CORRIGÉ DES NOTES – TRIGONOMÉTRIE

Page 4

Exercice : a) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ e) 1 f) 30°

VRAI ou FAUX a) V b) V c) F d) V e) V f) F

Pages 7 et 8

Exercice 1 : a) $\frac{8\pi}{3} \approx 8{,}38$ cm b) $\frac{7\pi}{5} \approx 4{,}4$ dm

Exercice 2 : a) 4 rad c) 1 rad

b) $\frac{1}{5}$ rad d) 2π rad

Exercice 3 : a) $\frac{6}{\pi} \approx 1{,}91$ m b) $\frac{7}{12\pi} \approx 0{,}19$ cm

Exercice 4 : a) 180° b) 60° c) 45°

d) 30° e) 90° f) 210°

g) 330° h) $\approx 57{,}3°$ i) $\approx 286{,}48°$

j) $\frac{\pi}{2}$ rad k) $\frac{5\pi}{4}$ rad l) $\frac{61\pi}{90}$ rad

La calculatrice… $\sin(1 \text{ rad}) \approx 0{,}841$ $\sin(1°) \approx 0{,}017$

mais $\cos(60°) = \frac{1}{2}$ et $\cos\left(\frac{\pi}{3}\text{ rad}\right) = \frac{1}{2}$

Page 9

Exercice : a) oui b) oui c) non d) non e) non f) oui

Pages 10 et 11 *Série d'exercices sur les angles et longueurs d'arc*

Exercice 1 : a) -260 º b) 460 º

Exercice 2 : a) $-\frac{4\pi}{3}$ b) $\frac{8\pi}{3}$

Exercice 3 : 5π cm

Exercice 4 : 4π cm

Exercice 5 : a) 18 cm b) 18 cm^2

Exercice 6 : 20π cm

Exercice 7 : 25 rad/sec.

Exercice 8 : $-\frac{\pi}{30}$ rad

Page 13

Exercice 1 : $\theta \approx 1{,}18$ rad ou $\theta \approx 67{,}38°$

Exercice 2 : a) oui b) non

Exercice 3 : $P(\theta) = \left(\frac{1}{4}, \pm\frac{\sqrt{15}}{4}\right)$

Pages 15 et 16

VRAI OU FAUX : 1. Vrai

2. Faux : $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$

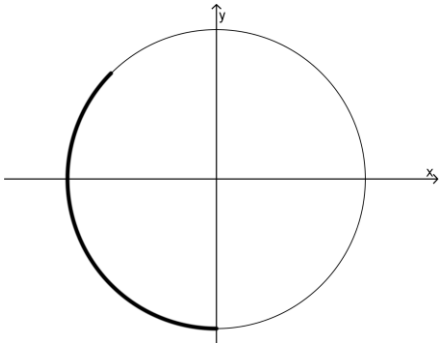
3. Vrai

4. Faux : $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$

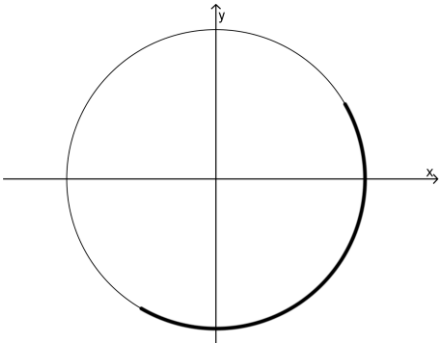
Exercice 1 : a) III^e b) IV^e c) I^{er}

Exercice 2 :

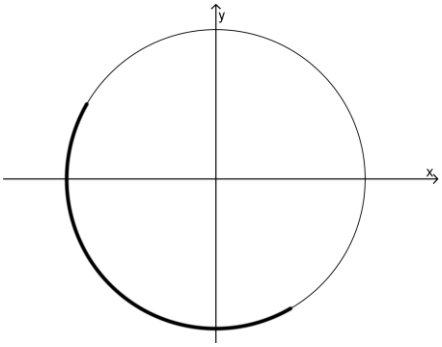
a) $\frac{3\pi}{4} < \theta < \frac{3\pi}{2}$



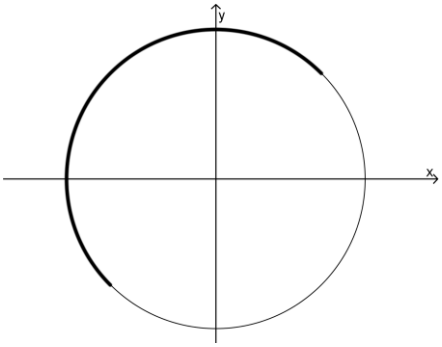
b) $\theta \in \left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right]$



c) $\theta \in \left[\frac{-7\pi}{6}, \frac{-\pi}{3}\right]$



d) $\theta \in \left[\frac{-7\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4}\right]$



Exercice 3 :

$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ $\quad \cos(\pi) = -1$ $\quad \sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ $\quad \cos\left(\frac{-5\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

$\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad \cot\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$ $\quad \sec(0) = 1$ $\quad \cot(2\pi) = n.d.$

$\csc\left(\frac{-5\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ $\quad \cos\left(\frac{-11\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \tan\left(\frac{-\pi}{2}\right) = n.d.$ $\quad \sec\left(\frac{-3\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$

Exercice 4 : Vérifiez vos calculs avec la calculatrice ☺

Exercice 5 :

$\tan(\theta) > 0 \quad \forall\, \theta \in \left]\frac{\pi}{2}\,,\,\pi\right[$ Réponse : Faux

$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{-5\pi}{3}\right)$ Réponse : Faux

Si $\sec(\theta) < 0$ alors $\cos(\theta) > 0$ Réponse : Faux

$\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \cot\left(\frac{-2\pi}{3}\right)$ Réponse : Vrai

Exercice 6 :

$\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos(6\pi) = 1$ $\sin\left(\frac{-8\pi}{3}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ $\cos\left(\frac{-11\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

$\tan\left(\frac{-8\pi}{2}\right) = 0$ $\sin\left(\frac{21\pi}{6}\right) = -1$ $\cos(100\pi) = 1$ $\sin\left(-\frac{25\pi}{2}\right) = -1$

Page 18

Exercice : a) $\frac{5\pi}{4}$ rad b) 0 rad c) $\frac{\pi}{6}$ rad d) $\frac{\pi}{3}$ rad e) $\frac{\pi}{2}$ rad f) $\frac{5\pi}{6}$ rad

Page 21

Exercice : a) 2 sec.

b) P_2

c) P_0 de retour vers P_1

d) $f = \frac{1}{2}$

e) 11 fois

Page 22

#1 a) p = 8 unités b) $f(23) = 0$ et $f(25) = -2$ c) … 25, 33, 41, 49, 57, …

#2 Codom $f = \left[-\frac{3}{2}, 2\right]$

#3 a) $g(29) = g(2+3p) = -1$ b) $g(-21) = g(-21 + 2p) = 0$ c) $g(1176) = g(1176 – 131p) = 0$

#4 a) $h(31) = h(31-2p) = 0$ b) $h(9) = h(9 - p) = 3$ c) $h(-434) = h(-434 + 29p) = 0$

d) $h(249) = h(249- 17p) = 3$ e) $h(-6 + 12p) = 3$ f) $h(1 + np) = 0$

Page 25

Exercice 1:

1. Dom = IR
2. Codom = $[0, 6]$
3. P = 4π
4. $f = \frac{1}{4\pi}$
5. Max = 6
6. Min = 0
7. $y = 3$
8. $f(x) \geq 0 \forall x \in \text{IR}$
9. $x \in [-\pi + 4\pi n, \pi + 4\pi n] \quad (n \in Z)$
10. $x = -\pi + 4\pi n$

Page 26

Analyse de la fonction

1. Domaine : $\mathbb{R}$ 2. Codomaine : $[-1\,,\,1]$ 3. Période : 2π

4. $f(x) \geq 0 \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}+2\pi n\,,\,\frac{\pi}{2}+2\pi n\right]$

5. $f(x) \leq 0 \forall x \in \left[\frac{\pi}{2}+2\pi n\,,\,\frac{3\pi}{2}+2\pi n\right]$

6. $\forall\ x_1\,,\,x_2 \in [\pi+2\pi n\,,\,2\pi+2\pi n] : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

7. $\forall\ x_1\,,\,x_2 \in [0+2\pi n\,,\,\pi+2\pi n] : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

8. $f(x) = 0 \forall x \in \left\{\frac{\pi}{2}+\pi n\right\}$

} $n \in Z$

Exercice : Une infinité de règles possibles, dont: $f(x) = \sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

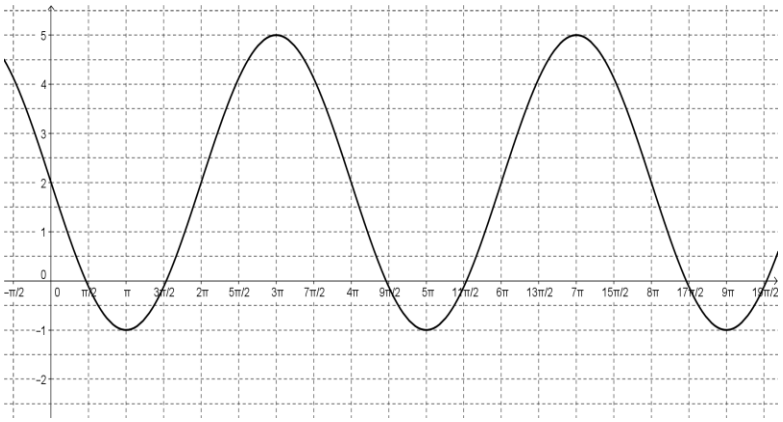
Page 27

Exemple :

