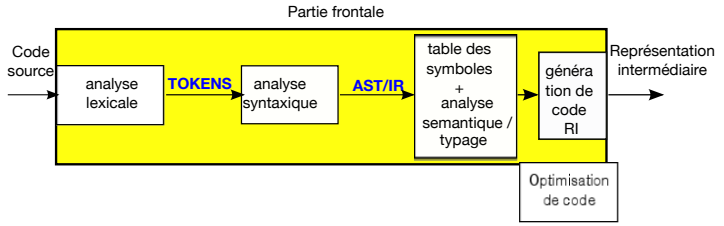
Elimination de redondance
Analyse du flot de données

Cours 3. UE Compilation Avancée

Karine Heydemann
karine.heydemann@lip6.fr

Code intermediaire et optimisation



- La génération de code intermédiaire produit un code dit à 3 adresses, indépendant du langage source et cible
- Cette représentation intermédiaire est au coeur des compilateurs, varie d'un compilateur à un autre (niveau HIR/MIR/LIR)
- L'optimisation du code à ce niveau nécessite l'analyse du flot de controle mais aussi du flot de données
- L'élimination de redondance est appliquée à ce niveau.

Code intermédiaire

- Code intermédiaire 3 adresses de la forme
  - `z := op x y`
  - `z := op x`
  - `z := x` (copie), `z := a[i]` (lecture) `a[i]:= z` (écriture)
  - `si cond goto inst` (saut conditionnel)
  - `goto inst` (saut inconditionnel)

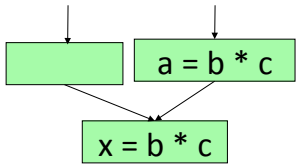
```
debut
   prod:=0;
   i:= 1;
   faire
      prod := prod + a[i]*b[i];
      i++;
   tant que i <= 20
fin
```

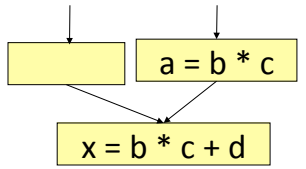
```
(1) prod :=0
(2) i:=1
(3) t1 := 4*i
(4) t2 := a[i]
(5) t3 := 4*i;
(6) t4 := b[t3]
(7) t5 := t2 * t4
(8) t6 := prod + t5
(9) prod := t6
(10) t7 := i + 1;
(11) i := t7;
(12) si i<= 20 goto (3)
```

Exemples de redondance

```
read(i)
j = i+1
k = i
n = k+1
```

```
i = 2
j = i*2
k = i+2
```





Elimination de redondance

- Détermination que 2 calculs sont équivalents pour en éliminer un.
- Plusieurs types d'élimination de redondance

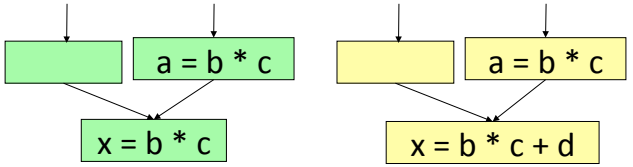
1. Value numbering
   - Associe un numéro symbolique aux calculs et identifie les expressions ayant le même numéro
2. Elimination de sous-expressions communes
   - Identifie que des expressions ont des opérandes avec le même nom
3. Propagation de constante/de copie
   - Identifie les variables avec valeur constante/copie d'une autre et utilise les constantes/la copie à la place des variables
4. Elimination de redondance partielle
   - Insère des calculs dans les chemins pour convertir de la redondance partielle en redondance complète

Elimination de redondance

```
read(i)
j = i+1
k = i
n = k+1
```

```
i = 2
j = i*2
k = i+2
```

