

Nom : _____

Groupe : _____

Optimisation, 1^{ère} partie – Examen formatif

1. Anthony et Michael sont deux joueurs de basketball. Ils décident de comparer leurs statistiques des années antérieures. Anthony fait en moyenne 23 points par match tandis que Michael en fait 11. Soit x , le nombre de matchs joués par Anthony et y le nombre de matchs joués par Michael, traduis algébriquement les situations suivantes.
- 8 pts
- a) Anthony joue 2 fois plus de matchs que Michael. $x = 2y$
 - b) Le nombre de points de Michael ne dépasse jamais 250 pour une saison. $11y \leq 250$
 - c) Anthony fait toujours au minimum 400 points par saison. $23x \geq 400$
 - d) L'équipe dont ils font partie fait en moyenne 1980 points par saison. Anthony et Michael font ensemble au moins le tiers de tous les points de l'équipe. $3(23x + 11y) \geq 1980 \quad \text{ou} \quad 23x + 11y \geq 660$

2. Résous algébriquement les systèmes d'équations suivants.

6 pts

a) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 12 \\ x - 2 = 2y \end{cases} \Leftrightarrow x = 2y + 2$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y &= 12 \\ \frac{1}{2}(2y + 2) + \frac{1}{3}y &= 12 \\ \frac{1}{2}y + 1 + \frac{1}{3}y &= 12 \\ \frac{3}{3}y + 1 + \frac{1}{3}y &= 12 \\ \frac{4}{3}y + 1 &= 12 \\ \frac{4}{3}y &= 11 \\ \frac{4y}{3} &= 11 \\ 4y &= 33 \\ y &= \frac{33}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2y + 2 \\ x &= 2 \cdot \frac{33}{4} + 2 \\ x &= \frac{33}{2} + 2 \\ x &= \frac{37}{2} \end{aligned}$$

$\left(\frac{37}{2}, \frac{33}{4} \right)$

ou $(18,5 ; 8,25)$

b) $\begin{cases} -2x + 4y = 24 \\ -5x + 2y = 12 \end{cases}$

$$\begin{aligned} -2x + 4y &= 24 \quad \cdot 5 \\ -5x + 2y &= 12 \quad \cdot -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -10x + 20y &= 120 \\ + 10x - 4y &= -24 \\ \hline 16y &= 96 \\ y &= \frac{96}{16} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x + 4y &= 24 \\ 10x - 4y &= -24 \\ \hline 8x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$(0, 6)$

c) $\begin{cases} \frac{1}{2}y = 7x - 1 \\ x = \frac{1}{7}y - 1 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}y &= 7x - 1 \\ \frac{1}{2}y &= 7\left(\frac{1}{7}y - 1\right) - 1 \\ \frac{1}{2}y &= y - 7 - 1 \\ -\frac{1}{2}y &= -8 \\ y &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{7}y - 1 \\ x &= \frac{1}{7} \cdot 16 - 1 \\ x &= \frac{16}{7} - 1 \\ x &= \frac{9}{7} \end{aligned}$$

