

CORRIGÉ DES NOTES – TRIGONOMÉTRIE

Page 4

Exercice : a) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ e) 1 f) 30°

VRAI ou FAUX a) V b) V c) F d) V e) V f) F

Pages 7 et 8

Exercice 1 : a) $\frac{8\pi}{3} \approx 8,38$ cm b) $\frac{7\pi}{5} \approx 4,4$ dm

Exercice 2 : a) 4 rad c) 1 rad
b) $\frac{1}{5}$ rad d) 2π rad

Exercice 3 : a) $\frac{6}{\pi} \approx 1,91$ m b) $\frac{7}{12\pi} \approx 0,19$ cm

Exercice 4 : a) 180° b) 60° c) 45°
d) 30° e) 90° f) 210°
g) 330° h) $\approx 57,3^\circ$ i) $\approx 286,48^\circ$
j) $\frac{\pi}{2}$ rad k) $\frac{5\pi}{4}$ rad l) $\frac{61\pi}{90}$ rad

La calculatrice... $\sin(1 \text{ rad}) \approx 0,841$ $\sin(1^\circ) \approx 0,017$

mais $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$ et $\cos\left(\frac{\pi}{3} \text{ rad}\right) = \frac{1}{2}$

Page 9

Exercice : a) oui b) oui c) non d) non e) non f) oui

Pages 10 et 11 *Série d'exercices sur les angles et longueurs d'arc*

Exercice 1 : a) -260° b) 460°

Exercice 2 : a) $-\frac{4\pi}{3}$ b) $\frac{8\pi}{3}$

Exercice 3 : 5π cm

Exercice 4 : 4π cm

Exercice 5 : a) 18 cm b) 18 cm^2

Exercice 6 : 20π cm

Exercice 7 : 25 rad/sec.

Exercice 8 : $-\frac{\pi}{30}$ rad

Page 13

Exercice 1 : $\theta \approx 1,18$ rad ou $\theta \approx 67,38^\circ$

Exercice 2 : a) oui b) non

Exercice 3 : $P(\theta) = \left(\frac{1}{4}, \pm \frac{\sqrt{15}}{4} \right)$

Pages 15 et 16

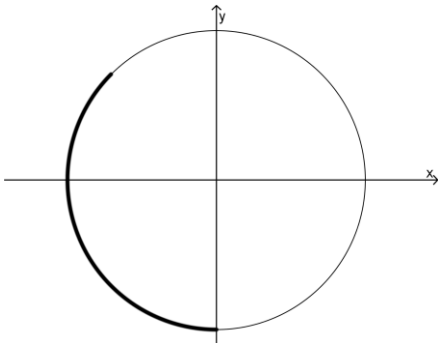
VRAI OU FAUX :

1. Vrai
2. Faux : $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$
3. Vrai
4. Faux : $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$

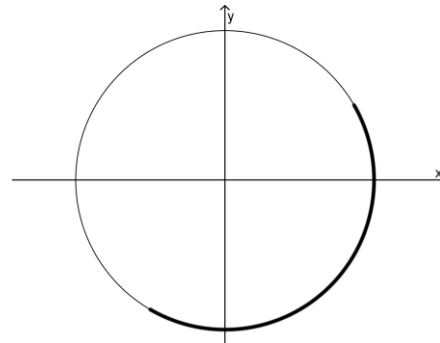
Exercice 1 : a) III^e b) IV^e c) I^{er}

Exercice 2 :

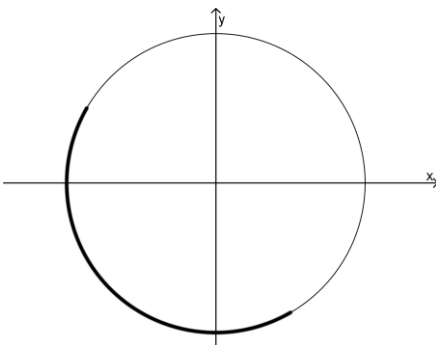
a) $\frac{3\pi}{4} < \theta < \frac{3\pi}{2}$



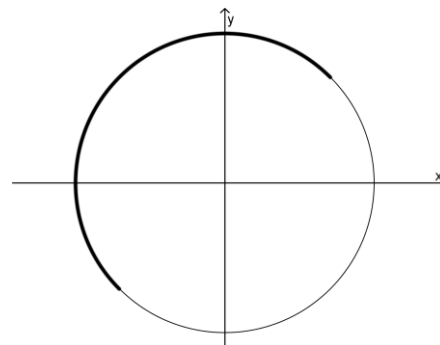
b) $\theta \in \left[-\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6} \right]$



c) $\theta \in \left[-\frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{3} \right]$



d) $\theta \in \left[-\frac{7\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4} \right]$



Exercice 3 :

$$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(\pi) = -1$$

$$\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$$

$$\sec(0) = 1$$

$$\cot(2\pi) = n.d.$$

$$\csc\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$$

$$\cos\left(-\frac{11\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\left(-\frac{\pi}{2}\right) = n.d.$$

$$\sec\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$$

Exercice 4 : Vérifiez vos calculs avec la calculatrice ☺

Exercice 5 :

$$\tan(\theta) > 0 \quad \forall \theta \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$$

Réponse : Faux

$$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{-5\pi}{3}\right)$$

Réponse : Faux

$$\text{Si } \sec(\theta) < 0 \text{ alors } \cos(\theta) > 0$$

Réponse : Faux

$$\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \cot\left(\frac{-2\pi}{3}\right)$$

Réponse : Vrai

Exercice 6 :

$$\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(6\pi) = 1$$

$$\sin\left(\frac{-8\pi}{3}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{-11\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan\left(\frac{-8\pi}{2}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{21\pi}{6}\right) = -1$$

$$\cos(100\pi) = 1$$

$$\sin\left(-\frac{25\pi}{2}\right) = -1$$

Page 18

Exercice : a) $\frac{5\pi}{4}$ rad b) 0 rad c) $\frac{\pi}{6}$ rad d) $\frac{\pi}{3}$ rad e) $\frac{\pi}{2}$ rad f) $\frac{5\pi}{6}$ rad

Page 21

Exercice : a) 2 sec.

b) P₂

c) P₀ de retour vers P₁

d) $f = \frac{1}{2}$

e) 11 fois

Page 22

#1 a) $p = 8$ unités

b) $f(23) = 0$ et $f(25) = -2$

c) ... 25, 33, 41, 49, 57, ...

#2 $\text{Codom } f = \left[-\frac{3}{2}, 2 \right]$

#3 a) $g(29) = g(2+3p) = -1$

b) $g(-21) = g(-21 + 2p) = 0$

c) $g(1176) = g(1176 - 131p) = 0$

#4 a) $h(31) = h(31-2p) = 0$

b) $h(9) = h(9 - p) = 3$

$$\text{c) } h(-434) = h(-434 + 29p) = 0$$

d) $h(249) = h(249 - 17p) = 3$

e) $h(-6 + 12p) = 3$

f) $h(1 + np) = 0$

Page 25

Exercise 1:

1. Dom = \mathbb{R}

2. Codom = $[0, 6]$

3. $P = 4\pi$

4. $f = \frac{1}{4\pi}$

5. Max = 6

6. Min = 0

7. $y = 3$

8. $f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

9. $x \in [-\pi + 4\pi n, \pi + 4\pi n] \quad (n \in \mathbb{Z})$

10. $x = -\pi + 4\pi n$

Page 26

Analyse de la fonction

1. Domaine : \mathbb{R} 2. Codomaine : $[-1, 1]$ 3. Période : 2π

4. $f(x) \geq 0 \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right]$

5. $f(x) \leq 0 \forall x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right]$

6. $\forall x_1, x_2 \in [\pi + 2\pi n, 2\pi + 2\pi n] : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

7. $\forall x_1, x_2 \in [0 + 2\pi n, \pi + 2\pi n] : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

8. $f(x) = 0 \forall x \in \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi n \right\}$

} $n \in \mathbb{Z}$

Exercice : Une infinité de règles possibles, dont: $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

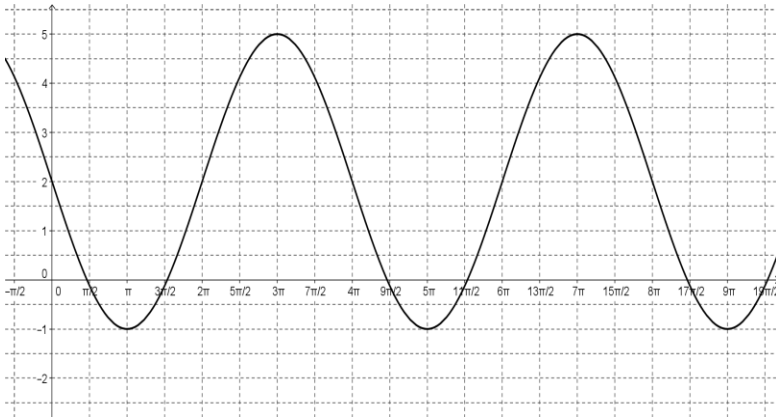
Page 27

Exemple :