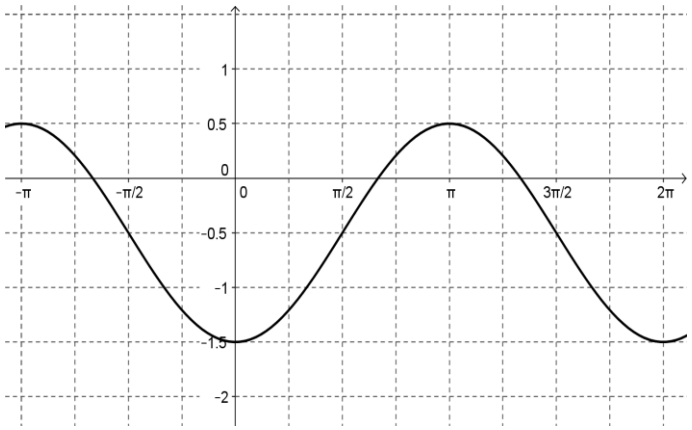
Fonction	$f(x) = -\frac{3}{2}\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{2}\right)-4$	$g(x) = \cos(-x+\pi)$
Règle (forme canonique) avec $b > 0$	$f(x) = -\frac{3}{2}\sin\,\pi\left(x+\frac{1}{2}\right)-4$	$g(x) = \cos(x-\pi)$
Amplitude	$\frac{3}{2}$	1
Période	2	2π
Déphasage	$-\frac{1}{2}$	π

Page 28

$f(x) = 3\sin\left(\frac{x}{2} - \pi\right) + 2$

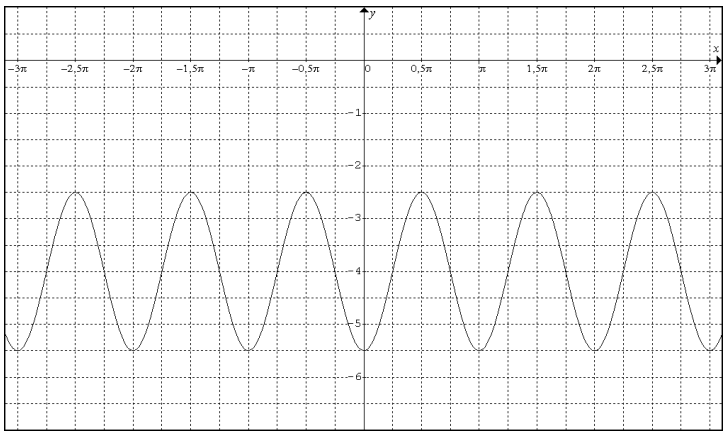


$g(x) = \sin\left(-x - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2}$

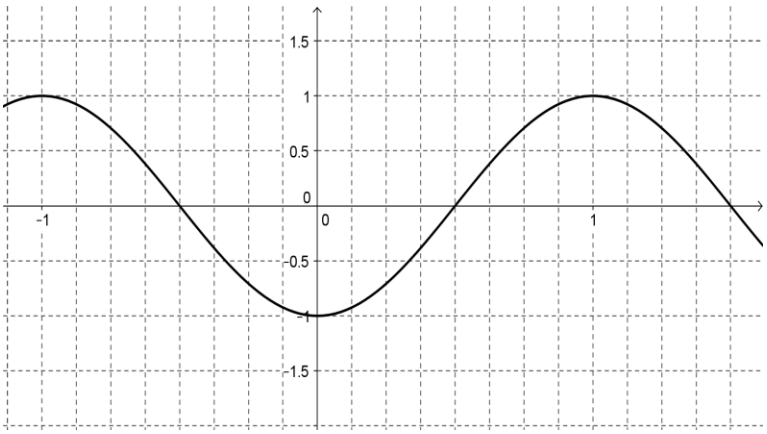


Page 29

$h(x) = -\frac{3}{2}\cos(-2x) - 4$



* $j(x) = \cos-(\pi x + 5\pi)$



Pages 31 et 32

Exercice 2 : (d'autres réponses sont aussi acceptables pour chacune)

$f(x) = \cos\frac{1}{2}(x) - 1{,}5$ ou $f(x) = \sin\frac{1}{2}(x + \pi) - 1{,}5$ ou $f(x) = -\sin\frac{1}{2}(x - \pi) - 1{,}5$

$g(x) = -1{,}5\cos 2\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$ ou $g(x) = 1{,}5\sin 2\left(x - \frac{3\pi}{8}\right)$ ou $g(x) = -1{,}5\sin 2\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$

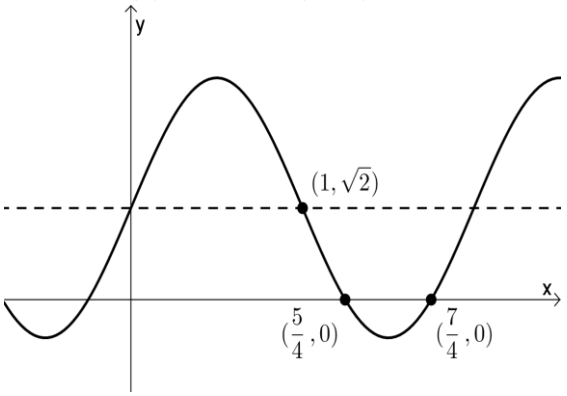
$h(x) = \frac{5}{2}\cos\frac{\pi}{2}(x + 1) + 1$ ou $h(x) = -\frac{5}{2}\cos\frac{\pi}{2}(x - 5) + 1$ ou $h(x) = -\frac{5}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1$

Exercice 3 : $f(x) = -4\sin\pi(x - 1{,}5) - 1$

Page 34

Exercice 1

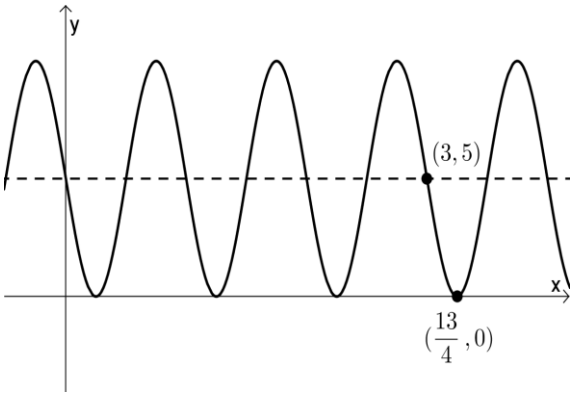
a) $f(x) = -2\sin\pi(x-1)+\sqrt{2}$



Solutions:

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{5}{4}+2n \\ x = \frac{7}{4}+2n \end{array}\right\} \ (n \in Z)$$

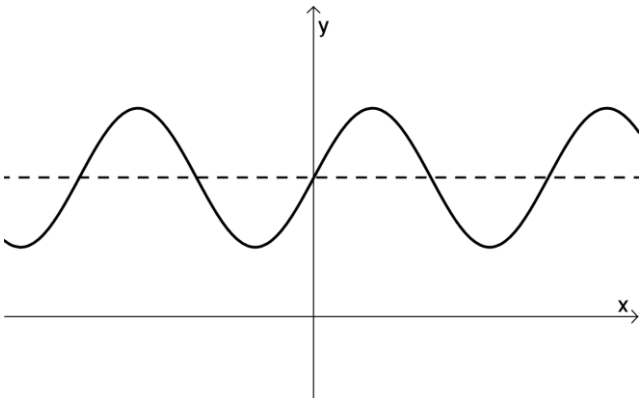
b) $f(x) = -5\sin 2\pi(x-3)+5$



Solutions:

$$x = \frac{13}{4}+n \quad (n \in Z)$$

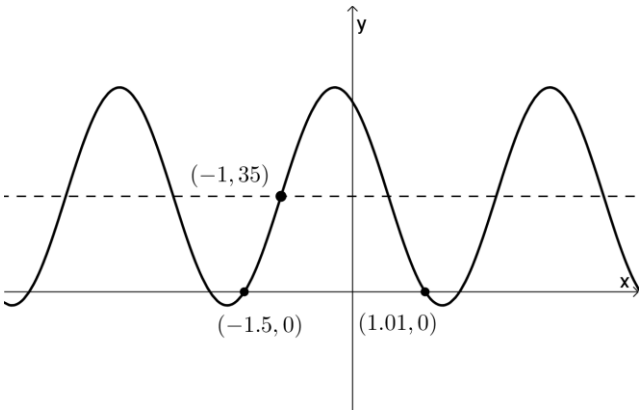
d) $f(x) = 0,5\sin(x-6\pi)+\sqrt{3}$



Solutions :

$x \in \varnothing$ car l'ordonnée moyenne est supérieure à l'amplitude.

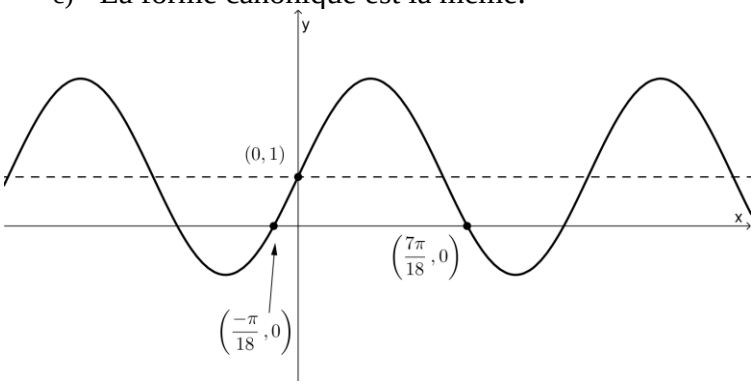
e) La forme canonique est la même.



Solutions:

$$\left.\begin{array}{l} x = -1,5+3n \\ x = 1,01+3n \end{array}\right\} \ (n \in Z)$$

c) La forme canonique est la même.



