Collège Regina Assumpta
Mathématique CST_5

Chapitre 2
Durée : 60 min.

Nom : **CORRIGÉ**

Groupe : ______

Géométrie - Figures équivalentes

Examen formatif

1. Une pyramide droite régulière à base hexagonale est équivalente à un cube dont l'aire totale est 54 cm². Sachant que la hauteur de la pyramide est de 9 cm, calculez le périmètre de sa base.

1) Côté du cube

$A = 6c^2$
$54 = 6c^2$
$9 = c^2$
$3\ cm = c$

2) Volume du cube

$V = c^3$
$V = 3^3$
$V = 27\ cm^3$

3) Aire de la base de la pyramide

$V = \frac{A_B \times h}{3}$
$27 = \frac{A_B \times 9}{3}$
$9\ cm^2 = A_B$

4) Côté de l'hexagone

a) Aire d'un triangle

$A = 9 \div 6 = 1{,}5\ cm^2$

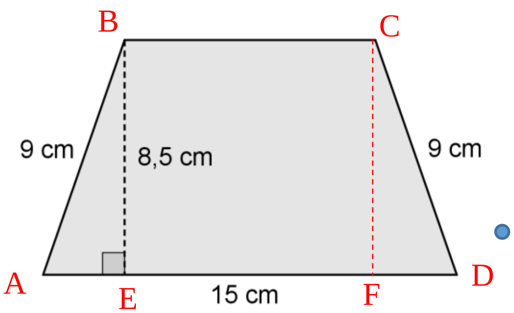
b) Côté

$A = \frac{ab \times sinC}{2}$
$1{,}5 = \frac{x \cdot x \cdot sin60}{2}$
$3 = x^2 sin60$
$x = \sqrt{\frac{3}{sin60}} \approx 1{,}86\ cm$

5) Périmètre de la base

$P = 6x \approx 11{,}17\ cm$

2. Déterminez le périmètre de l’heptagone régulier équivalent au trapèze illustré ci-dessous.



Les deux triangles aux extrémités du trapèze sont isométriques, car le trapèze est isocèle.

1) $m\overline{AE}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$8{,}5^2 + b^2 = 9^2$

$b \approx 2{,}96\ cm$

2) $m\overline{BC}$ (même mesure que $\overline{EF}$)

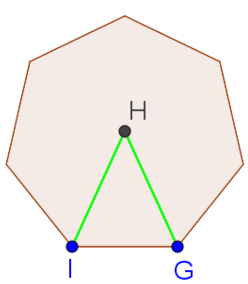
$15 - 2 \times 2{,}96 \approx 9{,}08\ cm$

3) Aire du trapèze

$A = \frac{(b+B)\times h}{2}$

$A = \frac{(9{,}08+15)\times 8{,}5}{2}$

$A \approx 102{,}34\ cm^2$



4) Aire d’un triangle de l’heptagone

$A = 102{,}34 \div 7 \approx 14{,}62\ cm^2$

5) $m\angle H$

$m\angle H = \frac{360}{7} \approx 51{,}4°$

6) $m\angle I$ et $m\angle G$

$\frac{180-51{,}4}{2} \approx 64{,}3°$

7) $m\overline{IH}$ et $m\overline{GH}$

$A = \frac{absinC}{2}$

$14{,}62 = \frac{x \cdot x \cdot sin51{,}4}{2}$

$x \approx 6{,}12\ cm$

8) $m\overline{IG}$

$\frac{h}{sinH} = \frac{i}{sinI}$

$\frac{m\overline{IG}}{sin51{,}4} = \frac{6{,}12}{sin64{,}3}$

$m\overline{IG} = \frac{6{,}12 sin51{,}4}{sin64{,}3}$

$m\overline{IG} \approx 5{,}31\ cm$

9) Périmètre de l’heptagone

$P = 7 \times 5{,}31 \approx 37{,}16\ cm$

Réponse :

Le périmètre est d’environ 37,16 cm.

3. Soit les trois figures équivalentes ci-dessous.

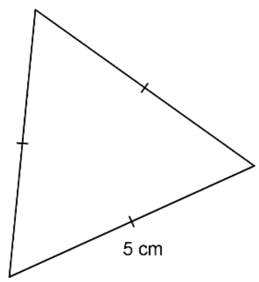


Figure A

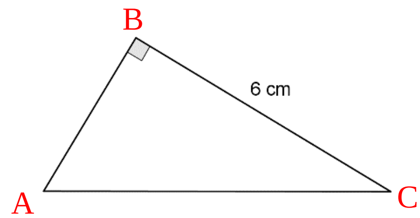


Figure B

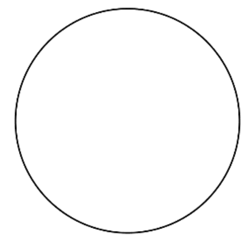


Figure C

a) Quelle figure possède le plus petit périmètre? Justifiez votre réponse à l'aide des propriétés apprises en classe.
De tous les polygones équivalents à n côtés, c'est le polygone régulier qui a le plus petit périmètre. La figure B ne peut donc pas avoir le plus petit périmètre puisqu'elle n'est pas régulière. De tous les polygones réguliers équivalents, c'est le polygone ayant le plus de côtés qui a le plus petit périmètre. La figure C possède le plus petit périmètre puisqu'elle a le plus de côtés.

b) Quelle figure possède le plus grand périmètre? Justifiez votre réponse à l'aide des propriétés apprises en classe.
La figure B possède le plus grand périmètre pour les raisons mentionnées en a).

c) Calculez le périmètre de chaque figure.

