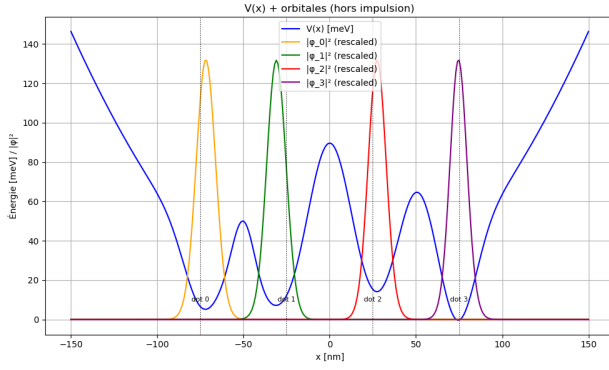


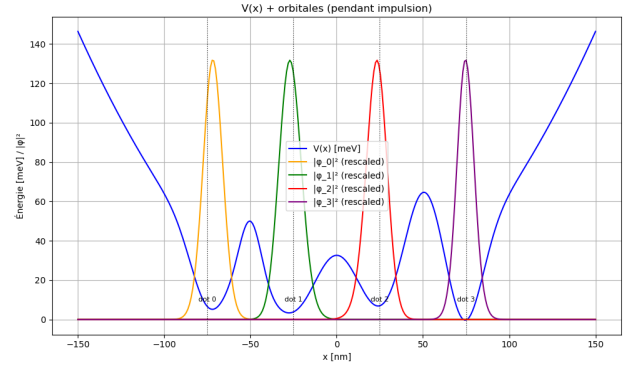
Rapport

August 22, 2025

Environnement :



(a) Vue 1D hors impulsion



(b) Vue 1D pendant impulsion

Construction des heatmaps :

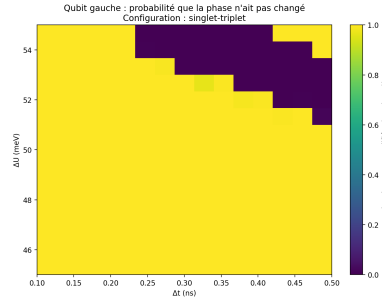


Figure 2: Carte de fidélité de la phase du qubit.

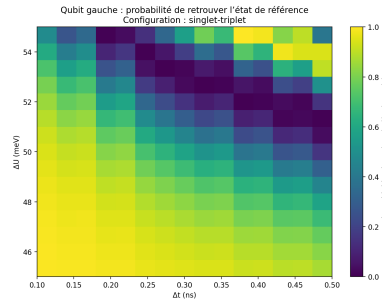


Figure 3: Carte de fidélité de la phase du qubit.

Construction de la heatmap (récapitulatif mathématique)

1. Grilles de balayage

On balaye une grille rectangulaire $(\Delta U_i, \Delta t_j)$:

$$\Delta U_i \in [\Delta U_{\min}, \Delta U_{\max}], \quad \Delta t_j \in [\Delta t_{\min}, \Delta t_{\max}],$$

typiquement ΔU_i linéaire sur meV et Δt_j linéaire sur ns.

2. Fenêtre d'impulsion lissée et hamiltonien dépendant du temps

On déclenche une impulsion entre $t_0 = t_{\text{imp}}$ et $t_1 = t_{\text{imp}} + \Delta t$ via une fenêtre lissée

$$w(t) = \frac{1}{2} \left[\tanh\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right) - \tanh\left(\frac{t-t_1}{\tau}\right) \right], \quad 0 \leq w(t) \leq 1,$$

avec τ une constante de lissage (dans le code, $\tau \approx (t_1 - t_0)/30$). L'Hamiltonien total est combiné comme

$$H(t) = (1 - w(t)) H_{\text{base}} + w(t) H_{\text{pulse}}(\Delta U, \Delta t).$$

3. Potentiel effectif et orbitales localisées

On construit un potentiel $V(x, t)$ à partir des paramètres géométriques (profondeurs de puits, barrières, etc.) et de la modulation ΔU . Pour $\Delta U = 0$ on prend $V(x, t_0^-)$ (hors impulsion) ; pour $\Delta U \neq 0$, on moyenne pendant l'impulsion :

$$\bar{V}(x; \Delta U, \Delta t) = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} V(x, t) dt.$$

À partir de \bar{V} , on calcule les états propres 1-particule $\{\varphi_k(x)\}$ puis on localise/quasi-diagonalise pour obtenir des orbitales de site $\{\phi_i(x)\}_{i=1..4}$.

