

Versuch 353 "Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises"

Robert Konradi
robert.konradi@tu-dortmund.de

Lauritz Klünder
lauritz.kluender@tu-dortmund.de

Durchführung: 24.11.2017, Abgabe: 01.12.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---------------------|----------|
| 1 | Einleitung | 3 |
| 2 | Theorie | 3 |
| 3 | Durchführung | 4 |
| | Literatur | 6 |

1 Einleitung

In diesem Versuch soll Relaxationserscheinungen anhand eines RC-Kreises untersucht werden. Dazu wird die Zeitkonstante von dem RC-Kreis auf verschiedenen Wegen bestimmt.

2 Theorie

Relaxationserscheinungen werden beobachtet wenn ein System nicht-oszillatorisch in seinen Ausgangszustand zurückkehrt, in dem Fall des RC-Kreises exponentiell.

Ein RC-Kreis besteht aus einem Widerstand und einem Kondensator, die in Reihe geschaltet sind. Wenn eine Spannungsquelle an diese Schaltung angeschlossen wird, lädt sich der Kondensator auf. Für diesen Fall lässt sich eine Differentialgleichung herleiten.

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC} Q(t) \quad (1)$$

Mit den Anfangsbedingungen $Q(0) = 0$ und $Q(\infty) = CU_0$ ergibt sich für den Aufladevorgang:

$$Q(t) = CU_0 \left(1 - \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \right) \quad (2)$$

Wenn die Spannungsquelle nach der Aufladung wieder entfernt, entlädt sich der Kondensator wieder. Es ergibt sich für die Differentialgleichung die selbe wie beim Aufladevorgang, nun sind allerdings die Anfangsbedingungen anders $Q(\infty) = 0$. Daraus ergibt sich dann die Gleichung:

$$Q(t) = Q(0) \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \quad (3)$$

Die Zeitkonstante des Systems ist RC , denn sie beschreibt die Geschwindigkeit, mit der sich das System seinen Endzustand annähert. Dabei ist R der Widerstand des Widerstandes und C die Kapazität des Kondensators.

Für den Fall, dass die Spannungsquelle eine Sinusspannung mit der Frequenz ω ist, ergibt sich eine Phasenverschiebung $\phi(\omega)$ zwischen der Kondensatorspannung und der Spannungsquelle. Diese Phasenverschiebung wird größer, je größer ω wird.

Um eine Gleichung für die Phasenverschiebung herzuleiten, wird zunächst die in Abbildung 1 gezeigte Schaltung mithilfe des Kirchhoffschen Gesetzes beschrieben.

$$U(t) = U_R(t) + U_C(t) \quad (4)$$

Damit ergibt sich die Gleichung:

$$U_0 \cos(\omega t) = -A\omega RC \sin(\omega t + \phi) + \cos(\omega t + \phi) \quad (5)$$

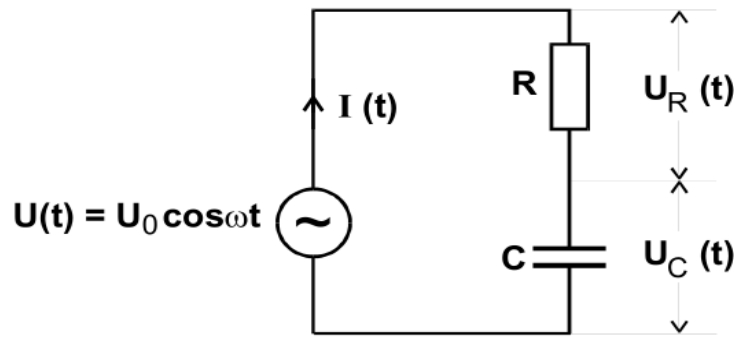


Abbildung 1: Schaltungsbeispiel eines RC-Kreises mit Sinusspannung [1].

Wird der Fall $\omega t = \frac{\pi}{2}$ betrachtet folgt für die Phasenverschiebung:

$$\phi(\omega) = \arctan(-\omega RC) \quad (6)$$

Nun soll die Gleichung (5) für den Fall $\omega t + \phi = \frac{\pi}{2}$ betrachtet werden. Damit lässt sich eine Gleichung für die Amplitude der Kondensatorspannung herleiten, die auch von der Frequenz der Spannungsquelle abhängt.

