Progetto relativo al Corso di Calcolo Parallelo e Distribuito del Prof. Paoluzzi presso l'Università Roma Tre.

Membri del team: Luca Maria Lauricella e Valerio Marini

Repository del progetto: https://github.com/lauriluca99/LAR-TGW-3D

# Introduzione Linear Algebraic Rappresentation:

LAR è uno schema rappresentativo per modelli geometrici e topologici. Il dominio di questo schema consiste in complessi di cellule formati a loro volta da matrici sparse (matrici con grande affluenza di zeri). L'analisi di questi complessi cellulari è fatta attraverso semplici operazioni algebriche lineari, la più comune è la moltiplicazione sparsa matrice/vettore.

Dato che LAR permette una computazione efficiente di qualsiasi modello topologico, viene utilizzato con un linguaggio di programmazione, anch'esso efficiente e veloce, come Julia, il quale permette di sfruttare tutte le sue potenzialità.

#### Perché LAR?

Scegliamo LAR in quanto l'aumento della complessità dei dati geometrici e dei modelli topologici richiedono una migliore rappresentazione e un modello matematico appropriato per tutte le strutture topologiche. Quindi si ha un complesso co-chain formato da collezioni di matrici sparse.

Un complesso chain consiste in una sequenza di moduli dove la singola immagine di ognuno è contenuta nel nucleo della successiva (successivo conosce precedente).

$$\cdots \stackrel{d_0}{\longleftarrow} A_0 \stackrel{d_1}{\longleftarrow} A_1 \stackrel{d_2}{\longleftarrow} A_2 \stackrel{d_3}{\longleftarrow} A_3 \stackrel{d_4}{\longleftarrow} A_4 \stackrel{d_5}{\longleftarrow} \cdots$$

Figure 1: Complesso chain

Un complesso co-chain è la stessa cosa ma con direzioni opposte.

$$\cdots \xrightarrow{d^{-1}} A^0 \xrightarrow{d^0} A^1 \xrightarrow{d^1} A^2 \xrightarrow{d^2} A^3 \xrightarrow{d^3} A^4 \xrightarrow{d^4} \cdots$$

Figure 2: Complesso co-chain

# Obiettivo del progetto

In questo progetto si vuole ottimizzare e parallelizzare il codice dell'algoritmo TGW 3D presente nella libreria LinearAlgebraicRappresentation.jl

## **TGW 3D:**

L'algoritmo Topological Gift Wrapping calcola le d-celle di una partizione di spazio generate da loro partendo da un oggetto geometrico d-1 dimensionale.

TGW prende una matrice sparsa di dimensione d-1 in input e produce in output la matrice sparsa di dimensione d sconosciuta aumentata dalle celle esterne.

## Studio Preliminare

## spatial\_arrangement.jl

L'algoritmo TGW 3D è implementato all'interno del file spatial\_arrangement.jl

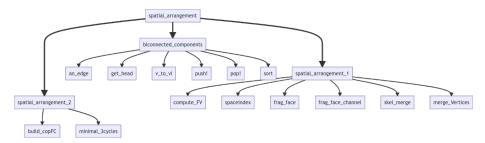


Figure 3: Grafo delle Dipendenze di spatial arrangement.jl

## Funzioni presenti: spatial\_arrangement:

Calcola la partizione dei complessi cellulari dati, con scheletro di dimensione 2, in 3D.

Un complesso cellulare è partizionato quando l'intersezione di ogni possibile paio di celle del complesso è vuota e l'unione di tutte le celle è l'insieme dello spazio Euclideo. La funzione ritorna la partizione complessa come una lista di vertici V e una catena di bordi EV, FE, CF.

 $spatial\_arrangement\_1$ :

Si occupa del processo di frammentazione delle facce per l'utilizzo del planar arrangement.

## 1. compute\_FV:

Ritorna l'array FV di tipo Lar. Cells dal prodotto di due array sparsi in input di tipo Lar. Chain Op.

