Versuch 354 ”Gedämpfte und erzwungene Schwingungen”

Robert Konradi
robert.konradi@tu-dortmund.de

Lauritz Klünder
lauritz.kluender@tu-dortmund.de

Durchführung: 01.12.2017, Abgabe: 08.12.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll der effektive Dämpfungswiderstand einer gedämpften Schwingkreisschaltung als auch beim aperiodischen Grenzfall untersucht und ermittelt werden. Ebenso wird die Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung und die Phasenverschiebung von der außen gelegten Spannung untersucht.

2 Theorie

Ein CL-Schwingkreis, das aus der Kapazität C des Kondensators und der Induktivität L der Spule besteht, wird in der Physik durch den Energieaustausch der beiden Baudelemente als eine periodische Schwingung bezeichnet. Solange kein energieverbrauchendes Bauelement hinzukommt ist der Austausch unbegrenzt lang und wird als ungedämpfte Schwingung bezeichnet. Bei einer gedämpften Schwingung wird als energieverbrauchendes Bauelement ein ohmscher Widerstand R hinzugeschaltet wie in Abbildung (1) zu sehen ist.

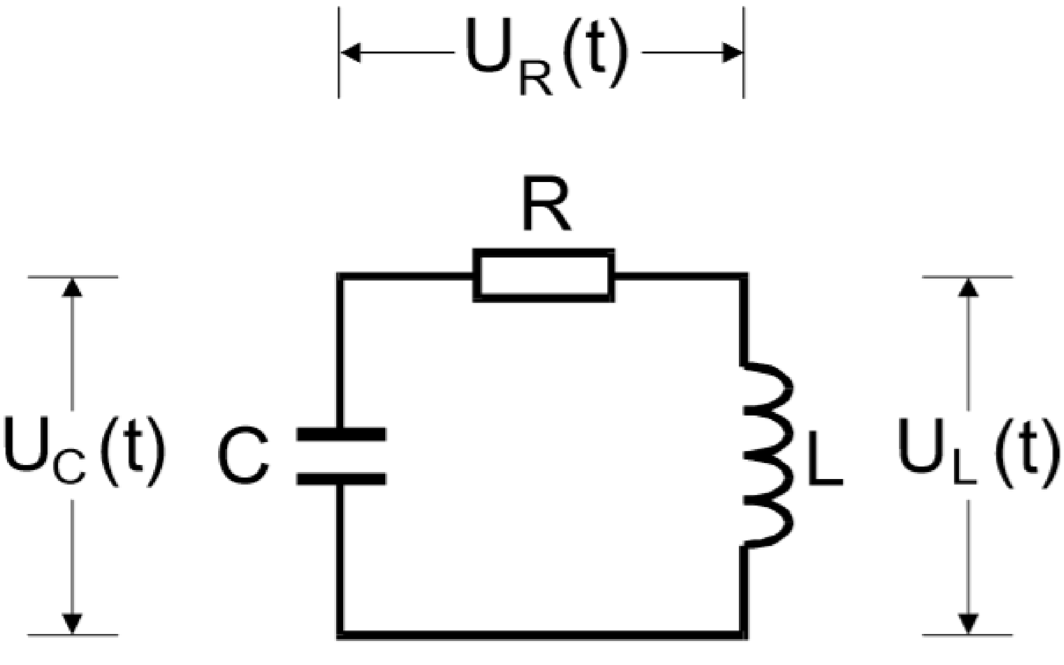

Abbildung 1: Schaltdarstellung einer gedämpften Schwigung[1].

Nun beginnt kein unendlicher Energieaustausch zwischen der Kapazität C des Kondensators und der Induktivität L der Spule statt. Die Spannungen die an den einzelnen Bauelementen abfallen, können mit Hilfe der Maschenregel, zu einer Differentialgleichung aufgestellt und umgeformt werden.

$$\ddot{I} + \frac{R}{L} \cdot \dot{I} + \frac{1}{LC} \cdot I = 0 \tag{1}$$

Die Lösung der Gleichung (1) lautet:

$$I(t) = A_1 \cdot e^{i\omega_1 t} + A_2 \cdot e^{i\omega_2 t} \tag{2}$$

Dabei ist

$$\omega_{1,2} = i\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Es werden nun 2 Fälle betrachtet.

Der erste Fall $\frac{1}{LC} \gg \frac{R^2}{4L^2}$ folgt, dass ω reell ist.
Somit wird die Gleichung(2) mit Hilfe der Eulerschen Form zu

$$I(t) = A_0 \cdot e^{-2\pi\mu t} \cdot cos(2\pi\nu t + \varphi) \tag{3}$$

umgeschrieben. Dabei ist

$$\mu = \frac{R}{4\pi L}$$
$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Der zweite Fall $\frac{1}{LC} \ll \frac{R^2}{4L^2}$ folgt daraus, dass ω imaginär ist und somit sich

$$I(t) \sim e^{-(2\pi\mu - i2\pi\nu)t}$$

verhält.
Ein Spezial Fall ist, wenn $\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$ folgt daraus das der aperiodische Grenzfall eintrifft und der Strom am schnellsten gegen null geht.