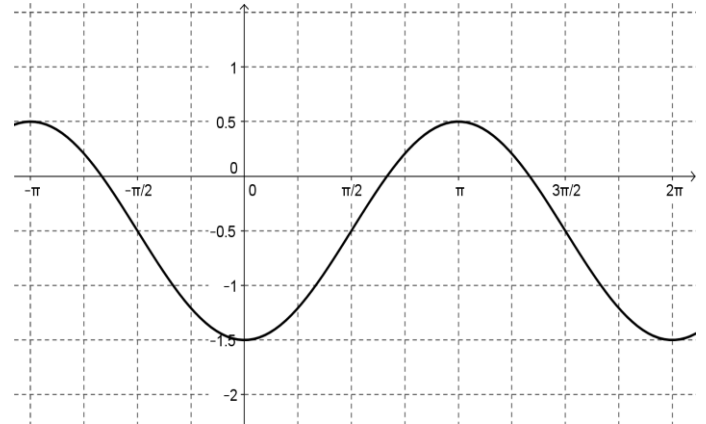
Fonction	$f(x) = -\frac{3}{2} \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right) - 4$	$g(x) = \cos(-x + \pi)$
Règle (forme canonique) avec $b > 0$	$f(x) = -\frac{3}{2} \sin \pi \left(x + \frac{1}{2}\right) - 4$	$g(x) = \cos(x - \pi)$
Amplitude	$\frac{3}{2}$	1
Période	2	2π
Déphasage	$-\frac{1}{2}$	π

Page 28

$$f(x) = 3 \sin\left(\frac{x}{2} - \pi\right) + 2$$

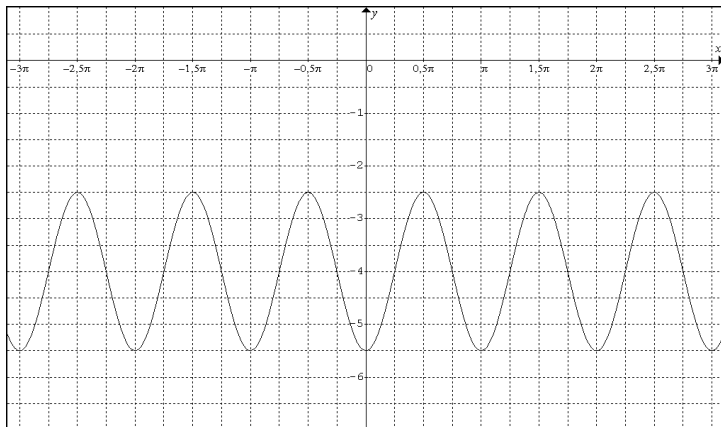


$$g(x) = \sin\left(-x - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2}$$

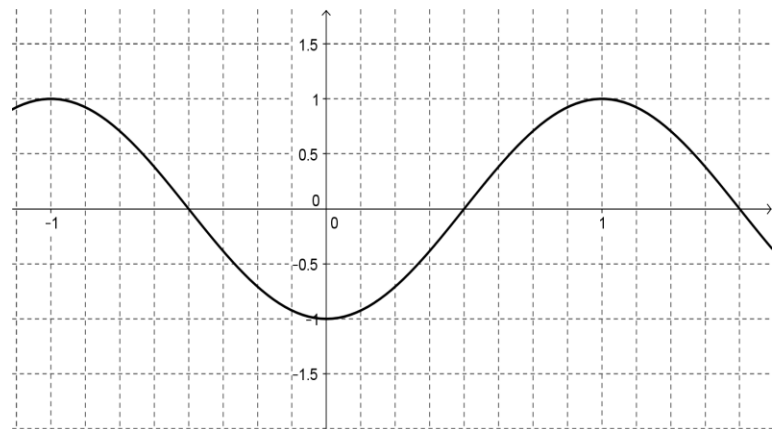


Page 29

$$h(x) = -\frac{3}{2} \cos(-2x) - 4$$



$$* j(x) = \cos(-\pi x + 5\pi)$$



Pages 31 et 32

Exercice 2 : (d'autres réponses sont aussi acceptables pour chacune)

$$f(x) = \cos\frac{1}{2}(x) - 1,5 \text{ ou } f(x) = \sin\frac{1}{2}(x + \pi) - 1,5 \text{ ou } f(x) = -\sin\frac{1}{2}(x - \pi) - 1,5$$

$$g(x) = -1,5 \cos 2\left(x - \frac{\pi}{8}\right) \text{ ou } g(x) = 1,5 \sin 2\left(x - \frac{3\pi}{8}\right) \text{ ou } g(x) = -1,5 \sin 2\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$$

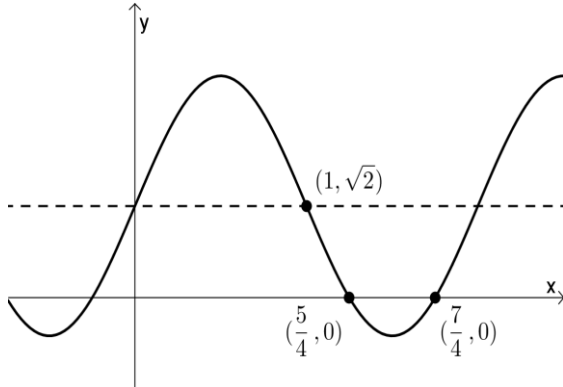
$$h(x) = \frac{5}{2} \cos \frac{\pi}{2}(x+1) + 1 \text{ ou } h(x) = -\frac{5}{2} \cos \frac{\pi}{2}(x-5) + 1 \text{ ou } h(x) = -\frac{5}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1$$

Exercice 3 : $f(x) = -4 \sin \pi(x - 1,5) - 1$

Page 34

Exercice 1

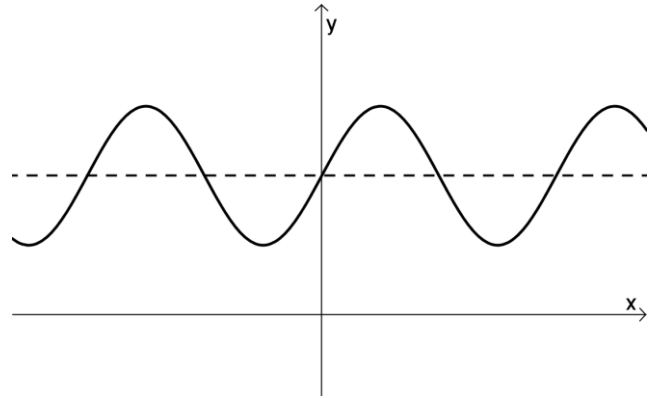
a) $f(x) = -2 \sin \pi(x-1) + \sqrt{2}$



Solutions:

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{5}{4} + 2n \\ x = \frac{7}{4} + 2n \end{array} \right\} (n \in \mathbb{Z})$$

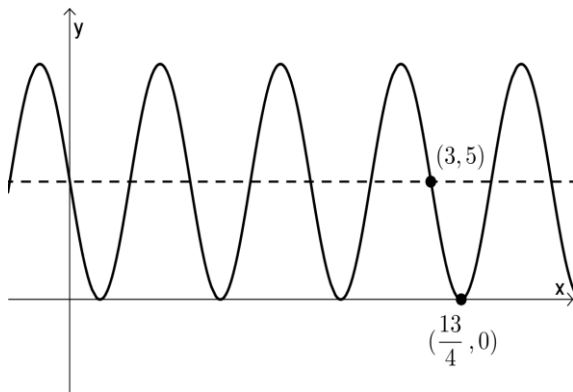
d) $f(x) = 0,5 \sin(x - 6\pi) + \sqrt{3}$



Solutions :

$x \in \emptyset$ car l'ordonnée moyenne est supérieure à l'amplitude.

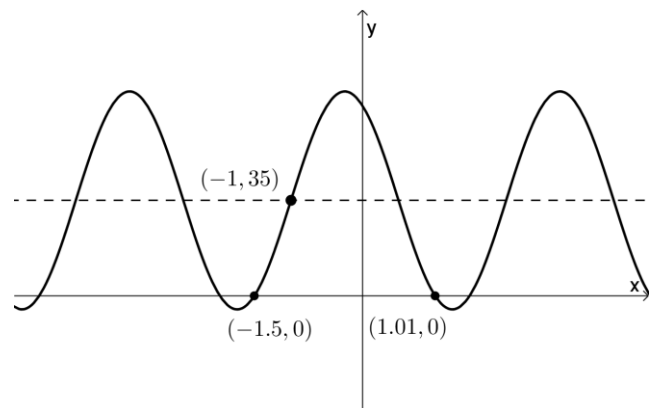
b) $f(x) = -5 \sin 2\pi(x-3) + 5$



Solutions:

$$x = \frac{13}{4} + n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

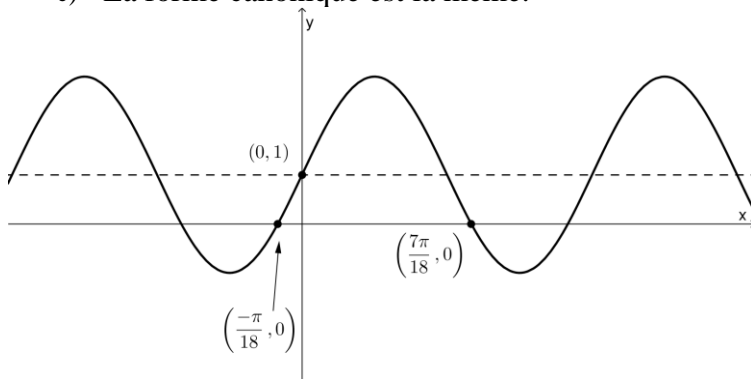
e) La forme canonique est la même.



