Modélisation des mécanismes

Table des matières

Liaisons normalisées

I

Dès que l'on sera confrontés à un système matériel, l'étude de sa structure et de son comportement nécessitera de connaître l'agencement relatif des pièces.

Les pièces, les solides seront forcément **reliés**, donc **en contact**. Le **type de liaison** nous donnera des renseignements indispensables pour notre étude.

1. Liaisons simples

1.1. Règles de définition

Contact

Dès que deux solides sont en contact, il y a une liaison. Sans contact, pas de liaison. Par conséquent, dans les liaisons normalisées, le contact est **nécessaire** et ne peut pas disparaître ni être modifié.

Surfaces en contact

Chacune des **six** liaisons **simples** est d'abord définie par rapport aux **deux surfaces en contact**.

Ces surfaces sont :

- la **sphère**
- le **cylindre** (de révolution)
- le **plan**

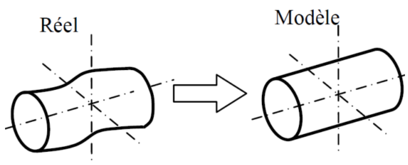
Il existe six combinaisons de surfaces, chacune définissant une liaison simple.

Représentation graphique

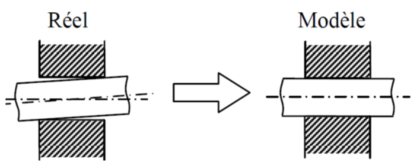
Comme une liaison relie **deux solides**, elle possède **deux extrémités** correspondant chacune à un solide. Comme une couleur différente est affectée à chaque solide d'un mécanisme, chaque liaison est **bicolore**.

Hypothèses *Fondamental*

Les modèles des liaisons normalisées sont basés sur deux hypothèses :



- la géométrie est parfaite

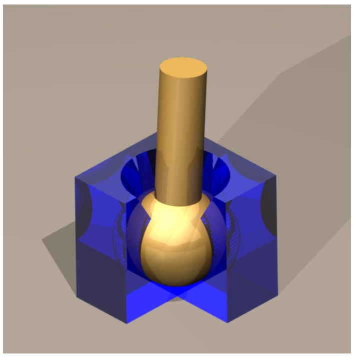


- la liaison est sans jeu

1.2. Liaison sphère - sphère (ou sphérique, ou rotule)

Définition

Lorsqu'une sphère est située **à l'intérieur** d'une sphère même diamètre, la liaison correspondante s'appelle **sphérique** ou **rotule**.



Forme du contact et caractéristique géométrique *Fondamental*

Le contact entre les deux surfaces est une **sphère**. Géométriquement cette liaison est définie en **un point** (centre de la sphère).

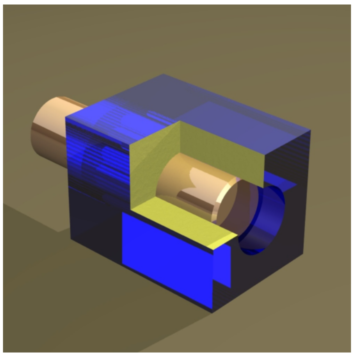
Dans la vie courante *Exemple*

Articulation de l'épaule, attelage de caravane ou de remorque.

1.3. Liaison cylindre - cylindre (ou pivot glissant)

Définition

Lorsqu'un cylindre de révolution est situé à l'intérieur d'un cylindre de révolution de même diamètre, la liaison correspondante s'appelle **cylindre cylindre** ou **pivot glissant**.



Forme du contact et caractéristique géométrique *Fondamental*

Le contact entre les deux surfaces est un **cylindre**. Géométriquement la liaison est définie selon **un axe** (de révolution du cylindre).

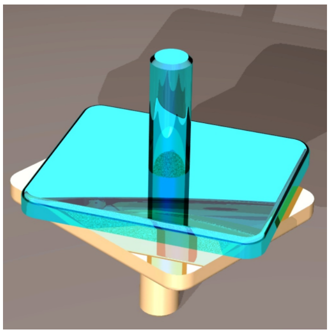
Dans la vie courante *Exemple*

une barre de baby-foot par rapport à la table.

1.4. Liaison plan - plan (ou appui plan)

Définition

Lorsqu'un plan est en contact avec un autre plan, la liaison correspondante s'appelle **plan plan** ou **appui plan**.



Forme du contact et caractéristique géométrique *Fondamental*

Le contact entre les deux surfaces est un **plan** (d'où le nom "appui plan"). Géométriquement la liaison est définie par la **normale** (c'est-à-dire une direction perpendiculaire) **au plan**.

"Direction perpendiculaire au plan" et non "axe" *Attention*

Il est important de bien distinguer cette liaison définie selon une **direction**, des autres définies selon un **axe**.

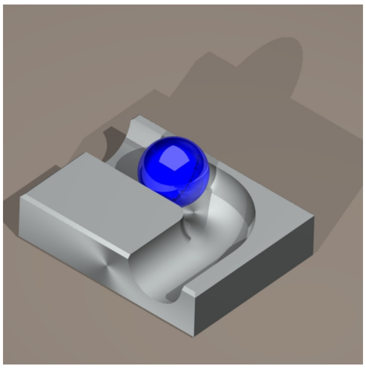
Dans la vie courante *Exemple*

Un carton posé au sol.

