Versuch 301 ”Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen”

Robert Konradi
robert.konradi@tu-dortmund.de

Lauritz Klünder
lauritz.kluender@tu-dortmund.de

Durchführung: 12.01.2018, Abgabe: 19.01.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Leerlaufspannung als auch den Innenwiderstand gemessen werden.

2 Theorie

Die Leerlaufspannung U_0 ist die Spannung an der Spannungsquelle, die über einen endlichen Zeitraum eine konstante Leistung liefert, wo kein Strom I fließt. Mit einem Lastwiderstand R_a fließt nun ein Strom I und die Spannung, die man nun abgreifen kann, nennt sich „Klemmspannung" U_k und ist geringer als U_0. In Abbildung (1) kann mit Hilfe der Maschenregel (zweites Kirschhoffsche Gesetz)

$$\sum_{1} U_i = 0$$

und das Ohmische Gesetz

$$U = R \cdot I \tag{1}$$

die Formel für U_0 und U_K, mit Betrachtung der Stromrichtung darstellen.

$$U_0 = I(R_i + R_a)\ bzw.\ U_k = U_0 - IR_i \tag{2}$$

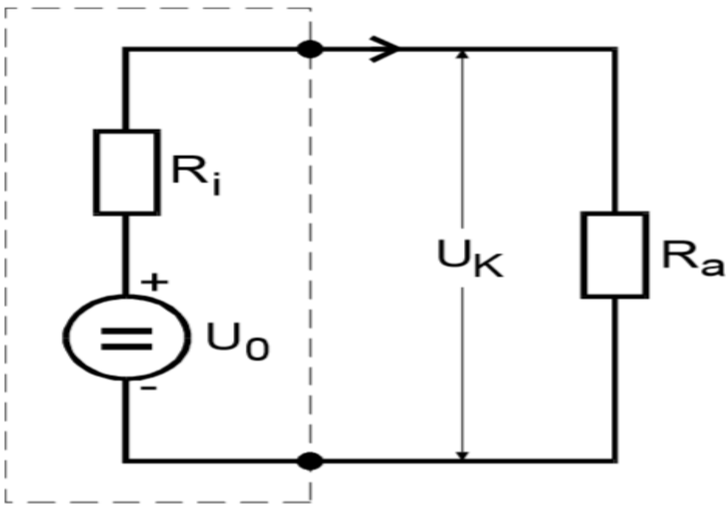

Abbildung 1: Stromkreis mit realen Spannungsquelle [1]

Ebenso bescheibt in Abbildung(1) die geschrichelten Linien das Ersatzschaltbild dar mit einer realen Spannungsquelle und einem Innenwiderstand R_i. Aus Gleichung(2) folgt, dass für ein hochohmigen Widerstand $U_K \approx U_0$ gilt.
Durch den Innenwiderstand R_i ist es nicht möglich aus einer idealen Spannungsquelle

eine beliebig hohe Leistung zu entnehmen. Die abgegebende Leistung kann an dem Lastwiderstand R_a mit der Formel

$$N(R_a) = I^2 \cdot R_a \tag{3}$$

als Funktion dagestellt werden. Ist R_a so gewählt, dass die Leistung N einen Maximum annimmt, so nennt sich dies eine Leistungsanpassung.

3 Durchführung

Zu Beginn wird die Leelaufspannung mit Hilfe eines Spannungsmessers bestimmt sowie deren Eigenwiderstand. In Abbildung (2) werden aus unterschiedlichen Spannungsformen (in diesem Fall Gleich-, Rechteck- und Sinusspannung) die Spannungswerte sowie Stromwerte notiert und in ein Diagramm aufgetragen.

