FICHE - Dynamique et énergétique

La **cinétique** est l'étude de la répartition des masses.
La **dynamique** est l'étude des mouvements et de leurs causes.

domaine	*grandeurs physiques*
géométrie	[longueur] et [angle]
cinématique	[longueur], [angle] et [temps]
statique	[longueur], [angle] et [masse]
cinétique	[longueur], [angle], [temps] et [masse]
dynamique	[longueur], [angle], [temps] et [masse]

1 Inertie

L'**inertie** est la **résistance** qu'un corps oppose au changement de son **mouvement**.

Mécanique du point

Pour un mouvement de translation : $E_c = \frac{1}{2} m V^2$ Pour un mouvement de rotation : $E_c = \frac{1}{2} m R^2 \omega^2$

Masse

La **masse** est l'inertie en **translation**.

On appelle **centre de masse**, ou **centre d'inertie**, ou **centre de gravité** d'un système matériel Σ, le point G tel que :

$$\int_\Sigma \overrightarrow{GP}\, dm = 0$$

A partir d'un point quelconque :

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{m} \int_\Sigma \overrightarrow{AP}\, dm$$

Relation du barycentre pour des systèmes disjoints :

$$m\overrightarrow{AG} = m_1 \overrightarrow{AG_1} + m_2 \overrightarrow{AG_2}$$

<u>Méthodologie pour déterminer la position de G :</u>

1. Identifier les symétries ;
2. Décomposer le solide S en volumes élémentaires ;
3. Utiliser la relation du barycentre.

Moment d'inertie

Le **moment d'inertie** est l'inertie en **rotation**.

Définition scalaire

On appelle **moment d'inertie** d'un solide **par rapport à un axe** $\Delta = (A, \vec{u})$ la somme des masses élémentaires multipliées par le carré de la distance du point courant à cet axe :

$$\boxed{I_{\Delta,S} = I_{(A,\vec{u}),S} = \int_S r^2\, dm}$$

Son unité est $[kg.m^2]$

Pour une même masse globale, plus la matière est éloignée de l'axe, donc plus le moment d'inertie est grand, et plus il sera difficile de mettre le solide en mouvement de rotation autour de cet axe, ou de l'arrêter.

Exemple : Moment d'inertie d'un cylindre de révolution, centre G, rayon R, axe $(G, \vec{x})$ et de hauteur h.

$$I_{(G,\vec{x}),S} = \int_S (x^2 + y^2)\, dm = \int_S r^2\, dm = \int_V r^2 \rho dV = \rho \int_{r=0}^{r=R} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{z=-\frac{L}{2}}^{z=\frac{L}{2}} r^2\, r dr d\theta dz = 2\pi\rho L \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R = 2\pi \frac{m}{\pi L R^2} L \frac{R^4}{4} = m\frac{R^2}{2}$$

Changement d'axe de rotation

Théorème de Huygens scalaire

Soit un solide indéformable S de masse m et de centre de masse G.

Soit $\Delta = (A, \vec{u})$ une droite de ce solide S et soit d la distance au point G à cet axe.

Le moment d'inertie d'un solide autour d'un axe Δ qui ne passe pas par G est égale au moment d'inertie d'un axe parallèle au premier passant par G augmenté de md^2.

$$\boxed{I_{(A,\vec{u}),S} = I_{(G,\vec{u}),S} + md^2} \qquad I_{(A,\vec{u}),S} \geq I_{(G,\vec{u}),S} \geq 0$$

$$\bar{\bar{I}}_{A,S} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} \end{pmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$= \begin{pmatrix} \int_S (y^2+z^2)\, dm & -\int_S xy\, dm & -\int_S xz\, dm \\ -\int_S xy\, dm & \int_S (z^2+x^2)\, dm & -\int_S yz\, dm \\ -\int_S xz\, dm & -\int_S yz\, dm & \int_S (x^2+y^2)\, dm \end{pmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

A, B, C sont les **moments d'inertie** en $[\boldsymbol{kg.m^2}]$. Ils traduisent la répartition de la masse autour des différents axes.
D, E, F sont les **produits d'inertie** en $[\boldsymbol{kg.m^2}]$. Ils traduisent une asymétrie dans la répartition de la masse.

