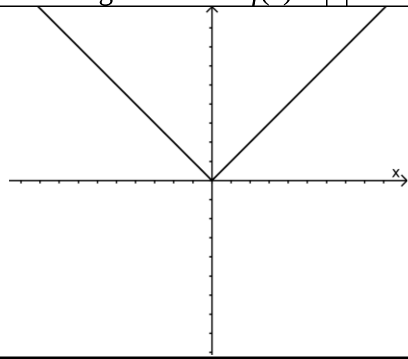
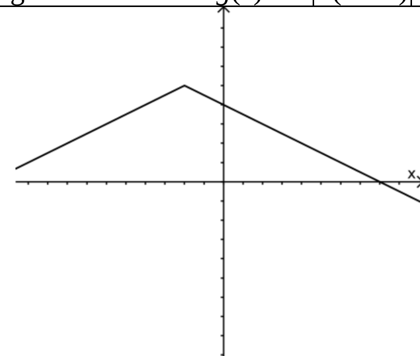
k) $\frac{(x-1)(x+1)}{2(x^2+1)}$

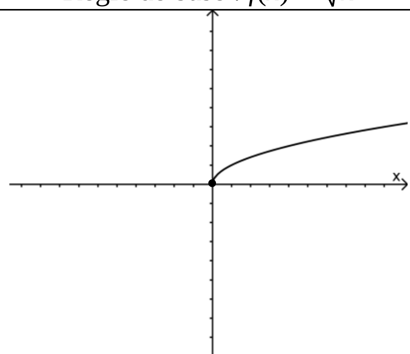
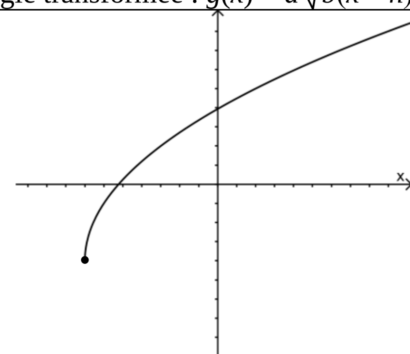
l) $\frac{4}{a+b}$

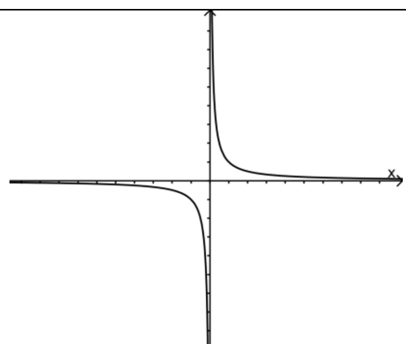
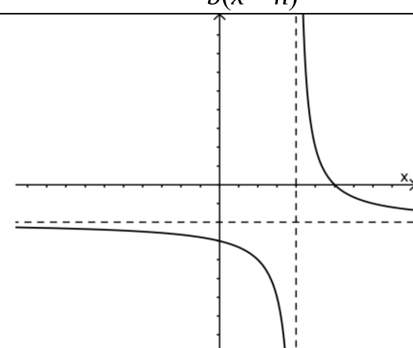
m) 1

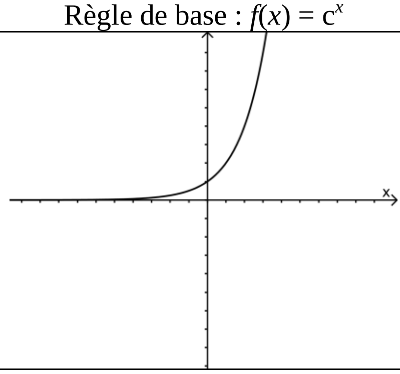
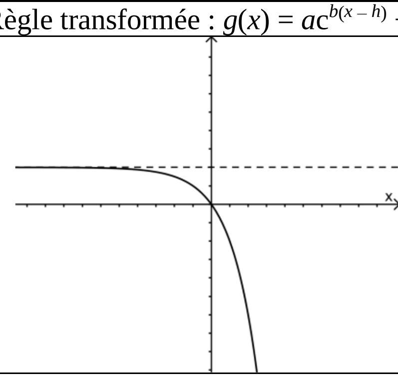
n) $\frac{(x-1)(3x^2+4)}{x+1}$

Dans les deux pages qui suivent, on fait le bilan des fonctions réelles étudiées en mathématique de cinquième secondaire.