1.5. Liaison sphère - cylindre (ou linéaire annulaire)

Définition

Lorsqu'une sphère est située à l'intérieur d'un cylindre de révolution de même diamètre, la liaison correspondante s'appelle **sphère cylindre** ou **linéaire annulaire**.



Forme du contact et caractéristique géométrique *Fondamental*

Le contact entre les deux surfaces est un **arc de cercle** (d'où le nom "linéaire annulaire"). Géométriquement la liaison est définie selon **un axe** (de révolution du cylindre, et passant bien sûr par le centre de la sphère).

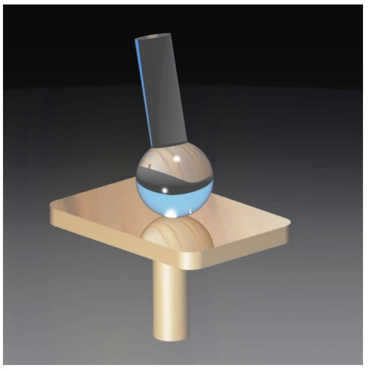
Dans la vie courante *Exemple*

une balle de tennis dans une gouttière de toit.

1.6. Liaison sphère - plan (ou ponctuelle)

Définition

Lorsqu'une sphère est en contact avec un plan, la liaison correspondante s'appelle **sphère plan** ou **ponctuelle**



Forme du contact et caractéristique géométrique *Fondamental*

Le contact entre les deux surfaces est un **point** (d'où le nom "ponctuelle"). Géométriquement la liaison est **définie par ce point et par la normale au plan**.

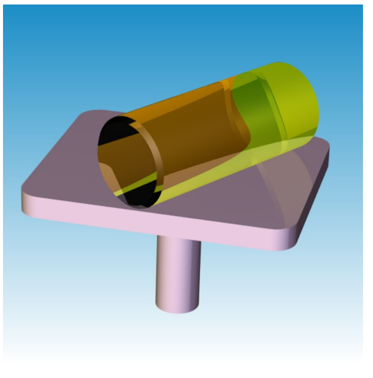
Dans la vie courante *Exemple*

Un ballon sur le sol, une boule de bowling sur la piste centrale, une pointe de stylo sur la feuille...

1.7. Liaison cylindre - plan (ou linéaire rectiligne)

Définition

Lorsqu'un cylindre est en contact avec un plan, la liaison correspondante s'appelle **cylindre plan** ou **linéaire rectiligne**.



Forme du contact et caractéristique géométrique *Fondamental*

Le contact entre les deux surfaces est un **segment de droite** (d'où le nom "linéaire rectiligne"). Géométriquement la liaison est définie par **un axe** (segment de droite passant par un point de contact) **et la normale au plan**.

Dans la vie courante *Exemple*

une bouteille couchée sur la table.

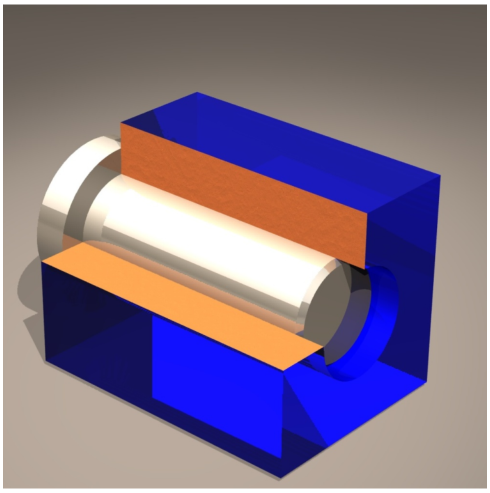
2. Liaisons composées

Il existe **quatre** autres liaisons normalisées, déduites des précédentes par ajout de conditions particulières.

2.1. Liaison pivot

Définition

Une pivot glissant dont on arrête la translation constitue une liaison **pivot**.



Contacts et caractéristique géométrique *Fondamental*

Au contact cylindrique (provenant de la pivot glissant) on ajoute par exemple un contact plan perpendiculaire à l'axe du cylindre. Géométriquement la liaison est définie par **un axe**.

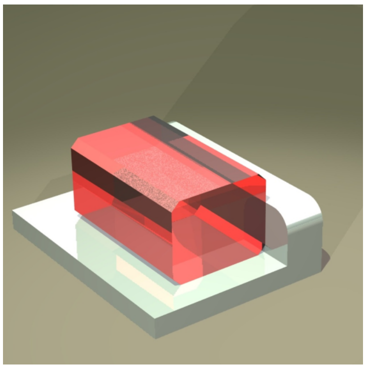
Dans la vie courante *Exemple*

Cette liaison est très répandue, on peut citer les articulations de portes, de coffres...

2.2. Liaison glissière

Définition

Une pivot glissant dont on arrête la rotation constitue une liaison **glissière**.