Les différentes approches détecteront les redondances dans quelques cas



Value numbering

- Associe un numéro symbolique aux calculs et identifie les expressions/variables ayant le même numéro
  - Possible de faire de la propagation de constante en même temps
  - Indiquer si variable constante, associer la valeur le cas échéant
- Optimisation locale : appliquée à un bloc de base
- Optimisation super-local : appliquée à un superbloc (EBB cf. cours1)
- Optimisation globale : appliquée au graphe de flot de contrôle

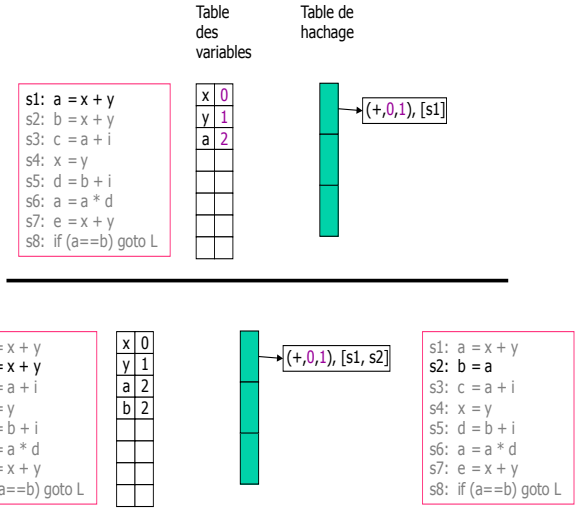
Local value numbering (1)

- Scan linéaire des instructions (RI) d'un bloc de base
- Maintient d'une table associant à chaque variable `x` un numéro `xv`, si c'est une constante sa valeur
- Utilisation d'une table de hachage pour le déterminer le numéro des opérations/expressions et les instructions où elles apparaissent

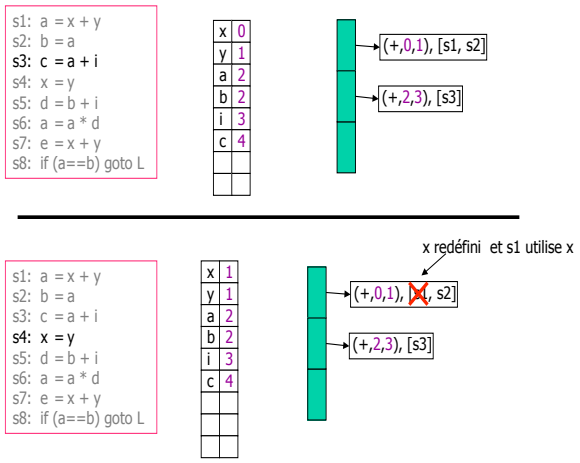
Local value numbering (2)

- Pour chaque instruction `o = <op, x, y>`, chercher dans la table les numéros `xv` et `xy` des opérandes, en donner un si n'existe pas
- Si l'instruction n'a pas d'opérande destination, créer un temporaire (exemple des conditions dans les branchements)
- Si `x` et `y` sont identifiés comme constantes, évaluer le résultat (si faisable) et remplacer l'opération par un chargement d'immédiat.
- Si `x` ou `y` constante, appliquer des simplifications algébriques le cas échéant.
- Chercher s'il existe un numéro pour l'opération finale, numéros d'opérande triés (utile si opération commutative) :
  - si oui remplacer l'opération avec la variable ayant le numéro trouvé, associer à `o` le même numéro.
  - sinon associer un nouveau numéro
- Enlever des opérations utilisant `o` dans la table de hachage