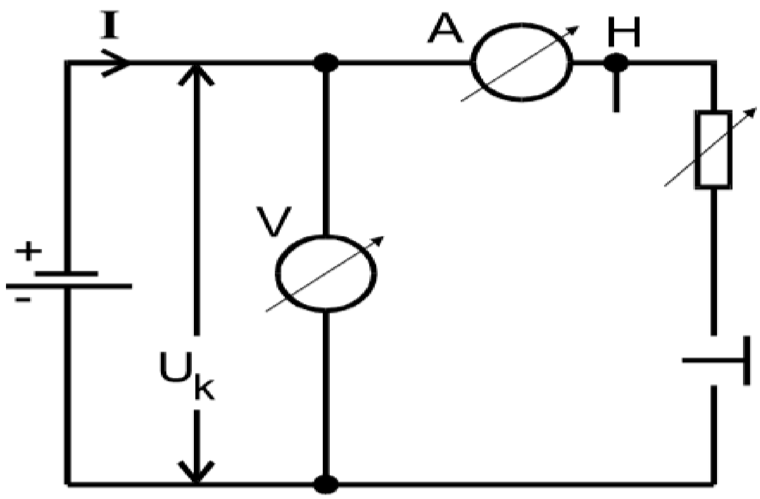

Abbildung 2: Stromkreis zu Bestimmung von U_0 und R_i [1]

In Abbildung (3) ist nun eine Gegenspannung angeschlossen. Dies bewirkt, dass sich der Stromfluss ändert und die jeweiligen Strom und Spannungswerten werden ebenfalls notiert und in ein Diagramm aufgetragen.

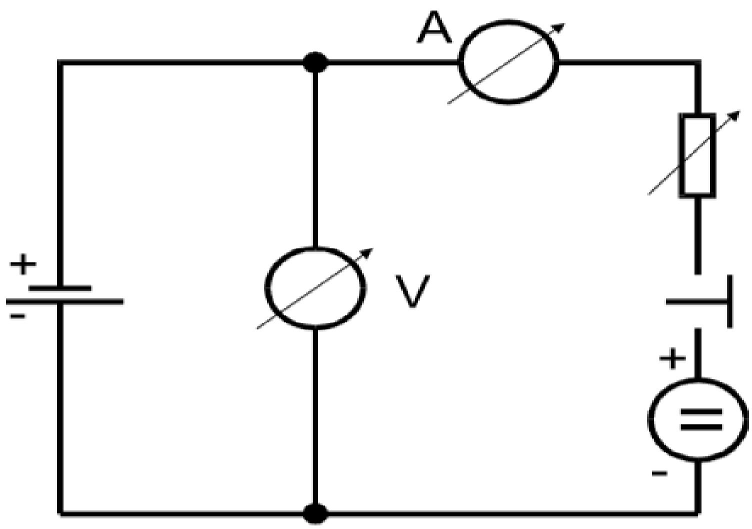

Abbildung 3: Stromkreis zu Bestimmung von U_0 und R_i [1]

4 Auswertung

Zunächst soll für die Monozelle der Innenwiderstand und die Leerlaufspannung bestimmt werden. Dazu werden die Messwerte in Abbildung (4) graphisch dargestellt und eine Ausgleichsrechnung, mithilfe von Python 3.6, durchgeführt. Die Messwerte sind in Tabelle (1) gezeigt. Für die Ausgleichsrechnung wird folgende Formel verwendet:

$$y = -R_i x + U_0 \tag{4}$$

Damit ergeben sich die Parameter zu:

- $R_i = (16{,}82 \pm 0{,}45)\,\Omega$
- $U_0 = (1{,}63 \pm 0{,}02)\,\mathrm{V}$

Tabelle 1: Darstellung der Messwerte der Monozelle.