Contacts et caractéristique géométrique *Fondamental*

En disposant deux contacts plan - plan perpendiculaires, on réalise une liaison glissière. Géométriquement la liaison est définie uniquement par une **direction**.

"Direction" et non "axe" *Attention*

Il est important de bien distinguer cette liaison définie selon une **direction** des autres définies selon un **axe**.

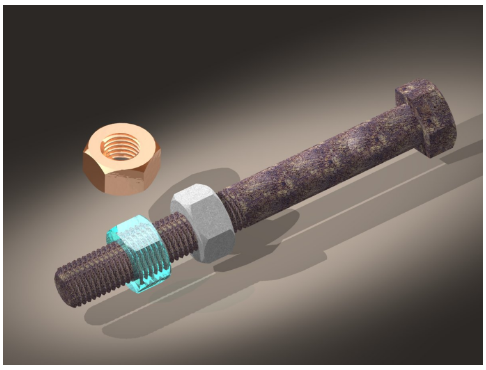
Dans la vie courante *Exemple*

Un tiroir de meuble, une coulisse de trombone (en musique).

2.3. Liaison hélicoïdale (ou vis - écrou)

Définition

Une liaison pivot glissant dont on **combine** les deux mouvements constitue une liaison hélicoïdale (ou vis - écrou).



Forme du contact et caractéristique géométrique *Fondamental*

Le contact se fait suivant une **hélice** (d'où le nom de liaison hélicoïdale). Géométriquement la liaison est définie par **un axe** (celui de l'hélice)

Combinaison de mouvements, "pas" d'hélice *Attention*

C'est une liaison particulière pour laquelle il faudra être vigilant.e : l'étude des mouvements ou l'étude des efforts transmis devra tenir compte de cette **combinaison** de mouvements et du **pas de l'hélice** ("à gauche" ou "à droite").

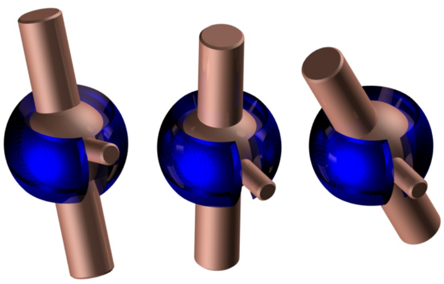
Dans la vie courante *Exemple*

Cette liaison est très répandue : c'est celle que l'on retrouve dans les assemblages démontables utilisant des vis et des écrous !

2.4. Liaison sphérique (ou rotule) à doigt

Définition

Une liaison sphérique dont on **supprime l'une des trois rotations** constitue une liaison **sphérique à doigt**.



Contacts et caractéristique géométrique *Fondamental*

Au contact sphérique de la liaison rotule, s'ajoute le contact entre un doigt et un bord de rainure (contact ponctuel). Géométriquement la liaison est définie par **un point** (centre de la sphère), et :

- par la direction du doigt et la normale au plan de rainure
- ou par la direction de la rotation bloquée.

Dans la vie courante *Exemple*

On retrouve ce type de liaison dans les manettes de jeu : c'est la liaison entre le manche et le socle.

3. Synthèse

3.1. Liaisons simples

Fondamental

Surfaces en contact	**Sphère**	**Cylindre**	**Plan**
Sphère	Rotule	Linéaire annulaire	Ponctuelle
Cylindre	Linéaire annulaire	Pivot glissant	Linéaire rectiligne
Plan	Ponctuelle	Linéaire rectiligne	Appui plan

3.2. Liaisons composées

Cas particuliers d'une pivot glissant

- Liaison **pivot** = pivot glissant avec arrêt en translation
- Liaison **glissière** = pivot glissant avec arrêt en rotation
- Liaison **hélicoïdale** ou **vis-écrou** = pivot glissant avec les deux mouvements liés

Cas particulier d'une rotule

- Liaison **rotule** (ou **sphérique**) **à doigt** = rotule avec une rotation bloquée

Position et orientation dans l'espace — II

1. Référentiel

Espace

En associant :

1. un point origine (O, par exemple)
2. une base orthonormée directe ($(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par exemple)

on constitue un **repère** ($R : (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par exemple) dans lequel la position d'un point quelconque de l'espace peut être définie sans ambiguïté.

Temps

Une **origine temporelle** est nécessaire pour définir l'**instant** d'une position dans l'espace.

Définition

L'association d'un repère spatial et d'une origine des temps constitue un **référentiel**.

2. Solide indéformable

Définition

Un solide S est indéformable si :

- quelque soit l'instant **t**
- quelque soit le point **A** appartenant à S
- quelque soit le point **B** appartenant à S,

la distance **AB** est constante.

Fondamental

Dans un repère lié au solide, les positions des points sont donc constantes.

Il y a **équivalence** entre la position d'un solide et la position du repère lié au solide.

3. Positionner et orienter un solide par rapport à un autre

On considère deux solides **0** et **1** auxquels sont liés respectivement des repères $R : (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ et $R_1 : (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Définir la position d'un solide par rapport à un autre, revient à définir la position relative des repères liés à chacun des solides.