Solutions:

$$x \in \left\{ \frac{-5\pi}{18} \, , \, \frac{-\pi}{18} \, , \, \frac{7\pi}{18} \, , \, \frac{11\pi}{18} \right\}$$

Exercice 2

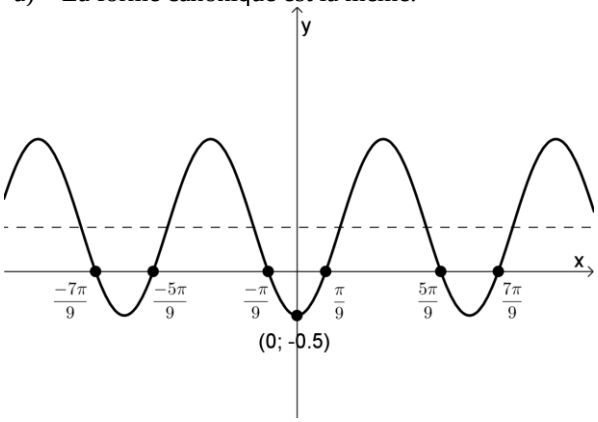
a) $x \in \left] \frac{-\pi}{24} + \frac{\pi n}{2} \, , \, \frac{7\pi}{24} + \frac{\pi n}{2} \right[\quad (n \in Z)$

b) $x \in \left[\frac{-\pi}{8} \, ; \, 0{,}61 \right] \cup [1{,}49 \, ; \, 2{,}7] \cup \left[3{,}58 \, ; \, \frac{4\pi}{3} \right]$

Page 38

Exercice 1

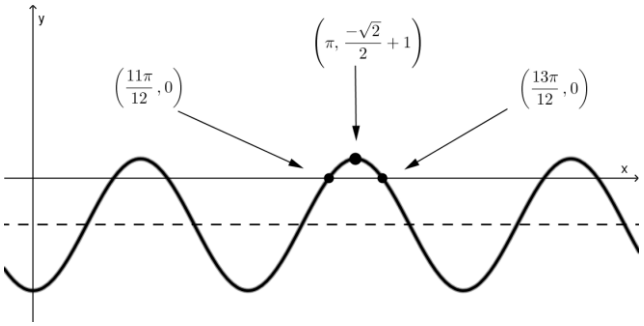
a) La forme canonique est la même.



Solutions:

$$x \in \left\{ \frac{-7\pi}{9} \, , \, \frac{-5\pi}{9} \, , \, \frac{-\pi}{9} \, , \, \frac{\pi}{9} \, , \, \frac{5\pi}{9} \, , \, \frac{7\pi}{9} \right\}$$

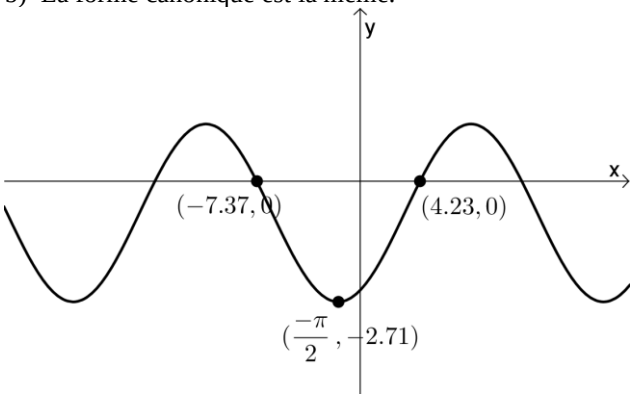
d) La forme canonique est la même.



Solutions:

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{11\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} n \\ x = \frac{13\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} n \end{array} \right\} \quad (n \in Z)$$

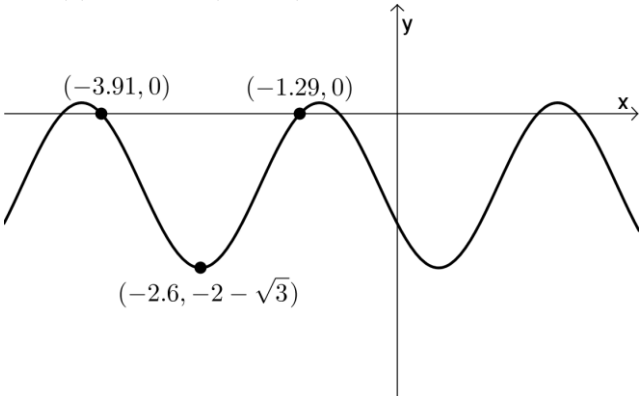
b) La forme canonique est la même.



Solutions :

$$\left.\begin{array}{l} x \approx -7{,}37 + 6\pi n \\ x \approx 4{,}23 + 6\pi n \end{array}\right\} \quad (n \in Z)$$

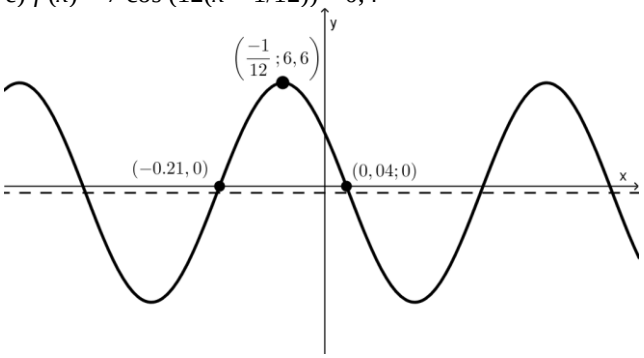
c) $f(x) = -2\cos 2(x + 2{,}6) - \sqrt{3}$



Solutions:

$$\left.\begin{array}{l} x \approx -3{,}91 + \pi n \\ x \approx -1{,}29 + \pi n \end{array}\right\} \quad (n \in Z)$$

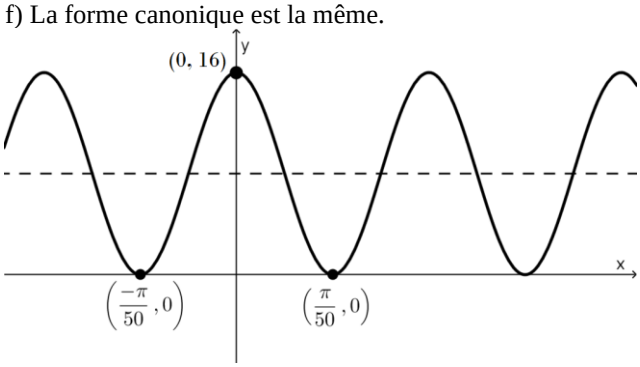
e) $f(x) = 7\cos(12(x + 1/12)) - 0{,}4$



Solutions :

$$\left.\begin{array}{l} x \approx -0{,}21 + \dfrac{\pi}{6} n \\ x \approx 0{,}04 + \dfrac{\pi}{6} n \end{array}\right\} \quad (n \in Z)$$

f) La forme canonique est la même.



Solutions:

$$x = \frac{\pi}{50} + \frac{\pi}{25} n \quad (n \in Z)$$

Exercice 2 :

a) $x \in [0\ ,\ 4]$

b) $x \in [-2{,}48 + \pi n\ ,\ -0{,}38 + \pi n] \quad (n \in Z)$

Pages 41 à 45

Problème 1 : a) $h(t) = -10\cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + 12$ (autres réponses possibles)

a) Pendant environ 2,66 minutes, soit 2 minutes et 39 secondes.

Problème 2 : a) 40 lumières b) 3,05m c) 0,09m ; 0,23m ; 0,41m et 0,55m

Problème 3 :

a) $f(x) = 45\cos(4\pi(x-1)) + 75 \quad (0 \le x \le 2)$

b) 0,15 min. ; 0,35 min. ; 0,65 min. ; 0,85 min. ; 1,15min. ; 1,35 min. ;1,65 min.;1,85 min.

Problème 4 :

a) $f(x) = -12\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-25)\right) + 24$ ou mieux encore $f(x) = -12\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 24$

b) Il est passé 30 fois à une altitude de 35m.

c) pendant 7,8 secondes

Problème 5 : 63cm

Problème 6 : $f(x) = 11\sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 120$

Page 48

#1 a) 0 b) 1 c) $-\sqrt{3}$ d) 0 e) $\frac{-\sqrt{3}}{3}$ f) n.d.

#2 a) II et IV b) I et III

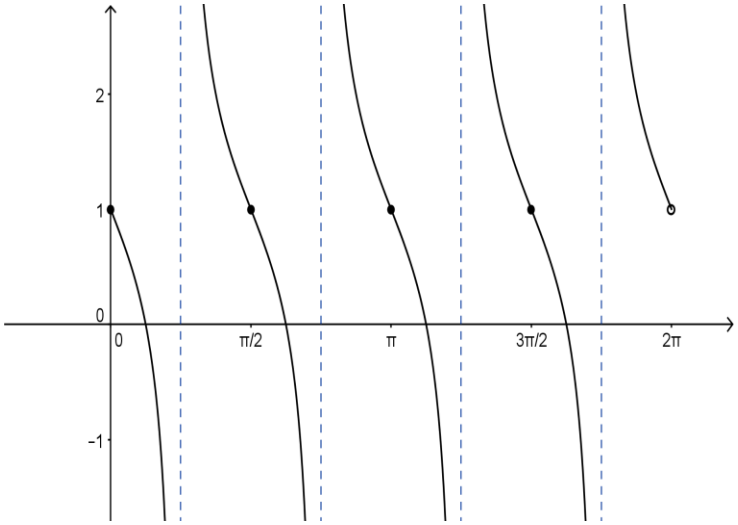
#3 a) Vrai (car π est la période de la fonction tangente de base) b) Faux

#4 $x = \pi n \quad (n \in \{1, 2, 3, 4\})$

Pages 49 et 50

Exercice 1:

Le croquis…



1. Domaine : $\left[0\ ,\ 2\pi\right[\setminus \left\{\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}n\right\} \quad \left(n \in \{0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\}\right)$

2. Abscisses qui annulent la fonction : $x = \frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{2}n \quad \left(n \in \{0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\}\right)$

3. $f \geq 0 \,\forall\, x \in \left[0\ ,\ \frac{\pi}{8}\right] \cup \left]\frac{\pi}{4}\ ,\ \frac{5\pi}{8}\right] \cup \left]\frac{3\pi}{4}\ ,\ \frac{9\pi}{8}\right] \cup \left]\frac{5\pi}{4}\ ,\ \frac{13\pi}{8}\right] \cup \left]\frac{7\pi}{4}\ ,\ 2\pi\right[$

4. Équations des asymptotes : $x = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}n \quad \left(n \in \{0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\}\right)$