4. Paramètres de Hubbard t_{ij} et U_i (2D effectif)

À partir des orbitales localisées $\phi_i(x, y) = \phi_i(x) g(y)$ (gaussienne en y), on évalue :

$$t_{ij} \simeq \langle \phi_i | \hat{H}_{\text{sp}} | \phi_j \rangle, \quad U_i = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \iint \frac{|\phi_i(\mathbf{r})|^2 |\phi_i(\mathbf{r}')|^2}{\sqrt{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 + a_{\text{soft}}^2}} d^2\mathbf{r} d^2\mathbf{r}'.$$

Dans le code, ces intégrales sont réalisées par `t_from_orbitals` et `U_vector_from_orbitals`, avec adoucissement $a_{\text{soft}} > 0$.

5. Évolution temporelle (TDSE) et état final

On résout l'équation de Schrödinger dépendant du temps

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H(t) |\psi(t)\rangle,$$

de $t = 0$ à T_{final} , pour l'état initial $|\psi(0)\rangle = |\psi_0\rangle$ (ex. singlet-triplet préparé). On ne conserve que l'état final $|\psi_{\text{fin}}(\Delta U, \Delta t)\rangle$.

6. Qubit droit : projection, phase relative et baseline

On extrait le *spinor* du qubit droit dans la base logique $\{|S_R\rangle, |T0_R\rangle\}$:

$$a(\Delta U, \Delta t) = \langle S_R | \psi_{\text{fin}} \rangle, \quad b(\Delta U, \Delta t) = \langle T0_R | \psi_{\text{fin}} \rangle.$$

On définit la phase relative (enroulée dans $(-\pi, \pi]$)

$$\phi(\Delta U, \Delta t) = \text{wrap}(\arg a - \arg b).$$

La **baseline** (référence) est la phase à $\Delta U = 0$ pour chaque Δt :

$$\phi_0(\Delta t) = \phi(\Delta U=0, \Delta t).$$

7. Deux cartes possibles

(a) **Carte "fidelity de phase"** (utilisée dans ton code). On mesure la non-modification de phase par

$$p(\Delta U, \Delta t) = \cos^2\left(\frac{\Delta\phi(\Delta U, \Delta t)}{2}\right), \quad \Delta\phi(\Delta U, \Delta t) = \text{wrap}(\phi(\Delta U, \Delta t) - \phi_0(\Delta t)).$$

C'est cette grandeur $p \in [0, 1]$ qui est affichée en `imshow` (axe x : Δt en ns, axe y : ΔU en meV).

(b) Carte “overlap de spinor de référence”. On peut aussi comparer le spinor du qubit droit à celui de référence à *même* Δt (baseline en $\Delta U = 0$) :

$$p_{\text{ov}}(\Delta U, \Delta t) = \left| \left\langle q_R^{(0)}(\Delta t) \middle| q_R(\Delta U, \Delta t) \right\rangle \right|^2, \quad \text{où } |q_R\rangle = \frac{1}{\sqrt{|a|^2 + |b|^2}} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}.$$

8. Rendu graphique

On trace p (ou p_{ov}) par interpolation bilinéaire minimale (ou spline si désiré), avec barre de couleur $\in [0, 1]$, et étendue

$$\text{extent} = [\Delta t_{\min} \times 10^9, \Delta t_{\max} \times 10^9, \Delta U_{\min}, \Delta U_{\max}].$$

9. Résumé pipeline (pseudo-code)

pour ΔU_i **et** Δt_j : $\bar{V} \Leftarrow$ moyenne de $V(x, t)$ pendant $[t_0, t_1]$
 $\{\phi_k\} \Leftarrow$ orbitales localisées issues de \bar{V}
 $(t_{ij}, U_i) \Leftarrow$ intégrales sur $\{\phi_k\}$
 $H(t) \Leftarrow H_{\text{base}}, H_{\text{pulse}} + \text{fenêtre } w(t)$
 $|\psi_{\text{fin}}\rangle \Leftarrow \text{TDSE}(H(t), |\psi_0\rangle)$
 $(a, b) \Leftarrow$ projection qubit droit
 $\phi \Leftarrow \text{wrap}(\arg a - \arg b), \quad \Delta\phi \Leftarrow \text{wrap}(\phi - \phi_0)$
 $p = \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$ (ou p_{ov})

Remarques pratiques. (i) Pour $\Delta U = 0$, la baseline $\phi_0(\Delta t)$ peut être évaluée une seule fois puis réutilisée. (ii) Les cartes “coarse” (N_U, N_T) peuvent être interpolées sur une grille plus fine si besoin. (iii) Le poids dans le sous-espace logique du qubit droit est $\text{weight} = |a|^2 + |b|^2$; on renormalise $[a, b]^\top$ si nécessaire avant l’overlap.