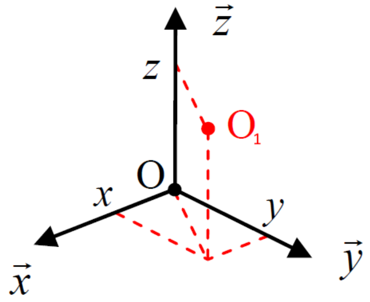
Le repère R_1 étant caractérisé par son origine O_1, et sa base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, il faut :

- définir le position de l'origine O_1 par rapport au repère R
- et définir l'orientation de la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ par rapport à la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ de R.

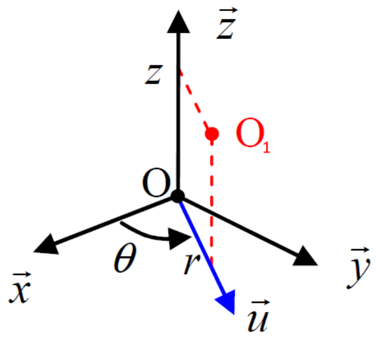
3.1. Paramétrage de la position de l'origine

Un simple **vecteur position** définit la position de O_1 dans le repère R : $\overrightarrow{OO_1}$. Les trois coordonnées du vecteur position correspondent aux **trois paramètres indépendants** nécessaires pour définir la position de O_1.

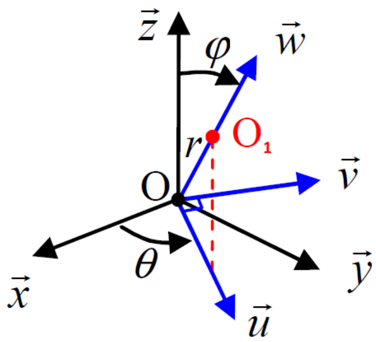
Suivant le système de coordonnées utilisé, ces paramètres seront :



trois longueurs (x, y, z) dans le systèmes de coordonnées cartésiennes



deux longueurs et un angle (r, θ, z) dans le système de coordonnées cylindriques



une longueur et deux angles (r, θ, φ) dans le système de coordonnées sphériques

Remarque

On peut considérer grossièrement que les paramètres de position permettent de caractériser l'**éloignement** du solide **1** par rapport au solide **0**.

3.2. Paramétrage de l'orientation de la base

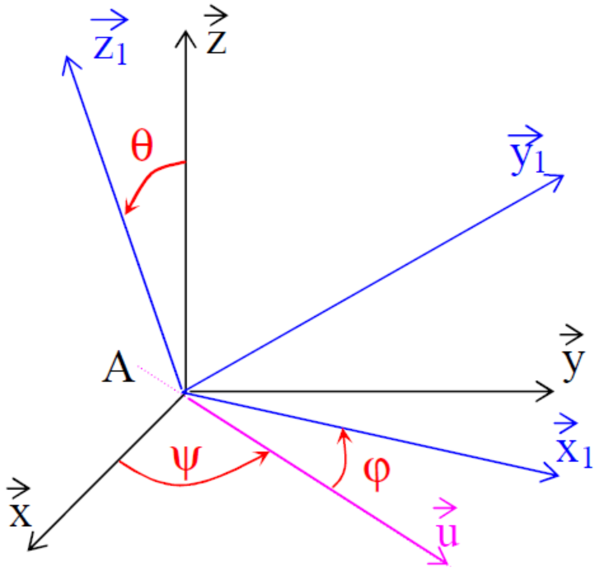
Il reste à définir les paramètres qui permettent d'**orienter** la base $b_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ par rapport à la base $b(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

En théorie : les angles d'Euler ***Complément***

Trois angles seulement suffisent à donner n'importe quelle orientation à la base b_1 par rapport à la base b_0.

Les **angles d'Euler** correspondent à un paramétrage possible :

1. angle "de précession" ψ permettant la rotation autour de $\vec{z}$, pour amener $\vec{x}$ sur $\vec{u}$
2. angle "de nutation" θ permettant la rotation autour de $\vec{u}$, pour amener $\vec{z}$ sur $\vec{z}_1$
3. angle "de rotation propre" φ permettant la rotation autour de $\vec{z}_1$, pour amener $\vec{u}$ sur $\vec{x}_1$.



Angles d'Euler

Dans la pratique, les angles d'Euler seront très rarement utilisés.

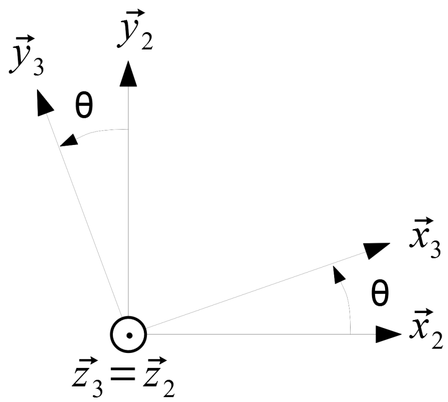
La réalisation technologique d'un mécanisme fait que l'orientation d'un solide **1** par rapport à un solide **0** résultera d'une succession de liaisons engendrant des rotations, et dont les axes seront clairement identifiés.