Axes principaux d'inertie

Cette matrice de l'opérateur d'inertie, ou du tenseur d'inertie, est symétrique réelle donc diagonalisable. Il y a donc 3 valeurs propres réelles et 3 vecteurs propres orthogonaux.

Les 3 valeurs propres sont appelées les **moments** d'inertie principaux. Ils sont portés par les **axes principaux d'inertie**.

Changement de point

Théorème de Huygens matriciel

L'opérateur d'inertie du solide S en un point quelconque A est égal à la somme de **l'opérateur d'inertie de ce solide calculé au centre de masse G** et de **l'opérateur d'inertie calculé au point A du solide S affecté de la masse totale du solide S**.

$$\boxed{\bar{\bar{I}}_{A,S} = \bar{\bar{I}}_{G,S} + \bar{\bar{I}}_{A,(G,m)} = \bar{\bar{I}}_{G,S} + m \begin{pmatrix} b^2+c^2 & -ab & -ac \\ -ab & a^2+c^2 & -bc \\ -ac & -bc & a^2+b^2 \end{pmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}} \quad \overrightarrow{AG} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Les matrices d'inertie de deux solides peuvent **s'additionner** si elles sont exprimées au **même point** et dans la **même base**.

Changement de base

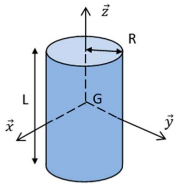
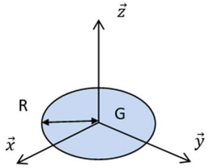
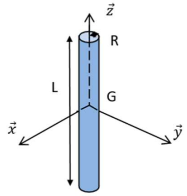
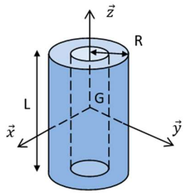
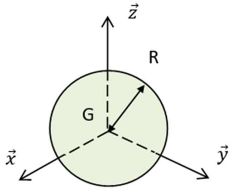
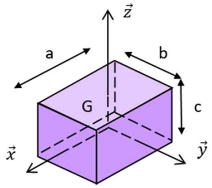
La matrice de passage $\bar{\bar{P}}$ de $(\vec{x}, \vec{u}, \vec{v})$ vers $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est $\begin{pmatrix} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{pmatrix} = \bar{\bar{P}} \begin{pmatrix} \vec{x} \\ \vec{u} \\ \vec{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x} \\ \vec{u} \\ \vec{v} \end{pmatrix}$

$$\bar{\bar{I}}_{A,S} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{u},\vec{v})} = \begin{pmatrix} A' & -F' & -E' \\ -F' & B' & -D' \\ -E' & -D' & C' \end{pmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\left[\bar{\bar{I}}_{A,S}\right]_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \bar{\bar{P}}^T \left[\bar{\bar{I}}_{A,S}\right]_{(\vec{x},\vec{u},\vec{v})} \bar{\bar{P}}$$

Solides de formes élémentaires

1 plan de symétrie	2 plans de symétrie	1 axe de symétrie
$\bar{\bar{I}}_{A,S} = \begin{pmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$\bar{\bar{I}}_{A,S} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$\bar{\bar{I}}_{A,S} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Cylindre homogène	Disque homogène	Tige homogène
		
$I_{G,S} = \begin{pmatrix} m\left(\frac{R^2}{4}+\frac{L^2}{12}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m\left(\frac{R^2}{4}+\frac{L^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & m\frac{R^2}{2} \end{pmatrix}_{(G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$I_{G,S} = \begin{pmatrix} m\frac{R^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & m\frac{R^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & m\frac{R^2}{2} \end{pmatrix}_{(G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$I_{G,S} = \begin{pmatrix} m\frac{L^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & m\frac{L^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
Tube homogène	**Boule homogène**	**Parallélépipède homogène**
		
$I_{G,S} = \begin{pmatrix} m\left(\frac{R_e^2+R_i^2}{4}+\frac{L^2}{12}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m\left(\frac{R_e^2+R_i^2}{4}+\frac{L^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & m\frac{R_e^2+R_i^2}{2} \end{pmatrix}_{(G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$I_{G,S} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5}mR^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5}mR^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{5}mR^2 \end{pmatrix}_{(G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$I_{G,S} = \begin{pmatrix} m\left(\frac{b^2}{12}+\frac{c^2}{12}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m\left(\frac{a^2}{12}+\frac{c^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & m\left(\frac{a^2}{12}+\frac{b^2}{12}\right) \end{pmatrix}_{(G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

2 Quantité de vitesse et quantité d'accélération

Mécanique du point

Quantité de mouvement ou quantité de vitesse : $\vec{P} = m\vec{V}$

Moment cinétique ou moment de quantité de mouvement : $\vec{\sigma}_A = \overrightarrow{AP} \wedge m\vec{V}$

Torseur cinétique

$\vec{\sigma}_{S/R}$ est le **torseur cinétique**. On appelle torseur cinétique le champ des vecteurs moment cinétique.