U_k / V	I / A
0,3	0,08
0,5	0,064
0,75	0,054
0,85	0,047
1	0,039
1,05	0,034
1,1	0,03
1,2	0,025
1,25	0,023
1,3	0,02

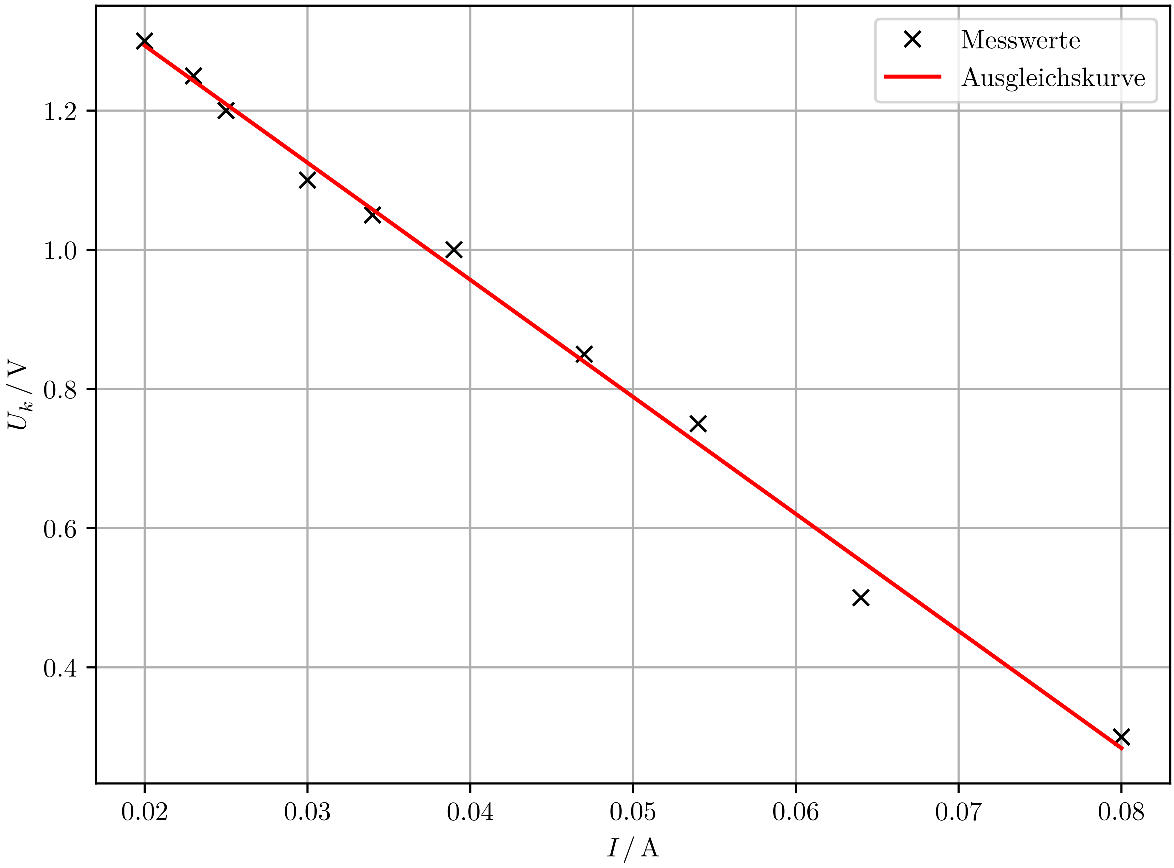

Abbildung 4: Graphische Darstellung der Messwerte mit der Ausgleichsgeraden.

Daraufhin wurden die Messungen wiederholt, es wurde nun eine Gegenspannung hinzugeschaltet. Es sollen wieder die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand bestimmt werden. Dazu wird mit der Gleichung (4) eine Ausgleichsrechnung durchgeführt. Eine Graphische Darstellung der Messwerte und der Ausgleichsgeraden sind in Abbildung (5) gezeigt. Außerdem sind die Messwerte in Tabelle (2) dargestellt. Durch die Ausgleichsrechnung, die mit Python 3.6 durchgeführt wurde folgt für die Werte:

- $-R_i = (18{,}08 \pm 1{,}81)\,\Omega$
- $U_0 = (1{,}53 \pm 0{,}07)\,\mathrm{V}$

Tabelle 2: Darstellung der Messwerte der Schaltung mit der Gegenspannung.