Ainsi, l'orientation de la base b_1 par rapport à la base b_0 sera ainsi obtenue par des **orientations successives de bases** dont l'un des vecteurs (correspondant à l'axe de la liaison) sera commun.

Un seul angle suffira alors, à chaque fois, pour "passer" d'une base à une autre. Cette rotation sera représentée graphiquement par une figure plane appelée **figure de changement de base**.

Figure de changement de base — *Fondamental*

Soit une base b_3 orientée d'un angle θ par rapport à une base b_2 ; le vecteur $\vec{z}$ est commun aux deux.



Exemple de figure de changement de base

N'importe quelle orientation de base pourra être représentée de la manière ci-dessus en respectant :

- le trièdre direct
- le vecteur commun "sortant" du plan vers le lecteur
- un angle positif faible

Attention

La figure précédente peut être déduite de la définition suivante : $\theta = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$.

La figure de changement de base permet de représenter de façon plane un paramètre d'orientation et les deux bases qui lui sont reliées.

Elle est d'une **importance capitale** pour la projection correcte des vecteurs des différentes bases.

Remarque

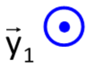
Plusieurs figures de changement de base seront peut-être nécessaires (parfois quatre, cinq, etc..) pour décrire toutes les orientations successives permettant d'orienter un solide par rapport à un autre.

A chacune correspondra un paramètre angulaire.

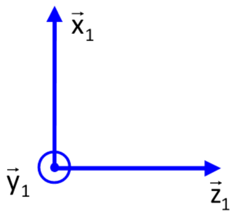
N'oublions pas qu'en théorie seuls trois angles suffisent (cf. angles d'Euler).

Tracer une figure de changement de base *Méthode*

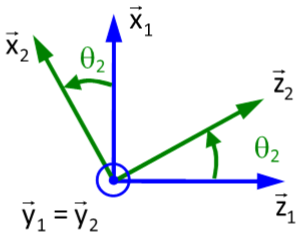
La méthode suivante correspond à l'angle défini comme suit : $\theta_2 = (\vec{z}_1, \vec{z}_2) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$



On repère l'**axe de la liaison** (ici $\vec{y}_{1,2}$ selon la définition de l'angle θ_2), et on le trace "venant vers soi".



On trace ensuite la **base de référence** (ici base 1), en faisant attention à ce que le trièdre tracé soit bien direct.



Enfin, on trace la **base d' "arrivée"** (ici base 2), en veillant à ce que l'angle soit tracé dans le premier cadran, **quels que soient sa valeur ou son signe sur le schéma cinématique.**

Modélisation cinématique d'un mécanisme III

1. Graphe des liaisons

C'est l'outil graphique "de base", bien utile pour avoir une synthèse claire de la **structure** d'un mécanisme.

On l'utilise pour en étudier les mouvements, les conditions d'équilibre, et la transmission de puissance.

1.1. Classe d'équivalence cinématique

Définition

L'ensemble des solides d'un mécanisme **sans mouvement relatif possible** constitue une classe d'équivalence cinématique.

Remarque

Les solides reliés par des liaisons **encastrement** feront donc partie de la même classe d'équivalence.

Attention

- **Les pièces qui se déforment** (ressorts, amortisseurs, joints...) **ne sont pas prises en compte**.
- Les éléments roulants des roulements ne sont pas pris en compte.

1.2. Graphe des liaisons

Définition

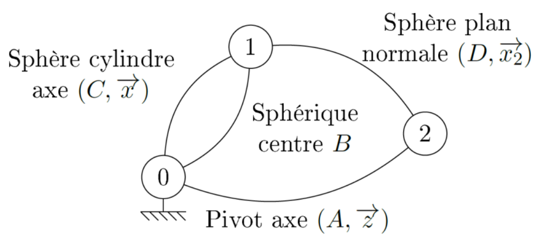
Le graphe des liaisons est une représentation plane décrivant les liaisons entre les pièces d'un mécanisme. Dans l'optique d'une étude des mouvements ou des conditions d'équilibre, les solides sont regroupés par classes d'équivalence.

Ainsi, le graphe des liaisons se compose :

- de **cercles** symbolisant les **classes d'équivalence**
- d'**arcs** de courbe, joignant certains des cercles, symbolisant les **liaisons**

Exemple

Dans cet exemple, le mécanisme est constitué de trois classes d'équivalence numérotées 0 à 2, et de quatre liaisons.



Exemple de graphe des liaisons

Attention

Les liaisons doivent être décrites de manière exhaustive : **nom** et **caractéristique géométrique**.

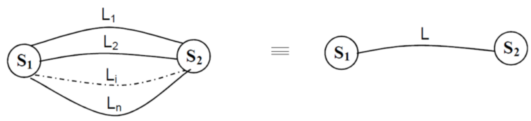
a) Liaisons en parallèle

Définition

Plusieurs liaisons sont disposées en parallèle entre deux solides **1** et **2** si chacune relie directement les deux solides.