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (7)$$

Die Gleichung (4) wird nun mit der Relation $I(t) = C \frac{dU_C}{dt}$ umgeschrieben zu:

$$U(t) = RC \frac{dU_C}{dt} + U_C(t)$$

Unter der Voraussetzung, dass $\omega \gg \frac{1}{RC}$ ist kann die Gleichung zu einem Integral umgeformt werden:

$$U_C(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t U(t') dt' \quad (8)$$

3 Durchführung

Wie bereits erwähnt soll die Zeitkonstante eines RC-Gliedes auf verschiedene Arten bestimmt werden. Zunächst wird die Zeitkonstante RC bestimmt indem ein Entladevorgang des Kondensators gemessen wird. Dabei wird die Spannung in Abhängigkeit von der Zeit gemessen mithilfe von einem Oszilloskop. Die dafür geeignete Schaltung ist in Abbildung 2 dargestellt. Die Spannungsquelle generiert hierbei eine Rechteckspannung.

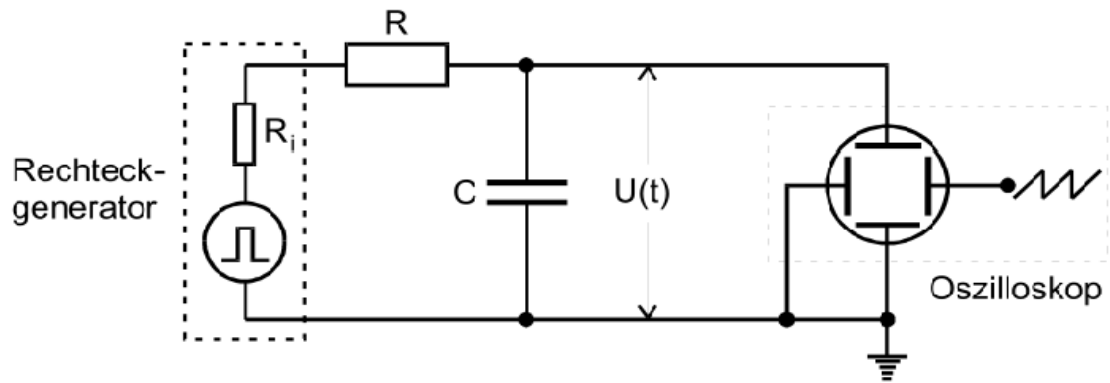


Abbildung 2: Schaltung zur Messung des Entladevorgangs am Kondensator [1].

Bei der zweiten Messreihe wird an dem Generator eine Sinusspannung eingestellt. Daraufhin wird, wieder mithilfe eines Oszilloskopes, die Amplitude der Spannung am Kondensator in Abhängigkeit von der am Generator eingestellten Frequenz gemessen. Für diese Messung wird die in Abbildung 3 gezeigte Schaltung benutzt.

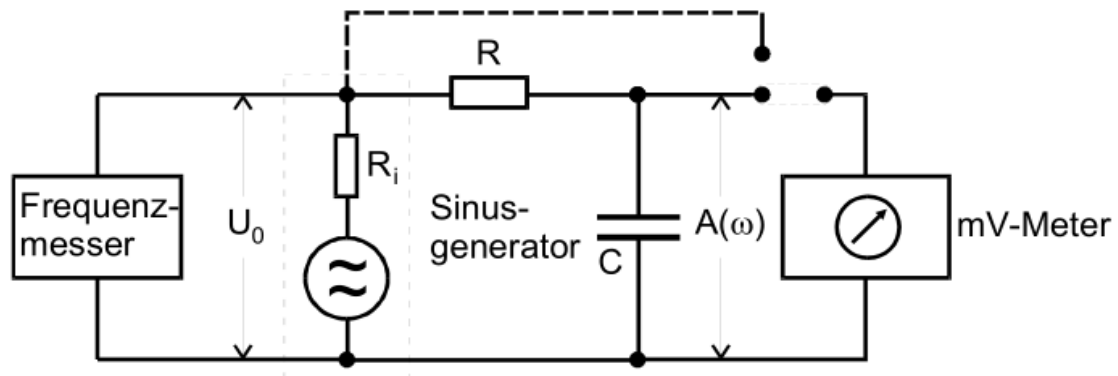


Abbildung 3: Schaltung zur Messung der Amplitude des Kondensators [1].