$U_k\,/\,\mathrm{V}$	$I\,/\,\mathrm{A}$
3,1	0,091
2,9	0,075
2,7	0,063
2,6	0,055
2,5	0,052
2,4	0,044
2,3	0,040
2,2	0,037
2,1	0,035
2,0	0,032

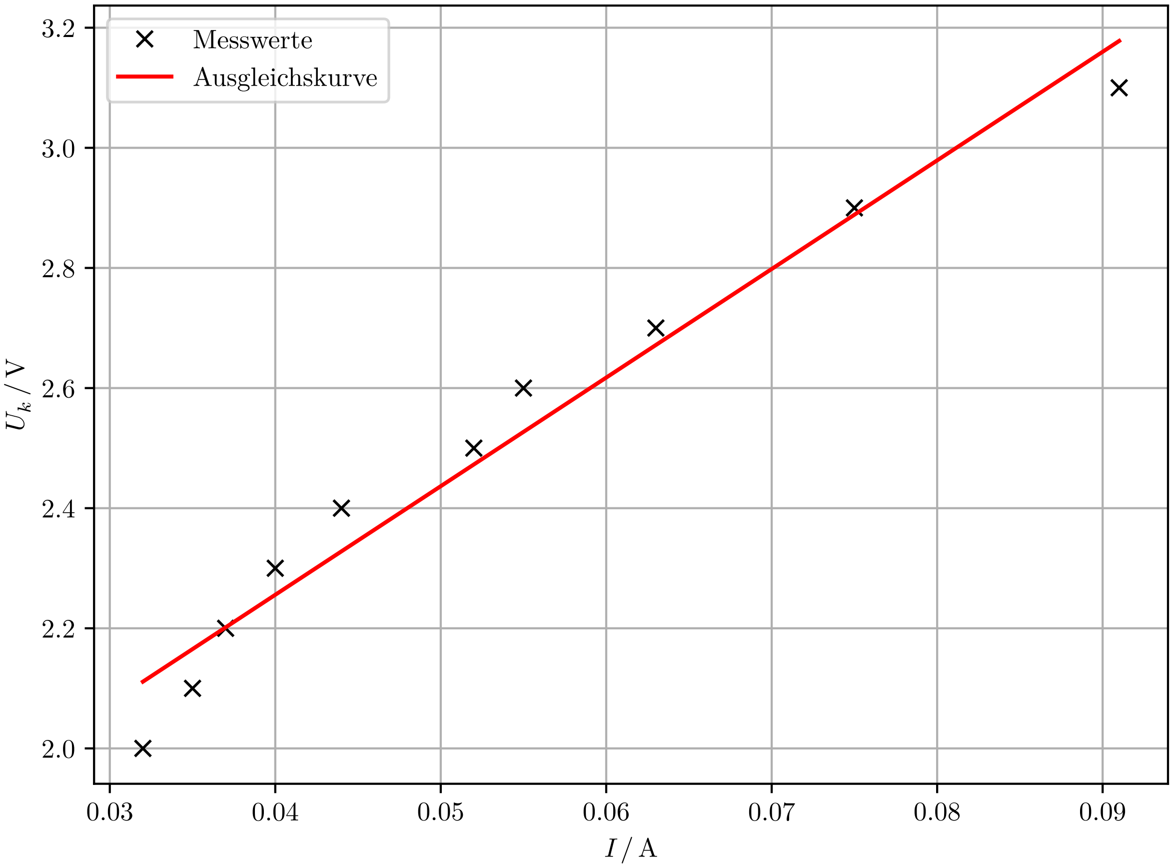

Abbildung 5: Graphische Darstellung der Messwerte für die Schaltung mit der Gegenspannung.

Nun wird noch der Innenwiderstand und die Leerlaufspannung von zwei Wechselspannungen bestimmt. Zunächst für eine Rechteckspannung. Für diesen Fall wird wie zuvor mithilfe der Gleichung (4) eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt, welche in der Abbildung (6) graphisch dargestellt ist. Außerdem sind die Messwerte in Tabelle (3) auch tabellarisch gezeigt. Durch die Ausgleichsrechnung ergibt sich für die Werte:

- $-R_i = (117{,}95 \pm 1{,}88)\,\Omega$
- $U_0 = (3{,}33 \pm 0{,}03)\,\mathrm{V}$

Tabelle 3: Darstellung der Messwerte für eine Rechteckspannung.