Solutions:

$$\left. \begin{array}{l} x = -1,5 + 3n \\ x = 1,01 + 3n \end{array} \right\} (n \in \mathbb{Z})$$

c) La forme canonique est la même.



Solutions:

$$x \in \left\{ -\frac{5\pi}{18}, -\frac{\pi}{18}, \frac{7\pi}{18}, \frac{11\pi}{18} \right\}$$

Exercice 2

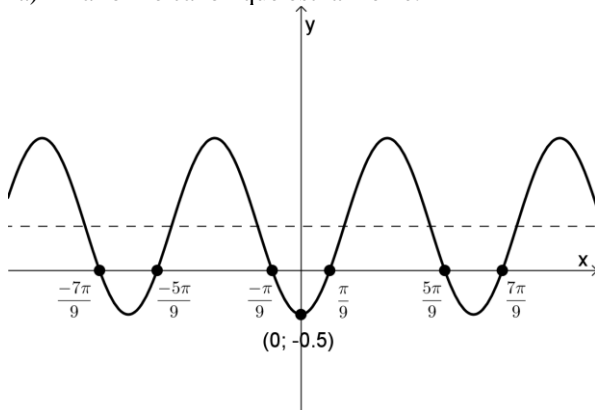
a) $x \in \left[-\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, \frac{7\pi}{24} + \frac{\pi n}{2} \right] \quad (n \in \mathbb{Z})$

b) $x \in \left[-\frac{\pi}{8}; 0,61 \right] \cup [1,49; 2,7] \cup \left[3,58; \frac{4\pi}{3} \right]$

Page 38

Exercice 1

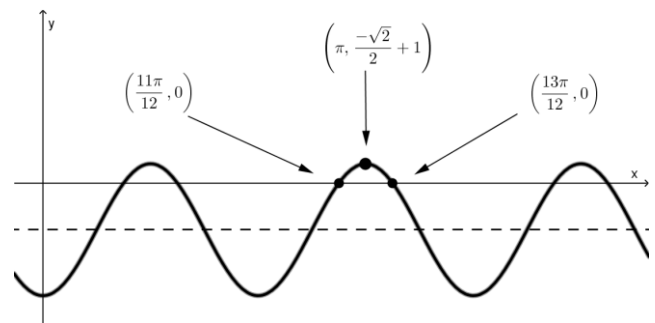
a) La forme canonique est la même.



Solutions:

$$x \in \left\{ -\frac{7\pi}{9}, -\frac{5\pi}{9}, -\frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{7\pi}{9} \right\}$$

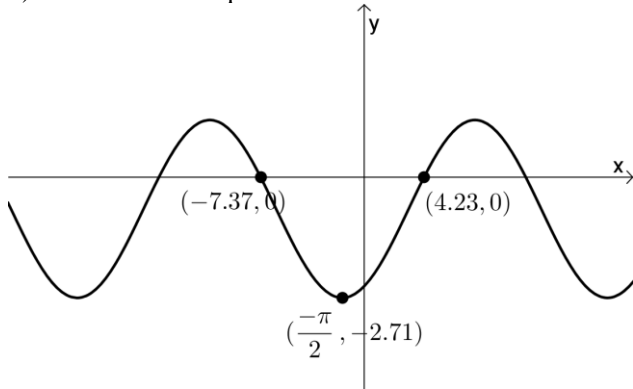
d) La forme canonique est la même.



Solutions:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{11\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n \\ x &= \frac{13\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n \end{aligned} \right\} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

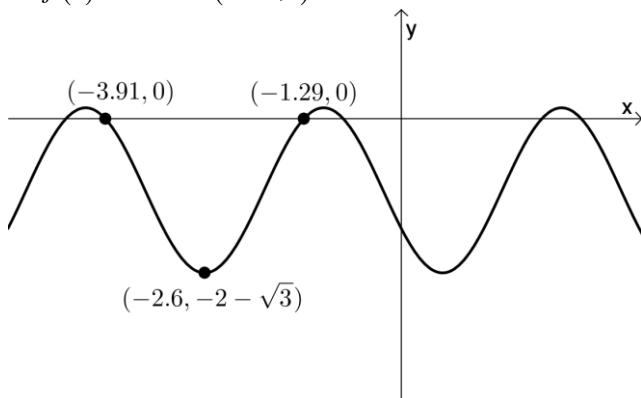
b) La forme canonique est la même.



Solutions :

$$\left. \begin{array}{l} x \approx -7,37 + 6\pi n \\ x \approx 4,23 + 6\pi n \end{array} \right\} (n \in \mathbb{Z})$$

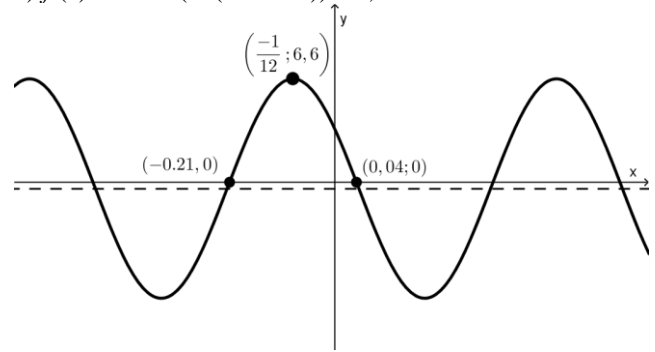
c) $f(x) = -2 \cos 2(x + 2,6) - \sqrt{3}$



Solutions:

$$\left. \begin{array}{l} x \approx -3,91 + \pi n \\ x \approx -1,29 + \pi n \end{array} \right\} (n \in \mathbb{Z})$$

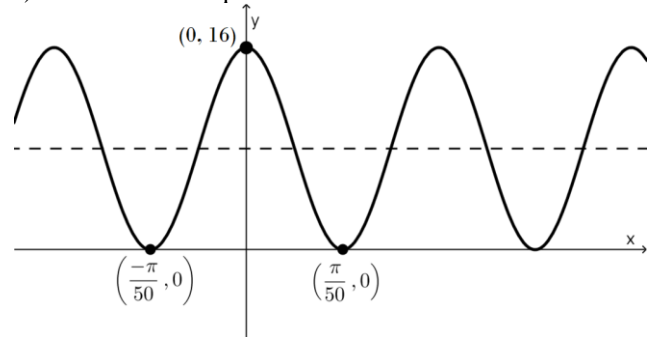
e) $f(x) = 7 \cos (12(x + 1/12)) - 0,4$



Solutions :

$$\left. \begin{array}{l} x \approx -0,21 + \frac{\pi}{6} n \\ x \approx 0,04 + \frac{\pi}{6} n \end{array} \right\} (n \in \mathbb{Z})$$

f) La forme canonique est la même.



Solutions:

$$x = \frac{\pi}{50} + \frac{\pi}{25} n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

Exercice 2 :

a) $x \in [0, 4]$

b) $x \in [-2,48 + \pi n, -0,38 + \pi n] \quad (n \in \mathbb{Z})$

Pages 41 à 45

Problème 1 : a) $h(t) = -10\cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + 12$ (autres réponses possibles)

a) Pendant environ 2,66 minutes, soit 2 minutes et 39 secondes.

Problème 2 : a) 40 lumières b) 3,05m c) 0,09m ; 0,23m ; 0,41m et 0,55m

Problème 3 :

a) $f(x) = 45\cos(4\pi(x-1)) + 75$ ($0 \leq x \leq 2$)

b) 0,15 min. ; 0,35 min. ; 0,65 min. ; 0,85 min. ; 1,15min. ; 1,35 min. ; 1,65 min.; 1,85 min.

Problème 4 :

a) $f(x) = -12\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-25)\right) + 24$ ou mieux encore $f(x) = -12\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 24$

b) Il est passé 30 fois à une altitude de 35m.

c) pendant 7,8 secondes

Problème 5 : 63cm

Problème 6 : $f(x) = 11\sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 120$

Page 48

#1 a) 0 b) 1 c) $-\sqrt{3}$ d) 0 e) $\frac{-\sqrt{3}}{3}$ f) n.d.

#2 a) II et IV b) I et III

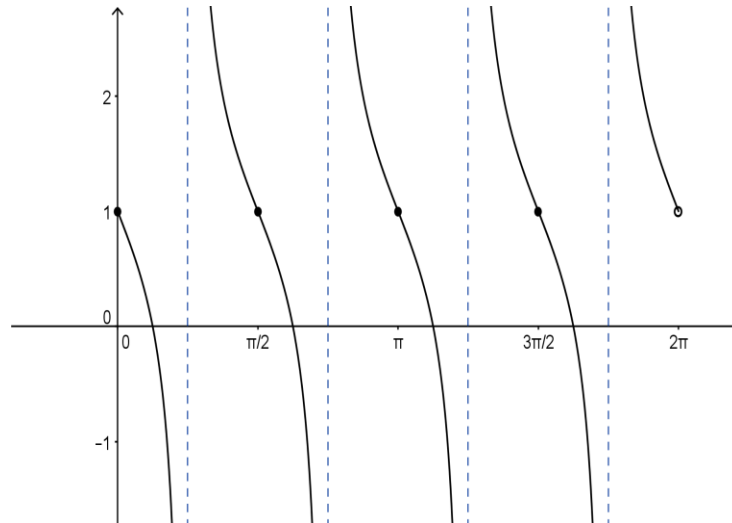
#3 a) Vrai (car π est la période de la fonction tangente de base) b) Faux

#4 $x = \pi n$ ($n \in \{1, 2, 3, 4\}$)

Pages 49 et 50

Exercice 1:

Le croquis...