5. Position des points d'inflexion : $\left(\frac{\pi}{2}n\ ,\ 1\right) \quad \left(n \in \{0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\}\right)$

Exercice 2: $f(x) = \frac{-1}{2}\tan\left(\frac{1}{2}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right) - 2$

Exercice 3:

a) $x = -1 + 2n \ \left(n \in Z\right)$

b) Dom f : $\mathbb{R} \setminus \{x \mid x = -1+2n\} \quad \left(n \in Z\right)$

c) $f(0) = -\sqrt{3}$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 - \sqrt{3}$ donc $y \in \left[-\sqrt{3}\ ,\ 3-\sqrt{3}\right]$

d) $x \approx 2{,}57 + 2n \ \left(n \in Z\right)$

e) $x = \frac{7}{3} + 2n \ \left(n \in Z\right)$

VRAI OU FAUX? L'énoncé est FAUX. Il devrait plutôt se lire :

Dom $f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2b}+h+\frac{\pi n}{b}\right\} \ \left(n \in Z\right)$

Pages 51 et 52

Exercice 1: $\csc^2(\theta) = \dfrac{1}{1-\cos^2(\theta)}$

Exercice 2: $\cot(\theta) = \dfrac{-t\cdot\sqrt{1-t^2}}{1-t^2}$

DÉFI : $\sec\theta = -\sqrt{a^2+1}$ $\cot\theta = \dfrac{1}{a}$ $\csc\theta = -\dfrac{\sqrt{a^2+1}}{a}$ $\cos\theta = \dfrac{-\sqrt{a^2+1}}{a^2+1}$ $\sin\theta = \dfrac{-a\sqrt{a^2+1}}{a^2+1}$

Exercice 3: a) $\text{cosec}^2\, x$ b) $\cos x$ c) $\cos^2 x$ d) $\csc^2(n)+1$ e) $\sin^2(t)+1$

Page 54

Exercice :

a) $\sec^2 a\cdot\cot^2 a - 1 = (\tan^2 a+1)\cdot\cot^2 a - 1$
$= \tan^2 a\cdot\cot^2 a + \cot^2 a - 1$
$= \tan^2 a\cdot\dfrac{1}{\tan^2 a} + \cot^2 a - 1$
$= 1 + \cot^2 a - 1$
$= \cot^2 a$

b) $\dfrac{1}{\cos^2 t} - \dfrac{1}{\cot^2 t} = \sec^2 t - \tan^2 t = (\tan^2 t+1) - \tan^2 t = 1$

c) $\sec\theta - \cos\theta\cdot(\sec^2\theta - 1) = \sec\theta - \cos\theta\cdot\sec^2\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\cdot\dfrac{1}{\cos^2\theta} + \cos\theta$
$= \dfrac{1}{\cos\theta} - \dfrac{1}{\cos\theta} + \cos\theta = \cos\theta$

d) $\cos^4 r - \sin^4 r = (\cos^2 r + \sin^2 r)\cdot(\cos^2 r - \sin^2 r) = 1\cdot(\cos^2 r - \sin^2 r) = \cos^2 r - \sin^2 r$
$= (\cos r - \sin r)\cdot(\cos r + \sin r)$

e) $\dfrac{\tan\alpha}{\sec\alpha - 1} + \dfrac{\tan\alpha}{\sec\alpha + 1} = \dfrac{\tan\alpha\cdot(\sec\alpha+1) + \tan\alpha\cdot(\sec\alpha-1)}{(\sec\alpha-1)(\sec\alpha+1)} = \dfrac{\tan\alpha\cdot(\sec\alpha+1+\sec\alpha-1)}{\sec^2\alpha - 1}$
$= \dfrac{\tan\alpha\cdot(2\sec\alpha)}{\tan^2\alpha} = \dfrac{2\sec\alpha}{\tan\alpha} = \dfrac{2}{\cos\alpha}\cdot\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{2}{\sin\alpha} = 2\csc\alpha$

Page 56

Exercice : a) $\frac{\pi}{4}$ rad b) $\frac{-\pi}{3}$ rad c) $x = \frac{-1}{2}$

Pages 58 et 59

Exercices :

1. a) $x \in \left\{\frac{-7\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$ b) $x \in \left\{\frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$

2. a) $x = \frac{1}{2}$ b) $x = \frac{\pm\sqrt{3}}{3}$ (car $\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2} = \pm\frac{\pi}{6}$) c) $x = \sqrt{3}$

3. a) $x \in \left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, 2\pi\right\}$ b) $x \in \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right\}$

   c) $x \in \left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$ d) $x \in \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

4. a) $x \in \left\{\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right\}$ b) $x \in \{-2\pi, 0, 2\pi\}$

Pages 61 et 62

Exercice 1: a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ b) $\sqrt{3}-2$ c) $\frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

Exercice 2 :

a) $\frac{-7\pi}{12}$ est à peine inférieur à $\frac{-\pi}{2}$ donc $\cos\left(\frac{-7\pi}{12}\right)$ est négatif et très près de 0.

b) $\sin\left(\frac{-7\pi}{12}\right)$ est très près de -1.

c) $P\left(\frac{-7\pi}{12}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}, \frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)$

Exercice 3 : a) $\frac{84}{85}$ b) $\frac{-77}{85}$ c) $\frac{-24}{25}$ d) $\frac{7}{25}$

CORRIGÉ DES EXERCICES – TRIGONOMÉTRIE

Page 63 : Trigonométrie des triangles

Exercice 1 : a) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ b) $\frac{5\sqrt{61}}{61}$ c) $\frac{\sqrt{91}}{10}$

Exercice 2 : a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ c) $\frac{1}{2}$

Exercice 3 : Environ $30{,}8^o$

Exercice 4 : $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ cm

Exercice 5 :

a) 1) $m\angle A = 45°$ 2) $m\angle A = 45°$ 3) $m\angle B = 30°$ 4) $m\angle B = 30°$

b) 1) $\sin(A) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\sec(A) = \sqrt{2}$ 3) $\cos(B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4) $\sec(B) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Exercice 6 : $\sin A = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\cos A = \frac{\sqrt{5}}{5}$ $\text{cosec } A = \frac{\sqrt{5}}{2}$ $\sec A = \sqrt{5}$ $\cot A = \frac{1}{2}$

Pages 64 à 67 : Le radian

Exercice 1 :

a) $\frac{2\pi}{7}\text{ cm} \approx 0{,}9\text{ cm}$ b) $\frac{25\pi}{18}\text{ cm} \approx 4{,}36\text{ cm}$ c) $\frac{4\pi}{3}\text{ m} \approx 4{,}19\text{ m}$

Exercice 2 :

a) $\frac{3}{\pi}\text{cm} \approx 0{,}95\text{ cm}$ b) $\frac{135}{11\pi}\text{cm} \approx 3{,}91\text{ cm}$ c) $\frac{6}{7\pi}\text{ m} \approx 0{,}27\text{ m}$

Exercice 3 : 0 , $\frac{\pi}{9}$, $\frac{2\pi}{9}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{9}$, $\frac{5\pi}{9}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{7\pi}{9}$, $\frac{8\pi}{9}$, π

Exercice 4 : L'horloge affichera 10h50

Exercice 5 :

Rayon *r*	**Longueur d'arc *S***	**Mesure de l'angle** θ
a) $\underline{\frac{25}{\pi}}$	25 m	180°
b) **10 m**	30 m	3 rad
c) 15 m	45 m	**3 rad**
d) 18 m	**27π m**	270°
e) 22,5 m	**112,5 m**	5 rad
f) 16 m	96 m	**6** rad ou **≈ 343,77°**

Exercice 6: $\frac{25}{6}$ rad

Exercice 7: 2 rad

Exercice 8 : $-\frac{41\pi}{6}$ rad

Exercice 9 : Le moteur tourne à une vitesse de $\frac{200\,\pi}{3}$ rad/s

Exercice 10 :

a) 4188,8 secondes **donc** 1heure, 9 minutes et 48,8 secondes

b) 38 772 km/h

Exercice 11 :

La roue tourne de 47π rad en 20 secondes.

Pages 68 à 81 : Le cercle trigonométrique

Exercice 1 :

a) $P\left(\frac{1}{3}, \frac{\pm 2\sqrt{2}}{3}\right)$ b) $Q\left(\frac{\pm 4\sqrt{3}}{7}, \frac{1}{7}\right)$ c) $R\left(0{,}3 ; \frac{\pm\sqrt{91}}{10}\right)$ d) $S\left(-0{,}7 ; \frac{\pm\sqrt{51}}{10}\right)$

Exercice 2 :

a) IV^e b) II^e c) I^{er} d) II^e e) II^e f) II^e

Exercice 3 :

a) $\frac{7\pi}{4}$ rad, IV^e b) $\frac{2\pi}{3}$ rad, II^e c) $\approx 5{,}28$ rad, IV^e d) $\approx 4{,}67$ rad, III^e

e) $\frac{7\pi}{4}$ rad, IV^e f) $\frac{\pi}{2}$ rad, Entre 2 quadrants g) 3,6168 rad, III^e h) 1,2823 rad, I^{er}

Exercice 4 :

a) faux b) vrai c) vrai d) vrai e) vrai f) vrai

Exercice 5 :

a) 0,909 b)-0,707 c) -3,007 d)-1,732 e)0,5

Exercice 6 :

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

d) $\frac{-7\sqrt{6}}{12}$ e) -6 f) $\frac{-\sqrt{35}}{35}$

Exercice 7 :

a) $\frac{-3\pi}{2}$, $\frac{-\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$ b) -2π , $-\pi$, 0 , π , 2π

c) $\frac{-3\pi}{2}$, $\frac{-\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$ d) -2π , $-\pi$, 0 , π , 2π

Exercice 8 : La valeur exacte de l'expression est : $\frac{-3}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Exercice 9 : $\sec(\pi - \theta) \approx 2{,}69$

(défi : la VRAIE réponse est $\sec(\pi - \theta) \approx \pm 2{,}69$… mais comment y arriver?)