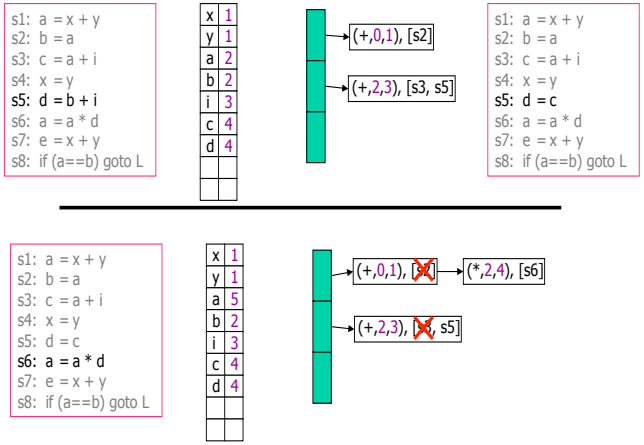
Exemple



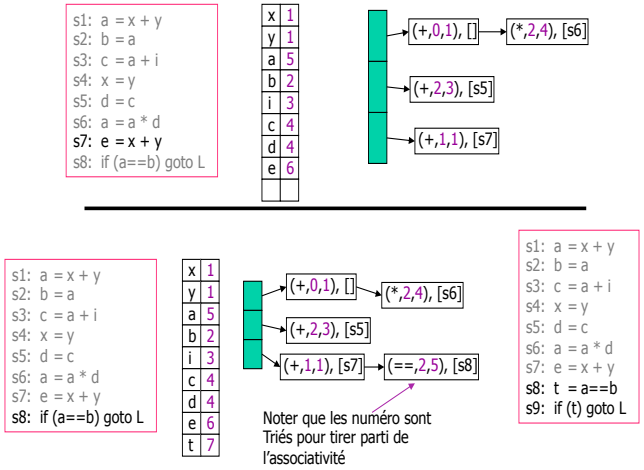
Exemple



Exemple

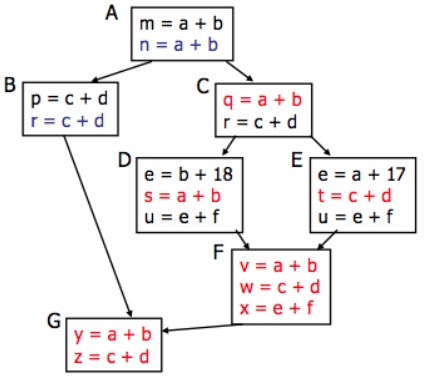


Exemple



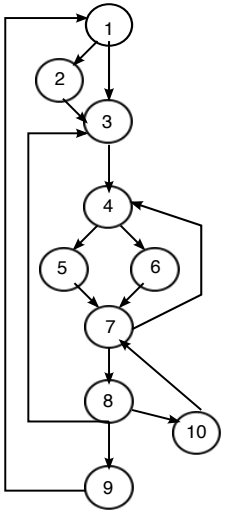
Value numbering local : limitations

- Par bloc de base
  → élimination d'expressions
  → propagation des constantes
  → simplification algébrique
  → constant folding (evaluation)
- Aucun effet inter-bloc
- Manque des opportunités



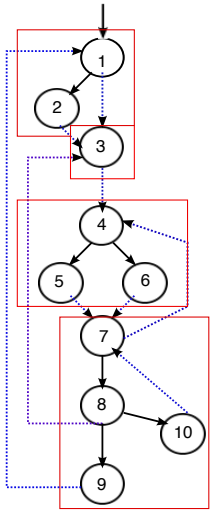
Rappel : extended basic blocs

- Blocs de base étendu/superblocs
- Un seul point d'entrée `p`
- Plusieurs points de sortie
- A un forme d'arbre de BB
- Seul `p` a $|\texttt{Pred(p)}| \geq 1$ dans le CFG
- Utilisés dans certaines optimisations



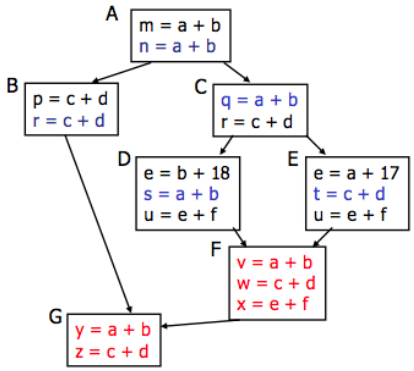
Rappel : extended basic blocs

- Blocs de base étendu/superblocs
- Un seul point d'entrée `p`
- Plusieurs points de sortie
- A un forme d'arbre de BB
- Seul `p` a $|\texttt{Pred(p)}| \geq 1$ dans le CFG
- Utilisés dans certaines optimisations