U_k / V	I / A
0,5	0,024
0,7	0,0225
1,05	0,019
1,4	0,0165
1,6	0,0145
1,75	0,013
1,95	0,012
2,05	0,011
2,1	0,0105
2,2	0,0095

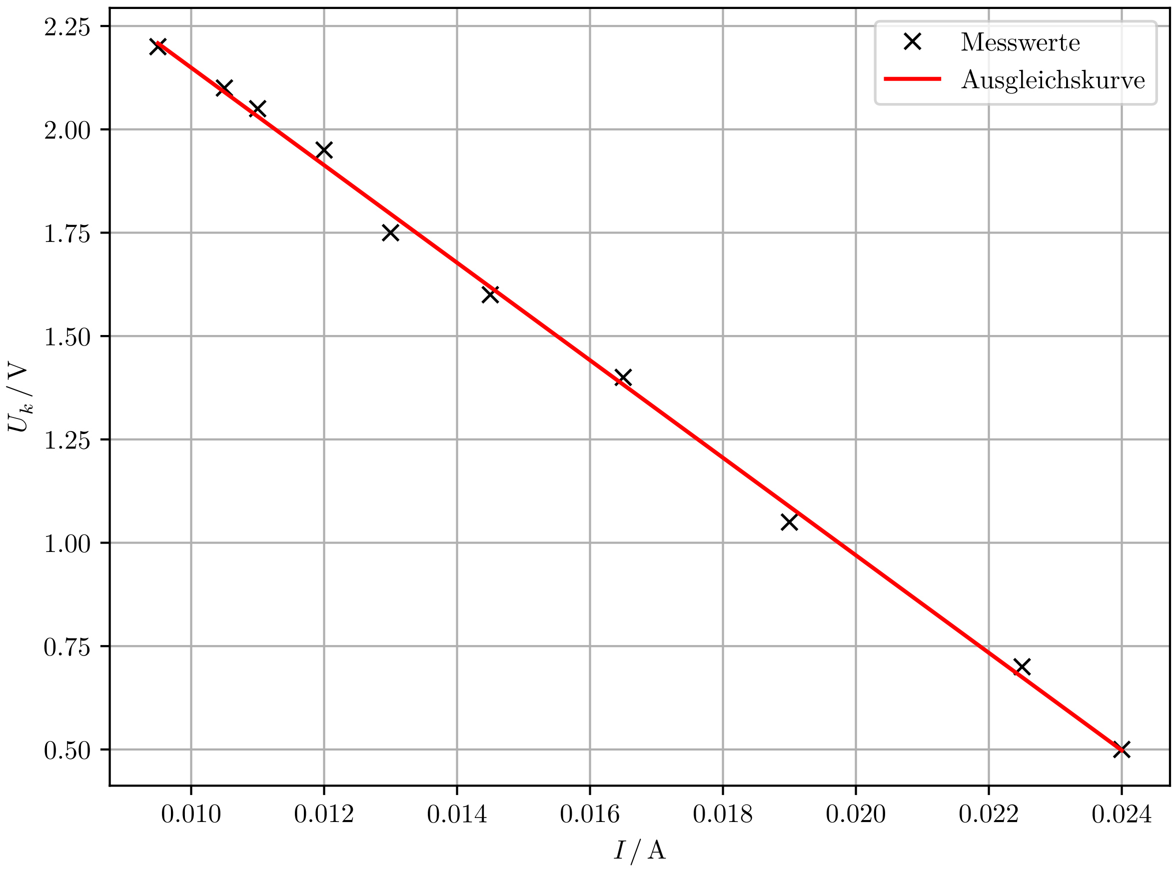

Abbildung 6: Graphische Darstellung der Messwerte für eine Rechteckspannung.