1. Domaine : $\left[0, 2\pi\right] \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n \mid n \in \{0, 1, 2, 3\}\right\}$
2. Abscisses qui annulent la fonction : $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n \quad (n \in \{0, 1, 2, 3\})$
3. $f \geq 0 \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{8}\right] \cup \left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{8}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \frac{9\pi}{8}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}, \frac{13\pi}{8}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right]$
4. Équations des asymptotes : $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n \quad (n \in \{0, 1, 2, 3\})$
5. Position des points d'inflexion : $\left(\frac{\pi}{2}n, 1\right) \quad (n \in \{0, 1, 2, 3\})$

Exercice 2: $f(x) = \frac{-1}{2} \tan\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) - 2$

Exercice 3:

- a) $x = -1 + 2n \quad (n \in \mathbb{Z})$
- b) $\text{Dom } f : \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = -1 + 2n\} \quad (n \in \mathbb{Z})$
- c) $f(0) = -\sqrt{3}$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 - \sqrt{3}$ donc $y \in [-\sqrt{3}, 3 - \sqrt{3}]$
- d) $x \approx 2,57 + 2n \quad (n \in \mathbb{Z})$
- e) $x = \frac{7}{3} + 2n \quad (n \in \mathbb{Z})$

VRAI OU FAUX? L'énoncé est FAUX. Il devrait plutôt se lire :

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2b} + h + \frac{\pi n}{b} \mid n \in \mathbb{Z}\right\}$$

Pages 51 et 52

Exercice 1: $\csc^2(\theta) = \frac{1}{1 - \cos^2(\theta)}$

Exercice 2: $\cot(\theta) = \frac{-t \cdot \sqrt{1-t^2}}{1-t^2}$

DÉFI : $\sec \theta = -\sqrt{a^2+1}$ $\cot \theta = \frac{1}{a}$ $\csc \theta = -\frac{\sqrt{a^2+1}}{a}$ $\cos \theta = \frac{-\sqrt{a^2+1}}{a^2+1}$ $\sin \theta = \frac{-a\sqrt{a^2+1}}{a^2+1}$

Exercice 3: a) $\operatorname{cosec}^2 x$ b) $\cos x$ c) $\cos^2 x$ d) $\csc^2(n)+1$ e) $\sin^2(t)+1$

Page 54

Exercice :

a) $\sec^2 a \cdot \cot^2 a - 1 = (\tan^2 a + 1) \cdot \cot^2 a - 1$
 $= \tan^2 a \cdot \cot^2 a + \cot^2 a - 1$
 $= \tan^2 a \cdot \frac{1}{\tan^2 a} + \cot^2 a - 1$
 $= 1 + \cot^2 a - 1$
 $= \cot^2 a$

b) $\frac{1}{\cos^2 t} - \frac{1}{\cot^2 t} = \sec^2 t - \tan^2 t = (\tan^2 t + 1) - \tan^2 t = 1$

c) $\sec \theta - \cos \theta \cdot (\sec^2 \theta - 1) = \sec \theta - \cos \theta \cdot \sec^2 \theta + \cos \theta = \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta} + \cos \theta$
 $= \frac{1}{\cos \theta} - \frac{1}{\cos \theta} + \cos \theta = \cos \theta$

d) $\cos^4 r - \sin^4 r = (\cos^2 r + \sin^2 r) \cdot (\cos^2 r - \sin^2 r) = 1 \cdot (\cos^2 r - \sin^2 r) = \cos^2 r - \sin^2 r$
 $= (\cos r - \sin r) \cdot (\cos r + \sin r)$

e) $\frac{\tan \alpha}{\sec \alpha - 1} + \frac{\tan \alpha}{\sec \alpha + 1} = \frac{\tan \alpha \cdot (\sec \alpha + 1) + \tan \alpha \cdot (\sec \alpha - 1)}{(\sec \alpha - 1)(\sec \alpha + 1)} = \frac{\tan \alpha \cdot (\sec \alpha + 1 + \sec \alpha - 1)}{\sec^2 \alpha - 1}$
 $= \frac{\tan \alpha \cdot (2 \sec \alpha)}{\tan^2 \alpha} = \frac{2 \sec \alpha}{\tan \alpha} = \frac{2}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha} = 2 \csc \alpha$

Page 56

Exercice : a) $\frac{\pi}{4}$ rad b) $\frac{-\pi}{3}$ rad c) $x = \frac{-1}{2}$

Pages 58 et 59

Exercices :

1. a) $x \in \left\{ \frac{-7\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$ b) $x \in \left\{ \frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$
2. a) $x = \frac{1}{2}$ b) $x = \frac{\pm\sqrt{3}}{3}$ (car $\cos^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} = \pm \frac{\pi}{6}$) c) $x = \sqrt{3}$
3. a) $x \in \left\{ 0, \frac{\pi}{2}, \pi, 2\pi \right\}$ b) $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2} \right\}$
c) $x \in \left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$ d) $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$
4. a) $x \in \left\{ \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \right\}$ b) $x \in \{-2\pi, 0, 2\pi\}$

Pages 61 et 62

Exercice 1: a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ b) $\sqrt{3}-2$ c) $\frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

Exercice 2 :

- a) $\frac{-7\pi}{12}$ est à peine inférieur à $\frac{-\pi}{2}$ donc $\cos\left(\frac{-7\pi}{12}\right)$ est négatif et très près de 0.
- b) $\sin\left(\frac{-7\pi}{12}\right)$ est très près de -1.
- c) $P\left(\frac{-7\pi}{12}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}, \frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \right)$

Exercice 3: a) $\frac{84}{85}$ b) $\frac{-77}{85}$ c) $\frac{-24}{25}$ d) $\frac{7}{25}$

CORRIGÉ DES EXERCICES – TRIGONOMÉTRIE

Page 63 : Trigonométrie des triangles

Exercice 1 : a) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ b) $\frac{5\sqrt{61}}{61}$ c) $\frac{\sqrt{91}}{10}$

Exercice 2 : a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ c) $\frac{1}{2}$

Exercice 3 : Environ 30,8°

Exercice 4 : $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ cm

Exercice 5 :

a) 1) $m\angle A = 45^\circ$ 2) $m\angle A = 45^\circ$ 3) $m\angle B = 30^\circ$ 4) $m\angle B = 30^\circ$

b) 1) $\sin(A) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\sec(A) = \sqrt{2}$ 3) $\cos(B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4) $\sec(B) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Exercice 6 : $\sin A = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\cos A = \frac{\sqrt{5}}{5}$ $\operatorname{cosec} A = \frac{\sqrt{5}}{2}$ $\sec A = \sqrt{5}$ $\cot A = \frac{1}{2}$

Pages 64 à 67 : Le radian

Exercice 1 :

a) $\frac{2\pi}{7}$ cm $\approx 0,9$ cm b) $\frac{25\pi}{18}$ cm $\approx 4,36$ cm c) $\frac{4\pi}{3}$ m $\approx 4,19$ m

Exercice 2 :

a) $\frac{3}{\pi}$ cm $\approx 0,95$ cm b) $\frac{135}{11\pi}$ cm $\approx 3,91$ cm c) $\frac{6}{7\pi}$ m $\approx 0,27$ m

Exercice 3 : $0, \frac{\pi}{9}, \frac{2\pi}{9}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{9}, \frac{8\pi}{9}, \pi$

Exercice 4 : L'horloge affichera 10h50

Exercice 5 :

Rayon r	Longueur d'arc S	Mesure de l'angle θ
a) $\frac{25}{\pi}$	25 m	180°
b) <u>10 m</u>	30 m	3 rad
c) 15 m	45 m	<u>3 rad</u>
d) 18 m	<u>27π m</u>	270°
e) 22,5 m	<u>112,5 m</u>	5 rad
f) 16 m	96 m	<u>6</u> rad ou \approx <u>$343,77^\circ$</u>

Exercice 6: $\frac{25}{6}$ rad

Exercice 7: 2 rad

Exercice 8 : $-\frac{41\pi}{6}$ rad

Exercice 9 : Le moteur tourne à une vitesse de $\frac{200\pi}{3}$ rad/s

Exercice 10 :

a) 4188,8 secondes **donc** 1 heure, 9 minutes et 48,8 secondes

b) 38 772 km/h

Exercice 11 :

La roue tourne de 47π rad en 20 secondes.

Pages 68 à 81 : Le cercle trigonométrique

Exercice 1 :

a) $P\left(\frac{1}{3}, \frac{\pm 2\sqrt{2}}{3}\right)$ b) $Q\left(\frac{\pm 4\sqrt{3}}{7}, \frac{1}{7}\right)$ c) $R\left(0,3; \frac{\pm \sqrt{91}}{10}\right)$ d) $S\left(-0,7; \frac{\pm \sqrt{51}}{10}\right)$

Exercice 2 :

a) IV^e b) II^e c) I^{er} d) II^e e) II^e f) II^e

Exercice 3 :

a) $\frac{7\pi}{4}$ rad, IV^e b) $\frac{2\pi}{3}$ rad, II^e c) $\approx 5,28$ rad, IV^e d) $\approx 4,67$ rad, III^e
e) $\frac{7\pi}{4}$ rad, IV^e f) $\frac{\pi}{2}$ rad,
Entre 2 quadrants g) 3,6168 rad, III^e h) 1,2823 rad, I^{er}

Exercice 4 :

a) faux b) vrai c) vrai d) vrai e) vrai f) vrai

Exercice 5 :

a) 0,909 b) -0,707 c) -3,007 d) -1,732 e) 0,5

Exercice 6 :

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$
d) $\frac{-7\sqrt{6}}{12}$ e) -6 f) $\frac{-\sqrt{35}}{35}$

Exercice 7 :

a) $\frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ b) $-2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi$
c) $\frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ d) $-2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi$

Exercice 8 : La valeur exacte de l'expression est : $\frac{-3}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Exercice 9 : $\sec(\pi - \theta) \approx 2,69$

(défi : la VRAIE réponse est $\sec(\pi - \theta) \approx \pm 2,69$... mais comment y arriver?)