Exercice 10 : Faux car $\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$ *et* $-\cot\left(\frac{-\pi}{4}\right) = 1$

Exercice 11 : L'aiguille s'est arrêtée à 15 h 05

Exercice 12 :

Mesure de l'arc ou de l'angle en radians	**Signe du cosinus et de la sécante**	**Signe du sinus et de la cosécante**	**Signe de la tangente et de la cotangente**
$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$	**Positif**	**Positif**	**Positif**
$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$	**Négatif**	**Positif**	**Négatif**
$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$	**Négatif**	**Négatif**	**Positif**
$\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$	**Positif**	**Négatif**	**Négatif**

Exercice 13 :

a) II b) IV c) I d) III

e) III f) IV g) II h) IV

i) II j) I k) III l) I

Exercice 14 :

a) $P\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ et $Q\left(\frac{\pi}{3}\right)$ **OUI**

b) $P\left(\frac{-3\pi}{4}\right)$ et $Q\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ **OUI**

c) $P\left(\frac{9\pi}{2}\right)$ et $Q\left(\frac{11\pi}{2}\right)$ **NON**

d) $P\left(\frac{19\pi}{6}\right)$ et $Q\left(\frac{-7\pi}{6}\right)$ **NON**

e) $P\left(\frac{-7\pi}{2}\right)$ et $Q\left(\frac{-\pi}{2}\right)$ **NON**

f) $P\left(\frac{-13\pi}{3}\right)$ et $Q\left(\frac{11\pi}{3}\right)$ **OUI**

Exercice 15 :

a) $\pm\frac{4}{5}$ b) $\pm\frac{\sqrt{15}}{4}$ c) $\pm\frac{\sqrt{11}}{6}$

Exercice 16 : a) $\frac{7}{12}\pi$ rad b) $\frac{35}{12}\pi$ cm

Exercice 17 :

$\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$ (1 , 0)

$\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$ (0 , -1) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Exercice 18 :

a) $\frac{11\pi}{3}$ b) $\frac{9\pi}{2}$ c) $-\frac{11\pi}{6}$ d) $\frac{21\pi}{4}$

Exercice 19 :

a) $-\frac{\sqrt{7}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $-\frac{24}{25}$

Exercice 20 :

1.	$P\left(\frac{11\pi}{6}\right)$	IV	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$
2.	$P\left(\frac{3\pi}{4}\right)$	II	$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
3.	$P\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Aucun	(0 , 1)
4.	$P\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	II	$\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
5.	$P\left(\frac{11\pi}{6}\right)$	IV	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$
6.	$P\left(\frac{\pi}{4}\right)$	I	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
7.	$P\left(\frac{5\pi}{4}\right)$	III	$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Exercice 21 :

La combinaison est 18, 12, 40.

Exercice 22 :

a) $P\left(\frac{4}{5}\right) \approx (0{,}6967\ ;\ 0{,}7174)$

b) $Q\left(\frac{-19}{10}\right) \approx (-0{,}3233\ ;\ -0{,}9463)$

c) $R(-12) \approx (0{,}8439\ ;\ 0{,}5366)$

d) $S(89°) \approx (0{,}0174\ ;\ 0{,}9998)$

e) $T(89\ 541\pi) = (-1\ ,\ 0)$

Exercice 23 :

Plusieurs démonstrations possibles (qui seront montrées en classe…)

Exercice 24 :

La valeur exacte de l'expression est : $2+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ou $\frac{12+3\sqrt{2}+4\sqrt{3}}{6}$

Exercice 25 :

$$\sin(\theta) = \pm\frac{3\sqrt{634}}{634} \qquad \cos(\theta) = \pm\frac{25\sqrt{634}}{634} \qquad \csc(\theta) = \pm\frac{\sqrt{634}}{3} \qquad \sec(\theta) = \pm\frac{\sqrt{634}}{25} \qquad \cot(\theta) = \frac{25}{3}$$

Exercice 26 :

Les coordonnées de $P\left(\frac{7\pi}{2} - \theta\right)$ sont $(-b,\ -a)$

Exercice 27 :

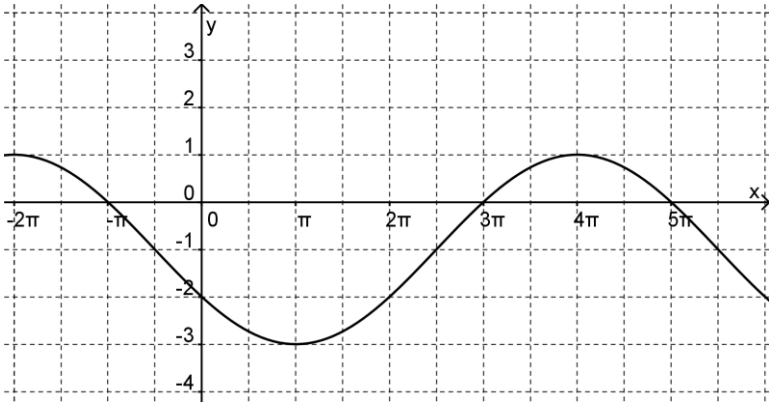
Le rayon devrait être de 12 cm.

Exercice 28 :

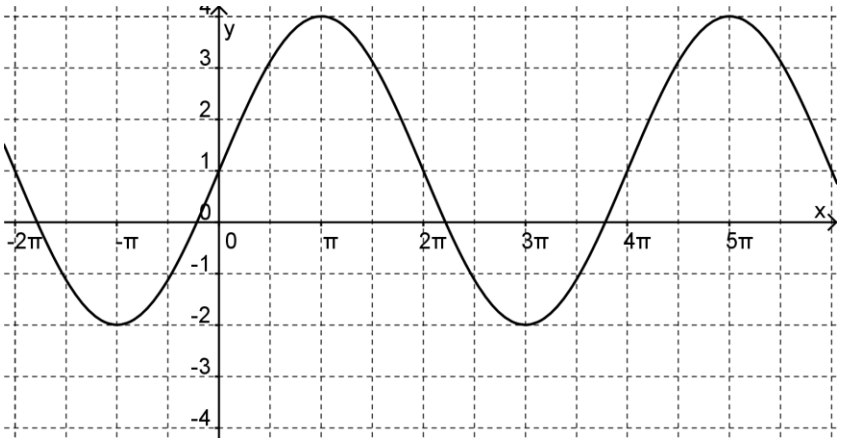
L'inclinaison est d'environ 41,19°.

Pages 82 et 83 : Tracé des fonctions sinusoïdales transformées

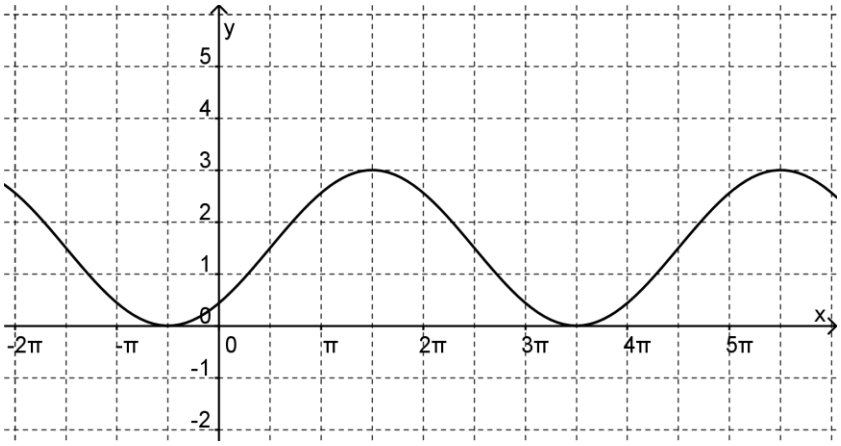
$f(x) = -2 \sin \frac{1}{3}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$



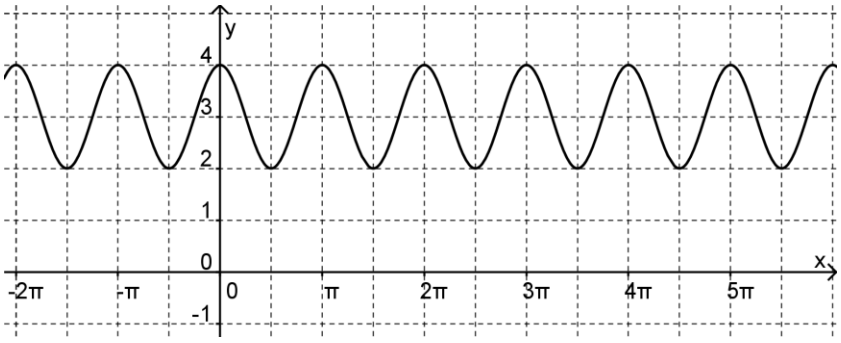
$g(x) = 3 \cos 0{,}5(x - \pi) + 1$



$h(x) = \frac{-3}{2} \sin\left(\frac{-1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) + \frac{3}{2}$



$j(x) = \cos -2(x - \pi) + 3$



Pages 84 à 98 : Les fonctions sinusoïdales

#1. L'affirmation *b* est fausse : elle est vraie seulement si $k = 0$

L'affirmation *c* est fausse : elle est vraie seulement si $f(11) = \max(f)$ ou si $f(11) = \min(f)$

#2. C'est le graphique A.

#3. a) Faux b) Vrai c) Faux d) Vrai

#4. Les affirmations sont toutes vraies!