Als letztes wird noch der Innenwiderstand und die Leerlaufspannung bei einer Sinusspannung bestimmt. Das Vorgehen ist analog zu den Messungen zuvor. Die Messergebisse sind in Abbildung (7) graphisch und in Tabelle (4) tabellarisch dargestellt. Die Ergebnisse der Ausgleichsrechnung sind:

- $-R_i = (115{,}21 \pm 2{,}71)\,\Omega$
- $U_0 = (7{,}42 \pm 0{,}06)\,\mathrm{V}$

Tabelle 4: Darstellung der Messwerte für eine Sinusspannung.

$U_k\,/\,\mathrm{V}$	$I\,/\,\mathrm{A}$
2,6	0,041
3,6	0,033
4,4	0,027
4,9	0,023
5,1	0,02
5,4	0,018
5,6	0,015
5,8	0,014
6,0	0,012
6,1	0,011

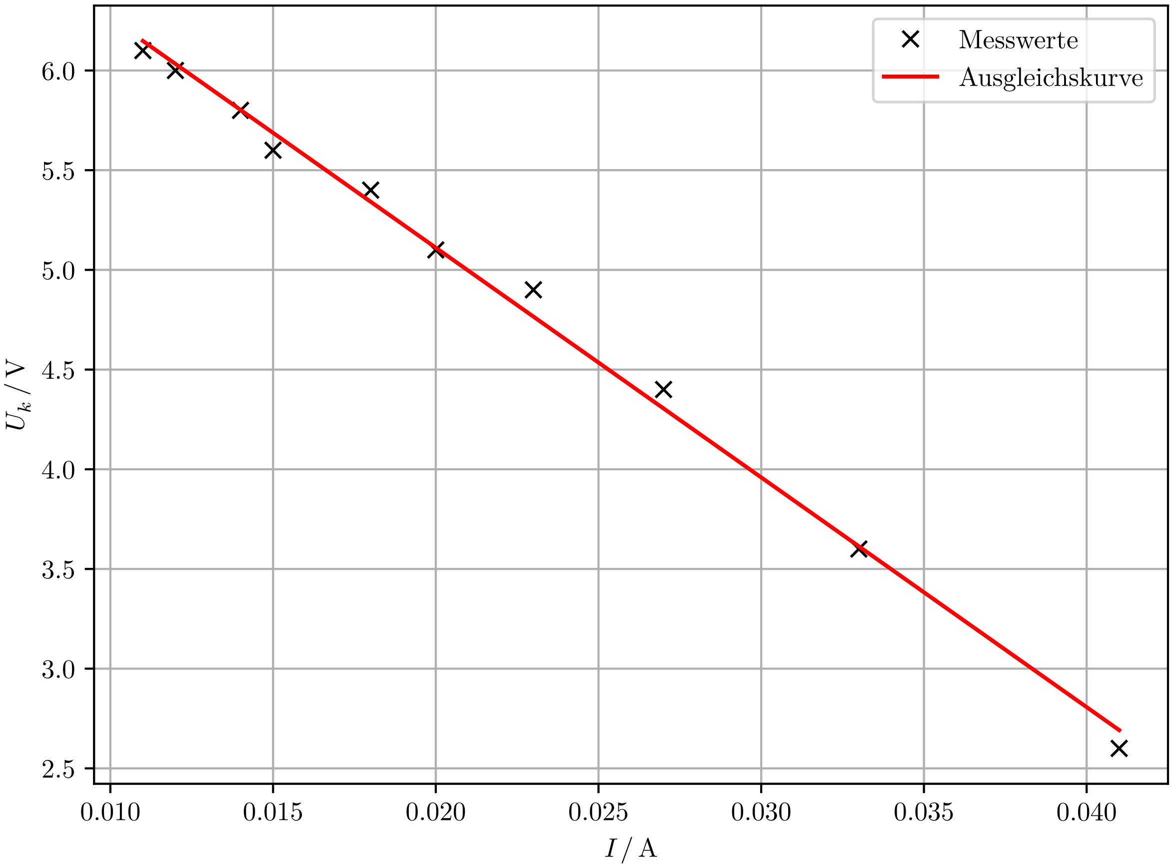

Abbildung 7: Graphische Darstellung der Messwerte für eine Sinusspannung.