Les éléments de réduction du torseur en A sont :

$$\boxed{\mathscr{C}(S/R) = \vec{\sigma}_{S/R} = \begin{Bmatrix} \vec{P}_{S/R} \\ \vec{\sigma}_{S/R}(A) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m\vec{V}_{S/R}(\mathrm{G}) \\ \vec{\sigma}_{S/R}(A) \end{Bmatrix}}$$

avec $\vec{\sigma}_{S/R}(B) = \vec{\sigma}_{S/R}(A) + \overrightarrow{BA} \wedge m\vec{V}_{S/R}(\mathrm{G})$

$$\boxed{\vec{\sigma}_{S/R}(A) = \bar{\bar{I}}_{A,S}.\vec{\Omega}_{S/R} + \overrightarrow{AG} \wedge m\vec{V}_{S/R}(A)}$$

On a donc deux cas particuliers :

Si A est le centre de masse G :

$$\vec{\sigma}_{S/R}(G) = \bar{\bar{I}}_{G,S}.\vec{\Omega}_{S/R}$$

Si A est immobile dans le mouvement S/R :

$$\vec{\sigma}_{S/R}(A) = \bar{\bar{I}}_{A,S}.\vec{\Omega}_{S/R}$$

Torseur dynamique

$\vec{\delta}_{S/R}$ est le **torseur dynamique**. On appelle torseur dynamique le champ des vecteurs moment dynamique.

Les éléments de réduction du torseur en A sont :

$$\boxed{\mathscr{D}(S/R) = \vec{\delta}_{S/R} = \begin{Bmatrix} m\vec{A}_{S/R}(\mathrm{G}) \\ \vec{\delta}_{S/R}(A) \end{Bmatrix}}$$

avec $\vec{\delta}_{S/R}(B) = \vec{\delta}_{S/R}(A) + \overrightarrow{BA} \wedge m\vec{A}_{S/R}(\mathrm{G})$

$$\boxed{\vec{\delta}_{S/R}(A) = \frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{S/R}(A)\right]_{/R} + \vec{V}_{/R}(\mathrm{A}) \wedge \mathrm{m}\vec{V}_{S/R}(G)}$$

On a donc deux cas particuliers :

Si A est le centre de masse G :

$$\vec{\delta}_{S/R}(G) = \frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{S/R}(G)\right]_{/R} = \frac{d}{dt}\left[\bar{\bar{I}}_{G,S}.\vec{\Omega}_{S/R}\right]_{/R}$$

Si A est immobile dans le mouvement /R :

$$\vec{\delta}_{S/R}(A) = \frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{S/R}(A)\right]_{/R} = \frac{d}{dt}\left[\bar{\bar{I}}_{A,S}.\vec{\Omega}_{S/R}\right]_{/R}$$

Système de n solides indéformables

$$\mathscr{C}(\Sigma/\mathrm{R}) = \vec{\sigma}_{\Sigma/\mathrm{R}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\sigma}_{\mathrm{i/R}}$$

$$\mathscr{D}(\Sigma/\mathrm{R}) = \vec{\delta}_{\Sigma/R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\delta}_{\mathrm{i}/R}$$

Méthodologie

Parfois, lorsque l'on ne cherche qu'une seule composante selon $\vec{u}$, on peut simplifier le calcul.