## 2. spaceindex:

Dato un modello geometrico, calcola le intersezioni tra i bounding box. Nello specifico, la funzione calcola le 1-celle e il loro bounding box attraverso la funzione boundingBox. Si suddividono le coordinate x e y in due dizionari chiamando la funzione coordintervals. Per entrambe le coordinate x e y, si calcola un intervalTree cioè una struttura dati che contiene intervalli. La funzione boxCovering viene chiamata per calcolare le sovrapposizioni sulle singole dimensioni dei bounding Box. Intersecando quest'ultime, si ottengono le intersezioni effettive tra bounding box. La funzione esegue lo stesso procedimento sulla coordinata z se presente. Infine, si eliminano le intersezioni di ogni bounding box con loro stessi.

#### 3. frag face:

Effettua la trasformazione in 2D delle facce fornite come parametro sigma, dopo di che ogni faccia sigma si interseca con le facce Presenti in sp\_index sempre fornito come parametro della funzione.

#### 4. skel merge:

Effettua l'unione di due scheletri che possono avere 1 o 2 dimensioni.

#### 5. merge vertices:

Effettua l'unione dei vertici, dei lati e delle facce vicine.

#### $biconnected\_components:$

Calcola le componenti biconnesse del grafo EV rappresenato da bordi, ovvero coppie di vertici.

#### 1. an\_edge:

Funzione che, dato in input un punto, prende un lato connesso ad esso.

#### 2. get head:

Funzione che, dato in input un lato e la coda, fornisce la testa

## 3. v\_to\_vi:

Funzione che, dato un vertice in input, ritorna falso se la prima occerrenza della matrice è pari a 0 oppure ritorna il valore trovato.

#### 4. push!:

Inserisce uno o più oggetti nella matrice.

#### 5. pop!:

Rimuove l'ultimo oggetto nella matrice e lo ritorna.

## 6. sort:

Ordina la matrice e ne ritorna una copia.

 $spatial\_arrangement\_2$ :

Effettua la ricostruzione delle facce permettendo il wrapping spaziale 3D.

1. minimal\_3cycles:

Funzione che riporta i parametri dati in input in 3 dimensioni e calcola le nuove celle adiacenti per estendere i bordi della figura geometrica. Infine ritorna la matrice sparsa tridimensionale.

2. build copFC:

Funzione alternativa alla precedente.

## Studio esecutivo

Nello studio esecutivo abbiamo analizzato il codice nei notebooks cercando delle possibili ottimizzazioni. Non è stato possibile ottimizzare tutte le funzioni, infatti le principali modifiche sono state effettuate nelle funzioni: frag\_face e merge vertices.

Inoltre sul sistema operativo Windows si sono riscontrati diversi problemi con delle librerie.

Per migliorare il codice, sono stati presi in considerazione i libri: *Julia High Performance* e *Hands-On Julia Programming*, nei quali vengono menzionate le seguenti macro per migliorare le performance e la stabilità del codice:

- @async: racchiude l'espressione in un Task ed inizierà con l'esecuzione di questa attività procedendo con qualsiasi altra cosa venga dopo nello script, senza aspettare che il Task termini.
- **@sync**: contrariamente al precedente, questa macro aspetta che tutti i Task creati dalla parallelizzazione siano completati prima di proseguire.
- Thread.@spawn: Crea un Task e schedula l'esecuzione su un qualsiasi thread disponibile. Il Task viene assegnato ad un Thread quando diventa disponibile.
- **@simd**: si utilizza solo nei for per permettere al compilatore di avere più libertà nella gestione del ciclo consentendo di riordinarlo.
- @inbounds: elimina il controllo dei limiti degli array all'interno dell'espressione
- **@views**: converte le operazioni di taglio sull'array in una data espressione per ritornare una variabile di tipo View.

- @code\_warntype: viene utilizzato per individuare i problemi causati dai tipi delle variabili, operando conseguentemente con un'assegnazione specifica che riduce la complessità del codice.
- @benchmark: questa macro può essere usata solo davanti alle chiamate di funzione. Valuta i parametri della funzione separatamente e chiama la funzione più volte per costruire un campione di tempi di esecuzione.
- Obtime: simile a Obenchmark ma restituisce meno informazioni, quali il tempo minimo ed il numero di allocazioni.
- ©profile: questa macro esegue l'espressione collezionando dei campionamenti periodici. Nei campioni si può vedere la gerarchia delle funzioni ed il tempo di esecuzione di ogni riga.