Fonction valeur absolue	
Règle de base : $f(x) = \lvert x \rvert$	Règle transformée : $g(x) = a\lvert b(x-h)\rvert + k$
	

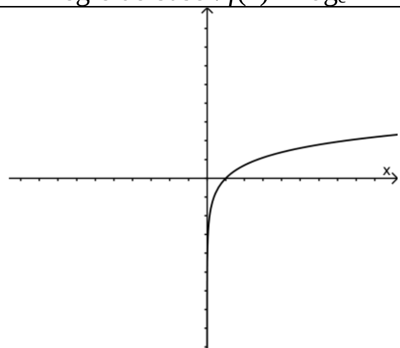
Fonction racine carrée	
Règle de base : $f(x) = \sqrt{x}$	Règle transformée : $g(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$
	

Fonction rationnelle (de degré 1)	
Règle de base : $f(x) = \dfrac{1}{x}$	Règle transformée : $g(x) = \dfrac{a}{b(x-h)} + k$ ou $g(x) = \dfrac{a_1x+b_1}{a_2x+b_2}$
	

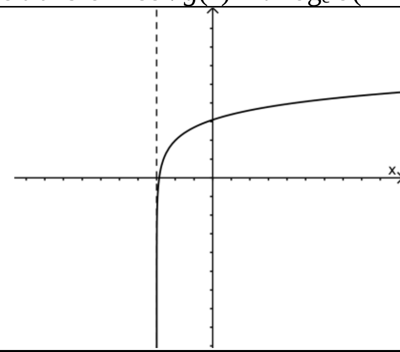
Fonction exponentielle	
Règle de base : $f(x) = c^x$	Règle transformée : $g(x) = ac^{b(x-h)} + k$
	

Fonction logarithmique

Règle de base : $f(x) = \log_c x$

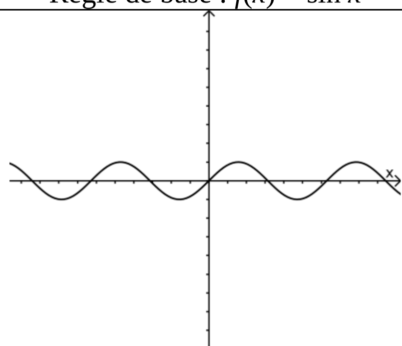


Règle transformée : $g(x) = a \log_c b(x - h) + k$

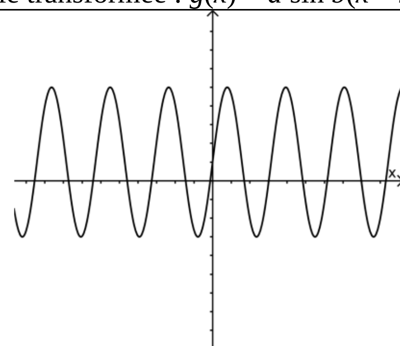


Fonction sinus

Règle de base : $f(x) = \sin x$

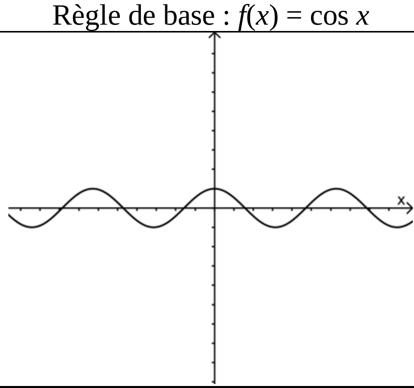


Règle transformée : $g(x) = a \sin b(x - h) + k$

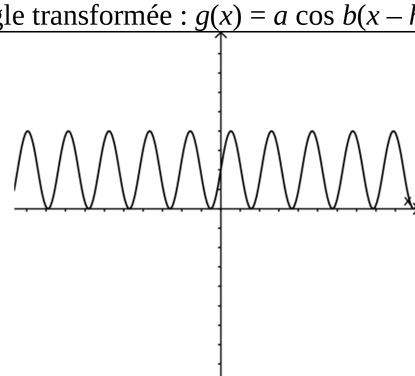


Fonction cosinus

Règle de base : $f(x) = \cos x$

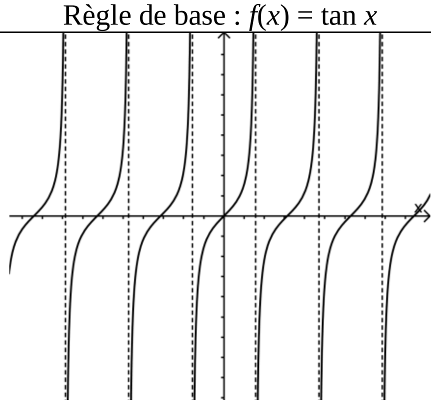


Règle transformée : $g(x) = a \cos b(x - h) + k$



Fonction tangente

Règle de base : $f(x) = \tan x$



Règle transformée : $g(x) = a \tan b(x - h) + k$