Erzwungene Schwingungen werden mit einer Sinusspannung, wie in Abbildung(2) dargestellt, erzeugt.

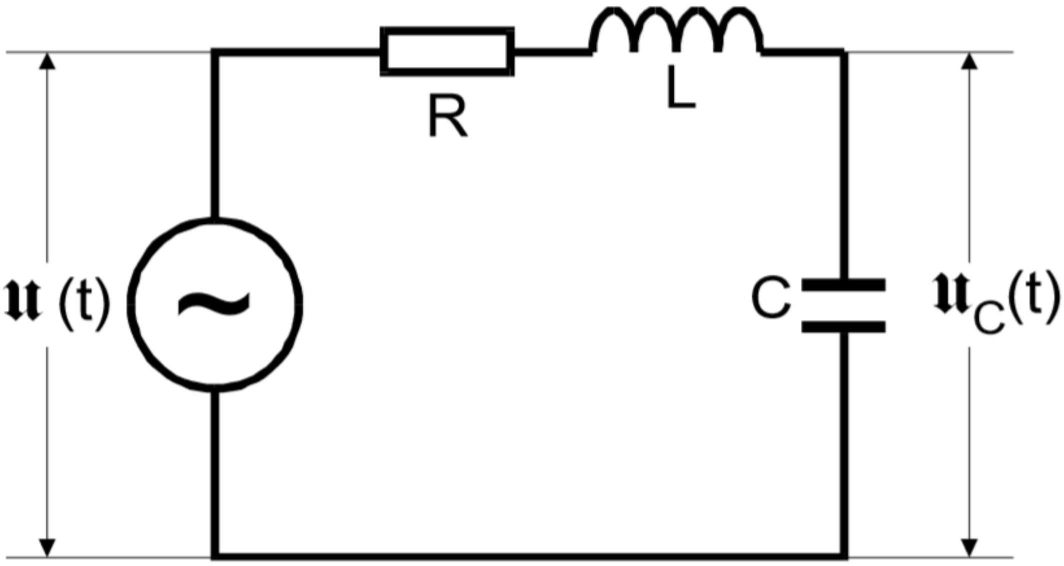

Abbildung 2: Schaltdarstellung einer erzwungene Schwinung[1].

Dabei verändert sich die Gleichung (1) und die Lösung für solch eine Differentialgleichung lautet:

$$U_c(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2 + (RC\omega)^2}} \tag{4}$$

Die Phasenverschiebung zwischen der angelegten Sinusspannung und der Kondensatorspannung kann mit der Formel

$$\varphi(\omega) = \arctan(\frac{-\omega CR}{1 - LC\omega^2}) \tag{5}$$

errechnet werden.
Für $\omega \to \infty$ ist $U_c = 0$ und für $\omega \to 0$ strebt U_c gegen U_o. Ab einer bestimmten Frequenz erreicht U_c ein Maximum und ist größer als U_o. Solch ein Phänomen bezeichnet man als Resonanz. Die Resonanzfrequenz lässt sich mit der Formel

$$\omega_{res} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \tag{6}$$

berechnen.

3 Durchführung

Zu Beginn werden sämtliche Bauteile deren Werte aufgezeichnet. Für die Bestimmung des Dämpfungswiderstandes wird die Schaltung wie in Abbildung (3) dargestellt genutzt.

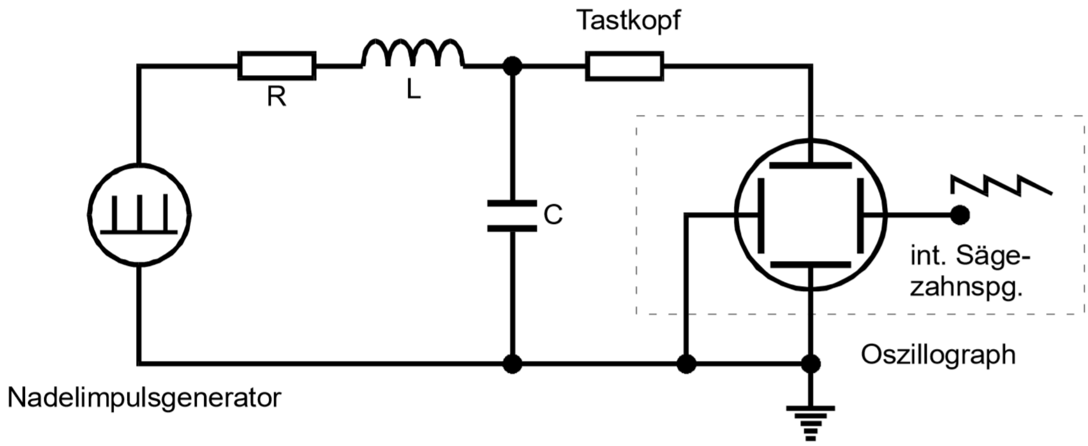

Abbildung 3: Schaltdarstellung zur Bestimmung des effetkiven Dämpfungswiderstandes[1].