$\left(\frac{9}{7}, 16 \right)$

3. Voici un système d'inéquations.

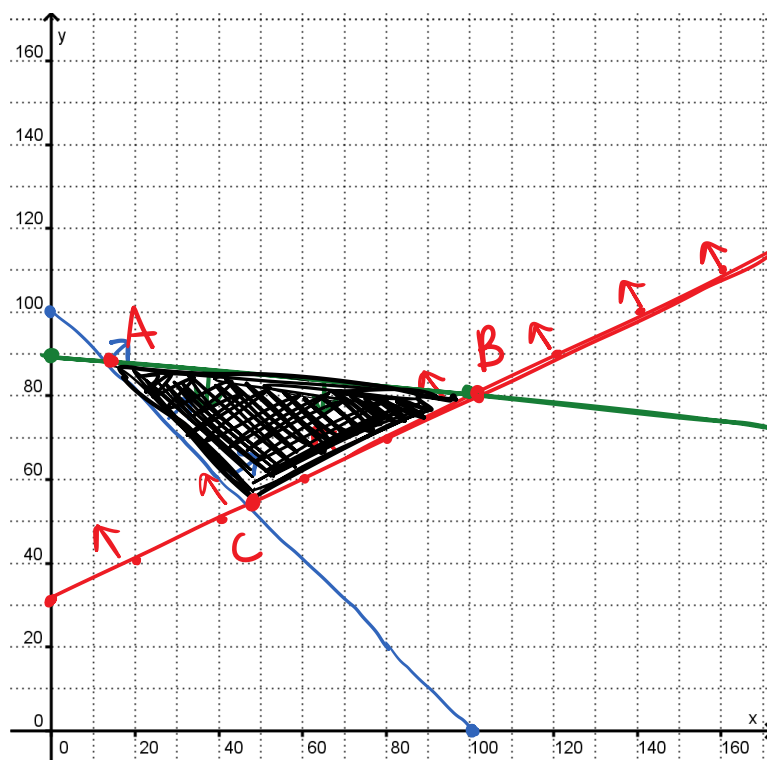
15 pts

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ \bullet 2y - x \geq 60 \\ \bullet x + y \geq 100 \\ \bullet x + 10y \leq 900 \end{cases}$$

(7) a) Représente ce système dans le plan cartésien et mets en évidence le polygone de contraintes.

• $2y - x \geq 60$
 $2y \geq x + 60$
 $y \geq \frac{x}{2} + 30$

• $x + 10y \leq 900$
 $10y \leq -x + 900$
 $y \leq -\frac{x}{10} + 90$



(5) b) Quelles sont les coordonnées des sommets du polygone de contraintes ?

$A(\frac{100}{9}, \frac{800}{9})$

$x + y = 100$

$\frac{10x}{10} + -\frac{x}{10} + 90 = 100$
 $\frac{9x}{10} = 10$
 $x = \frac{100}{9}$

$x + y = 100$

$\frac{100}{9} + y = \frac{900}{9}$
 $y = \frac{800}{9}$

$B(100, 80)$

$C(\frac{140}{3}, \frac{160}{3})$

$x + y = 100$
 $x + \frac{x}{2} + 30 = 100$
 $\frac{3x}{2} = 70$
 $x = \frac{140}{3}$

$x + y = 100$
 $\frac{140}{3} + y = 100$
 $y = \frac{160}{3}$

(3) c) Est-ce que les points suivants font partie du polygone de contraintes ?

1) (45, 75)

OUI

2) (60, 40)

NON

3) (70, 84)

NON

$x + 10y \leq 900$

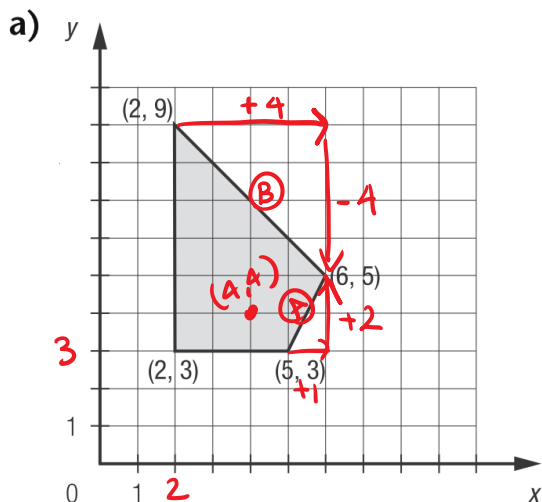
$70 + 10 \cdot 84 \leq 900$

$910 \leq 900$

Faux

- 4 Dans chaque cas, écrivez un système d'inéquations dont l'ensemble-solution peut être représenté par le polygone de contraintes.