1er essai avec une asymétrie :

Table 1: Paramètres de la simulation

| Symbole / Nom | Unité | Valeur | Description |
|-------------------------------|-------|--------|------------------------|
| Profondeurs des puits | | | |
| Puit 0 | meV | 30 | Énergie du puit gauche |
| Puit 1 | meV | 5 | Énergie du 2 puit |
| Puit 2 | meV | 20 | Énergie du 3 puit |
| Puit 3 | meV | 40 | Énergie du puit droit |
| Hauteurs des barrières | | | |
| Barrière 0 | meV | 35 | Hauteur gauche |
| Barrière 1 | meV | 80 | Hauteur centrale |
| Barrière 2 | meV | 60 | Hauteur droite |
| Largeur des puits | nm | 23 | Largeur typique |
| Largeurs barrières | nm | | Largeurs respectives |

Heatmap des variations de phase du qubit et du détecteur

0.1.1 Singlet-Triplet :

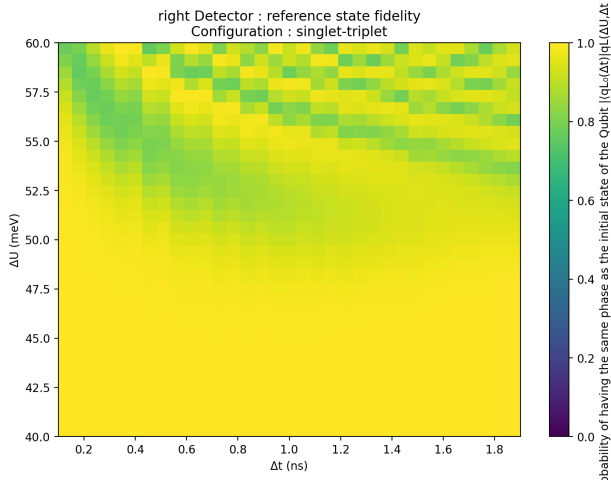


Figure 4: Carte de fidélité (détecteur A)

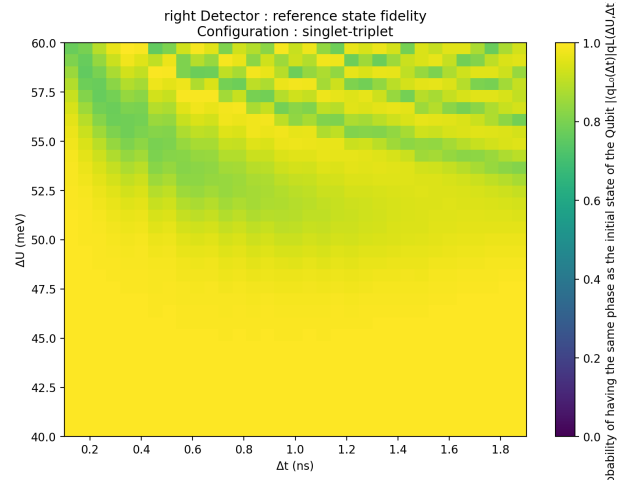


Figure 5: Carte de fidélité (détecteur B)

0.1.2 Triplet-Singlet :

0.1.3 Singlet-Singlet :

0.1.4 Singlet-Singlet :

2ieme essai avec une asymétrie :

Table 2: Paramètres de la simulation

| Symbole / Nom | Unité | Valeur | Description |
|-------------------------------|-------|--------|------------------------|
| Profondeurs des puits | | | |
| Puit 0 | meV | 30 | Énergie du puit gauche |
| Puit 1 | meV | 5 | Énergie du 2 puit |
| Puit 2 | meV | 5 | Énergie du 3 puit |
| Puit 3 | meV | 40 | Énergie du puit droit |
| Hauteurs des barrières | | | |
| Barrière 0 | meV | 35 | Hauteur gauche |
| Barrière 1 | meV | 90 | Hauteur centrale |
| Barrière 2 | meV | 50 | Hauteur droite |
| Largeur des puits | nm | 23 | Largeur typique |
| Largeurs barrières | nm | | Largeurs respectives |