Exercice 10 : Faux car $\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$ et $-\cot\left(\frac{-\pi}{4}\right) = 1$

Exercice 11 : L'aiguille s'est arrêtée à 15 h 05

Exercice 12 :

Mesure de l'arc ou de l'angle en radians	Signe du cosinus et de la sécante	Signe du sinus et de la cosécante	Signe de la tangente et de la cotangente
$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$	Positif	Positif	Positif
$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$	Négatif	Positif	Négatif
$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$	Négatif	Négatif	Positif
$\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$	Positif	Négatif	Négatif

Exercice 13 :

- | | | | |
|--------|-------|--------|--------|
| a) II | b) IV | c) I | d) III |
| e) III | f) IV | g) II | h) IV |
| i) II | j) I | k) III | l) I |

Exercice 14 :

a) $P\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ et $Q\left(\frac{\pi}{3}\right)$ **OUI**

d) $P\left(\frac{19\pi}{6}\right)$ et $Q\left(\frac{-7\pi}{6}\right)$ **NON**

b) $P\left(\frac{-3\pi}{4}\right)$ et $Q\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ **OUI**

e) $P\left(\frac{-7\pi}{2}\right)$ et $Q\left(\frac{-\pi}{2}\right)$ **NON**

c) $P\left(\frac{9\pi}{2}\right)$ et $Q\left(\frac{11\pi}{2}\right)$ **NON**

f) $P\left(\frac{-13\pi}{3}\right)$ et $Q\left(\frac{11\pi}{3}\right)$ **OUI**

Exercice 15 :

a) $\pm \frac{4}{5}$

b) $\pm \frac{\sqrt{15}}{4}$

c) $\pm \frac{\sqrt{11}}{6}$

Exercice 16 : a) $\frac{7}{12}\pi$ rad

b) $\frac{35}{12}\pi$ cm

Exercice 17 :

$\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

(1, 0)

$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

(0, -1)

$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Exercice 18 :

a) $\frac{11\pi}{3}$

b) $\frac{9\pi}{2}$

c) $-\frac{11\pi}{6}$

d) $\frac{21\pi}{4}$

Exercice 19 :

a) $-\frac{\sqrt{7}}{4}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $-\frac{24}{25}$

Exercice 20 :

1. $P\left(\frac{11\pi}{6}\right)$	IV	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
2. $P\left(\frac{3\pi}{4}\right)$	II	$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
3. $P\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Aucun	(0, 1)
4. $P\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	II	$\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
5. $P\left(\frac{11\pi}{6}\right)$	IV	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
6. $P\left(\frac{\pi}{4}\right)$	I	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
7. $P\left(\frac{5\pi}{4}\right)$	III	$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Exercice 21 :

La combinaison est 18, 12, 40.

Exercice 22 :

- | | |
|--|---|
| a) $P\left(\frac{4}{5}\right) \approx (0,6967 ; 0,7174)$ | b) $Q\left(\frac{-19}{10}\right) \approx (-0,3233 ; -0,9463)$ |
| c) $R(-12) \approx (0,8439 ; 0,5366)$ | d) $S(89^\circ) \approx (0,0174 ; 0,9998)$ |
| e) $T(89\,541\pi) = (-1, 0)$ | |

Exercice 23 :

Plusieurs démonstrations possibles (qui seront montrées en classe...)

Exercice 24 :

La valeur exacte de l'expression est : $2 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ou $\frac{12 + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3}}{6}$

Exercice 25 :

$$\sin(\theta) = \pm \frac{3\sqrt{634}}{634} \quad \cos(\theta) = \pm \frac{25\sqrt{634}}{634} \quad \csc(\theta) = \pm \frac{\sqrt{634}}{3} \quad \sec(\theta) = \pm \frac{\sqrt{634}}{25} \quad \cot(\theta) = \frac{25}{3}$$

Exercice 26 :

Les coordonnées de $P\left(\frac{7\pi}{2} - \theta\right)$ sont $(-b, -a)$

Exercice 27 :

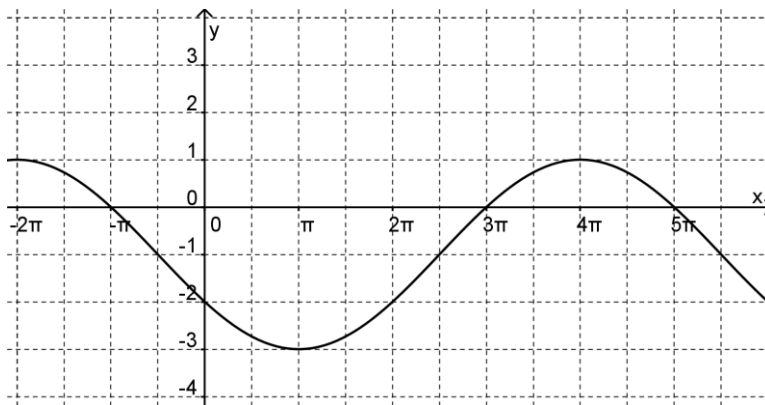
Le rayon devrait être de 12 cm.

Exercice 28 :

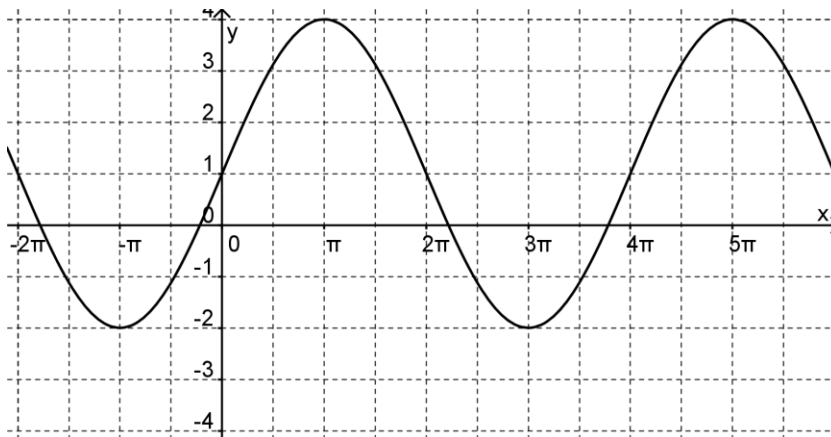
L'inclinaison est d'environ $41,19^\circ$.

Pages 82 et 83 : Tracé des fonctions sinusoïdales transformées

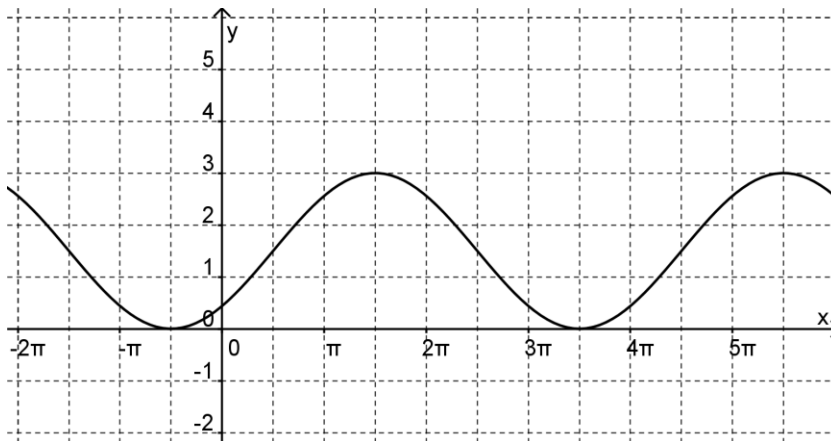
$$f(x) = -2 \sin \frac{1}{3} \left(x + \frac{\pi}{2} \right) - 1$$



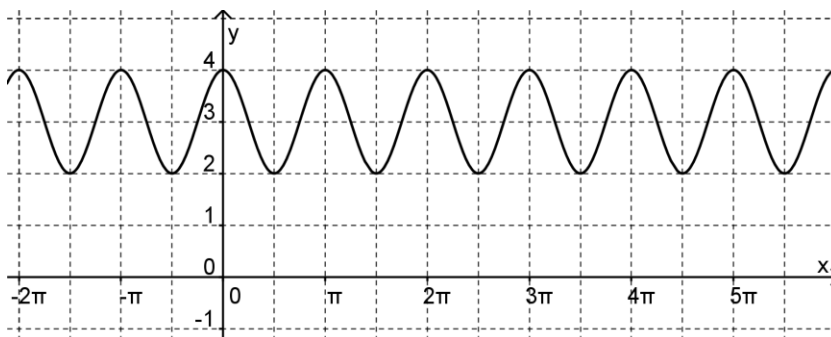
$$g(x) = 3 \cos 0,5(x - \pi) + 1$$



$$h(x) = \frac{-3}{2} \sin\left(\frac{-1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) + \frac{3}{2}$$



$$j(x) = \cos -2(x - \pi) + 3$$



Pages 84 à 98 : Les fonctions sinusoidales

#1. L'affirmation b est fausse : elle est vraie seulement si $k = 0$

L'affirmation c est fausse : elle est vraie seulement si $f(11) = \max(f)$ ou si $f(11) = \min(f)$

#2. C'est le graphique A.