Nun soll die Phasenverschiebung zwischen der Generatorspannung und der Kondensatorspannung gemessen werden. Dazu wird ein Zweikanal-Oszilloskop benötigt, wo man beide Spannungen gleichzeitig anzeigen lassen kann. Bei den beiden Spannungen wird zum einen der zeitliche Abstand der Nulldurchgänge und zum anderen die Periodenlänge der Generatorspannung in Abhängigkeit von der Frequenz der Generatorspannung gemessen. In Abbildung 4 sind diese Größen bildlich dargestellt.

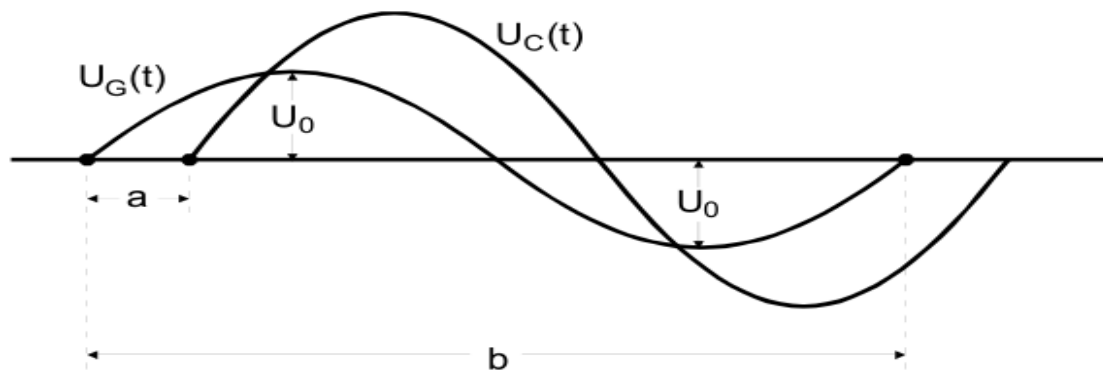


Abbildung 4: Schaltung zur Messung der Phasenverschiebung [1].

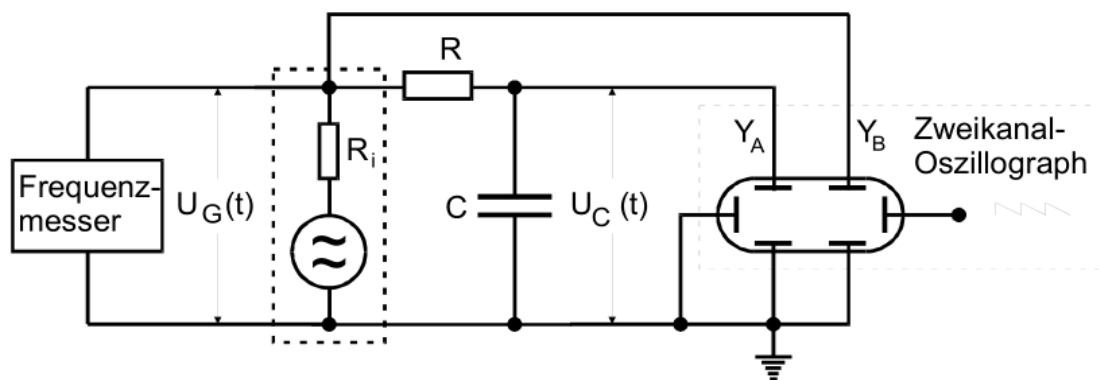


Abbildung 5: Bildliche Darstellung der Messgrößen [1].

Als letztes soll eine Integration dargestellt werden. Dazu wird auch die Schaltung benutzt, die in Abbildung 5 dargestellt ist. In diesem Fall werden der Reihe nach Rechteck-, Sinus- und Dreiecksspannungen bei dem Generator eingestellt, auf dem Oszilloskop dargestellt und in Form von Thermodrücken gespeichert.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 353: Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises*. 2017.