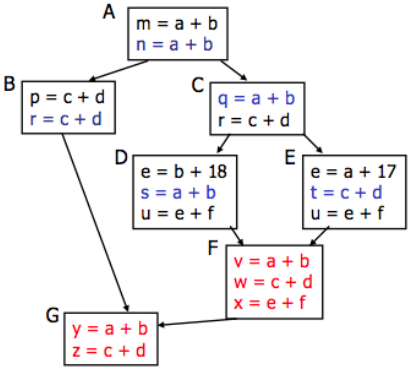
Value numbering super-local

- Application aux superblocs d'un CFG
- Réutilise les calculs du bloc prédécesseur (unique)
- Tables finales de A = tables initiales pour B et C
- Tables finales de C = initiales pour D et E
- Calcul sur {A, B} {A, C, D} et {A, C, E}
- Ne fait rien pour F et G



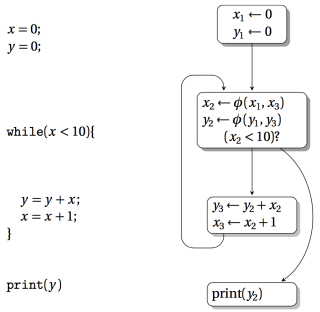
Value numbering superlocal : extension ?

- Utiliser la sortie du bloc dominant immédiat pour F et G ?
- Soit C pour F et A pour G
- Pb : tables sont elles correctes en entrée de F et G ?



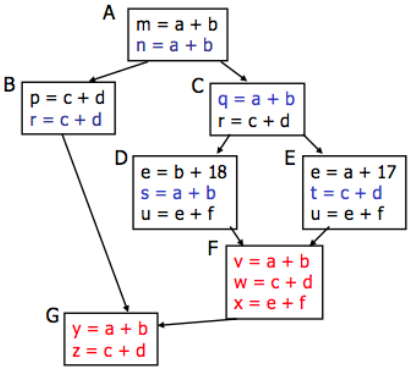
Single Static Assignement

- Forme telle que une seule definition par variable
  ⇒ Un nom correspond à une et une seule définition/valeur
- Construction : indicer les variables, a_i valeur de la ième définition de a
- 1 *iere* utilisation (sans def) ou 1 *iere* définition (sans utilisation antérieure) indicée avec 1 (ou 0)
- À la réunion de 2 noeuds, si une variable est définie dans plus d'un prédécesseur (ou branches entrantes)
  ⇒ utilisation de la fonction ϕ
  ⇒ réunion des définitions d'une même variable sur plusieurs chemins menant à ce noeud



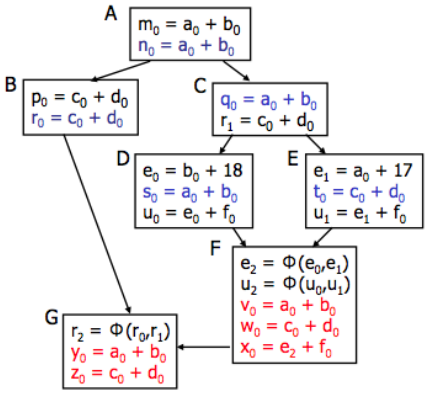
Single Static Assignement : exemple

- Forme telle que une seule definition par variable
  ⇒ Un nom correspond à une et une seule définition/valeur
- Construction : indicer les variables, a_i valeur de la ième définition de a
- 1 *iere* utilisation (sans def) ou 1 *iere* définition (sans utilisation antérieure) indicée avec 1 (ou 0)
- À la réunion de 2 noeuds, si une variable est définie dans plus d'un prédécesseur (ou branches entrantes)
  ⇒ utilisation de la fonction ϕ
  ⇒ réunion des définitions d'une même variable sur plusieurs chemins menant à ce noeud