Liaison équivalente

La liaison équivalente à l'ensemble des liaisons en parallèle entre les solides 1 et 2 est la liaison théorique qui autorise le même mouvement relatif entre les deux solides.



Liaison équivalente à des liaisons en parallèle

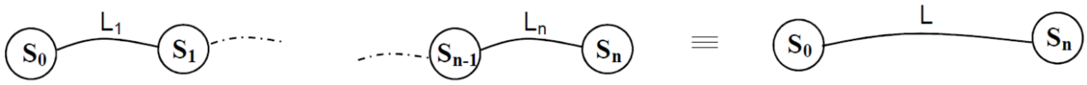
b) Liaisons en série

Définition

Plusieurs liaisons sont en série (ou réalisent une chaîne ouverte) entre deux solides **0** et **n**, si elles sont disposées l'une à la suite de l'autre par l'intermédiaire de **(n-1)** solides.

Liaison équivalente

La liaison équivalente à l'ensemble des liaisons en série entre les solides **0** et **n** est la liaison théorique qui autorise le même mouvement relatif entre les deux solides.



Liaison équivalente à des liaisons en série

c) Graphe minimal des liaisons

Remarque

En remplaçant dans le graphe des liaisons d'un mécanisme les liaisons en parallèle et les liaisons en série par leur liaison équivalente (plusieurs fois de suite si possible), de façon à ne conserver que les pièces principales du mécanisme, on obtient le **graphe minimal des liaisons**.

2. Schéma cinématique

Le schéma cinématique d'un mécanisme est une représentation géométrique **plane** ou **spatiale** du graphe des liaisons.

On dessine les symboles normalisés des différentes liaisons en en respectant les caractéristiques géométriques relatives (parallélisme, orthogonalité, perpendicularité, coaxialité,...).

Il est revanche inutile d'avoir un positionnement dimensionnel précis.

Les solides sont représentés par des traits continus qui relient les symboles normalisés des liaisons.

2.1. Schéma (cinématique) architectural

Ce schéma met en évidence les différents sous-ensembles cinématiques d'un mécanisme. Il montre également la nature et la position relative des liaisons élémentaires (à l'aide de leur symbole normalisé).

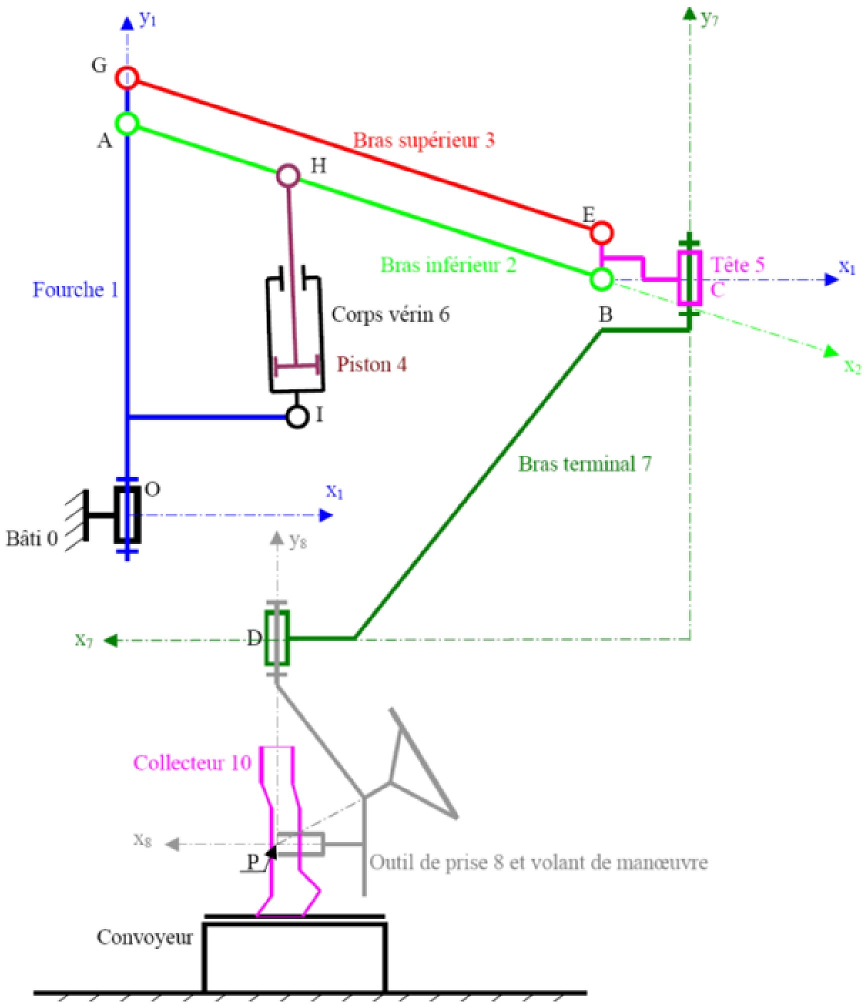
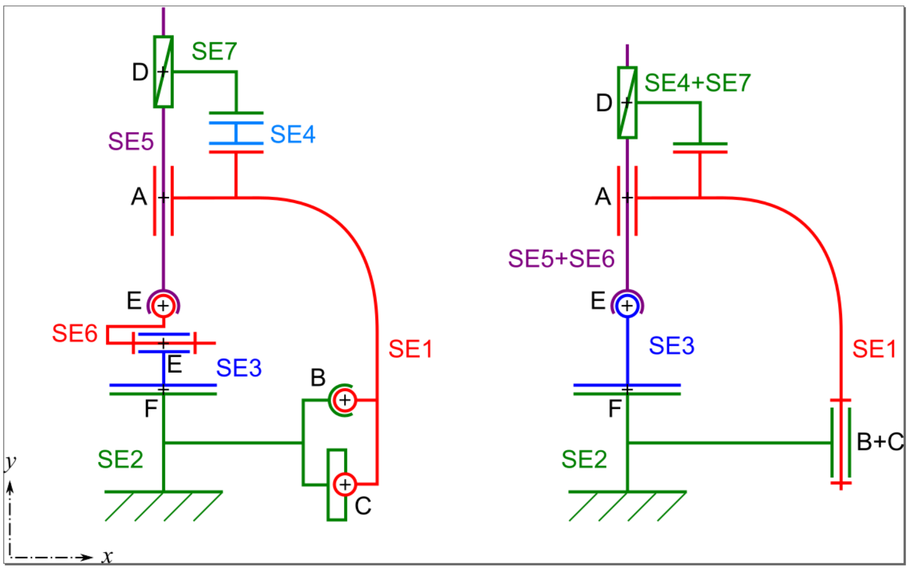