18 pts



$$\begin{cases} y \geq 3 \\ x \geq 2 \\ y \geq 2x - 7 \\ y \leq -x + 11 \end{cases}$$

① $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$

$$y = 2x + b$$

$$3 = 2 \cdot 5 + b$$

$$3 = 10 + b$$

$$-7 = b$$

$$y \geq 2x - 7$$

pt test: (4, 4) vrai

$$4 \geq 2 \cdot 4 - 7$$

$$4 \geq 1$$

② $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{4} = -1$

$$y = -x + b$$

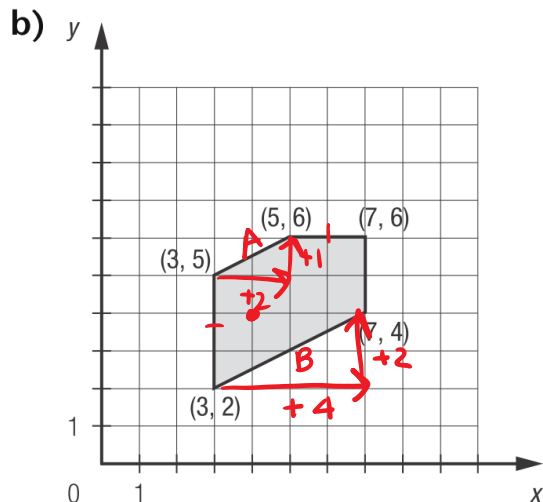
$$5 = -6 + b$$

$$11 = b$$

$$y \leq -x + 11$$

$$4 \leq -4 + 11$$

$$4 \leq 7$$



$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 7 \\ y \leq 6 \\ y \leq \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \\ y \geq \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$$

① $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2}$

$$y = \frac{1}{2}x + b$$

$$6 = \frac{1}{2} \cdot 5 + b$$

$$6 = \frac{5}{2} + b$$

$$\frac{7}{2} = b$$

$$y \leq \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

pt test: (4, 4)

vrai

$$4 \leq \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{7}{2}$$

$$4 \leq \frac{11}{2}$$

$$4 \leq 5,5$$

② $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$y = \frac{1}{2}x + b$$

$$2 = \frac{1}{2} \cdot 3 + b$$

$$2 = \frac{3}{2} + b$$

$$\frac{1}{2} = b$$

$$y \geq \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$4 \geq \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2}$$

$$4 \geq \frac{5}{2}$$

$$4 \geq 2,5$$

- 5 14 pts Un jardinier dispose d'une superficie de 24 m^2 pour planter des tomates et des concombres. Il désire planter au moins 2 fois plus de tomates que de concombres. Pour une bonne croissance, un plant de tomates a besoin de $0,25 \text{ m}^2$, alors qu'un plant de concombres a besoin de 1 m^2 .

(1) a) Définissez les deux variables.

x : nb de plants de tomates y : nb de plants de concombres

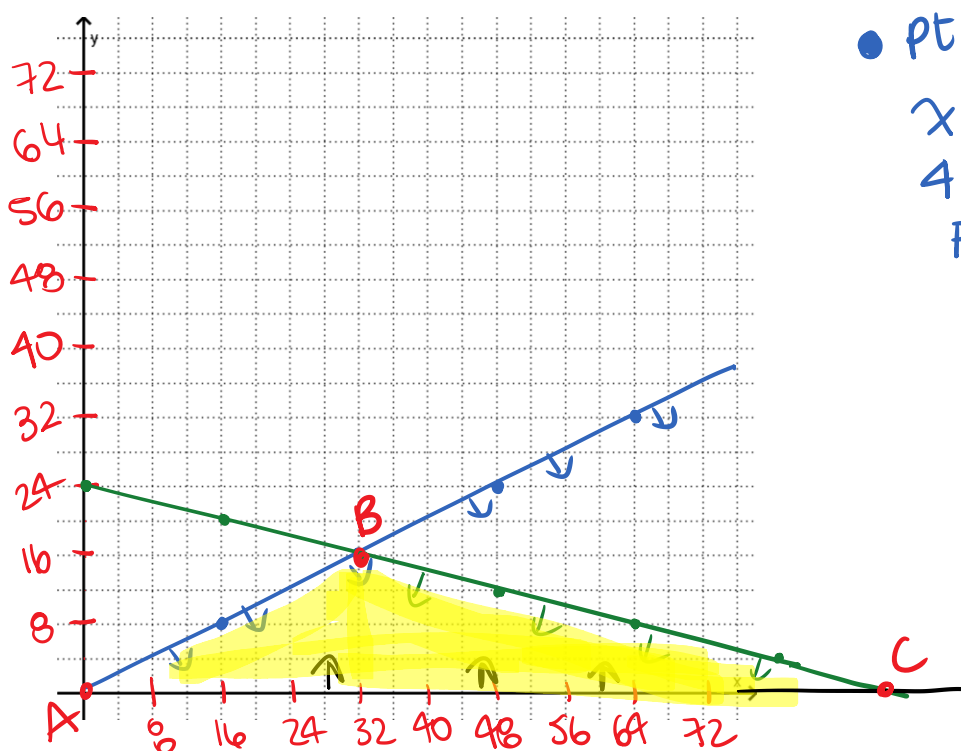
(5) b) Donnez les contraintes de cette situation sous forme d'inéquations.