#5. $f(x) = \frac{1}{3}\cos\left(2\pi(x-2)\right) - 2$

#6. a) $(0\ ,\ 1)$ b) $(1\ ,\ 0)$ c) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\ ,\ -\frac{1}{2}\right)$

#7. a) $\frac{\pi}{6}\ ,\ \frac{5\pi}{6}\ ,\ \frac{13\pi}{6}\ ,\ \frac{17\pi}{6}$ b) $\frac{5\pi}{6}\ ,\ \frac{7\pi}{6}\ ,\ \frac{17\pi}{6}\ ,\ \frac{19\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{4}\ ,\ \frac{5\pi}{4}\ ,\ \frac{9\pi}{4}\ ,\ \frac{13\pi}{4}$

d) $\frac{3\pi}{4}\ ,\ \frac{7\pi}{4}\ ,\ \frac{11\pi}{4}\ ,\ \frac{15\pi}{4}$ e) $\frac{7\pi}{6}\ ,\ \frac{11\pi}{6}\ ,\ \frac{19\pi}{6}\ ,\ \frac{23\pi}{6}$ f) $\varnothing$

g) $\frac{\pi}{2}\ ,\ \frac{3\pi}{2}\ ,\ \frac{5\pi}{2}\ ,\ \frac{7\pi}{2}$ h) $0\ ,\ \pi\ ,\ 2\pi\ ,\ 3\pi\ ,\ 4\pi$ i) $0\ ,\ \pi\ ,\ 2\pi\ ,\ 3\pi\ ,\ 4\pi$

#8. *d*

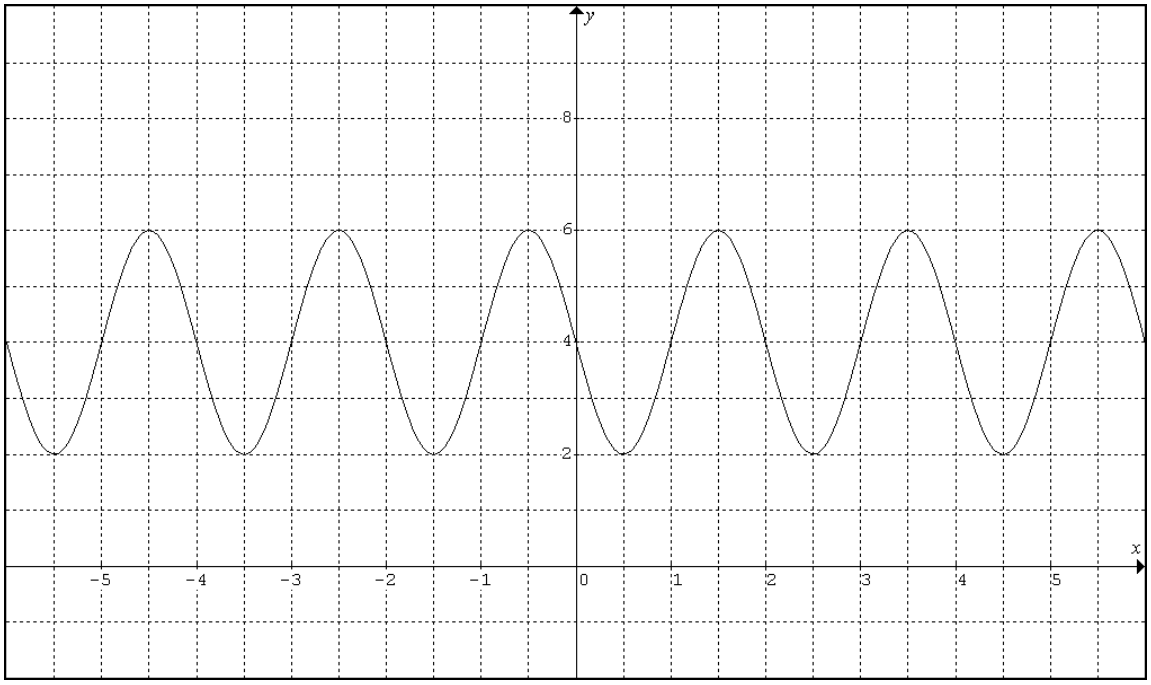
#9. *d*

#10. $f(x)=4\sin\left(\frac{4}{3}\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right)$ ou $f(x)=4\cos\left(\frac{4}{3}\left(x-\frac{\pi}{8}\right)\right)$

#11. a) $x\approx 4{,}17+2\pi n$ et $x\approx 5{,}25+2\pi n$ $(n\in \mathbb{Z})$

b) $x\approx 4{,}94+2\pi n$ et $x\approx 7{,}63+2\pi n$ $(n\in \mathbb{Z})$

#12.



#13. Tous les énoncés sont vrais.

#14.

a) $f(8) = 1$ b) $f(14) = -1$ c) $f(26) = 3$ d) $f(50) = 3$

#15. a) $f(x) = -3 \cdot \sin \frac{\pi}{4}(x+5) + 1$ b) $a = -3$ $h = -5$ $b = \frac{\pi}{4}$ $k = 1$

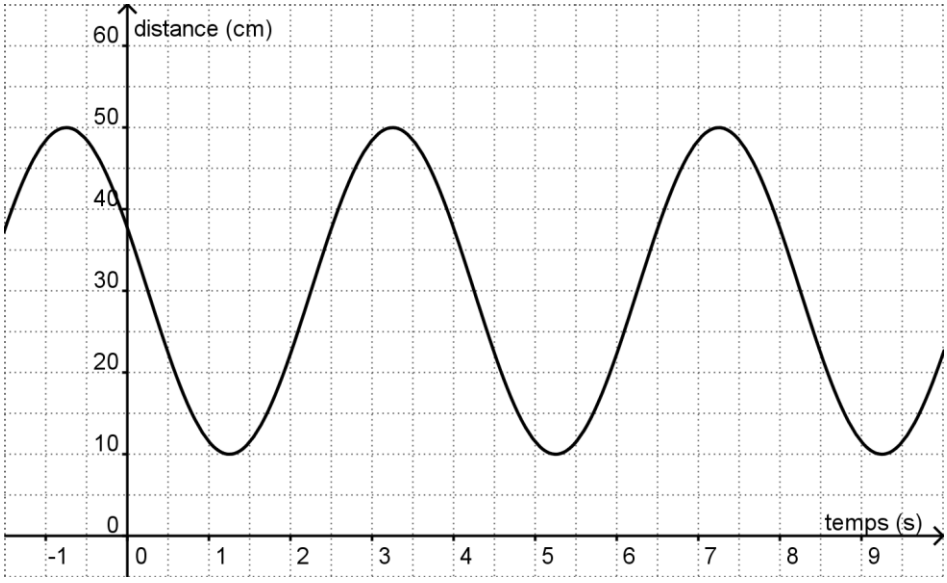
#16. a) la fonction f n'a pas de zéros car $k > A$

b) la fonction t ne possède qu'un seul zéro par cycle

#17. a) 4 maximums pendant la première heure (à 6, 22, 38 et 54 minutes)

b) 3 minimums pendant la première heure (à 14, 30 et 46 minutes)

#18. a)



b) environ 0,39 minute ou exactement 23,5 secondes.

#19. Une infinité de réponses possibles; par exemple :

$$f(x) = 2\cos\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) + 1 \qquad f(x) = -2\sin\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)\right) + 1$$

$$f(x) = 2\sin\left(\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) + 1 \qquad f(x) = -2\cos\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)\right) + 1$$

#20. a) $\frac{1382,3}{2\pi} \approx 220$ cycles/s ou 220 Hz

b) $g(t) = 5\sin 5529{,}2(t - 25)$, soit un son de 880 Hz

Pages 99 à 105 : Recherche de règle – fonctions sinusoïdales

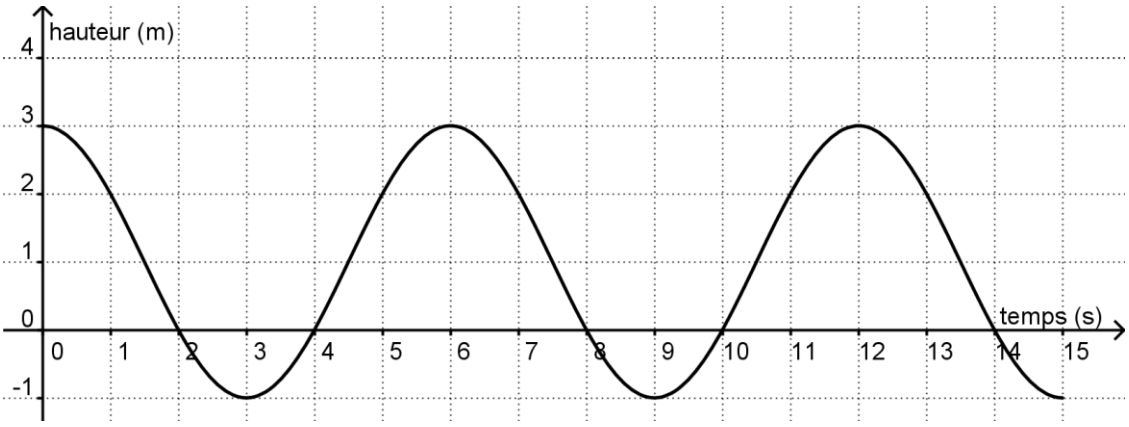
Situation 1

$T(x) = 120\sin(120\pi x)$, où T représente la tension (V) et x le temps (s)

Situation 2 $b = \pm\frac{2\pi}{5}$

Situation 3

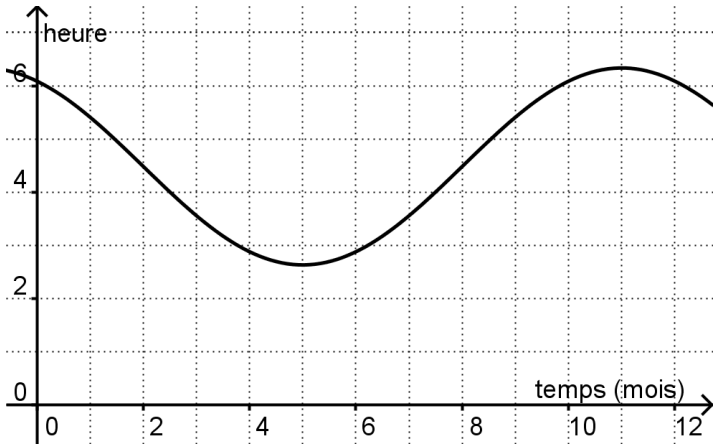
a)



b) $h(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 1$, où h représente la hauteur (m) et t le temps (s)

Situation 4

a)



b) $h(t) = \frac{37}{20}\cos\left(\frac{\pi}{6}(t+1)\right) + \frac{269}{60}$, où t représente le temps (en mois) écoulé depuis le 21 janvier

Situation 5

$f(t) = -45\cos\left(\frac{2\pi}{11}t\right) + 45$

Situation 6

a) $f(t) = 57{,}5\cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) + 125{,}5$ où t représente le temps écoulé depuis 1990 (en années)

b) environ 79 lièvres

Situation 7

a) $T(x) = 24\cos\frac{\pi}{12}(x-14) + 24$, où T représente la température (°C) et x l'heure

b) $T_{max} = 48$°C et $T_{min} = 0$°C

c) 2 h

d) 1) ≈ 3,22°C 2) ≈ 44,78°C 3) ≈ 40,97°C 4) ≈ 17,79°C

Situation 8

$g(x) = -2\cos\frac{\pi}{2}x + 1$

Situation 9

a) $d(t) = -13\cos 2\pi t + 18$, où *d* représente la distance (mm) et *t* le temps (h)

b) $d(t) = -8\cos\frac{\pi}{6}t + 18$, où *d* représente la distance (mm) et *t* le temps (h)

Situation 10

La valeur de l'action

$V(t) = 15\sin\frac{2\pi}{9}(t-1) + 35$, où *V* représente la valeur ($) et *t* le temps (mois)

a) environ 25,36$ b) pendant environ 6 mois (6,07 pour être plus précis!)