Calcul d'une projection de la résultante dynamique

$$m\vec{A}_{S/R}(G).\vec{u} = m\frac{d}{dt}\left[\vec{V}_{S/R}(G).\vec{u}\right] - m\vec{V}_{S/R}(G).\frac{d}{dt}\left[\vec{u}\right]_{/R}$$

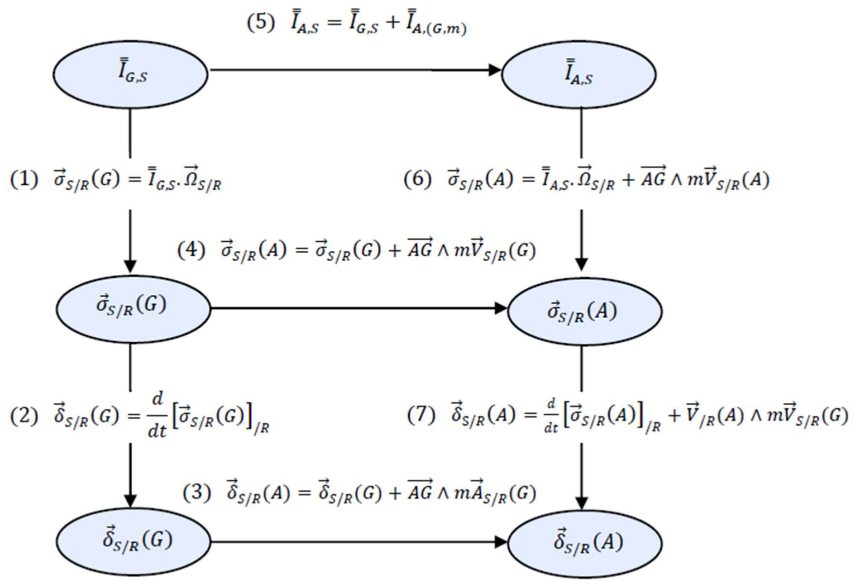
Par exemple, pour une liaison glissière de direction $\vec{u}$.

Calcul d'une projection du moment dynamique

$$\frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{S/R}(\mathrm{A})\right]_{/R}.\vec{u} = \frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{S/R}(\mathrm{A}).\vec{u}\right] - \vec{\sigma}_{S/R}(\mathrm{A}).\frac{d}{dt}\left[\vec{u}\right]_{/R}$$

Par exemple, pour une liaison pivot d'axe $(A, \vec{u})$.

Méthodologie



Démarche de calcul d'un moment dynamique

Cas particuliers

La relation (1) est un cas particulier de la (6).

La relation (2) est un cas particulier de la (7).

La relation (4) est toujours plus simple que la (3).

Si $\vec{A}_{S/R}(G)$ est compliqué, alors la relation (3) peut être très longue.

Si A est un point fixe $/R$, alors $\vec{V}_{/R}(A) = \vec{0}$ et le chemin $(1) \rightarrow (4) \rightarrow (7)$ est plus simple que le chemin $(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3)$.

3 Energie cinétique

Théorème

L'énergie cinétique d'un solide S en mouvement dans un repère R est égale à la moitié du comoment des torseurs cinétique et cinématique.

$$\boxed{E_{cS/R} = \frac{1}{2}\mathcal{C}(S/R)\odot\mathcal{V}(S/R) = \frac{1}{2}\,\vec{\sigma}_{S/R}\odot\vec{V}_{S/R} = \frac{1}{2}\left\{\begin{matrix} m\vec{V}_{S/R}(G) \\ \vec{\sigma}_{S/R}(A)\end{matrix}\right. \odot \left\{\begin{matrix}\vec{\Omega}_{S/R} \\ \vec{V}_{S/R}(A)\end{matrix}\right.}$$

L'unité est le Joule [J].

L'énergie cinétique ne dépend pas du point A.

Solide en translation

Pour un solide en translation, on a donc :

$$E_{cS/R} = \frac{1}{2}\,{}_{G}\left\{\begin{matrix} m\vec{V}_{S/R}(G) \\ \vec{0}\end{matrix}\right. \odot \left\{\begin{matrix}\vec{0} \\ \vec{V}_{S/R}(G)\end{matrix}\right. = \frac{1}{2}m\vec{V}_{S/R}(G)^2$$

Solide en rotation autour d'un axe immobile dans R

Pour un solide en rotation autour de l'axe immobile $(A, \vec{z})$ dans R, on a donc :

$$E_{cS/R} = \frac{1}{2}\,{}_{A}\left\{\begin{matrix} \vec{0} \\ I_{xz}\vec{x} + I_{yz}\vec{y} + I_{zz}\vec{z}\end{matrix}\right. \odot {}_{A}\left\{\begin{matrix}\omega\vec{z} \\ \vec{0}\end{matrix}\right. = \frac{1}{2}J_z\omega^2$$

Système de n solides indéformables

$$E_{c\Sigma/R} = \sum_{i=1}^{n} E_{ci/R} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \vec{\sigma}_{i/R}\odot\vec{V}_{i/R}$$

Masse et moment d'inertie équivalent

Exemple :

On isole l'ensemble des pièces en mouvement par rapport au châssis $\Sigma = \{1,2,3\}$.