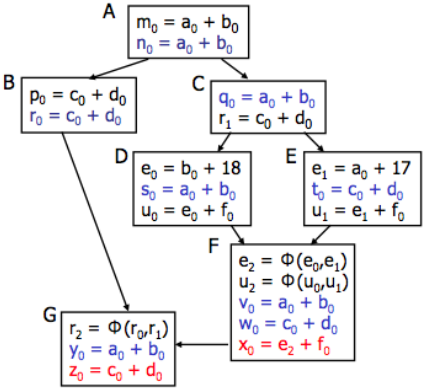
Single Static Assignement

- Forme telle que une seule definition par variable
  ⇒ Un nom correspond à une et une seule définition/valeur
- Construction : indicer les variables, a_i valeur de la ième définition de a
- 1^{iere} utilisation (sans def) ou 1^{iere} définition (sans utilisation antérieure) indicée avec 1 (ou 0)
- À la réunion de 2 noeuds, si une variable est définie dans plus d'un prédécesseur (ou branches entrantes)
  ⇒ utilisation de la fonction ϕ
  ⇒ réunion des définitions d'une même variable sur plusieurs chemins menant à ce noeud



Dominator Value Numbering Technique

- Utiliser la forme SSA
- Pour un bloc x, utiliser sortie de IDom(x)
- Expressions redondantes et disponibles en F et G trouvées !



Value numbering : bilan

- Algorithme local, étendu aux superblocs
- DVNT : utilisation de la forme SSA et des dominants immédiats
- Propagation le long des arcs avant seulement
- Pas d'approche globale

  ⇒ analyse de flot de données fournit une solution globale à l'analyse des expressions redondantes

  ⇒ Allons voir l'analyse de flot de données !

Analyse globale des expressions disponibles

- But : utiliser l'analyse de flot de données pour trouver les sous-expressions communes
- Idée : calculer les expressions disponible (*available expressions*) au début de chaque bloc de base
- Evite de ré-evaluer une expression disponible en utilisant une opération de copie

C'est quoi une expression disponible ?

- Une expression `e` est définie en un point `p` si sa valeur est calculée au point `p` (site de définition)
- Une expression `e` est tuée (killed) au point `p` si un de ses opérandes est défini au point `p` (site de disparition)
- Une expression `e` est disponible au point `p`, si tout chemin menant à `p` contient une définition de `e` et que `e` n'est pas tuée entre cette définition et `p`

Ensemble des expressions disponibles

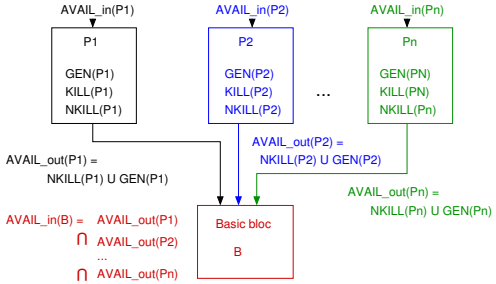
Pour chaque bloc de base `b`

- `AVAILin(b)` = ensemble des expressions disponibles en entrée de `b`
- `KILL(b)` = ensemble des variables tuées/définies par `b`
- `NKILL(b)` = ensemble des expressions de `AVAILin(b)` non tuées par `b`, calculé à partir de `AVAILin(b)` et `KILL(b)`
- `GEN(b)` = ensemble des expressions définies par `b` et non tuées dans `b` après leur définition
- `AVAILout(b)` = ensemble des expressions disponibles en sortie de `b` qui vaut `NKILL(b) U GEN(b)`