Page 105 : Fonction tangente transformée

Exercice : $f(x) = -2\sqrt{3}\tan\left(\frac{\pi}{6}(x+2)\right) + 5$

Pages 106 à 110 : Les identités trigonométriques

Exercice 1 :

a) $\sin^2 t$ b) $\tan^2 a$ c) $\cos^2 t$ d) $-\cot^2 r$ e) 1 f) 1

g) $\cos^2 r$ h) 1 i) $\sec x$ j) $\sec t$ k) $\csc x$ l) $\cot^2 a$

m) $\csc n$ n) $\cos^2 r$ o) $\sin^2\theta$ p) $\csc a$

Exercice 2 :

a) $\sin^2 x$ b) $\cot^2 r$ c) $\cos^2 a$

Exercice 3 :

a) > b) < c) > d) < e) > f) >

Exercice 4 :

a) II b) II c) III d) IV e) I f) IV

Exercice 5 : a) $\cos t = \frac{\sqrt{7}}{4}$ b) $\tan t = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

Exercice 6 : a) $\sin t = \frac{-5}{13}$ b) $\tan t = \frac{5}{12}$

Exercice 7 : a) $\cos t = \frac{-4}{5}$ b) $\cot t = \frac{-4}{3}$

Exercice 8 : a) $\csc t = -2$ b) $\cos t = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 9 : $\sec t = \frac{-5}{3}$

Exercice 10 : $\sin a = \frac{-\sqrt{5}}{5}$

Exercice 11 : $\cot x = -\sqrt{3}$

Exercice 12 : $\csc a = \frac{4\sqrt{7}}{7}$

Exercice 13 : $\sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Exercice 14 : $\sec t = \frac{-4\sqrt{15}}{15}$

Exercice 15 :

a) $\sin t = \pm\sqrt{1-\cos^2 t}$ b) $\csc t = \frac{\pm\sqrt{1-\cos^2 t}}{1-\cos^2 t}$

c) $\sec t = \frac{1}{\cos t}$ d) $\tan t = \frac{\pm\sqrt{1-\cos^2 t}}{\cos t}$ e) $\cot t = \frac{\pm\cos t\sqrt{1-\cos^2 t}}{1-\cos^2 t}$

Exercice 16 :

a) $\cot a = \dfrac{1}{\tan a}$ b) $\sec a = \pm\sqrt{\tan^2 a + 1}$

c) $\cos a = \dfrac{\pm\sqrt{\tan^2 a + 1}}{\tan^2 a + 1}$ d) $\csc a = \dfrac{\pm\sqrt{\tan^2 a + 1}}{\tan a}$ e) $\sin a = \dfrac{\pm \tan a\sqrt{\tan^2 a + 1}}{\tan^2 a + 1}$

Exercice 17 : a) $\sec t = \dfrac{1}{a}$ b) $\sin t = \pm\sqrt{1 - a^2}$

Exercice 18 : a) $\cot r = \dfrac{1}{b}$ b) $\csc r = \dfrac{\sqrt{1+b^2}}{b}$ c) $\sin r = \dfrac{b\sqrt{1+b^2}}{1+b^2}$

Pages 110 à 115 : Démonstrations d'identités

1. $1 - \sin\theta\cdot\cos\theta\cdot\tan\theta = 1 - \sin\theta\cdot\cos\theta\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = 1 - \sin\theta\cdot\sin\theta = 1 - \sin^2\theta = \cos^2\theta$

2. $\sin\theta\cdot\sec\theta\cdot\tan\theta + 1 = \sin\theta\cdot\dfrac{1}{\cos\theta}\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + 1 = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + 1 = \tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

3. $\cos\theta\cdot(\sec\theta - \sin\theta\cdot\operatorname{cotan}\theta) = \cos\theta\cdot\left(\dfrac{1}{\cos\theta} - \sin\theta\cdot\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\right) = \cos\theta\cdot\left(\dfrac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right)$
$= \cos\theta\cdot\left(\dfrac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta}\right) = \cos\theta\left(\dfrac{\sin^2\theta}{\cos\theta}\right) = \sin^2\theta$

4. $\operatorname{cosec}\alpha - \cos\alpha\cdot\operatorname{cotan}\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha} - \cos\alpha\cdot\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{1}{\sin\alpha} - \dfrac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{1-\cos^2\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{\sin^2\alpha}{\sin\alpha}$
$= \sin\alpha$

5. $\sin^2 t + \tan^2 t = (1 - \cos^2 t) + (\sec^2 t - 1) = -\cos^2 t + \sec^2 t = \sec^2 t - \cos^2 t$

6. $\dfrac{\sin\beta}{\tan\beta} + \dfrac{\cos\beta}{\cot\beta} = \dfrac{\sin\beta}{\left(\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}\right)} + \dfrac{\cos\beta}{\left(\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}\right)} = \sin\beta\cdot\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta} + \cos\beta\cdot\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta} = \sin\beta + \cos\beta$

7. $\dfrac{\operatorname{cotan}^2\delta - \cos^2\delta}{\cos^2\delta} = \dfrac{\operatorname{cotan}^2\delta}{\cos^2\delta} - \dfrac{\cos^2\delta}{\cos^2\delta} = \dfrac{\operatorname{cotan}^2\delta}{\cos^2\delta} - 1 = \dfrac{\left(\dfrac{\cos^2\delta}{\sin^2\delta}\right)}{\cos^2\delta} - 1$
$= \dfrac{\cos^2\delta}{\sin^2\delta}\cdot\dfrac{1}{\cos^2\delta} - 1 = \dfrac{1}{\sin^2\delta} - 1 = \operatorname{cosec}^2\delta - 1 = \operatorname{cotan}^2\delta$

8. $\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A = \dfrac{1}{\cos^2 A} + \dfrac{1}{\sin^2 A} = \dfrac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos^2 A \cdot \sin^2 A} = \dfrac{1}{\cos^2 A \cdot \sin^2 A}$

$= \dfrac{1}{\cos^2 A} \cdot \dfrac{1}{\sin^2 A} = \sec^2 A \cdot \operatorname{cosec}^2 A$

9. $\sec\sigma - \cos\sigma = \dfrac{1}{\cos\sigma} - \cos\sigma = \dfrac{1-\cos^2\sigma}{\cos\sigma} = \dfrac{\sin^2\sigma}{\cos\sigma} = \sin\sigma \cdot \dfrac{\sin\sigma}{\cos\sigma} = \sin\sigma \cdot \tan\sigma$

10. $\dfrac{\sin\alpha + \sin\alpha \cdot \tan^2\alpha}{\sec\alpha} = \dfrac{\sin\alpha + \sin\alpha \cdot (\sec^2\alpha - 1)}{\sec\alpha} = \dfrac{\sin\alpha + \sin\alpha \cdot \sec^2\alpha - \sin\alpha}{\sec\alpha}$

$= \dfrac{\sin\alpha \cdot \sec^2\alpha}{\sec\alpha} = \sin\alpha \cdot \sec\alpha = \sin\alpha \cdot \dfrac{1}{\cos\alpha} = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$

11. $\dfrac{(\sin\theta + 1)(\operatorname{cosec}\theta - 1)}{\sin\theta} = \dfrac{(\sin\theta + 1)\left(\dfrac{1}{\sin\theta} - 1\right)}{\sin\theta} = \dfrac{1 - \sin\theta + \dfrac{1}{\sin\theta} - 1}{\sin\theta} = \dfrac{-\sin\theta + \dfrac{1}{\sin\theta}}{\sin\theta}$

$= -1 + \dfrac{1}{\sin^2\theta} = -1 + \operatorname{cosec}^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1 = \operatorname{cotan}^2\theta$

12. $(\tan\beta + \operatorname{cotan}\beta)(\sin\beta + \cos\beta) = \left(\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta} + \dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}\right)(\sin\beta + \cos\beta)$

$= \left(\dfrac{\sin^2\beta + \cos^2\beta}{\cos\beta \cdot \sin\beta}\right)(\sin\beta + \cos\beta)$

$= \left(\dfrac{1}{\cos\beta \cdot \sin\beta}\right)(\sin\beta + \cos\beta)$

$= \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta \cdot \sin\beta} + \dfrac{\cos\beta}{\cos\beta \cdot \sin\beta} = \dfrac{1}{\cos\beta} + \dfrac{1}{\sin\beta}$

$= \sec\beta + \operatorname{cosec}\beta$

13. $(\tan\alpha + \operatorname{cotan}\alpha)^2 = \left(\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2 = \left(\dfrac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}\right)^2 = \left(\dfrac{1}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}\right)^2$

