ÉVALUER ET PREVOIR LES PERFORMANCES DES SLCI

Stabilité

entrée bornée → sortie bornée

Performance a évaluer en 1^er^ !

À partir de la *FTBO*

Toujours lire $\omega_{0\text{dB-BO}} < \omega_{-180°}$

Critère du revers* ⇒ Stable si :

$\arg\left(H_{BO}(j\omega_{0\text{dB-BO}})\right) > -180°$

&

$20\log\left|H_{BO}(j\omega_{-180°})\right| < 0\,\text{dB}$

**Utilisable ssi : Re(pôles FTBO) ≤ 0 & Re(zéros FTBO) ≤ 0*

Marges de stabilité

- *Toujours lire* $\omega_{0\text{dB-BO}} < \omega_{-180°}$
- *Marges multiples ?*

→ *prendre le cas le + défavorable*

Marge de phase (à déter. en 1^er^)

$M_\varphi = 180° + \arg\left(H_{BO}(j\omega_{0\text{dB-BO}})\right)$

Marge de gain

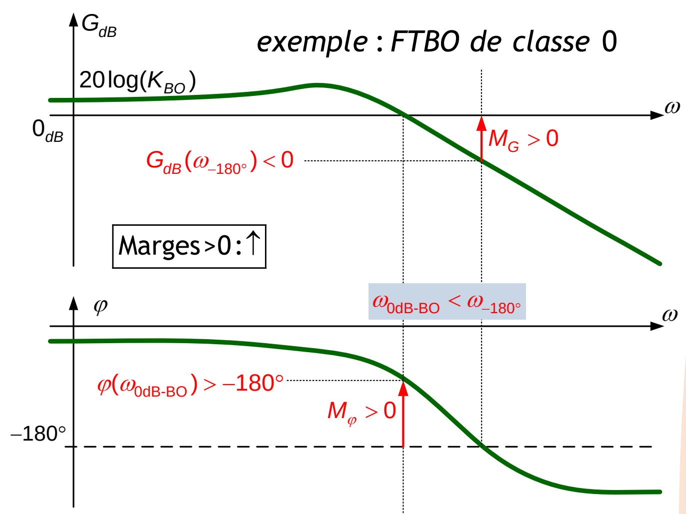
$M_G = -20\log\left|H_{BO}(j\omega_{-180°})\right|$

$M_\varphi > 0$ & $M_G > 0 \Rightarrow$ Stable

$M_\varphi < 0$ ou $M_G < 0 \Rightarrow$ Instable

$M_\varphi > 0$ & M_G : non déf. ⇒ Stable

M_φ : non def & M_G : non déf. ⇒ Stable



À partir de la *FTBF*

$H_{BF_{poursuite}}(p)$ ou $H_{BF_{régulation}}(p)$ une seule étude suffit !

Condition nécessaire mais pas suffisante

tous les coefs a_i du dénominateur strictement de même signe

↓ *puis, si besoin.*

Etudes des pôles p_i : $\forall p_i\,,\ \text{Re}(p_i) < 0$

ou

Critère de Routh $(1 \le ordre\ n \le 3)$

$1 \le n \le 2 \Rightarrow$ tous les a_i strict. de même signe

$n = 3 \Rightarrow$ tous les a_i strict. de même signe & $a_1 \times a_2 > a_0 \times a_3$

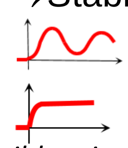
Amortissement

À partir de la *FTBF*

Etudes des pôles p_i

$\forall p_i$, si $\text{Re}(p_i) < 0$ → Stable

et $\begin{cases} \text{Im}(p_i) \neq 0 \rightarrow \\ \text{Im}(p_i) = 0 \rightarrow \end{cases}$



Rem *: oscillations invisibles si pôles réels dominants !*

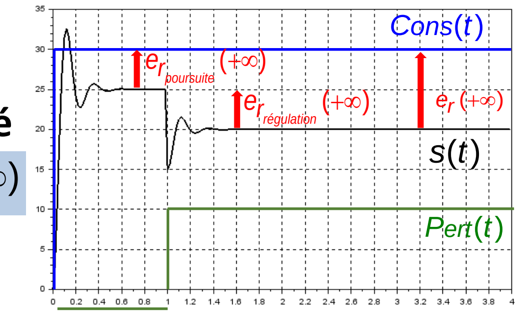
FTBF 2^ème^ ordre $(z < 1) \Rightarrow$ $-z\,\omega_0 \pm j\,\omega_0\sqrt{1-z^2}$

Précision

Nécessité de comparer des grandeurs homogènes !