Calcul des expressions disponibles

Pour chaque bloc de base `b`

- $\texttt{AVAILin(b)} = \bigcap_{x \in \texttt{Pred(b)}} \texttt{AVAILout(x)}$
- C'est l'intersection des expressions disponibles en sortie des prédécesseurs (assurance de leur "disponibilité")
- Cela donne un ensemble d'équations à résoudre : c'est un problème de flot de données



Calcul de GEN, KILLED et NKILL

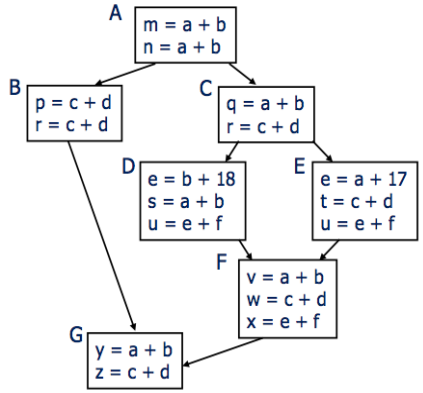
Pour chaque bloc de base `b` = $i_1, i_2, ..., i_k$

`DEF(b)` := ∅
`KILLED` := ∅
For `j` from `k` to 1
  // i_j de la forme `x := op y z`
  If (`y` ∉ `KILLED` and `z` ∉ `KILLED`) Then
    `DEF(b)` := `DEF(b)` ⋃ `(op, y, z)`
  `KILLED` := `KILLED` ⋃ {x}

`NKILL(b)` := {AVAILin(b)}
For each `e` expression ∈ `NKILL(b)`
  For each `v` variable ∈ `e`
    If `v` ∈ `KILLED` Then
      `NKILL(b)` := `NKILL(b)` \ {e}

Calcul global pour un CFG

```
r = root(G)
worklist = empty_FIFO
push(r, worklist)
while (worklist ≠ ∅)
  b := pop(worklist)
  compute AVAILin(b)
  compute AVAILout(b)
   If AVAILout(b) changed
Then
  push(worklist, ⋃ s)
                 s∈Succ(b)
```



Expressions disponibles dans un CFG

- On a donc les expressions disponibles au début de chaque bloc
- On peut donc optimiser le bloc pour utiliser des copies des expressions plutôt que les recalculer

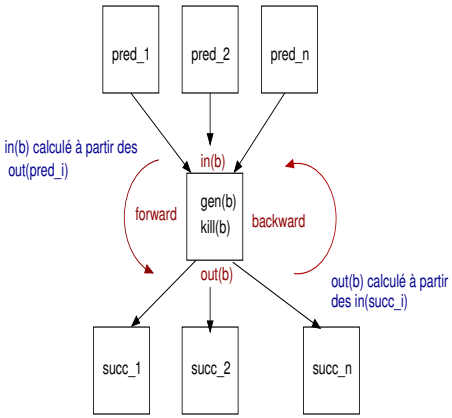
- Le calcul des expressions disponibles est un exemple d'analyse de flot de données
- Il en existe d'autres, avec des calculs similaires (cela ne vous rappelle rien ?)

Analyse de flot de données dans un CFG

Calcul d'un ensemble d'informations pour chaque bloc `b`

- `in(b)` information en entrée de `b`
- `out(b)` information en sortie de `b`
- `gen(b)` information engendrée par `b`
- `kill(b)` information tuée par `b`

Equations pour chaque bloc reliant `in(b)` et `out(b)` utilisant `gen(b)` et `kill(b)`
Sens de l'analyse : avant ou arrière



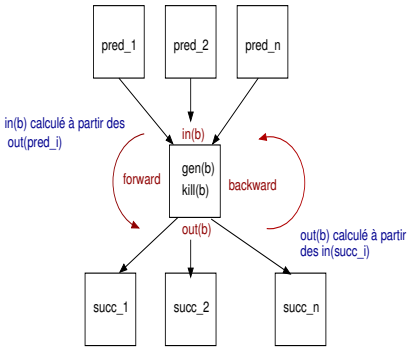
Analyse de flot de données en pratique

Si analyse avant :

- `out(b) = F(in(b), gen(b), kill(b))`
- Commencer à la racine du CFG
- Ajouter les successeurs d'un bloc `b` traité à la working liste lorsque `out(b)` a changé (pb des boucles).

