Exemple 4 : Résoudre chacune des équations suivantes.

a) $7a - \frac{2a}{7} \div 2 = 9a - 3$

$7a - \frac{2a}{7} \cdot \frac{1}{2} = 9a - 3$

$7a - \frac{a}{7} = 9a - 7$

$\frac{49a - a}{7} = \frac{63a - 21}{7}$

$48a = 63a - 21$

$-15a = -21$

$a = 7/5$

b) $\cancel{\dfrac{\frac{7x}{2}}{\frac{14x}{4}}} + \frac{x}{5} = 0 \quad (x \neq 0)$

$1 + \frac{x}{5} = 0$

$\frac{x}{5} = -1$

$x = -5$

c) $\frac{5t}{3} - \frac{t}{2} = 4 + \frac{t}{6} + 2$

$\frac{10t - 3t}{6} = \frac{24 + t + 12}{6}$

$7t = t + 36$

$6t = 36$

$t = 6$

d) $\frac{2b}{3} + 1 = b + \frac{2}{3}$

$\frac{2b + 3}{3} = \frac{3b + 2}{3}$

$2b + 3 = 3b + 2$

$1 = b$

e) $\frac{2c}{5} + \frac{1}{5} = 1 - \frac{c}{5} + \frac{2}{5}$

$\frac{2c + 1}{5} = \frac{5 - c + 2}{5}$

$2c + 1 = -c + 7$

$3c = 6$

$c = 2$

f) $\frac{1}{2}v + 7 = \frac{2}{9}v + \frac{1}{6}v - 4$

$\frac{9v + 126}{18} = \frac{4v + 3v - 72}{18}$

$9v + 126 = 7v - 72$

$2v = -198$

$v = -99$

g) $\frac{11m}{2}+\frac{3}{2}=\frac{13m}{4}-\frac{m}{2}-\frac{5}{2}$

$\frac{22m+6}{4}=\frac{13m-2m-10}{4}$

$22m+6=11m-10$

$11m=-16$

$m=-16/11$

h) $3x+\frac{x}{2}+\frac{x}{5}=37$

$\frac{30x+5x+2x}{10}=37$

$37x=370$

$x=10$

i) $\frac{4r-18}{9}-3=\frac{1}{3}+\frac{5r-11}{6}$

$\frac{8r-36-54}{18}=\frac{6+15r-33}{18}$

$8r-90=15r-27$

$-63=7r$

$-9=r$

j) $\frac{5p-2}{2}-\frac{p+1}{3}=\frac{3p+5}{6}$

$\frac{15p-6-2p-2}{6}=\frac{3p+5}{6}$

$13p-8=3p+5$

$10p=13$

$p=13/10$

k) $\frac{x+8}{3}-\frac{x-8}{5}=3+\frac{3x-13}{15}$

$\frac{5x+40-3x+24}{15}=\frac{45+3x-13}{15}$

$2x+64=3x+32$

$32=x$

l) $\frac{x}{3}+\frac{3(x-1)}{4}=2-\frac{x-3}{12}$

$\frac{4x+9x-9}{12}=\frac{24-x+3}{12}$

$13x-9=-x+27$

$14x=36$

$x=\frac{36}{14}$

$x=\frac{18}{7}$

Imp. par: Albanese Suzanne

m) $\frac{3}{4}(x-2)+\frac{2}{3}(x-1)=1-\frac{3}{5}(2x+1)$

$\frac{3x-6}{4}+\frac{2x-2}{3}=1-\frac{6x+3}{5}$

$\frac{45x-90+40x-40}{60}=\frac{60-72x-36}{60}$

$85x-130=-72x+24$

$157x=154$

$x=154/157$

n) $\frac{3}{4}\left(\frac{x+1}{3}-\frac{3x+2}{21}\right)=\frac{2}{3}$

$\frac{3}{4}\left(\frac{7x+7-3x-2}{21}\right)=\frac{2}{3}$

$\frac{\cancel{3}}{4}\left(\frac{4x+5}{\cancel{21}_{7}}\right)=\frac{2}{3}$

$\frac{4x+5}{28}=\frac{2}{3}$

$12x+15=56$

$12x=41$

$x=\frac{41}{12}$

o) $\frac{12-5x}{3}-\frac{5(2x-1)}{6}-\frac{7}{9}=\frac{3(2x+5)}{18}$

$\frac{72-30x-30x+15-14}{18}=\frac{6x+15}{18}$

$-60x+73=6x+15$

$58=66x$

$\frac{58}{66}=x$

$\frac{29}{33}=x$

C) Les solutions d'un système d'équations

Dès que deux relations du premier degré sont simultanément imposées à deux variables, on obtient un système de deux équations du premier degré à deux variables.