Erreur du système perturbé

$e_r(+\infty) = e_{r_{poursuite}}(+\infty) + e_{r_{régulation}}(+\infty)$



Erreur en régime permanent (= consigne(+∞) − sortie(+∞))

$e_r(+\infty) = \lim\limits_{t\to+\infty} e_r(t) = \lim\limits_{t\to+\infty}\left(Cons(t) - s(t)\right) = \lim\limits_{p\to0^+} p\left(Cons(p) - S(p)\right)$

Théo. superposition : $\underbrace{Cons(p)H_{BF_{poursuite}}(p) + Pert(p)H_{BF_{régulation}}(p)}$

À partir de la *FTBF*

poursuite

Erreur du système non perturbé

$e_{r_{poursuite}}(+\infty) = \lim\limits_{p\to0^+} p\,Cons(p)\left(1 - H_{BF_{poursuite}}(p)\right)$

rampe $\dfrac{cte}{p^2}$ échelon $\dfrac{cte}{p}$

régulation

Part de l'erreur due à la perturbation

$e_{r_{régulation}}(+\infty) = -\lim\limits_{p\to0^+} p\,Pert(p)H_{BF_{régulation}}(p)$

À partir de la *FTBO*

La classe α de la FTBO et son gain statique K_{BO} peuvent être lues sur le diagramme de Bode de la FTBO !

poursuite

Erreur du système non perturbé $\Rightarrow e_{r_{poursuite}}(+\infty)$

	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$
Erreur due à une consigne en ECHELON $Cons(p) = \dfrac{E_0}{p}$	$\dfrac{E_0}{1+K_{BO}}$	0	0
Erreur due à une consigne en RAMPE $Cons(p) = \dfrac{V_0}{p^2}$	+∞	$\dfrac{V_0}{K_{BO}}$	0

régulation

Part de l'erreur due à la perturbation $\Rightarrow e_{r_{régulation}}(+\infty)$

	$\alpha_1 = 0$	$\alpha_1 = 1$	$\alpha_1 = 2$
Part de l'erreur due à une perturbation en ECHELON $Pert(p) = \dfrac{P_0}{p}$	Finie et non nulle ↘ lorsque K_1 ↗ A déterminer avec $-\lim\limits_{p\to0} p\ Pert(p)H_{BF_{régulation}}(p)$	0	0
Part de l'erreur due à une perturbation en RAMPE $Pert(p) = \dfrac{P_0}{p^2}$	+∞	Finie et non nulle ↘ lorsque K_1 ↗ A déterminer avec $-\lim\limits_{p\to0} p\ Pert(p)H_{BF_{régulation}}(p)$	0

Rapidité

À partir de la *FTBF*

1^er^ ordre $\dfrac{K_{BF}}{1+\tau p}$

$t_{5\%} \approx 3 \times \tau$

$\omega_{-3\text{dB-BF}} = \dfrac{1}{\tau}$

2^ème^ ordre $\dfrac{K_{BF}}{1 + \dfrac{2z}{\omega_0}p + \dfrac{1}{\omega_0^2}p^2}$

$\underbrace{t_{5\%} \times \omega_0}$ $= cte(z) \ge 3$ *(abaque)*

$\approx 3 \quad (z = 0{,}7)$

$\approx 5 \quad (z = 1)$

$G(\omega_{-3\text{dB-BF}}) = 0{,}7 \times K_{BF}$

OU $G_{dB}(\omega_{-3\text{dB-BF}}) = 20\log(K_{BF}) - 3\,\text{dB}$

À partir de la *FTBO*

$K_{BO} \nearrow \Rightarrow \omega_{0\text{dB-BO}} \nearrow \Rightarrow \omega_{-3\text{dB-BF}} \nearrow$

$\omega_{-3\text{dB-BF}}$, toujours $> \omega_{0\text{dB-BO}}$

1^er^ ordre, pour $K_{BO} >> 1 \ (>100)$:

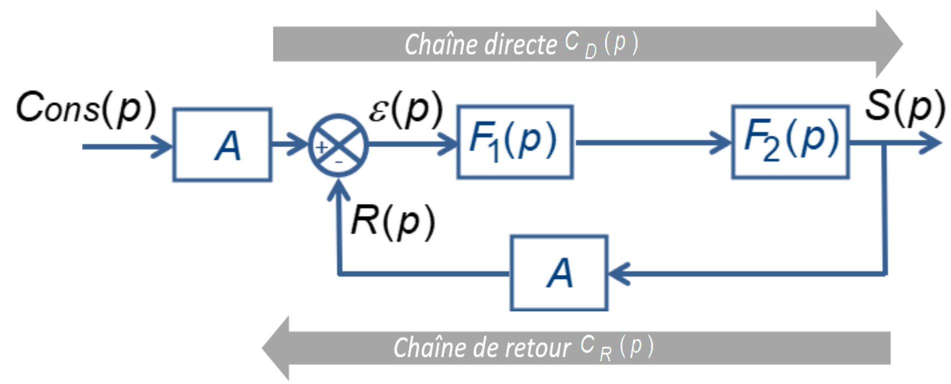
$\omega_{-3\text{dB-BF}} \approx \omega_{0\text{dB-BO}}$