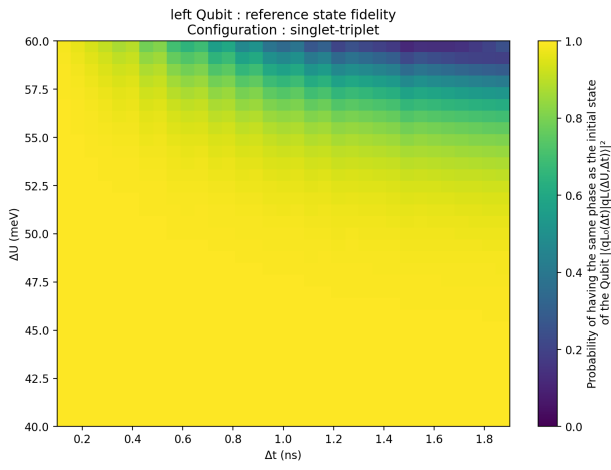


Figure 6: Carte de fidélité (détecteur A)

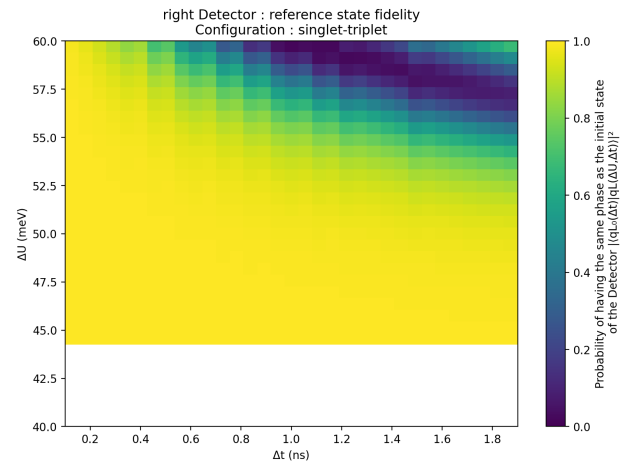


Figure 7: Carte de fidélité (détecteur B)

essai avec $\Delta U = 57 \text{ meV}$ et $\Delta t = 1.2 \text{ ns}$:

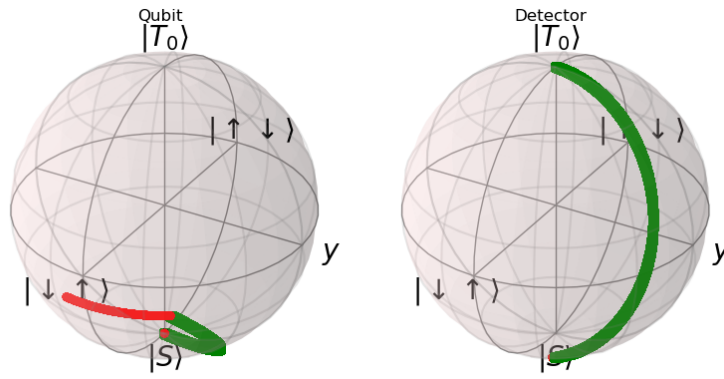


Figure 8: Affichage sur les sphères de bloch

1 The end :

Paramètres généraux :

Table 3: Paramètres de la simulation (issus de `param.simu.py`)

| Symbole / Nom | Unité | Valeur | Description |
|--------------------------|----------------------|--------|---------------------------------------|
| N_{sites} | — | 4 | Nombre de puits (dots) |
| N_e | — | 4 | Nombre d'électrons |
| m_{eff} | m_e | 0.067 | Masse effective (GaAs) |
| x_{dots} | nm | | Positions des 4 puits (x) |
| a | meV nm^{-2} | 6.5 | Courbure du potentiel en x |
| Profondeurs puits | meV | | Énergies des 4 puits |
| Hauteurs barrières | meV | | Hauteurs des 3 barrières |
| Largeur des puits | nm | 23 | Largeur typique des puits |
| Largeurs barrières | nm | | Largeurs des barrières |
| σ_x | nm | 15 | Largeur gaussienne en x |
| σ_y | nm | 15 | Largeur gaussienne en y (eff.) |
| $y_{\text{confinement}}$ | meV nm^{-2} | 0.1 | Confinement harmonique y |
| t_{imp} | ns | 0.1 | Instant de début de l'impulsion |
| Δt | ns | 1.6 | Durée de l'impulsion |
| T_{final} | ns | 2.0 | Temps total de simulation |
| ΔU | meV | 57 | Variation de U due à l'impulsion |
| N_t | — | 300 | Nombre de pas de temps |
| N_x | — | | Taille de la grille adaptative en x |
| N_y | — | | Taille de la grille adaptative en y |