Si analyse arrière/backward

- `in(b) = F(out(b), gen(b), kill(b))`
- Commencer avec le(s) bloc(s) de sortie du CFG
- Ajouter les prédécesseurs d'un bloc `b` traité à la WL lorsque `in(b)` a changé (pb des boucles).



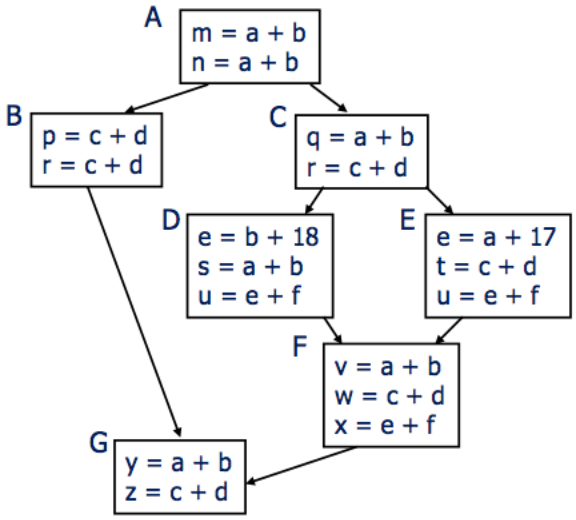
Analyses de flot de données dans un CFG

- Reaching definition/definitions atteignant un bloc :
  - Une définition `d` d'une variable `v` atteint une opération `i` si `i` lit `v` et qu'il y a un chemin de `d` à `i` le long duquel `v` n'est pas redéfinie
  - Trouve tous les points de définition possibles pour une variable utilisée dans une expression
- Variable vivante
  - Une variable `v` est vivante en un point `p` s'il existe un chemin jusqu'à la sortie le long duquel est est lue avant d'être potentiellement redéfinie
  - Trouve toutes les variables dont on a potentiellement besoin de la valeur
- Very Busy Expressions :
  - Une expression `e` est dite "very busy" en un point `p` si `e` est évaluée et utilisée le long de tous les chemins quittant `p`, et la valeur produite donnera le même résultat
  - Signifie que l'on peut calculer `e` au point `p`

Analyses de flot de données dans un CFG

- `gen(b)` et `kill(b)` définis spécifiquement pour une analyse
- Expression disponible (AvailExpr) :
  - Analyse avant et sure
  - $\texttt{in(b)} = \bigcap_{p \in \texttt{Pred(b)}} \texttt{out(p)}$
- Reaching definition/Definitions atteignant un bloc (RD) :
  - Analyse avant et potentielle
  - $\texttt{in(b)} = \bigcup_{p \in \texttt{Pred(b)}} \texttt{out(p)}$
- Variable vivante (Liveness)
  - Analyse arrière et potentielle
  - $\texttt{out(b)} = \bigcup_{s \in \texttt{Succ(b)}} \texttt{in(s)}$
- Very Busy Expressions (VBE) :
  - Analyse arrière et sure
  - $\texttt{out(b)} = \bigcap_{s \in \texttt{Succ(b)}} \texttt{in(s)}$

Analyses de flot de données dans un CFG



A vous de "jouer" !