$E_{c\Sigma/0} = E_{c1/0} + E_{c2/0} + E_{c3/0}$ 1/0 et 2/0 sont des mouvements de rotation. 3/0 est un mouvement de translation.

$$E_{c\Sigma/0} = \frac{1}{2}J_m\omega_m{}^2 + \frac{1}{2}J_r\omega_r{}^2 + \frac{1}{2}m_vV_v{}^2 = \frac{1}{2}J_m\omega_m{}^2 + \frac{1}{2}J_r r^2\omega_m{}^2 + \frac{1}{2}m_vR^2r^2\omega_m{}^2 = \frac{1}{2}(J_m + J_r r^2 + m_vR^2r^2)\omega_m{}^2 = \frac{1}{2}J_{eq}\omega_m{}^2$$

$$E_{c\Sigma/0} = \frac{1}{2}J_m\omega_m{}^2 + \frac{1}{2}J_r\omega_r{}^2 + \frac{1}{2}m_vV_v{}^2 = \frac{1}{2}\frac{J_m}{R^2r^2}V_v{}^2 + \frac{1}{2}\frac{J_r}{R^2}V_v{}^2 + \frac{1}{2}m_vV_v{}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{J_m}{R^2r^2} + \frac{J_r}{R^2} + m_v\right)V_v{}^2 = \frac{1}{2}M_{eq}V_v{}^2$$

Le terme M_{eq} est appelé **masse équivalente** des solides en mouvement ramenée sur l'axe effecteur.
Le terme J_{eq} est appelé **moment d'inertie équivalent** des solides en mouvement ramené sur l'axe moteur.

Cette inertie équivalente de tous les solides en mouvement correspond au moment d'inertie d'un solide fictif, qui, entrainé par le moteur, développerait la même énergie cinétique.

4 Dynamique des solides

Principe fondamental de la dynamique

Enoncé du PFD

Il existe au moins un référentiel galiléen R_g tel que pour tout ensemble matériel Σ et à chaque instant t, le **torseur dynamique** associé au mouvement de ce système par rapport à ce repère est égal au **torseur des actions mécaniques** extérieures exercées sur Σ.

$$\boxed{\mathcal{F}(\bar{\Sigma} \to \Sigma) = \mathcal{D}(\Sigma/R_g) \Leftrightarrow \vec{M}_{\bar{\Sigma}\to\Sigma} = \vec{\delta}_{\Sigma/R_g} \Leftrightarrow \sum_i \begin{Bmatrix} \vec{R}_{i\to\Sigma} \\ \vec{M}_{i\to\Sigma}(A) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m\vec{A}_{\Sigma/R}(\mathrm{G}) \\ \vec{\delta}_{\Sigma/R}(A) \end{Bmatrix}}$$

On a 1 équation torsorielle, soit 2 équations vectorielles, soit 6 équations scalaires.

Théorème de la Résultante Dynamique (TRD) : $\sum_i \vec{R}_{i\to\Sigma} = m\vec{A}_{\Sigma/R}(\mathrm{G})$

Théorème du Moment Dynamique (TMD) au point A : $\sum_i \vec{M}_{i\to\Sigma}(A) = \vec{\delta}_{\Sigma/R}(A)$

Théorème des actions réciproques $\vec{M}_{1\to2} = -\vec{M}_{2\to1}$

Théorèmes de l'équilibre

On appelle **équilibre** un mouvement nul.