Selon la position relative des droites dans le plan, un système d'équations du premier degré peut admettre aucune, une seule ou une infinité de solutions.

Si les droites sont…	alors il y a…
parallèles distinctes (disjointes)	aucune solution
sécantes	une solution
parallèles confondues	une infinité de solutions

D) Résolution d'un système d'équations

Résoudre un système d'équations du premier degré à deux variables consiste à déterminer quelles valeurs il faut donner à ces variables pour rendre toutes les équations du système VRAIES simultanément. Pour ce faire, il existe deux catégories de méthodes : la méthode graphique et les méthodes algébriques.

Méthode graphique

La méthode graphique consiste simplement à tracer dans le plan cartésien chaque équation du système. Le point d'intersection des droites a pour coordonnées les nombres qui sont la solution du système. Cette méthode est très utile lorsque la solution du système appartient à l'ensemble des entiers $\mathbb{Z}$, mais plus laborieuse pour des solutions puisées dans l'ensemble des rationnels $\mathbb{Q}$ ou des réels $\mathbb{R}$.

Méthodes algébriques

Les diverses méthodes algébriques connues sont : la réduction, la comparaison et la substitution. Ci-après, un bref rappel des trois méthodes. Pour être « efficace », il est important de choisir la « bonne » méthode, puis une fois la résolution complétée, de vérifier la solution obtenue… L'erreur est humaine!

**Pour résoudre un système d'équations, il faut autant d'équations qu'il y a de variables dans la situation donnée.

- La méthode de résolution par **RÉDUCTION** est illustrée dans l'exemple suivant :

$$\begin{cases}(2x+5y=-4)\cdot 3 \\ (3x-2y=13)\cdot -2\end{cases}$$

$$\begin{array}{rl} & 6x+15y=-12 \\ + & -6x+4y=-26 \\ \hline & 19y=-38 \\ & y=-2 \end{array}$$

$2x+5y=-4$
$2x+5\cdot -2=-4$
$2x-10=-4$
$2x=6$
$x=3$

$(3,-2)$

- La méthode de résolution par **SUBSTITUTION** est illustrée dans l'exemple suivant :

$$\begin{cases}3x+4y=-6 \\ 2x+y=1 \Leftrightarrow y=-2x+1\end{cases}$$

$3x+4y=-6$
$3x+4(-2x+1)=-6$
$3x-8x+4=-6$
$-5x=-10$
$x=2$

$y=-2x+1$
$y=-2\cdot 2+1$
$y=-4+1$
$y=-3$

$(2,-3)$

- La méthode de résolution par **COMPARAISON** est illustrée dans l'exemple suivant :

$$\begin{cases}-2x+y=1 \Leftrightarrow y=2x+1 \\ 3x+2y=9 \Leftrightarrow y=\dfrac{-3x+9}{2}\end{cases}$$

$2x+1=\dfrac{-3x+9}{2}$
$4x+2=-3x+9$
$7x=7$
$x=1$

$y=2x+1$
$=2\cdot 1+1$
$=2+1$
$=3$

Exemples :

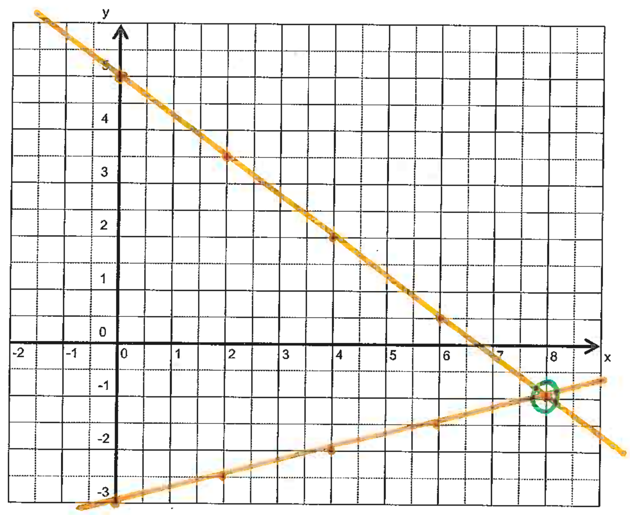
1. Résoudre graphiquement les systèmes d'équations suivants.