Zu Begin des Versuchs wurde die Leerlaufspannung der Monozelle gemessen. Diese ergibt sich zu:

$$U_0 = 1{,}65\,\mathrm{V}.$$

Da das reale Voltmeter keinen unendlich großen Widerstand haben kann, er ist in diesem Fall $R_v = 10^7\Omega$, ergibt sich ein systematischer Fehler bei der Bestimmung von der Leerlaufspannung. Aus der Gleichung (2) und der Gleichung (1) folgt die folgende Gleichung für die theoretische Leerlaufspannung.

$$U_{0,\text{theo}} = U_0 + \frac{R_i}{R_v} U_0$$

Damit ergibt sich die Formel für den systematischen Fehler:

$$\varDelta U_0 = \frac{U_{0,\text{theo}} - U_0}{U_0} = \frac{R_i}{R_v}$$

Nun lässt sich der systematische Fehler für die einzelnen Messreihen bestimmen. Für die Monozelle ergibt sich:

$$\Delta U_0 = (1{,}68 \pm 0{,}04) \cdot 10^{-6}\,\%.$$

Für die Rechteckspannung:

$$\Delta U_0 = (1{,}179 \pm 0{,}019) \cdot 10^{-5}\,\%.$$

Für die Sinusspannung:

$$\Delta U_0 = (1{,}152 \pm 0{,}027) \cdot 10^{-5}\,\%.$$

Die Fehler der systematischen Fehler wurden mit der Gauß´schen Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$\Delta(\Delta U_0) = \sqrt{\left(\frac{1}{R_v} \cdot \Delta R_i\right)^2}$$

Die systematischen Fehler sind so gering, dass sie im folgenden nicht weiter beachtet werden.

Nun soll die Schaltung in Abbildung (2) betrachtet werden, wenn das Voltemeter an dem Punkt H angeschlossen wird. Dann würde sich ein systematischer Fehler ergeben, der durch das Amperemeter verursacht wird. Das ideale Amperemeter hat zwar keinen Innenwiderstand, aber das ist in der Realität nicht machbar. Deshalb beeinflusst dieser Innenwiderstand die Spannungsmessung nach dem Kirchhoffschen Gesetz.

Als letztes wird die umgesetzte Leistung bei der Monozelle betrachtet. Dazu wird mit der Gleichung (1) aus der gemessenen Spannung und Strom der Belastungswiderstand R_a bestimmt und damit mithilfe der Gleichung (3) die umgesetzte Leistung. Die Ergebnisse sind in Tabelle (5) dargestellt. Außerdem werden diese Werte mit den theoretisch bestimmten Werten in der Abbildung (8) verglichen. Die theoretischen Werte werden mit der folgenden Gleichung bestimmt:

$$N = \frac{U_0^2}{(R_a + R_i)^2} R_a$$

Diese Gleichung lässt sich aus der Gleichung (3) herleiten.

Tabelle 5: Errechneten Werte der umgesetzten Leistung.

N/W	R_a/Ω	N_{theo}/W	Abweichung / %
0,0240	3,75	0,0235	2,13
0,0320	7,81	0,0342	6,43
0,0405	13,89	0,0391	3,58
0,0400	18,09	0,0394	1,52
0,0390	25,64	0,0377	3,45
0,0357	30,88	0,0361	1,11
0,0330	36,67	0,0341	3,23
0,0300	48	0,0304	1,32
0,0288	54,35	0,0285	1,05
0,0260	65	0,0258	0,78