$= \left(\dfrac{1}{\cos\alpha} \cdot \dfrac{1}{\sin\alpha}\right)^2 = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \cdot \dfrac{1}{\sin^2\alpha} = \sec^2\alpha \cdot \operatorname{cosec}^2\alpha$

14. $\dfrac{1}{1 + \tan^2\theta} + \dfrac{1}{1 + \operatorname{cotan}^2\theta} = \dfrac{1}{\sec^2\theta} + \dfrac{1}{\operatorname{cosec}^2\theta} = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

15. $\dfrac{\sin\beta}{1-\cos\beta}=\dfrac{\sin\beta}{1-\cos\beta}\cdot\dfrac{1+\cos\beta}{1+\cos\beta}=\dfrac{\sin\beta+\sin\beta\cdot\cos\beta}{(1-\cos\beta)(1+\cos\beta)}=\dfrac{\sin\beta+\sin\beta\cdot\cos\beta}{1-\cos^2\beta}$

$=\dfrac{\sin\beta+\sin\beta\cdot\cos\beta}{\sin^2\beta}=\dfrac{\sin\beta\cdot(1+\cos\beta)}{\sin^2\beta}=\dfrac{1+\cos\beta}{\sin\beta}$

16. $\dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta}-\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=\dfrac{\sin\theta\cdot(1+\cos\theta)-\sin\theta\cdot(1-\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}=$

$=\dfrac{\sin\theta+\sin\theta\cdot\cos\theta-\sin\theta+\sin\theta\cdot\cos\theta}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}=\dfrac{2\sin\theta\cdot\cos\theta}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}$

$=\dfrac{2\sin\theta\cdot\cos\theta}{1-\cos^2\theta}=\dfrac{2\sin\theta\cdot\cos\theta}{\sin^2\theta}=\dfrac{2\cos\theta}{\sin\theta}=2\cot\theta$

17. $\dfrac{\cos^2\mu}{1-\sin\mu}=\dfrac{1-\sin^2\mu}{1-\sin\mu}=\dfrac{(1+\sin\mu)(1-\sin\mu)}{1-\sin\mu}=1+\sin\mu$

18. $(\tan x-\operatorname{cotan} x)\sin x\cdot\cos x=\left(\dfrac{\sin x}{\cos x}-\dfrac{\cos x}{\sin x}\right)\sin x\cdot\cos x=\dfrac{\sin^2 x\cdot\cos x}{\cos x}-\dfrac{\sin x\cdot\cos^2 x}{\sin x}$

$=\sin^2 x-\cos^2 x=(\sin x+\cos x)(\sin x-\cos x)$

19. $\dfrac{\tan^2\gamma}{1+\tan^2\gamma}\cdot\dfrac{1+\operatorname{cotan}^2\gamma}{\operatorname{cotan}^2\gamma}=\dfrac{\tan^2\gamma+1}{\operatorname{cotan}^2\gamma+1}=\dfrac{\sec^2\gamma}{\operatorname{cosec}^2\gamma}=\dfrac{\left(\dfrac{1}{\cos^2\gamma}\right)}{\left(\dfrac{1}{\sin^2\gamma}\right)}=\dfrac{1}{\cos^2\gamma}\cdot\dfrac{\sin^2\gamma}{1}=\tan^2\gamma$

20. $\dfrac{1}{1-\cos b}+\dfrac{1}{1+\cos b}=\dfrac{1+\cos b+1-\cos b}{(1-\cos b)(1+\cos b)}=\dfrac{2}{(1-\cos b)(1+\cos b)}=\dfrac{2}{1-\cos^2 b}=\dfrac{2}{\sin^2 b}$

$=2\cdot\dfrac{1}{\sin^2 b}=2\operatorname{cosec}^2 b$

Pages 116 à 120 : **Les réciproques**

1. a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{\pi}{4}$ e) $\frac{\pi}{4}$ f) $\frac{\pi}{3}$

2. a) V b) F c) V d) F e) V

3. a) V b) V c) F d) V e) V

4. a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{-1}{2}$ e) -1 f) Non définie g) 0 h) $\sqrt{3}$

5. a) -1 b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) 1

6. a) 1 b) 2π

7. a) $\frac{\pi}{3}$ b) π c) $\frac{\pi}{6}$ d) 1
   e) $\frac{\pi}{2}$ f) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ g) $\frac{1}{2}$ *h) $\frac{4}{5}$

8. a) ≈ 0,5742 b) ≈ -1,28 c) ≈ 0,7886 d) impossible e) ≈ 0,1563 f) -0,2311
   g) ≈ -2,3116 h) 0,3211 i) ≈1,57 ou $\frac{\pi}{2}$

9. a) I et IV b) I et II c) I et IV

10. a) $[-1, 1]$ b) $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ c) positive : $[0, 1]$
    négative : $[-1, 0]$
    d) croissante sur $[-1, 1]$ e) $\frac{-\pi}{2}$ f) $\frac{\pi}{2}$

11. a) – b) + c) +

12. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

13. a) ≈ ±0,7563 b) ≈ ±0,9924 c) ≈ ±0,8987 d) ≈ ±0,8358

14. Non, car les valeurs négatives de cosinus seraient omises et de plus, ce ne serait pas une fonction.

15. a) t ≈ -0,66 b) (≈ 0,7880 ; ≈ -0,6157) c) s ≈ 2,48

16. a) $\frac{3}{2}$ b) 2 c) $\frac{6-\sqrt{3}}{6}$

17. a) ≈ 43,0° b) (≈ 0,7314 ; ≈ 0,682)

Page 121 : Résolution d'équations «extrêmes»

1. a) $x \in \left\{\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$ b) $x \in \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$ c) $x \in \left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$

2. a) $x = \frac{\pi}{2}$ b) $x \in \left\{\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}\right\}$ c) $x \in \varnothing$

3. a) $x \in \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$ b) $x \in \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$ c) $x \in \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

4. a) $\left\{x \in IR \mid x = \frac{\pi}{3} + \pi n \ , \ n \in Z\right\}$ b) $\left\{x \in IR \mid x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \ ou \ x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi n \ n \in Z\right\}$

   c) $\left\{x \in IR \mid x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \ , \ n \in Z\right\}$

5. a) $\left\{x \in IR \mid x = \frac{\pi}{4} + \pi n \ , \ n \in Z\right\}$ b) $\left\{x \in IR \mid x = \frac{7\pi}{12} + \pi n \ , \ n \in Z\right\}$

   c) $\left\{x \in IR \mid x = \frac{2\pi}{3} + 4\pi n \ ou \ x = \frac{4\pi}{3} + 4\pi n \ n \in Z\right\}$

6. a) $x \in \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ b) $x \in \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$ c) $x = \pi$ d) $x \in \varnothing$

7. a) $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\varnothing$ c) 0 d) -1 e) 1 f) $\frac{-1}{2}$

8. a) $x \in \left\{0 \ , \ \pi \ , \ \frac{3\pi}{2} \ , \ 2\pi\right\}$ b) $x \in \left\{\frac{\pi}{3} \ , \ \pi \ , \ \frac{5\pi}{3}\right\}$ c) $x \in \left\{\frac{\pi}{4} \ , \ \frac{\pi}{2} \ , \ \frac{5\pi}{4} \ , \ \frac{3\pi}{2}\right\}$

9. a) $\left\{x \in IR \mid x = \pi n \ , \ n \in Z\right\}$ b) $\left\{x \in IR \mid x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \ , \ n \in Z\right\}$

   c) $\left\{x \in IR \mid x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \ ou \ x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi n \ n \in Z\right\}$

10. a) $x \in \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ b) $x \in \{0, 2\pi\}$ c) $x \in \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

d) $x \in \{0, \pi, 2\pi\}$ e) $x \in \left\{0, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, 2\pi\right\}$ f) $x \in \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

11. a) $\{t \in IR \mid t = \pi n,\ n \in Z\}$ b) $\left\{t \in IR \mid t = \frac{\pi}{2} + \pi n \text{ ou } t = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \text{ ou } t = \frac{11\pi}{6} + 2\pi n \ \ n \in Z\right\}$

12. a) $\left\{-2\pi, \frac{-5\pi}{4}, -\pi, \frac{-\pi}{4}, 0\right\}$ b) $\left\{\frac{-5\pi}{6}, \frac{-\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ c) $\left\{\frac{-3\pi}{2}, -\pi, \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \pi\right\}$ d) $\left\{\frac{-5\pi}{6}, \frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right\}$

13. a) $\left\{t \in IR \mid t = \pi n \text{ ou } t = \frac{\pi}{3} + 2\pi n \text{ ou } t = \frac{5\pi}{3} + 2\pi n \ \ n \in Z\right\}$ b) $\left\{t \in IR \mid t = \pi n \text{ ou } t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \ n \in Z\right\}$

c) $\left\{t \in IR \mid t = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z\right\}$ d) $\{t \in IR \mid t = 2\pi n,\ n \in Z\}$

e) $\left\{t \in IR \mid t = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \text{ ou } t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ ou } t = \frac{11\pi}{6} + 2\pi n \ \ n \in Z\right\}$

f) $\left\{t \in IR \mid t = \frac{\pi}{3} + \pi n \text{ ou } t = \frac{2\pi}{3} + \pi n \ n \in Z\right\}$

Page 124 : Les derniers exercices du chapitre!

1. a) $\frac{1}{\sec^2\theta} + \frac{1}{\csc^2\theta} = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

b) $\tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) = \sin^2 x \cdot (\sec^2 x - 1) = \sin^2 x \cdot \tan^2 x$

c) $\frac{2\cos^2\theta - \cos\theta - 1}{\cos\theta - 1} = \frac{(2\cos\theta + 1)\cdot(\cos\theta - 1)}{\cos\theta - 1} = 2\cos\theta + 1$

$= 2\left(\frac{1}{\sec\theta}\right) + 1 = \frac{2}{\sec\theta} + \frac{\sec\theta}{\sec\theta} = \frac{\sec\theta + 2}{\sec\theta}$

2. a) $x = \frac{\pi}{3} - 1 + 2\pi n$ ou $x = \frac{2\pi}{3} - 1 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

b) $t = -\sqrt{3} - \frac{1}{3}$