*Une **large bande passante à -3 dB** caractérise un **système rapide***

Description des notations utilisées →

Système non perturbé

$Cons(t)$: *consigne* & $s(t)$: *sortie*



Fonction de Transfert en Boucle Fermée

$$H_{BF}(p) = A\frac{C_D(p)}{1+C_D(p)\times C_R(p)} = \frac{N(p)}{\boxed{1+H_{BO}(p)}} = \frac{N(p)}{D(p)}$$

$D(p) = a_0 + a_1 p + \ldots + a_n p^n \Rightarrow$ *polynôme caractéristique*

Solutions de $D(p)=0 \Rightarrow$ *pôles* p_i *de la FTBF*

Si $\left|\mathrm{Re}(p_j)\right| \gg \left|\mathrm{Re}(p_i)\right|$
p_i : pôle dominant

$$\Rightarrow H_{BF}(p) \approx \frac{K_{BF}}{\left(1-\frac{1}{p_i}p\right)} \times \cancel{f(p_j)}$$

Fonction de Transfert en Boucle Ouverte

$$H_{BO}(p) = \frac{R(p)}{\varepsilon(p)} = C_D(p)\times C_R(p) = F_1(p)\times F_2(p)\times A$$

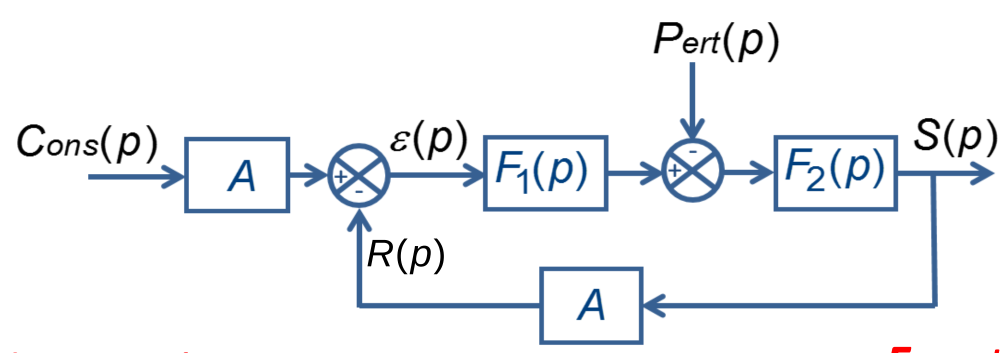
$$\Rightarrow H_{BO}(p) = \frac{K_{BO}}{p^{\alpha}} \times \frac{1+\ldots p+\ldots p^2+\cdots+\ldots p^m}{1+\ldots p+\ldots p^2+\cdots+\ldots p^{n-\alpha}}$$

K_{BO} : *gain statique de la FTBO*

α : *classe de la FTBO*

Système sous l'influence d'une perturbation

$Cons(t)$: *consigne* , $s(t)$: *sortie et* $Pert(t)$: *pertubation*



Fonctions de Transfert en Boucle Fermée

$$H_{BF_{poursuite}}(p) = \left.\frac{S(p)}{Cons(p)}\right|_{Pert(p)=0} \quad \& \quad H_{BF_{régulation}} = \left.\frac{S(p)}{Pert(p)}\right|_{Cons(p)=0}$$

Principe de superposition : $S(p) = H_{BF_{poursuite}}(p)Cons(p) + H_{BF_{régulation}}(p)Pert(p)$

Fonction de Transfert en Boucle Ouverte

$$H_{BO}(p) = \frac{R(p)}{\varepsilon(p)} = F_1(p)\times F_2(p)\times A$$ ***(= FTBO système non perturbé)***

FTBO en ***amont*** *de la perturbation :* $F_1(p) = \frac{K_1}{p^{\alpha_1}} \times \frac{1+\ldots p+\ldots p^2+\cdots+\ldots p^{m_1}}{1+\ldots p+\ldots p^2+\cdots+\ldots p^{n_1-\alpha_1}}$

K_1 : *gain statique* α_1 : *classe*