Théorème de l'équilibre :

Si un solide S est à **l'équilibre** par rapport à un **référentiel Galiléen** alors la somme des torseurs des **actions mécaniques** du milieu extérieur sur S est **nulle**.

$$\forall t, \forall P \quad \vec{V}_{S/R_g}(P) = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \forall t \quad \sum_i \vec{M}_{i\to S} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_i \begin{Bmatrix} \vec{R}_{i\to S} \\ \vec{M}_{i\to S}(A) \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

L'équation torsorielle ci-dessus conduit donc à l'écriture de **2 équations vectorielles** :

Théorème de la Résultante Statique (TRS) : $\sum_i \vec{R}_{i\to S} = \vec{0}$

Théorème du Moment Statique (TMS) au point A : $\sum_i \vec{M}_{i\to S}(A) = \vec{0}$

Equilibrage

Un solide en rotation est équilibré statiquement (à l'arrêt) si quelle que soit sa position angulaire, il ne se met pas à tourner sous l'effet de son poids.

Un solide en rotation est équilibré dynamiquement si les actions mécaniques transmises dans les liaisons entre le rotor et le bâti sont indépendantes de la position angulaire du rotor quel que soit le mouvement de rotation du rotor.

Un solide est dit **équilibré** lors de sa rotation autour d'un axe fixe si et seulement si :

Equilibrage statique :

- Son centre de masse est sur l'axe de rotation.

Equilibrage dynamique :

- Son centre de masse est sur l'axe de rotation.
- L'axe de rotation est un axe principal d'inertie.

5 Puissance

Puissance d'une action mécanique

On appelle **puissance** de l'action mécanique $2 \to 1$ dans le mouvement $1/R$ la quantité scalaire obtenue par comoment du torseur associé à l'action mécanique $2 \to 1$ et du torseur cinématique associé au mouvement $1/R$.

$$\boxed{P_{2\to1/R} = \mathcal{F}(2\to1) \odot \mathcal{V}(1/R) = \vec{M}_{2\to1} \odot \vec{V}_{1/R} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{2\to1} \\ \vec{M}_{2\to1}(A) \end{Bmatrix} \odot \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{1/R} \\ \vec{V}_{1/R}(A) \end{Bmatrix}}$$

On parle de **puissance galiléenne** lorsque le mouvement est exprimé par rapport à R_g.

Puissance des interefforts

On appelle **puissance des interefforts** la puissance de l'action mécanique d'un solide 1 sur un solide 2 dans leur mouvement relatif 2/1.

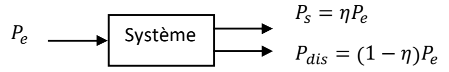
$$\boxed{P_{1\leftrightarrow2} = \vec{M}_{1\to2} \odot \vec{V}_{2/1} = \vec{M}_{2\to1} \odot \vec{V}_{1/2}}$$

Elle ne dépend pas du repère.

Rendement

On définit le rendement d'un système comme étant $\eta = \left|\frac{P_s}{P_e}\right|$.

La puissance dissipée est donc de $P_{dis} = (1-\eta)P_e$



Puissance des interefforts de liaison

Si une **liaison** est **parfaite** alors le mouvement est sans pertes $P_{1\leftrightarrow2} = 0$.

Si on néglige le frottement dans un contact par glissement, on a un modèle de liaison parfaite.
Si on néglige la résistance au roulement dans un contact par roulement, on a un modèle de liaison parfaite.

6 Théorème de la puissance cinétique

Le TPC permet de déterminer l'équation du mouvement. Elle est déduite du PFD, ce n'est pas une équation supplémentaire.

Il est pertinent d'utiliser le TPC lorsque l'on étudie un système ayant une seule mobilité utile. Contrairement au PFD, une action mécanique qui ne travaille pas ne peut pas être déterminé avec le TPC.

n solides

Pour un système matériel Σ formé de n solides indéformables, la dérivée par rapport au temps de son énergie cinétique galiléenne est égale à la somme de la puissance galiléenne des actions mécaniques extérieures à ce système et de la puissance des interefforts.

$$\frac{dE_{c\Sigma/R_g}}{dt} = \underbrace{P_{\bar{\Sigma}\to\Sigma/R_g}}_{P_{ext}} + \underbrace{\sum_{\substack{i,j=1 \\ i<j}}^{n} P_{S_i\leftrightarrow S_j}}_{P_{int}}$$

Exemple : pour n = 3

$$\mathrm{P_{int}} = \mathrm{P}_{S_1\leftrightarrow S_2} + \mathrm{P}_{S_1\leftrightarrow S_3} + \mathrm{P}_{S_2\leftrightarrow S_3}$$