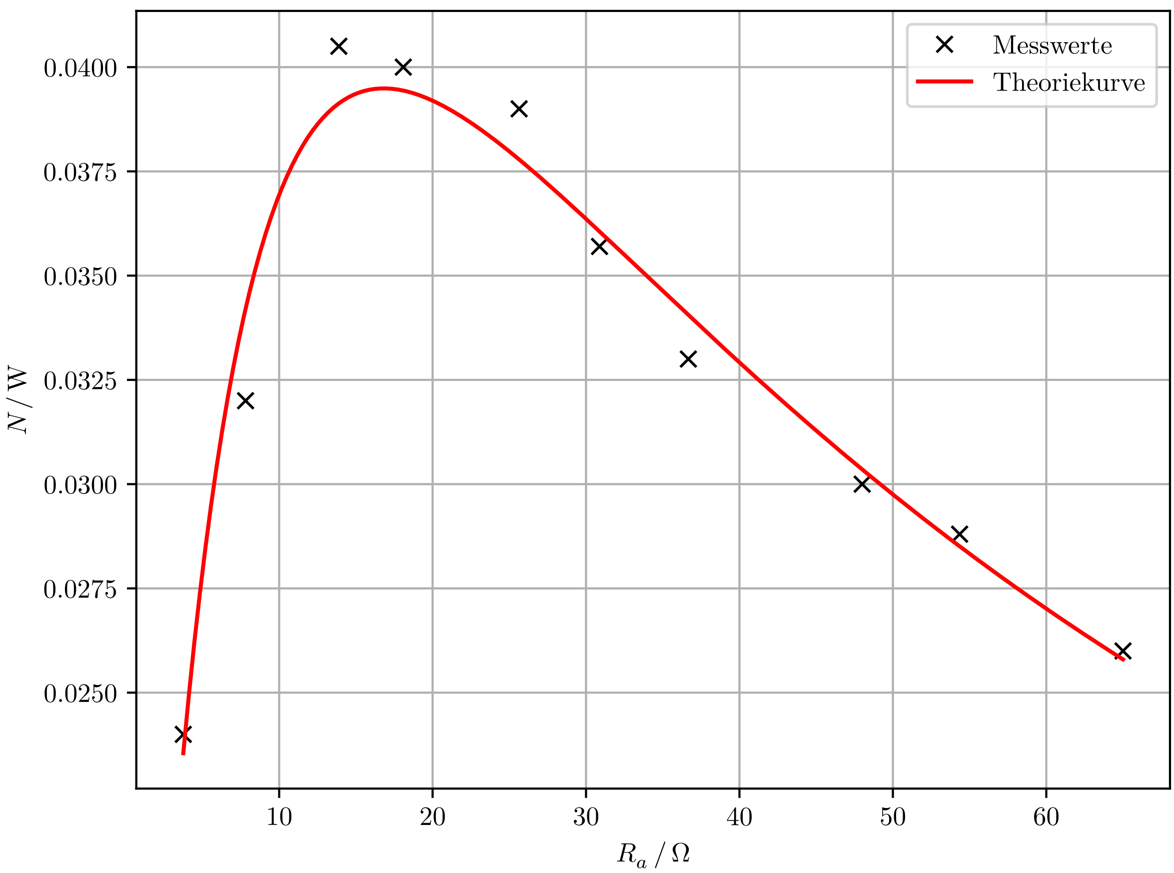

Abbildung 8: Graphische Darstellung der umgesetzten Leistung mit den Belastungswiderstand.

5 Diskussion

Bei der Bestimmung der Leerlaufspannung durch die Ausgleichsrechnung bei der Monozelle sind die Abweichung zu der gemessenen Leerlaufspannung 1,21 % und 7,27 %. Sie liegen also im Toleranzbereich und da der systematische Fehler der durch den endlichen Widerstand des Voltmeters entsteht vernachlässigbar ist, wurde die Leerlaufspannung und damit auch der Innenwiderstand gut gemessen.
Auch bei der umgesetzten Leistung am Wirkwiderstand liegen alle Messwerte im Toleranzbereich, da die größte Abweichung 6,43 % ist.

Literatur

[1] T. Dortmund, *Anleitung zum Versuch 301: Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen*, 2017.