Schéma architectural d'un robot de dépose de joint

2.2. Schéma cinématique minimal

Ce schéma met en évidence uniquement les mouvements relatifs entre les sous-ensembles cinématiques principaux du mécanisme.

Passage d'un schéma cinématique complet (à gauche) à une version minimale (à droite) *Exemple*



2.3. Méthode de construction d'un schéma cinématique lorsque les liaisons sont définies préalablement

Attention

Utiliser de la **couleur** : une pour chaque classe d'équivalence.

Étape 1 : préparation de l'orientation générale du schéma *Méthode*

On cherche à tracer sur le papier un schéma (un choix est à faire : **plan** ou **tridimensionnel**) qui permette de comprendre l'agencement des pièces du mécanisme. Il faut donc poser les points et les axes du schéma en premier, en se référant aux images données du mécanisme (photo, modèle volumique, etc..)

Tracer les points et les axes (vecteurs unitaires des bases) principaux.

Étape 2 : choix des couleurs *Méthode*

Choisir **une couleur par classe d'équivalence** et mettre ces couleurs sur le graphe des liaisons.

Étape 3 : mise en place de chaque liaison *Méthode*

En chaque point, on peut désormais placer les liaisons normalisées :

- leur **orientation** correcte se fera suivant les axes tracés préalablement
- leurs **couleurs** seront celles observées sur le graphe des liaisons

Utiliser les **domaines de validité** des liaisons afin de les déplacer si nécessaire.

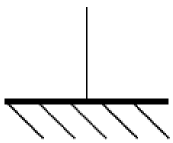
Placer toutes les liaisons, séparément, en veillant à leur bonne orientation.

Étape 4 : Matérialiser les classes d'équivalence *Méthode*

Enfin :

- chaque liaison relie **deux** classes d'équivalence
- chaque classe d'équivalence est "connectée" à **une ou plusieurs** liaisons.

Il faut donc terminer le schéma cinématique en représentant ces classes d'équivalence (relier les couleurs entre elles).

Utiliser le symbole du bâti  à plusieurs endroits si nécessaire.

Relier les liaisons afin de matérialiser les classes d'équivalence.

Modélisation plane IV

Mouvement plan *Définition*

Le mouvement d'un solide S_2 par rapport à un solide S_1 est dit **plan** s'il existe un plan P_2 lié à S_2 qui reste coïncident avec un plan P_1 lié à S_1 au cours du mouvement.

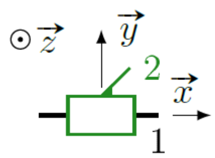
Conséquences du mouvement plan *Fondamental*

Le paramétrage du solide S_2 par rapport au solide S_1 ne nécessite alors que trois paramètres : **deux translations** dans le plan et **une rotation** d'axe perpendiculaire au plan.

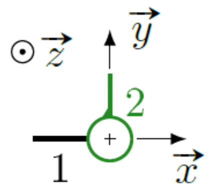
Modèles de liaisons planes

En analysant les mouvements entre les solides qui constituent un mécanisme plan, on peut définir un schéma "de mouvement" à l'aide des symboles suivants :

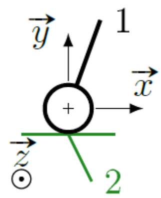
- la liaison **glissière** qui permet un mouvement de translation (ci-contre le symbole dans le plan de la liaison glissière de direction $\vec{x}$)



- la liaison **pivot** qui permet un mouvement de rotation (d'axe perpendiculaire au plan), on parle généralement d'« *articulation en un point* » (ci-contre, le symbole d'une liaison pivot d'axe orthogonal au plan du mouvement)



- la liaison **ponctuelle** (sphère-plan) qui permet à la fois un mouvement de translation dans le plan et un mouvement de rotation d'axe perpendiculaire au plan (ci-contre, le symbole dans le plan d'une liaison ponctuelle permettant une translation suivant l'axe $\vec{x}$)



Attention

En modélisation plane uniquement :

- on ne tient pas compte de la géométrie des contacts
- on représente les mouvements relatifs entre deux pièces dans le plan d'étude.