#3. a) Faux b) Vrai c) Faux d) Vrai

#4. Les affirmations sont toutes vraies!

$$\#5. f(x) = \frac{1}{3} \cos(2\pi(x - 2)) - 2$$

#6. a) $(0, 1)$ b) $(1, 0)$ c) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

#7. a) $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$ b) $\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}$

d) $\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}$ e) $\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}, \frac{23\pi}{6}$ f) \emptyset

g) $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$ h) $0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$ i) $0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$

#8. d

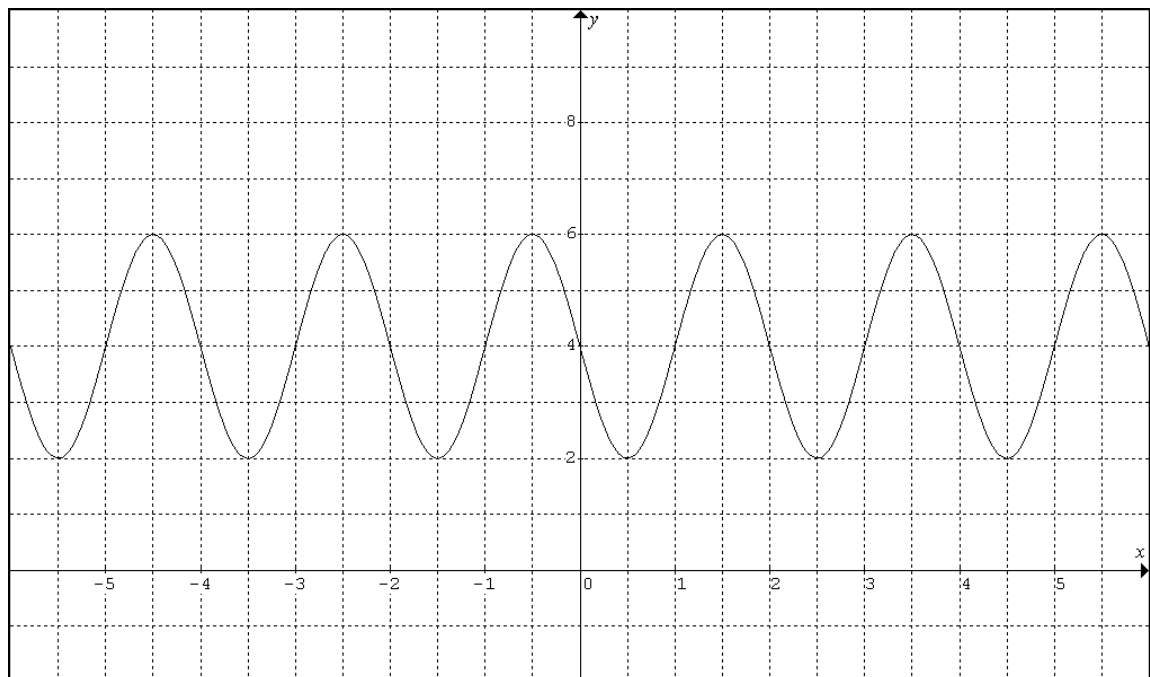
#9. d

#10. $f(x) = 4\sin\left(\frac{4}{3}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)$ ou $f(x) = 4\cos\left(\frac{4}{3}\left(x - \frac{\pi}{8}\right)\right)$

#11. a) $x \approx 4,17 + 2\pi n$ et $x \approx 5,25 + 2\pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$)

b) $x \approx 4,94 + 2\pi n$ et $x \approx 7,63 + 2\pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$)

#12.



#13. Tous les énoncés sont vrais.

#14.

a) $f(8) = 1$

b) $f(14) = -1$

c) $f(26) = 3$

d) $f(50) = 3$

#15. a) $f(x) = -3 \cdot \sin \frac{\pi}{4}(x+5)+1$ b) $a = -3$ $h = -5$ $b = \frac{\pi}{4}$ $k = 1$

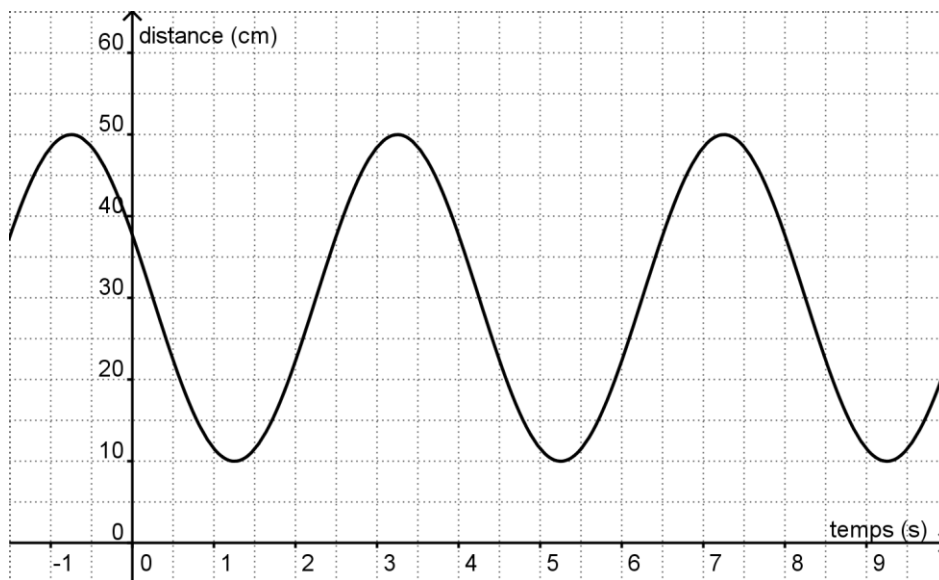
#16. a) la fonction f n'a pas de zéros car $k > A$

b) la fonction t ne possède qu'un seul zéro par cycle

#17. a) 4 maximums pendant la première heure (à 6, 22, 38 et 54 minutes)

b) 3 minimums pendant la première heure (à 14, 30 et 46 minutes)

#18. a)



b) environ 0,39 minute ou exactement 23,5 secondes.

#19. Une infinité de réponses possibles; par exemple :

$$f(x) = 2 \cos\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) + 1$$

$$f(x) = -2 \sin\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)\right) + 1$$

$$f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) + 1$$

$$f(x) = -2 \cos\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)\right) + 1$$

#20. a) $\frac{1382,3}{2\pi} \approx 220$ cycles/s ou 220 Hz

b) $g(t) = 5 \sin 5529,2(t - 25)$, soit un son de 880 Hz

Pages 99 à 105 : Recherche de règle – fonctions sinusoidales

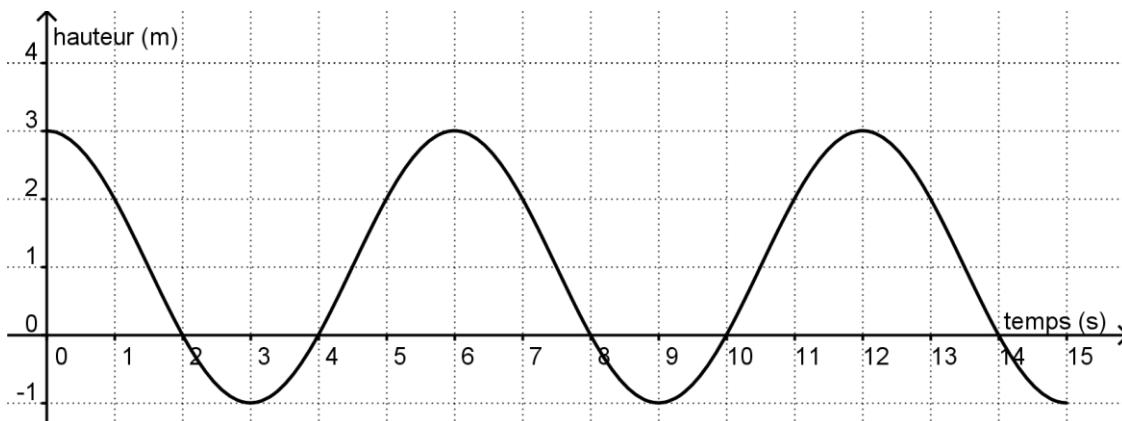
Situation 1

$T(x) = 120 \sin(120\pi x)$, où T représente la tension (V) et x le temps (s)

Situation 2 $b = \pm \frac{2\pi}{5}$

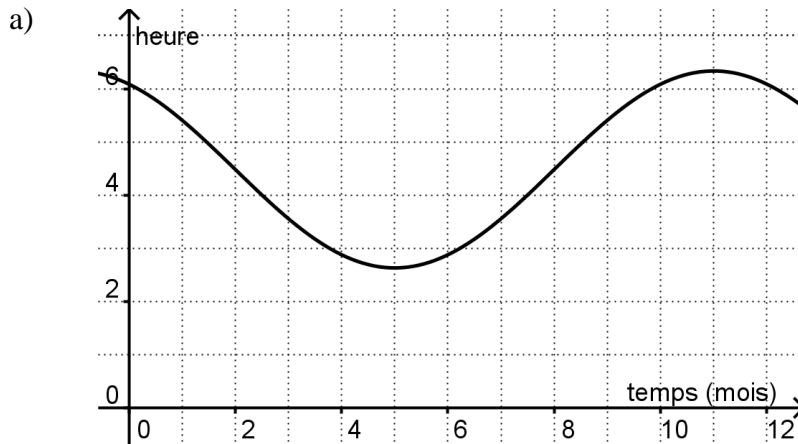
Situation 3

a)



b) $h(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 1$, où h représente la hauteur (m) et t le temps (s)