Mit Hilfe eines Oszilloskops wird die Kondensatorspannung gegen die Zeit dargestellt und ein Thermodruck ausgeführt. Der Widerstand zur Messung des aperiodischen Grenzfalls wird ebenfalls mit Hilfe eines Oszilloskops und einem Potentiometer bestimmt. Für die Messung der Phasenverschiebung und der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung wird die Schaltung wie in Abbildung (4) benötigt.

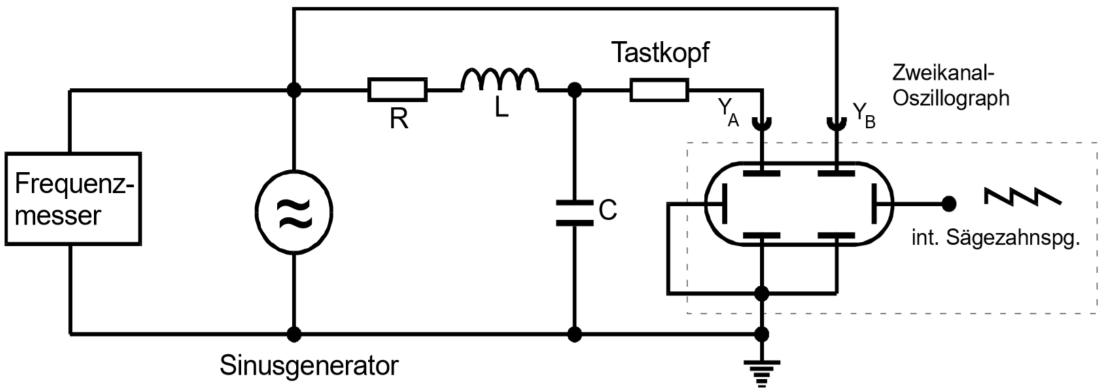

Abbildung 4: Schaltdarstellung zur Bestimmung der Phasenverschiebung[1].

Zur Bestimmung der Phasenverschiebung wird wie in Abbildung (5) mit

$$\phi = \frac{a}{b} \cdot 360 \quad oder \quad \phi = \frac{a}{b} \cdot 2\pi \tag{7}$$

bestimmt.

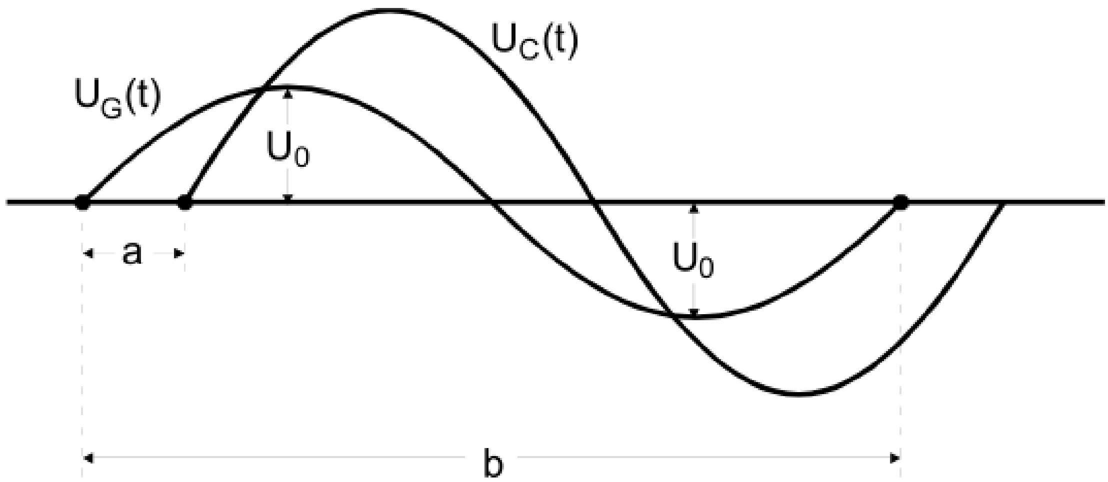

Abbildung 5: Berechnung der Phasenverschiebung[2].

Literatur

[1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 353: Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises*. 2017.

[2] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 354: Gedämpfte und erzwungene Schwinungen*. 2017.