a)

$$\begin{cases} y = \dfrac{-3x}{4} + 5 \\ x - 4y = 12 \end{cases}$$

$x - 12 = 4y$

$\dfrac{x}{4} - 3 = y$

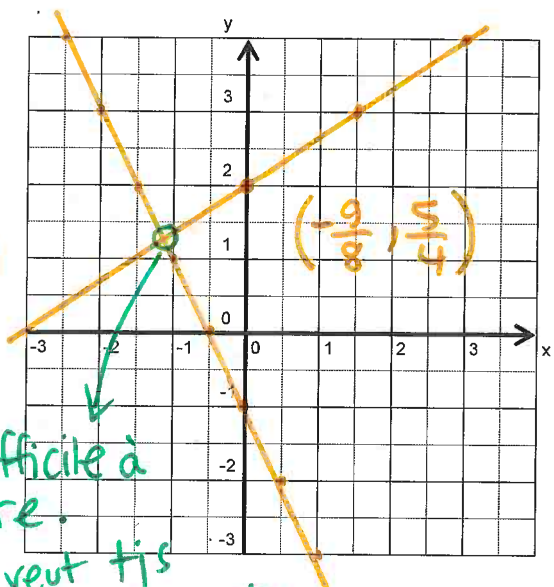


$(8, -1)$

b)

$$\begin{cases} y = \dfrac{2x}{3} + 2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$y = -2x - 1$



difficile à lire.
On veut tjs la réponse exacte, donc on doit résoudre algébriquement.

$2x + y = -1$

$2x + \dfrac{2x}{3} + 2 = -1$

$\dfrac{6x + 2x}{3} = -3$

$8x = -9$

$x = -9/8$

$y = \dfrac{2x}{3} + 2$

$y = \dfrac{2 \cdot -9/8^{4}}{3} + 2$

$y = -\dfrac{9}{4} \div 3 + 2$

$y = -\dfrac{3}{4} + \dfrac{8}{4} = \dfrac{5}{4}$

2. Résoudre <u>algébriquement</u> les systèmes d'équations suivants en utilisant la méthode qui convient le mieux.

a) $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = \frac{x}{2} + 4 \end{cases}$

Méthode : Comparaison

Calculs :

$y = y$

$3x - 1 = \frac{x}{2} + 4$

$\frac{6x-2}{2} = \frac{x+8}{2}$

$6x - 2 = x + 8$

$5x = 10$

$x = 2$

$y = 3x - 1$

$y = 3 \cdot 2 - 1$

$y = 6 - 1$

$y = 5$

$(2,5)$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ y = 9 - 4x \end{cases}$

Méthode : substitution

Calculs :

$2x - 3y = 5$

$2x - 3(9 - 4x) = 5$

$2x - 27 + 12x = 5$

$14x = 32$

$x = \frac{32}{14} = \frac{16}{7}$

$y = 9 - 4 \cdot \frac{16}{7}$

$y = 9 - \frac{64}{7}$

$y = \frac{63-64}{7} = \frac{-1}{7}$

$\left(\frac{16}{7}, \frac{-1}{7}\right)$

c) $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \quad) \cdot 3 \\ 3x + y = -2 \quad) \cdot -2 \end{cases}$

Méthode : Réduction

Calculs :

$$\begin{array}{r} 6x - 9y = 36 \\ + \quad -6x - 2y = 4 \\ \hline -11y = 40 \end{array}$$

$y = \frac{-40}{11}$

$3x + y = -2$

$3x + \frac{-40}{11} = -2$

$3x = \frac{-22}{11} + \frac{40}{11}$

$3x = \frac{18}{11}$

$x = \frac{6}{11}$

$\left(\frac{6}{11}, \frac{-40}{11}\right)$

3. En une semaine, un commis vend 40 bracelets pour un total de 282,00$. Les bracelets unis se vendent 4,95$ et les multicolores, 7,95$. En prenant soin de définir les variables utilisées, traduire cette situation par un système d'équations qui permettrait de déterminer combien de bracelets unis et multicolores le commis a vendu en une semaine.

x : nb de bracelets unis

y : nb de bracelets multicolores

$\begin{cases} x + y = 40 \\ 4{,}95x + 7{,}95y = 282 \end{cases}$

(12, 28)