Situation 4



b) $h(t) = \frac{37}{20} \cos\left(\frac{\pi}{6}(t+1)\right) + \frac{269}{60}$, où t représente le temps (en mois) écoulé depuis le 21 janvier

Situation 5

$$f(t) = -45 \cos\left(\frac{2\pi}{11}t\right) + 45$$

Situation 6

a) $f(t) = 57,5 \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) + 125,5$ où t représente le temps écoulé depuis 1990 (en années)

b) environ 79 lièvres

Situation 7

a) $T(x) = 24 \cos \frac{\pi}{12}(x-14) + 24$, où T représente la température (°C) et x l'heure

b) $T_{\max} = 48^{\circ}\text{C}$ et $T_{\min} = 0^{\circ}\text{C}$

c) 2 h

d) 1) $\approx 3,22^{\circ}\text{C}$ 2) $\approx 44,78^{\circ}\text{C}$ 3) $\approx 40,97^{\circ}\text{C}$ 4) $\approx 17,79^{\circ}\text{C}$

Situation 8

$$g(x) = -2\cos\frac{\pi}{2}x + 1$$

Situation 9

a) $d(t) = -13\cos 2\pi t + 18$, où d représente la distance (mm) et t le temps (h)

b) $d(t) = -8\cos\frac{\pi}{6}t + 18$, où d représente la distance (mm) et t le temps (h)

Situation 10

La valeur de l'action

$V(t) = 15\sin\frac{2\pi}{9}(t-1) + 35$, où V représente la valeur (\$) et t le temps (mois)

a) environ 25,36\$ b) pendant environ 6 mois (6,07 pour être plus précis!)

Page 105 : Fonction tangente transformée

Exercice : $f(x) = -2\sqrt{3}\tan\left(\frac{\pi}{6}(x+2)\right) + 5$

Pages 106 à 110 : Les identités trigonométriques

Exercice 1 :

- | | | | | | |
|---------------|---------------|--------------------|----------------|-------------|---------------|
| a) $\sin^2 t$ | b) $\tan^2 a$ | c) $\cos^2 t$ | d) $-\cot^2 r$ | e) 1 | f) 1 |
| g) $\cos^2 r$ | h) 1 | i) $\sec x$ | j) $\sec t$ | k) $\csc x$ | l) $\cot^2 a$ |
| m) $\csc n$ | n) $\cos^2 r$ | o) $\sin^2 \theta$ | p) $\csc a$ | | |

Exercice 2 :

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| a) $\sin^2 x$ | b) $\cot^2 r$ | c) $\cos^2 a$ |
|---------------|---------------|---------------|

Exercice 3 :

- | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| a) > | b) < | c) > | d) < | e) > | f) > |
|------|------|------|------|------|------|

Exercice 4 :

- a) II b) II c) III d) IV e) I f) IV

Exercice 5 : a) $\cos t = \frac{\sqrt{7}}{4}$ b) $\tan t = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

Exercice 6 : a) $\sin t = \frac{-5}{13}$ b) $\tan t = \frac{5}{12}$

Exercice 7 : a) $\cos t = \frac{-4}{5}$ b) $\cot t = \frac{-4}{3}$

Exercice 8 : a) $\csc t = -2$ b) $\cos t = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 9 : $\sec t = \frac{-5}{3}$

Exercice 10 : $\sin a = \frac{-\sqrt{5}}{5}$

Exercice 11 : $\cot x = -\sqrt{3}$

Exercice 12 : $\csc a = \frac{4\sqrt{7}}{7}$

Exercice 13 : $\sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Exercice 14 : $\sec t = \frac{-4\sqrt{15}}{15}$

Exercice 15 :

a) $\sin t = \pm \sqrt{1 - \cos^2 t}$ b) $\csc t = \frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 t}}{1 - \cos^2 t}$

c) $\sec t = \frac{1}{\cos t}$ d) $\tan t = \frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 t}}{\cos t}$ e) $\cot t = \frac{\pm \cos t \sqrt{1 - \cos^2 t}}{1 - \cos^2 t}$

Exercice 16 :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \cot a = \frac{1}{\tan a} & \text{b) } \sec a = \pm \sqrt{\tan^2 a + 1} & \\ \text{c) } \cos a = \frac{\pm \sqrt{\tan^2 a + 1}}{\tan^2 a + 1} & \text{d) } \csc a = \frac{\pm \sqrt{\tan^2 a + 1}}{\tan a} & \text{e) } \sin a = \frac{\pm \tan a \sqrt{\tan^2 a + 1}}{\tan^2 a + 1} \end{array}$$

Exercice 17 : a) $\sec t = \frac{1}{a}$ b) $\sin t = \pm \sqrt{1 - a^2}$

Exercice 18 : a) $\cot r = \frac{1}{b}$ b) $\csc r = \frac{\sqrt{1+b^2}}{b}$ c) $\sin r = \frac{b\sqrt{1+b^2}}{1+b^2}$

Pages 110 à 115 : Démonstrations d'identités

$$1. \quad 1 - \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \tan \theta = 1 - \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 1 - \sin \theta \cdot \sin \theta = 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$$

$$2. \quad \sin \theta \cdot \sec \theta \cdot \tan \theta + 1 = \sin \theta \cdot \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + 1 = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + 1 = \tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$\begin{aligned} 3. \quad \cos \theta \cdot (\sec \theta - \sin \theta \cdot \cotan \theta) &= \cos \theta \cdot \left(\frac{1}{\cos \theta} - \sin \theta \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) = \cos \theta \cdot \left(\frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta \right) \\ &= \cos \theta \cdot \left(\frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos \theta} \right) = \cos \theta \left(\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \right) = \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad \operatorname{cosec} \alpha - \cos \alpha \cdot \cotan \alpha &= \frac{1}{\sin \alpha} - \cos \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha} \\ &= \sin \alpha \end{aligned}$$

$$5. \quad \sin^2 t + \tan^2 t = (1 - \cos^2 t) + (\sec^2 t - 1) = -\cos^2 t + \sec^2 t = \sec^2 t - \cos^2 t$$

$$6. \quad \frac{\sin \beta}{\tan \beta} + \frac{\cos \beta}{\cot \beta} = \frac{\sin \beta}{\left(\frac{\sin \beta}{\cos \beta} \right)} + \frac{\cos \beta}{\left(\frac{\cos \beta}{\sin \beta} \right)} = \sin \beta \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta} + \cos \beta \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \sin \beta + \cos \beta$$

$$\begin{aligned} 7. \quad \frac{\cotan^2 \delta - \cos^2 \delta}{\cos^2 \delta} &= \frac{\cotan^2 \delta}{\cos^2 \delta} - \frac{\cos^2 \delta}{\cos^2 \delta} = \frac{\cotan^2 \delta}{\cos^2 \delta} - 1 = \frac{\left(\frac{\cos^2 \delta}{\sin^2 \delta} \right)}{\cos^2 \delta} - 1 \\ &= \frac{\cos^2 \delta}{\sin^2 \delta} \cdot \frac{1}{\cos^2 \delta} - 1 = \frac{1}{\sin^2 \delta} - 1 = \operatorname{cosec}^2 \delta - 1 = \cotan^2 \delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8. \quad \sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A &= \frac{1}{\cos^2 A} + \frac{1}{\sin^2 A} = \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos^2 A \cdot \sin^2 A} = \frac{1}{\cos^2 A \cdot \sin^2 A} \\ &= \frac{1}{\cos^2 A} \cdot \frac{1}{\sin^2 A} = \sec^2 A \cdot \operatorname{cosec}^2 A \end{aligned}$$

$$9. \quad \sec \sigma - \cos \sigma = \frac{1}{\cos \sigma} - \cos \sigma = \frac{1 - \cos^2 \sigma}{\cos \sigma} = \frac{\sin^2 \sigma}{\cos \sigma} = \sin \sigma \cdot \frac{\sin \sigma}{\cos \sigma} = \sin \sigma \cdot \tan \sigma$$

