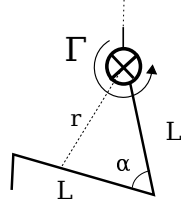


膝の曲がり具合によって(角度 $\alpha$ )足全体の慣性モーメントがどう変化するかを調べる。  
 足の付け根を軸にしたときの足の慣性モーメントは次のように定義される：

$$\Gamma = \iiint_V r^2 dm \quad (1)$$

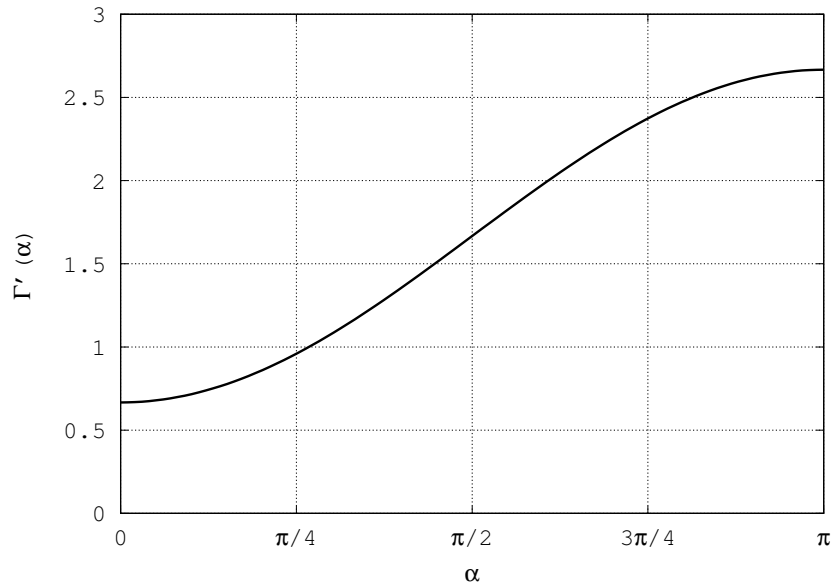
足を体位長さあたりの重量  $\rho$  の線状のものにモデル化する。足の付け根から膝までの長さを  $L$  とした上で、膝から足首までの長さもそれと同一視し  $= L$  とする。足首より下の部分の重さを無視する。



慣性モーメントは次の形になる：

$$\begin{aligned} \Gamma &\simeq \underbrace{\rho \int_0^L l^2 dl}_{\text{太股}} + \underbrace{\rho \int_0^L (L - l \cos \alpha)^2 + (l \sin \alpha)^2 dl}_{\text{脛}} \\ &= \rho [l^3/3]_0^L + \rho \int_0^L (L^2 + l^2 \cos^2 \alpha - 2Ll \cos \alpha + l^2 \sin^2 \alpha) dl \\ &= \rho L^3/3 + \int_0^L (L^2 + l^2 - 2Ll \cos \alpha) dl \\ &= \rho L^3/3 + \rho \left( L^2 [l]_0^L + [l^3/3]_0^L - 2L \cos \alpha [l^2/2]_0^L \right) \\ &= \underbrace{\rho L^3/3}_{\text{太股}} + \underbrace{\rho L^3 (4/3 - \cos \alpha)}_{\text{脛}} \end{aligned} \quad (2)$$

以下は $\Gamma' = \Gamma/\rho L$ の正規化された慣性モーメントのグラフを示す。



その他考察：

- ・ 慣性モーメントは重さに直接比例する： $\Gamma \propto \alpha$
- ・ 慣性モーメントは足の長さの3乗(!)に比例する： $\Gamma \propto L^3$