#### frag\_face

Utilizzando la macro @code\_warntype si individuano molte variabili assegnate al tipo Any. Questo significa essenzialmente che ci sarà un'allocazione per la posizione della memoria e l'indirezione al valore effettivo durante l'esecuzione della funzione.

1 @benchmark frag\_face(Lar.Points(V),EV,FE,[2,3,4,5],2)

```
BenchmarkTools.Trial: 9761 samples with 1 evaluation.

Range (min ... max): 356.000 μs ... 16.791 ms | GC (min ... max): 0.00% ... 88.95%

Time (median): 397.500 μs | GC (median): 0.00%

Time (mean ± σ): 508.647 μs ± 948.496 μs | GC (mean ± σ): 13.92% ± 7.28%

356 μs Histogram: log(frequency) by time 814 μs <
```

Figure 4: Benchmark della funzione originale

Tramite ProfileView otteniamo un grafico in cui si ottiene la misurazione temporale di ogni singola riga di codice. La larghezza delle barre mostra il tempo trascorso in ogni locazione di chiamata, mentre la gerarchia di chiamata è rappresentata dalle varie altezze del grafico.

Per ottimizzare la funzione abbiamo assegnato alle variabili locali un tipo deterministico per rimuovere il tipo Any ed avere la funzione type-stable. Inoltre si possono creare delle viste degli array quando c'è un'operazione di slicing, con la macro @views, le quali permettono di accedere ai valori dell'array senza dover effettuare una copia.

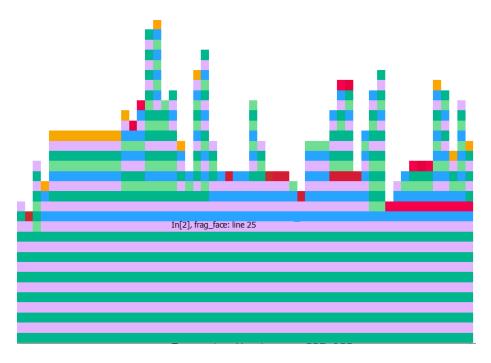


Figure 5: Grafico di ProfileView della funzione originale

Dopo aver eseguito vari test, si è optato per utilizzare la macro  ${\tt @async}$  per parallelizzare il ciclo for che calcola l'intersezione della faccia sigma con le facce in  $sp\_idx[sigma]$ .

Quindi, applicando le suddette modifiche, si è raggiunto un tempo minimo di esecuzione inferiore di circa 20% dalla versione originale.

 $merge\_vertices$ 

1 @benchmark frag\_face2(Lar.Points(V),EV,FE,[2,3,4,5],2)

```
BenchmarkTools.Trial: 10000 samples with 1 evaluation.

Range (min ... max): 289.000 μs ... 22.554 ms | GC (min ... max): 0.00% ... 92.58%

Time (median): 327.100 μs | GC (median): 0.00%

Time (mean ± σ): 456.124 μs ± 1.325 ms | GC (mean ± σ): 19.54% ± 6.61%
```

Memory estimate: 218.65 KiB, allocs estimate: 3873.

Figure 6: Benchmark della funzione modificata

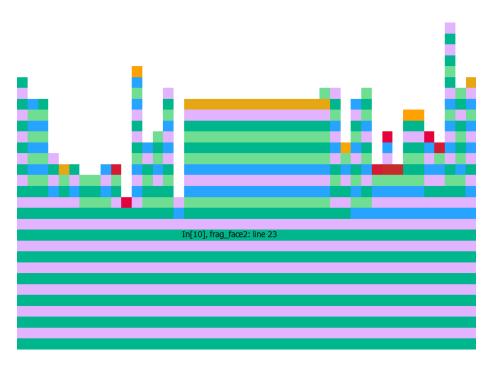


Figure 7: Grafico di ProfileView della funzione modificata