$$\begin{aligned} 10. \quad \frac{\sin \alpha + \sin \alpha \cdot \tan^2 \alpha}{\sec \alpha} &= \frac{\sin \alpha + \sin \alpha \cdot (\sec^2 \alpha - 1)}{\sec \alpha} = \frac{\sin \alpha + \sin \alpha \cdot \sec^2 \alpha - \sin \alpha}{\sec \alpha} \\ &= \frac{\sin \alpha \cdot \sec^2 \alpha}{\sec \alpha} = \sin \alpha \cdot \sec \alpha = \sin \alpha \cdot \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11. \quad \frac{(\sin \theta + 1)(\operatorname{cosec} \theta - 1)}{\sin \theta} &= \frac{(\sin \theta + 1)\left(\frac{1}{\sin \theta} - 1\right)}{\sin \theta} = \frac{1 - \sin \theta + \frac{1}{\sin \theta} - 1}{\sin \theta} = \frac{-\sin \theta + \frac{1}{\sin \theta}}{\sin \theta} \\ &= -1 + \frac{1}{\sin^2 \theta} = -1 + \operatorname{cosec}^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 = \cotan^2 \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12. \quad (\tan \beta + \cotan \beta)(\sin \beta + \cos \beta) &= \left(\frac{\sin \beta}{\cos \beta} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta}\right)(\sin \beta + \cos \beta) \\ &= \left(\frac{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta}{\cos \beta \cdot \sin \beta}\right)(\sin \beta + \cos \beta) \\ &= \left(\frac{1}{\cos \beta \cdot \sin \beta}\right)(\sin \beta + \cos \beta) \\ &= \frac{\sin \beta}{\cos \beta \cdot \sin \beta} + \frac{\cos \beta}{\cos \beta \cdot \sin \beta} = \frac{1}{\cos \beta} + \frac{1}{\sin \beta} \\ &= \sec \beta + \operatorname{cosec} \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13. \quad (\tan \alpha + \cotan \alpha)^2 &= \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right)^2 = \left(\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}\right)^2 = \left(\frac{1}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}\right)^2 \\ &= \left(\frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \sec^2 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha \end{aligned}$$

$$14. \quad \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{1}{1 + \cotan^2 \theta} = \frac{1}{\sec^2 \theta} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \theta} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$15. \quad \frac{\sin \beta}{1 - \cos \beta} = \frac{\sin \beta}{1 - \cos \beta} \cdot \frac{1 + \cos \beta}{1 + \cos \beta} = \frac{\sin \beta + \sin \beta \cdot \cos \beta}{(1 - \cos \beta)(1 + \cos \beta)} = \frac{\sin \beta + \sin \beta \cdot \cos \beta}{1 - \cos^2 \beta}$$

$$= \frac{\sin \beta + \sin \beta \cdot \cos \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{\sin \beta \cdot (1 + \cos \beta)}{\sin^2 \beta} = \frac{1 + \cos \beta}{\sin \beta}$$

$$16. \quad \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} - \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{\sin \theta \cdot (1 + \cos \theta) - \sin \theta \cdot (1 - \cos \theta)}{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)} =$$

$$= \frac{\sin \theta + \sin \theta \cdot \cos \theta - \sin \theta + \sin \theta \cdot \cos \theta}{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)} = \frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}$$

$$= \frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \cot \theta$$

$$17. \quad \frac{\cos^2 \mu}{1 - \sin \mu} = \frac{1 - \sin^2 \mu}{1 - \sin \mu} = \frac{(1 + \sin \mu)(1 - \sin \mu)}{1 - \sin \mu} = 1 + \sin \mu$$

$$18. \quad (\tan x - \cotan x) \sin x \cdot \cos x = \left(\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right) \sin x \cdot \cos x = \frac{\sin^2 x \cdot \cos x}{\cos x} - \frac{\sin x \cdot \cos^2 x}{\sin x}$$

$$= \sin^2 x - \cos^2 x = (\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x)$$

$$19. \quad \frac{\tan^2 \gamma}{1 + \tan^2 \gamma} \cdot \frac{1 + \cotan^2 \gamma}{\cotan^2 \gamma} = \frac{\tan^2 \gamma + 1}{\cotan^2 \gamma + 1} = \frac{\sec^2 \gamma}{\operatorname{cosec}^2 \gamma} = \frac{\left(\frac{1}{\cos^2 \gamma} \right)}{\left(\frac{1}{\sin^2 \gamma} \right)} = \frac{1}{\cos^2 \gamma} \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{1} = \tan^2 \gamma$$

$$20. \quad \frac{1}{1 - \cos b} + \frac{1}{1 + \cos b} = \frac{1 + \cos b + 1 - \cos b}{(1 - \cos b)(1 + \cos b)} = \frac{2}{(1 - \cos b)(1 + \cos b)} = \frac{2}{1 - \cos^2 b} = \frac{2}{\sin^2 b}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{\sin^2 b} = 2 \operatorname{cosec}^2 b$$

Pages 116 à 120 : Les réciproques

1. a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{\pi}{4}$ e) $\frac{\pi}{4}$ f) $\frac{\pi}{3}$

2. a) V b) F c) V d) F e) V

3. a) V b) V c) F d) V e) V

4. a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{-1}{2}$ e) -1 f) Non définie g) 0 h) $\sqrt{3}$

5. a) -1 b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) 1

6. a) 1 b) 2π

7. a) $\frac{\pi}{3}$ b) π c) $\frac{\pi}{6}$ d) 1

e) $\frac{\pi}{2}$ f) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ g) $\frac{1}{2}$ *h) $\frac{4}{5}$

8. a) $\approx 0,5742$ b) $\approx -1,28$ c) $\approx 0,7886$ d) impossible e) $\approx 0,1563$ f) $-0,2311$
g) $\approx -2,3116$ h) $0,3211$ i) $\approx 1,57$ ou $\frac{\pi}{2}$

9. a) I et IV b) I et II c) I et IV

10. a) $[-1, 1]$ b) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ c) positive : $[0, 1]$
négative : $[-1, 0]$
d) croissante sur $[-1, 1]$ e) $\frac{-\pi}{2}$ f) $\frac{\pi}{2}$

11. a) - b) + c) +

12. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

13. a) $\approx \pm 0,7563$ b) $\approx \pm 0,9924$ c) $\approx \pm 0,8987$ d) $\approx \pm 0,8358$

14. Non, car les valeurs négatives de cosinus seraient omises et de plus, ce ne serait pas une fonction.

15. a) $t \approx -0,66$ b) ($\approx 0,7880$; $\approx -0,6157$) c) $s \approx 2,48$

16. a) $\frac{3}{2}$ b) 2 c) $\frac{6-\sqrt{3}}{6}$

17. a) $\approx 43,0^\circ$ b) ($\approx 0,7314$; $\approx 0,682$)

Page 121 : Résolution d'équations «extrêmes»

1. a) $x \in \left\{ \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$ b) $x \in \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$ c) $x \in \left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$
2. a) $x = \frac{\pi}{2}$ b) $x \in \left\{ \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{13\pi}{8} \right\}$ c) $x \in \emptyset$
3. a) $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$ b) $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$ c) $x \in \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$
4. a) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$ b) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \text{ ou } x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$
c) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$
5. a) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$ b) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{7\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$
c) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2\pi}{3} + 4\pi n \text{ ou } x = \frac{4\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$
6. a) $x \in \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$ b) $x \in \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \right\}$ c) $x = \pi$ d) $x \in \emptyset$
7. a) $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) \emptyset c) 0 d) -1 e) 1 f) $-\frac{1}{2}$
8. a) $x \in \left\{ 0, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right\}$ b) $x \in \left\{ \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3} \right\}$ c) $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2} \right\}$
9. a) $\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \}$ b) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$
c) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \text{ ou } x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$

10. a) $x \in \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$ b) $x \in \{0, 2\pi\}$ c) $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$
- d) $x \in \{0, \pi, 2\pi\}$ e) $x \in \left\{ 0, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, 2\pi \right\}$ f) $x \in \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4} \right\}$
11. a) $\{t \in \mathbb{R} \mid t = \pi n, n \in \mathbb{Z}\}$ b) $\left\{ t \in \mathbb{R} \mid t = \frac{\pi}{2} + \pi n \text{ ou } t = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \text{ ou } t = \frac{11\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$
12. a) $\left\{ -2\pi, \frac{-5\pi}{4}, -\pi, \frac{-\pi}{4}, 0 \right\}$ b) $\left\{ \frac{-5\pi}{6}, \frac{-\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$ c) $\left\{ \frac{-3\pi}{2}, -\pi, \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \pi \right\}$ d) $\left\{ \frac{-5\pi}{6}, \frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right\}$
13. a) $\left\{ t \in \mathbb{R} \mid t = \pi n \text{ ou } t = \frac{\pi}{3} + 2\pi n \text{ ou } t = \frac{5\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$ b) $\left\{ t \in \mathbb{R} \mid t = \pi n \text{ ou } t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$
- c) $\left\{ t \in \mathbb{R} \mid t = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$ d) $\{t \in \mathbb{R} \mid t = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}\}$
- e) $\left\{ t \in \mathbb{R} \mid t = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \text{ ou } t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ ou } t = \frac{11\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$
- f) $\left\{ t \in \mathbb{R} \mid t = \frac{\pi}{3} + \pi n \text{ ou } t = \frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$

Page 124 : Les derniers exercices du chapitre!

1. a) $\frac{1}{\sec^2 \theta} + \frac{1}{\csc^2 \theta} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$
- b) $\tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = \sin^2 x \cdot (\sec^2 x - 1) = \sin^2 x \cdot \tan^2 x$
- c) $\frac{2\cos^2 \theta - \cos \theta - 1}{\cos \theta - 1} = \frac{(2\cos \theta + 1) \cdot (\cos \theta - 1)}{\cos \theta - 1} = 2\cos \theta + 1$
 $= 2 \left(\frac{1}{\sec \theta} \right) + 1 = \frac{2}{\sec \theta} + \frac{\sec \theta}{\sec \theta} = \frac{\sec \theta + 2}{\sec \theta}$
2. a) $x = \frac{\pi}{3} - 1 + 2\pi n$ ou $x = \frac{2\pi}{3} - 1 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- b) $t = -\sqrt{3} - \frac{1}{3}$