Analyses de flot de données et optimisation

- Permettent l'application d'optimisations
  - Propagation de constante (RD)
  - Code hoisting (VBE)
  - Dead code elimination (Liveness)
  - Elimination d'expression commune (Avail Expr)
- Indépendantes de la cible
- Utiles (nécessaires !) aussi après application de certaines optimisations (déroulage de boucle)

Propagation de constantes

```
int main(){
  int a = 5;
  int b = 7;
  int c, d;
  init_data(&c, &d);
  c = d + b;
  d = c - a;
  use_data(&c, &d);
  return 0;
}
```

définition de a et b

utilisation de a et b

pas de modification de a et b par la fonction : on peut les remplacer par leur valeur

Elimination des sous-expressions communes

Une expression (ou sous-expression) est redondante en un point du programme si elle a déjà été calculée en un point précédent du programme

```
int main(){
  int a, b, c, d;
  init_data(&a, &b, &c, &d);
  b = a + 2 + 3*d;
  c = 4*b;
  if (b>c)
    b = 1;
  d = a + 2 + 3*d;
  use_data(&a, &b, &c, &d);
  return 0;
}
```

meme calcul, a et d non modifiées sur l'ensemble des chemins entre les 2 instructions

=> réutilisation du calcul en utilisant un registre ou variable tmp.

```
int main(){
  int a, b, c, d;
  init_data(&a, &b, &c, &d);
  tmp  = a + 2 + 3*d; b = tmp;
  c = 4*b;
  if (b>c)
    b = 1;
  d = tmp;
  use_data(&a, &b, &c, &d);
  return 0;
}
```

Optimisations pour les boucles

- C'est là que l'exécution passe le plus de temps potentiellement
- Normal de chercher à les optimiser en premier (loi d'Amdhal)
- Les optimisations précédentes sont utiles pour éliminer des calculs dans le corps d'une boucle
- Il en existe d'autres spécifiques aux boucles : celles qui reposent sur les variables d'induction et celles qui cherchent à éliminer les calculs invariants

Extraction des calculs invariants

- Un calcul/une expression qui, dans une boucle, ne change pas d'une itération à une autre est dit invariant.
- Il peut être extrait du corps de la boucle.

```
...
for(j = 0 ; j<m ; j++)
  for(i = 0 ; i < n ; i++){
    A[j][i] = B[j][i]*c + E[j];
}
...
```

invariant avec i

```
...
for(j = 0 ; j<m ; j++)
{t = E[j]
 for(i = 0 ; i < n ; i++){
  A[j][i] = B[j][i]*c + t ;
 }}
...
```

Variable d'induction

- Variable d'induction = variable incrémentée d'un pas constant à chaque tour de boucle
- Variable d'induction primaire `i` = une seule affectation et de la forme `i = i + c` ou `i = i - c` avec `c` invariant de boucle
- Variable d'induction secondaire `j` = une seule affectation et de la forme `j = a*i` ou `j= b +i` avec `i` variable d'induction et `a, b` des invariants
- Détermination des variables d'induction primaires puis secondaires dans les boucles
- Utilisation pour optimiser les calculs au sein de la boucle

```
k = n;
i = 1;
while (i <= n){
   j = 2*i + 1;
   a[i] = b[k] + a[j];
   k = k - 1;
   i = i + 1;
}
```

```
i et k sont des variables
d'induction primaires

j est une variable d'induction
secondaire de la famille de i
```

Réduction de force

La détermination des variables d'induction permet de réduire le coût de certains calculs dans une boucle en les remplaçant par des calculs moins coûteux.

```
k = n;
i = 1;
while (i <= n){
   j = 2*i + 1;
   a[i] = b[k] + a[j];
   k = k - 1;
   i = i + 1;
}
```

```
j = 1;
k = n;
i = 1;
while (i <= n){
   j = j + 2;
   a[i] = b[k] + a[j];
   k = k - 1;
   i = i + 1;
}
```

expression	réduction	type de données
X*2	X + X	int, float, double,...
X^2	X * X	int, float, double,...
i*2^n	i << n	int
len(s1.s2)	len(s1) + len(s2)	string