Le schéma établi est donc un **schéma de mouvement**, utile pour simplifier l'étude théorique. Il utilise les symboles des liaisons normalisées, non pas comme tels, mais pour définir des mouvements relatifs. C'est là toute l'ambiguïté : cela demande beaucoup de vigilance.

Analyse géométrique d'un mécanisme V

1. Construction géométrique

En utilisant l'hypothèse de solides indéformables et les degrés de liberté des liaisons, le modèle établi permet de tracer sur papier le mécanisme dans différentes configurations.

Cela permet de déterminer le **débattement angulaire** d'une pièce ou la **course** d'un solide en translation, par exemple.

2. Paramétrage d'un schéma cinématique

Chaque **liaison** relie **deux classes d'équivalence** ; à chacune peut être associé un repère.

La position et l'orientation relatives des deux repères dépendent des **degrés de liberté** de la liaison : plus ils sont nombreux, plus il faudra poser de paramètres pour définir correctement les deux repères. Ces paramètres sont de deux types :

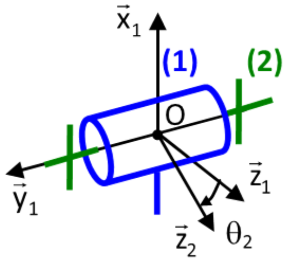
- de **rotation** (par exemple θ)
- de **translation** (par exemple λ)

Paramétrer une classe d'équivalence *Méthode*

1. Lier un **repère** à chaque classe d'équivalence (prendre en compte les caractéristiques géométriques du ou des solides, et le positionnement des autres liaisons : axe de symétrie, normale à un plan tangent, etc.)
2. Définir des **longueurs constantes** (l, a, b, c, d, etc..) entre les points particuliers de la classe d'équivalence

Paramétrer une liaison *Méthode*

1. Introduire autant de **paramètres de position** (x, λ, μ, etc.) que de degrés de liberté en translation rectiligne
2. Introduire autant de **paramètres d'orientation** ($\alpha, \beta, \theta, \gamma$, etc.) que de degrés de liberté en rotation



Distinguer base et repère *Remarque*

Si une liaison ne modifie pas l'orientation entre deux solides (i.e. il n'y a que des paramètres de translation), ces deux solides peuvent être représentés par **deux repères utilisant la même base**. En effet, le passage d'une base à une autre n'a de sens que pour décrire un changement d'orientation, pas de position.

3. Fermeture géométrique

Définition

La **loi entrée - sortie** d'un mécanisme est une équation dans laquelle seuls le paramètre variable d'entrée et le paramètre variable de sortie n'interviennent.

Elle est généralement obtenue par **fermeture géométrique**.

Remarque

Si l'on souhaite obtenir une relation entre les paramètres de **vitesse**, il faudra dériver l'équation obtenue par rapport au temps.

Étape 1 - Chaîne fermée de vecteurs position *Méthode*

Pour **chaque chaîne fermée** (cf. graphe des liaisons), exprimer une somme nulle de vecteurs position.

Exemple

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$$

Étape 2 - Expression vectorielle *Méthode*

Remplacer chaque vecteur position par son expression vectorielle connue.

Exemple

$$a\ \vec{x}_1 + b\ \vec{x}_2 + c\ \vec{x}_3 + d\ \vec{y}_1 = \vec{0}$$

Étape 3 - Projection dans une base commune *Méthode*

Choisir une base dans laquelle projeter tous les vecteurs unitaires, afin d'obtenir une ou plusieurs expressions scalaires.

Exemple

$$a\ \vec{x}_1 + b\ (\cos\theta\vec{x}_1 + \sin\theta\vec{y}_1) + c\ (\cos\beta\vec{x}_1 + \sin\ \beta\vec{y}_1) + d\ \vec{y}_1 = \vec{0}$$

Ce qui donne :

- $a + b\ \cos\theta + c\ \cos\beta = 0$
- $b\sin\theta + c\sin\beta + d = 0$

Étape 4 - Manipulation des équations scalaires *Méthode*

Manipuler **si besoin** les équations scalaires afin d'obtenir une équation ne liant les paramètres d'entrée et de sortie que par des termes connus.

Exemple

Si θ est la sortie et β l'entrée :

- $b\ \cos\theta = -c\ \cos\beta - a$
- $b\sin\theta = -c\sin\beta - d$

On peut obtenir la loi entrée-sortie suivante :

$$\tan\theta = \frac{c\sin\beta + d}{c\cos\beta + a}$$