1) Périmètre figure A
$P = 3 \times 5 = 15\ cm$

2) Aire de la figure A
$A = \frac{absinC}{2}$
$A = \frac{5 \times 5 \times sin60}{2}$
$A \approx 10{,}83\ cm^2$

3) m$\overline{AB}$
$A = \frac{bh}{2}$
$10{,}83 = \frac{6 \times h}{2}$
$h \approx 3{,}61\ cm$

4) $m\overline{AC}$
$a^2 + b^2 = c^2$
$3{,}61^2 + 6^2 = c^2$
$c \approx 7\ cm$

5) Périmètre figure B
$P = 3{,}61 + 7 + 6 \approx 16{,}61\ cm$

6) Rayon figure C
$A = \pi r^2$
$10{,}83 = \pi r^2$
$r \approx 1{,}86\ cm$

7) Périmètre figure C
$C = 2\pi r$
$C = 2\pi \times 1{,}86$
$C \approx 11{,}69\ cm$

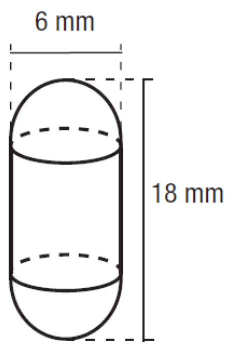
Réponses : *Le périmètre de la **figure A** est de 15 cm.*

*Le périmètre de la **figure B** est de 16,61 cm.*

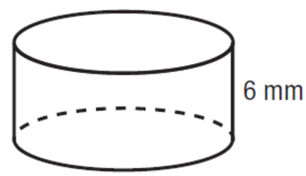
*Le périmètre de la **figure C** est de 11,69 cm.*

4. Une entreprise pharmaceutique produit des comprimés. Pour faciliter l'ingestion de ces comprimés, elle décide de les envelopper dans une pellicule soluble. Si elle veut minimiser la quantité de pellicule soluble à utiliser, quel comprimé, parmi les deux comprimés de même volume ci-dessous, devrait-elle produire? Justifiez votre réponse à l'aide de **calculs**.

Comprimé A



Comprimé B



1) Rayon des demi-boules
   $r = 6 \div 2 = 3\ mm$

2) Hauteur du cylindre
   *La hauteur des demi-boules est équivalente au rayon.
   $h_{cylindre} = 18 - 2 \times 3 = 12\ mm$

3) Volume comprimé A
   $V = \pi r^2 h + \frac{4\pi r^3}{3}$
   $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 + \frac{4\pi \cdot 3^3}{3}$
   $V = 144\pi$
   $V \approx 452{,}39\ mm^2$

4) Rayon comprimé B
   $V = \pi r^2 h$
   $452{,}39 = \pi \cdot r^2 \cdot 6$
   $r \approx 4{,}9\ mm$

5) Aire comprimé A
   $A = A_{boule} + A_{L\ cylindre}$
   $A = 4\pi r^2 + 2\pi r h$
   $A = 4\pi \cdot 3^2 + 2\pi \cdot 3 \cdot 12$
   $A = 108\pi$
   $A \approx 339{,}29\ mm^2$

6) Aire comprimé B
   $A = 2\pi r^2 + 2\pi r h$
   $A = 2\pi \cdot 4{,}9^2 + 2\pi \cdot 4{,}9 \cdot 6$
   $A \approx 335{,}58\ mm^2$

L'entreprise devrait produire les capsules B puisque l'aire est inférieure à celle de la capsule A.

5. ***Question bonus !***
Une entreprise de moulage de plastique fabrique des flotteurs (dont l'intérieur est vide). Quel est le nombre maximal de flotteurs que l'on peut fabriquer à partir de 1000 L de plastique, sachant que l'épaisseur des parois est de 5 mm et que chaque flotteur contient 35 L d'air?

Rappel : 1 dm^3 équivaut à 1 L

On choisit la **boule**, car de tous les solides équivalents, c'est la boule qui a la plus petite aire totale.

1) Rayon « intérieur »
$V = \frac{4\pi r^3}{3}$
$35 = \frac{4\pi r^3}{3}$
$r \approx 2{,}03\ dm$

2) Rayon « extérieur » (boule au complet)
$r \approx 2{,}03\ dm + 5\ mm \approx 2{,}08\ dm$

3) Volume boule au complet
$V = \frac{4\pi r^3}{3}$
$V \approx \frac{4\pi \times 2{,}08^3}{3}$
$V \approx 37{,}65\ dm^3$

4) Volume du plastique
$V \approx 37{,}65 - 35 \approx 2{,}65\ dm^3 \approx 2{,}65\ L$

5) Nombre de flotteurs
$1000 \div 2{,}65 \approx 377$ flotteurs