● $x \geq 0, y \geq 0$

● $x \geq 2y \Leftrightarrow y \leq \frac{x}{2}$

● $0,25x + 1y \leq 24 \Leftrightarrow y \leq -0,25x + 24 \Leftrightarrow y \leq -\frac{1}{4}x + 24$

(5) c) Donnez les coordonnées des sommets du polygone de contraintes qui représente cette situation.



● pt test: $(4, 4)$

$x \geq 2y$
 $4 \geq 2 \cdot 4$
 Faux

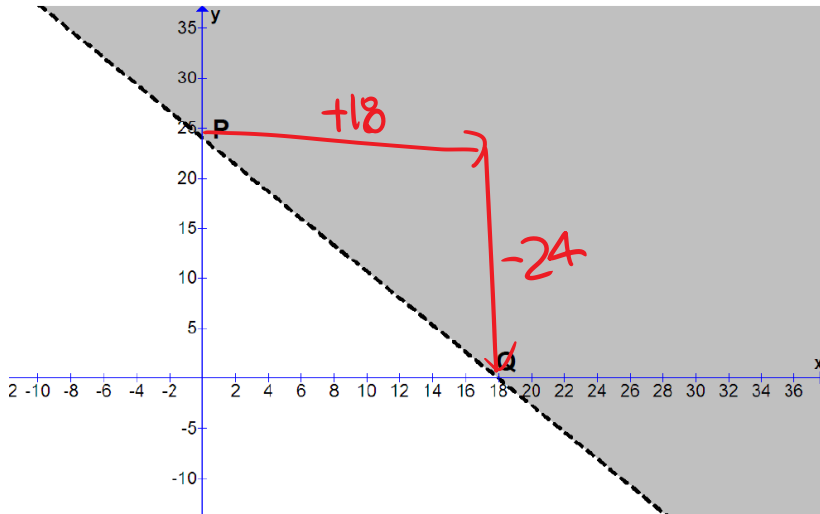
C

$0,25x + y = 24$
 $0,25x + 0 = 24$

$x = 96$

(3) Réponse : Les coordonnées des sommets sont $A(0,0)$ $B(32,16)$ $C(96,0)$

6. On s'intéresse au demi-plan représenté dans le plan cartésien ci-dessous.
 5 pts Les points **P (0, 24)** et **Q (18, 0)** sont des points de la droite pointillée délimitant ce demi-plan.



Lequel des points suivants (A, B ou C) est l'un des points de ce demi-plan ?

A (777, -1020)

B (888, -1160)

C (999, -1300)

(2) 1) Inéquation

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-24}{18} = -\frac{4}{3}$$

$$y \geq -\frac{4}{3}x + 24$$

Pt test: (0,0) → Faux

$$0 \geq -\frac{4}{3} \cdot 0 + 24$$

$$0 \geq 24$$

(3) 2) Tests

$$\begin{aligned} \boxed{A} \quad y &> -\frac{4}{3}x + 24 \\ -1020 &> -\frac{4}{3} \cdot 777 + 24 \\ -1020 &> -1012 \\ &\text{Faux} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{B} \quad y &> -\frac{4}{3}x + 24 \\ -1160 &> -\frac{4}{3} \cdot 888 + 24 \\ -1160 &> -1160 \\ &\text{Faux} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{C} \quad y &> -\frac{4}{3}x + 24 \\ -1300 &> -\frac{4}{3} \cdot 999 + 24 \\ -1300 &> -1308 \\ &\text{VRAI} \end{aligned}$$

Réponse : Le point C est un point du demi-plan.