

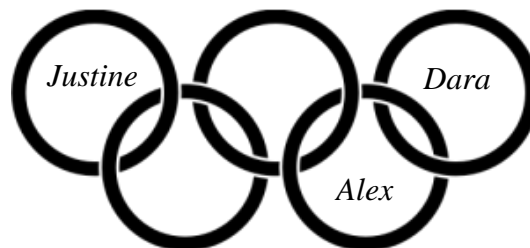
Nom : **CORRIGÉ**

Groupe : \_\_\_\_\_

# ANALYSE COMBINATOIRE

## EXAMEN FORMATIF

1. Josiane travaille pour un journal sportif pendant les Jeux olympiques d'hiver. Elle doit écrire un article sur les trois médaillés d'or à l'épreuve de ski acrobatique. Elle veut créer un montage à partir des photos des athlètes. Le rédacteur en chef lui suggère de disposer les trois photos à l'intérieur des cinq anneaux olympiques :



Combien y a-t-il de dispositions différentes pour les trois photos?

$$A_3^5 = 60 \text{ dispositions}$$

ou

$$C_3^5 \times 3! = 60 \text{ dispositions}$$

2. Conrad enseigne les probabilités à un groupe de 27 élèves. Le local où les cours se donnent comporte 36 pupitres. Combien de « plans de classe » différents Conrad pourrait-il créer?

$$A_{27}^{36} \approx 1,03 \times 10^{36} \text{ plans}$$

ou

$$C_{27}^{36} \times 27! \approx 1,03 \times 10^{36} \text{ plans}$$



En fait, ce nombre est 1 025 113 885 554 181 044 609 786 839 040 000 000.

3. Combien d'équipes de curling non mixtes peut-on faire à partir de six hommes et sept femmes si une équipe de curling comporte 4 joueurs?

$$C_4^6 + C_4^7 = 15 + 35 = 50 \text{ équipes}$$



4. Effectuez les calculs demandés et simplifiez votre réponse.

$$a) \frac{A_{97}^{100}}{97!} = \frac{100 \times 99 \times 98 \times 97 \times 96 \times 95 \times \dots \times 6 \times 5 \times 4}{97 \times 96 \times 95 \times \dots \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{100 \times 99 \times 98}{3 \times 2 \times 1} = \frac{970\,200}{6} = 161\,700$$

$$b) \frac{(x+3)!}{(x+1)!} = \frac{(x+3) \cdot (x+2) \cdot (x+1) \cdot x \cdot (x-1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(x+1) \cdot x \cdot (x-1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = (x+3) \cdot (x+2) \quad \text{ou} \quad x^2 + 5x + 6$$

$$c) C_{10}^{100} \times \frac{75!}{77!} = C_{10}^{100} \times \frac{75 \times 74 \times 73 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1}{77 \times 76 \times 75 \times 74 \times 73 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1} = C_{10}^{100} \times \frac{1}{77 \times 76} = 2\,958\,015\,970$$

$$d) \frac{(9!)!}{A_9^9 \times 362879!} = \frac{362\,880!}{362\,880 \times 362\,879!} = \frac{362\,880 \times 362\,879 \times 362\,878 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1}{362\,880 \times 362\,879 \times 362\,878 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1} = 1$$



5. Sandrine pige deux cartes, au hasard, tirées d'un jeu ordinaire de 52 cartes. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne...

a) une carte rouge et une carte noire?

$$\frac{C_1^{26} \times C_1^{26}}{C_2^{52}} = \frac{676}{1326} = \frac{26}{51} \approx 50,98\% \quad \text{ou} \quad \frac{52}{52} \times \frac{26}{51} \approx 50,98\%$$

b) deux as?

$$\frac{C_2^4}{C_2^{52}} = \frac{6}{1326} = \frac{1}{221} \approx 0,45\% \quad \text{ou} \quad \frac{4}{52} \times \frac{3}{51} \approx 0,45\%$$

c) deux cartes de pique?

$$\frac{C_2^{13}}{C_2^{52}} = \frac{78}{1326} = \frac{1}{17} \approx 5,88\% \quad \text{ou} \quad \frac{13}{52} \times \frac{12}{51} \approx 5,88\%$$

d) une paire (deux cartes de même valeur)?

$$\frac{C_2^4 \times 13}{C_2^{52}} = \frac{78}{1326} = \frac{1}{17} \approx 5,88\% \quad \text{ou} \quad \frac{52}{52} \times \frac{3}{51} \approx 5,88\%$$

6. Béatrice possède un cadenas à numéros tel qu'illustré ci-contre.

a) Sachant qu'un même numéro peut être utilisé plus d'une fois, combien de combinaisons à trois numéros ce type de cadenas permet-il?

$$60^3 = 216\,000 \text{ combinaisons}$$



b) Béatrice a malheureusement oublié sa combinaison! Elle se souvient que :

- un des trois numéros est 33,
- les deux autres numéros sont pairs et supérieurs à 9,
- les trois numéros sont différents.

Combien y a-t-il de combinaisons qui respectent ces trois critères?

$$(1 \times 25 \times 24) \times 3 = 1800 \text{ combinaisons}$$

7. Les élèves d'une école secondaire se plaignent que la séquence de notes musicales entre chaque cours, plus communément appelée la « cloche », est ennuyante et répétitive. Le directeur passe à l'action! La séquence de 8 notes sera maintenant générée aléatoirement. Le système permet de produire six notes distinctes : do, mi fa, sol#, la et si. Quelle est la probabilité que la prochaine séquence de notes produite soit la même qu'avant?



$$\frac{1}{6^8} = \frac{1}{1\,679\,616}$$

8. Le créateur du nouveau réseau social PILEOUFACEBOOK.COM s'interroge sur le modèle de mot de passe qu'il devrait imposer aux utilisateurs afin de maximiser leur sécurité. Aidez-le en classant les cinq suggestions suivantes de **(1)**, la plus sécuritaire, à **(5)**, la moins sécuritaire. Tous les mots de passe comportent 8 caractères choisis parmi les chiffres de 0 à 9 et/ou les lettres de A à Z (majuscules sans accents).



Caractéristiques	Vos calculs...	Niveau de sécurité
7 lettres suivies d'un chiffre	$26^7 \times 10^1 \approx 8,03 \times 10^{10}$	<b>2</b>
3 chiffres suivis de 5 lettres	$10^3 \times 26^5 \approx 1,19 \times 10^{10}$	<b>4</b>
4 lettres et 4 chiffres, en alternance	$26^4 \times 10^4 \times 2 = 9\,139\,520\,000 \approx 9,14 \times 10^9$	<b>5</b>
7 lettres différentes et 1 chiffre, dans n'importe quel ordre	$A_7^{26} \times 10 \times 8 \approx 2,65 \times 10^{11}$	<b>1</b>
8 lettres différentes	$A_8^{26} \approx 6,30 \times 10^{10}$	<b>3</b>